МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Методические особенности изучения темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии»

Студент 15.06.23 (подпись, дата) Никонорова Татьяна Сергеевна (ФИО полностью)

Руководитель 15.06.23 (подпись, дата) Сорокина М. В. (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр 29.06.23 (подпись, дата) Журавлева Е.Г. (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 26.06.23 № 14)

Заведующий кафедрой 26.06.23 (подпись, дата) Паньженский В.И. (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 13.07.23 № 7)

Секретарь ГЭК 13.07.23 (подпись, дата) Журавлева Е.Г. (фамилия, инициалы)

Пенза 2023

Оглавление

Введение **3**

Глава 1. Теоретические особенности изучения темы **5**

1.1 Аксиоматическое определение понятие площадь многоугольника. Теория площадей в курсе математики 5

1.2 Место темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии 11

1.3 Методические особенности изучения темы «Площадь многоугольника» 14

1.4 Методические особенности изучения темы «Площадь круга» 19

Глава 2. Методические разработки **22**

2.1 Технологические карты уроков 22

2.2 Тексты самостоятельных и контрольных работ. Методические особенности изучения темы «Площадь многоугольника» 31

2.3 Анализ задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы 50

Заключение **54**

Список используемой литературы **55**

Введение

Актуальность исследования. Особое место и важную роль играет курс геометрии в школьном математическом образовании. На протяжении всего времени геометрии уделяется 40% учебного времени изучения математики.

В планиметрии (геометрии на плоскости) идет изучение взаимного расположения прямых; свойств различных фигур (например, треугольников, четырехугольников и окружностей); отношения равенства и подобия фигур; измерение длин, величин углов и площадей.

В ОГЭ (Основной Государственный Экзамен) входят задачи по теме «Площади фигур». Следует отметить, что задачи на площадь имеют практическую значимость в жизни человека.

Кроме того, *актуальность исследования* обусловлена сложившимся к настоящему времени противоречием между фактическим состоянием методики обучения учащихся в курсе геометрии и необходимостью обучения учащихся по теме «Площади фигур» на уроках геометрии в соответствии с требованиями ФГОС основного общего образования.

Цель исследования выявление методических особенностей изучения темы «Площади фигур» в курсе геометрии 7-9 классов.

Объект исследования: процесс обучения геометрии в школьном курсе.

Предмет исследования: методические особенности обучения решению планиметрических задач по теме «Площадь многоугольника» в курсе школьной геометрии.

Задачи исследования:

1) Изучить понятие площади плоской фигуры;

2) Определить место темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии;

3) Выявить методические особенности изучения темы «Площадь многоугольника»;

4) Проанализировать и определить методические особенности темы «Площадь круга»;

5) Разработать тексты самостоятельных и контрольных работ по теме «Площади фигур».

Методы исследования: изучение и анализ школьных программ, учебной литературы и методических пособий по теме работы, изучения опыта работы учителей математики.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в нём выявлены методические особенности обучения учащихся теме «Площадь многоугольника» в курсе школьной геометрии.

Практическая значимость исследования составляют методические рекомендации по обучению учащихся решению задач на вычисление площади многоугольника и соответствующий набор самостоятельных работ, а также конспекты уроков, которые могут быть использованы учителями математики в практической деятельности.

Во введении сформулированы такие характеристики исследования, как: актуальность, проблема, объект, предмет, цель и задачи данного исследования.

Бакалаврская работа содержит введение, две главы, заключение и список литературы.

Первая глава содержит анализ тем школьного курса математики. Рассматривается методика введения понятия площадей, проведены сравнительные анализы особенностей изучения данной темы.

Во второй главе представлены тексты самостоятельных и контрольных работ по теме «Площадь многоугольников», а также технологические карты уроков.

В заключении сформулированы основные результаты и выводы проведенного исследования.

Список литературы состоит из 19 источников.

Глава 1. Теоретические особенности изучения темы

1.1 Аксиоматическое определение понятие площадь многоугольника. Теория площадей в курсе математики

Каждому многоугольнику можно поставить в соответствие положительное число S (площадь) так, чтобы выполнялись следующие свойства:

1^0 Равные многоугольники имеют равные площади.

2^0 Если многоугольник составлен из двух многоугольников, не имеющих общих внутренних точек, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников.

3^0 Площадь квадрата со стороной, равной единице длины, равна 1 (единице измерения площадей) [12].

Иными словами, можно сказать, что площадь – это функция, заданная на множестве многоугольников, принимающая только положительные значения и удовлетворяющие условиям $1^0, 2^0, 3^0$.

А. Площадь прямоугольника.

Докажем, что площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

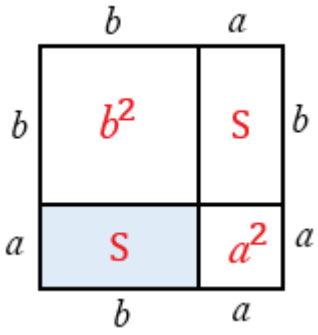


Рисунок 1 – Площадь прямоугольника

Достроим прямоугольник (со сторонами равными a и b, а также площадью S, рисунок 1) квадрат со стороной $(a + b)$. Учитывая, что площадь

любого квадрата равна квадрату его стороны, соответственно получим значение площади, построенного нами квадрата, равное $(a+b)^2$. Используя свойство 2^0, получим:

$$(a+b)^2 = S + S + a^2 + b^2$$

$$a^2 + 2ab + b^2 = S + S + a^2 + b^2$$

$$S = ab$$

Таким образом, было доказано, то действительно площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Б. Площадь прямоугольного треугольника. Если достроить треугольник до прямоугольника, то диагональ прямоугольника разделит его на два равных треугольника, и из аксиом 1^0и 2^0 будет следовать, что площадь треугольника равна половине площади прямоугольника.

$$S = \frac{1}{2} \cdot ab$$

В. В случае если треугольник не прямоугольный, то его можно представить в виде объединения или разности двух прямоугольных треугольников (Рисунок 2 ; Рисунок 3; Рисунок 4.). Следовательно, площадь единственна на множестве всех треугольников.

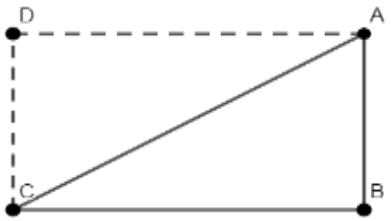


Рисунок 2 – Дополнение треугольника до прямоугольника

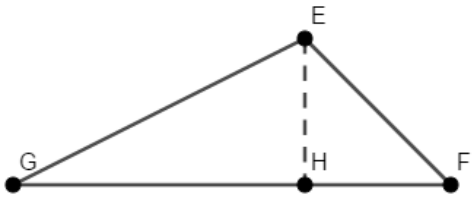


Рисунок 3 – Объединение прямоугольных треугольников

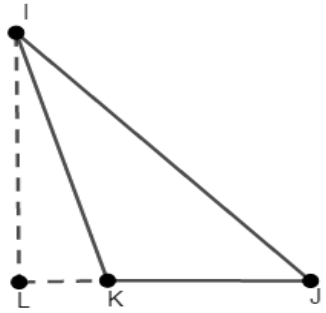


Рисунок 4 – Разность прямоугольных треугольников

Г. Площадь параллелограмма.

Площадь параллелограмма площадь выражается формулой: $S = ah$, где a-сторона параллелограмма, h – высота, проведенная к данной стороне.

Проведем доказательство данной формулы.

Рассмотрим параллелограмм ABCD (Рисунок 5), который не является прямоугольником. В этом случае один из его углов, ∠A или∠B, острый. Для доказательства формулы зафиксируем пусть острым углом будем являться ∠A. Проведем перпендикуляр AE на прямую CD из вершины A. Достроим параллелограмм ABCD до трапеции ABCE. Площадь трапеции ABCE равна сумме площадей параллелограмма ABCD и треугольника ADE.

Опустим перпендикуляр BF на прямую CD из вершины B. В этом случае площадь трапеции ABCE равна сумме площадей прямоугольника ABFE и треугольника BCF. Так как прямоугольные треугольники ADE и BCF равны (легко доказать исходя из первого признака равенства треугольников), а значит, имеют равные площади. Отсюда следует, что площадь параллелограмма ABCD равна площади прямоугольника ABFE, т.е. равна AB·BF. Отрезок BF называется высотой параллелограмма, соответствующей сторонам AB и CD [13].

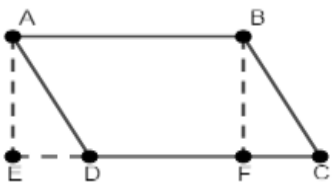


Рисунок 5 – Параллелограмм

Для трапеции площадь выражается формулой:

$S = \frac{a+b}{2} h$, где a и b – длины оснований трапеций, а h – ее высота.

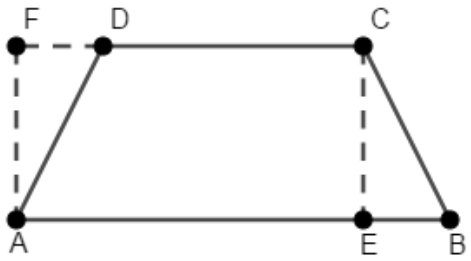


Рисунок 6 – Трапеция

Докажем формулу площади трапеции.

Рассмотрим трапецию ABCD (Рисунок 6). Диагональ трапеции разделяет на два неравные треугольника, как, например, AC разбивает ее на два треугольника: ABC и CDA. Следовательно, площадь трапеции равна сумме площадей этих треугольников. Площадь треугольника ABC равна $\frac{1}{2} AB \cdot CE$, площадь треугольника ACD равна $\frac{1}{2} CD \cdot AF$. Высоты CE и AF этих треугольников равны расстоянию между параллельными прямыми AB и CD. Это расстояние называется высотой трапеции.

Объединение конечного множества треугольников это и есть многоугольная фигура. Площадь многоугольника можно найти по свойству аддитивности.

1. Площадь треугольника можно вычислить по следующей формуле:

$S = \frac{1}{2} a h_a$

где a – длина стороны треугольника, h_a – высота, опущенная к ней (Рисунок 5).

Следствие 1. Площади треугольников, имеющих одно и то же основание, пропорциональны высотам (Рисунок 7): $\frac{S_{ABC}}{S_{ADC}} = \frac{h_b}{h_c}$.

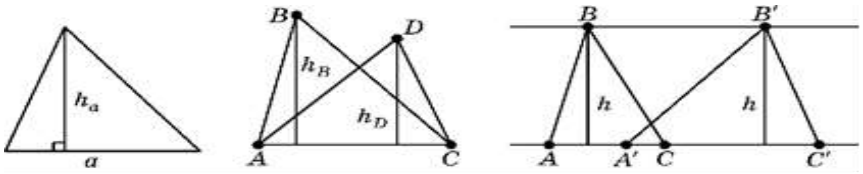


Рисунок 7 – Произвольные треугольники

Следствие 2. Площади треугольников, имеющих одну и ту же высоту, пропорциональны основаниям (Рисунок 7): $\frac{S_{ABC}}{S_{A,B,C,}} = \frac{AC}{AC,}$ [6].

