

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

**«Построение индивидуальных образовательных траекторий на основе
структурирования задачного материала»**

Студент

(подпись, дата)

Байлыев Довлет
(ФИО полностью)

Руководитель

(подпись, дата)

Родионов М.А.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

(подпись, дата)

Сурина О.П.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 15.06.2020 № 10)

Заведующий кафедрой

(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 9.07.2020 № 11)

Секретарь ГЭК

(подпись, дата)

Сурина О.П.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2020

Содержание

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1 ПРОБЛЕМА ПОСТРОЕНИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ НА ОСНОВЕ РЕАЛИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ.....	5
1.1 Сущность и структура личностно – ориентированного обучения	5
1.2 Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации личностно – ориентированного обучения.....	15
1.3 Возможность реализации ИОТ на основе конструирования задачного материала	21
ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ИОТ НА ОСНОВЕ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧНОГО МАТЕРИАЛА.....	26
2.1 Прием обращения задач	26
2.2 Прием обобщения задачи.....	32
2.3 Прием замены части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения.....	38
2.4 Прием составления задач по заданным чертежам.....	42
2.5 Прием переформулировки задачи.....	46
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	53
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	54
ПРИЛОЖЕНИЕ	56

ВВЕДЕНИЕ

В ФГОС нового поколения на передний план выходят развитие личностного потенциала ученика, обеспечение индивидуальной образовательной среды. Средством такого перехода к личностно-ориентированному образованию может служить индивидуальная образовательная траектория.

Понятие «индивидуальная образовательная траектория» рассмотрено в работах таких авторов как Г.А. Бордовский, С.А. Вдовина, Е.А. Климов, В.С. Мерлин, Н.Н. Суртаева, И.С. Якиманская и др.).

Необходимо выполнять переход от единообразной, усредненной формы обучения каждого учащегося, индивидуализация и дифференциация не должны носить разовый, фрагментарный характер. Коллективная форма обучения сменяется индивидуальной, усиливается мотивация обучаемого за счет индивидуального освоения образовательной программы, применения дифференцированной оценки, построения индивидуального образовательного маршрута.

Придерживаясь данного подхода, мы приходим к необходимости использования в образовательном процессе индивидуальных образовательных траекторий, которые дадут возможность произвести качественное изменение процесса обучения математике в средней школе. Но встает вопрос, какие же пути и средства следует использовать при организации обучения математике на основе индивидуальных образовательных траекторий (ИОТ) для того чтобы все перечисленные положительные моменты были реализованы.

К таким средствам можно отнести реализацию ИОТ на основе конструирования задачного материала.

Актуальность данного исследования обусловлена потребностью поиска новых подходов (в соответствии с новыми стандартами) к постановке математического образования школьников средних школ.

Цель выпускной квалификационной работы состоит в разработке методического аппарата, позволяющего реализовывать индивидуальные образовательные траектории (ИОТ) учащихся на основе конструирования задачного материала.

Для реализации цели исследования необходимо решить следующие **задачи**:

1. Проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу, выяснить объем и содержание понятий «индивидуальная образовательная траектория», «конструирование» и др.
2. Изучить возможность использования индивидуальных образовательных траекторий как средства реализации личностно-ориентированного обучения.
3. Проанализировать возможность реализации ИОТ учащихся на основе конструирования задачного материала.
4. Разработать методический аппарат, позволяющий реализовывать индивидуальные образовательные траектории (ИОТ) учащихся на основе конструирования задачного материала.

Для решения поставленных задач применялись следующие методы: анализ литературы, учебных пособий, наблюдение за ходом учебного процесса, анкетирование, анализ и обобщение педагогического опыта.

Практическая значимость состоит в том, что результаты исследования могут быть использованы в практике обучения математике в средней школе.

ГЛАВА 1 ПРОБЛЕМА ПОСТРОЕНИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ НА ОСНОВЕ РЕАЛИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

1.1 Сущность и структура личностно – ориентированного обучения

На сегодняшний момент отмечается активное развитие современной дидактики, педагогическая наука пополняется новыми концепциями, подходами, технологиями обучения, отражающими запросы меняющегося общества и практические разработки в образовании. Основу современных дидактических систем составляют объективные закономерности. Целью такого развития является преодоление односторонних подходов к пониманию и анализу процесса обучения. Анализ большего числа современных технологий обучения показывает, что каждая из технологий не существует обособленно, в чистом виде, а имеется включение элементов одной технологии в другую. При этом сохраняется требование наличия у технологии воспитывающего, развивающего характера обучения и активность объекта научения.

Если рассматривать различные дидактические системы, то каждая предполагает в итоге определенный вид обучения со своими особенностями и соответствующей технологией. Как известно, вид обучения – это «общий способ организации учебно-воспитательного процесса. Вид обучения определяется на основе анализа главных его структурных компонентов: характера деятельности учителя; особенностей обучения учеников; специфики применения знаний на практике и др.». Если брать за основу данный критерий, то можно выделить несколько видов обучения:

- развивающее,
- проблемное,
- программированное,
- проектное,
- интерактивное,
- личностно-ориентированное и др.

Предметом нашего исследования будет являться личностно-ориентированное обучения. Оно предполагает необходимость индивидуализации и дифференциации обучения, ориентации на личность ученика, его интеллектуальное и нравственное развитие, развитие целостной личности, а не отдельных качеств.

Отметим основные позиции личностно-ориентированного обучения (рис.1).

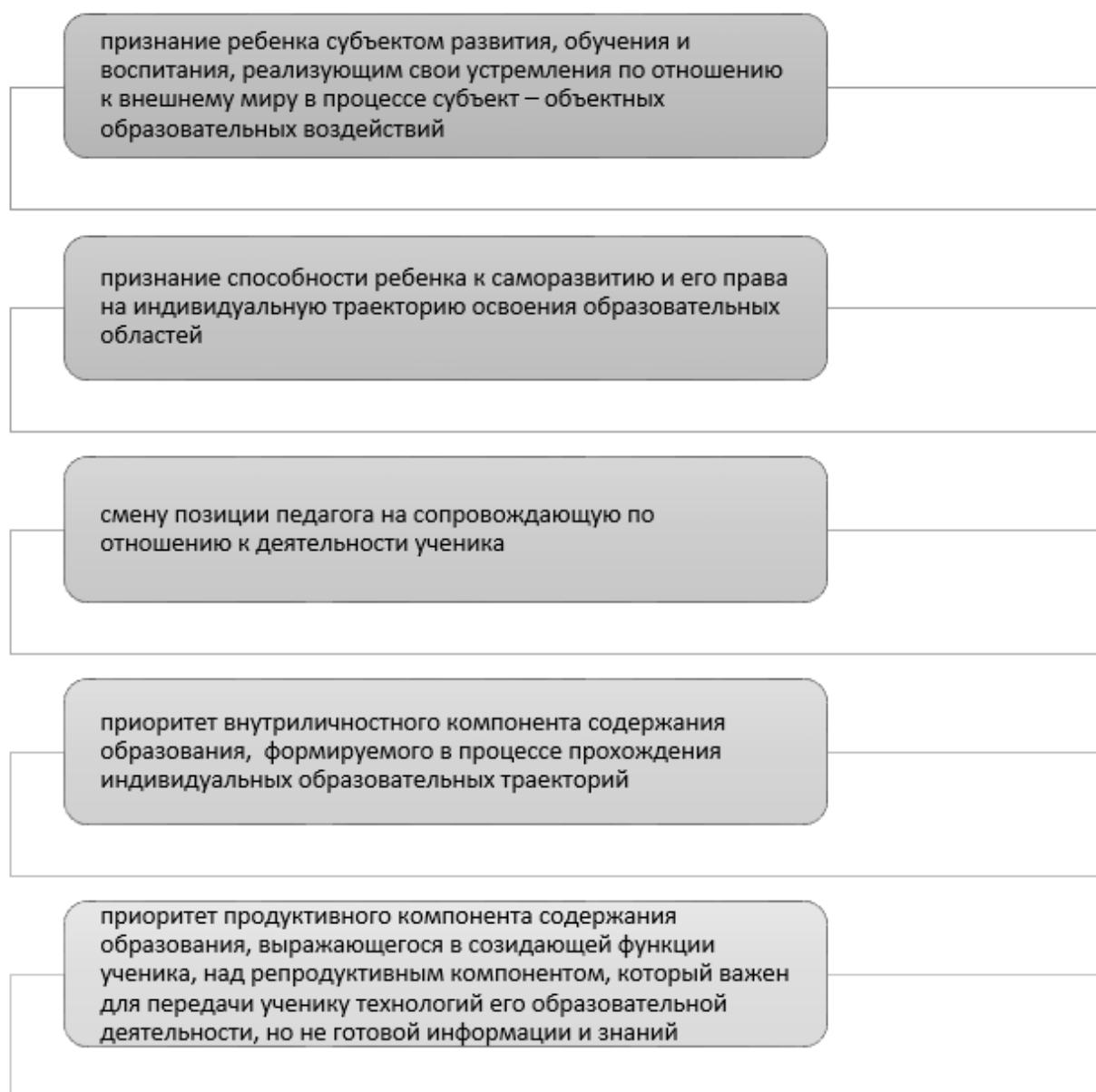


Рис.1. Основные принципы личностно-ориентированного обучения

Если говорить о личностно-ориентированном обучении, то при его реализации на ведущую позицию выходит индивидуализация обучения, то

есть процесс раскрытия индивидуальности человека в специально организованной учебной деятельности. Можно определить индивидуализацию как осуществление принципа индивидуального подхода, то есть такую организацию учебного процесса, когда осуществляется учет индивидуальных особенностей учащихся, позволяющий создать оптимальные условия для реализации потенциальных возможностей каждого ученика. В любом случае, индивидуализация обучения будет иметь направленность на преодоление противоречий между уровнем учебной деятельности, который задают программы и реальные возможности каждого ученика.

Если говорить о необходимости учета выше названных индивидуальных особенностей учащихся, то несомненно встанет вопрос об организационном воплощении. Так как современная школа все еще предполагает классно-урочную систему, при которой один учитель в классе одновременно ведет занятия с большим классом учащихся.

Для решения данной проблемы и в отечественной, и в зарубежной методической литературе предлагается несколько вариантов. Один из них видится в использовании дифференцированного обучения, т.е. разбиение учащихся на группы на основе их отдельных особенностей или комплексов этих особенностей для обучения по несколько различным учебным планам и (или) программам. Так создаются относительно гомогенные классы (группы, школы).

В итоге реализация индивидуализации обучения будет осуществляться за счет дифференцированного учебного материала, в котором присутствуют системы заданий различного уровня, а также наличие системы мероприятий по организации процесса обучения в конкретных учебных группах, с учетом индивидуальных особенностей каждого учащегося.

Основная цель осуществление индивидуализации и дифференциации в обучении заключается не столько в обеспечении необходимого минимума в усвоении знаний, умений и навыков, сколько в обеспечении максимально

возможной глубины в овладении материалом, надлежащего развития способностей каждого ученика, наибольших сдвигов в развитии каждого ребёнка, а также сохранение и дальнейшее развитие индивидуальности ребёнка, воспитание такого человека, который представлял бы собой неповторимую уникальную личность.

При анализе современной отечественной психолого-педагогической и методической литературы можно отметить, что данная проблема отражена достаточно широко. Можно отметить работы таких авторов как: И. С. Якиманская, В. В. Сериков, Н. А. Алексеев, В. А. Петровский, Г. А. Цукерман, С. А. Смирнов и других.

В работах В.В. Серикова можно выделить три главных направления в разнообразии трактовок личностно-ориентированного подхода (рис.2).

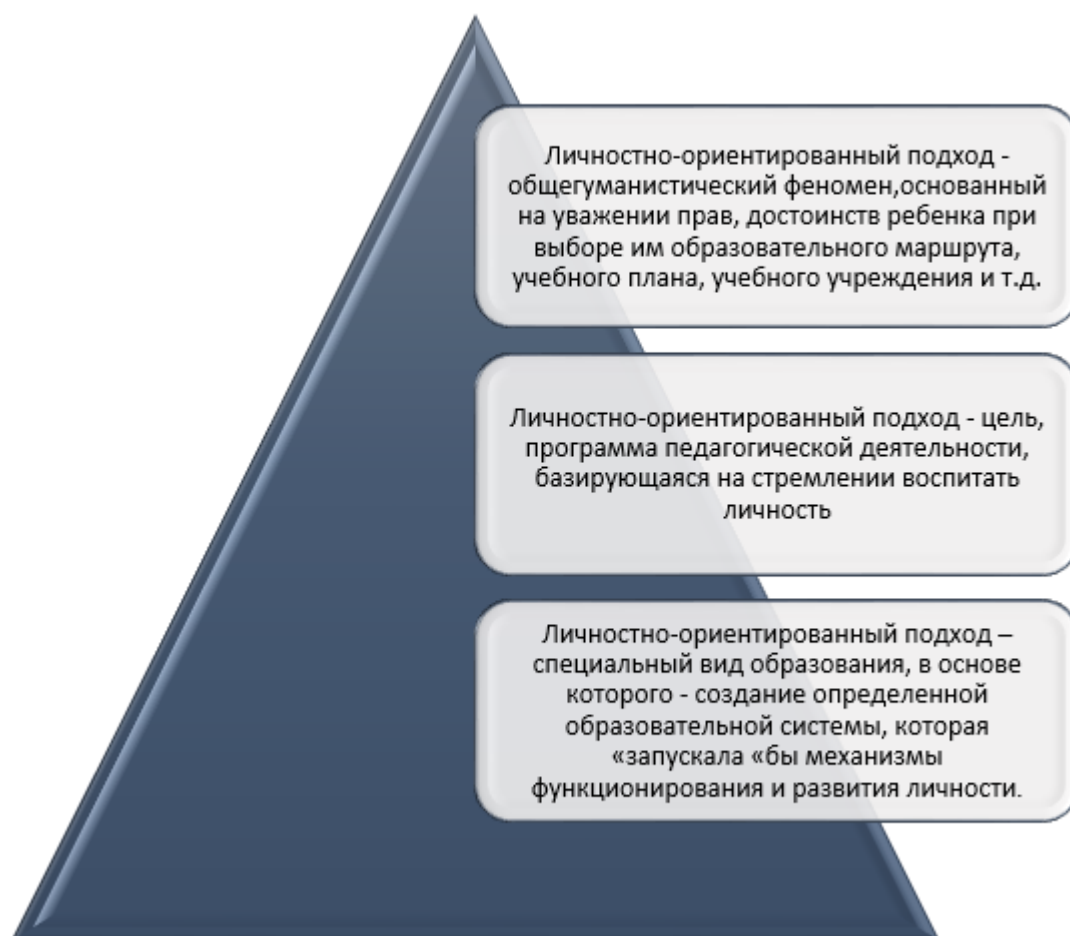


Рис.2. Три направления трактовок личностно-ориентированного подхода

Так в основу личностно-ориентированного подхода к обучению В.В. Сериков положил теорию личности С.Л. Рубинштейна, согласно которой сущность личности проявляется в ее способности занимать определенную позицию. Обучение, ориентированное на личность, достигает своей цели только тогда, когда создает условия для полноценного проявления и развития личностных функций субъектов обучения. Главным условием проявления личностных способностей в процессе В.В. Сериков считает создание личностно-ориентированной ситуации (учебной, познавательной, жизненной), в которой востребуется проявление личностных функций учащихся [12-13].

Труды И.С. Якиманской легли в основу большинства современных реализаций личностно-ориентированного подхода. Автор в основу реализации лично-ориентированного подхода выдвигает принцип субъектности в соответствие, с которым автор указывает на возможность возникновения внутренних механизмов развития личности, создаваемых самим учеником в процессе учения и самостоятельной познавательной деятельности [17].

И.С. Якиманской сформулированы принципы, отражающие ее трактовку личностно-ориентированного образования (рис.3).

