

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ  
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ  
ФГБОУ ВО «ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
Факультет вычислительной техники  
Кафедра «Математика и суперкомпьютерное моделирование»

Курсовая работа  
на тему: Геометрия в русской архитектуре  
по дисциплине: Дифференциальная геометрия

Выполнил:  
ст. гр. 19ВМ1  
Яковлева А.Д.  
Принял:  
к.ф-м.н.,  
доцент кафедры «МСМ»  
Деревянчук Е.Д.

Пенза, 2020

## Содержание

|                                                           |           |
|-----------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Введение .....</b>                                     | <b>3</b>  |
| <b>Русская архитектура.....</b>                           | <b>4</b>  |
| Архитектура.....                                          | 4         |
| Древнерусская архитектура .....                           | 4         |
| Связь геометрии и архитектуры .....                       | 5         |
| <b>Архитектурная математика древнерусских зодчих.....</b> | <b>7</b>  |
| Основы архитектурной математики.....                      | 7         |
| Древнерусские «вавилоны» .....                            | 8         |
| Аркатурный пояс.....                                      | 11        |
| <b>Заключение.....</b>                                    | <b>19</b> |
| <b>Список литературы .....</b>                            | <b>20</b> |

## **Введение**

Цель курсовой работы: узнать и изучить, как связаны между собой геометрия и русская архитектура.

Были рассмотрены основы архитектурной математики.

Были изучены древнерусские «вавилоны».

Было исследовано построение аркатурного пояса.

В качестве примера аркатурного пояса была рассмотрена Успенская Елецкая церковь XII в.

## 1. Русская архитектура

### 1.1. Архитектура.

**Архитектура** – (лат. *architectura* от др.-греч. ἀρχι — старший, главный и τέκτων — строитель, плотник) — комплекс знаний о художественно-пространственном проектировании зданий и сооружений. В современном понимании архитектура является разновидностью дизайна, в области проектирования помещений, комплексов помещений, зданий, сооружений, комплексов зданий и сооружений, а так же населенных пунктов и комплексов населенных пунктов, основным предназначением которых является обеспечение различных потребностей человек.

С развитием цивилизации происходило и развитие архитектуры. Каждый этап развития человеческой цивилизации имеет свой характерный архитектурный стиль, который символизирует конкретный исторический период, его основные черты, идеологию и характер.

**Архитектурный стиль** — это совокупность основных черт и признаков архитектуры определённого времени и места, проявляющихся в особенностях её функциональной, конструктивной и художественной сторон (приёмы построения планов и объёмов композиций зданий, строительные материалы и конструкции, формы и отделка фасадов, декоративное оформление интерьеров).

### 1.2. Древнерусская архитектура.

История Древнерусского зодчества насчитывает семь веков (X–XVII в.). Даже простое перечисление всех периодов развития Древнерусского зодчества является огромной исследовательской работой. Настолько сложен и многообразен был этот путь.

Архитектура Киева и Чернигова, архитектура Новгорода Великого и Пскова, Смоленска и Полоцка. Самостоятельная и очень яркая Владимиро-Суздальская архитектура сложилась в Северо-Восточной части Руси, в Залесской земле. К концу XII в. на Руси слагается несколько архитектурных

направлений, хотя общие принципы на всей территории Руси были одинаковы. В XIII в. Владимиро-Суздальская школа разделилась на две самостоятельные, одна строила в Суздале, Нижнем Новгороде и Юрьеве-Польском, другая – во Владимире, Ростове и Ярославле. И, наконец, эпоха централизованного Русского государства, в XV - XVI веках объединившая отдельные русские земли вокруг Москвы. Процесс объединения русских земель вокруг Москвы, складывание единого русского государства, повлияли на формирование общерусской архитектурной традиции. Архитектуре XVII века были присущи сложность и живописность композиций, разнообразие и насыщенность архитектурными деталями.

Среди произведений Древнерусской архитектуры нет копий с иноземных зданий, нет механического подражания архитектуре соседних стран.

### **1.3. Связь геометрии и архитектуры.**

Ни один из видов искусств так тесно не связан с геометрией как архитектура. Архитектурные произведения живут в пространстве, являются его частью, вписываясь в определенные геометрические формы. Кроме того, они состоят из отдельных деталей, каждая из которых также строится на базе определенного геометрического тела. Часто геометрические формы являются комбинациями различных геометрических тел. Кроме того, форма любого архитектурного сооружения имеет своей моделью определенную геометрическую фигуру. Математик бы сказал, что данное сооружение «вписывается» в геометрическую фигуру.

Рассмотрим наиболее интересные архитектурные сооружения и геометрические тела, лежащие в их основе, а также геометрические преобразования.

**Пирамида.** Египетские пирамиды - фантастические фигуры из камня, устремленные к Солнцу. Своими громадными размерами, совершенством геометрической формы они поражают воображение. Недаром эти творения

рук человеческих считали одним из чудес света. Такая конструкция — одна из самых устойчивых.

**Конус.** Очень часто конус используют в основе крыш домов. Особенно хорошо это видно в средневековых крепостях. Над крепостными стенами возвышаются круглые башни. Они покрыты коническими крышами, которые напоминают воронки, перевернутые острым концом вверх.