Рисунок 8 – Треугольники, имеющие общий угол

Следствие 3. Площади треугольников, имеющих общий угол, пропорциональны произведениям сторон, заключающих этот угол (Рисунок 8 – Треугольники, имеющие общий угол):

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{AB \cdot AC}{AB' \cdot AC'}$$

Докажем следствие 3. Проведем отрезок BC' (Рисунок 8).Тогда, согласно следствию 2,

$$\frac{S_{ABC}}{S_{ABC'}} = \frac{AC}{AC'}, \text{ и } \quad \frac{S_{ABC'}}{S_{AB'C'}} = \frac{AB}{AB'}.$$

Перемножая эти равенства, получаем, что

$$\frac{S_{ABC}}{S_{AB'C'}} = \frac{AB \cdot AC}{AB' \cdot AC'}$$

(что и требовалось доказать).

2. Приведем доказательство формулы для площади треугольника ABC: $S = \frac{1}{2} AB \cdot AC \cdot \sin A$.

Опустим высоту BD в треугольнике ABC на сторону AC. Имеем: $S = \frac{1}{2} AC * BD$. Из прямоугольного треугольника ABD $BD = AB \cdot \sin\alpha$, если угол α острый (Рисунок 9), $BD = AB \cdot \sin(180 - \alpha)$, если угол α тупой (Рисунок 10). Так как $\sin(180 - \alpha) = \sin\alpha$, то в любом случае $BD = AB \cdot \sin\alpha$.

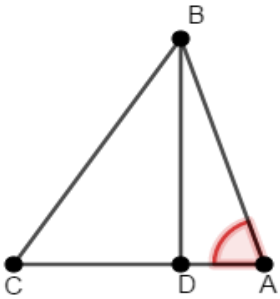


Рисунок 9 – Угол α острый

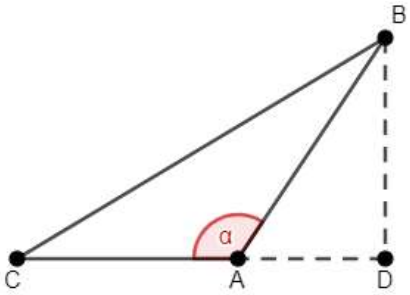


Рисунок 10 – Угол α тупой

Формула Герона для площади треугольника:

$S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$, где *a, b, c* – длины сторон треугольника, а *p*- полупериметр.

Докажем справедливость данной формулы.

Будем исходить из двух известных соотношений:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin C,\ c^2 = a^2 + b^2 - 2ab \cos C.$$

Далее мы должны из второй формулы (теоремы косинусов) выразить через a, b и c сначала $\cos C$, а затем и $\sin C$ и подставить в формулу для площади.

Прежде чем перейти к реализации этого плана, заметим, что

$$\frac{a+b-c}{2}=\frac{a+b+c-2c}{2}=\frac{2p-2c}{2}=p-c.$$

Точно так же имеем

$$\frac{b+c-a}{2}=p-a,\frac{c+a-b}{2}=p-c.$$

Теперь выразим косинус через a, b и c: $\cos C=\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}$

Так как любой угол в треугольнике $0°\leq\alpha\leq 180°$, то sin C > 0. Значит,

$$\sin C=\sqrt{1-\cos^2 C}=\sqrt{(1-\cos C)(1+\cos C)}.$$

Теперь отдельно преобразуем каждый из сомножителей в подкоренном выражении. Имеем

$$1-\cos C=1-\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{c^2-a^2-b^2+2ab}{2ab}=\frac{c^2-(a-b)^2}{2ab}=\frac{(c-a+b)(c+a-b)}{2ab}=\frac{2(p-a)(p-b)}{ab};$$

$$1+\cos C=1+\frac{a^2+b^2-c^2}{2ab}=\frac{(a+b)^2-c^2}{2ab}=\frac{(a+b+c)(a+b-c)}{2ab}=\frac{2p(p-c)}{ab}.$$

Значит, $\sin C=\sqrt{(1-\cos C)(1+\cos C)}=\frac{2}{ab}\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

Подставляя это выражение в формулу для площади, получаем

$S=\frac{1}{2}ab\sin C=\sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$.

1.2 Место темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии

Рекомендован к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ общего образования, перечень учебников геометрии для учащихся 7-9 классов, например, Л.С. Атанасян, И.Ф. Шарыгин, И.М. Смирнова и А.В. Погорелов.

Проанализируем учебные программы к учебным пособиям различных авторов.

В школьном курсе геометрии по учебнику Л.С. Анатасяна [4] отводится 14 часов на тему «Площадь». Тема «Площадь круга» в данную главу не включена. Она рассматривается в главе «Длина окружности и площадь круга» 2 часа. А.В.Погорелов предлагает изучение темы «Площадь» в одной главе, которая называется «Площади фигур». И.М. Смирнова также предлагает изучение темы «Площадь» в одной главе, которая имеет название «Площадь». И.Ф. Шарыгин разбивает изучение темы на две главы: «Площади многоугольников», «Длина окружности, площадь круга».

Л.С. Атанасян в своем учебнике особое внимание уделяет формированию практических навыков вычисления площадей многоугольников в ходе решения задач, ведь это является составной частью задач на многогранники в курсе стереометрии. В данной главе доказывается теорема об отношении площадей треугольников, имеющих по равному углу. Эта теорема имеет особое место при изучении подобия треугольников, но умение доказывать ее от учеников не требуется.

И.Ф. Шарыгин в главу «Площади многоугольников» включает второй способ доказательства теоремы Пифагора, метод площадей, синус двойного угла, теорема о медианах треугольника и биссектрисе внутреннего угла. Также вводится понятие равновеликости. С помощью этого понятия происходит углубление общих представлений учащихся о методических основах геометрии и упрощается решение некоторых задач. Большое внимание уделяется решению задач, ведь это подготавливает учащихся к решению прямоугольных треугольников, позволяет расширить представления учащихся об аналитических методах решения геометрических задач и играет весомую роль в осуществлении внутрипредметных связей.

В учебнике А.Д. Александрова особое внимание уделяется формулам для вычисления площадей четырехугольников, треугольников, кругового сектора, круга. Автор подготавливает основу для вывода формулы для вычисления площади, затем следующим шагом вводит формулы. Например, только после

рассмотрения теоремы Пифагоры вводится теорема Герона [7]. Впоследствии рассмотрена тема «Синус» и уже после нее приводится формула для нахождения площади произвольного треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Тема «Площадь многоугольника» у А.С. Атанасяна отводится 1 час. На данном уроке ученики должны научиться иллюстрировать и объяснять основные свойства площади, понятие равносоставленности и равновеликости; выводить формулы площади квадрата и прямоугольника; применять свои знания при решении задач на вычисление и доказательство.

Л.С Атанасян площадь многоугольника определяет, как величину занимаемой части плоскости, то есть аксиоматически. Совсем иначе представлен подход А.В. Погорелова. Анатолий Викторович рассматривает определение простой геометрической фигуры, а уже затем вводит понятие площади. И.Ф. Шарыгин неформально подходит к изучению новой темы и вводит понятие площади: «Площадь – это некоторая характеристика геометрической фигуры, расположенной на плоскости или на иной поверхности», затем определение данного понятия для плоской фигуры: «Площадь – это число, которое ставится в соответствие ограниченной плоскости фигуре».

Левон Сергеевич приводит сложное измерение площади многоугольников, используя метод разбиения фигуры на квадраты. Плюсы и минусы данного метода учащиеся должны понять сами и прийти к вычислению площади с помощью формул, измеряя только отрезки. Затем доказывается при помощи свойств площадей теорема Пифагора. Однако, формуле Герона уделено мало внимания. «Формулы вычисления площади треугольника (по двум сторонам и углу между ними)» предоставляется ученикам девятого класса после знакомства с тригонометрией.

Проведя анализ некоторых учебников по теме «Площади плоских фигур», можно сделать вывод: учебник Атанасяна наделен дополнительными задачами,

а также задачами повышенного уровня, помимо основных. Основная часть задач представляет собой задачи на вычисление площади, но встречаются также задачи на равновеликость фигур. У А.В. Погорелова [16] аналогично имеется множество задач на вычисление площади многоугольника.

1.3 Методические особенности изучения темы «Площадь многоугольника»

В учебном пособии под редакцией Л.С. Атанасяна в 8 классе отводится 14 часов на изучение темы «Четырехугольники». Автор вводит понятие многоугольника следующим образом «Многоугольник - это фигура, составленная из отрезков так, что смежные отрезки не лежат на одной прямой, а несмежные отрезки не имеют общих точек». После приводит определение параллелограмма, трапеции, прямоугольника, ромба, квадрата и их свойств. Некоторые теоретические термины автор не рассматривает отдельными пунктами, он вводит при доказательствах или решениях задач. В данном пособии на основе наглядного представления вводится понятие многоугольника.

Основная цель учащихся: систематические сведения о четырехугольниках и их свойствах.

Плоскость многоугольника – это величина части плоскости, которую занимает многоугольник. Некоторые свойства площадей:

а) равные многоугольники имеют равные площади

б) если многоугольник составлен из нескольких многоугольников, то его площадь равна сумме площадей этих многоугольников

в) площадь квадрата равна квадрату его стороны

Площадь прямоугольника. Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон $S = ab$.

Доказательство. Построим прямоугольник со сторонами равными a и b (Рисунок 1 – Построение прямоугольника до квадрата). Затем, достроим прямоугольник до квадрата со стороной $a + b$. По свойству площадь квадрата равна $(a + b)^2$. Но, с другой стороны, этот квадрат составлен из данного прямоугольника (его площадь равна S) и двух квадратов (их площадь равна a^2 и b^2.

По свойству имеем, $(a + b)^2 = S + S + a^2 + b^2$

$$a^2 + 2ab + b^2 = 2S + a^2 + b^2$$

$$-2S = a^2 + b^2 - a^2 - b^2 - 2ab$$

$$-2S = -2ab$$

$$S = \frac{-2ab}{-2}$$

$$S = ab$$

Площадь параллелограмма. Площадь параллелограмма равна произведению его основания a на высоту h. $S = ah$.

Площадь треугольника. Площадь треугольника равна половине произведения основания a на высоту h. $S = \frac{1}{2}ah$.

Площадь трапеции. Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований a и b на высоту h. $S = \frac{a+b}{2}h$.

Формирование у учащихся понятие площади многоугольника, развитие умения вычислять площади фигур, применяя изученные свойства и формулы, является на данный момент у учителя основной целью.

