

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Формирование культуры математических вычислений
на уроках математики в 5-6 классах»

Студент Вилочева 07.06.2021 Вилочева Марина Александровна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель Журавлева 07.06.2021 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр Журавлева 06.07.2021 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 18.06.2021 № 9)

Заведующий кафедрой Паньженский 18.06.21 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 14.07.2021 № 1)

Секретарь ГЭК Журавлева 14.07.2021 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2021

ОГЛАВЛЕНИЕ

Введение	3
ГЛАВА 1. Теоретические основы формирования культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах	6
1.1. Сущность понятия «культура математических вычислений»	6
1.2. Психолого-педагогическая характеристика учащихся 5-6 классов	19
1.3. Устные вычисления как основа культуры математических вычислений	26
1.4. Анализ школьных учебников по математике	29
ГЛАВА 2. Методические аспекты формирования культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах	38
2.1. Приемы устного счета, способствующие формированию культуры математических вычислений	38
2.2. Система задач по теме «Смешанные числа» в 5 классе	61
2.3. Система задач по теме «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2» в 6 классе	73
2.4. Технологическая карта урока изучения нового материала по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел» в 6 классе	85
Заключение.....	97
Список литературы	98

Введение

Математическая составляющая подготовки человека к самостоятельной жизни в обществе с момента становления отечественного государственного образования была и остаётся по сей день одной из важнейших. «Целью такой подготовки является формирование математической культуры и готовности личности к непрерывному самообразованию и практическому применению математических знаний» [7, с.37]. «Культура» – понятие многогранное, однако не вызывает сомнений, что культура математических вычислений является составной частью математической культуры личности. В то же время, человек, умеющий быстро и правильно вычислять в уме, т.е. у которого сформирована культура математических вычислений в её устной части, и сегодня вызывает восхищение у общественности. Таким людям доверяют коллеги по работе, приглашают на съёмки познавательных телепередач и т.п. Кроме того, очевидна польза и прикладное значение овладения культурой математических вычислений.

Однако при формировании культуры математических вычислений, мы сталкиваемся со следующей проблемой. На сегодняшний день в школьном курсе обучения математике формированию культуры математических вычислений уделяется достаточно внимания в части письменного оформления решения заданий. Отчасти такое внимание обусловлено строгостью оценки заданий с развёрнутым ответом единого государственного экзамена. При этом формирование культуры математических устных вычислений, а, следовательно, и формирование коммуникативной компетенции, отстаёт.

Все выше сказанное обуславливает актуальность проблемы формирования культуры математических вычислений у обучаемых средних общеобразовательных школ.

Целью выполнения работы является разработка систем задач, направленных на формирование культуры математических вычислений в её

устной составляющей у обучающихся в 5-6 классах, по некоторым конкретным темам одного из комплекта рекомендованных учебников.

Объектом исследования является учебный процесс по изучению математики в 5-6 классах средних общеобразовательных школ.

Предметом исследования является процесс формирования культуры математических вычислений посредством применения на уроках математики заданий для устных вычислений.

Задачи исследования:

1. Изложить сущность понятия «культура математических вычислений».
2. Провести анализ содержания школьных учебников на предмет наличия в них заданий на устные вычисления.
3. Описать накопленные методические приёмы и методы, направленные на формирование культуры математических вычислений.
4. Составить системы задач по конкретным темам в 5-6 классах.
5. Разработать технологическую карту урока изучения нового материала по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел» в 6 классе.

Работа включает в себя введение, две главы, заключение, список литературы.

В первой главе изложены теоретические основы формирования культуры математических вычислений на уроках математики в средней школе: раскрыто содержание понятия «культура математических вычислений», дана психолого-педагогическая характеристика обучающихся в 5-6 классах, аргументирована важность устных вычислений как основной составляющей культуры математических вычислений, проведен анализ школьных учебников 5-6 классов на предмет наличия в своём содержании заданий для устных вычислений.

Во второй главе данного исследования перечислены некоторые методические приёмы и методы, направленные на формирование культуры математических устных вычислений. Новизной исследования можно считать

разработанные две системы задач, нацеленные на формирование культуры математических вычислений в её устной части у обучающихся 5-6 классов, состоящие из тех типов заданий, которых, на наш взгляд, недостаточно в проанализированных комплектах учебников. Кроме того в качестве примера использования типов разработанных заданий на рядовом занятии по математике во второй главе приведена технологическая карта урока изучения нового материала по одной из тем 6-го класса.

В заключении сформулированы основные выводы и результаты.

Практическая значимость работы заключается в том, что представленный методический материал может быть использован учителями математики и студентами математических специальностей во время прохождения производственной практики.

ГЛАВА 1. Теоретические основы формирования культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах

1.1. Сущность понятия «культура математических вычислений»

Очевидно, что культура математических вычислений является составной частью общей математической культуры. Формирование математической культуры начинается уже с детского сада, когда ребяташек знакомят с цифрами, учат устному счёту до 10, написанию цифр. В начальной школе дети уже осваивают натуральные числа и простейшие операции с ними. Не удивительно, что культуре математических вычислений традиционно уделяется большое внимание, о чем упоминается в учебниках методики преподавания математики, например: «... уделяется достаточное внимание арифметическому (частично алгебраическому, геометрическому и логическому) методам решения задач, наполнению учебного материала задачами социально-экономической и жизненной тематики, культуре вычислений, осознанному усвоению алгоритмов вычислений (оценка, прикидка, сочетание устных, письменных и инструментальных вычислений).» [15, с.17].

А.Л. Чекин в своей монографии «Математический взгляд на актуальные проблемы методики обучения математике в начальной школе» отмечает: «Нет сомнения, выпускник начальной школы должен владеть определенными вычислительными умениями, обладать в достаточной степени вычислительной культурой, но проявляться она должна, прежде всего, не в умении быстро выполнять вычисления «столбиком» с достаточно большими числами, а в умении быстро и правильно выполнять простейшие устные вычисления (например, в пределах ста), а также в грамотном использовании калькулятора для выполнения арифметических действий над многозначными числами.» [24, с.20-21].

О.Г. Ивашова в статье «Вычислительная культура младших школьников: междисциплинарный подход» [10] утверждает, что «...для полноценного анализа понятия «вычислительная культура младших

школьников» необходимо привлечение разных дисциплин: культурологии, математики, психологии, дидактики, методики обучения математике, метаметодики.». Главными результатами овладения вычислительной культуры можно считать: осмысленный анализ и интерпретацию результатов, понимание учащимися сути усваиваемых понятий и их взаимосвязи, а также возможность переноса полученных знаний, навыков и умений в другие ситуации.

Мы согласимся с проведённым ею анализом методологических подходов к «вычислительной культуре» как части культуры математической.

Математическую культуру конкретного человека можно отделить от математической культуры общества в целом. «Математическая культура общества» – понятие обширное, включает достижения математики как науки и те достижения и разработки человечества, которые используются повседневно при любом виде деятельности. Математическая же культура отдельного индивида представляет собой набор тех объектов математической культуры общества, которые он (индивид) смог усвоить и использовать. В культуре выделяют деятельностьную и результативную составляющие, которые в свою очередь можно подразделить ещё на две части: внутрипредметную и общекультурную. В работе В. И. Снегуровой [19], внутрипредметные знания и умения рассмотрены как необходимые для успешного изучения математики в школе (отнесены Во ФГОС к предметным результатам получения образования), общекультурные – как знания и умения, необходимые для осмысленного овладения школьным курсом математики и значимые для «культуры общества» (требуются для получения личностно-значимых результатов деятельности).

Как уже отмечалось выше, в психолого-педагогической и методической научной литературе вопрос о вычленении термина «вычислительная культура» отдельно не поднимался, однако достаточно активно рассматривались её отдельные компоненты. Приведём следующую таблицу (Таблица 1):

Таблица 1 – Анализ методической литературы

<i>Автор</i>	<i>Рассмотренный(ые) вопрос(ы)</i>
Ю.М. Колягин, С.С. Минаева, П.Б. Ройтман, И.Ф. Соколовский, Т.Н. Казакова и др.	вычислительная культура учеников средней школы
А.К. Артемов, А.Е. Дмитриев и др.	методологические основы формирования вычислительных умений школьников
М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова, Ф.В. Варегина, Н.Б. Истомина, М.И. Моро, Н.Л. Стефанова и др.	методика формирования вычислительных умений и навыков
А.К. Артемов, В.В. Давыдов, Л.В. Занков, Н.Б. Истомина и др.	развитие учеников при обучении вычислениям
Н.А. Менчинская, Л.С. Шахова и др.	психолого-дидактический анализ вычислительной деятельности
Е.И. Лященко и др.	системный подход к изучению арифметических действий
Т. Е. Бондаренко	содержательный анализ вычислительной деятельности
А.И. Есиков	активизация познавательной деятельности учащихся
Г.Г. Микулина, З.С. Попова и др.	психология формирования вычислительных навыков в учебной деятельности

Чаще всего авторы не определяли понятие «вычислительная культура», а понимали под ней овладение вычислительными навыками, и уже понятие «вычислительный навык» подробно разбирался в работах.

Так, согласно Ю.М. Колягину [13], ученик владеет высоким уровнем вычислительной культуры, если:

1. Он имеет прочные и осознанные знания свойств и алгоритмов операций над числами;
2. Умеет по условию поставленной задачи определить, являются ли исходные данные для вычислений точными или приближительными числами;
3. Имеет прочные знания правил приближенных вычислений и навыки их выполнения;
4. Умеет правильно сочетать устные и письменные вычисления, а также вычисления с помощью вспомогательных средств;
5. Может стабильно выбирать и применять рациональные приёмы вычислений;

6. Навык безошибочного выполнения вычислительных операций доведён до автоматизма;
7. Аккуратно и экономно записывает проведённые расчеты;
8. Применяет рациональные приемы контроля вычислений;
9. Умеет на определенном теоретическом уровне обосновывать правила и приемы, применяемые в процессе вычислений.

В данном случае основной акцент сделан на самом процессе вычисления, однако этого недостаточно, по мнению А.Н. Тихонова, Д.П. Костомарова, И.Ф. Соколовского и Б.М. Кедрова [12]: вычисления – второй этап овладения вычислительной культурой, первым должен идти этап осмысления явлений на качественном уровне (ученик должен понимать что он пытается вычислить, смочь понять правдоподобный ли результат он получил), другими словами, нужно уделять внимание математической идее.

И.Ф. Соколовский, Т.Н. Казакова следующим образом характеризуют сущность вычислительной культуры: «в правильном движении мысли от первоначальной качественной картины явления к его количественному описанию и от него к сущности явления» [20]. Другими словами, вычислительная культура формируется не в процессе собственно вычислений, а на этапе постановки вычислительной задачи и последующего осмысления полученного результата. При этом «необходимость производить вычисления скорее мешает, чем помогает формированию вычислительной культуры» [20].

Таким образом, наблюдаем качели от возведения во главу угла «вычислительного навыка» до аналогичного возведения «анализа постановки задачи и полученного результата».

Мы считаем, что применительно к учащимся 5-6 классов перегибы в обе стороны недопустимы, поскольку в любом процессе, будь то обучение математике или, скажем, приготовление пищи, должно придерживаться золотой середины, в противном случае положительного результата не получить.

О.А. Ивашова в своём исследовании [10] придерживается культурологического подхода к понятию «вычислительной культуры», соглашаясь с тем, что она является частью математической культуры, которая, в свою очередь, является частью духовной культуры общества. Проанализировав работы С.Г. Кара-Мурзы «Советская цивилизация» (2008), А.Г. Асмолова «Образование России в эпоху коммуникаций: от культуры полезности – к культуре достоинства» (2001), автор приходит к выводу, что на текущий момент в обществе существуют параллельно кардинально отличные друг от друга типа культуры:

1. Массовая, «мозаичная» культура (термин введён С.Г. Кара-Мурзы), она же культура «полезности» (термин введён А.Г. Асмоловым), целью которой, по мнению С.Г. Кара-Мурзы, является воспроизводство управляемого человека. Её характеристиками можно считать установку на равновесие, установку на потребление, образование необходимо для формирования теоретических знаний, умений и навыков без привязки к применению в практической деятельности, для адаптации к типичным ситуациям, на конформизм, на узкую специализацию;

2. Подлинная культура, «культура достоинства» (термин введён А.Г. Асмоловым) или «университетская культура» (термин введён С.Г. Кара-Мурзы), целью которой, по мнению С.Г. Кара-Мурзы, является формирование свободного человека, входящего в элиту общества. Характерными её чертами можно назвать установку на развитие, установку на поиск, установку на индивидуализацию, образование необходимо для формирования целостной картины мира, на развитие личности, на решение проблем в неопределённых динамичных ситуациях.

В подлинной культуре, «культуре достоинства» находят своё отражение следующие общие подходы к пониманию термина «культура» (Таблица 2).

Таблица 2 – Тип подхода к термину "культура"

<i>Тип подхода к термину «культура»</i>	<i>Характеристические особенности</i>
Герменевтический	Культура есть множество осмысливаемых людьми текстов. Вычислительная культура немыслима без понимания школьниками изучаемого математического (вычислительного) текста.
Семиотический	Культура есть система знаков, используемых в обществе. Овладение математической культурой начинается с овладения знаками, относящимися к вычислениям, без которых нельзя усвоить и понять математические тексты.
Аксиологический (ценностный)	Культура есть совокупность объектов, связанных с общезначимыми ценностями и существующих ради этих ценностей. Данные объекты имеют узкую предметную направленность. Например, «культура вычислительная».
Антропологический	Культура есть способ удовлетворения потребностей. Потребность в положительных эмоциях от интеллектуальной, творческой нагрузки удовлетворяется в процессе выполнения творческой вычислительной деятельности, что позволяет ученикам накапливать положительный опыт.
Исторический	Культура есть результат исторического развития общества путём передачи накопленного опыта от поколения к поколению. Опыт вычислительных действий видоизменялся и совершенствовался вместе с развитием общества от вычислений «на пальцах» до использования компьютерной техники. Вычислительная культура основывается на истории своего становления и зависит от уровня развития общества.
Психологический	Культура есть отражение психологии поведения людей, а именно социально обусловленных особенностей человеческой психики. Процесс развития вычислительной культуры учитывает как возрастные и индивидуальные психологические особенности обучаемых, так и развивает их мышление, учебно-познавательный интерес, способствует накоплению опыта творческой деятельности, развивает исследовательские умения.
Дидактический	Культура есть то, чему человек научился, а не унаследовал генетически. С этой точки зрения «вычислительная культура», безусловно, есть часть общей культуры, поскольку способствует становлению ученика как субъекта учебной деятельности, в процессе которой он «научается» вычислять.