В архитектуре используются почти все геометрические фигуры. Выбор использования той или иной фигуры в архитектурном сооружении зависит от множества факторов: эстетичного внешнего вида здания, его прочности, удобства в эксплуатации и т. д. Каждая геометрическая фигура обладает уникальным, с точки зрения архитектуры, набором свойств. А каждое архитектурное сооружение должно быть прочным, безопасным и долговечным.

## 2. Архитектурная математика древнерусских зодчих

Постройки древнерусских зодчих до сих пор восхищают продуманной соразмерностью, удивительной гармонией своих частей, строгой логикой архитектурного замысла.

Методы архитектурных расчетов XI-XIII вв. нам почти неизвестны. Подходя к их раскрытию с нашей современной меркой, рассматривая древнюю архитектуру с точки зрения эвклидовой геометрии, мы можем открыть и математически обосновать заключенные в ней пропорциональные соотношения.

Однако у нас нет никакой уверенности в том, что и древнерусские зодчие шли в своих расчетах тем же путем, отправляясь от теоретических безукоризненных положений великого греческого геометра. Наоборот, свидетельства средневековых математиков говорят о применении их современниками приближенных, практически удобных, но теоретически не обоснованных расчетов.

### 2.1. Основы архитектурной математики.

1. В древней Руси с XI по XVII в. существовало семь видов сажень и локтей, бытовавших одновременно. Наблюдения над русской метрологией показали, что очень мелких и дробных делений в древней Руси не применяли, а использовали многообразие мер, применяя «локти»<sup>1</sup> и «пяди»<sup>2</sup> разных систем.

Древнерусские меры длины могут быть сведены в следующую таблицу:

| Виды сажень             | Сажень (в см) | Доли сажень   |                      |                    |                |
|-------------------------|---------------|---------------|----------------------|--------------------|----------------|
|                         |               | $\frac{1}{2}$ | $\frac{1}{4}$ локоть | $\frac{1}{8}$ пядь | $\frac{1}{16}$ |
| Простая, прямая . . .   | 152,76        | 76,38         | 38,18                | 19                 | 9,5            |
| Мерная, маховая . . .   | 176,4         | 88,2          | 44,1                 | 22                 | 11             |
| «Морская» . . . . .     | ≈ 183         | 91,5          | 45,7                 | 22,8               | 11,4           |
| «Трубная» . . . . .     | ≈ 187         | 93,5          | 46,7                 | 23,3               | 11,6           |
| «Сажень без чети» . . . | 197,2         | 98,6          | 49,6                 | 24,8               | 12,4           |
| Косая, казенная . . .   | 216           | 108           | 54                   | 27                 | 13,5           |
| Великая, косая . . . .  | 249,46        | 124,73        | 62,36                | 31,18              | 15,6           |

<sup>1</sup> Локоть — единица измерения длины, не имеющая определённого значения и примерно соответствующая расстоянию от локтевого сустава до конца вытянутого среднего пальца руки.

<sup>2</sup> Пядь — древнерусская мера длины, изначально равная расстоянию между концами растянутых пальцев руки — большого и указательного.

2. Непонятное для нас одновременное пользование разными мерами длины объявляется заложенными в этих мерах при их создании строгими геометрическими соотношениями (рис. 1).

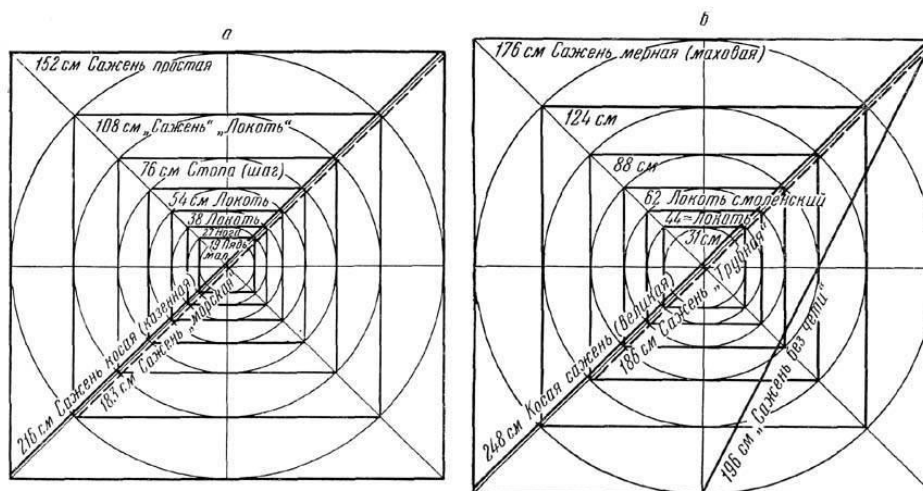
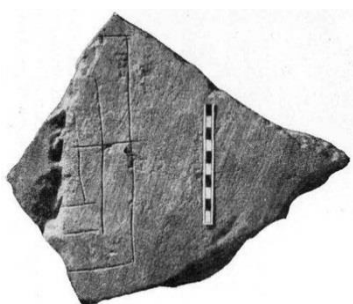


Рис. 1. Графическое изображение русских сажень

## 2.2. Древнерусские «вавилоны».



Вавилоны – извилины, вычурный узор. Среди остатков каменотесной мастерской, созданной в процессе постройки храма была найдена расколота плита розового новороссийского песчаника с начертанным на ней квадратным «вавилоном».