Преимуществом данного учебного пособия является полное изучение данной темы к началу 9 класса.

В учебном пособии под редакцией А.В. Погорелова на изучение темы «Многоугольники» отводится 20 часов. В данной теме рассматриваются такие понятия как параллелограмм, трапеция, прямоугольник, ромб, квадрат, а также их свойства [16].

Основная цель учащихся: систематические сведения о четырехугольниках и их свойствах. А.В. Погорелов считает более рациональным изучать тему «Площадь многоугольника» начиная с 9 класса, не затрагивая 8 класс.

На основе термина «ломанная» строится определение многоугольника: «Многоугольник – это простая замкнутая ломаная». Данная тема, помимо изучения многоугольников и их свойств, включает в себя ряд параграфов, не относящихся к теме «Многоугольники».

Тема «Площади фигур» изучается в течении 12 часов. Автор вводит такие понятия как:

Площадь многоугольника. Это положительная величина, численное значение которой обладает свойствами (они указаны ранее в рассмотрении учебника под ред. Атанасяна)

Площадь прямоугольника. Площадь прямоугольника со сторонами a и b вычисляется по формуле $S = ab$.

Доказательство.

Доказательство данной формулы начинается с доказательства того, что площади двух прямоугольников с равными основаниями относятся как их высоты.

Рассмотрим прямоугольники ABCD и ANKD – с общим основанием AD. Пусть S_{ABCD} и S_{ANKD} – их площади. Докажем, что $\frac{S_{ABCD}}{S_{ANKD}} = \frac{AB}{AN}$. Разобьем сторону AB прямоугольника на большое число a равных частей. Пусть y – число точек деления, которые лежат на стороне AN. Тогда $\frac{AB}{a} \cdot y \leq AN \leq \frac{AB}{a} \cdot (y + 1)$. Отсюда, разделив на AB, получим: $\frac{y}{a} \leq \frac{AN}{AB} \leq \frac{y}{a} + \frac{1}{a}$ [16].

Проведем через точки деления прямые, параллельные основанию AD. Они разобьют прямоугольник ABCD на a равных прямоугольников. Каждый из них имеет площадь $\frac{S_{ABCD}}{a}$. Прямоугольник ANKD содержит первые m

прямоугольников, считая снизу, и содержаться в $y+1$ прямоугольниках. Поэтому $\frac{S_{ABCD}}{a} \cdot y \leq S_{ANKD} \leq \frac{S_{ANKD}}{a} \cdot (y+1)$. Отсюда $\frac{y}{a} \leq \frac{S_{ANKD}}{S_{ABCD}} \leq \frac{y}{a} + \frac{1}{a}$.

Из данных неравенств мы видим, что оба числа $\frac{AB_1}{AB}$ и заключены между $\frac{y}{a}$и $\frac{y}{a} + \frac{1}{a}$. А так как a можно взять сколько угодно большим числом, то это может быть только при $\frac{S}{S_1} = \frac{AB}{AB_1}$.

Рассмотрим квадрат площадь, которого равна 1, так как каждая его сторона также равна 1; прямоугольник со сторонами 1, a; прямоугольник со сторонами a, b. Сравнивая их площади аналогично вышесказанному, по доказанному будем иметь: $\frac{S'}{1} = \frac{a}{1}$ и $\frac{S}{S'} = \frac{b}{1}$. При перемножении этих неравенств почленно, получим: $S = ab$.

Площадь параллелограмма. Площадь параллелограмма равна произведению его стороны a на высоту h, проведенную к этой стороне: $S = ah$.

Площадь треугольника. Площадь треугольника равна половине произведения его стороны a на проведенную к ней высоту h: $S = \frac{1}{2}ah$.

Площадь трапеции. Площадь трапеции равна произведению полусуммы ее оснований a и b на высоту h: $S = \frac{a+b}{2}h$.

Основная цель аналогична той, что ставится в учебном пособии под редакцией Атанасяна. Весомым плюсом данного пособия является то, что теоремы доказывать самостоятельно не нужно, доказательства теорем приводятся в готовом виде.

Рассматриваемые нами учебные пособия имеют существенные различия. В учебном пособии под редакцией А.В. Погорелова на изучение в 8 классе темы «Четырехугольники» отводится 20 часов, а в учебном же пособии Л.С. Атанасяна на изучение в 8 классе этой темы отводится всего 14 часов. В первом понятие многоугольника не рассматривается в отличии от второго пособия. Так же изучение темы происходит в разное время: в учебном пособии А.В. Погорелова тема изучается в 9 классе, и на нее отводится 12 часов, а в

учебном пособии Л.С. Атанасяна данная тема изучается в 8 классе, и на нее отводится 14 часов. В учебном пособии Л.С. Атанасяна практические задания темы «Площади многоугольников», нежели в учебном пособии А.В. Погорелова, дифференцированы, ведь практические задачи по изученному материалу находятся в конце каждого пункта следует перечень. В конце главы «Площади многоугольников» имеется список заданий, предлагаемых с целью обобщения темы. Он включает задания повышенной сложности, а также интересные задания для детей, интересующихся математикой. В учебном же пособии под редакцией А.В.Погорелова сначала изучается весь теоретический материал по теме «Площади многоугольников», и только в конце главы представлен список практических заданий по изученной теме.

В учебнике под редакцией А.В.Погорелова количество заданий, проверяющих не только знание формул, но также знание основных определений и свойств по теме «Площади многоугольников» не превышает и четверти от общего объема практического материала. Практически весь объем задач направлен на проверку знания учениками формул вычисления площадей фигур. В небольшом количестве представлены задания повышенной сложности. Подведя итог, можно сказать, что, учебное пособие под редакцией А.В. Погорелова рассчитано на «среднего» ученика и мало ориентировано на учащихся, уровень знаний которых выше среднего. В учебном пособии, предлагаемом Л.С.Атанасяном, такого рода заданиям уделяется большее количество внимания. Это способствует развитию у детей логического мышления, смекалки и интереса к предмету.

Что касается оформления, то учебник под редакцией Л.С. Атанасяна отличается достаточной красочностью и количеством наглядностей. Однако, сравнивая с учебником А.В. Погорелова, наглядности в учебном пособии Л.С. Атанасяна меньшего масштаба, что порой доставляет неудобства.

Проанализировав методики подачи материала в учебных пособиях, можно сделать вывод, что учебное пособие под редакцией А.В. Погорелова

изучает рассматриваемые темы более глубоко, однако многие из них написаны непонятным для подростков языком, что вызывает затруднения при их изучении. Более легкая трактовка определений и доказательств теорем представлена в учебном пособии под редакцией Л.С. Атанасяна. Материал усваивается легче, несмотря на то, что объем часов, отведенных на изучение данных тем, меньше, чем в учебном пособии А.В. Погорелова.

В ходе сравнения данных учебных пособий, я могу сделать вывод о том, что для лучшего усвоения учебного материала по темам «Многоугольники» и «Площади многоугольников», наиболее подходящей является методика изучения, предложенная Л.С. Атанасяном.

1.4 Методические особенности изучения темы «Площадь круга»

По учебнику Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова и др. Геометрия, 9 класс, обучение теме «Площадь круга» начинается в 9 классе, изучается в течении 2 часов в 12 главе «Длина окружности и площадь круга» втором параграфе, на которую отводится 12 часов. Данная глава является завершающей в изучении планиметрии.

В данной главе рассматривается три параграфа: «Длина окружности», «Площадь круга», «Площадь кругового сектора». Затем предлагается для закрепления данных тем 28 задач, 13 вопросов для повторения главы, 15 дополнительных задач и 4 задачи на повторение. В учебнике находится общетеоретическая информация, которая описывает конкретные темы учебного материала. Общетеоретический учебный материал сопровождается контрольными, дополнительными вопросами, а также дополнительными задачами разного уровня сложности. Теоремы, их доказательства, свойства, леммы, выделенные в параграфе цветом, являются особо важным теоретическим материалом.

Во втором параграфе рассматривается вывод формулы площади круга, основанный на интуитивном представлении о пределе. Ведь после неограниченного увеличения числа сторон правильного многоугольника, вписанного в окружность, то периметр многоугольника будет стремиться к площади круга, ограниченного окружностью.

Наглядное представление о площади круга без доказательства учащиеся рассматривают в 6 классе. Доказательства данной формулы приводится в 9 классе после изучения правильных многоугольников.

Вывод формулы площади круга основывается на трех последовательных логических шагах. Рассмотрим каждый из них.

Шаг первый. Посмотрим правильный n-угольник и впишем в него окружность. Периметр многоугольника будет равняться P_{n}, площадь $S_n = \frac{1}{2} P_n R$. Если количество сторон будет возрастать, то периметр будет убывать и стремиться к длине вписанной окружности. Аналогично и площадь будет стремиться к $S = \pi r^2$.

Шаг второй. Построим правильный n-угольник и опишем около него окружность. Периметр многоугольника будет равняться P_n, площадь $S_n = \frac{1}{2} P_n R$. Если количество сторон будет возрастать, то периметр будет возрастать и стремиться к длине описанной окружности.

Шаг третий. Делаем вывод, что площадь круга вычисляется по формуле $S = \pi r^2$.

Весь материал параграфа опирается на понятие предела. При решении задач на доказательство, вычисление и построение используются формулы площадей сектора, круга и сегмента. Автор уделяет особое внимание формированию практических навыков вычисления площадей круга и его частей, ведь курс стереометрии данные вычисления являются составной частью задач на тела вращения. Формула площади кругового сектора предлагается отдельным пунктом для дополнительного самостоятельного изучения.

После теоретического материала предлагаются задачи, их можно разделить на 2 типа. Первый тип: расчет площади правильных многоугольников, также длину дуги, площадь окружности, радиуса окружности и сторон многоугольника. Второй тип: решение задач на построение правильных многоугольников. Текст каждой задачи представлен в виде общепринятого математического текста. Некоторые задачи включают рисунки, диаграмму и иллюстрации. Чертежи, а также весь иллюстрированный материал представлен в отдельном цвете.

Стоит подчеркнуть некоторые методологические аспекты изложения учебного материала. Автор предлагает новый теоретический материал в виде отдельных абзацев, повторяя уже переданный материал (п.п. 18, 39,40,48,72,74), не подчеркивая это.

Для привлечения внимания ученика основные понятия и определения выделены конкретным цветом.