Поскольку нам не удалось найти точного и чёткого определения понятия «вычислительная культура», но удалось встретить его характеристики, то под термином «вычислительная культура» будем понимать следующую совокупность характеристик:

– умение ставить и исследовать проблемы, связанные с применением вычислительного аспекта математики, обобщать, абстрагировать;

- умение видеть математические вопросы вычислительного характера целостно, устанавливая связи различного характера и уровня, в том числе внутрипредметные и межпредметные, связи с личностным опытом;
- умение прогнозировать, проверять, интерпретировать полученные результаты;
- осознание ценности своих знаний и умений вычислительного содержания;
- умение правильно, осознанно, рационально, красиво выполнять вычисления (с учетом современных средств обучения) и применять их в разных условиях;
- знакомство с историей математики, с этимологией математических понятий, в том числе в ходе исследовательской и проектной деятельности;
- умение создавать и использовать математические модели при изучении количественных характеристик объектов; применять школьный математический язык, обосновывать свои суждения и действия;
- наличие учебно-познавательной мотивации к изучению вычислительного содержания;
- наличие осмысленных знаний об арифметических действиях, их связях.

Как работа над задачей включает в себя 4 этапа, так и перечисленные характеристики могут быть сгруппированы в большие блоки (Таблица 3).

Таблица 3 – Вычислительная культура

<i>Этапы работы над задачей</i>	<i>Блок характеристик понятия «вычислительная культура»</i>	<i>Характеристики высокого уровня вычислительной культуры учащегося по Ю.М. Колягину</i>	<i>Характеристики понятия «вычислительная культура» в нашем понимании</i>
Анализ условия	умения анализировать	- умеет по условию поставленной задачи определить, являются ли исходные данные для вычислений точными или приближительными	- знакомство с историей математики, с этимологией математических понятий, в том числе в ходе исследовательской и

<i>Этапы работы над задачей</i>	<i>Блок характеристик понятия «вычислительная культура»</i>	<i>Характеристики высокого уровня вычислительной культуры учащегося по Ю.М. Колягину</i>	<i>Характеристики понятия «вычислительная культура» в нашем понимании</i>
		числами.	проектной деятельности, - умение создавать и использовать математические модели при изучении количественных характеристик объектов; применять школьный математический язык, обосновывать свои суждения и действия, - наличие учебно-познавательной мотивации к изучению вычислительного содержания.
Решение	умения вычислять	- имеет прочные и осознанные знания свойств и алгоритмов операций над числами, - имеет прочные знания правил приближенных вычислений и навыки их выполнения, - умеет правильно сочетать устные и письменные вычисления, а также вычисления с помощью вспомогательных средств, - может стабильно выбирать и применять рациональные приёмы вычислений, - навык безошибочного выполнения вычислительных операций доведён до автоматизма, - аккуратно и экономно записывает проведённые расчеты	- осознание ценности своих знаний и умений вычислительного содержания, - умение правильно, осознанно, рационально, красиво выполнять вычисления (с учетом современных средств обучения) и применять их в разных условиях, - наличие осмысленных знаний об арифметических действиях, их связях.
Ответ	умения оценивать полученный результат	- применяет рациональные приемы контроля вычислений	- умение прогнозировать, проверять, интерпретировать полученные результаты.
«Взгляд назад / вперёд»	умения делать выводы	- умеет на определенном теоретическом уровне обосновывать правила и	- умение ставить и исследовать проблемы, связанные с применением

<i>Этапы работы над задачей</i>	<i>Блок характеристик понятия «вычислительная культура»</i>	<i>Характеристики высокого уровня вычислительной культуры учащегося по Ю.М. Колягину</i>	<i>Характеристики понятия «вычислительная культура» в нашем понимании</i>
		приемы, применяемые в процессе вычислений	вычислительного аспекта математики, обобщать, абстрагировать, - умение видеть математические вопросы вычислительного характера целостно, устанавливать связи различного характера и уровня, в том числе внутрипредметные и межпредметные, связи с личностным опытом.

Приведём некоторые конкретные умения, которые можно количественно оценить и экспериментально проверить, распределённые по этапам решения задачи:

1) анализ условия:

- умение определять к какой группе задач относится решаемая задача;
- умение представить условие задачи на языке математики;
- умение соотносить приведённые в условии задачи данные между собой;
- умение оценивать «правдивость» (реальность, возможность существования подобной ситуации в действительности) условия задачи и его полноту (достаточно, избыточно или недостаточно данных для получения результата);
- умение выделять подзадачи;
- умение формулировать условие задачи другими словами;
- умение по-разному записывать условие (график, схема, словесное условие, таблица, модель и пр.);

2) решение:

- умения планировать решение задачи, используя различные вспомогательные инструменты: схемы, графы, чертежи, таблицы и пр.;
- умения актуализировать полученные ранее знания, необходимые для решения;
- умения представлять задачу ситуацию в виде математических отношений и зависимостей и, при необходимости, выполнять обратные преобразования;

- умения качественно оформлять собственно решение задачи;
- умения выбирать необходимые для решения задачи математические операции;
- умение видеть вариативность решения задачи;
- умение оценивать в процессе решения «реальность» полученных промежуточных данных;
- умение решать задачу разными способами;

3) ответ:

- умение, при необходимости, записывать ответ разными способами;

4) «взгляд назад / вперёд»:

- умение делать выводы о том имеет ли решение частные случаи или может ли оно быть представлено в более общем виде, а может быть, оно имеет какие-то частные решения;
- умение проверять полученный ответ различными способами;
- умение оценивать ответ с точки зрения реальности, правильности, красоты, значимости, рациональности.

Очевидно, что для эффективного становления перечисленных выше умений необходимо соблюдение некоторых условий. Так, О.А. Ивашова в своей работе [9] выделила некоторые условия становления вычислительной культуры, исходя из метаметодического подхода (И. М. Титова, Н. С. Подходова и др.) к математической культуре.

Целевые, смысловые, ценностные условия. Она называет их целевым, ценностным, смысловым аспектом. Он выражается в постоянной заботе о мотивации вычислительной деятельности, заботе о понимании обучаемыми своего продвижения в усвоении знаний, осознании их ценности, заботе о включении элемента эмоционального настроя.

Содержательные условия. Отражение в вычислительной деятельности структуры математической деятельности: $Q_1 \rightarrow O \rightarrow Q_2$, где: 1) $Q_1 \rightarrow O$ — переход от реальности к ее математической модели; 2) M — работа внутри модели; 3) $O \rightarrow Q_2$ — переход от результатов, полученных на модели, к их осмыслению в реальности. В учебной вычислительной деятельности мы выделяем три соответствующих блока.

К заданиям первого блока можно отнести задания на переход от предметных и графических моделей к символическим, на составление сюжетных задач по результатам измерений или сбора данных и др. Задания этого блока требуют перекодирования информации, моделирования, прогнозирования, оценки реальности чисел.

К заданиям первого блока можно отнести задания собственно на вычисления, а также задания, направленные на осмысление и применение знаний в различных условиях, на установление их содержательных взаимосвязей, на установление границ ответа, задания на понимание терминов, задания на мотивацию введения новых терминов, задания на раскрытие взаимосвязей между терминами, на отработку рационализации вычислений. Подобная нестандартная работа радует красивыми решениями, учит применять усвоенные теоретические знания, взвешенно и с позиций рациональности подходить к процессу вычисления.

К заданиям третьего блока можно отнести задания на анализ полученных результатов. Данная работа способствует развитию элементарных исследовательских умений, более глубокому пониманию изученного материала. Исследовательская и проектная деятельность с вычислительным содержанием, как правило, выходит за узкопредметные рамки. Она позволяет формировать у школьников более правильное представление о вычислительной деятельности и о математической деятельности в целом.

При конкретизации данного условия традиционно подразумевают следующие:

- целенаправленную работу по овладению математическим языком (алфавитом, синтаксисом, семантикой);
- целенаправленное использование моделирования – это модели разных видов, перевод информации из одного вида в другой;
- установление содержательных связей между элементами знаний, установление связей с жизнью (получение и интерпретация моделей), с

субъектным опытом ученика, внутрипредметных и межпредметных связей; обращение к истории математики, к этимологии математических терминов;

- использование задач вариативного, исследовательского характера.

Организационно–деятельностные условия.

- Использование индивидуализированной самостоятельной работы, учитывающей психологические, физиологические, уровневые особенности обучаемых, что способствует лучшему пониманию учебного материала, более успешному его усвоению, что формирует положительный опыт вычислительной работы и является важным мотивом математической деятельности.

- Постоянное включение обучаемых в творческие виды работ: исследовательскую деятельность, проектную деятельность, другие задания творческого характера, включающие в себя вычислительную составляющую. Исключительно репродуктивная деятельность снижает творческую потребность, снижает уровень осознанности усваиваемого материала, в конечном итоге снижает желание учиться.

- Рациональное, осознанное, взвешенное использование информационных технологий совместно с традиционными методами обучения в познавательных, развивающих и образовательных целях.

Достижение всех трёх видов результата, указанных во ФГОС, обеспечивается в процессе вычислительной деятельности за счёт использования следующего примерного перечня заданий:

- тематические сюжетные задачи (например, популяризирующие здоровый образ жизни, способствующие развитию интереса к истории Родины и т.п.),

- задания на составление/разгадывание различного вида шифровок, задания на проверку вычислений,

- задания на сбор и обработку всевозможных данных,

- задания на графическое представление информации (составление и анализ диаграмм, таблиц, схем и т.п.),

- задания с личностно значимым для обучаемого содержанием,
- задания на установление межпредметных связей со всеми изучаемыми в данный момент дисциплинами,
- задания проектного характера,
- задания исследовательского характера,
- задания творческого характера,
- задания на применение различных вычислительных приёмов,
- классические задания на вычисления выражений,
- задания на решение уравнений и неравенств,
- задания на построение математических моделей объектов нематематической природы (например, для учащихся 5-6 классов – объектов окружающего мира, музыкальных произведений, живописи и т.п., для учащихся 9-11 классов – объектов химических процессов, физических явлений, астрономии, даже литературных произведений),
- задания прикладного характера,
- задания для устного выполнения,
- и другие.

Метапредметные результаты «умения принимать и сохранять цели и задачи учебной деятельности, планировать, контролировать и оценивать свои действия» — формируются, если вычислительная деятельность организована как полноценная учебная.

1.2. Психолого-педагогическая характеристика учащихся 5-6 классов

Тот факт, что вычислительная культура формируется у учеников на всех этапах обучения математике, и, что основа её закладывается в первые 5-6 лет обучения, подтверждают в своих публикациях многие практикующие педагоги: Скорик Л.И., учитель математики первой квалификационной категории МАОУ СОШ № 11 им. В.И. Смирнова г. Томска в материале портала uchitelskaya.com «Роль вычислительных умений и навыков в развитии математических умений учащихся»; Жинкина Н.Е., заместитель директора и учитель математики МБОУ СОШ № 27 г. Белгорода в материале портала infourok.ru «Формирование вычислительной культуры обучающихся в процессе обучения математике»; Кудинова Н.А., учитель математики высшей категории МОУ «Лицей № 2 Краснооктябрьского района Волгограда» в материале портала infourok.ru «Формирование вычислительной культуры учащихся 5–6 классов» и многие другие. Именно в эти годы ученики постигают умение осознанно применять законы математических действий от простейшего сложения до возведения в степень. Полученные навыки находят своё применение во многих других дисциплинах физико-математической направленности (физика, химия, астрономия...) и не только (музыка, труд, физическая культура...).

Очевидно, что процесс формирования вычислительных умений и навыков, а, следовательно, и формирование культуры математических вычислений - процесс длительный, сложный, затратный по времени и усилиям. Эффективность этого процесса зависит, во-первых, от организации вычислительной деятельности, во-вторых, от индивидуальных особенностей обучаемого и, в-третьих, от уровня подготовки ученика. Психологами доказано, что механическое заучивание гораздо менее эффективно, чем заучивание осознанное.

В этой связи представляет определённый интерес эффект «повторение без повторения», описанный Н.А. Бернштейном в 1947 году. Простыми

словами его суть можно охарактеризовать так: не существует двух совершенно одинаковых действий, как невозможно войти в одну и ту же реку дважды. Даже такое простое, на первый взгляд, действие как шаг вперёд, скажем, левой ногой никогда не будет выполнен нашим телом абсолютно одинаково, всегда найдётся отличие: по другим нейронам пробежит сигнал к движению, да и сам этот сигнал может иметь различную интенсивность. Практически сразу же после описания этого эффекта учёное сообщество задалось вопросом: Возможно ли его представить формально, т.е. с помощью формул, схем и др.? Так Г.Р. Иваницкий, В.В. Смолянинов, а позднее В.М. Еськов, В.В. Еськов, Т.В. Гавриленко, Ю.В. Вохмина [22] отмечали, что на основании накопленного огромного экспериментального материала можно с уверенностью утверждать, «... что не только двигательные функции, но и любые другие регуляторные процессы (например, работа любой ФСО) осуществляются уникально, единичным образом, они практически неповторимы! Н.А. Бернштейн мог тогда поставить под сомнение вообще возможность сохранения в памяти человека (испытуемого) любого движения в некотором «готовом» виде (как это представляет теория И.П. Павлова в рефлексологии и П.К. Анохин в теории ФСО).» (здесь «ФСО» – функциональная система организма). Эффекты «повторение без повторения» Н.А. Бернштейна по сей день остаётся фундаментальной проблемой биофизики, физиологии и медицины.

Применительно к методике обучения математике этот эффект находит отражение в том факте, что для «осознанного» повторения действий, которые требуется перевести в навык, необходимо учащимся предлагать задания вариативного характера. Например, для отработки умения умножать на число 9, например, можно дать сначала решить простую задачу, сводящуюся к действию $9 \cdot 2 = 18$, затем задание типа «Зная, что $9 \cdot 9 = 81$, определите чему равно: $9 \cdot 8 = \dots$; $9 \cdot 7 = \dots$ и т.д., затем задание, в котором требуется сначала вычислить число 9. Например, $(48-39) \cdot 3 = \dots$. Предложить

построить на числовой прямой результат действия $9 \cdot 3$, а затем результат действия $4 \cdot 9$ и сравнить. Познакомить ребят с мнемоническим правилом умножения на число 9, так сказать «на пальцах». Чем разнообразнее будут задания, тем выраженнее будет эффект заучивания, тем глубже и прочнее будут полученные знания.