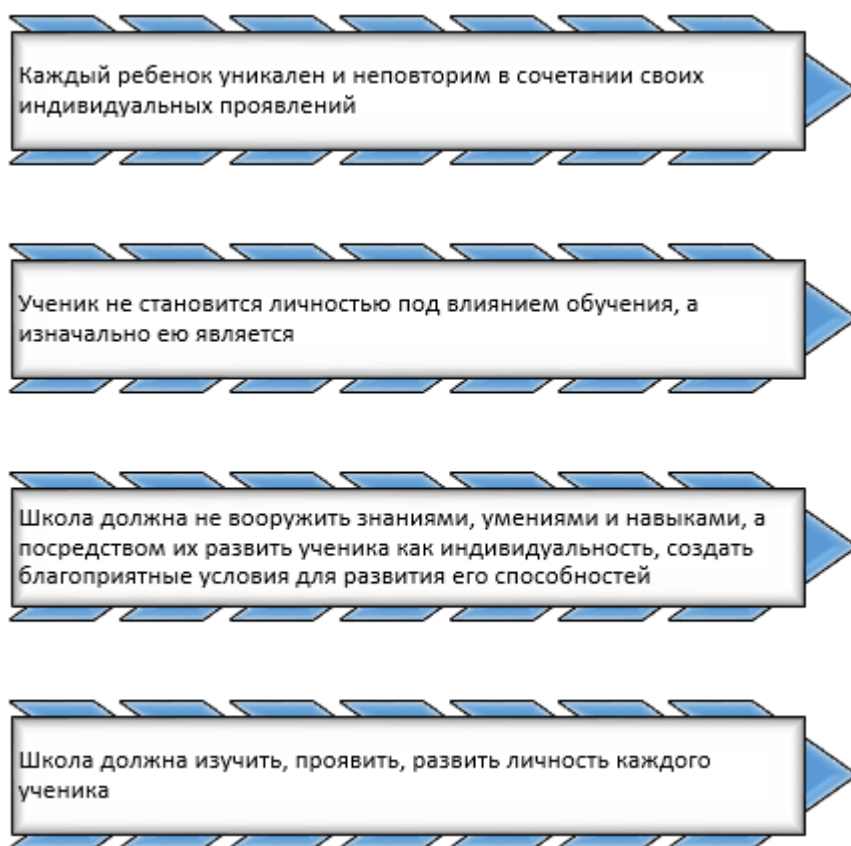


Рис.3. Принципы концепции И.С. Якиманской

В исследованиях автора подчеркивается, что, понятие «личностно-ориентированное обучение» не тождественно понятию «развивающее обучение», так как суть любого обучения является развитие, но не всякое обучение при этом личностно ориентировано. Конечно же, личностно-ориентированное обучение является по своей сути развивающим обучением, но средства развития личности иные. И.С. Якиманская предполагает реализацию личностно-ориентированного подхода в обучении через субъектный опыт учащегося, что не так важно в развивающем обучении. Работа с субъектным опытом является центральной составной частью в концепции ученого. В результате учебные программы, реализующие личностно-ориентированное обучение, должны инициировать субъектный опыт учащегося, ориентация должна идти на использование разных способов учебной работы. Должно измениться направление движения обучения: не от педагогических воздействий к ученику, а от ученика – к условиям его обучения [6].

В итоге при анализе различных исследований по проблеме личностно-ориентированного обучения, можно сделать вывод, что данный подход ориентирован в большей степени на удовлетворение потребностей и интересов в большей мере ученика, а не на реализацию обще принятых программ. Также стоит отметить, что основной задачей педагога становится формирование у учащегося уникальных личностных качеств, которые будут способствовать преобразованию субъектно-субъектных отношений между педагогом и их воспитанниками. При применении данной концепции необходимо перераспределение субъектных полномочий в учебно-воспитательном процессе, способствующее преобразованию субъектно-субъектных отношений между педагогом и их воспитанниками.

Основные ключевые элемента, используемые при построении личностно-ориентированного обучения, представлены в таблице 1.

Таблица 1

Основные элементы построения личностно-ориентированного
обучения

Элемент	Описание
Индивидуальность	Представляет собой неповторимое своеобразие человека или группы, уникальное сочетание в них единичных, особенных и общих черт, отличающее их от других индивидов и человеческих общностей
Личность	Представляет собой постоянно изменяющееся системное качество, проявляющееся как устойчивая совокупность свойств индивида и характеризующее социальную сущность человека
Самоактуализированная личность	Человек, осознанно и активно реализующий стремление стать самим собой, наиболее полно раскрыть свои возможности и способности
Самовыражение	Можно охарактеризовать как процесс и результат развития и проявления индивидом присущих ему

	качеств и способностей
Субъект	Представляет собой индивид или группу, обладающие осознанной и творческой активностью и свободой в познании и преобразовании себя и окружающей действительности;
Субъектность	Качество отдельного человека или группы, отражающее способность быть индивидуальным или групповым субъектом и выражающееся мерой обладания активностью и свободой в выборе и осуществлении деятельности
Я - концепция	Может быть истолкована как осознаваемая и переживаемая человеком система представлений о самом себе, на основе которой он строит свою жизнедеятельность, взаимодействие с другими людьми, отношения к себе и окружающим;
Выбор	Может быть определен как осуществление человеком или группой возможности избрать из некоторой совокупности наиболее предпочтительный вариант для проявления своей активности
Педагогическая поддержка	Деятельность педагогов по оказанию превентивной и оперативной помощи детям в решении их индивидуальных проблем, связанных с физическим и психическим здоровьем, общением, успешным продвижением в обучении, жизненным и профессиональным самоопределением

В основе построения личностно-ориентированного обучения лежат следующие принципы, представленные на рисунке 4.

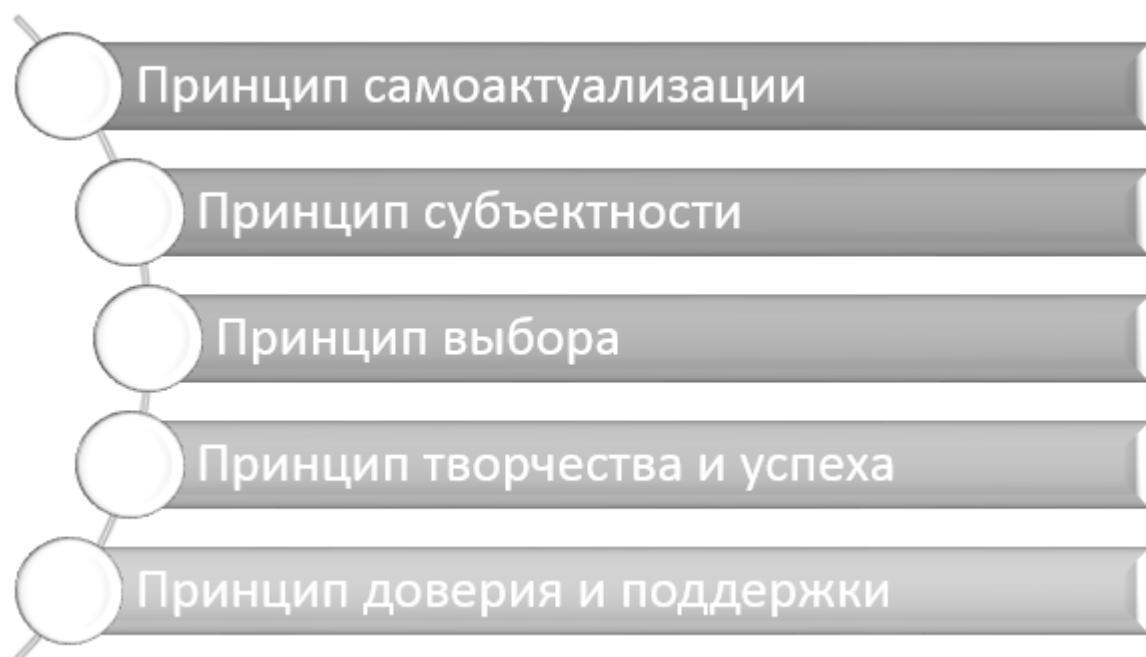


Рис.4. Основные принципы личностно-ориентированного обучения
Расшифровка принципов представлена ниже (таблица 2).

Таблица 2

Основные принципы	
Принцип	Трактовка
Принцип самоактуализации	Может быть представлен так же как принцип индивидуальности. Создание условий для формирования индивидуальности личности учащегося и педагога – вот главная задача образовательного учреждения. Необходимо не только учитывать индивидуальные особенности ребенка или взрослого, но и всячески содействовать их дальнейшему развитию. Каждый член школьного коллектива должен быть самим собой, обрести свой образ.
Принцип субъектности	Индивидуальность присуща лишь тому человеку, который реально обладает субъектными полномочиями и умело использует их в построении деятельности, общения и отношений. Следует помочь ребенку стать подлинным субъектом жизнедеятельности в классе и школе, способствовать

	<p>формированию и обогащению его субъектного опыта. Межсубъектный характер взаимодействия должен быть доминирующим в процессе воспитания и обучения детей.</p>
Принцип выбора	<p>Без выбора невозможно развитие индивидуальности и субъектности, самоактуализации способностей ребенка. Педагогически целесообразно, чтобы учащийся жил, учился и воспитывался в условиях постоянного выбора, обладал субъектными полномочиями в выборе цели, содержания, форм и способов организации учебно-воспитательного процесса и жизнедеятельности в классе и школе</p>
Принцип творчества и успеха	<p>Индивидуальная и коллективная творческая деятельность позволяет определять и развивать индивидуальные особенности учащегося и уникальность учебной группы. Благодаря творчеству ребенок выявляет свои способности, узнает о «сильных» сторонах своей личности. Достижение успеха в том или ином виде деятельности способствует формированию позитивной Я - концепции личности учащегося, стимулирует осуществление ребенком дальнейшей работы по самосовершенствованию и самостроительству своего «Я»</p>
Принцип доверия и поддержки	<p>Такая атмосфера раскрепощает учащихся, содействует раскрытию их собственного потенциала, развитию сильных сторон их личности, достижению максимально возможных результатов в выполняемой на уроке деятельности</p>

Подводя итог, отметим, что наличие у педагога представлений о сущности и структуре личностно-ориентированного обучения позволяет ему более целенаправленно и эффективно моделировать и строить в соответствии с данной ориентацией конкретные учебные занятия, более результативно обеспечивать и поддерживать процессы самосовершенствования личности ребенка, развития его субъектности и индивидуальности.

1.2 Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации личностно – ориентированного обучения

Существует огромное число средств реализации личностно-ориентированного обучения. Для реализации личностно-ориентированного подхода в образовании может использоваться маршрутная система обучения, которая позволяет максимально учитывать интеллектуальные способности детей, определяет личную траекторию развития и образования.

Надо отметить, что понятие «индивидуальная образовательная траектория» (ИОТ) достаточно сложное и многогранное понятие, пришедшее в педагогику из физики. Индивидуальная образовательная траектория может выстраиваться разными путями, в зависимости от целей субъектов образования.

Можно отметить следующие возможности, которые предоставляет ученику продвижение по индивидуальной образовательной траектории:

- Выбор оптимальных форм и темпов обучения;
- Применение тех способов обучения, которые наиболее соответствуют его индивидуальным особенностям;
- Рефлексивное осознание полученных результатов;
- Осуществление оценки и корректировки своей деятельности.

В работе «К вопросу об обучении школьников по индивидуальным траекториям образовательного маршрута» под индивидуальным образовательным маршрутом понимается целенаправленно проектируемая дифференцированная образовательная программа, обеспечивающая

учащемуся позиции субъекта выбора, разработки и реализации образовательной программы при осуществлении преподавателями педагогической поддержки его самоопределения и самореализации (С.В. Воробьева, Н.А. Лабунская, А.П. Тряпицына, Ю.Ф. Тимофеева и др.))

Проведя анализ психолого-педагогической литературы по данному вопросу, можно выделить три направления реализации индивидуальной образовательной траектории учащихся:

- Содержательное;
- Деятельностное;
- Процессуальное,

Они представлены на следующей схеме (рис.5).



Рис.5. Направления реализации индивидуальных образовательных траекторий учащихся

На следующем рисунке (рис.6) представлено определение ИОТ.



Рис.6. Определения образовательной траектории

Индивидуальная образовательная траектория учащегося состоит из базовой, вариативной, коррекционной и организационной частей. Базовая часть представляет собой основу, это тот уровень, который соответствует требованиям Федерального государственного образовательного стандарта.

Изучение же вариативной части уже должно осуществляться только учащимися, проявившими желание и склонности к данной образовательной области и только в направлениях ими выбранными.

Глубина изучения материала вариативной части также может быть различна. В данном случае необходимо учитывать, что далеко не каждый ученик «адекватен» при таком выборе и, следовательно, необходима консультация, координация и корректировка со стороны педагога, родителей, психологов, всех кто сопровождает ученика в процессе разработки и реализации индивидуальной образовательной траектории.

Говоря о возможности оказания влияния на выбор учащегося, мы уже говорим о коррекционной части образовательной траектории. При осуществлении координации, коррекции учитель должен быть объективен и беспристрастен. Нельзя задать учащемуся слишком высокую «планку», также как и нельзя сделать ее низкой, так как в обоих случаях ученик не получит удовлетворения от процесса обучения: какая-то «частичка творчества» угаснет в нем, пошатнется уверенность в собственных силах, процесс получения знания может стать безынтересным. В организационную часть входят следующие компоненты методической системы: формы, методы, технологии, средства, контроль изучения выбранного содержания.

Продвигаясь по ИОТ, учащийся имеет возможность реализовывать свою самооценку, мотивацию, формировать и развивать ценностные ориентиры, творческую составляющую индивидуальности. В этом и состоит основная ценность ИОТ.

Индивидуальные образовательные траектории предполагают представление учащимся:

- Выбор уровня, объема, содержания предметного знания (не ниже стандарта);
- выбор информационного источника для усвоения выбранного объема знаний (учебника, дополнительной литературы);
- выбор способа учения в соответствии с индивидуально-

личностными характеристиками (тип мышления, особенности памяти и т.д.);

➤ использование темпа продвижения по теме, соответствующего личностным характеристикам;

➤ выбор формы, вида и времени контроля по согласованию с учеником.

Применение индивидуальных образовательных траекторий обеспечивает:

➤ формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию;

➤ активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;

➤ построение образовательного процесса с учётом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

Также можно сделать вывод, что при построении индивидуальной образовательной траектории предусматривается наличие двух условий:

– Наличие содержательного компонента – индивидуального образовательного маршрута;

– Наличие способа реализации компонента – технологию организации образовательного процесса.

В рассмотрение также часто вводятся сопутствующие определения, представленные на рис.7.

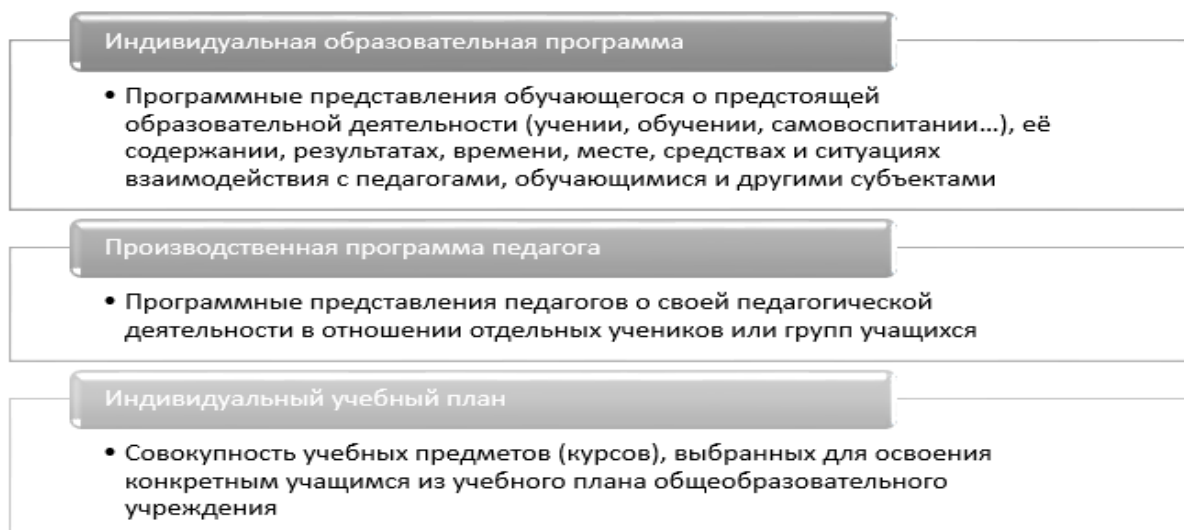


Рис.7. Сопутствующие определения

Ниже на рисунке 8 представлены уровни индивидуального образования.