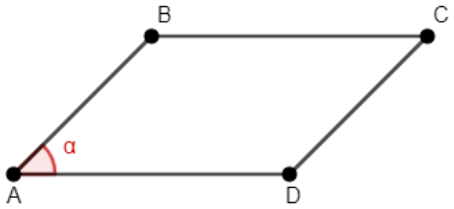
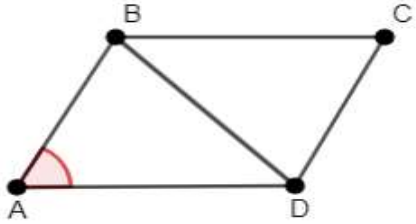
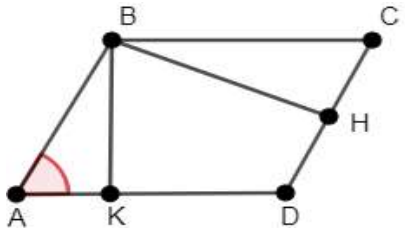
Глава 2. Методические разработки

2.1 Технологические карты уроков

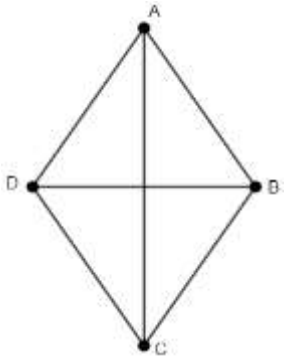
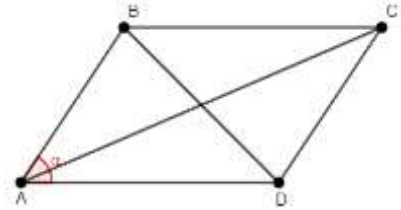
Таблица 1 – Технологическая карта урока

Тема урока	Площадь треугольника
Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы площади треугольника
Термины и понятия	Площадь квадрата, площадь прямоугольника, площадь параллелограмма, площадь треугольника, равновеликие фигуры
Планируемые результаты	
Предметные умения	Универсальные учебные действия
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом	Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение. Регулятивные: умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. Коммуникативные: умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. Личностные: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений
Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной и фронтальной работы
I этап. Проверка домашнего задания	

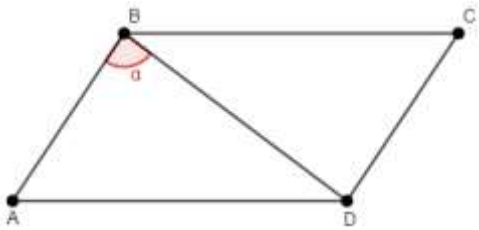
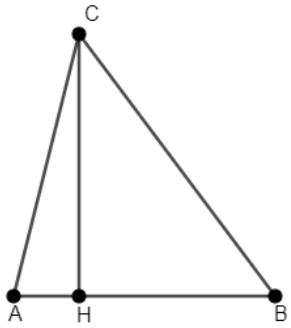
Продолжение таблицы 1

Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить уровень усвоения теоретического материала, выявить трудности, возникшие у учащихся	(Ф/И) 1. Теоретический опрос. (Для ответа приглашается один ученик.) Дайте формулировку: основным свойствам площадей фигур; теореме о площади прямоугольника и параллелограмма. 2. Решение задач с целью закрепления формулы для вычисления площади параллелограмма. (Задачи ученики решают самостоятельно, затем в процессе обсуждения с учителем идет проверка правильности решения.)  Задача №1 В параллелограмме ABCD (Рисунок 11 – Задача №1) AB=12 см, AD=20 см, $\angle\alpha = 30°$. Найдите: S_{ABCD}. *Рисунок 11 – Задача №1*  Задача №2 В параллелограмме ABCD (Рисунок 12 – Задача №2) AD=8 см, BD=$4\sqrt{3}$ см, $\angle BAD = 60°, BD \perp AB$. Найти: S_{ABCD}. *Рисунок 12 – Задача №2*  Задача №3 В параллелограмме ABCD (Рисунок 13 – Задача №3) $BH \perp CD, BK \perp AD, \angle BAD = 60°, AK = 8$ см, $BH = 14$ см. Найти: S_{ABCD}. *Рисунок 13 – Задача №3*

Продолжение таблицы 1

	 *Рисунок 14 – Задача №4* Задача №4 В ромбе ABCD (Рисунок 14 – Задача №4) AC = 16 см, BD = 18 см. Найти: S_{ABCD}. Данную работу ученики выполняют максимум 7 минут. Затем учитель сообщает верные ответы. Если появляется вопросы у учеников и не сходятся ответы, то данные проблемы решаются в ходе обсуждения с учителем. Ответы: 1) $S_{ABCD} = 120$ см^2; 2) $S_{ABCD} = 16\sqrt{3}$ см^2; 3) $S_{ABCD} = 224$ см^2; 4) $S_{ABCD} = 144$ см^2
II этап. Мотивация к деятельности	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Подготовить учащихся к восприятию новой темы	(Ф/И) Для подготовки к изучению новой темы необходимо решить устно две задачи.  *Рисунок 15 – Задача №5* Задача №5 В параллелограмме ABCD (Рисунок 15 – Задача №5) AB=8 см, AD=14 см, $\angle BAC = 30°$. Найти: S_{ABCD}, S_{ABD}, S_{BCD}, S_{ABC}, S_{ADC}.

Продолжение таблицы 1

	 Задание №2 В параллелограмме ABCD (Рисунок 16) AB=4 см, BD=5 см, AB ⊥ BD. Найти: S_{ABD}. *Рисунок 16 – Задача №6* В процессе решения данных задач учителю важно делать акцент на момент деления диагональю параллелограмма на две части. Также нужно проговорить и закрепить теоретически основные свойства площадей, формулу для вычисления площади параллелограмма.
III этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Вывести формулу площади треугольника	 Решив следующую задачу выведем некоторые следствия из формулы площади треугольника. Дано: треугольник ABC AB = c, CH - высота, CH = h. Найти: S_{ABC}. *Рисунок 17 – Задача №7* Учитель решает задачу у доски, учащиеся в тетради. Запишем формулу для вычисления площади данного треугольника. $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot CH \cdot AB$

	Подставим известные значения в данную формулу из условия задачи: $S_{\Delta} = \frac{1}{2} \cdot h_a \cdot a$, где a - сторона треугольника, h_a - высота, проведенная к стороне a. Теперь учитель предлагает продолжить решение данной задачи по вариантам. Например, I вариант: В ΔABC $\angle C = 90°$. Докажите, что $S_{ABC} = AC \cdot BC$; II вариант: В треугольниках ABC и MNK высоты, проведенные к сторонам AB и MN соответственно, равны. Докажите, что $S_{ABC} : S_{MNK} = \frac{AB}{MN}$. Решения задач обсудить, в тетрадях и на доске начертить рисунки и выполнить запись: Следствия теоремы о площади треугольника. 1. $S_{ABC} = \frac{CA \cdot CB}{2}$ 2. Если BH и NE - высоты ΔABC и ΔMNK соответственно и BH = NE, то $S_{ABC} : S_{MNK} = AC : MK$.	
IV этап. Решение задач		
Цель деятельности	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
При решении задач отработать формулу площади треугольника	(Ф) Для отработки формулы площади треугольника учитель предлагает решить следующие задания. 1. Решить устно задачи № 468 (а, б), 471, 474. Важно для облегченного рассмотрения задачи №474 заранее на доске подготовить рисунок. 2. При решении задачи №470 к доске приглашается один учащийся, остальные работают в своих тетрадях. 3. При наличии оставшегося свободного времени предлагается для самостоятельного решения карточка (смотреть пункт 2.2 данной работы).	№ 470. Ученик должен сделать на доске следующие записи: $S=0,5 \cdot a \cdot h_a = \frac{1}{2} \cdot 7,5 \cdot 1,2 = 4,5$ (см^2) $h_b = \frac{2 \cdot S}{b} = \frac{2 \cdot 4,5}{3,2} = 2,8125$ (см) № 472 $S = 0,5a \cdot b$ $a=7x$ $b=12x$ $S=0,5 \cdot 7x \cdot 12x = 168$ $x=2$, из этого следует, что a=14 см, b=24 см.

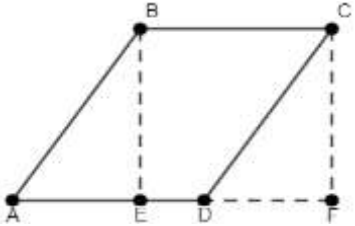
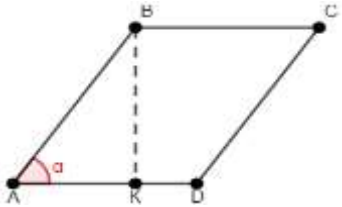
Продолжение таблицы 1

IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф/И) По итогам урока важно обсудить два основных вопроса по теме урока. - Вспомни, какие формулы мы повторили на уроке? - Каким образом найти площадь произвольного, а также площадь прямоугольного треугольника?	Домашнее задание: решить задачи № 468 (в, г), 473, 469

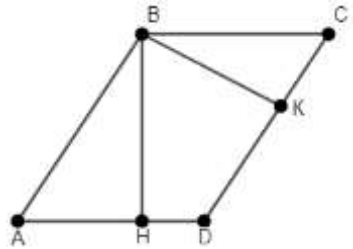
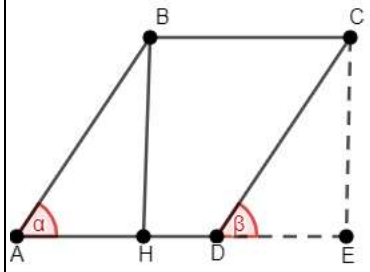
Таблица №2 – Технологическая карта урока

Тема урока	Площадь параллелограмма
Цель деятельности учителя	Создать условия для выведения формулы площади параллелограмма
Термины и понятия	Равновеликие многоугольники, равносоставленные многоугольники, площадь квадрата, площадь прямоугольника, площадь параллелограмма
Планируемые результаты	
Предметные умения	Универсальные учебные действия
Владеют базовым понятийным аппаратом; умеют работать с геометрическим текстом	Познавательные: умеют устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение. Регулятивные: умеют адекватно оценивать правильность или ошибочность выполнения учебной задачи. Коммуникативные: умеют находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов. Личностные: проявляют способность к эмоциональному восприятию математических объектов, задач, решений, рассуждений

Продолжение таблицы 2

Организация пространства	
Формы работы	Фронтальная (Ф); индивидуальная (И)
Образовательные ресурсы	• Учебник. • Задания для индивидуальной, фронтальной работы
I этап. Актуализация опорных знаний	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Проверить правильность выполнения домашнего задания, подготовить учащихся к восприятию новой темы	(И) В качестве проверки домашнего задания учитель вызывает трех учащихся. Они записывают на доске оформление решение домашних заданий. Во время работы этих ребят у доски, учитель проводит теоретический опрос остальных учащихся. После теоретического опроса начинается проверка правильности решения домашнего задания. В качестве теоретический опроса учитель задает 2 вопроса: - Перечислите основные свойства площадей. - Сформулируйте и докажите теорему о площади прямоугольника.  *Рисунок 18 – Задача №1* (Ф) Для решения следующих задач учитель вызывает к доске по одному учащемуся на каждую задачу. Задача №1 Дано: ABCD – параллелограмм (Рисунок 18), BE = 4, EF = 6, BE ⊥ AD, CF ⊥ AD. Доказать: $S_{ABE} = S_{DCF}$. Найти: S_{ABCD}.  *Рисунок 19 – Задача №2* Задача №2 Дано: ABCD – параллелограмм (Рисунок 19 – Задача №2), $\angle BAC = 45°, BK \perp AD, BK = 6.$ Найти: S_{ABCD}.