Выполнение вычислительного приёма, как ни крути, процесс мыслительный, поэтому овладение этим приёмом и умение выполнять контроль над его ходом в процессе обучения должны проходить одновременно. Только в том случае, если ученик самостоятельно может выполнить все операции, приводящие к решению, и проконтролировать себя, отдавая себе отчёт в правильности и целесообразности выполнения каждого действия, можно говорить о том, что умственное действие сформировано. Умение (или навык) как учебное действие имеет такие характеристики как, правильность, рациональность, осознанность, автоматизм, обобщённость и прочность (Таблица 4).

Таблица 4 – Действия ученика

<i>Характеристика навыка</i>	<i>Действия ученика</i>
правильность	правильно находит результат, т.е. правильно выбирает и выполняет операции, составляющие приём
рациональность	выбирает максимально рациональный приём, конечно же в том случае, если таковых приёмов существует более одного и ученик способен их сконструировать, исходя из начальных условий и прогнозируемого получаемого результата.
осознанность	осознаёт на основе каких знаний выбраны операции и установлен порядок их выполнения.
автоматизм	выполняет операции быстро и без объяснения деталей, но всегда может при необходимости дать детальную характеристику выполняемым действиям. При этом осознанность и автоматизм не противоречат друг другу, они всегда выступают в единстве.
обобщённость	способен применить приём на других объектах, применить к большему числу объектов.
прочность	вычислительные навыки сохраняются длительное время.

Вычислительные навыки и умения можно считать сформированными (или сформированными на высоком уровне вычислительной культуры, по Ю.М. Колягину [13]), если ученик овладел девятью классическими, приведёнными в предыдущем параграфе, умениями, среди которых: умение с достаточной беглостью выполнять действия с различными классами чисел, а также производить тождественные преобразования различных числовых выражений и приближенные вычисления.

По мнению М.А. Бантовой [2], приобрести (овладеть) вычислительный навык означает знать для каждого случая какие операции и в каком порядке следует выполнить для достижения результата и делать это достаточно быстро. Она же под «вычислительным навыком» понимает высокую степень овладения вычислительными приёмами, а под термином «навык» - сформированное путём повторения и характеризующиеся высокой степенью освоения и отсутствием поэлементарной сознательной регуляции и контроля.

Для достижения этой цели целесообразно применять игровые, информационные технологии, элементы личностно–ориентированного обучения с непременно привлечением самих учеников. С некоторыми такими методическими приёмами мы познакомимся во второй главе данной работы.

Можно перечислить важнейшие вычислительные навыки и умения для каждой параллели (Л.Н. Федотова [21]). Представим в виде таблицы (Таблица 5).

Таблица 5 – Отрабатываемые навыки

<i>Класс</i>	<i>Отрабатываемые навыки</i>
5-й	<ul style="list-style-type: none"> - арифметические действия с натуральными (многозначными) числами; - выполнять основные действия с десятичными дробями; - применять законы сложения и умножения к упрощению выражений; - использовать признаки делимости на 10, 2, 5, 3; - округлять числа до любого разряда; - определять порядок действий при вычислении значения

<i>Класс</i>	<i>Отрабатываемые навыки</i>
	выражения.
6-й	<ul style="list-style-type: none"> - находить числовое значение выражение с использованием всех действий с десятичными дробями; - выполнять сложение и вычитание обыкновенных дробей с разными знаменателями, умножение и деление дробей; - выполнять совместные действия над обыкновенными и десятичными дробями; - применять переместительный и сочетательный законы сложения к упрощению вычислений с дробями; - использовать распределительный закон умножения; - выполнять действия с положительными и отрицательными числами.
7-й	<ul style="list-style-type: none"> - тождественных преобразований над степенями с натуральным показателем; - тождественных преобразований с одночленами и многочленами; - применение тождеств сокращенного умножения.
8-й	<ul style="list-style-type: none"> - действия с дробными числами в процессе нахождения числовых значений рациональных выражений; - преобразования выражений, содержащих степени с целыми показателями; - решение неравенств; - вычисление квадратных корней.
9-й	- владеть навыками действий с рациональными числами.

В процессе формирования вычислительного навыка М.А. Бантова выделяет следующие этапы: 1) подготовка к введению нового приёма; 2) ознакомление с вычислительным приёмом; 3) Закрепление знания приема и выработка вычислительного навыка. Дадим их краткое описание.

1-й этап: ученики подготавливаются к изучению нового приёма и составляющим его операциям. Например, готовностью к введению приёма внетабличного умножения ($12 \cdot 5$) будет знание десятичного состава чисел в пределах 100, знание правила умножения суммы на число, владение навыками умножения числа 10, навыками табличного умножения, навыками умножения на однозначные числа. Введение нового приёма целесообразно при овладении учеником основными операциями - составляющими этого приёма.

2-й этап: ученики усваивают суть приёма: какие операции надо выполнять, в каком порядке и почему именно так. Например, для наглядности можно расписать действие: $12 \cdot 5 = (10 + 2) \cdot 5 = 10 \cdot 5 + 2 \cdot 5 = 50 + 10 = 60$. Важно на первых порах сопровождать проводимые операции устными пояснениями, поскольку при этом будут задействованы все сигнальные системы организма: слух, зрение, тактильный аппарат, – что улучшает запоминание. Сначала – под руководством учителя, затем – самостоятельно.

3-й этап: ученики твёрдо усвоили операции, их порядок, могут быстро, чётко, правильно их выполнять.

В 5-6 классах чаще всего обучаются дети 11-12 лет, что соответствует подростковому возрасту. В этот период наблюдается резкий рост познавательного интереса и любознательности. В.А. Крутецкий [14] утверждает, что в процессе овладения основами наук не только обогащается жизненный опыт и расширяется кругозор, но и формируются и развиваются интересы подростков. По сравнению с младшим школьным возрастом уровень интересов у подростков гораздо шире. Распространяется этот интерес на все сферы человеческой деятельности: от проблем мировой глобализации до вопросов происхождения мира, вселенной, вероучений, устройства автомобиля и т.п. Особенностью познавательного интереса подростка является то, что он практически не имеет связи со школьной программой, он хаотичен, разбросан по тематике и, как следствие, носит поверхностный характер. Хорошей характеристикой познавательного интереса этого возраста могут стать следующие строки А.С. Пушкина («Евгений Онегин»):

«Мы все учились понемногу
Чему-нибудь и как-нибудь,
Так воспитаньем, слава богу,
У нас немудрено блеснуть.»
и далее

«Имел он счастливый талант
Без принужденья в разговоре
Коснуться до всего слегка...».

Важной задачей учителя математики в этот период остается поддержание интереса к изучению математики. Поскольку у учеников 5-6 классов основным является наглядно-образное мышление, они плохо воспринимают материал «на слух». Поэтому их нужно учить слышать, слушать и понимать. В этой связи на передний план выходят устные упражнения и задания. Они отвечают требованию вариативности как формулировки задания, так и его решения (зачастую одно задание имеет несколько вариантов решения), а также может иметь и неограниченное число верных ответов. Например: Назовите числа, удовлетворяющие неравенству: $x^2 > 3$. при составлении устных заданий легче, чем при составлении письменных, учесть индивидуальные особенности школьника. Устный счет всегда рассматривался методистами как одно из лучших средств углубления приобретаемых детьми на уроках математики теоретических знаний. Они носят также развивающий характер: способствуют развитию находчивости, гибкости ума, внимания, логического мышления, наблюдательности, волевых качеств, творческого мышления и др. Учитывая эти факты, становится очевидно почему устным упражнениям необходимо уделять больше внимания на уроках математики.

1.3. Устные вычисления как основа культуры математических вычислений

Устные задания на вычисления имеют большую ценность в методическом плане при организации уроков математики. Очевидно, что ученики с прочно сформированными вычислительными навыками устного счёта легче понимают и усваивают материал.

Устные задания хороши тем, что могут быть органично использованы на любом этапе урока: и на этапе актуализации знаний, при подготовке к изучению нового материала, для поддержания познавательного интереса, для приведения примеров из жизненного опыта, в процессе выполнения основных заданий урока, для обобщения и систематизации знаний, при повторении и т.п.

При выполнении заданий на устный счёт развивается не только память учащихся, но и скорость их реакции, наблюдательность, внимательность, повышается потребность в самоконтроле, словом, повышается культура математических вычислений.

Для увеличения числа интересных, практикоориентированных, разнообразных заданий, выполненных на уроке, для поддержания познавательного интереса учеников, для большего охвата изученных тем, необходимо постоянно совершенствовать системы устных заданий по всем темам. Для того, чтобы работа на уроке была продуктивной у всех учеников, необходимо отработать навык устного счёта до автоматизма. Устный счёт – основа любых вычислений. Одной из главной их функций была и остаётся – актуализация знаний, необходимых для усвоения конкретной изучаемой темы, подготовка учеников к работе на уроке, поддержание и совершенствование ранее полученных знаний, навыков и умений.

Отметим также, что ценность устных вычислений не только в экономии времени и затраченных усилий, а также и том, как выполнено конкретное действие, как проявилась творческая инициатива учеников.

Устные вычисления имеют большое практическое применение, могут и используются учителями при изучении практически каждой темы. Играть пропедевтическую роль для курса «Алгебра» средней школы, где навыки устного счёта продолжают своё совершенствование.

Давая задания на устное вычисление с применением законов арифметических действий, учитель организует работу обучаемых таким образом, что они не только повторяют эти законы, закрепляют их, но и усваивают сознательно, а не механически. А знания, усвоенные сознательно, как уже уточнялось выше, гораздо прочнее знаний, полученных механически, что для развития и становления личности человека имеет большое значение.

Устный счёт также содействует укреплению памяти учащихся посредством того, что при его выполнении нередко необходимо держать в памяти промежуточные результаты, исходные числа, владеть эффективными приёмами устного счёта.

При всей «полезности» и «привлекательности» устного счёта, однако, не стоит отдавать ему излишнее предпочтение на уроке. Учителю необходимо придерживаться «золотой середины», не перегружать учащихся вычислениями достаточно громоздких значений выражений, если их легче выполнять письменно. Следует также честно и чётко определять уровень подготовленности учащихся, учитывать их возрастные особенности, помнить, что устные вычисления требуют большого умственного напряжения и их переизбыток может привести к быстрому утомлению и, как следствие, к ошибкам. В этой связи уместным будет периодическое проведение математических диктантов и других видов самостоятельных работ, при которых, выполнив вычисления в уме, достаточно только записать ответ. При этом важно определить примерный уровень требований, который будет предъявлен к навыкам устного счёта учеников. Например (Таблица 6):

Таблица 6 – Задания для устного счета

«Тема»	Достаточно ограничиться
Сложение и вычитание целых чисел и десятичных дробей	данными, содержащими не более двух значащих цифр
Умножение	произведением однозначного и двузначного чисел
Деление	заданиями, не приводящими к бесконечным десятичным дробям (если не ставится задача найти приближенного значения частного), где данные имеют не более двух значащих цифр
Действия с обыкновенными дробями	заданиями на сложение и вычитание дробей, имеющих равные знаменатели или один из знаменателей, кратный другому. А также несложными примерами на умножение и деление дробей, числители и знаменатели которых однозначные числа.

Для устного счета могут быть предложены и несложные упражнения в несколько действий. Они могут иметь вид:

«Число a умножить на число b , к полученному произведению прибавить число k и разделить на число m .»

или

«Из квадрата дроби $\frac{a}{m}$ вычесть число c , полученное число умножить на p и к результату прибавить t .»

Обратим внимание на то, что все компоненты вычислительной культуры неразрывно связаны, развиваем один из компонентов, мы невольно развиваем и смежный с ним компонент. Так, например, устный счет приучает к поиску, выбору и использованию рациональных вычислений, помогает учиться сопоставлять, сравнивать показатели, прикидывать в уме результат действий.

1.4. Анализ школьных учебников по математике

Применительно к обучению в 5-6 классах овладение культурой математических вычислений можно свести к овладению следующими умениями (см. Таблицу 5):

- умением выполнять вычисления с рациональными числами (в 5 кл. – с натуральными (многозначными) числами, в 6 кл. – с десятичными дробями);
- умением рационализировать вычисления (применять законы сложения и умножения к упрощению выражений);
- умением прогнозировать, проверять, интерпретировать полученные результаты;
- устными вычислениями.

К 5-му классу учащихся уже в основном уже подготовлены к изучению операций над рациональными числами в виде обыкновенных и десятичных дробей, однако, ещё недостаточной отработан навык безошибочного счёта. Следовательно, с первых уроков необходимо уделять пристальное внимание развитию вычислительных навыков, предлагая учащимся для выполнения как письменные, так устные задания. Данную работу необходимо проводить систематически на протяжении всего периода обучения в 5-6 классах, поскольку насыщенность материала в последующих классах такого, что на «доработку» этого навыка учебного времени практически нет.

В связи с этим утверждением, мы провели анализ школьных учебников на предмет наличия в них заданий устного характера, направленных на отработку навыка вычислений.

Приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 20 мая 2020 № 254 утверждён федеральный перечень учебников, допущенных к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования организациям, осуществляющим образовательную деятельность.

В перечень учебников, допущенных к использованию при реализации обязательной части основной образовательной программы, по предметной области «Математика и информатика» по учебному предмету «Математика» вошли следующие учебники для 5-6 классов:

– Математика (в 2 частях). 5 класс. Авторы: Виленкин Н.А., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И.;

– Математика (в 2 частях). 6 класс. Авторы: Виленкин Н.А., Жохов В.И., Чесноков А.С., Шварцбурд С.И.;

– Математика. 5 класс. Авторы: Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др.;

– Математика. 6 класс. Авторы: Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н. и др.;

– Математика. 5 класс. Авторы: Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и др.;

– Математика. 6 класс. Авторы: Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. и др.;

– Математика. 5 класс. Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под редакцией Подольского В.Е.;

– Математика. 6 класс. Авторы: Мерзляк А.Г., Полонский В.Б., Якир М.С.; под редакцией Подольского В.Е.;

– Математика (в 2 частях). 5 класс. Авторы: Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.;

– Математика (в 3 частях). 6 класс. Авторы: Дорофеев Г.В., Петерсон Л.Г.;

– Математика. 5 класс. Авторы: Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. и др.;

– Математика. 6 класс. Авторы: Дорофеев Г.В., Шарыгин И.Ф., Суворова С.Б. и др.;

– Математика. 5 класс. Авторы: Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др.; под редакцией Козлова В.В. и Никитина А.А.;

– Математика. 6 класс. Авторы: Козлов В.В., Никитин А.А., Белоносов В.С. и др.; под редакцией Козлова В.В. и Никитина А.А.;

– Математика. 5 класс. Автор: Ткачёва М.В.;

– Математика. 6 класс. Автор: Ткачёва М.В..