Этот розовый песчаник служил для самых различных частей здания: из него тесались плиты для вымостки пола, устои для алтарной преграды и т.п.

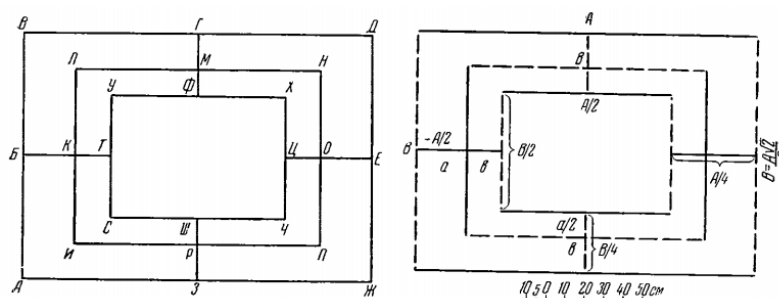


Рис. 2. Прямоугольный "вавилон". Соотношение сторон

Все линии «вавилона» можно подразделить на три группы.

1. Часть линий является долями длинных сторон  $ВД - АЖ$  внешнего прямоугольника:  $ВГ = ГД = \frac{ВД}{2} = АЗ = ЗЖ = \frac{АЖ}{2} = ЛИ = НП = УХ = СЧ$ ;

$$BT = CE = \frac{BD}{2} = \frac{BG}{2} \text{ и т.д.}$$

2. Другие линии представляют собой фракции диагонали квадрата, сторона которого равна  $BD$  или  $AЖ$ :

$$AB = ДЖ = ЛН = ИП = \frac{BD\sqrt{2}}{2} = \frac{AЖ\sqrt{2}}{2};$$

$$CY = ХЧ = \frac{AB}{2} = \frac{ДЖ}{2} = \frac{BD\sqrt{2}}{4} = \frac{AЖ\sqrt{2}}{2};$$

$$ГФ = ШЗ = \frac{AB}{4} = \frac{ДЖ}{4} = \frac{CY}{2} = \frac{ХЦ}{2} = \frac{УФ\sqrt{2}}{2} = \frac{БТ\sqrt{2}}{2} = \frac{УХ\sqrt{2}}{4} = \frac{BD\sqrt{2}}{8} \text{ и т.д.}$$

3. Третья группа самых коротких линий тоже представляет сочетание сторон и диагоналей квадрата; эти линии получены как разность между длинными и короткими сторонами прямоугольников:

$$BK = OE; ГМ = КТ = ЦЦ = \frac{BK\sqrt{2}}{2} = \frac{OE\sqrt{2}}{2};$$

$$ФМ = ШР = \frac{BK}{2} = \frac{OE}{2} = \frac{ГМ\sqrt{2}}{2} \text{ и т.д.}$$

Линии «вавилон» образуют несколько пропорциональных рядов. Вот, например, один из них:  $МФ : МГ = МГ : БК = ГФ : БТ = УС : УХ = АВ : ВД$ .

Современный Абуль-Вафе тмутараканский график из трех вписанных прямоугольников позволяет с очень большой степенью точности (хотя и не всегда теоретически верно) почти моментально решать все подобные задачи, включая и «квадратуру круга».

Рассмотрим несколько примеров, взяв за основу квадрат, сторона которого равна длинной стороне внешнего прямоугольника «вавилон» (А).

1. Удвоение квадрата (рис. 3б):

Сторона удвоенного квадрата равна удвоенной боковой стороне «вавилон» (т. е.  $2 АВ$  или  $2 ДЖ$ ).

2. Построение двух равных квадратов, сумма площадей которых равна площади основного квадрата:

Сторона каждого малого квадрата равна  $AB$  или  $ДЖ$ .

3. Построение трех квадратов на тех же условиях:  
Удвоенная линия  $БЛ$  (или три других, ей соответствующих —  $БИ$ ,  $БН$ ,  $БП$ ) является стороной искомого квадрата.

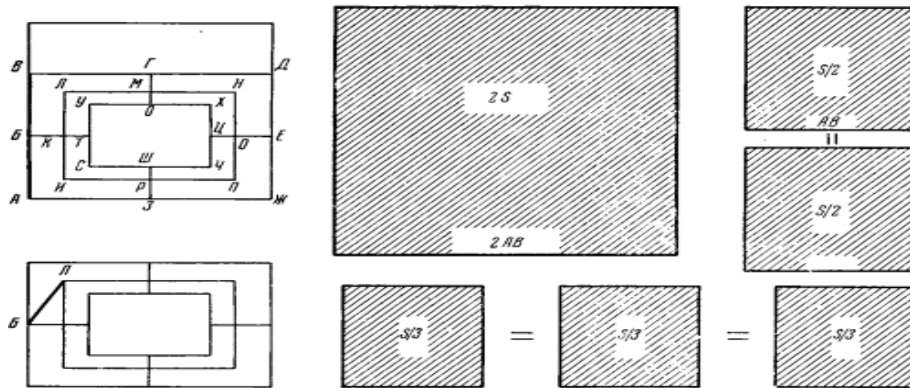


Рис. 3а

4. Построение равностороннего треугольника, равновеликого квадрату: сторона треугольника равна удвоенной линии  $АЧ$ . Высота его будет равна удвоенной линии  $ТН$ .