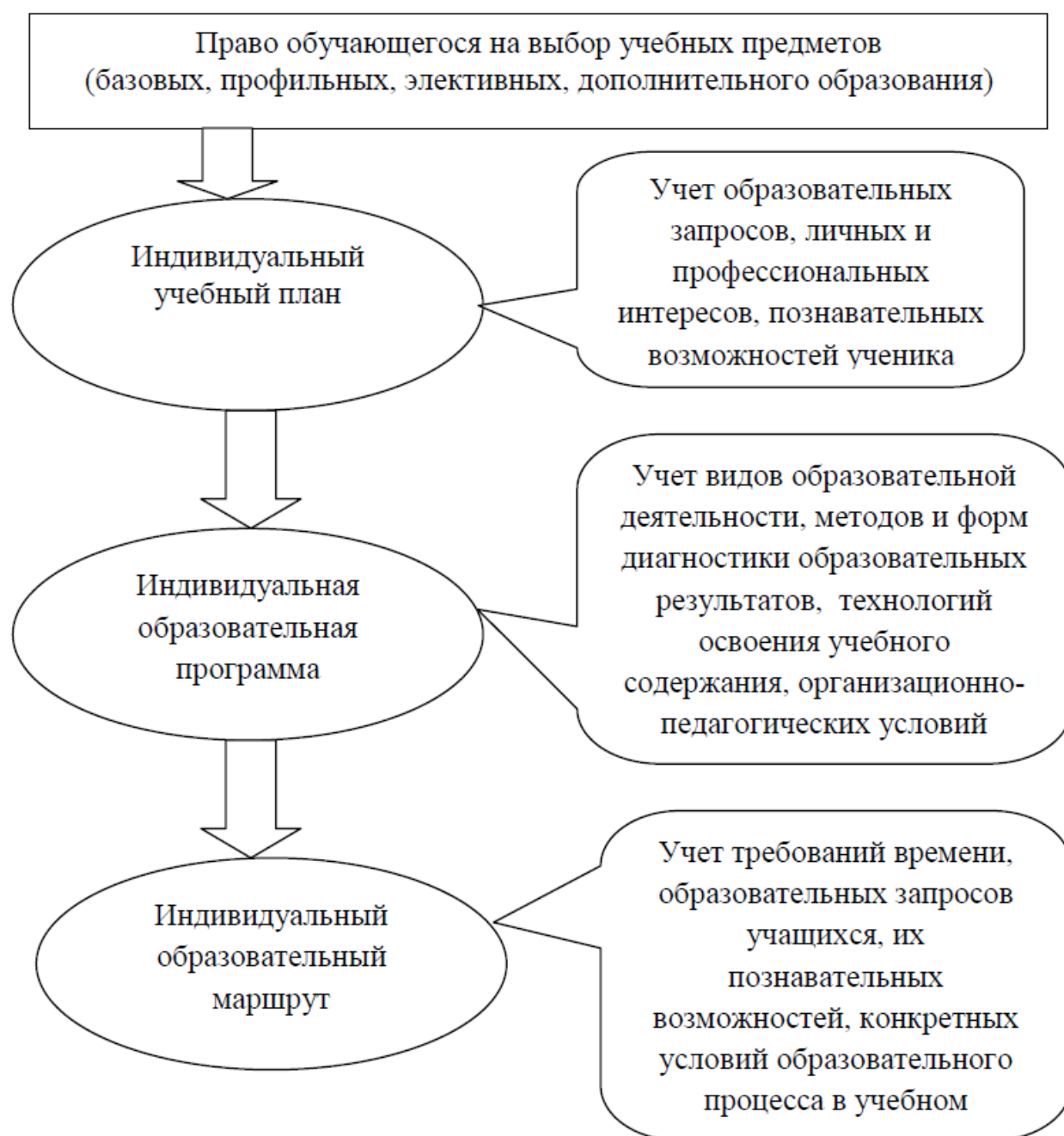


Рис.8. Уровни индивидуализации образования

При проектировании индивидуальной образовательной траектории необходимо учитывать, что ее структура должна включать следующие компоненты: целевой, содержательный, технологический, диагностический, организационно-педагогический.

Опираясь на работы А.В. Хуторского и Е.А. Александровой, можно определить следующие этапы при организации движения обучаемого по индивидуальной образовательной траектории, представленные на рисунке 9.



Рис.9. Этапы при организации движения обучаемого по индивидуальной образовательной траектории

1.3 Возможность реализации ИОТ на основе конструирования задачного материала

Начнем с того, что более подробно рассмотрим само понятие «конструирование». Конструирование можно определить, как процесс создания субъективно или объективно новых систем. Сам же термин «конструирование» происходит от латинского слова, обозначает построение вообще, приведение в определенное взаимоположение различных предметов, частей, элементов. Таким образом, можно сделать вывод, что обучение учащихся конструированию задачного материала – это обучение созданию, построению нового, это творчество.

Технология конструирования включает в себя следующие этапы:

- 1) формирование замысла задачи,
- 2) оценка и реализация замысла, определение метода конструирования,

- 3) этап реализации;
- 4) контроль, оценка и коррекция результата.

Однако в зависимости от способа конструирования алгоритм может быть представлен более подробно.

В исследовании А.А. Смирновой представлены следующие этапы конструирования творческой задачи (рис.10).



Рис.10. Этапы конструирования творческой задачи

Для учащегося конструирование задачи представляет собой интересное занятие, и является одним из верных способов решать задачи. Если учащийся умеет конструировать, составлять задачи, то это является свидетельством его хорошо развитых математических способностей.

Анализ различных подходов к видоизменению (конструированию) математических задач показывает, что все их многообразие можно свести в две основные группы (рис.11).

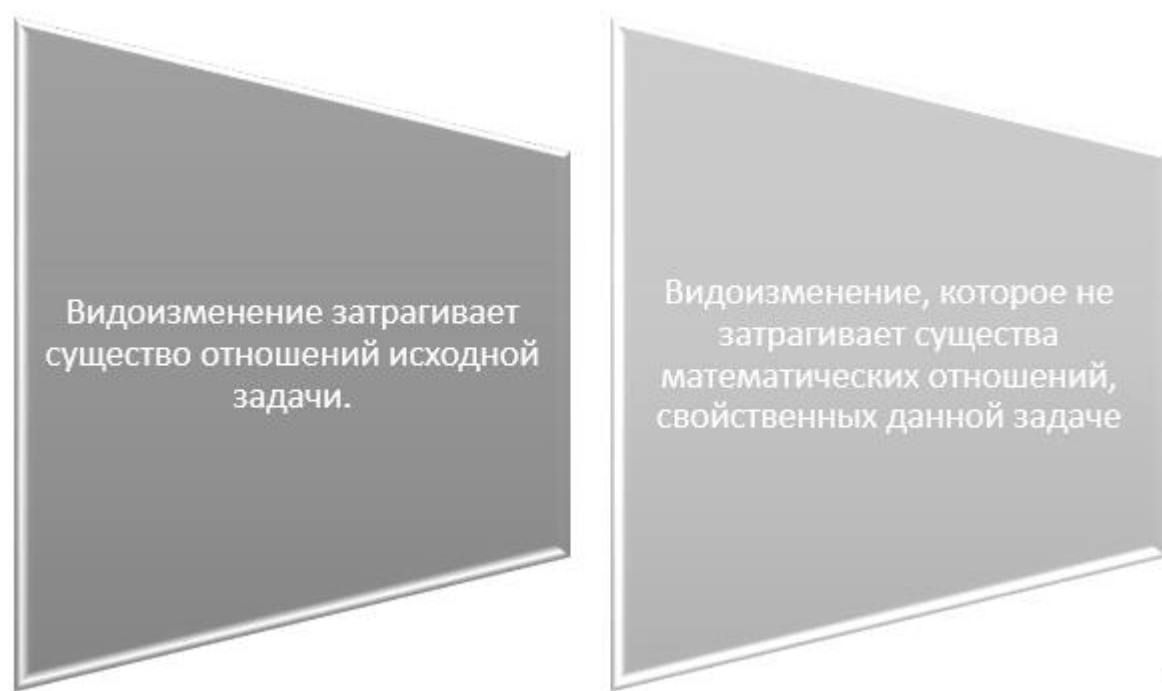


Рис.11. Виды изменений математических задач

Если видоизменение затрагивает существо отношений исходной задачи, то в итоге получаем задачу, не эквивалентную исходной. Здесь можно рассматривать изменение данных условия с целью упрощения или усложнения ее. Примерами служат такие приемы видоизменения как обращение и обобщение задач.

Если видоизменение не затрагивает существа математических отношений, свойственных данной задаче, то это переформулировка задачи, варьирование числовых данных, замена части данных другими данными.

Использование конструирования математических задач в целях реализации ИОТ учащихся средних школ обусловлено рядом обстоятельств.

Во-первых, в условиях реализации ИОТ, предполагающих активную позицию учащегося, а также широкое задействование в обучении различного рода задач, возникает насущная необходимость в организации процесса обучения таким образом, чтобы учащиеся могли создать эти задачи в соответствии со своими траекториями. Именно такие разноуровневые задачи «дает» нам конструирование задачного материала.

Во-вторых, общепризнанно, что видоизменение (конструирование) задач на заключительных этапах их решения способствуют формированию творческих качеств личности, а это особенно важно для формирования готовности к саморазвитию и непрерывному образованию, что как раз и обеспечивают ИОТ. То есть конструирование – это одно из возможных средств реализации ИОТ. Умело используя конструирование, мы можем упростить и усложнить исходную задачу, разобрать случаи, когда решение данной задачи не будет возможно и прочее, а значит, мы можем рассмотреть решение исходной задачи (при изменении определенных условий) в рамках различных траекторий, с учетом индивидуальных возможностей каждого ученика.

В-третьих, решение сконструированных в соответствии с ИОТ учащихся задач, позволяет существенно экономить учебное время, поскольку сокращается время, уходящее на разъяснение исходной задачи всем учащимся, в том числе тем, кто в силу своих индивидуальных особенностей, например, не может справиться с ней, или наоборот она слишком легкая для него. Ведь не все учащиеся в силу своих индивидуальных особенностей могут решить предложенную задачу, а вот видоизмененную, соответствующую их индивидуальной траектории вполне способны.

Конечно, речь идет о ситуации, когда учащиеся уже знакомы с видами конструирования и могут выполнять его самостоятельно.

Таким образом, адаптация учебного материала, которая необходима при организации процесса обучения на основе ИОТ, возможна посредством видоизменения (конструирования) задачного материала.

Наблюдения за ходом учебного процесса проводились в школе №8 г.Пензы, где учителя математики занимаются исследованием вопроса построения и реализации ИОТ учащихся в процессе решения геометрических задач. На данном этапе исследования, учителями школы проводится построение и реализация краткосрочных траекторий в пределах отдельных тем, разделов. В перспективе построение долгосрочных траекторий по

предмету. В начале учебного года было решено использовать конструирования задачного материала как одну из возможностей реализации ИОТ в процессе решения геометрических задач. По окончании учебного года нами сделан вывод о том, что реализации ИОТ на основе видоизменения (конструирования) задач проходит успешно.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ИОТ НА ОСНОВЕ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧНОГО МАТЕРИАЛА

Существуют различные способы (виды) конструирования задачного материала: обращение задачи, обобщение задачи, частный случай, замена части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения; переформулировка (перефразировка) задачи, составление задач по заданным чертежам. Учащиеся чьи траектории максимально приближены могли работать в группе над одной карточкой, а затем, выбрав себе одну из полученных задач, решить ее. Или, например, ученик мог составить задачи, выбрать одну соответствующую его траектории для решения, а остальные предложить учащимся класса для проверки на разрешимость. Отметим, что в данном случае не указывается способ конструирования, однако были и такие карточки, в которых учащиеся были ограничены конкретным способом конструирования (на первых порах работы по конструирования задачного материала).

Далее приведем примеры работы по конструированию задач в рамках реализации ИОТ учащихся в процессе решения геометрических задач, разбив их по способу конструирования.

2.1 Прием обращения задач

Под задачей, обратной к данной, будем понимать задачу, полученную из исходной путём включения найденного искомого (или искомых) в её условие, при этом одним из требований становится какое-то данное (либо данные) из условия прямой задачи.

Важно подчеркнуть, что приём составления обратных задач является эффективным средством глубокого анализа задачи, позволяющим школьникам «заглянуть внутрь структуры задачи, увидеть взаимосвязи её данных, данных и искомых, то есть понять её математическую сущность.

Кроме того, решение обратных задач развивает навыки самоконтроля у учащихся, так как ответ должен совпадать с одним из данных прямой задачи.

При составлении обратных задач необходимо учитывать то обстоятельство, что обращается далеко не всякая задача (не для каждой теоремы верна обратная).

Ценность этой группы видоизменений заключается в том, что они позволяют лучше усвоить структурные компоненты задачи, способствуют обучению поиску решения задачи.

Пример 1. В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90° .

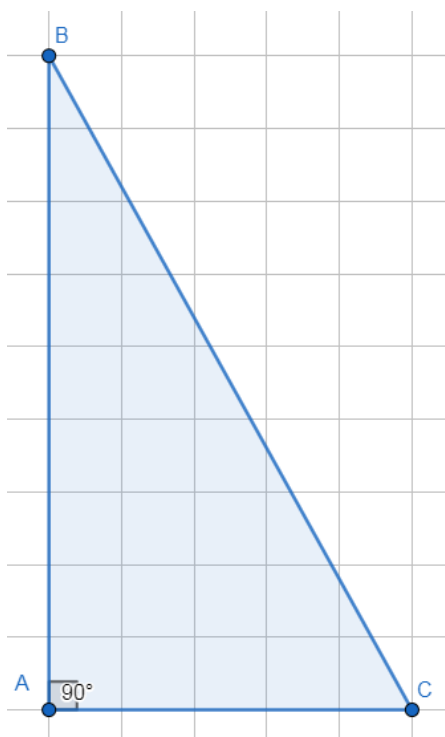


Рис.12. Иллюстрация к задаче

В начале работы над данной задачей нужно попросить учеников выделить условие («треугольник прямоугольный») и заключение («сумма острых углов равна 90° »). Затем, поменяв условие и заключение местами, они приходят к задаче, обратной исходной.

В результате получаем следующую задачу.

Задача 1.2. Если в треугольнике сумма острых углов равна 90° , то треугольник прямоугольный.

С наиболее сильными учениками работу можно продолжить. Спросив, будет ли треугольник прямоугольным, если сумма острых углов отлична от 90° .

Тем самым подводим учеников к формулированию новой задачи, противоположной к обратной.

Задача 1.3. Если в треугольнике сумма острых углов отлична от 90° , треугольник не является прямоугольным.

Последнюю задачу целесообразно сформулировать иначе, то есть провести конкретизацию. Нужно попросить учеников подумать, каким будет треугольник, если сумма его острых углов больше либо меньше 90° . В результате чего можно получить еще 2 задачи.

Задача 1.3.1. Если в треугольнике сумма острых углов больше 90° , то треугольник остроугольный.

Задача 1.3.2. Если в треугольнике сумма острых углов меньше 90° , то треугольник тупоугольный.

Для того чтобы легче было составить обратные задачи, после решения прямой задачи можно записать её структурную цепочку, состоящую из данных условия задачи и найденного искомого, т.е. её ответа. Следуя рекомендациям П.М. Эрдниева, будем заключать искомое в структурной цепочке в прямоугольник – это позволяет процесс обращения задачи сделать более наглядным. Затем составляем структурную цепочку обратной задачи, заменяя одно из данных прямой задачи неизвестной величиной, включая при этом найденное искомое (заключено в прямоугольник) в условие обратной задачи. Проиллюстрируем это на примере.

Пример 2. Периметр четырехугольника $ABCD$ равен 132. Одна из его диагоналей делит четырёхугольник на два треугольника ABC и ACD с периметрами 81 и 95. Чему равна диагональ AC ?