Далее мы проанализируем на наличие заданий устного характера первые три комплекта учебников. Данный выбор был произведён произвольным образом, чтобы не нарушать общность исследования.

В школьном учебнике по математике за 5 класс Виленкина Н.Я. мы встретили лишь около 1,5 десятков меток славянской буквы «глаголь»  - учитесь говорить правильно, причем эта метка совсем не указывает на задания устного характера: так авторы выделили материал, обучающий школьников правильной математической речи. Это печальный факт, поскольку, как справедливо отмечает коллектив авторов, «По тому, как говорит человек, можно судить о его культуре и интеллекте, об умении думать» [5, с.4]. Какие номера для классной работы  выполнять устно, а какие письменно, авторы предоставили возможность решать учителю самостоятельно. В 6-м классе указанная тенденция сохраняется. «Глаголь» в учебнике 6 класса встречается при изучении следующих тем: «Делители и кратные», «Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа», «Основное свойство дроби», «Сравнение, сложение и вычитание дробей с разными знаменателями», «Умножение дробей», «Деление», «Отношения», «Длина окружности и площадь круга», «Координаты на прямой», «Противоположные числа», «Модуль числа», «Сравнение чисел», «Сложение чисел с помощью координатной прямой», «Вычитание», «Умножение», «Деление», «Рациональные числа», «Решение уравнений», «Координатная плоскость».

Однако следует отдать должное коллективу авторов в том, что они вынесли один из приёмов рационализации вычислений в отдельный параграф: «Применение распределительного свойства умножения» [6], выделили следующую последовательность действий: «Чтобы умножить смешанное число на натуральное число, можно: 1) умножить целую часть на натуральное число; 2) умножить дробную часть на это натуральное число; 3) сложить полученные результаты» [6, с.87]. Этот способ позволяет пропустить две непростые операции: перевод в неправильную дробь смешанного числа и выделение целой части из неправильной дроби.

Никольский С.М. и др. в учебнике по математике за 5 класс [16], напротив, выделили задания для устных вычислений. Они имеют метку: . Количество заданий с такими метками от темы к теме колеблется от 1-2 («Сложение. Законы сложения», «Сложение и вычитание чисел столбиком», «Умножение чисел столбиком», «Площадь треугольника. Единицы площади», «Приведение дробей к общему знаменателю», «Сравнение дробей», «Сложение смешанных дробей», «Вычитание смешанных дробей», «Умножение и деление смешанных дробей» - по 2 задания на тему; «Распределительный закон», «Решение текстовых задач с помощью умножения и деления», «Задачи на части», «Объём прямоугольного параллелепипеда. Единицы объёма», «Задачи на дроби», «Законы умножения. Распределительный закон», «Нахождение части целого и целого по его части», «Площадь прямоугольника. Объём прямоугольного параллелепипеда» - по 1 заданию на тему) до 11 («Сравнение натуральных чисел»). Некоторые темы, однако, лишены такой метки совсем: «Решение текстовых задач с помощью сложения и вычитания», «Задачи на нахождение двух чисел по их сумме и разности», «Задачи на совместную работу», «Представление дробей на координатном луче».

Следует заметить, что авторы приводят в учебнике таблицы сложения и умножения при изучении соответствующих тем: «Сложение и вычитание чисел столбиком» и «Умножение чисел столбиком». Это примечательный

момент, поскольку в настоящее время чаще всего можно встретить записи вида: $6 * 5 = 30$.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
2	3	4	5	6	7	8	9	10	11
3	4	5	6	7	8	9	10	11	12
4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
7	8	9	10	11	12	13	14	15	16
8	9	10	11	12	13	14	15	16	17
9	10	11	12	13	14	15	16	17	18

Рисунок 1 – Таблица сложения

	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1	1	2	3	4	5	6	7	8	9
2	2	4	6	8	10	12	14	16	18
3	3	6	9	12	15	18	21	24	27
4	4	8	12	16	20	24	28	32	36
5	5	10	15	20	25	30	35	40	45
6	6	12	18	24	30	36	42	48	54
7	7	14	21	28	35	42	49	56	63
8	8	16	24	32	40	48	56	64	72
9	9	18	27	36	45	54	63	72	81

Рисунок 2 – Таблица умножения

Аналогичные обозначения были использованы авторами и в учебнике по математике за 6 класс [17]. По 1 метке встречается при изучении следующих тем: «Пропорции», «Задачи на проценты», «Распределительный закон», «Умножение положительных десятичных дробей», «Десятичные

дроби и проценты». По 2 метки использованы в списке заданий по темам: «Масштаб», «Круговые диаграммы», «Законы сложения целых чисел», «Раскрытие скобок и заключение в скобки», «Действия с суммами нескольких слагаемых», «Дополнения к Главе 2», «Сравнение рациональных чисел», «Дополнения к Главе 3», «Понятие положительной десятичной дроби», «Фигуры в пространстве, симметричные относительно плоскости», «Периодичность десятичного разложения обыкновенной дроби», «Длина окружности. Площадь круга», «Столбчатые диаграммы и графики». Наибольшее количество меток нам встретилось в темах: по 8 – «Прямая и обратная пропорциональность», «Отрицательные дроби», «Рациональные числа», 9 – «Понятие о проценте», 13 – «Десятичные дроби», 15 – «Противоположные числа. Модуль числа». Не предусмотрены устные задания при изучении тем: «Деление числа в данном отношении», «Смешанные дроби произвольного знака», «Уравнения», «Решение задач с помощью уравнений», «Сложные задачи на проценты», «Десятичные дроби произвольного знака», «Дополнения к Главе 4», «Длина отрезка», «Дополнения к Главе 5».

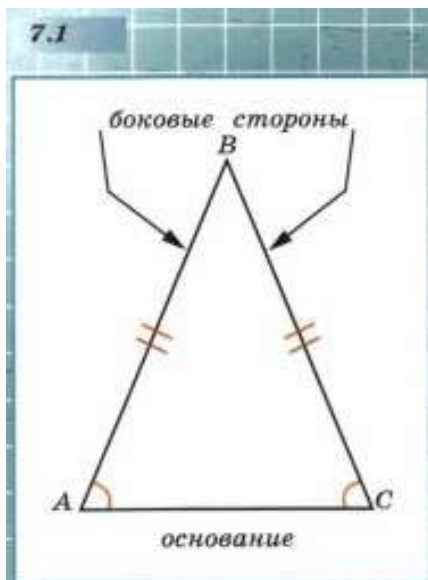
Обращаясь к условным обозначениям в учебнике по математике за 5 класс Бунимовича Е.А. и др. [3], мы не встретили метки для устных заданий. Однако, просматривая каждую тему в отдельности, встречаем перед каждой группой упражнений метку **вопросы и задания:**, содержащую от 2 до 6 вопросов и заданий устного характера или простейшие письменные на приведение примеров.

Пример 1. [3, с.107] Тема «Признаки делимости». В указанной рубрике приведены следующие вопросы и задания:

– Как, не выполняя деления, определить, делится ли данное число на 10? на 2? на 5? В каждом случае приведите примеры чисел, делящихся и не делящихся на указанное число.

– Объясните, почему число 3147 делится на 3 и не делится на 9.
Замените одну из цифр данного числа такой, чтобы получилось число, делящееся и на 9.

Пример 2. [3, с.117] Тема: «Треугольники и их виды». В вышеуказанной рубрике приведены следующие вопросы и задания:



Рисунок

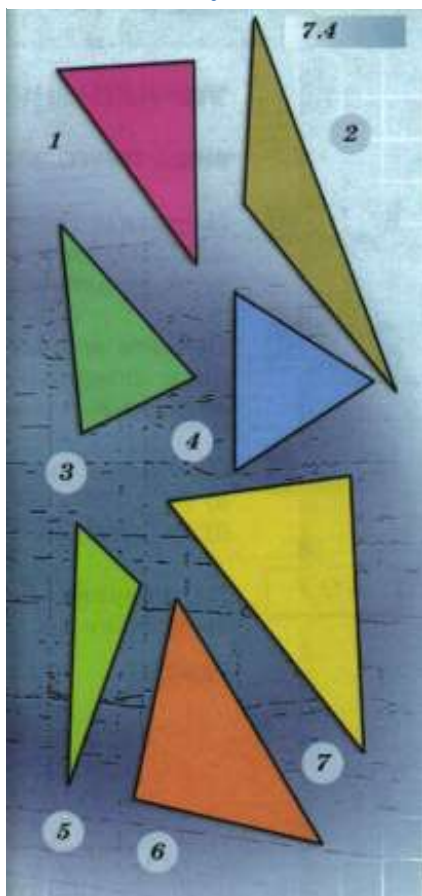


Рисунок 3

– Треугольник ABC (рис. 7.1) – равнобедренный. Назовите: а) угол, противолежащий основанию; б) углы при основании.

– Назовите на рисунке 7.4 треугольники: а) равнобедренные; б) равносторонние.

– Назовите на рисунке 7.4 треугольники: а) остроугольные; б) тупоугольные; в) прямоугольные.

– Существует ли равносторонний тупоугольный треугольник? равносторонний прямоугольный треугольник?

– Начертите произвольные остроугольный, прямоугольный, тупоугольный треугольники.

Пример 3. [3, с.195] Тема: «Прямоугольники». Приведены следующие вопросы и задания:

– а) Вылепите из пластилина куб с ребром 1 см. Это кубический сантиметр.

б) Изготовьте каркасную модель куба объемом 1 дм^3 .

– Выразите:

а) в кубических дециметрах: 1 м^3 , 4 м^3 , 42 м^3 ;

б) в кубических сантиметрах: 1 дм^3 , 3 дм^3 , 2 м^3 ;

в) в кубических миллиметрах: 1 см^3 , 5 см^3 , 3 дм^3 .

– Заполните пропуски:

$1 \text{ м } 25 \text{ см} = \dots \text{ см}$, $1 \text{ м}^3 25 \text{ см}^2 = \dots \text{ см}^2$, $1 \text{ м}^3 25 \text{ см}^3 = \dots \text{ см}^3$.

– Сравните:

а) 70 мм^3 и 7 см^3 ;

б) 300 см^3 и 3 дм^3 ;

в) $50\,000 \text{ дм}^3$ и 5 м^3 ;

г) 1000 см^3 и 1 м^3 ;

д) $40\,000 \text{ мм}^3$ и 4 см^3 ;

е) $80\,000 \text{ мм}^3$ и 8 дм^3 ;

ж) $2\,000\,000 \text{ см}^3$ и 2 м^3 .

– Вместимость какого сосуда может быть равной 5 дм^3 : стакана? кастрюли? флакона духов? мензурки?

– Сколько литров воды вмещает бак, имеющий форму куба с ребром 6 дм ?

Аналогично анализируя учебник Бунимовича Е.А. и др. по математике за 6 класс [4], мы видим, что условные обозначения не изменились. В рубрике «Вопросы и задания:» по-прежнему приводятся от 2 до 5 заданий устного или простейшего письменного характера.

Пример 4: [4, с.117] Тема: ««Главная» задача на проценты». Приведены следующие вопросы и задания:

– Расскажите, как найти 14% от 250 р. ; 120% от 300 р.

– Цена книги, которая стоила 180 р. , была снижена на 20% .

Расскажите, какими способами можно найти её новую цену.

Пример 5: [4, с.153] Тема: «Ось симметрии фигуры». Приведены следующие вопросы и задания:

– Начертите многоугольник, у которого: а) нет осей симметрии; б) одна ось симметрии; в) две оси симметрии.

– Является ли диагональ осью симметрии прямоугольника?

- Сколько плоскостей симметрии у куба?
- Какая фигура может получиться в сечении, если плоскостью симметрии рассесть: а) параллелепипед; б) цилиндр; в) конус?
- В сечении какого многогранника плоскостью симметрии можно получить треугольник?

Рассмотрев три комплекта учебников по математике, можно заключить, что так или иначе задания устного характера присутствуют во всех комплектах учебников, однако, также очевиден и тот факт, что устных заданий на отработку навыка быстрого счёта недостаточно во всех из них. Поэтому считаем целесообразным разработать системы заданий для отработки устного счёта по избранным темам и привести их во второй главе данной работы.

ГЛАВА 2. Некоторые методические аспекты формирования культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах

2.1. Методические приёмы, способствующие формированию культуры математических вычислений

Автор книги «Быстрая математика: секреты устного счета» [23] Билл Хэнлдри приводит следующие причины изучать математику независимо от возраста и склада ума (математического, лингвистического и др.):

- считается, что математические способности – признак высокого интеллекта;
- владея методами работы с цифрами, лучше понимаешь математические законы;
- «Вычисления в уме научат вас «чувствовать» числа, а также быстро оценивать правильность результата» [23, с.9];
- у понимающего математику человека лучше развита способность к поиску альтернативных путей решения, выхода из проблемных ситуаций, как сейчас принято говорить, креативность, нестандартность мышления;
- математические знания придают уверенности в себе и, как следствие, способны повысить самооценку;
- владение различными методами проверки как готового полученного ответа, так и промежуточных вычислений, и возможность их применения повсеместно даёт дополнительную мотивацию к дальнейшему изучению математики;
- математика, как никакая другая наука, практикоориентирована, хотя бы по той простой причине, что именно из практических потребностей человека она и «родилась», мы ежедневно сталкиваемся с необходимостью быстрых подсчётов в уме, прикидок, а порой нам нужно произвести и точные расчёты в магазине, при ремонте квартиры, при планировании семейного бюджета, при приготовлении сложных блюд и т.д.