5. Построение правильного шестиугольника, равновеликого квадрату: Стороной шестиугольника будет больший отрезок стороны квадрата, разделенной в «золотом сечении», т. е. линия  $АЛ$ .

6. Построение квадрата, равновеликого кругу («квadrатура круга»).

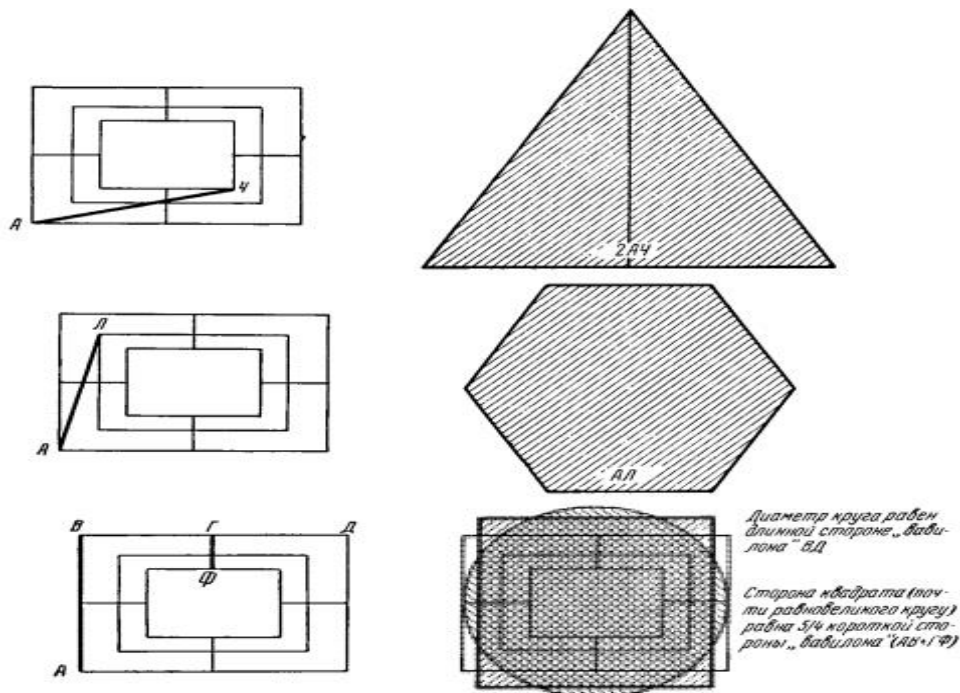


Рис. 36. Построение при помощи "вавилонна"

### 2.3. Аркатурный пояс.

Аркатурный пояс – ряд небольших декоративных арочек, размещённых на поверхности стены.

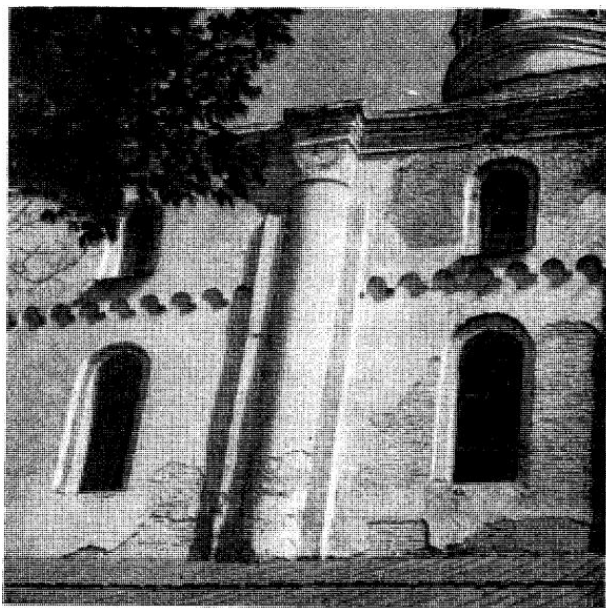


Рис. 4. Аркатурный пояс Успенской Елецкой церкви XII в. в Чернигове

Стены этого стройного здания украшены только пилястрами с полуколоннами и белокаменным аркатурным поясом, расчленявшим стены по горизонтали. Белокаменные арочки опирались на белокаменные консоли, для заполнения арок и их разветвлений применялись керамические вставки в виде полукругов и сферических треугольников (рис. 4 и 6).