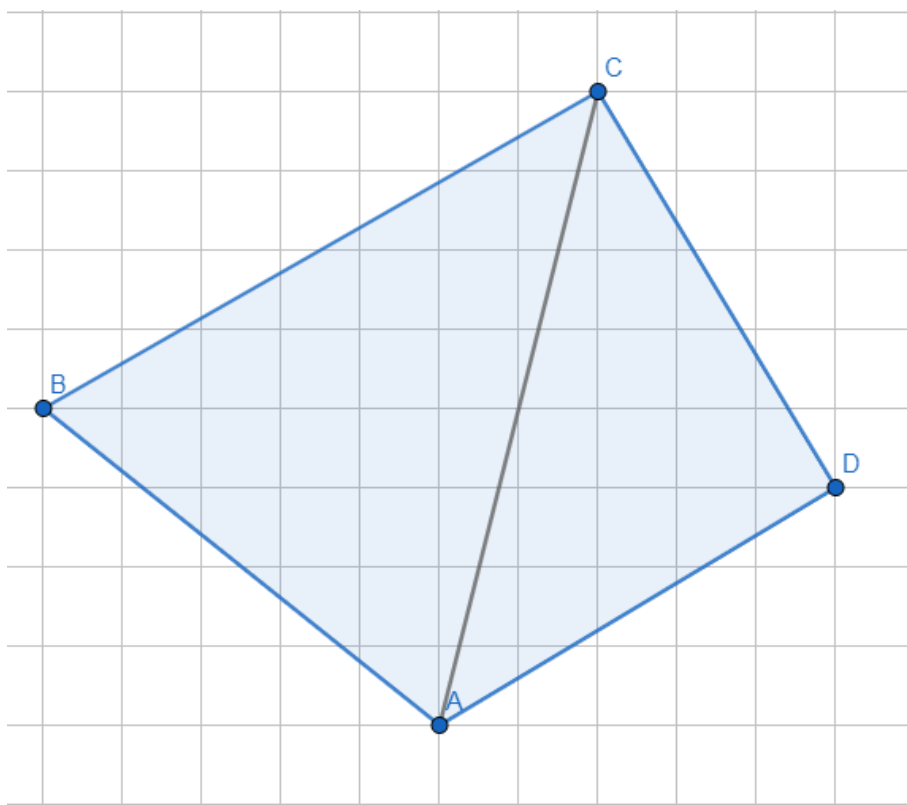


Рис.13. Иллюстрация к задаче

Построим структурную цепочку:

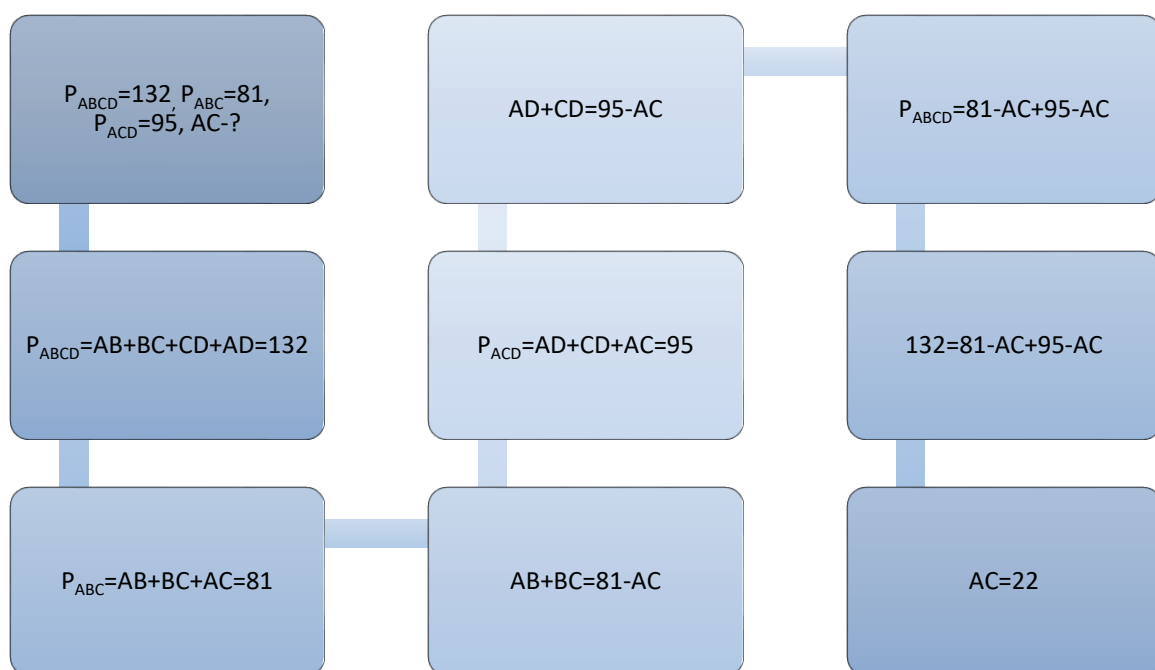


Рис.14. Цепочка решения

Выбирая одно из данных условия исходной задачи в качестве искомого обратной задачи и включая найденное искомое прямой задачи в условие обратной, ученики формулируют следующую обратную задачу 2.1:

Задача 2.1. Диагональ четырёхугольника ABCD равна 22 и делит его на два треугольника ABC и ACD с периметрами 81 и 95 соответственно. Найти периметр четырёхугольника.

Можно составить следующую цепочку.

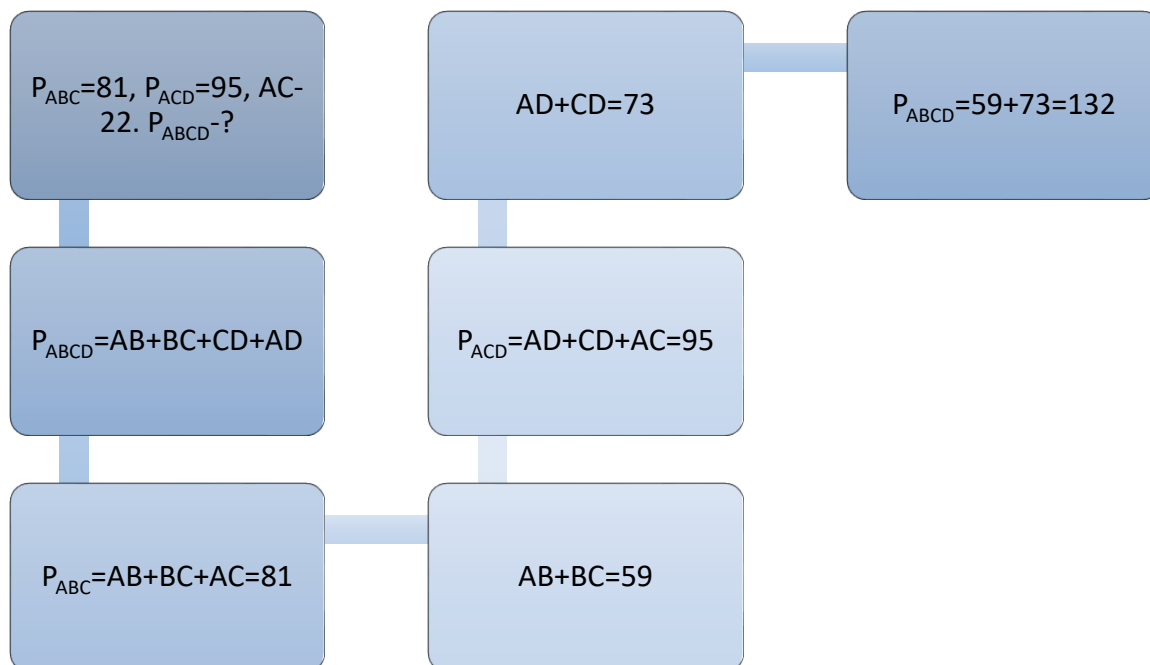


Рис.15. Цепочка решения

Очевидно, что можно составить обратную задачу 2.2 по структурной цепочке, записанной ранее.

Задача 2.2. Диагональ четырёхугольника, периметр которого 132, равна 22 и делит его на два треугольника, периметр одного из них 95. Найти периметр второго треугольника.

Аналогичную работу совершаем по составлению обратной задачи 2.3.

Задача 2.3. Диагональ AC четырёхугольника ABCD, периметр которого 132, равна 22 и делит его на два треугольника, периметр одного из них 81(95). Найти периметр второго треугольника.

При обучении школьников составлению обратных задач целесообразно применять следующую последовательность действий:

1. Разбить условие и требование задачи на части (выявление данных и искомых величин);
2. Решить данную задачу;

3. Рассмотреть различные комбинации замены частей условия на требования задачи;

4. Произвести замену части условия на требование и наоборот;

5. Сформулировать полученную задачу и проверить её на разрешимость.

Пример 3. Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

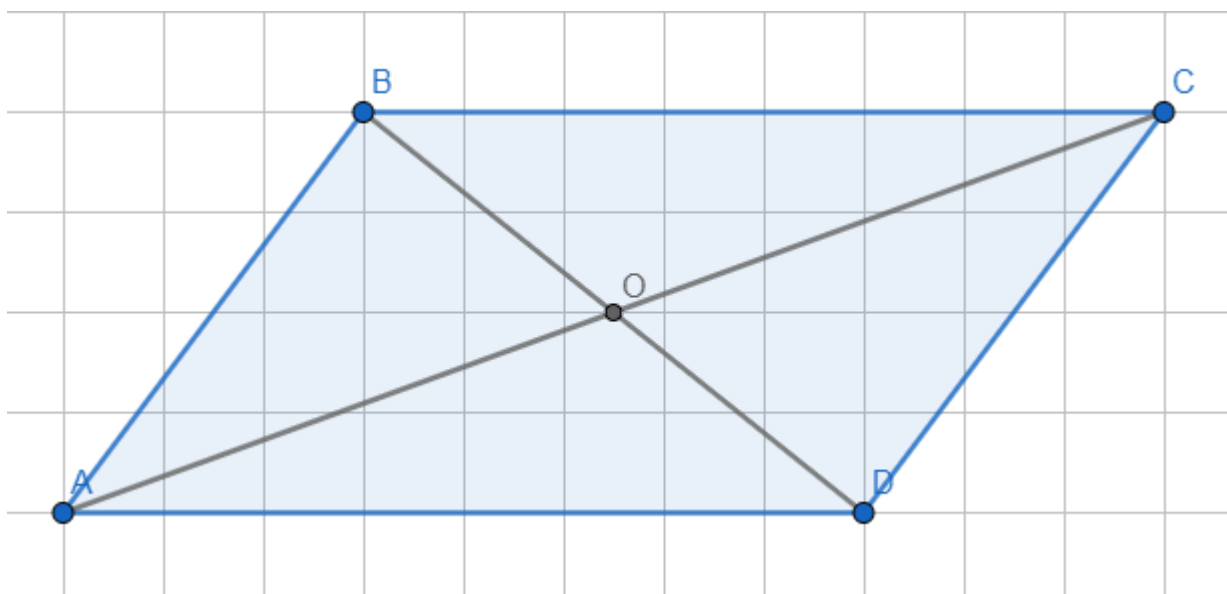


Рис.16. Иллюстрация к задаче

Дано: диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам. Искомое: параллелограмм.

Дано: ABCD – четырехугольник, $BO=OD$, $AO=OC$.

Доказать: ABCD – параллелограмм.

Доказательство: $BO=OD$ (по условию), $AO=OC$ (по условию), $\angle BOC=\angle AOD$ (вертикальные), то $\triangle BOC = \triangle AOD$, $\Rightarrow AD = BC$, $\angle OAD=\angle BCO$, а т.к. это внутренние накрест лежащие, то $AD \parallel BC$, аналогично $AB=CD$ и $AB \parallel CD$, $\Rightarrow ABCD$ – параллелограмм.

В итоге получаем следующие данные и искомые для составления обратной задачи: данные: параллелограмм; искомые: диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Задача 3.1. Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.

Доказательство: $AD \parallel BC, \Rightarrow \angle DAO = \angle BCO, \angle ADO = \angle CBO$ и $AD = BC$,
 $\Rightarrow \triangle AOD = \triangle COB$ и $AO = OC$, а $BO = OD$.

При составлении обратной задачи учащийся отвечает за все этапы её конструирования: выбор искомого, правильное построение условия, не говоря уже о решении и ответе.

Отметим положительные моменты предложенного метода в практике обучения математике в общеобразовательной школе.

Во-первых, изменяя только условие и требование задачи, учащийся за одно и то же время может решить большее количество задач, так как экономит время, уходящее на изучение условия и заключения задачи, понимание соотношений, связывающих фигурирующие в ней понятия или величины, и имеет больше времени для других этапов работы с задачей.

Во-вторых, привлечение обучаемых к составлению обратных задач оказывает положительное влияние не только на развитие их творческих способностей, но и на повышение мотивации к изучению математики, поскольку в таком случае учащиеся перестают воспринимать себя исключительно в роли обучаемых. Они осознают, что работают на более высоком уровне, и это требует от них более ответственного отношения к своей деятельности.

Прямые и обратные задачи могут использоваться в учебном процессе учителем математики в качестве эффективного средства развития гибкости мышления школьников, а это в свою очередь будет способствовать и повышению качества их математического образования.

2.2 Прием обобщения задачи

Обобщения при обучении решению математических задач могут способствовать возникновению новых задач. Новые задачи могут появиться

как при исследовании конкретной задачи и ее решения, так и при исследовании обобщенной задачи и ее решения.

Получение новых задач важно тем, что при составлении задач учащиеся усваивают структуру задачи, взаимосвязь данных, данных и искомого, обнаруживают внутреннюю связь между задачами.

Одним из самых простых обобщений является преобразование числовой задачи, путем замены числовых данных буквами-символами. Как ни элементарно подобное обобщение, оно может привести к интересным выводам, а иногда и к созданию новых формул.

Пример 4. Найти объем усеченной пирамиды с квадратным основанием, если сторона нижнего основания равна 10 м, сторона верхнего 5 м и высота пирамиды 6 м.

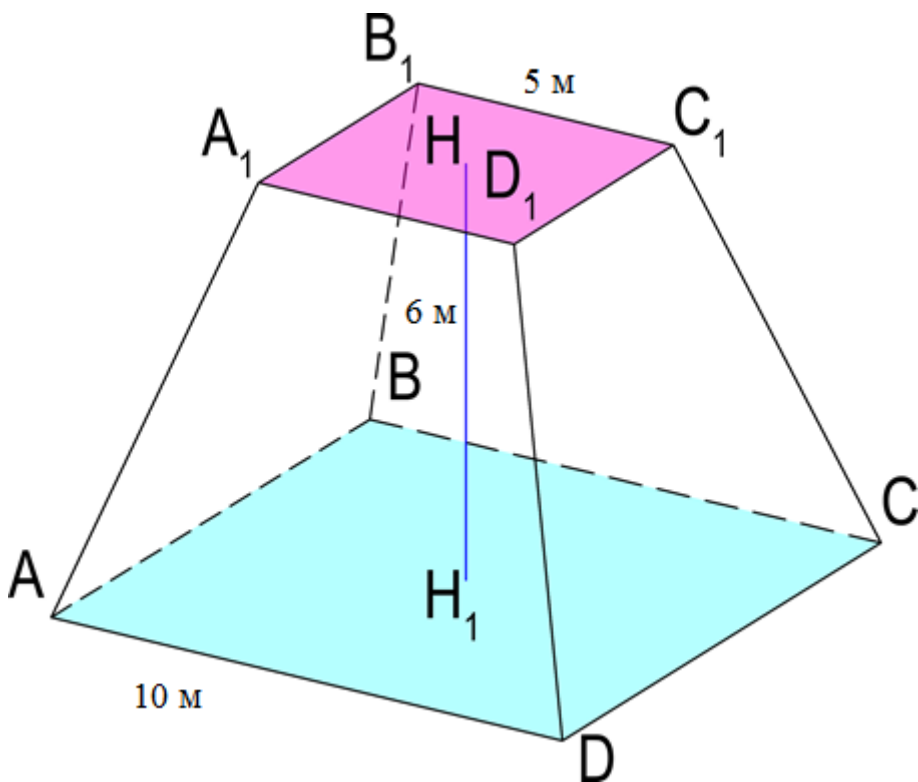


Рис.17. Иллюстрация к задаче

Если числа 10, 5, 6 заменить буквами, например a , b , h , получим обобщенную задачу.

Задача 4.1. Найти объем усеченной пирамиды с квадратным основанием, если сторона нижнего основания равна a , сторона верхнего b и высота пирамиды h .

Перейдя от задачи «в числах» к задаче «в буквах», мы воспринимаем данные величины как переменные.

Обобщенная задача дает возможность составить и решить еще несколько типов задач, в которых одна из величин является искомой, а остальные – данными. Например, следующая задача.

Задача 4.2. Найти сторону нижнего основания усеченной пирамиды, если объем усеченной пирамиды 300 м^3 , сторона верхнего основания равна 5м, высота пирамиды 6 м, а основание является квадратом.

К появлению новых задач так же приводит обобщение понятий, данных в задаче.