Автор придерживается мнения, что человек может и не родиться с математическим складом ума, но добиться в математике бóльших успехов:

«Различие между теми людьми, кто добивается в математике многого, и теми, кто достигает малого, состоит не в мозге, с которым они рождаются, а в том, как они его используют. Те, кто добивается бóльшего, используют более эффективные подходы, чем остальные» [23, с.10-11]. Отсюда следует простой и очевидный вывод: «Чем проще метод, используемый вами для решения задачи, тем быстрее вы её решите и тем меньше вероятность того, что вы допустите ошибку.» [23, с.12].

В своей книге Билл Хэнлдли не стремится дать названия используемым методам вычислений суммы, разности, произведения, квадратного корня и приближённых вычислений, он на конкретных примерах показывает как эти методы применять. Многие из них уже были когда-то кем-то разработаны. Так, например, для сложения автор приводит следующую методику: «Чтобы прибавить к числу 9, прибавьте к нему 10 и отнимите 1; чтобы прибавить 8, прибавьте 10 и отнимите 2; чтобы прибавить 7, прибавьте 10 и отнимите 3 и т.д.» [23, с.80]. Аналогичным образом построена работа с классическим абаком.

Однако подобная концентрация различных методов быстрого счёта в одном издании может быть весьма полезной.

Одним из идейных вдохновителей, как отмечает сам Билл Хэнлдли, изучения, поиска, систематизации, переработки методов быстрого, равно устного, счёта стал Яков Трахтенберг. Остановимся на его системе подробнее. Пройдя многолетнюю апробацию в созданном им Институте математики в Цюрихе, система Я. Трахтенберга [11] показала поразительные результаты. Его ученики не только могли отлично, быстро и точно производить вычисления, но и начинали проявлять большой интерес к обучению в целом, не только к математике, хотя некоторых из них считали *абсолютно неспособными* к математике.

Рассмотрим некоторые его методы и приёмы на конкретных примерах на действие «умножение».

Последовательность действий при умножении на 11 (приём «Прибавь соседа»):

Пусть нам требуется вычислить произведение $4953 \cdot 11 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4 ?_5$.

1) последнюю цифру числа 4953 записываем как самую правую цифру результата: $?_1 ?_2 ?_3 ?_4$ 3;

2) каждая следующая цифра множимого 4953 (число, которое умножается на 11) складывается со своим соседом справа. В нашем случае: $\underline{5} + \underline{3} = 8$: единицы суммы записываем в результат, десятков (если получился) запоминаем. После этого шага наш результат примет вид: $?_1 ?_2 ?_3$ 83.

3) если мы ещё не складывали первую цифру множимого числа, тогда повторяем действие 2). В нашем случае:

– складываем вторую и третью цифры числа 4953: $\underline{9} + \underline{5} = \underline{14}$. Получили двузначное число 14. Если от предыдущего действия у нас в памяти остался 1 десяток, тогда прибавляем его к полученной сумме и сумма увеличится на 1, если нет – тогда единицы записываем в результат, десятков запоминаем. Результат примет вид: $?_1 ?_2$ 483,

– складываем первую и вторую цифры числа 4953: $\underline{4} + \underline{9} = 13$. Получили двузначное число 13. От предыдущего действия у нас в памяти остался 1 десяток, тогда прибавляем его к полученной сумме: $13 + 1 = \underline{14}$, – сумма увеличилась на 1. Единицы итоговой суммы записываем в результат, десятков запоминаем. Результат примет вид: $?_1$ 4483,

4) первая цифра множимого 4953 становится самой левой цифрой результата, если на предыдущем шаге мы не запомнили 1 десяток. Но мы запомнили, поэтому увеличиваем первую цифру множимого числа на 1: $4 + 1 = \underline{5}$, – и записываем результат: $4953 \cdot 11 = \underline{54483}$.

При выполнении этого алгоритма важно понимать:

а) искомый результат всегда на один разряд больше количества разрядов множимого: умножаем двузначное число – получим трёхзначное, умножаем трёхзначное – получим четырёхзначное и т.д.,

б) запоминать более чем 1 десяток, ни на одном из шагов не придётся, т.к. мы можем сложить максимально только $9 + 9 = 18$. Это очевидно, поскольку цифры числа могут принимать значения только от 0 до 9.

Таким образом, по системе Я. Трахтенберга результат записывается по одной цифре в направлении справа налево.

Последовательность действий при умножении на 12 (приём «Удвой цифру и прибавь соседа»):

Рассмотрим этот приём на примере трёхзначного числа. Пусть нам требуется вычислить произведение $495 \cdot 12 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Двигаемся по цифрам множимого числа, аналогично предыдущему описанному приёму, в направлении справа налево, складывая цифры множимого числа по принципу: удвой текущую цифру и прибавь к ней соседа справа. Получим следующую последовательность:

1) Множимое число: 495.

$$\underline{5} \cdot 2 + 0 = 1\underline{0}.$$

Здесь мы прибавляем «0», поскольку справа от цифры «5» больше цифр нет. Единицы записываем в результат, десятков запоминаем. Искомый результат примет вид: $?_1 ?_2 ?_3 \underline{0}$.

2) Множимое число: 495.

$$\underline{9} \cdot 2 + 5 = 23.$$

Здесь мы прибавляем уже число «5» к произведению $9 \cdot 2$. Но у нас ещё есть один десяток в памяти: $23 + 1 = 2\underline{4}$. Единицы итоговой суммы записываем в результат, а десятки запоминаем. Результат примет вид: $?_1 ?_2 \underline{40}$.

3) Множимое число: 495.

$$4 \cdot 2 + 9 = 17.$$

Но у нас ещё два десятка в памяти, поэтому: $17 + 2 = 1\underline{9}$.

Единицы итоговой суммы записываем в результат, десятки запоминаем. Искомый результат примет вид: $?_1 \underline{940}$.

4) первая цифра множимого числа 495 становится самой левой цифрой результата, если на предыдущем шаге мы не запоминали десятки. Но в нашем случае получим: $4 + 1 = 5$. Произведение $495 \cdot 12 = \underline{5940}$.

При выполнении этого алгоритма важно понимать:

а) искомый результат может по количеству разрядов отличаться от множимого числа как на один разряд (рассмотренный нами случай: $495 \cdot 12 = \underline{5940}$), так и на два разряда ($99 \cdot 12 = \underline{1188}$ или $9999 \cdot 12 = \underline{119988}$).

б) из-за того, что формула для вычисления каждой цифры искомого результата усложнилась, мы получаем, что запоминать нам нужно будет цифры 1 (например, если в множимом числе $**53$, тогда $5 \cdot 2 + 3 = \underline{13}$) или 2 (например, если в множимом числе $*99*$, тогда $9 \cdot 2 + 9 = \underline{27}$).

Последовательность действий при умножении на 6 (приём «Прибавь половину соседа и 5, если цифра нечётная»):

Этот приём рассмотрим на примере трёхзначного числа 492. Пусть нам требуется вычислить произведение $492 \cdot 6 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Аналогично двигаемся по цифрам множимого числа в направлении справа налево, складывая цифры по принципу: прибавь половину соседа справа и прибавь к цифре ещё 5, если она нечётная. Получим следующую последовательность действий:

1) Множимое число: $49\underline{2}$.

$$2 + 0 = \underline{2}.$$

Здесь мы прибавляем «0», т.к. «2» крайняя справа цифра. Единицы записываем в результат, десятков запоминаем. Искомый результат примет вид: $?_1 ?_2 ?_3 \underline{2}$.

2) Множимое число: $49\underline{2}$.

$$9 + \frac{2}{2} + 5 = 9 + 1 + 5 = \underline{15}.$$

Здесь мы прибавляем уже число «5» к сумме $9 + \frac{2}{2}$, т.к. «9» – число нечётное. Единицы – в результат, а десятки запоминаем. Результат примет вид: $?_1 ?_2 \underline{52}$.

3) Множимое число: 492.

$$4 + \frac{9}{2} = 4 + 4\frac{1}{2}.$$

На этом этапе следует уточнить, что автор метода под словами «прибавь половину соседа» понимает «прибавь целую часть половины соседа». Тогда мы получаем следующее:

$$4 + 4 = 8.$$

При работе с предыдущей цифрой множимого числа мы запомнили 1 десяток. Прибавляем и его:

$$8 + 1 = \underline{9}.$$

И снова: единицы – в результат, десятки запоминаем. Искомый результат примет вид: ?₁ 952.

4) Мы уже заметили, что в описанных первых двух приёмах первая цифра множимого числа 492 становится самой левой цифрой результата, но в этом приёме с ней нужно провести действия предыдущего этапа вычисления, считая её правым соседом, т.е.:

$$0 + \frac{4}{2} = 0 + 2 = \underline{2}.$$

В памяти десятков у нас нет, поэтому произведение $492 \cdot 6 = \underline{2952}$.

При выполнении этого алгоритма важно помнить, что:

а) фразу «прибавь половину соседа» нужно считать фразой «прибавь целую часть половины соседа».

б) левой цифрой результата становится не сама первая цифра множимого числа, а целая часть от её половины, сложенная с запомненными десятками из предыдущего действия.

Последовательность действий при умножении на 7 (приём «Удвой цифру и прибавь половину соседа и 5, если цифра нечётная»):

Вычислим произведение $892 \cdot 6 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Аналогично двигаемся по цифрам множимого числа в направлении справа налево. Цифры результата считаем по принципу: удвой цифру и

прибавь половину соседа справа, и прибавь к цифре ещё 5, если она нечётная.

Получаем:

1) Множимое число: 892.

$$2 \cdot 2 + 0 = \underline{4}.$$

Здесь мы прибавляем «0», т.к. «2» крайняя справа цифра и не прибавляем «5», т.к. она – чётная. Единицы записываем в результат, а если получили двузначное число, тогда десятки запоминаем. Правая цифра результата в нашем случае – «4»: ?₁ ?₂ ?₃ 4.

2) Множимое число: 892.

$$9 \cdot 2 + \frac{2}{2} + 5 = 18 + 1 + 5 = 2\underline{4}.$$

Здесь мы к произведению $9 \cdot 2$ уже прибавляем число «5», т.к. число «9» – нечётное. Единицы числа 24 записываем в искомый результат, а десятки запоминаем. Результат примет вид: ?₁ ?₂ 44.

3) Множимое число: 892.

$$8 \cdot 2 + \frac{9}{2} = 16 + 4\frac{1}{2}.$$

Аналогично приёму «Прибавь половину соседа и 5, если цифра нечётная» для умножения числа на 6, фразу «прибавь половину соседа» в рассматриваемом приёме для умножения числа на 7 следует понимать как «прибавь целую часть половины соседа». Тогда получим:

$$16 + 4 = 20.$$

При работе с предыдущей цифрой множимого числа у нас осталось 2 десятка. Прибавляем их:

$$20 + 2 = 2\underline{2}.$$

Снова: единицы – в результат, два десятка запоминаем. Искомый результат примет вид: ?₁ 244.

4) Аналогично приёму для умножения числа на 6, первую цифру множимого числа считаем соседом справа, тогда:

$$0 \cdot 2 + \frac{9}{2} = 0 + \frac{9}{2} = 4\frac{1}{2}.$$

Оставляем целую часть числа $4\frac{1}{2}$ и прибавляем 2 десятка из памяти.

Имеем в итоге: $892 \cdot 7 = \underline{6244}$.

Комментарии при выполнении этого алгоритма умножения числа на 7 совпадают с комментариями при выполнении предыдущего описанного алгоритма умножения числа на 6.

Последовательность действий при умножении на 5 (приём «Возьми половину соседа и 5, если цифра нечётная»):

Рассмотрим этот приём на том же числе, которое умножали на 6: 492, т.е. нам нужно вычислить произведение $492 \cdot 5 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Получим следующую последовательность действий:

1) Множимое число: 492.

Цифра «2» – чётная, поэтому просто берём половину от соседа справа: $\frac{0}{2}$ есть 0. Имеем: $?_1 ?_2 ?_3 \underline{0}$.

2) Множимое число: 492.

Цифра «9» – нечётная, поэтому считаем так: «половина от соседа справа плюс 5», а именно:

$$\frac{2}{2} + 5 = 1 + 5 = \underline{6}.$$

Получим: $?_1 ?_2 \underline{60}$.

3) Множимое число: 492.

Цифра «4» – чётная, поэтому просто берём половину от соседа справа: $\frac{9}{2}$ есть $4\frac{1}{2}$. Оставляем только целую часть: 4. Имеем: $?_1 \underline{460}$.

4) Множимое число: 492.

Цифра «4» – сосед справа, а слева от неё уже соседа нет, т.е. «0», а «0» – не является числом нечётным, значит берём только половину от соседа справа и не забываем о десятках от предыдущего шага, если таковые имели место быть. В нашем случае, вычисления будут следующими: $\frac{4}{2} = 2$. Имеем:

2460.

При выполнении этого алгоритма также помним:

а) фразу «возьми половину соседа» нужно читать как «возьми целую часть половины соседа».

б) левой цифрой результата становится не сама первая цифра множимого числа, а целая часть от её половины, сложенная с запомненными десятками из предыдущего действия.

При выполнении умножения по системе Я. Трахтенберга на «3», на «4», на «8» и на «9» помимо сложения потребуется выполнять ещё и операцию «вычитание». Отметим также, что при умножении на «3» учащиеся могут столкнуться с отрицательными целыми числами, поэтому до изучения этого правила им нужно иметь представление об отрицательных целых числах и уметь выполнять с ними действия сложения и вычитания.

Последовательность действий при умножении на 9:

Пусть требуется вычислить произведение $492 \cdot 9 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Получим следующую последовательность действий:

1) *Вычтете из 10 правую цифру множимого 492: $10 - 2 = 8$.*

Тогда имеем: $?_1 ?_2 ?_3$ 8.

2) *Остальные цифры числа 492 последовательно вычитаем из 9 и прибавляем соседа справа.*

– $9 - 9 + 2 = \underline{2}$, тогда: $?_1 ?_2$ 28,

– $9 - 4 + 9 = 5 + 9 = 1\underline{4}$, тогда: $?_1$ 428, в памяти: 1 десяток.

3) *Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно из соседа справа вычесть 1.* На этом шаге соседом справа является первая цифра множимого числа, т.е. в нашем случае – это цифра «4».

$4 - 1 = 3$.

Но от предыдущего действия у нас в памяти остался 1 десяток, значит:

$3 + 1 = \underline{4}$.