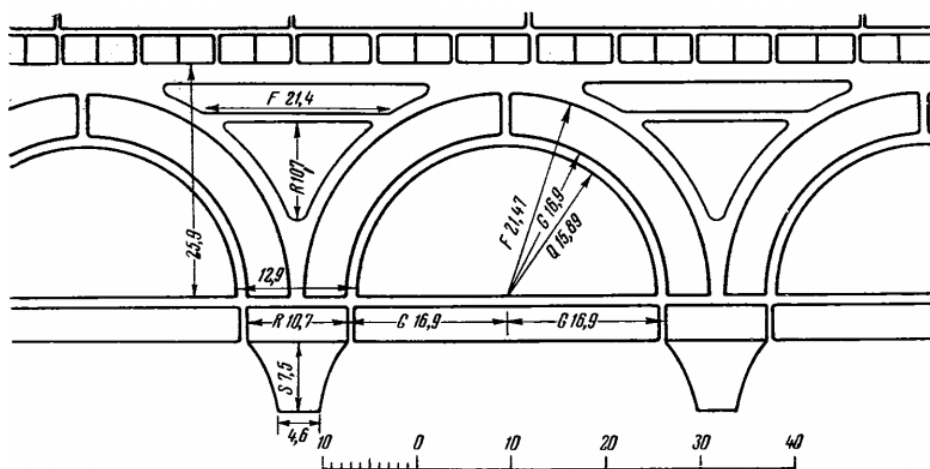


Рис. 5. Построение аркатурного пояса при помощи расчетного чертежа

Весь аркатурный пояс представляет собой продуманное гармоничное украшение здания, пронизанное соотношениями «золотого сечения».

Линия  $Q$ , отмеченная на чертеже полукругом, оказывается равной радиусу керамического полукружия <sup>1</sup>. Внутренний радиус арки равен линии  $G$ , а внешний радиус – линии  $F$ .

Консоли – детали типа поддерживающей конструкции, построены при помощи линий  $R$  и  $S$  и расстояний между линиями  $F - N$  и  $R - S$ .

Расстояние от консолей до поребрика <sup>2</sup> равно стороне «вавиллона» ( $2N$ ).

Фриз <sup>3</sup> из кирпичей построен при помощи линии  $S$  и расстояния  $RS$ .

Расстояние между двумя полукружьями равно линии  $N$ ; между консолями –  $2G$ .

Для всего собора нужно было около 200 керамических полукружий, 200 белокаменных блоков (дуги по  $90^\circ$ ) для арок и т.д.

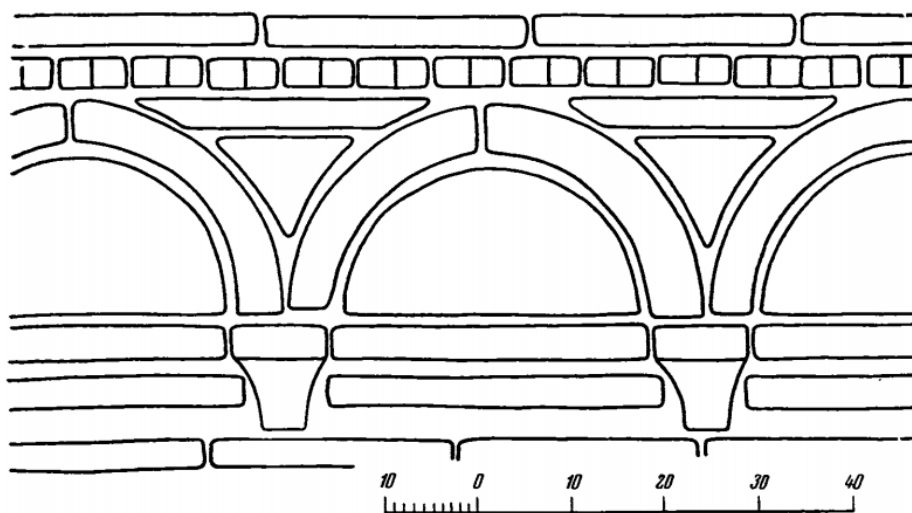


Рис. 6. Аркатурный пояс Успенской Елецкой церкви. Обмерные данные

Учитывая особенности средневекового математического мышления, попытаемся проникнуть в методику архитектурных расчётов.

<sup>1</sup> Полукружье – криволинейное перекрытие проема в стене.

<sup>2</sup> Пореврик – тип орнаментальной кирпичной кладки, в которой ряд кирпичей укладывается под углом к поверхности стены (ребром наружу).

<sup>3</sup> Фриз – декоративная композиция в виде горизонтальной полосы или ленты, увенчивающей или обрамляющей ту или иную часть архитектурного сооружения.

Приступая к этому, мы должны помнить, что древнерусский зодчий был не только художник, но и строителем-практиком, которому приходилось переводить свои художественные замыслы на язык, понятный всем исполнителям. Ещё до начала земляных работ нужно было заказать определенное количество кирпичей определенной форматов, нужно было учить, сколько кирпичей и какой именно ляжет в той или иной стене или пилястре <sup>1</sup>. Создав в своем воображении (а может быть, нарисовав, вылепив из воска или глины) общий вид сооружения, обдумав пропорции его частей, зодчий должен был подчинить все размеры, от общих габаритов до размера строительных материалов, какой-то единой системе.

Вероятно, поэтому мы встречаем в древней Руси кирпичи и декоративные плитки таких форматов, которые получают объяснение только при знакомстве с малыми «вавилонами» - вычурными узорами (обычно в виде разного рода извилин, ломаных и волнистых линий и т.п.), производными от трёх осн. видов саженой (мерной, прямой или косой) <sup>2</sup>.

Важным моментом в работе зодчего было производств «очертания» т.е. плана, чертившегося непосредственно на земле, на выровненной «долине» <sup>3</sup>.