Пример 5. *Найти диагональ куба, если даны три его измерения (длина, ширина и высота).*

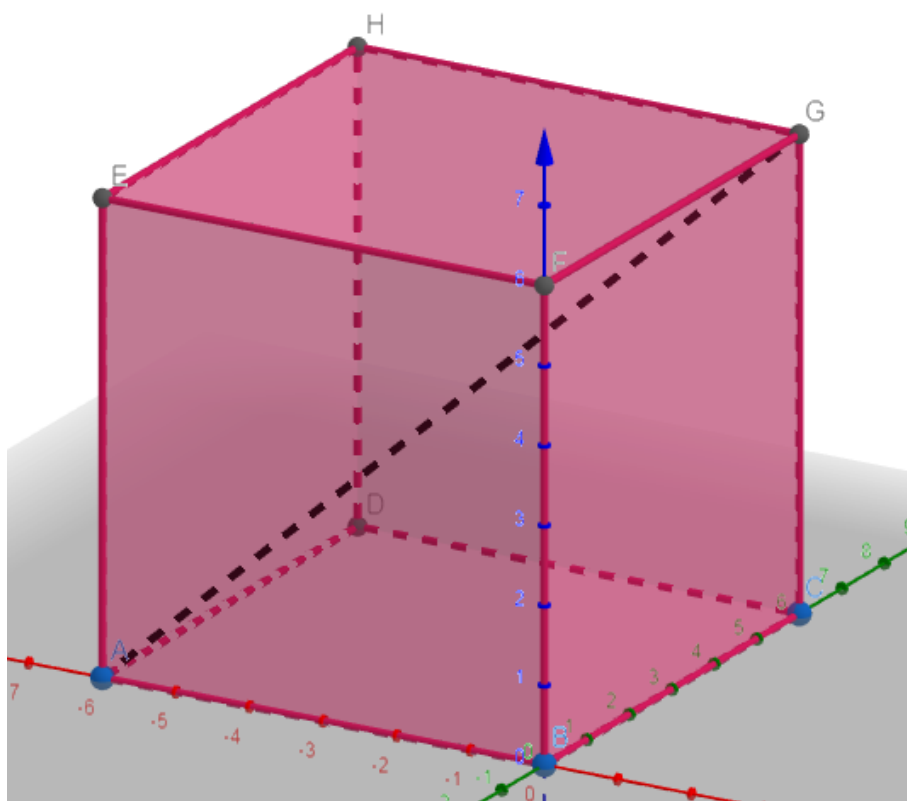


Рис.18. Иллюстрация к задаче

Необходимо спросить у ребят, что такое куб, частным случаем какого многогранника он является. Обобщив понятие куба до понятия прямоугольного параллелепипеда, получим новую задачу:

Задача 5.1. Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда, если даны три его измерения (длина, ширина и высота).

Новая математическая задача может быть получена с помощью изменения требования задачи при сохранении условия: добавления новых заключений; обобщения искомого.

В большинстве случаев в задаче встречается лишь один вопрос, одно заключение, но содержащаяся в задаче информация иногда позволяет сделать и другие выводы (ответить на другие вопросы, сделать другие заключения), т.е. добавить новые заключения при сохранении данных.

Пример 6. Даны две прямые a и b . Доказать, что любая прямая, пересекающая прямую a , пересекает и прямую b , то прямые a и b параллельны.

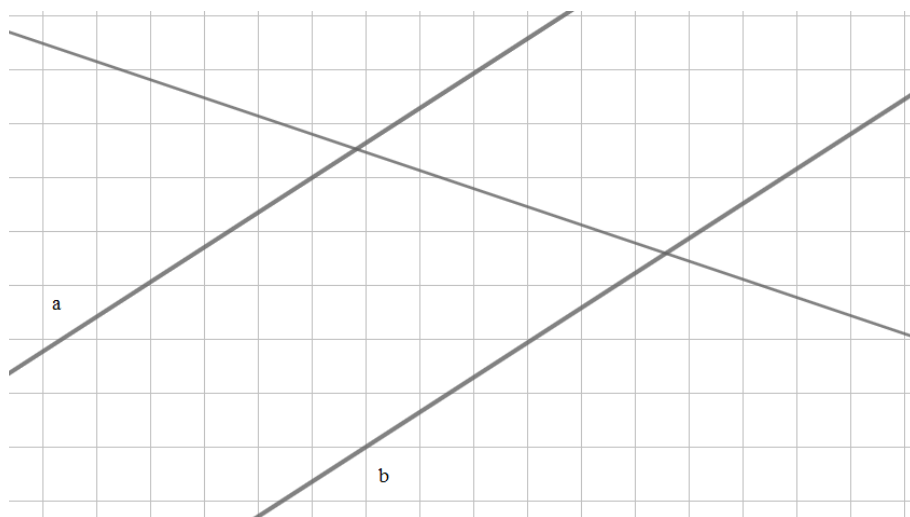


Рис. 19. Иллюстрация к задаче

Вначале требуется доказать параллельность прямых a и b . После чего у более подготовленных учеников спросить, что можно сказать о прямой, пересекающей параллельные прямые. Тогда прямая, пересекающая a будет не только пересекать прямую b , но и обладать свойствами над этими прямыми: их накрест лежащие, соответственные углы будут равны, а сумма односторонних будет равна 180° . Поэтому они уже могут сформулировать более общую задачу.

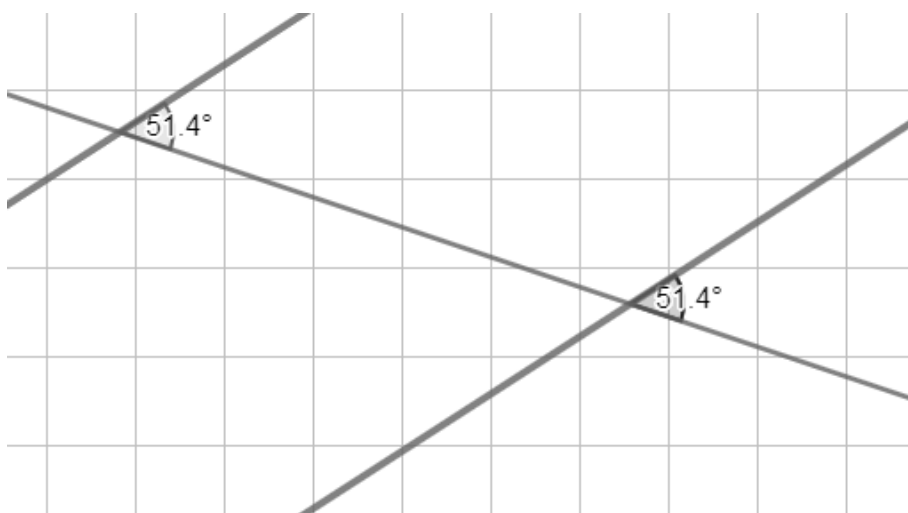


Рис.20. Иллюстрация к задаче

Задача 6.1. Даны две прямые a и b . Доказать, что любая прямая, пересекающая прямую a , пересекает и прямую b , то прямые a и b параллельны, их накрест лежащие, соответственные и углы будут равны, а сумма односторонних будет равна 180° .

Задачи, которые приучают учащихся рассматривать всевозможные заключения из данных посылок, что бывает необходимо при решении многих задач на доказательство, при доказательстве различных теорем, иногда называют задачами «без вопросов». На основе решения таких задач удобно рассматривать обобщения об искомым в задаче.

Нередко обобщение данных задачи приводит к обобщению искомым.

Так, обобщение понятий, в условии задачи может привести к обобщению вопроса задачи. Таким образом, теорема косинусов является обобщением теоремы Пифагора.

Пример 7. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Задача 7.1. В произвольном треугольнике квадрат стороны равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Таким образом, мы показали, как обобщения при обучении решению математических задач приводят к возникновению новых задач. Это происходит в результате исследования задач и их решений, а так же

исследований обобщенных задач и их решений. Используя обобщение и специализацию, учащиеся могут сами составлять новые задачи, осуществляя замену части данных другими при сохранении искомого, добавляя новые заключения или обобщая искомые.

Обобщение удачно подходит для вывода площадей поверхностей многогранников.

Пример 8. Вывести формулу боковой поверхности правильной n -угольной призмы.

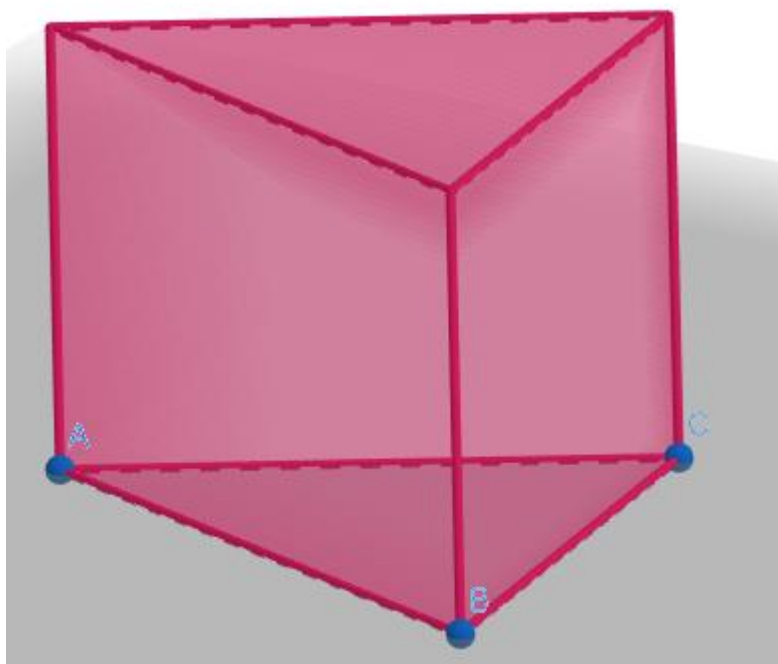


Рис. 21. Иллюстрация к задаче

Вначале можно вывести формулу площади боковой поверхности прямой правильной треугольной призмы.

Далее обобщаем задачу до вывода формулы площади боковой поверхности прямой правильной n -угольной призмы.

Последний пример характеризует один из видов конструирования – частный случай, то есть прежде чем перейти к решению обобщенной задачи мы рассмотрели частный случай исходной задачи, так как поставленная задача оказывается несколько трудной. "Частный случай" всегда решается проще образовавшей его задачи.

В некоторых случаях между данными и искомыми величинами в задаче общего характера существует сложная зависимость, и решить эту задачу элементарными методами не удастся, в то время как частная задача этого типа имеет вполне простое и красивое решение.

Иногда при решении задачи необходимо рассмотреть несколько вариантов, исчерпывающих все частные случаи, о чем прямо в задаче не сказано. Тогда метод будет иметь несколько другую схему рассуждений:

- 1) выделить все варианты частных случаев ситуации, описанной в задаче или создавшейся при ее решении,
- 2) решить задачу для каждого варианта,
- 3) объединить решения всех вариантов.

Часто этот метод называют методом исчерпывающих проб. Применение метода возможно при конечном числе вариантов.

2.3 Прием замены части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения

Замена части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения – еще один из способов конструирования задачного материала.

Рассмотрим на примере конкретной задачи.

Пример 9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB = 5$, $BC = 4$, $AA_1 = 8$. Найти объем параллелепипеда.

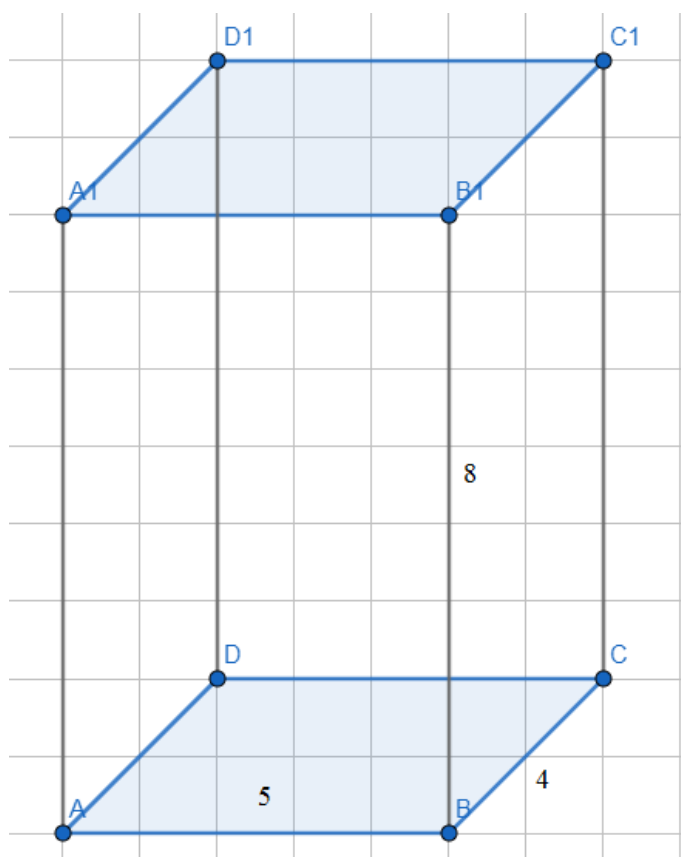


Рис.22. Иллюстрация к задаче

Проанализировав данную задачу с ребятами, можно выяснить, что для нахождения объема у нас имеются все данные. Все, что необходимо сделать, - всего лишь подставить числа в формулу $V = abc$. Для некоторых из ребят эта задача может показаться очень легкой, поэтому целесообразно продолжить работу над этой задачей. Можно предложить им исключить один из элементов параллелограмма, например, длину AA_1 , и заменить это условие более сложным. Для вычисления объема нам потребуется найти высоту параллелограмма, ее можно легко найти по теореме Пифагора, если нам будет дана длина диагонали одной из граней, например, грани (BB_1CC_1) . После чего учащиеся самостоятельно могут сформулировать следующую задачу.

Задача 9.1. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $AB=5$, $BC=4$. Найти объем параллелепипеда, если диагональ грани $(BB_1CC_1)=12$.

Работу над задачей можно продолжить далее, заменив длину стороны AB . Учащиеся могут догадаться, по аналогии с предыдущей задачей, что ее

длину можно будет найти также по теореме Пифагора, если мы будем знать диагональ нижнего основания. Таким образом, приходим к такой задаче.

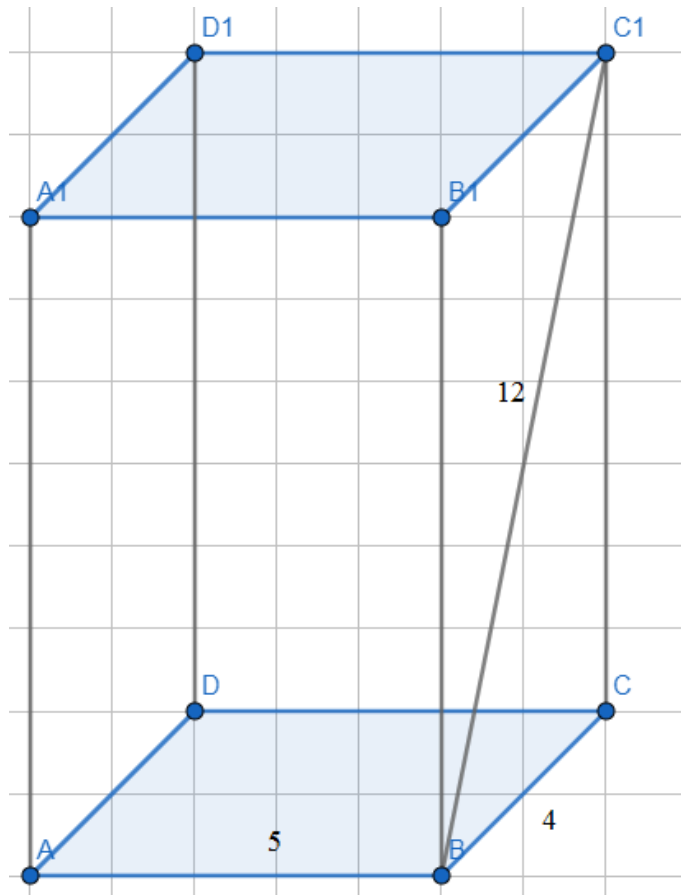


Рис.23. Иллюстрация к задаче

Задача 9.2. В прямоугольном параллелепипеде $ABCD A_1 B_1 C_1 D_1$ $BC=4$. Найти объем параллелепипеда, если диагональ грани $(BB_1 C_1 C)=12$, а диагонали грани $(ABCD)=20$.