Получим следующий результат: $492 \cdot 9 = \underline{4428}$.

При выполнении этого алгоритма также помним:

а) первая и последняя цифры искомого произведения вычисляются особым образом: чтобы вычислить крайнюю справа (последнюю цифру

искомого) нужно из 10 вычесть крайнюю справа (последнюю цифру множимого), а чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно из соседа справа вычесть 1, т.е.: вычесть 1 нужно из первой цифры множимого числа,

б) не забывать на каждом шаге вычисления прибавлять запомненные десятки от предыдущего шага.

Последовательность действий при умножении на 8:

Пусть требуется вычислить произведение $592 \cdot 8 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Получим следующую последовательность действий:

1) *Вычтите из 10 правую цифру множимого 592 и удвойте:*

Вычитаем: $10 - 2 = 8$. Удваиваем: $8 \cdot 2 = 16$.

Тогда имеем: $?_1 ?_2 ?_3 6$. В памяти: 1.

2) *Остальные цифры числа 592 последовательно вычитаем из 9 и удваиваем, а потом прибавляем соседа справа:*

– вычитаем: $9 - 9 = 0$, удваиваем: $0 \cdot 2 = 0$, прибавляем соседа справа: $0 + 2 = 2$, вспоминаем десятки от предыдущего шага: $2 + 1 = 3$. Имеем: $?_1 ?_2 36$,

– вычитаем: $9 - 5 = 4$, удваиваем: $4 \cdot 2 = 8$, прибавляем соседа справа: $8 + 9 = 17$, вспоминаем десятки от предыдущего шага: $17 + 0 = 17$. Имеем: $?_1 736$ и в памяти: 1.

3) *Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно из соседа справа множимого числа вычесть 2, другими словами, уменьшите самую левую цифру множимого на 2, т.е. в нашем случае – это цифра «5»:*

$$5 - 2 = 3.$$

Вспомнив десятки от предыдущего шага – 1, получим:

$$3 + 1 = 4.$$

Получим следующий результат: $592 \cdot 8 = 4736$.

При выполнении этого алгоритма помним:

а) первая и последняя цифры искомого произведения вычисляются особым образом. Чтобы вычислить крайнюю справа (последнюю цифру

искомого) нужно 1) из 10 вычесть крайнюю справа (последнюю цифру множимого) и 2) удвоить разность. Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно из соседа справа вычесть 2, т.е.: вычесть 2 нужно из первой цифры множимого числа,

б) не забывать на каждом шаге вычисления прибавлять запомненные десятки от предыдущего шага.

Последовательность действий при умножении на 4:

Пусть требуется вычислить произведение $592 \cdot 4 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Получим следующую последовательность действий:

1) *Вычтете из 10 правую цифру множимого 592 и прибавьте 5, если она нечётная:*

Вычитаем: $10 - 2 = 8$.

Цифра «2» – чётная, значит «5» не прибавляем.

Тогда имеем: $?_1 ?_2 ?_3$ 8. В памяти: 0.

2) *Остальные цифры числа 592 последовательно вычитаем из 9 и прибавляем половину соседа справа, а если цифра нечётная, тогда прибавляем ещё и 5:*

– вычитаем: $9 - 9 = 0$, прибавляем половину соседа справа: $0 + \frac{2}{2} = 1$.

Цифра «9» – нечётная, следовательно, прибавляем ещё и 5: $1 + 5 = 6$.

Вспоминаем десятки от предыдущего шага: $6 + 0 =$ 6. Имеем: $?_1 ?_2$ 68 и в памяти: 0.

– вычитаем: $9 - 5 = 4$, прибавляем половину соседа справа: $4 + \frac{9}{2} = 4 + 4\frac{1}{2}$, оставляем только целую часть: 8. Цифра «5» – нечётная, следовательно, прибавляем ещё и 5: $8 + 5 = 13$, вспоминаем десятки от предыдущего шага: $13 + 0 =$ 13. Тогда: $?_1$ 368 и в памяти: 1.

3) *Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно взять половину самой левой цифры множимого и уменьшить её на один.*

В нашем случае – это цифра «5»: $\frac{5}{2} - 1 = 2\frac{1}{2} - 1$. Оставляем только целую часть: $2 - 1 = 1$. Вспомнив десятки от предыдущего шага: 1, получим:

$$1 + 1 = 2.$$

Получим следующий результат: $592 \cdot 4 = \underline{2368}$.

При выполнении этого алгоритма помним:

а) первая и последняя цифры искомого произведения вычисляются особым образом. Чтобы вычислить крайнюю справа (последнюю цифру искомого) нужно 1) из 10 вычесть крайнюю справа (последнюю цифру множимого) и 2) прибавляем 5, если цифра множимого нечётная. Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно взять половину левой цифры множимого и уменьшить эту половину на 1.

б) не забывать на каждом шаге вычисления прибавлять запомненные десятки от предыдущего шага.

Последовательность действий при умножении на 3:

Пусть требуется вычислить произведение $273 \cdot 3 = ?_1 ?_2 ?_3 ?_4$.

Последовательность действий будет следующая:

1) *Вычтете из 10 правую цифру множимого 273 и удвойте, прибавьте 5, если она нечётная:*

Вычитаем: $10 - 3 = 7$, удваиваем: $7 \cdot 2 = 14$.

Цифра «3» – нечётная, значит прибавляем ещё 5: $14 + 5 = \underline{19}$.

Тогда имеем: $?_1 ?_2 ?_3 \underline{9}$. В памяти: 1.

2) *Остальные цифры числа 273 последовательно вычитаем из 9, удваиваем полученное, прибавляем половину соседа справа, а если цифра нечётная, тогда прибавляем ещё и 5:*

– множимое число 273; вычитаем: $9 - 7 = 2$, удваиваем: $2 \cdot 2 = 4$, прибавляем половину соседа справа: $4 + \frac{3}{2} = 4 + 1\frac{1}{2} = 5\frac{1}{2}$, оставляем только целую часть: 5. Цифра «7» – нечётная, следовательно, прибавляем ещё и 5: $5 + 5 = 10$. Вспоминаем десятки от предыдущего шага: $10 + 1 = \underline{11}$. Имеем: $?_1 ?_2 \underline{19}$ и в памяти: 1.

– множимое число 273; вычитаем: $9 - 2 = 7$, удваиваем: $7 \cdot 2 = 14$, прибавляем половину соседа справа: $14 + \frac{7}{2} = 14 + 3\frac{1}{2} = 17\frac{1}{2}$, оставляем только

целую часть: 17. Цифра «2» – чётная, следовательно, 5 не прибавляем. Вспоминаем десятки от предыдущего шага: $17 + 1 = 18$. Тогда: ?₁ **819** и в памяти: 1.

3) *Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно взять половину самой левой цифры множимого и вычесть 2.*

В нашем случае – это цифра «2»: $\frac{2}{2} - 2 = 1 - 2 = -1$. Вспоминаем десятки от предыдущего шага: 1, получаем: $-1 + 1 = 0$.

Получим следующий результат: $273 \cdot 3 = \underline{0819}$. Или просто: $273 \cdot 3 = \underline{819}$.

При выполнении этого алгоритма следует заметить:

а) умножая на 3 трёхзначное число, мы в результате можем получить как четырёхзначное число, так и трёхзначное. Как видно из приведённого вычисления, без ограничения общности алгоритм рассчитан на получение четырёхзначного результата.

б) первая и последняя цифры искомого произведения вычисляются особым образом. Чтобы вычислить крайнюю справа (последнюю цифру искомого) нужно 1) из 10 вычесть крайнюю справа (последнюю цифру множимого) и 2) удвоить результат, а затем 3) прибавить 5, если эта цифра множимого нечётная. Чтобы вычислить первую цифру искомого произведения, нужно взять половину левой цифры множимого и уменьшить на 2.

в) не забывать на каждом шаге вычисления прибавлять запомненные десятки от предыдущего шага.

Последовательность действий при умножении на 2: поочередно удвойте каждую цифру множимого, не пользуясь соседом.

Последовательность действий при умножении на 1: перепишите множимое без изменений.

Последовательность действий при умножении на 0: ноль, умноженный на любое число, даёт ноль.

Таким образом, мы видим, что в разработанных и описанных Я. Трахтенбергом приёмах умножения чисел на 11, на 12, на 6, на 7 и на 5 используется действие «сложение», а в методах умножения на 3, на 4, на 8 и на 9 добавляется ещё и действие «вычитание». При этом часто нужно брать целую часть от половины соседа, т.е. дети должны быть знакомы с понятием «половина» и уметь её находить. А при выполнении умножения на 3 ученики могут столкнуться и с отрицательными целыми числами, о которых к этому времени тоже желательно иметь представление и уметь выполнять с ними действия «сложение» и «вычитание».

Следует отметить также и то, что зная, как выполнить умножение на 12 по системе Я. Трахтенберга, можно с легкостью выполнять и умножение на 6, помня, что: $n \cdot 6 = n \cdot \frac{12}{2} = \frac{n \cdot 12}{2}$ и наоборот $n \cdot 12 = n \cdot (6 \cdot 2) = (n \cdot 6) \cdot 2$. Аналогично, $n \cdot 4 = n \cdot \frac{8}{2} = \frac{n \cdot 8}{2}$ и обратно $n \cdot 8 = n \cdot (4 \cdot 2) = (n \cdot 4) \cdot 2$. Другими словами, достаточно хорошо владеть одним из методов умножения: на 12 или на 6; на 4 или на 8, – чтобы хорошо умножать на оба числа.

При всей «привлекательности» рассмотренной системы, мы, однако, будем придерживаться мнения, что использование её методов и приёмов на уроках математики в средней школе в полной мере не представляется возможным. Однако «Обучение быстрому счёту по системе Я. Трахтенберга» как факультативный или элективный курс вполне приемлем.

Приведём еще несколько авторов, занимавшихся каждый в своё время разработкой, систематизацией приёмов, методов, техник устного счёта:

- В.А. Игнатъев, в 1962 опубликован «Сборник задач по арифметике для устных упражнений», ориентированный на учеников 1-4 классов;
- Я.Ф. Чекмарев, в 1970 издательство «Просвещение» выпустило в тираж книгу «Методика устных вычислений (с набором упражнений по устному счёту)», предназначенную для учителей 1-5 классов и преподавателей педагогических училищ;

– А.С. Сорокин, в 1976 издательством «Знание» опубликована книга «Техника счета (Методы рациональных вычислений)», где автор даёт систематическое изложение приёмов, упрощающих сложение, умножение, деление, возведение в степень и извлечение корня;

– И.И. Баврин, в 2003 в издательстве «Физматлит» публикует книгу «Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета» [1], которая воспроизводит задачник Сергея Александровича Рачинского «1001 задача для умственного счета», кроме того в этом издании впервые была опубликована биография педагога и некоторые из его оригинальных приёмов устного счёта;

– Н.Л. Ковалевская, в 2005 вышла в свет книга «Учись считать быстро: Таблицы устных вычислений 2-4 классы», рассчитанная как на учителей, так и на родителей и самих школьников;

– Б. Хэндли, в 2006 была переведена с английского книга «Считайте в уме как компьютер», где приведены простые, но действенные методики устных вычислений;

– в 2010 коллектив авторов Л.Н. Евич, С.О. Иванов, Л.Н. Ковалёва, Л.С. Ольховая, под редакцией Ф.Ф. Лысенко и С.Ю. Кулабухова издал книгу «Математика. Устные вычисления и быстрый счёт. Тренировочные упражнения за курс 7-11 классов», предназначенную как для учителей и методистов, так и для родителей и учеников, содержащую кроме того задания части В единого государственного экзамена;

– в 2011 В.Б. Творогов публикует «Наглядную арифметику и технологию быстрого счета», в которой впервые исследуется феномен скоростных вычисления с помощью наглядной арифметики, изучающей свойства арифметических операций с числами методами геометрии. Геометрические схемы визуальной технологии устного счета превращают решение любого примера арифметики в процесс, похожий на построения линейкой и циркулем.

Остановимся подробнее на издании И.И. Баврина [1] и 1001 задаче С.А. Рачинского. Оно привлекло наше внимание тем, что первоисточник был опубликован ещё в 1891 году и стал первым в России сборником упражнений по устному счёту. Кроме того С.А. Рачинский был выдающимся просветителем: при его посильной помощи были открыты 15 сельских школ, одним из первых выступил за обучение грамоте крестьянских девочек и, став в 1885 попечителем женских училищ Бельского уезда, добился открытия женских училищ в сёлах Тархово Шоптовской волости и Знаменском, был одним из организаторов «Общества трезвости» и автором его устава.

Он умел увлечь детей устным счётом, отдавая при этом по 10-12 часов в день школе и ученикам. Внимательно следил он за каждым своим подопечным и давал каждому индивидуальные посильные для него дополнительные примеры для вычислений. «Рачинский творил, создавал на уроке, тут же на глазах учеников, и этот процесс творчества заражал учеников, вызывал у них ответный процесс усиленной умственной деятельности.» [1, с.18]. Он учил детей решать задачи оригинально, быстро и красиво. Учил видеть неожиданные, особые свойства чисел и соотношений между ними.

С.А. Рачинским в статье «Арифметические забавы» (Народное образование. 1900. Кн. 3) описаны такие приёмы устного счёта, как способ возведения в квадрат любого двузначного числа, способ умножения двузначных чисел, способ умножения на число, записанное только одними девятками, числа, «раздвигаемые» при умножении, признаки делимости натуральных чисел, причём рассматривал он перечисленные приёмы не только на конкретных примерах, но и доказывал их в общем виде.

Способ возведения в квадрат любого двузначного числа.

Если знать квадраты всех чисел от 1 до 25, то легко посчитать и квадрат других двузначных чисел, больших 25.

Пусть $M = 10m + n$.

Любое двузначное число возводится в квадрат по формуле:

$$M^2 = (M - 25) \cdot 100 + (50 - M)^2.$$

Пример 6: $36^2 = (36 - 25) \cdot 100 + (50 - 36)^2 = 1100 + 14^2 = 1100 + 196 = 1296.$

Способ умножения двузначных чисел.

Приведённый С.А. Рачинским способ применим только для тех двузначных чисел, сумма единиц которых равна 10.

Пусть нам даны числа $M = 10m + n$ и $K = 10a + (10 - n)$.

Тогда $M \cdot K = (10m) \cdot (10 \cdot (a+1)) + n(K - 10m)$.