Продолжение таблицы 2

	Задача №3 Прямоугольник имеет такую же площадь, что и квадрат, периметр, которого равен 20, а одна из его сторон равна 10 см. Найдите периметр прямоугольника. Задача№4 Найдите площадь прямоугольника отношение сторон, которого равно 2:1, его периметр равен 120.
II этап. Изучение нового материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
Доказать формулу для вычисления площади параллелограмма	(Ф) На данном этапе происходит постепенное рассмотрение формулы площадь параллелограмма. Вначале учитель производит на доске чертеж (Рисунок 20)  *Рисунок 20 – Параллелограмм* ABCD параллелограмм, где BH - высота, проведенная к стороне AD, BK - высота, проведенная к стороне CD . (Г/Ф) Задача №5 Дано: ABCD – параллелограмм (Рисунок 21), AD = a, BH - высота, BH = h. Найти: S_{ABCD}. (Учитель разбивает класс учащихся на группы по 3-4 человека и дает 3 минуты подумать. После начинается а затем обсудить решение задачи, выслушав все варианты и выбрав среди предложенных наиболее удачный. Решение задачи оформляется в виде теоремы на доске и в тетрадях. У доски работает один из наиболее подготовленных учащихся.)  *Рисунок 21 – Задача №5*

Продолжение таблицы 2

	Теорема: $S = a \cdot h_a$, где a - сторона параллелограмма, h_a - высота, проведенная к ней. Доказательство: 1) Проведем BH ⊥ AD, CE ⊥ AD. 2) ΔABH = ΔDCE по гипотенузе и острому углу (AB = CD как противолежащие стороны параллелограмма; ∠1 = ∠2, так как ∠2 = 180° - ∠ADC и ∠1 + ∠2 = 180°, как сумма внутренних односторонних углов при параллельных прямых AB и CD и секущей AD; ∠AHB = ∠CED = 90°) => $S_{ABH} = S_{DCE}$, DE = AH. 3) $S_{ABCD} = S_{ABH} + S_{HBCD} = S_{DCE} + S_{HBCD} = S_{HDCE}$. HBCE - прямоугольник, $S_{HBCE} = HE \cdot BH$; HE = HD + DE, но так как DE = AH, то HE = AH + HD = AD, то есть $S_{HDCE} = AD \cdot BH = ah_a$, отсюда $S_{ABCD} = a\,h_a$
III этап. Закрепление изученного материала	
Цель деятельности	Совместная деятельность
На простых задачах отработать применение формулы площади параллелограмма	(Ф) Решить задачи: № 459 (а) (устно), 459 (б, в), 464 (в) (устно) Учитель проводит самостоятельную работу по каточкам (смотреть пункт 2.2 данной работы). В качестве проверки, проведенной работы учитель открывает доску с правильным решением.
IV этап. Итоги урока. Рефлексия	
Деятельность учителя	Деятельность учащихся
(Ф) В конце урока учитель задает учащимся несколько вопросов, тем самым подведя итоги урока. - Какие формулы необходимо использовать для вычисления площади параллелограмма и площадь ромба? - Что нового узнали на уроке?	(И) Домашнее задание: § 2, вопрос 4, с. 133; № 459 (г), 460, 464 (б). На дополнительную оценку ученик может порассуждать над следующими задачами: 1. Найдите углы параллелограмма, площадь, которого равна 20 $см^2$, а высота, проведенная из вершины тупого угла, делит одну из сторон на отрезки 4 см и 15 см, считая от вершины острого угла. 2. Ответьте на вопрос: Если параллелограмм и прямоугольник имеют равные основания и периметры, равны ли их площади?

2.2 Тексты самостоятельных и контрольных работ. Методические особенности изучения темы «Площадь многоугольника»

В 2023 году я проходила практику в средней общеобразовательной школе имени Героя Советского Союза Ивана Фёдоровича Кузьмичева. Моим наставником был учитель математики Купыра Наталья Анатольевна. На протяжении всей практики я наблюдала за своим руководителем. Заметила определенную особенность. Контроль знаний, в виде письменной самостоятельной работы, проводился каждый урок, не зависимо от типа урока. Свои уроки строит на основе учебника под редакцией Л.С. Атанасяна, В.Ф. Бутузова, а также дидактические материалы А. Г. Мерзляка и В.Б. Полонского.

На тему Площадь многоугольника Наталья Анатольевна выделила 14 уроков. Контроль знаний проводился каждый урок, начиная с первого. Проверка была нацелена на качество усвоенных знаний за конкретный урок. Самостоятельная работа представленная в виде маленьких карточек состояла из 2 заданий: первое задание - теоретический вопрос, второе задание – решение задачи. Обязательно перед решением данной работы учитель обговаривает, повторяет теоретический материал и решает аналогичную задачу. Время самостоятельной ограниченно и составляет 7 минут. На основе методических разработок учителя мной были составлены самостоятельные работы в виде карточек под руководством наставника.

Урок №1 «Понятие площади многоугольника. Площадь квадрата.»

КАРТОЧКА «ПОНЯТИЕ ПЛОЩАДИ МНОГОУГОЛЬНИКА. ПЛОЩАДЬ КВАРДАТА»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь многоугольника — это величина той части плоскости, которую занимает многоугольник.

Б) Площадь квадрата равна произведению его смежных сторон.

Задание №2

Площадь квадрата равна 25. Найдите его периметр.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А, Б.

Задание №2

Рассмотрим формулы для нахождения площади и периметра квадрата: $S = a^2$ и $P = 4a$.

С помощью известного значения площади квадрата, найдем его сторону:

$$S = a^2$$

$$25 = a^2$$

$$a_1 = -5 \text{ и } a_2 = 5$$

Значение $a_1 = -5$ не удовлетворяет условиям задачи, так как сторона квадрата не может быть значением отрицательным.

Найдем периметр квадрата, используя формулу:

$$P = 4a$$

$$P = 4 \cdot 5$$

$$P = 20$$

Ответ: 20.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №2 «Площадь прямоугольника»

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ПРЯМОУГОЛЬНИКА»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь прямоугольника равна произведению параллельных сторон.

Б) Площадь прямоугольника равна произведению его смежных сторон.

Задание №2

Одна из сторон прямоугольника на 10 больше другой. Его периметр равен 24. Найдите стороны прямоугольника.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: Б.

Задание №2

Пусть одна сторона прямоугольника равна x, а смежная ему x+10. Используя известные данные, подставим их в формулу нахождения периметра:

$$P = 2(a + b)$$

$$24 = 2(x + x + 10)$$

Разделим левую и правую часть на 2, получим:

$$12 = 2x + 10$$

Перенесем неизвестные значения в левую часть, известные в правую:

$$-2x = 10 - 12$$

$$-2x = -2$$

Разделим обе части на -2, получим:

$$x = 1$$

Соответственно, одна сторона прямоугольника равна 1, а смежная ему на 10 большая найденной равна 11.

Ответ: 1;10.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №3 «Площадь параллелограмма»

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь параллелограмма равна половине произведения основания на высоту.

Б) Площадь параллелограмма равна произведению основания на высоту.

Задание №2

Площадь параллелограмма равна 40, а две его стороны равны 5 и 10. Найдите его высоты. В ответе укажите большую высоту.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: Б.

Задание №2

Используя формулу вычисления площади параллелограмма, найдем его высоты:

$$S = ah_a \text{ и } S = bh_b$$

Подставив известные значения, получим:

$$40 = 5 \cdot h_a \text{ и } 40 = 10 \cdot h_b$$

$$h_a = 8 \text{ и } h_b = 4$$

Ответ: 8; 4.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №4 «Площадь параллелограмма

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ПАРАЛЛЕЛОГРАММА»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь параллелограмма равна половине произведения его диагоналей.

Б) Площадь параллелограмма равна половине произведения диагоналей на синус угла между ними.

Задание №2

Площадь ромба равна 18. Одна из его диагоналей равна 12. Найдите другую диагональ.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: Б.

Задание №2

Используя формулу вычисления площади ромба, найдем его диагональ:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2$$

Подставив известные значения, получим:

$$18 = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot d_2$$

$$18 = 6 \cdot d_2$$

$$d_2 = 3$$

Ответ: 3.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №5 «Площадь треугольника»

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь треугольника равна произведению его стороны на высоту, проведенную к этой стороне.

Б) Площадь прямоугольного треугольника равна половину произведения его катетов.

Задание №2

У треугольника со сторонами 14 и 8 проведены высоты к этим сторонам. Высота, проведенная к первой стороне, равна 10. Найдите высоту, проведенную ко второй стороне.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: Б.

Задание №2

Найдем площадь треугольника, используя его известную сторону и высоту, проведенную к ней:

$$S = \frac{1}{2} a h_a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 14 \cdot 10$$

$$S = 70$$

Понимая, что площадь каждой фигуры можно находить любыми известными способами, но в каждом случае будет получатся тоже самое значение, ведь фигура одна. Рассмотрим площадь фигуры, используя сторону b и высоту, проведенную к ней h_b:

$$S = b h_b$$

$$70 = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot h_b$$

$$70 = 5 \cdot h_b$$

$$h_b = 14$$

Ответ: 14.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №6 «Площадь треугольника»

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ТРЕУГОЛЬНИКА»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь треугольника равна квадратному корню из произведения его полупериметра на разности полупериметра и каждой из его сторон.

Б) Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними.

Задание №2

Две стороны которого равны 15 и 30, а угол между ними равен 30°. Найдите площадь данного треугольника.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А, Б.

Задание №2

Используя формулу для вычисления площади, получим:

$$S = \frac{1}{2} ab \sin a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 30 \cdot \sin 30°$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 15 \cdot 30 \cdot \frac{1}{2}, S = 112{,}5$$

Ответ: 112,5.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №7 «Площадь трапеции»

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь трапеции равна произведению полусуммы оснований на высоту.

Б) Площадь трапеции равна половине произведения средней линии на высоту.

Задание №2

Найдите площадь трапеции, основания которой равны 28 и 52, а ее высота равна 10.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А, Б.

Задание №2

Используя формулу для вычисления площади, получим:

$$S = \frac{a+b}{2}h$$

$$S = \frac{28+52}{2} \cdot 10$$

$$S = 400$$

Ответ: 400

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №8 «Площадь трапеции»

КАРТОЧКА «ПЛОЩАДЬ ТРАПЕЦИИ»

Задание №1

Выберите верное утверждение:

А) Площадь трапеции равна половине произведения ее диагоналей на синус угла между ними.