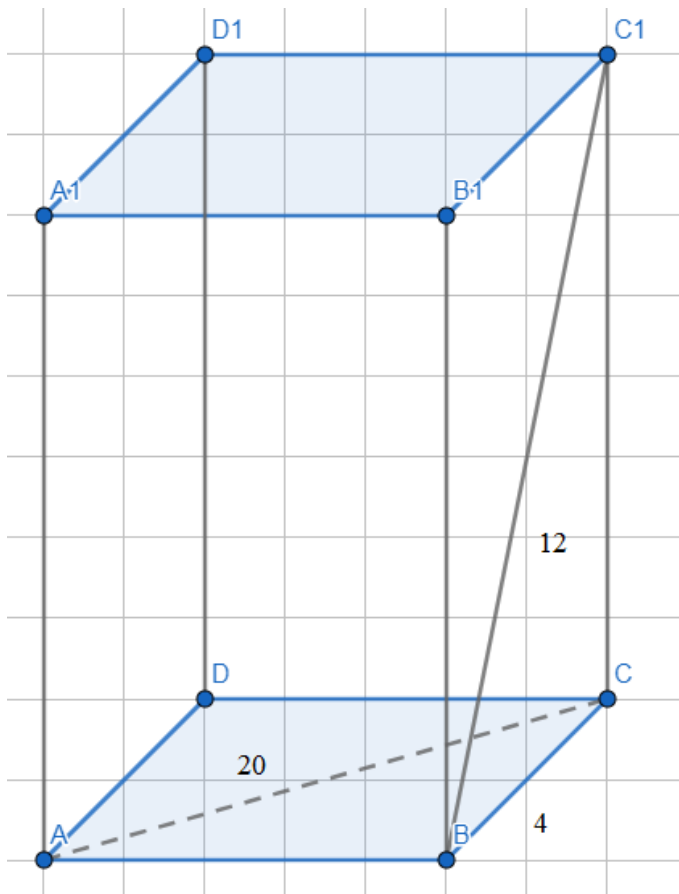


Рис.24. Иллюстрация к задаче

Пример 10. Найти площадь трапеции, если ее основания равны 6 и 11, одна из боковых сторон равна 4, а сумма углов при нижнем основании равна 90.

Перейти к новой задаче мы можем, например, если заменим часть условия следствием из нее. Основания трапеции равны 6 и 11, т. е. можно сказать, что отличаются на величину, равную 5, а, следовательно, разность длин оснований равна 5. Формулируем новую задачу.

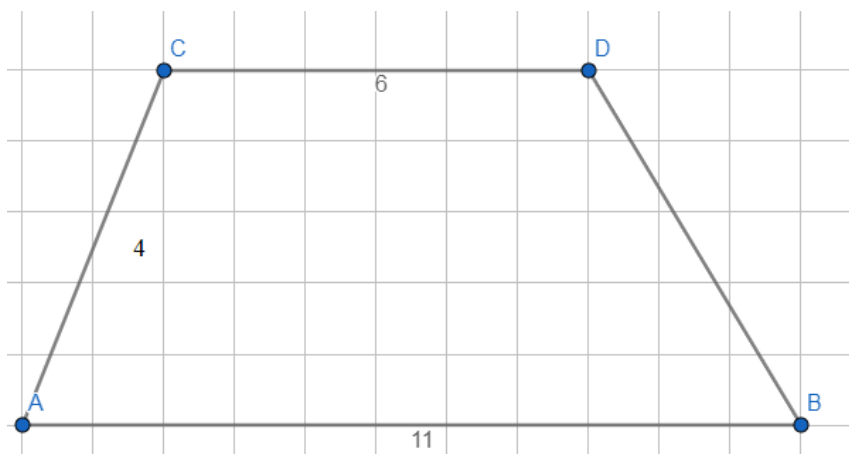


Рис.25. Иллюстрация к задаче

Задача 10.1. Найти площадь трапеции, если разность длин оснований равна 5, одна из боковых сторон равна 4, а сумма углов при нижнем основании равна 90.

Вводимые замены надо просчитывать, чтобы задача осталась корректной.

При замене одних данных другими ученики лучше усваивают структуру задач, взаимосвязь данных, данных и искомого.

2.4 Прием составления задач по заданным чертежам

Г. И. Саранцев отмечает, что решение задач по геометрии основано на трансформации задачи в чертеж, а обратной трансформации практически не используется. То есть учащимся предлагается задача, в которой требуется сделать чертеж, но заданий – по заданному чертежу составить задачу, почти нет. Это ведет к перекосу в обучении умений решать геометрические задачи.

При обучению решению задач на готовых чертежах, можно сделать на доске простой чертеж и вызвать ученика к доске.

При конструировании задач на готовых чертежах возможно использовать задачи с избыточными данными.

Пример 11. *Найти периметр параллелограмма, если известны смежные стороны.*

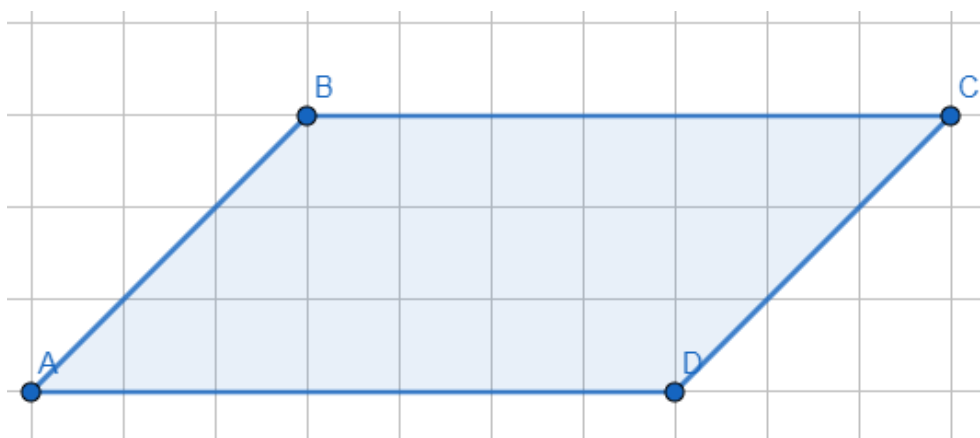


Рис.26. Иллюстрация к задаче

Эта задача требует минимальных знаний для решения, ее решит даже слабый ученик. Поэтому предложим ученику у доски что-либо в ней изменить, например, провести диагональ и указать ее длину. Затем спросить, что еще можно сделать – указать величину одного из углов. Получим новую задачу.

Пример 11.1: найти периметр параллелограмма, если острый угол $= 60^\circ$, диагональ $= 1$ и смежные стороны параллелограмма равны.

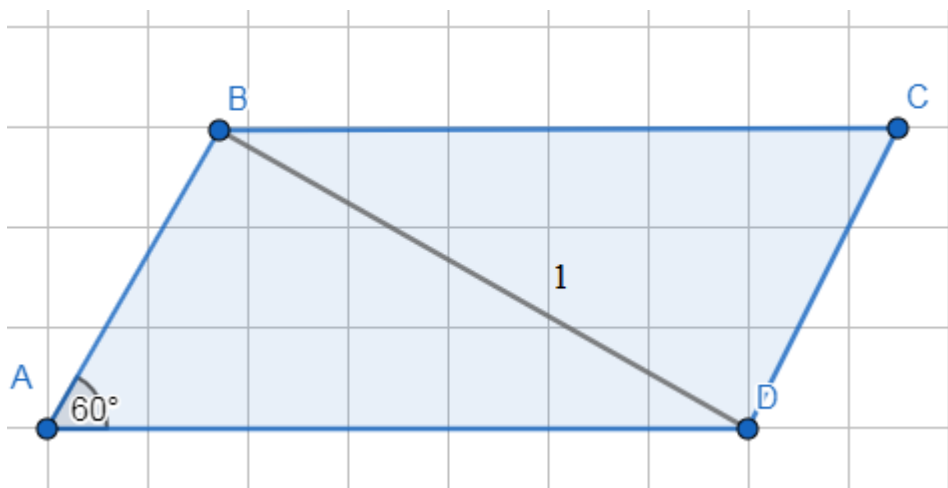


Рис.27. Иллюстрация к задаче

Приведем примеры других чертежей к данной задаче, составленных учащимися.

Пример 11.2.Рисунок 28.

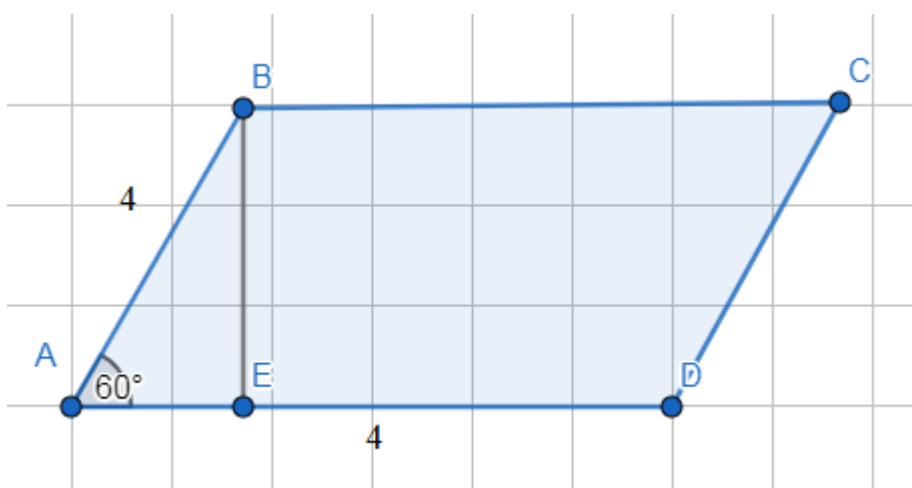


Рис.28. Иллюстрация к задаче

Пример 11.3. Рисунок 29.

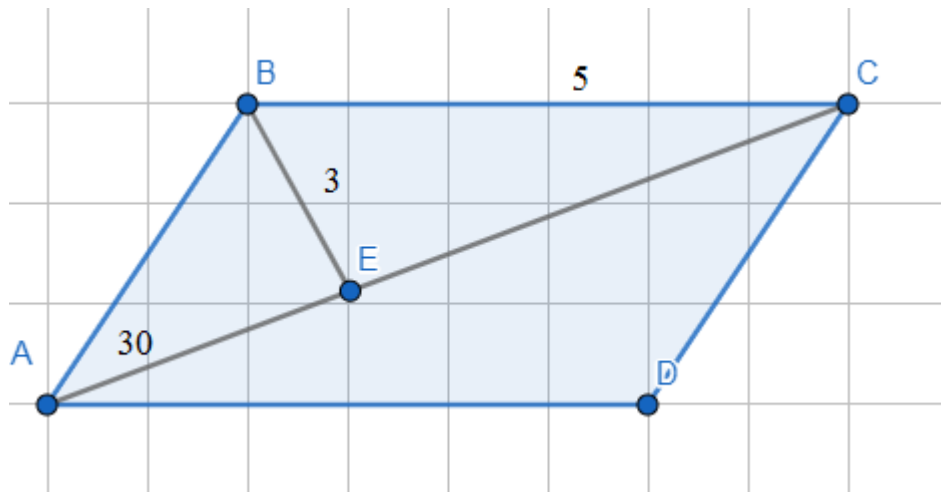


Рис.29. Иллюстрация к задаче

Пример 12: Найти периметр АВО (рис.30). Ученики могут заметить, что для нахождения периметра АОВ вовсе не требуется длина отрезка ВС, тем самым они могут сформулировать уже новую задачу.

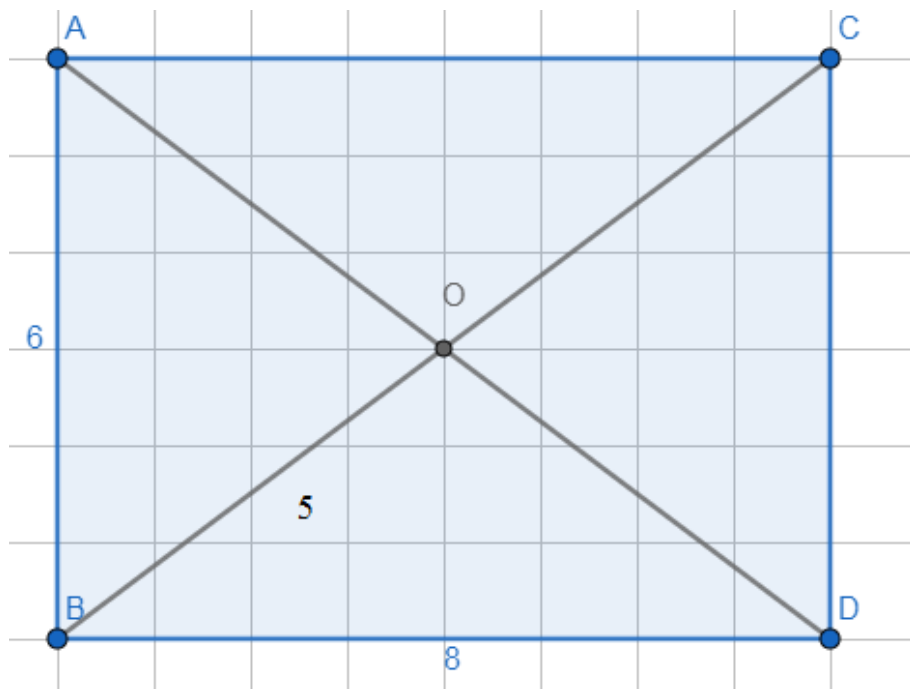


Рис.30. Иллюстрация к задаче

Пример 12.1. Найти периметр АОВ (Рисунок 31).

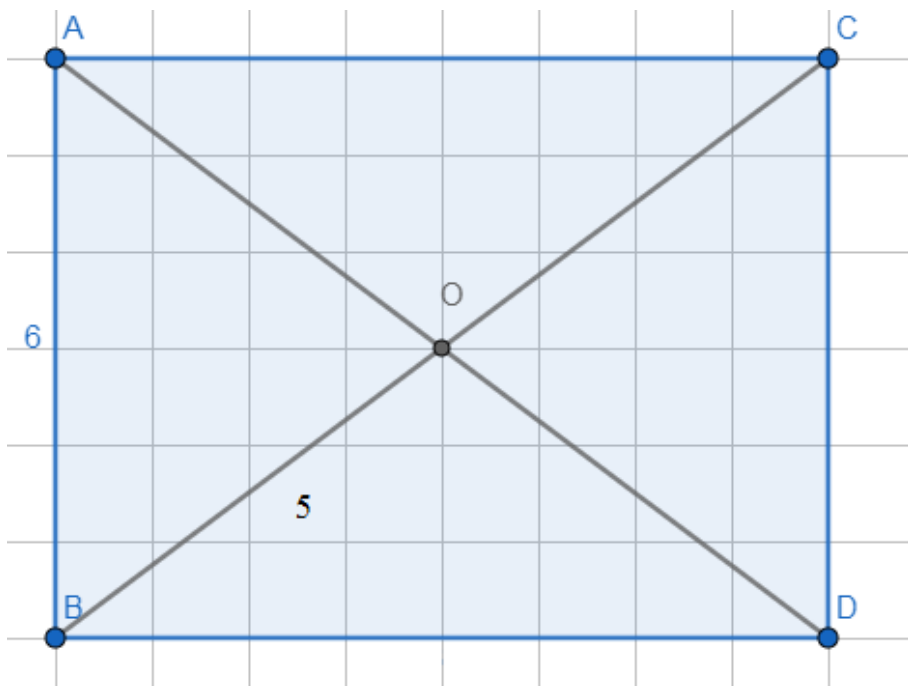


Рис.31. Иллюстрация к задаче

Можно предложить ребятам составить задачи с использованием длины ВС. Они могут предложить решить следующие задачи.

Пример 12.2. Найти периметр АОВ по готовому чертежу (рис.32).