Пример 7: $23 \cdot 47 = 20 \cdot 50 + 3 \cdot 27 = 1000 + 81 = 1081$

Этот способ заметил не сам педагог, а его ученик, мальчик 12 лет.

Способ умножения на число, записанное только одними девятками.

«Для того, чтобы найти произведение числа, написанного одними девятками, на число, имеющее с ним одинаковое количество цифр, надо от множителя отнять единицу и к получившемуся числу приписать другое число, все цифры которого дополняют цифры указанного получившегося числа до 9» [1, с.20].

Пример 8: $78 \cdot 99 = 7722$, где

$(78 - 1) = 77$ – первые две цифры искомого произведения,

$9 - 7 = 2$ – третья и четвёртая цифры искомого произведения.

Приводится и такой приём вычисления: $78 \cdot 99 = 78 \cdot (100 - 1) = 7800 - 78 = 7722.$

Числа, «раздвигаемые» при умножении.

При умножении двух чисел иногда получаются такие числа, у которых сохраняются те же цифры и в той же последовательности, как у одного из множителей, но между ними появляются нули:

$111 \cdot 91 = 10101$ или $126 \cdot 81 = 10206$ или $73 \cdot 285 = 20805.$

Обоснования этому феномену педагог не привёл.

Признаки делимости натуральных чисел.

В основе лежит знание того, что любое простое число, кроме 2, – нечётное. Признаки делимости на 2 и на 5 просты и не нуждаются в замене. Остальные простые числа могут оканчиваться на 1, на 3, на 7 или на 9.

Чтобы найти *ключ*, который будет использоваться при дальнейших подсчётах, нужно умножить проверяемое число

- на 1, если оно оканчивается на 9,
- на 3, если оно оканчивается на 3,
- на 7, если оно оканчивается на 7,
- на 9, если оно оканчивается на 1.

Затем к полученному произведению прибавить 1 и результат разделить на 10. Для простого числа 23, например, ключ будет равен: $(23 \cdot 3 + 1) : 10 = 7$.

Для того, чтобы определить делится ли данное натуральное число $M = 10m + n$ на данное простое число $P = 10q + 9$, нужно найти ключ числа P , умножить его на число единиц испытуемого числа и прибавить к этому произведению число десятков этого числа. Если полученная сумма делится на P , то и данное число M также делится на P .

Другими словами, если M делится на P , то и сумма $kn + m$ также делится на P , где $k = q + 1$.

Пример 9: Пусть $M = 15415$, $P = 29$. Ключ для числа 29 равен 3. Составляем сумму: $3 \cdot 5 + 1541 = 15 + 1541 = 1556$. Трудно сказать делится ли число 1556 на 29, поэтому нам придётся это процесс повторить, но уже для числа 1556: $3 \cdot 6 + 155 = 18 + 155 = 173$. И ещё разочек: $3 \cdot 3 + 17 = 9 + 17 = 26$. Вот тут уже однозначно можно сказать, что число 26 на 29 нацело не делится, а следовательно, и исходное число 15415 на 29 делиться не будет.

Книга Баврина И.И. [1] содержит 804 задачи для умственного счёта из 1001, но и этого достаточно, чтобы познакомить современных учащихся с задачами, которые решали их предшественники на рубеже XIX и XX веков. Большинство задач используют старые русские меры, поэтому прежде чем

решать такие задачи, нужно быть знакомым с метрической системой и мерами тех лет.

Первой задачей приводится следующая:

«1. В течение февраля я прочел весь Ветхий Завет. Прочитывал я по 38 страниц в день. Сколько страниц в Ветхом Завете? [1008]

[...]

4. Я купил 13 десятин земли по 39 руб. и 17 десятин по 29 руб. Сколько стоит вся земля? [1000 руб.]

[...]

8. Некто был учителем в течение 14 лет. Сколько дней он учительствовал?» [1, с.36].

В продолжение обзора приёмов для устных вычислений приведем ещё несколько.

Приёмы последовательного умножения и деления: один из множителей раскладывается на простые множители и выполняется последовательное умножение. Аналогичная ситуация и с делением, только на простые множители удобнее раскладывать делитель.

$$\text{Пример 10: } 210 : 7 = \frac{21 \cdot 10}{7} = \frac{7 \cdot 3 \cdot 10}{7} = 3 \cdot 10 = 30.$$

$$\text{Пример 11: } 14 \cdot 15 = (7 \cdot 2) \cdot 15$$

$$\text{Применяем сочетательный закон умножения: } 7 \cdot (2 \cdot 15) = 7 \cdot 30 = 210.$$

Можно разложить и оба множителя на простые множители:
 $14 \cdot 15 = (7 \cdot 2) \cdot (5 \cdot 3).$

$$\text{Применяем сочетательный закон умножения: } 7 \cdot (2 \cdot 5) \cdot 3 = 7 \cdot 10 \cdot 3 = 70 \cdot 3 = 210.$$

При определённой сноровке в вычислениях подробную запись действий можно опускать.

Приём умножения по определению. Здесь следует оговориться о том, а нужно ли выделять этот приём вообще? Мы считаем, что нужно, поскольку после того, как ученики осваивают таблицу умножения и правила умножения и деления, а также умножение и деление столбиком, начинает забываться

сама основа этих понятий. Ученики помнят алгоритм и применяют его, а о том, что можно найти произведение, используя определение этого действия, забывают. Так, например, предыдущее выражение можно вычислить, зная квадрат чисел 14 или 15 и применив определение действия умножения:

$$14 \cdot 15 = 14 \cdot (14 + 1) = 14 \cdot 14 + 14 = 14^2 + 14 = 196 + 14 = 210$$

или

$$14 \cdot 15 = (15 - 1) \cdot 15 = 15 \cdot 15 - 15 = 15^2 - 15 = 225 - 15 = 210.$$

Пользуясь определением действия умножения легко умножать на 9, 99, 999, ... и на 11:

Пример 12: $210 \cdot 9 = ?$

$$210 \cdot 9 = 210 \cdot (10 - 1) = 210 \cdot 10 - 210 = 2100 - 210 = 2100 - 100 - 100 - 10 = 2000 - 100 - 10 = 1900 - 10 = 1890.$$

Пример 13: $12154 \cdot 11 = ?$

$$12154 \cdot 11 = 12154 \cdot (10 + 1) = 12154 \cdot 10 + 12154 = 121540 + 12154 = 133694$$

Приём поразрядного сложения представляет собой такую последовательность действий: 1) все слагаемые раскладываются по разрядам, 2) соответствующие разряды группируются и 3) находится итоговая сумма.

Пример 14: $12154 + 57 + 777 + 94892 = ?$

Раскладываем каждое слагаемое по его разрядам, т.е. представляем в виде суммы разрядных слагаемых. Получим следующее выражение:

$$12154 + 57 + 777 + 94892 = 10000 + 2000 + 100 + 50 + 4 + 50 + 7 + 700 + + 70 + 7 + 90000 + 4000 + 800 + 90 + 2$$

Применим переместительный и сочетательный законы сложения, т.е. сгруппируем соответствующие разряды:

$$(10000 + 90000) + (2000 + 4000) + (100 + 700 + 800) + (50 + 50 + 70 + 90) + + (4 + 7 + 7 + 2)$$

Выполняем сложение в скобках:

$$100000 + 6000 + 1600 + 260 + 20$$

Снова выполняем действия 1) и 2):

$$100000 + 6000 + 1000 + 600 + 200 + 60 + 20 = 100000 + (6000 + 1000) + (600 + 200) + (60 + 20) = 100000 + 7000 + 800 + 80 = 107\,880.$$

Приём перестановки. Основан на одновременном применении сочетательного и переместительного законов соответствующих действий. Суть его состоит в том, что внутри суммы (произведения) слагаемые (множители) можно переставлять как «удобно» для вычисления.

Пример 15: $78 + 53 + 17 + 22 = ?$

В данном случае «удобно» сложить 1-ое с 4-м слагаемым и 2-е с 3-м, т.к. сумма их единиц даёт значение 10, а именно:

$$78 + 53 + 17 + 22 = (78 + 22) + (53 + 17) = 100 + 70 = 170.$$

Приём округления. Заключается в том, что в процессе вычисления один или несколько слагаемых (множителей, уменьшаемое или вычитаемое, делимое или делитель) «округляются»: к ним прибавляют (домножают на..., уменьшают на ..., делят на...) недостающее до круглого число и, чтобы не изменить случайно значение выражения, отнимают (делят на..., прибавляют ..., умножают на...) это же число.

Пример 16: $78 + 53 + 29 = ?$

В данном случае ни одно из сочетаний слагаемых не даёт нам «круглого» числа. Значит «округлим» слагаемые:

$$78 + 53 + 29 = (78 + 2 - 2) + (53 + 7 - 7) + (29 + 1 - 1) = (78 + 2) - 2 + (53 + 7) - 7 + (29 + 1) - 1 = 80 - 2 + 60 - 7 + 30 - 1 = (80 + 60 + 30) - (2 + 7 + 1) = 170 - 10 = 160.$$

Пример 17: $78 + 53 - 29 = ?$

Девять удобно отнимать от девяти, тогда возможны два варианта вычисления:

$$1) \quad 78 + 53 - 29 = 78 + 1 - 1 + 53 - 29 = (78 + 1) - 1 + 53 - 29 = (78 + 1) - 29 + (53 - 1) = 79 - 29 + 52 = 50 + 52 = 102.$$

$$2) \quad 78 + 53 - 29 = 78 + 53 + 6 - 6 - 29 = (78 - 6) + (53 + 6) - 29 = 72 + 59 - 29 = 72 + 30 = 102.$$

Пример 18: $71 + 53 - 17 = ?$

Здесь можно поступить следующим образом: представить вычитаемое в виде суммы единиц уменьшаемых, т.е.:

$$71 + 53 - 17 = 71 + 53 - (1 + 3 + 13) = 71 + 53 - 1 - 3 - 13 = (71 - 1) + (53 - 3) - 13 = 70 + 50 - 13 = 120 - 13 = 100 + 20 - 13 = 100 + 7 = 107.$$

Приём замены действия. Человеку легче выполнить действия умножения и сложения, чем деления и вычитания. Поэтому при выполнении действий деления (вычитания) можно заменять его умножением (сложением).

Пример 19: $720 - 567 = ?$

567 мысленно дополняем до 570. Это число 3. Затем до 600. Это число 30. Затем до 720. Это число 120. Получим: $3 + 30 + 120 = 153$.

Или так: $(567 + 33) + 120 = 600 + 120 = 720$.

Приём умножения на 5, 50, 500. Сомножитель чисел 5, 50, 500 и т.п. представляется в виде суммы разрядных слагаемых и, используя сочетательный закон умножения, производятся вычисления.

Пример 20: $84 \cdot 5 = ?$

$$84 \cdot 5 = (80 + 4) \cdot 5 = 80 \cdot 5 + 4 \cdot 5 = 400 + 20 = 420$$

или, зная, что « $5 = 10 : 2$ » можно вычислить так:

$$84 \cdot 5 = 84 \cdot (10 : 2) = (84 \cdot 10) : 2 = 840 : 2 = 420.$$

Пример 21: $84 \cdot 50 = ?$

$$84 \cdot 50 = (80 + 4) \cdot 50 = 80 \cdot 50 + 4 \cdot 50 = 4000 + 200 = 4200$$

или, зная, что « $50 = 100 : 2$ » или « $50 = (10 : 2) \cdot 10$ » получим:

$$84 \cdot 50 = 84 \cdot (100 : 2) = (84 \cdot 100) : 2 = 8400 : 2 = 4200$$

или

$$84 \cdot 50 = (84 \cdot 5) \cdot 10 = (84 \cdot (10 : 2)) \cdot 10 = ((84 \cdot 10) : 2) \cdot 10 = (840 : 2) \cdot 10 = 420 \cdot 10 = 4200.$$

Приём умножения на 15. Сомножитель умножается сначала на 10, а потом на половину полученного числа.

Пример 22: $774 \cdot 15 = ?$

$$774 \cdot 15 = 7740 + (7740 : 2) = 7740 + (7000 : 2 + 700 : 2 + 40 : 2) = 7740 + (3500 + 350 + 20) = 7740 + 3870 = 11610$$

или, если сомножитель – чётное число, как в нашем случае:

$$774 \cdot 15 = 774 : 2 \cdot 30 = 387 \cdot 30 = 387 \cdot 3 \cdot 10 = 1161 \cdot 10 = 11610.$$

Приёмы, основанные на значениях некоторых свойств чисел или результатов действий:

– зная что $3 \cdot 37 = 111$, легко вычислить $3 \cdot 37 : 111$;

– зная, что $10 \cdot 10 + 11 \cdot 11 + 12 \cdot 12 = 13 \cdot 13 + 14 \cdot 14 = 365$ (сумма квадратов трех последовательных чисел равна сумме квадратов следующих за ними двух чисел), легко найти значение выражения: $(10 \cdot 10 + 11 \cdot 11 + 12 \cdot 12 = 13 \cdot 13 + 14 \cdot 14) : 365$;

– зная число Шахразады $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$, посчитать значение, например, такого выражения: $7 \cdot 11 \cdot 13 \cdot 567 = 567567$;

– если требуется найти сумму нечётных последовательных чисел, то полезно знать, что сумма любого количества последовательных натуральных нечётных чисел, начиная с 1, равна произведению числа слагаемых на само себя, другими словами, равна квадрату числа слагаемых;

– интересную закономерность выявил итальянский математик XVI века Николо Тарталья: $1 + 2 = 3$ и $4 + 5 + 6 = 7 + 8$ и $9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$;

– сумму любого количества последовательных натуральных чисел легко находить, зная, что сумма крайних равна сумме двух любых других, равноудалённых от начала и конца ряда;

– зная, что « $25 = 100 : 4$ », « $250 = 1000 : 4$ », « $2500 = 10\,000 : 4$ » и т.п., легче искать произведение чисел 25, 250, 2500, ... с другими сомножителями или искать частное от деления;

– зная, что « $125 = 1000 : 8$ », легче вычислять значение выражений, содержащих число 125.

Приёмов устного счёта на сегодняшний день разработано множество, некоторые из них мы привели в этом параграфе.