Б) Площадь трапеции равна произведению ее диагоналей на синус угла между ними.

Задание №2

Диагонали трапеции равны 11 и 12, угол между ними равен 120. Найдите площадь трапеции.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А.

Задание №2

Используя формулу для вычисления площади, получим:

$$S = \frac{1}{2} d_1 d_2 \sin a$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 12 \cdot \sin 120°$$

$$S = \frac{1}{2} \cdot 11 \cdot 12 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$S = 33\sqrt{3}$$

Ответ: $33\sqrt{3}$.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №9 «Теорема Пифагора»

КАРТОЧКА «ТЕОРЕМА ПИФАГОРА»

Задание №1

Выберете верное утверждение:

А) Квадрат гипотенузы прямоугольного треугольника равен сумме квадратов его катетов.

Б) Гипотенуза прямоугольного треугольника больше суммы его катетов.

Задание №2

В треугольнике $ABC\ \angle C° = 90°, BC = 12, AC = 5$. Найдите AB.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А, Б.

Задание №2

В данном треугольнике АС и ВС катеты, АВ гипотенуза. Используя теорему Пифагора и известные данные найдем гипотенузу АВ:

$$AB^2 = AC^2 + CB^2$$

$$AB^2 = 5^2 + 12^2$$

$$AB^2 = 169$$

$$AB = -13 \text{ и } AB = 13$$

АВ= -13 не удовлетворяет условиям задачи, так как сторона не может равняться отрицательному значению.

Ответ: 13.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №10 «Теорема Пифагора»

КАРТОЧКА «ТЕОРЕМА ПИФАГОРА»

Задание №1

Выберете верное утверждение:

А) Использование теоремы Пифагора возможно лишь в прямоугольном треугольнике.

Б) Гипотенуза – наибольшая сторона прямоугольного треугольника.

Задание №2

Найдите площадь равностороннего треугольника со стороной равной 10.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А, Б.

Задание №2

Используя формулу для вычисления площади и известные значения, получим:

$$S = \frac{a^2\sqrt{3}}{4}$$

$$S = \frac{10^2 \cdot \sqrt{3}}{4}$$

$$S = 25\sqrt{3}$$

Ответ: $25\sqrt{3}$.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №11 «Теорема, обратная теореме Пифагора»

КАРТОЧКА «ТЕОРЕМА, ОБРАТНАЯ ТЕОРЕМЕ ПИФАГОРА»

Задание №1

Выберете верное утверждение:

А) Если квадрат одной из сторон треугольника равен сумме квадратов двух других сторон, то угол, лежащий против этой стороны, является прямым.

Б) Гипотенуза больше суммы катетов.

Задание №2

Докажите, что треугольник со сторонами 3,4,5 является прямоугольным.

Решение и критерии оценивания карточки

Задание №1

Ответ: А, Б.

Задание №2

Для того, чтобы доказать, что треугольник прямоугольный, необходимо воспользоваться обратной теоремой Пифагора:

$c^2 = a^2 + b^2$, где a, b – меньшие стороны, c – большая сторона,

$$5^2 = 3^2 + 4^2$$

$$25 = 25$$

Так как обе части равны, то из этого следует, что треугольник является прямоугольным.

Ответ: треугольник прямоугольный.

Оценка «5» выставляется при полном верном решении всех заданий.

Оценка «4» выставляется при полном решении всех заданий, но с арифметической ошибкой.

Оценка «3» выставляется при верном решении одного из двух заданий.

Оценка «2» выставляется при неверном решении всех заданий.

Урок №12 «Решение задач»

На данном занятии учитель не проводил самостоятельную работу. Урок был полностью посвящен подготовке в контрольной работе.

Урок №13 «Контрольная работа»

Контрольная работа содержит два варианта. Учитель предлагает три уровня сложности (легкий, средний и сложный). Оценка ранжируется в зависимости от уровня сложности. За выполнение легкого уровня ученик

получает оценку 3, среднего 4 и сложного 5. Если контрольная среднего уровня решена с недочетами, то выставляется оценка на балл ниже, аналогично с контрольной работой сложного уровня сложности. Контрольная легкого уровня, написанная с недочетами возвращается студенту для исправления и выдается новый вариант для решения.

Вариант 1 (уровень сложности - легкий)

Задание №1

Одна из сторон треугольника равна 9 см, а высота, проведенная это стороне, в три раза больше стороны. Найдите площадь треугольника.

Задание №2

Найдите площадь и гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 10 и 11.

Задание №3

Найдите периметр и площадь ромба, диагонали которого равны 8 и 12.

Пример решения варианта 1 (уровень сложности – легкий)

Задание №1

Для того чтобы найти площадь треугольника, необходимо воспользоваться формулой: S=$\frac{1}{2}ah$, где a – сторона треугольник, h – высота, проведенная к данной стороне. Найдем значение высоты, ведь по условию задачи она превышает сторону на которую падает в 3 раза, то есть $h = 3a = 3 \cdot 9 = 27$. При известных значениях, найдем площадь $S = \frac{1}{2} \cdot a \cdot h = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 27 = 121{,}5$.

Ответ: 121,5.

Задание №2

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, то есть $S = \frac{1}{2}ab$. Подставим в данную формулу известные нам значения, получим $S = \frac{1}{2} \cdot 10 \cdot 11 = 55$.

Найдем гипотенузу прямоугольного треугольника, используя теорему Пифагора $c^2 = a^2 + b^2$, где c – гипотенуза, a и b катеты. Подставив известные значения, получим: $c^2 = 10^2+11^2$, $c^2 = 221$, $c = \sqrt{221}$

Ответ: 55; $\sqrt{221}$.

Задание №3

Диагонали разделяют ромб на 4 равных прямоугольных треугольника. Это не сложно доказать. Например, используя третий признак равенства треугольников по трем сторонам. Так как, диагонали точкой пересечения делятся пополам, то катеты будут равны 4 и 6. Найдем сторону ромба по теореме Пифагора, используя один из образовавшихся прямоугольных треугольников.

$C^2 = 4^2+6^2 = 52$, $c = 2\sqrt{13}$

Периметр – это сумма длин всех сторон. У ромба все стороны равны, поэтому имеет $P=4c=4\cdot2\sqrt{13} = 8\sqrt{13}$.

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей, получим $S = \frac{1}{2} \cdot 8 \cdot 12 = 48$

Ответ: $8\sqrt{13}$; 48.

Вариант 2 (уровень сложности – легкий)

Задание №1

Одна из сторон треугольника равна 9 см, а высота, проведенная это стороне, в три раза меньше стороны. Найдите площадь треугольника.

Задание №2

Найдите площадь и гипотенузу прямоугольного треугольника, если его катеты равны 12 и 13.

Задание №3

Найдите периметр и площадь ромба, диагонали которого равны 4 и 12.

Пример решения варианта 2 (уровень сложности – легкий)

Задание №1

Для того чтобы найти площадь треугольника, необходимо воспользоваться формулой: $S=\frac{1}{2}ah$, где a – сторона треугольник, h – высота, проведенная к данной стороне. Найдем значение высоты, ведь по условию задачи она меньше сторону на которую падает в 3 раза, то есть $h=\frac{a}{3}=\frac{9}{3}=3$. При известных значениях, найдем площадь $S=\frac{1}{2}\cdot a\cdot h=\frac{1}{2}\cdot 9\cdot 3=13{,}5$.

Ответ: 13,5.

Задание №2

Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов, то есть $S=\frac{1}{2}ab$. Подставим в данную формулу известные нам значения, получим $S=\frac{1}{2}\cdot 12\cdot 13=78$.

Найдем гипотенузу прямоугольного треугольника, используя теорему Пифагора $c^2=a^2+b^2$, где c – гипотенуза, a и b катеты. Подставив известные значения, получим: $c^2 = 13^2+12^2$, $c^2 = 313$, $c = \sqrt{313}$

Ответ: 78; $\sqrt{313}$.

Задание №3

Диагонали разделяют ромб на 4 равных прямоугольных треугольника. Это не сложно доказать. Например, используя третий признак равенства треугольников по трем сторонам. Так как, диагонали точкой пересечения делятся пополам, то катеты будут равны 2 и 6. Найдем сторону ромба по теореме Пифагора, используя один из образовавшихся прямоугольных треугольников.

$C^2 = 2^2+6^2 = 40$, $c = 2\sqrt{10}$

Периметр – это сумма длин всех сторон. У ромба все стороны равны, поэтому имеет $P=4c=4\cdot 2\sqrt{10}=8\sqrt{10}$.

Площадь ромба равна половине произведения его диагоналей, получим $S=\frac{1}{2}\cdot 4\cdot 12=24$

Ответ: $8\sqrt{10}$; 24.

Вариант 1 (уровень сложности – средний)

Задание №1

Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 16 и 23, а угол между равен 45°.

Задание №2

Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 18 и 24, а острый угол равен 60°.

Задание №3

Дан треугольник АВС. На стороне АС отмечена точка К так, что АК = 12 см, КС = 18 см. Найдите площади треугольников АВК и СВК, если АВ = 26 см, ВС = 28 см.

Пример решения варианта 2 (уровень сложности – средний)

Задание №1

Площадь параллелограмма в данном случае можно найти как произведение смежных сторон на синус угла между ними: $S = ab\sin\alpha$, где a и b – стороны параллелограмма, α – синус угла между сторонами a и b. Подставив значения в данную формулу, получим: $S = 16 \cdot 23 \cdot \sin 45°$=368$\cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = 184\sqrt{2}$.

Ответ: $S = 184\sqrt{2}$.

Задание №2

Рассмотрим трапецию ABCD, где $\angle BAD = \angle ABC = 90°$ (Рисунок 22).

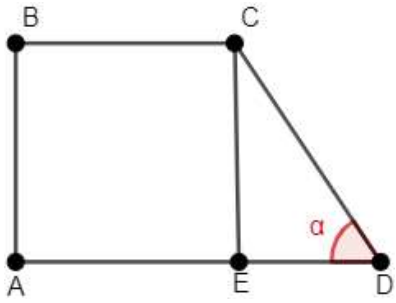


Рисунок 22 – Прямоугольная трапеция ABCD

Площадь трапеции можно найти по известной формуле: $S = \frac{a+b}{2}h$. Используя обозначение данной фигуры, имеем: $S = \frac{AB+AD}{2}CE$. Необходимо найти CE. AE=BC=18, так как ABCE прямоугольник (по одному из свойств прямоугольника следует, что противоположные стороны равны). AD=AE+ED, ED=AD-AE, ED=24-18, ED=6. Используем свойство(сумма острых углов прямоугольного) $\angle CDE + \angle DCE = 90°, \angle CDE = 90° - 60° = 30°$. В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла $30°$ равен половине гипотенузы, получим $ED = \frac{CD}{2}, CD = 2ED = 2 \cdot 6 = 12$. Найдем CE исходя из теоремы Пифагора: $CE = \sqrt{CD^2 - ED^2} = \sqrt{12^2 - 6^2} = \sqrt{144 - 36} = \sqrt{108} = 6\sqrt{3}$. Найдем площадь трапеции, ведь все нужные значения найдены: $S = \frac{18+24}{2} \cdot 6\sqrt{3} = 126\sqrt{3}$.