Возьмем в качестве примера ту самую Успенскую церковь Елецкого монастыря, относительно аркатурного пояса которой нам уже стало известно, что он рассчитывался при помощи «вавилона» - отборочного рабочего графика.

Весь процесс разбивки плана-«очертания» можно представить себе так (рис. 7а, 7б, 8).

---

<sup>1</sup> Пилястр - плоский вертикальный выступ прямоугольного сечения на поверхности стены или столба.

<sup>2</sup> Так, например, майоликовые плитки Белгорода были изготовлены при помощи такого же «вавилона», каким пользовались при создании рязанского аркатурного пояса.

<sup>3</sup> Глагол «чертить» в древности означал «бороздить землю». Отсюда «чертадло» (чересло) – плужный нож, «черта» - борозда и т.д.



3. Свой художественный замысел и заранее продуманные соотношения частей здания зодчий в процессе практической работы переводил на язык общедоступных сажень и локтей, делая замысел понятным всем своим помощникам.

После вычерчивания на земле «вавилона», очевидно, определялись в натуре же общие габариты здания (рис. 7а).

В Елецкой церкви это было сделано так:

а) от «вавилона» на восток было отсчитано ровно 6 мерных сажень до крайнего выступа средней апсиды <sup>1</sup>;

б) на север и на юг было отложено по 3 косых сажени – это определило внешние линии стен;

в) от «вавилона» (на этот раз от его западной линии *АЖ*) на запад отсчитано 5 прямых сажень до стены, отделяющей нартекс <sup>2</sup>;

г) далее на запад отложено ещё 3 косых сажени, что дало внешнюю линию западного фасада.

4. Построение подкупольного прямоугольника производилось при помощи линий «вавилона» *БЧ* и *ЕС*. Из точек *Б* и *С* радиусом, равным указанным линиям (длина их – 5 м 70 см) отмерено расстояние на продолжение коротких сторон «вавилона».

5. Подкупольные столбы имели в основе квадрат со стороной в прямую сажень и выступы, равные  $\frac{1}{4}$  этой сажени (локоть в 38 см). В ширину столбов были проведены полосы вдоль здания и поперек, чтобы отметить ширину др. столбов и пилястр.

6. Ширина боковых нефов <sup>3</sup> и толщина северной и южной стены определялись так:

---

<sup>1</sup> Апсида – примыкающий к основному объёму пониженный выступ здания, полукруглый, гранёный, прямоугольный или усложнённый в плане, перекрытый полукуполом (конхой) или сомкнутый полусводом.

<sup>2</sup> Нартекс – притвор, помещение с западной стороны христианских храмов, предназначавшееся для лиц, не имевших права присутствовать на богослужении.

<sup>3</sup> Неф – вытянутое помещение, часть интерьера (обычно в зданиях типа базилики), ограниченное с одной или с обеих продольных сторон рядом колонн или столбов, отделяющих его от соседних нефов.

а) от северной грани северного столба (и от южной грани южного) отсчитывались 2 мерные сажени – это и была ширина нефов, середина каждого нефа определялась очень удобно – на сажень от стены;