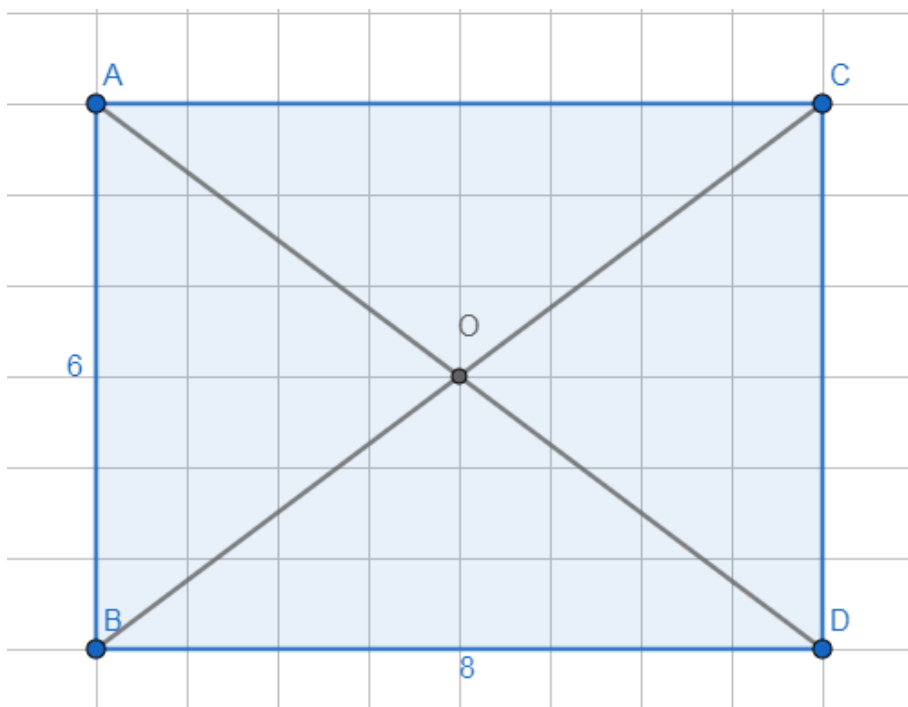


Рис.32. Иллюстрация к задаче

Пример 12.3. Найти периметр АОВ (рис.33). Найти периметр АОВ по готовому чертежу (рис.33).

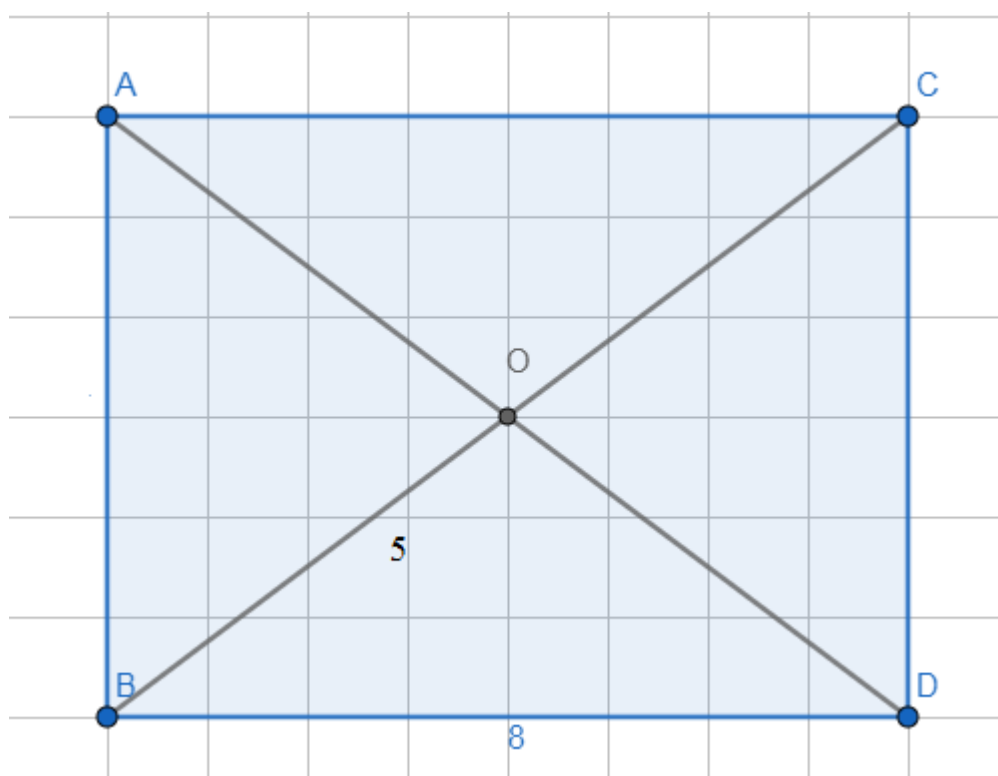


Рис.33. Иллюстрация к задаче

Таким образом, при решении данной задачи учащиеся смогли сконструировать задачи, в соответствии с различными образовательными траекториями.

2.5 Прием переформулировки задачи

Этот тот прием делится на несколько видов: перефразировка, замена фигуры, перевод задачи с геометрического языка на алгебраический.

Перефразировка. Этот способ конструирования можно использовать для самоконтроля. Если человек легко может перефразировать задачу, значит, он знает, что дано, и что нужно получить, видит соотношения между ними. Если он овладел и способом решения, то в дальнейшем без особых усилий сможет решить любую подобную задачу.

Алгоритм конструирования:

- 1) Выделение опорных утверждений.

Задачи бывают разные: на нахождение и на доказательство; в задачах на доказательство основными понятиями являются условие и заключение; в задачах на нахождение – данные и искомые величины. В задачах на нахождение часто особо выделяют задачи на построение какой-либо геометрической фигуры. Задачи на нахождение и задачи на доказательство тесно связаны. Чаще всего, узнав доказательство той или иной теоремы, учащиеся решают задачи на нахождение, в которых теорема находит свое непосредственное применение.

2) Решение задачи.

Это необходимо для того, что бы в дальнейшем проверить, не повлияла ли перефразировка на ход решения и результат задачи.

3) Выбор утверждений для перефразировки и их изменение.

Чаще всего это замена какого-либо термина или определения, что помогает «завуалировать» утверждение или действие.

4) Перефразировка.

5) Решение полученной задачи.

Пример 13. Если треугольник вписан в окружность, то любая его сторона будет равна произведению двух радиусов этой окружности на синус угла, противоположного этой стороне.

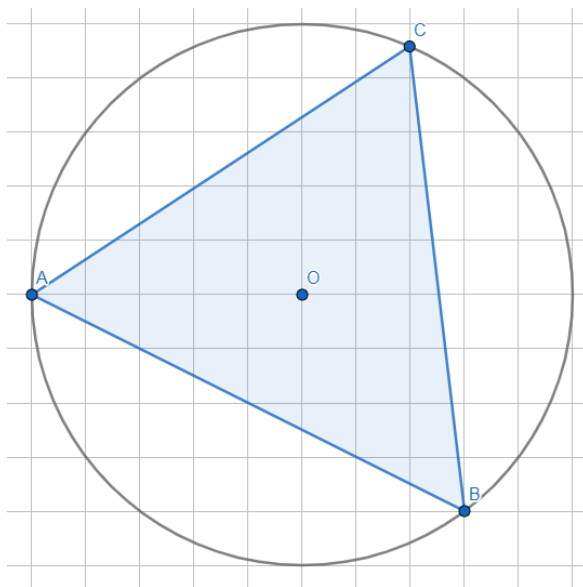


Рис. 34. Иллюстрация к задаче

1) Основные понятия: треугольник, вписанный в окружность, $a = 2R\sin\alpha$.

2) Дано: $AC \perp BK$; окр.О; BK – диаметр; $\triangle ABC$.

Доказать: проекция AC равна AB .

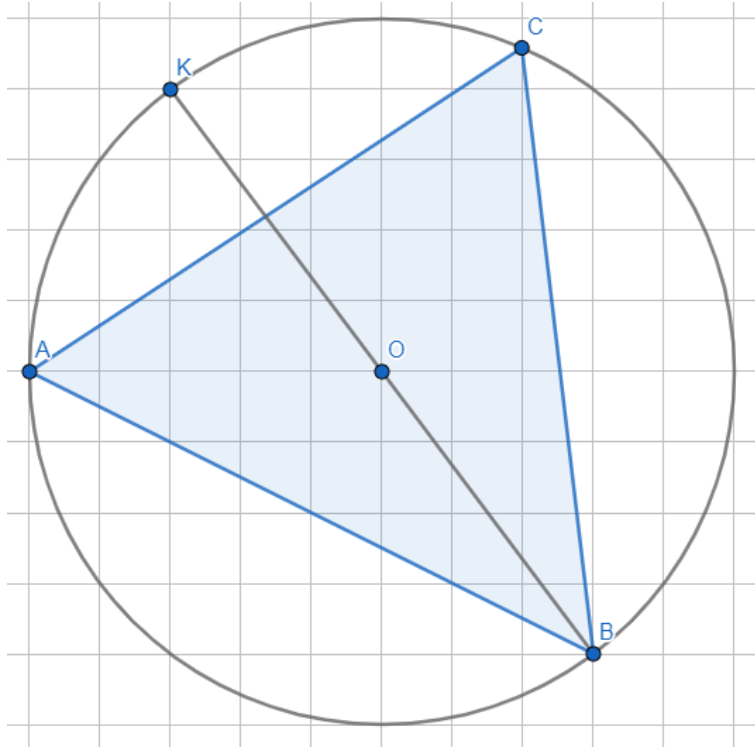


Рис. 35. Иллюстрация к задаче

Доказать: проекция AC равна AB .

Доказательство:

Т.к. треугольник вписан в окружность, то из вершины B можно провести диаметр BK . Соединив точку K с вершиной A , получим $\angle BAK = \angle CBA$, т.к. они имеют общую хорду AB . Пусть $BC = a$, $\angle AKB = \alpha$, тогда, т.к. BK – диаметр, $\triangle ABK$ – прямоугольный, то (по теореме синусов) $a = 2R\sin\alpha$. Ч.т. д.

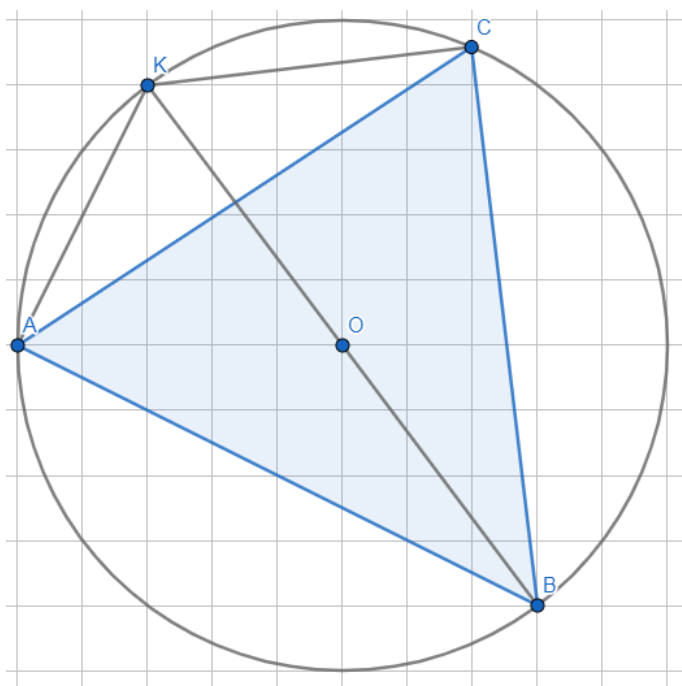


Рис. 36. Иллюстрация к задаче

3) Фразу «сторона равна произведению двух радиусов на синус противолежащего угла» можно заменить на «проекция диаметра, перпендикулярного одной стороне на другую сторону, равна третьей стороне», т.к. смысл не изменится.

4) Полученная в итоге задача выглядит так: «Докажите, что для вписанного в окружность треугольника проекция диаметра, перпендикулярного одной стороне, на другую сторону, равна третьей стороне». В этой задаче специально используются «лишние» данные, чтобы задача была более красивой и ...запутанной.

5) Решение этой задачи, точно такое же, как и у исходной задачи, поэтому оно не приводится.

Замена фигуры. Алгоритм конструирования:

- 1) выделение основной фигуры задачи,
- 2) решение задачи,
- 3) замена фигуры и уточнение полученной задачи.

Пример 14. На плоскости отмечено пять точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Постройте пятиугольник, в котором данные точки являются серединами сторон.

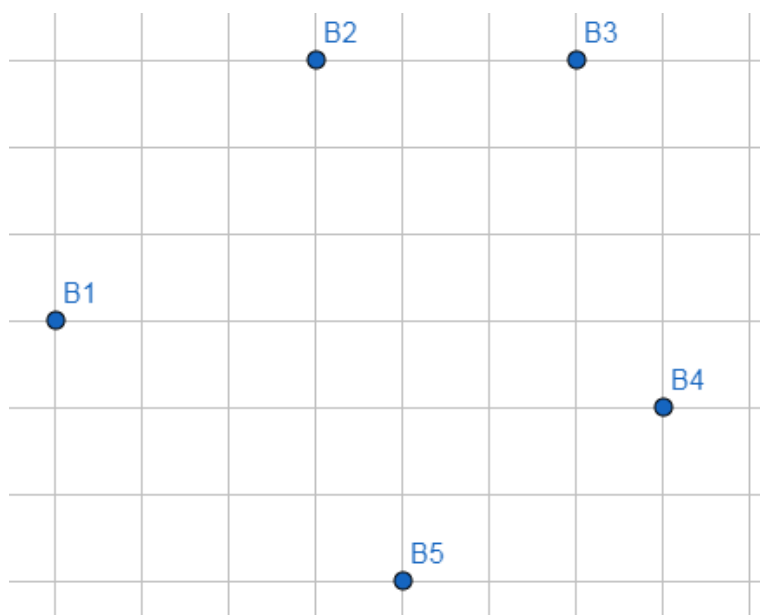


Рис.37. Иллюстрация к задаче

1) Основная фигура задачи – пятиугольник.

2) Дано: т. B_1, B_2, B_3, B_4, B_5 .

Найти: т. A_1, A_2, A_3, A_4, A_5 .

Решение: для наглядности начертим на плоскости пятиугольник и отметим середины сторон, как если бы задача была решена. Проведем в пятиугольнике диагональ и получим две фигуры: четырехугольник и треугольник, середины сторон четырехугольника являются вершинами параллелограмма. Соединив точки B_2, B_3, B_4 , получим треугольник и достроим его до параллелограмма и найдем середину диагонали, которая параллельна прямой $B_1 B_5$ (по теореме о средних линиях треугольника). Таким образом, можно легко построить точки A_1, A_2 и A_5 , а зная их и A_3, A_4 , при помощи параллелограмма.

3) Пусть будет не пятиугольник, семиугольник. Для этого нужно взять не пять, а семь точек, любые три из которых не лежат на одной прямой. В результате получается довольно трудная задача: «На плоскости отмечены семь точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Постройте семиугольник, для которого эти точки являются серединами сторон».

Перевод задачи с геометрического языка на алгебраический. В результате таких преобразований обычно получаются красивые и интересные

задачи, которые имеют сложное решение. Этот способ перефразировки иллюстрирует тесное взаимодействие алгебры и геометрии. Конечно, перевод возможен не только с геометрического языка на алгебраический, но и наоборот. Однако решение алгебраических задач на геометрическом языке встречается гораздо реже, ввиду сложности и характерности решения, присущего таким задачам.

Алгоритм конструирования:

- 1) выбор условий, которые можно заменить алгебраическими выражениями,
- 2) решение задачи,
- 3) изменение условий,
- 4) редактирование формулировки,
- 5) решение полученной задачи.

Пример 15. Если треугольник вписан в окружность, то любая его сторона будет равна произведению двух радиусов этой окружности на синус угла, противоположного этой стороне.

1) В данном случае перефразировки обычно берутся не отдельные фразы или термины, а части фигур (стороны, углы, диагонали и т.д.).

Условия для перевода: сторона CB треугольника ABC , сторона AK треугольника ABK , $\angle BAC$, $\angle ABK$, радиус и диаметр.

2) Решение этой задачи приведено в примере 13 пункт 2).

3) Пусть $CB = a$, $AK = b$, $\angle BAC = \alpha$, $\angle ABK = \beta$, $BK = x$, OH (радиус) $= y$.

4) Конечная формулировка выглядит так: «Найти отношение a к b в системе: $\begin{cases} a = \sin \alpha x, \\ b = \sin \beta y. \end{cases}$ на основании теоремы синусов».

5) Решение: по теореме синусов, $a = 2R \sin \alpha$, тогда выражения $a = \sin \alpha x$, $b = \sin \beta y$ будут частными случаями теоремы, в этом случае

$\sin \alpha = \sqrt{3}/2$, $\sin \beta = 1/2$, а x, y - диаметр и радиус соответственно, $x =$

$2y \Rightarrow b = y \Rightarrow a = 2\sqrt{3}b/2 \Rightarrow a/b = 1/\sqrt{3}$. Ответ: $a/b = 1/\sqrt{3}$.

В приложении приведены примеры нескольких карточек, с помощью них и аналогичным им осуществлялась тренировка навыков конструирования задач в процессе реализации ИОТ учащихся

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате проведенного исследования были решены все поставленные задачи.

В процессе анализа психолого-педагогической и методической литературы были выявлены основные подходы к пониманию понятия индивидуальная образовательная траектория (ИОТ), конструирование и др.