Ответ: $126\sqrt{3}$.

Задание №3

Рассмотрим треугольник ABC. Опустим высоту BD на сторону AC (Рисунок 23).

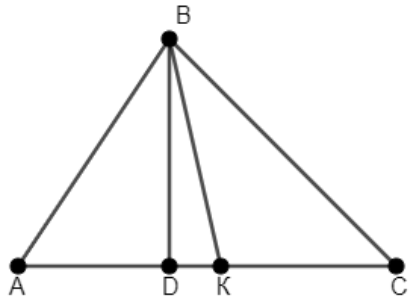


Рисунок 23 – Треугольник ABC

Площадь треугольника можно вычислить различными методами. Используем формулу Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2}$, $S = \sqrt{42(42-26)(42-28)(42-30)} = 336$. Найдем высоту данного треугольника $BD = \frac{S}{\frac{1}{2}AC} = \frac{336}{\frac{1}{2} \cdot 30} = 22{,}4$. Высота BD является общей для треугольника ABK и

BCK. Найдем площади данных треугольников: $S_{ABK} = \frac{1}{2} \cdot KC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 22{,}4 = 201{,}6$, $S_{BCK} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 22{,}4 = 134{,}4$.

Ответ: $S_{ABK} = 201{,}6, S_{BCK} = 134{,}4$.

Вариант 2 (уровень сложности – средний)

Задание №1. Найдите площадь параллелограмма, стороны которого равны 19 и 20, а угол между равен 60°.

Задание №2. Найдите площадь прямоугольной трапеции, основания которой равны 20 и 31, а острый угол равен 60°.

Задание №3. Дан треугольник ABC. На стороне AC отмечена точка C так, что AK = 15 см, KC = 17 см. Найдите площади треугольников ABK и CBK, если AB = 18 см, BC = 34 см.

Пример решения варианта 2 (уровень сложности – средний)

Задание №1

Площадь параллелограмма в данном случае можно найти как произведение смежных сторон на синус угла между ними: $S = ab \sin \alpha$, где a и b – стороны параллелограмма, α – синус угла между сторонами a и b. Подставив значения в данную формулу, получим: $S = 19 \cdot 20 \cdot \sin 60°$=380$\cdot \frac{\sqrt{3}}{2} = 190\sqrt{3}$.

Ответ: $S = 190\sqrt{3}$.

Задание №2

Рассмотрим трапецию ABCD, где $\angle BAD = \angle ABC = 90°$ (Рисунок 22). Площадь трапеции можно найти по известной формуле: $S = \frac{a+b}{2} h$. Используя обозначение данной фигуры, имеем: $S = \frac{AB+AD}{2} CE$. Необходимо найти CE. AE=BC=20, так как ABCE прямоугольник (по одному из свойств прямоугольника следует, что противоположные стороны равны). AD=AE+ED, ED=AD-AE, ED=31-20, ED=11. Используем свойство (сумма острых углов прямоугольного) $\angle CDE + \angle DCE = 90°, \angle CDE = 90° - 60° = 30°$. В прямоугольном треугольнике катет лежащий против угла $30°$ равен половине

гипотенузы, получим $ED = \frac{CD}{2}, CD = 2ED = 2 \cdot 11 = 22$. Найдем CE исходя из теоремы Пифагора: $CE = \sqrt{CD^2 - ED^2} = \sqrt{22^2 - 11^2} = \sqrt{484 - 121} = \sqrt{363} = 11\sqrt{3}$. Найдем площадь трапеции, ведь все нужные значения найдены: $S = \frac{20+31}{2} \cdot 11\sqrt{3}$=280,5$\sqrt{3}$.

Ответ: $280{,}5\sqrt{3}$.

Задание №3

Рассмотрим треугольник ABC. Опустим высоту BD на сторону AC (Рисунок 23 - Треугольник ABC). Площадь треугольника можно вычислить различными методами. Используем формулу Герона: $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}, p = \frac{a+b+c}{2}, \quad S = \sqrt{42(42-18)(42-34)(42-32)} = 168\sqrt{6}$. Найдем высоту данного треугольника $BD = \frac{S}{\frac{1}{2}AC} = \frac{168\sqrt{6}}{\frac{1}{2} \cdot 30} = 11{,}2\sqrt{6}$. Высота BD является общей для треугольника ABK и BCK. Найдем площади данных треугольников: $S_{ABK} = \frac{1}{2} \cdot KC \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 18 \cdot 11{,}2\sqrt{6} = 100{,}8\sqrt{6}$, $S_{BCK} = \frac{1}{2} \cdot AK \cdot BD = \frac{1}{2} \cdot 12 \cdot 11{,}2\sqrt{6} = 67{,}2\sqrt{6}$.

Ответ: $S_{ABK} = 100{,}8\sqrt{6}, S_{BCK} = 67{,}2\sqrt{6}$.

Вариант 1 (уровень сложности – сложный)

Задание №1. На стороне BC параллелограмма ABCD взята точка E так, что BE = 8 см, EC = 10 см, AE = 24 см, BD = 26 см. Найдите площадь параллелограмма.

Задание №2. В остроугольном треугольнике MNE проведены высоты MH и ER, ER = 12 см, NR = 9 см, MH = 10 см. Найдите ME.

Задание №3. В равнобедренной трапеции ABCD AD||BC, ∠A = 60°, высота BK = 3 см, BC = 6√3 см. Найдите площадь треугольника KRD, если R— середина отрезка BD.

Вариант 2 (уровень сложности – сложный)

Задание №1. На стороне BC параллелограмма ABCD взята точка E так, что BE = 10 см, EC = 12 см, AE = 26 см, BD = 28 см. Найдите площадь параллелограмма.

Задание №2. В остроугольном треугольнике MNE проведены высоты MH и ER, ER = 15 см, NR = 12 см, MH = 13 см. Найдите ME.

Задание №3. В равнобедренной трапеции ABCD AD||BC, ∠A = 45°, высота BK = 3 см, BC = 6 см. Найдите площадь треугольника KRD, если R— середина отрезка BD.

2.3 Анализ задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы

Первая (тестовая) часть основного государственного экзамена состоит из девятнадцати заданий. В некоторых из них необходимо вычислить площадь фигур. Восемнадцатое задание именуется как «Фигуры на квадратной решетке». Чаще всего в данном задании необходимо найти площадь. Зачастую этот номер ученикам дается просто, особенно если представлены такие фигуры, как параллелограмм, трапеция или треугольник. Необходимо знание формулы для вычисления площади фигуры. Для каждой фигуры есть своя особая формула вычисления, но существует универсальная формула, с помощью которой можно вычислить изображенную на клетчатой разрисовке площадь фигуры. Такая формула называется формулой Пика. Особенной данной формулы заключается в простоте применении и получении результата. В школьном курсе геометрии эту формулу не рассматривают, поэтому мой наставник на практике рекомендует уделить особое внимание ей на факультативах.

Рассмотрим многоугольник с целочисленными координатами (точками). Допустим, перед нами стоит задача вычисления его площади.

1. Фигурой может являться параллелограмм, трапеция, треугольник.

1) Необходимо найти стороны, высоту и диагонали, подсчитав клетки.

2) Полученные величины подставить в формулу для нахождения площади.

Рассмотрим Рисунок 24. Размер клетки 1 см на 1 см.

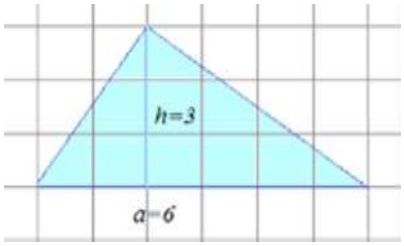


Рисунок 24 – Треугольник

Решение: Найдем основание треугольника и высоту, подсчитав клетки и получим a=6 см, h=3 см. Использовав основную формулу для нахождения площади треугольника, получим: $S = \frac{1}{2}ah = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 3 = 9$ см^2.

2. Фигурой может являться многоугольник.

Для вычисления площади многоугольника необходимо воспользоваться следующими методами.

Метод разбиения:

1) Нахождение суммы всех площадей фигур;

2) Нахождение площади, получившихся фигур;

3) Разбиение многоугольника на треугольники и прямоугольники.

В качестве примера рассмотрим площадь фигуры, которая изображена с размером клетки 1 см на 1 см на Рисунке 25.

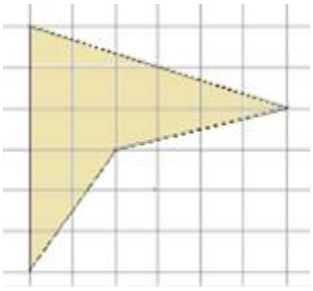


Рисунок 25 – Многоугольник

Решение. Для упрощения задачи разобьем фигуру на прямоугольник и прямоугольные треугольники, изображенные на Рисунке 26.

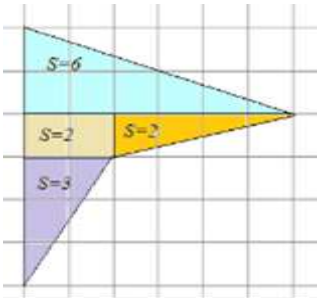


Рисунок 26 – Метод разбиения

Значения площадей треугольников:

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 2 \cdot 6 = 6$ см^2

$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 1 \cdot 4 = 2$ см^2

$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ см^2

Найдем сумму данных площадей и найдем начальную фигуру, получим S=13 см^2.

Метод дополнительного построения:

1) Достроить фигуру до прямоугольника;

2) Найти площадь, полученную дополнительными фигурами и прямоугольника;

3) Вычесть от площади прямоугольника площади всех оставшихся фигур.

В качестве примера вычислим площадь многоугольника, которая изображена размером клетки 1 см на 1 см на Рисунке 27.

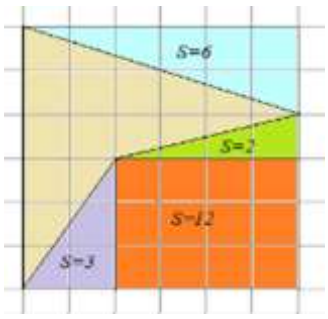


Рисунок 27 – Метод дополнения

Решение. Площадь большего прямоугольника будет равна 12 см^2.

Внутренний прямоугольник: $S_{\text{пр.}} = 3 \cdot 4 = 12$ см^2.