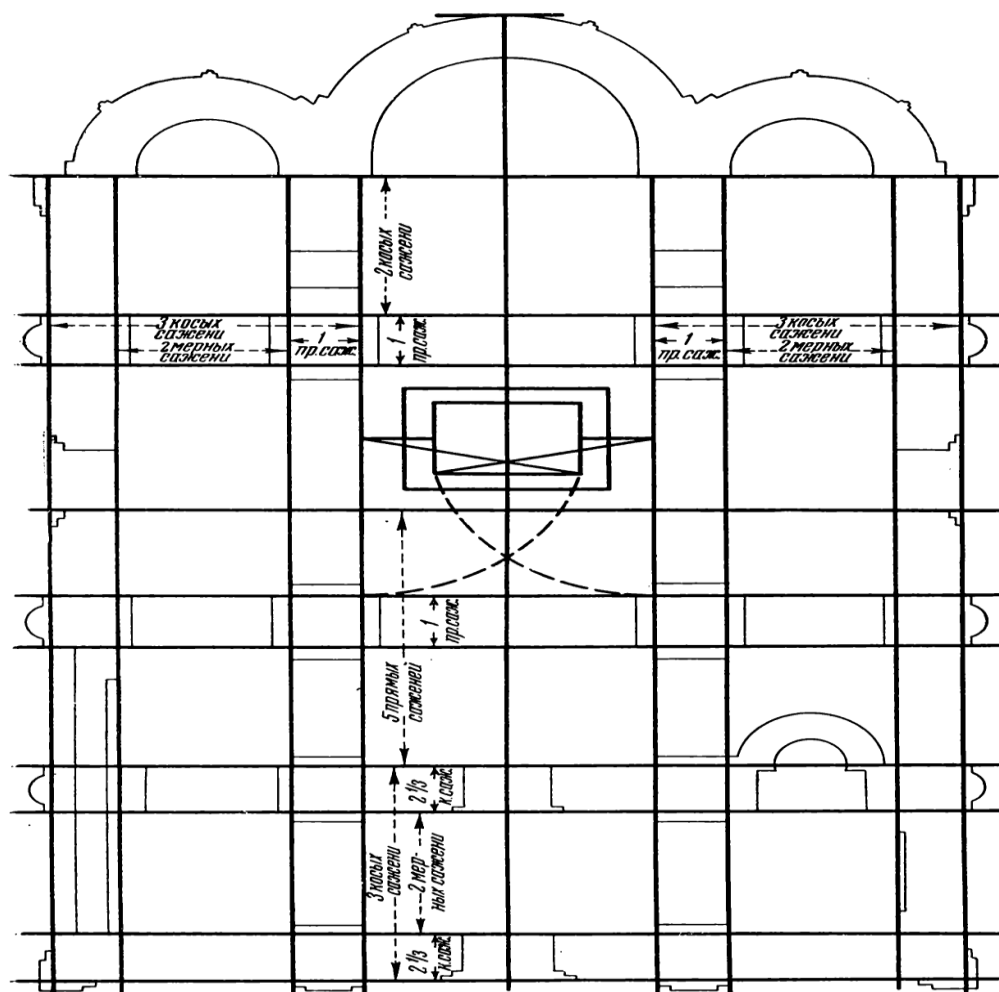


Рис. 76. Предполагаемая последовательность разбивки плана - "очертания" Успенской Елецкой церкви (построение опорных столбов стен, нефов и нартекса)

б) толщина стены определялась разностью: из трёх косых сажений нужно вычесть ширину нефа и ширину столба – получается 143 см ( $\frac{7}{8}$  прямой сажени), эта толщина сохраняется для всех внешних стен и для стены нартекса.

7. Средняя апсида строилась при помощи трехцентровых дуг. Центр апсида определялся засечками от восточных углов «вавиллона» радиусом в  $4\frac{1}{2}$  прямых сажений (рис. 8).

Через полученный центр прочерчивались продолжения линий засечек и из этого центра чертилась та часть дуги апсиды, которая умещалась между продолженными линиями. Радиус внешней дуги  $2\frac{1}{2}$  мерных сажени, а

внутренней – 2 прямых сажени. Для вычерчивания боковых ветвей этих дуг применялись два вспомогательных центра (рис. 8).

8. Центры боковых апсид определялись тоже засечками; радиус – 3 прямых сажени. Так же применялся дополнительный центр (рис. 8).

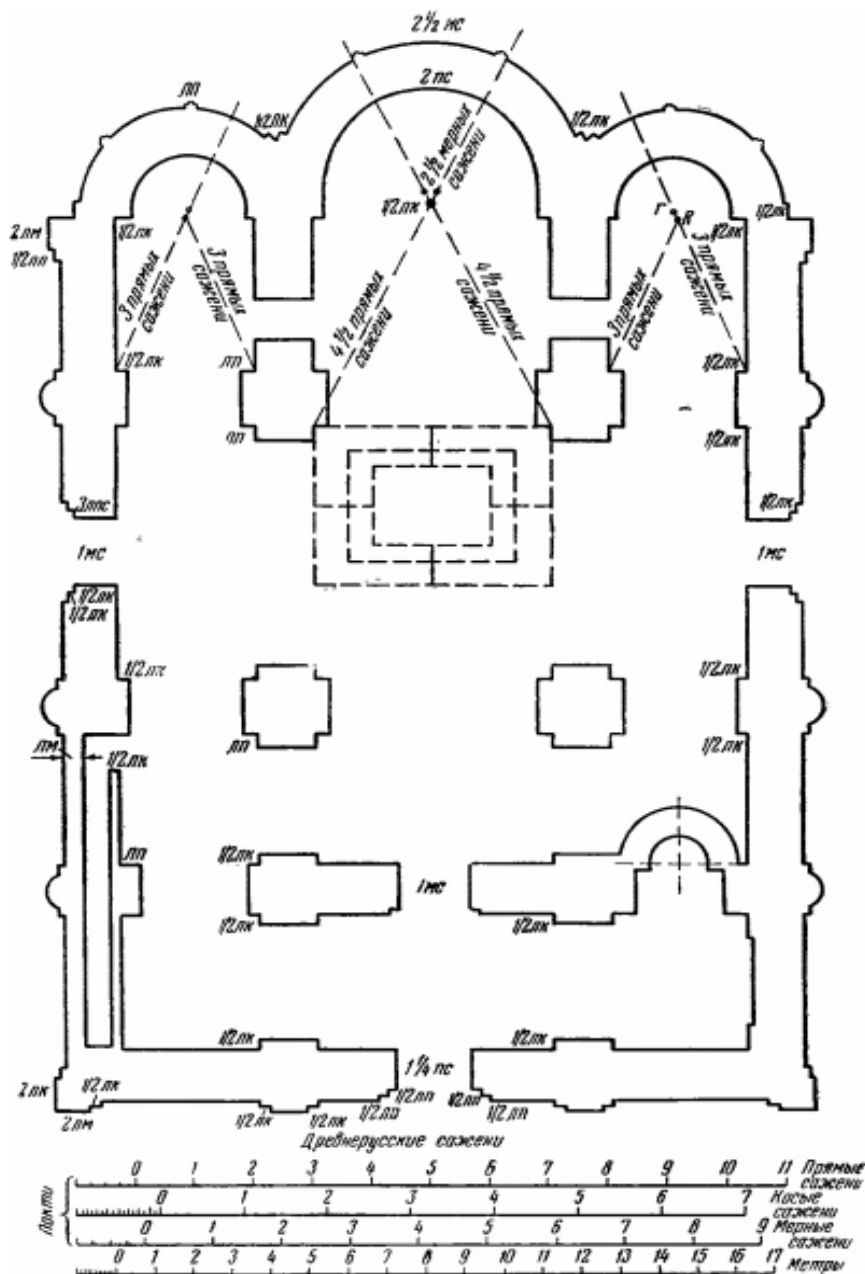


**Рис. 8. План-реконструкция Успенской Елецкой церкви**

9. Алтарное пространство до апсиды равно (но не очень точно) двум косым сажениям.