Так как анализ сущности ИОТ показал, что она соответствует сущности личностно-ориентированного обучения, сделан вывод о том, ИОТ можно использовать как средство реализации личностно-ориентированного обучения.

С целью анализа возможности использования конструирования задачного материала как средства реализации ИОТ учащихся была рассмотрена суть процесса конструирования. Выявлено, что конструирование способствует получению некоторых результатов, на обеспечение которых направлено внедрение ИОТ. Сделан вывод о том, что реализацию ИОТ возможно осуществлять посредством конструирования задачного материала.

Выделены наиболее характерные виды организации деятельности по конструированию задачного материала. На этой основе разработаны соответствующие серии упражнений, применимые в рамках реализации краткосрочных ИОТ учащихся.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гульянц С. М. Сущность личностно-ориентированного подхода в обучении с точки зрения современных образовательных концепций // Вестник ЮУрГГПУ. – 2009. – №2. – С. 40-52.
2. Заир-Бек Е. С., Казакова Е. И. Педагогические ориентиры успеха (актуальные проблемы развития образовательного процесса): Методические материалы к обучающим семинарам. – СПб : Изд-во «Петроградский и К», 1995. – 64 с.
3. Личностно-ориентированное образование: феномен, концепция, технологии: Монография. – Волгоград: Перемена, 2000. – 148с.
4. Маскаева А. М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся при изучении раздела «Начала математического анализа» // Ярославский педагогический вестник – 2011 – № 1 – Том II (Психолого-педагогические науки). – С. 69-73.
5. Моденова М. В. Конструирование систем математических задач // Интеграция образования. – 2009. – №4. – С.98-102.
6. Построение модели личностно-ориентированного обучения. Под научной ред. Якиманской И. С. – М.:КСП+, 2001. – 128 с.
7. Погорелов А. В. Геометрия. 7-9 классы. – М. : Просвещение, 2014. – 240 с.
8. Погорелов А. В. Геометрия. 10-11 классы. – М. : Просвещение, 2014. – 175 с.
9. Пойа Д. Как решать задачу. – М.: Учпечгиз, 1961. – 208 с.
10. Саранцев Г. И. Упражнения в обучении математике. – М. : Просвещение, 2005. – 255 с.
11. Селевко Г.К. Педагогические технологии на основе активизации, интенсификации и эффективного управления УВП. – М.: НИИ школьных технологий, 2005. – 208с.

12. Сериков В. В. Образование и личность. Теория и практика проектирования пед. систем. – М.: Издательская корпорация «Логос», 1999. – 272 с.
13. Сериков В. В. Личностно-ориентированный подход в образовании: концепции и технологии: Монография. - Волгоград: Перемена, 1994. – 152 с.
14. Смирнова А. А. Конструирование дополнительных задач при обучении математике в основной школе Научное мнение. – 2015. – № 6. – С. 111–115.
15. Смирнова А. А. Технология конструирования творческих заданий с учащимися на уроках математики // Наука и школа. – 2019. – №5. – С. 156-163.
16. Хуторской А. В. Развитие одаренности школьников: Методика продуктивного обучения: пособие для учителя. – М., 2000. – 320 с.
17. Якиманская И. С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. – М.: Сентябрь, 2000. – 112с.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Карточка 1

Дано изначально	Составлено учащимся 10 класса
<p><u>Исходная задача:</u></p> <p>Доказать, что основание хотя бы одной высоты треугольника лежит на соответствующей стороне, а не на ее продолжении</p>	<p><u>А) Более сложная относительно исходной:</u> Доказать, что у любого тетраэдра основание хотя бы одной высоты принадлежит соответствующей грани тетраэдра.</p> <p><u>Б) Более простые относительно исходной:</u></p> <p>1) Доказать, что основание одной из высот (выбор высоты осуществляет учащийся) треугольника лежит на соответствующей стороне, а не на ее продолжении.</p> <p>2) Доказать, что основание хотя бы одной высоты равнобедренного треугольника лежит на соответствующей стороне, а не на ее продолжении.</p> <p>3) Доказать, что основание хотя бы одной высоты равностороннего треугольника лежит на соответствующей стороне, а не на ее продолжении.</p>

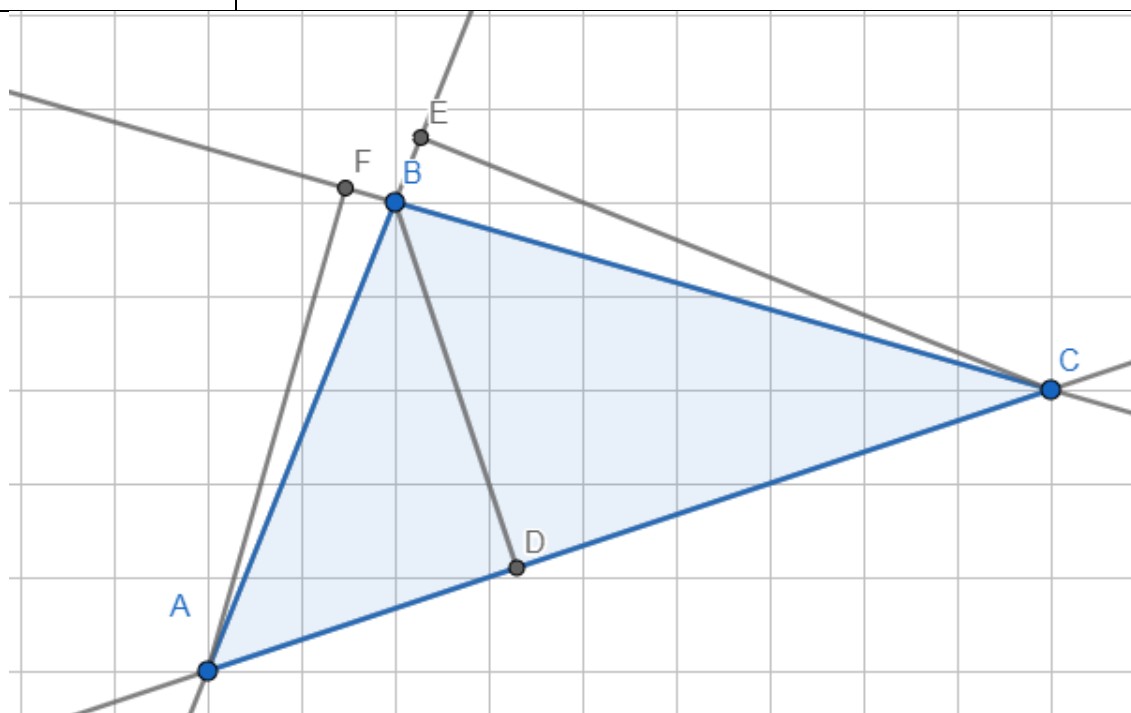


Рис. 39. Иллюстрация к задаче

Карточка 2

Тема: «Параллельность прямых»	
Дано изначально	Составлено учащимся
<p><u>Исходная задача:</u></p> <p>Один из восьми углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей равен 72°. Найти остальные углы.</p>	<p><u>Более сложные относительно исходной:</u></p> <p>1) Сумма двух из восьми углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 72°. Найти все углы.</p> <p>2) Разность двух из восьми углов, образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 72°. Найти все углы.</p> <p>3) Сумма трех из восьми углов (два из которых вертикальные, а третий смежный с каждым из них), образованных при пересечении двух параллельных прямых секущей равна 200°. Найти все углы.</p>

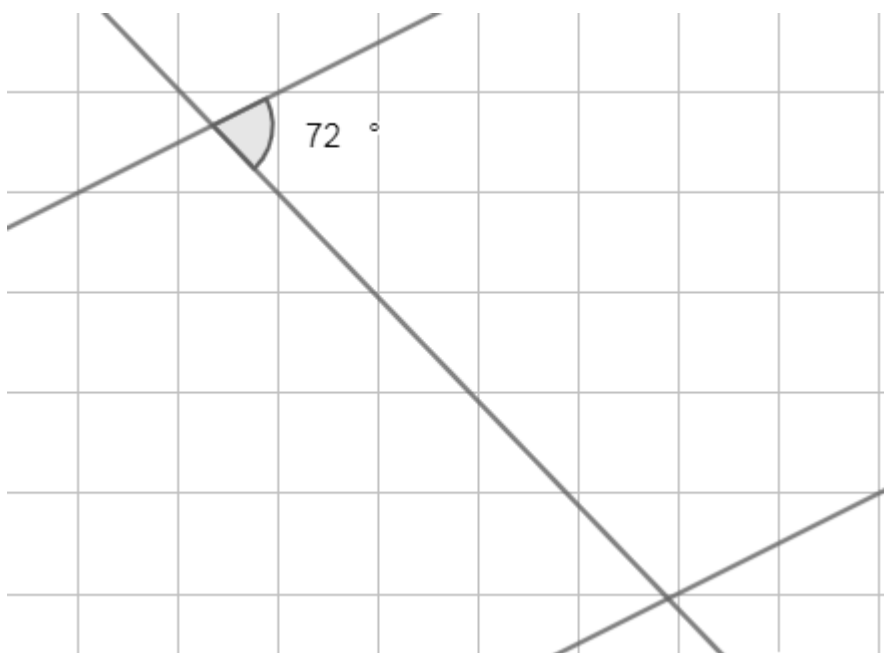


Рис. 40. Иллюстрация к задаче

Тема «Четырехугольники»	
Дано изначально	Составлено учащимся
<p><u>Исходная задача:</u></p> <p>Дан параллелограмм. Один из его углов больше другого на 20°. Найти все углы параллелограмма</p>	<p><u>Преобразованные задачи:</u></p> <p>а) <u>Более простые относительно исходной:</u></p> <p>1) Дан параллелограмм ABCD. Угол А больше угла С на 20°. Найти все углы параллелограмма.</p> <p>2) Дан параллелограмм ABCD. Угол А больше угла С на 20°. Найти все углы параллелограмма, зная, что углы А и С односторонние.</p> <p>б) <u>Более сложные относительно исходной:</u></p> <p>1) Дан параллелограмм. Разность двух углов параллелограмма равна 20°. Найти все углы параллелограмма.</p> <p>2) Дан параллелограмм. Один из его углов больше другого на 20°, или в 1,25 (в 2) раза. Найти все углы параллелограмма. Нет ли в задаче лишних данных? Не противоречат ли они друг другу? Составить задачу без лишних данных и решите ее.</p> <p>3) Составить задачу на нахождение углов параллелограмма, сводящуюся к решению уравнения $x + (x + 20) = 180$, и решить ее.</p>

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»

Утверждаю: зав. кафедрой
« 30 » августа 20 19 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Байлыева Довлета
(ФИО полностью)

Тема работы Построение индивидуальных образовательных траекторий
на основе структурирования задачного материала

Утверждена приказом по Университету от « 29.10 » 20 19 г. № 1483 а/о

Срок сдачи студентом законченной работы « 23 » 06 . 2020 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1	Сущность и структура личностно – ориентированного обучения	Октябрь, 2019	<i>выполнено</i> 
2	Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации личностно – ориентированного обучения	Ноябрь, 2019	<i>выполнено</i> 
3	Возможность реализации ИОТ на основе конструирования задачного материала	Декабрь, 2019	<i>выполнено</i> 
4	Прием обращения задач	Январь, 2020	<i>выполнено</i> 
5	Прием обобщения задачи	Февраль, 2020	<i>выполнено</i> 
6	Прием замены части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения	Март, 2020	<i>выполнено</i> 
7	Прием составления задач по заданным чертежам	Апрель, 2020	<i>выполнено</i> 
8	Прием переформулировки задачи	Май, 2020	<i>выполнено</i> 

Дата выдачи задания « 1» октября 2019 г.

Руководитель  Родионов М.А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

 Байлыев Д.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студента 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Байлыева Довлета

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Байлыев Довлет,
Ф.И.О. студента

студент 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Построение индивидуальных образовательных траекторий на основе структурирования задачного материала», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


подпись
22.06.2020
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 22.06.2020
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  М.А. Родионов
подпись И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ» выпускной квалификационной работы (дипломной работы) на тему «Построение индивидуальных образовательных траекторий на основе структурирования задачного материала»

студента 4 курса Байлыева Довлета

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Руководитель ВКР Родионов М.А.



пгу



ЭКСПЕРТ
do7tor@mail.ru



ru ▼

ГЛАВНАЯ / КАБИНЕТ / РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ /

Краткий отчет

полный отчет

ПАРАМЕТРЫ ПРОВЕРКИ ЭКСПОРТ СПРАВКА ИСТОРИЯ ОТЧЕТОВ ВЫЙТИ В КАБИНЕТ ЕЩЕ...

Байлыев Довлет

ПРОВЕРЕНО: 22.06.2020 22:58:45
КОРРЕКТИРОВКА: 23.06.2020 22:00:56

№	Доля в отчете	Доля в тексте	Источник	Актуальна на	Модуль поиска	Блоков в отчете	Блоков в тексте
[01]	0%	10,97%	Реферат: Конструирование задач Дипл...	12 Июл 2017	Модуль поиска "Интернет Плюс"	0	30
[02]	8,25%	10,38%	Способы реализации лично-ориент...	13 Фев 2018	Модуль поиска "Интернет Плюс"	15	22
[03]	0%	7,61%	Пишем работы на 5+ :: Дипломная работ...	11 Янв 2017	Модуль поиска "Интернет Плюс"	0	17
[04]	5,7%	6,91%	Один из способов обращения задач как ...	11 Мая 2018	Модуль поиска перефразирований eLIBRARY.RU	6	7
[05]	1,31%	6,48%	Один из способов обращения задач как ...	11 Мая 2018	Коллекция eLIBRARY.RU	8	19
[06]	1,06%	5,91%	134534	15 Апр 2016	Сводная коллекция ЭБС	3	18
[07]	0%	5,42%	Инновации в современной науке.	раньше 2011	Коллекция eLIBRARY.RU	0	14
[08]	0%	5,34%	КЛАССНЫЙ РУКОВОДИТЕЛЬ: ДУХОВНО-...	14 Дек 2016	Коллекция eLIBRARY.RU	0	13

ЗАИМСТВОВАНИЯ

35,55%

САМОЦИТИРОВАНИЯ

0%

ЦИТИРОВАНИЯ

1,8%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ

62,65%

ИСТОЧНИКОВ: 90

23.06.2020

Руководитель ВКР

подпись

М.А.Родионов

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Построение индивидуальных образовательных траекторий на
основе структурирования задачного материала»

студента Байлыева Довлета

факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 16ФПМ1

Выбор темы выпускной квалификационной работы обусловлен большими сложностями, встающими перед практикующими учителями при проектировании и реализации индивидуальных образовательных траекторий школьников. Эти сложности связаны с необходимостью прочного усвоения базового, с одной стороны, и организации самостоятельной исследовательской деятельности учеников – с другой. Применительно к математике как к учебному предмету в качестве пути преодоления этих сложностей вполне естественно рассматривать относительно самостоятельное конструирование школьниками задачных ситуаций на основе реализации процедур обобщения, конкретизации, аналогии и др. и дальнейшее их разрешение в ходе совместной учебно-поисковой работы. С этих позиций проблематика, освещаемая в предлагаемой работе, представляется достаточно актуальной.

К основным результатам научного исследования можно отнести: в процессе анализа психолого-педагогической и методической литературы были выявлены объем и содержание понятий «индивидуальная образовательная траектория», «конструирование задачного материала» и др.; изучена возможность использования индивидуальных образовательных траекторий как средства индивидуализации обучения математике; проанализирована возможность реализации ИОТ учащихся на основе конструирования задачного материала; разработан и апробирован в школе №12 г. Пензы методический инструментарий, позволяющий реализовать

индивидуальные образовательные траектории школьников на основе конструирования задачного материала.

В процессе написания выпускной квалификационной работы студент продемонстрировал самостоятельность и инициативу в постановке и решении возникающих проблем, навыки работы с научной, методической и психолого-педагогической литературой, умение анализировать и делать выводы. Наличие всех этих качеств позволяет сделать вывод о готовности студента к будущей профессиональной деятельности в качестве учителя математики. Оформление выпускной квалификационной работы полностью соответствует требованиям.

В целом выпускная квалификационная работа Довлета Шакыровича Байлыева «Построение индивидуальных образовательных траекторий на основе структурирования задачного материала» удовлетворяет всем необходимым требованиям и заслуживает оценки – «хорошо».

Руководитель ВКР, доктор
педагогических наук, профессор



Родионов М.А.