Площадь оставшихся треугольников:

$S_1 = \frac{1}{2} \cdot 6 \cdot 2 = 6$ см^2,

$S_2 = \frac{1}{2} \cdot 4 \cdot 1 = 2$ см^2,

$S_3 = \frac{1}{2} \cdot 3 \cdot 2 = 3$ см^2.

Площадь исходной фигуры: S=36-12-6-2-3=13 см^2.

Также можно найти площадь многоугольника, используя теорему Пика. Рассмотрим многоугольник, имеющий целочисленные вершины. Многоугольник любой, выпуклый либо невыпуклый (Рисунок 28).

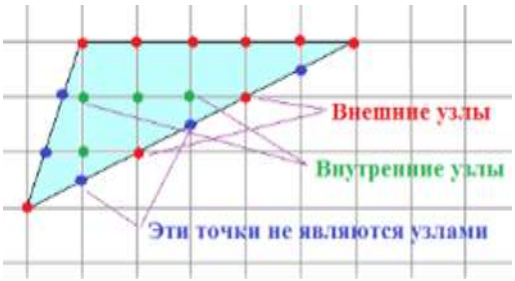


Рисунок 28 – Узлы формулы Пика

Площадь многоугольника с целочисленными вершинами будет равна:

$S = B + \frac{R}{2} - 1$, R – целочисленные точки, находящиеся на границе многоугольника, B – внутри многоугольника. Формула Пика применима к любой фигуре. Она универсальна. Однако, когда многоугольник занимает большую площадь, есть вероятность допустить ошибку в подсчетах узлов решетки. Исследуя подобные задачи, можно сделать вывод. Лучше пользоваться при вычислении площадей многоугольников основными формулами, представленными в учебном плане. Формулой Пика лучше проверить уже вычисленный результат.

Заключение

В основе теории площадей многоугольников лежат основные свойства площадей, что еще раз подтверждает аксиоматический характер строения геометрии. Ключевой теоремой является теорема существования и единственности площади многоугольника.

Существуют разного рода подходы к изложению и подачи материала о площадях в школьном курсе геометрии, различный порядок расположения, разные доказательства одних и тех же теорем, разноплановый набор системы задач.

В результате проведенного исследования были выявлены следующие методические особенности и решены поставленные задачи.

1. В данной работе был рассмотрен и проанализирован логико-математический анализ темы школьного курса математики «Площадь многоугольника». Материал по данной теме организован на дедуктивной основе, ведь по всем вводимым темам даются определения.

2. Было выявлено, что понятие площади в методической литературе определяют, как величину части плоскости; площадь фигуры как часть занимаемой ею плоскости.

3. Представлен сравнительный анализ школьных учебников по теме «Площадь многоугольника» различных авторов.

4. Раскрыты формы, методы и средства обучения по решению планиметрических задач.

5. Рассмотрены методические рекомендации по обучению темы «Площади многоугольника», а также «Площадь круга»

6. Проанализированы задачи ОГЭ по данной теме.

Разработанные в процессе исследования темы «Площади многоугольника» технологические карты уроков, самостоятельные и контрольные работы по теме исследования могут быть использованы начинающими, а также опытными педагогами при подготовке к урокам.

Список используемой литературы

1. Алексеев В. Г., Панферов В.С. Геометрия. 9 класс. Рабочая тетрадь к учебнику И. Ф. Шарыгина. М. : РГГУ, 2013. 112 с.
2. Белошистая А. В. Методика обучения математике в средней (старшей) школе : курс лекций. М. : Владос, 2016. 456 с.
3. Галямова Э. Х. Методика обучения математике в условиях внедрения новых стандартов. Набережные Челны : Набережночелнинский гос. пед. ун-т, 2016. 116 с.
4. Геометрия. 7–9 классы : учеб. для общеобразоват. организаций / Л. С. Атанасян [и др.] ; 2-е изд. М. : Просвещение, 2014. 383 с.
5. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. 3-е изд. М. : Лаборатория знаний, 2017. 456 с.
6. Глазков А. Ю. Геометрия. 8 класс: Рабочая тетрадь к учебнику Л.С. Атанасяна и др. М. : Экзамен, 2015. 418 с.
5. Далингер В. А. Методика обучения математике. Когнитивно-визуальный подход : учебник для вузов. 2-е изд., перераб. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2020. 340 с.
6. Далингер В. А. Методика обучения математике. Обучение учащихся доказательству теорем : учебное пособие для вузов. 2-е изд., испр. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2020. 338 с.
7. Далингер В. А. Методика обучения математике. Поисково-исследовательская деятельность учащихся : учебник и практикум для вузов. 2-е изд., испр. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2020. 460 с.
8. Денищева Л. О. Методика обучения математике для средней (старшей) школы, основанная на использовании МЭШ: метод. пособие. М. : Департамент образования г. Москвы, 2017. 107 с.
9. Дрозина В. В. Механизм творчества решения нестандартных задач : учебное пособие. 4-е изд. М. : Лаборатория знаний, 2020. 258 с.

10. Дудницын Ю. П. Геометрия. 8 класс : Рабочая тетрадь. М. : Просвещение, 2011. 136 с.

11. Зив Б. Г.. Алгебра и начала анализа. 7-9 классы : дидактические материалы. М. : Петроглиф, Виктория плюс, 2018. 125 с.

12. Капкаева Л. С. Теория и методика обучения математике: частная методика в 2 ч. Ч. 2 : учебное пособие для вузов. 2-е изд., испр. и доп. М. : Издательство Юрайт, 2020. 191 с.

13. Кочагин В. В., Кочагина М. Н. Математика. Репетитор. ЕГЭ-2021. М. : Эксмо, 2021. 272 с.

14. Методика обучения математике. Практикум : учебное пособие для вузов / В.В. Орлов [и др.]; под ред. В.В. Орлова, В.И. Снегуровой. М. : Издательство Юрайт, 2020. 379 с.

16. Погорелов А. В. Геометрия. 7–9 классы : учеб. для общеобразоват. организаций. 2-е изд., М. : Просвещение, 2014. 240 с.

17. Потапов М. К., Шевкин А. В. Алгебра и начала анализа : дидактические материалы для 7-9 классов. М. : «Просвещение», 2020. 318 с.

18. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней (старшей) школе : учеб. пособие для студентов мат. специальности пед. вузов. М. : Просвещение, 2018. 223 с.

19. Денищева Л. О. Теория и методика обучения математике в школе : учеб. пособие. М. : БИНОМ. Лаб. знаний, 2015. 247 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«20» 09 2022 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Никоноровой Татьяны Сергеевны
(ФИО полностью)

Тема работы Методические особенности изучения темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии

Утверждена приказом по Университету от «28.09» 2022 г. № 809/0

Срок сдачи студентом законченной работы «15» 06 2023 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов:	Сроки выполнения этапов	Примечания
1	Аксиоматическое определение понятие площадь многоугольника. Теория площадей в курсе математики	октябрь 2022	выполнено
2	Место темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии	ноябрь 2022	выполнено
3	Методические особенности изучения темы «Площади многоугольника»	декабрь 2022	выполнено
4	Методические особенности изучения темы «Площадь круга»	январь 2023	выполнено
5	Технологические карты уроков	февраль	выполнено
6	Тексты самостоятельных и контрольных работ. Методические особенности изучения темы «Площадь многоугольника»	март 2023	выполнено
7	Анализ задач ОГЭ по теме «Площадь многоугольника» в курсе геометрии основной школы	апрель 2023	выполнено
8	Оформление текста работы	май 2023	выполнено
9	Подготовка презентации и выступление	июнь 2023	выполнено

Дата выдачи задания «20» 09 2022 г.

Руководитель _____ Сорокина М.В.

(подпись)

Задание принял к исполнению _____ Никитова Т.С.

(подпись)

Ректору Пензенского
государственного университета
А. Д. Гулякову студента 5 курса
ФФМЕН заочной формы
обучения Никоноровой
Татьяны Сергеевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Никонорова Татьяна Сергеевна, студентка 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки «Математика», прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат» бакалаврской работы на тему «**Методические особенности изучения темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии**», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

22.06.23

Никонорова

ВКР представлена на проверку 22.06.23

Руководитель ВКР _____ Сорокина М.В.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ»
выпускной квалификационной работы на тему:
«Методические особенности изучения темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии»
студентки 5 курса **Никоноровой Татьяны Сергеевны** направления подготовки
44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки «Математика»

Руководитель ВКР *Сорокина М.В.*

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: Никонорова Татьяна Сергеевна
Проверяющий: Сорокина Марина Валерьевна
Организация: Пензенский государственный университет
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - http://pnzgu.antiplagiat.ru

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 73
Начало загрузки: 22.06.2023 10:24:06
Длительность загрузки: 00:00:15
Имя исходного файла: дипломная работа площади фигур.docx
Название документа: дипломная работа площади фигур
Размер текста: 62 кБ
Символов в тексте: 63960
Слов в тексте: 8188
Число предложений: 571

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 22.06.2023 10:24:22
Длительность проверки: 00:00:54
Комментарии: не указано
Поиск с учетом редактирования: да
Проверенные разделы: содержание с. 1; основная часть с. 2-53
Модули поиска: ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЭБС, Интернет Плюс*, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ: аналитика, СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация, Медицина, Диссертации НББ, Коллекция НБУ, Перефразирования по eLIBRARY.RU, Перефразирования по Интернету, Перефразирования по Интернету (EN), Патенты СССР, РФ, СНГ, Модуль поиска "ПГУ", СМИ России и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство Wiley, Переводные заимствования

СОВПАДЕНИЯ	САМОЦИТИРОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
49,59%	0%	0%	50,41%

22.06.2023 _____ Сорокина М.В.

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Методические особенности изучения темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии»
студентки Никоноровой Татьяны Сергеевны
факультета физико-математических и естественных наук направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки «Математика», гр. 18ЗФПМ51

Выпускная квалификационная работа Никоноровой Т.С. посвящена анализу методических особенностей изучения темы «Площади фигур» в курсе геометрии основной школы.

Работа состоит из двух глав. В первой главе изложена теория площадей многоугольников и квадрируемых фигур. Далее проанализировано место темы «Площади фигур» в школьном курсе геометрии, дан сравнительный анализ содержания школьных учебников по геометрии. Выделена методика изучения площади многоугольника и площади круга. Приведены решения задач по каждой теме.

Вторая глава посвящена методическим разработкам занятий по данной теме. Представлены технологические карты уроков. Далее приведена подборка задач по темам. Составлены тексты самостоятельных и контрольных работ.

Работа Никоноровой Т.С. является самостоятельным исследованием. Текст работы, список литературы, доклад и презентация оформлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к выпускным квалификационным работам. Некоторые фрагменты работы могут быть использованы в процессе работы учителя математики.

Выпускная квалификационная работа заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель ВКР,
доцент кафедры «МО»,
к.ф.м.н., доцент М.В. Сорокина