10. Крещальня построена как миниатюрная церковка; ее алтарное пространство в ширину 1 косой сажени, а в глубину 2  $\frac{1}{2}$  локтям (54 см). Радиусы – 1 прямая сажень и  $\frac{1}{2}$  прямая сажени.

11. Пилястры с полуколоннами на внешних стенах построены так: радиус полуколонны – локоть в 44 см. Угловые плоские пилястры на юге и на севере равны  $\frac{1}{2}$  косой сажени, а на западном фасаде –  $\frac{1}{2}$  мерной сажени.

12. Северный и южный порталы – 1 мерная сажень. Западный портал – 1 прямая сажень 1 локоть (рис. 8 и 9).

13. Вычерченный на основе перечисленных выше данных план церкви полностью совпадает с подлинным обмерным планом, что позволяет считать расшифровку метода зодчего правильной <sup>1</sup> (рис. 8 и 9).

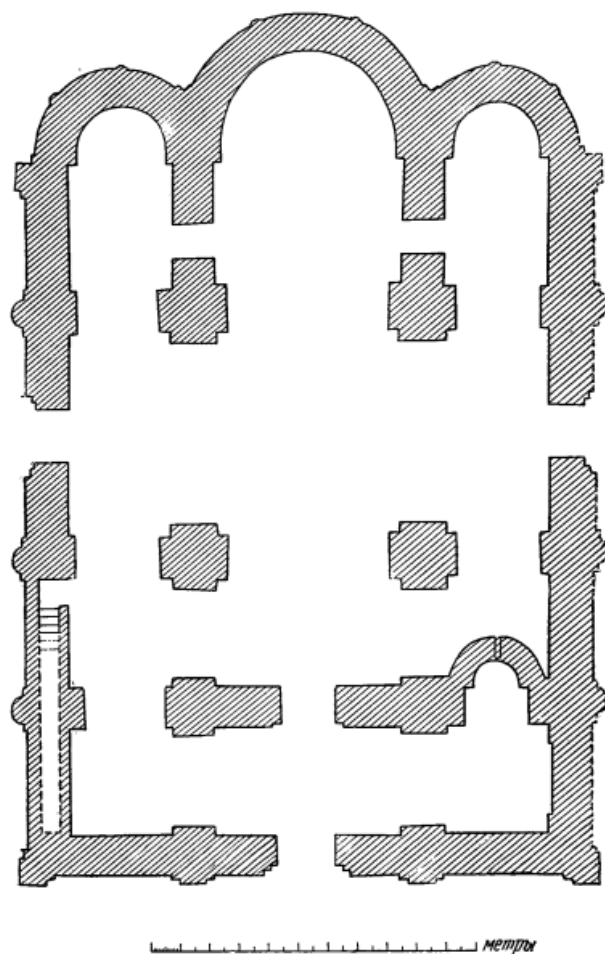


Рис. 9. Подлинный обмерный план той же церкви

«Вавилон» был ядром плана, от него велись все первоначальные отсчеты, его линии определяли подкупольный прямоугольник, на продолжении западной стороны его находилась линия порталов. Но все дальнейшие работы велись зодчим при помощи мерных прутьев, ходовых русских мер длины (в которых был построен и «вавилон»).

<sup>1</sup> Пользование геометрическими соотношениями в их наиболее удобной форме – в форме мер длины – прослеживается и на ряде других архитектурных памятников. Елецкая церковь разобрана здесь лишь как наиболее четкий пример.

## **Заключение**

В ходе курсовой работы была изучена и рассмотрена связь геометрии и русской архитектуры.

Архитектура — удивительная область человеческой деятельности. В ней тесно переплетены и строго уравновешены наука, техника и искусство. Только соразмерное, гармоническое единство этих начал делает возводимое человеком сооружение памятником архитектуры, неподвластным времени.

Самым тесным образом геометрия связана с архитектурой. Разнообразные геометрические формы, пропорции и законы симметрии в определенной мере задают внутреннюю красоту архитектурной формы.

## Список литературы

1. Б.А. Рыбаков «Архитектурная математика».
2. <https://architectstyle.livejournal.com/12640.html>
3. <https://school-science.ru/3/7/31866>
4. <https://yandex.ru/tutor/search/docs>
5. <https://archi.ru/lib/publication.html?id=1850569495>
6. <https://ru.wikipedia.org/wiki/Пядь>
7. <http://ru-sled.ru/drevnerusskie-vavilony-na-tamani/>