2.2. Система задач по теме «Смешанные числа» в 5 классе

Из рассмотренных в предыдущем параграфе техник устного счёта в 5 классах на основных уроках математики, на наш взгляд, уместно будет использовать следующие:

- умножение на 11 (приём «Прибавь соседа») (по Я. Трахтенбергу),
- умножение на 12 (приём «Удвой цифру и прибавь соседа») (по Я. Трахтенбергу), а следовательно и умножение на 6, т.к. $n \cdot 6 = n \cdot \frac{12}{2} = \frac{n \cdot 12}{2}$,
- способ возведения в квадрат любого двузначного числа, правда, чтобы свободно пользоваться этим методом, нужно знать наизусть все квадраты чисел от 1 до 25 (по С.А. Рачинскому),
- способ умножения двузначных чисел, сумма единиц которых даёт 10, а именно: пусть $M = 10m + n$ и $K = 10a + (10 - n)$, тогда $M \cdot K = (10m) \cdot (10 \cdot (a+1)) + n(K - 10m)$ (по С.А. Рачинскому),
- способ умножения числа, записанного одними девятками, на число, имеющее с ним одинаковое число разрядов (по С.А. Рачинскому),
- приём округления: как частные его случаи перечислим следующие:
 - ✓ чтобы прибавить к числу 9, прибавьте к нему 10 и отнимите 1;
 - чтобы прибавить 8, прибавьте 10 и отнимите 2; чтобы прибавить 7, прибавьте 10 и отнимите 3 и т.д.),
 - ✓ зная, что « $25 = 100 : 4$ », « $250 = 1000 : 4$ », « $2500 = 10\,000 : 4$ » и т.п., легче искать произведение чисел 25, 250, 2500, ... с другими сомножителями или искать частное от деления,
 - ✓ приём умножения на 5, 50, 500... с учётом того, что « $5 = 10 : 2$ » и т.д.,
 - ✓ приём умножения на 125, зная, что « $125 = 1000 : 8$ »,
 - ✓ и т.п.,
- приёмы последовательного умножения и деления, когда один из множителей раскладывается на простые множители и выполняется

последовательное умножение, а при делении на простые множители удобнее раскладывать делитель.

- приём умножения по определению,
- приём поразрядного сложения,
- приём перестановки (одновременного использования переместительного и сочетательного законов сложения (или умножения)),
- приём замены действия (вычитания сложением и деления умножением соответственно),
- приём умножения на 5, 50, 500... представлением другого множителя в виде суммы разрядных слагаемых,
- закономерность Николо Тарталья: $1 + 2 = 3$ и $4 + 5 + 6 = 7 + 8$ и $9 + 10 + 11 + 12 = 13 + 14 + 15$.

При разработке приведенной далее системы задач мы проанализировали пособие для учителя «Поурочные разработки по математике. 5 класс» автора Л.П. Поповой. [18]. Несмотря на то, что, как отмечалось в первой главе, в учебнике Н.Я. Виленкина и др. «Математика. 5 класс» не выделены отдельным значком номера для устного выполнения, некоторые из них к ним, тем не менее, относятся, поскольку сами задания в них сформулированы как «Вычислите устно». Как правило, далее приводится несколько цепочек для вычисления, и, как правило, такие задания входят в группу заданий на повторение. В поурочных разработках Л.П. Поповой также встречаются задания для устного вычисления, а именно:

- разгадывание ребуса (встречается единственный раз при изучении темы «Натуральные числа»),



Рисунок 4

- фронтальная устная работа,

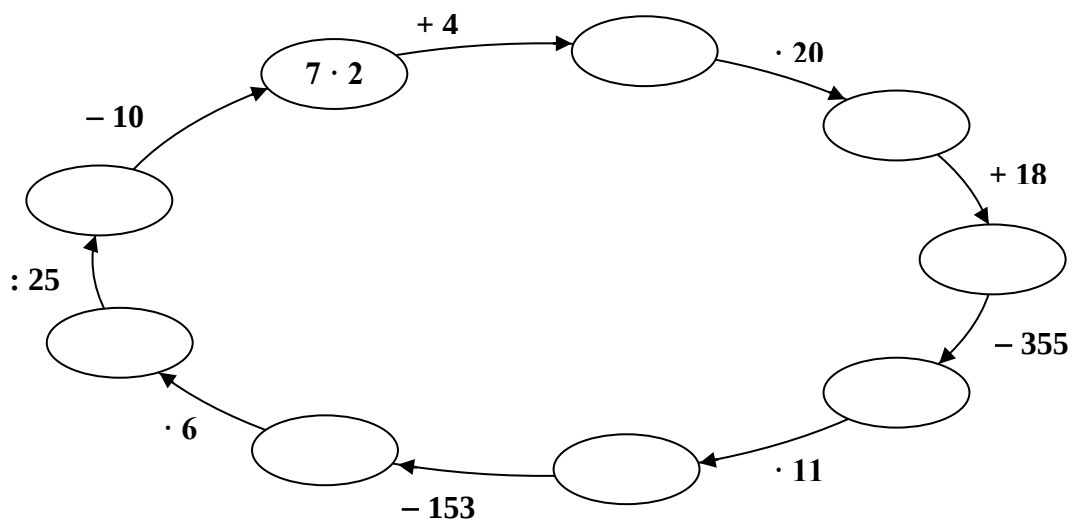
- индивидуальная устная работа у доски,
- графический диктант (однотипный: если ответ на вопрос «да» – рисуется «_», в противном случае – «/\»)
- устный счёт на составление слова (букве соответствует значение выражения, затем эти значения нужно выстроить по возрастанию, или по убыванию, или заполнить таблицы со значениями соответствующими буквами и получить тему урока),
- устный счёт (вычисление значения цепочки выражений),
- математическое лото (букве ставится в соответствие число, готовятся карточки лото; учащимся предлагается выполнить серию устных вычислений, закрывая получаемые числа; в итоге из оставшихся в карточке букв составляется слово или фраза),
- кроссворд.

Задания на устный счёт, где от учащихся требуется не только вычислить значение выражения, но пояснить использованный при этом приём встречается нечасто.

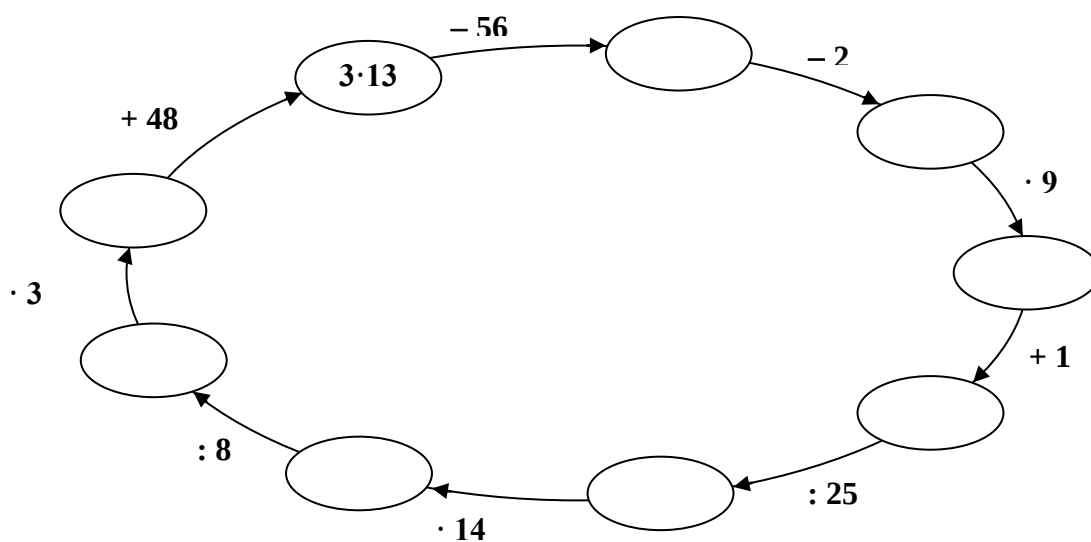
Одними из тем, при изучении которых будут максимально полезны навыки быстрого устного счёта, являются в 5 классе темы «Смешанные числа» (отводится 2 часа на изучение) и «Сложение и вычитание смешанных чисел» (отводится 3 часа на изучение). На первом уроке темы «Смешанные числа» запланировано выполнить №№ 1084 – 1087, 1089, 1090, 1097, 1105, 1107, а на втором уроке – №№ 1092, 1093, 1095, 1096, 1099, 1106 и 1108.

Наиболее трудоёмкими из них, на наш взгляд, являются №№ 1086, 1087, и 1105, 1107, 1108. Чтобы облегчить их выполнение, в начале урока можно предложить учащимся одно или несколько из следующих заданий, подобранных таким образом, чтобы охватить промежуточные действия и числа, с которыми учащимся предстоит работать на уроке.

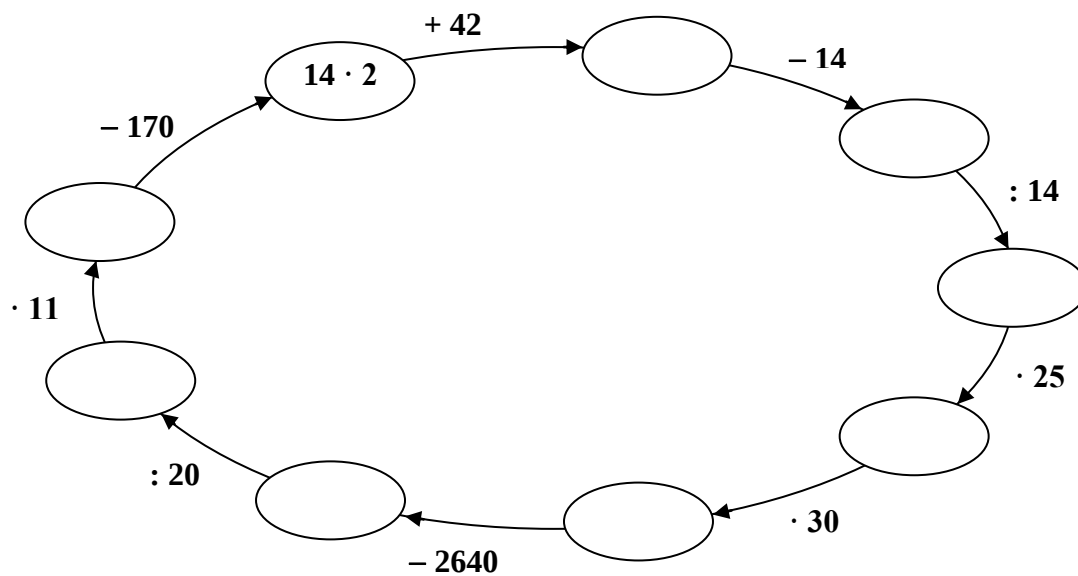
Задание 1: Восстановите цепочку вычислений.



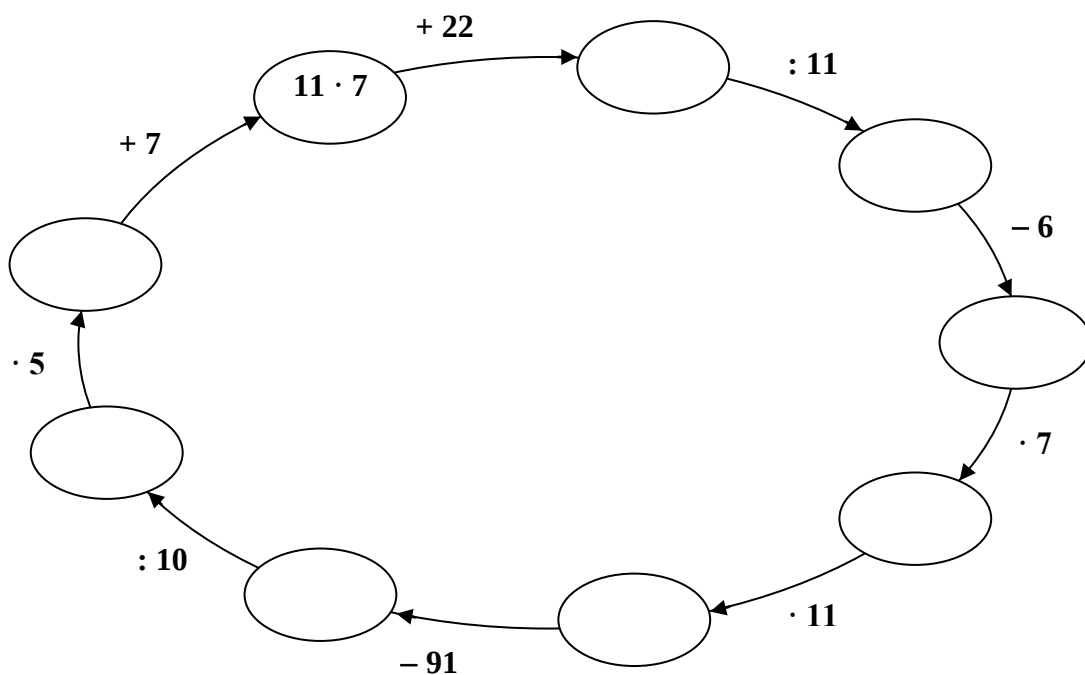
Задание 2: Восстановите цепочку вычислений.



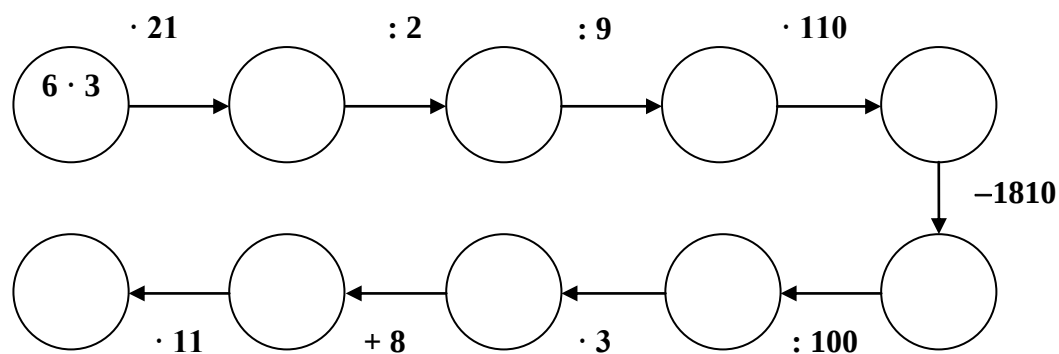
Задание 3: Восстановите цепочку вычислений.



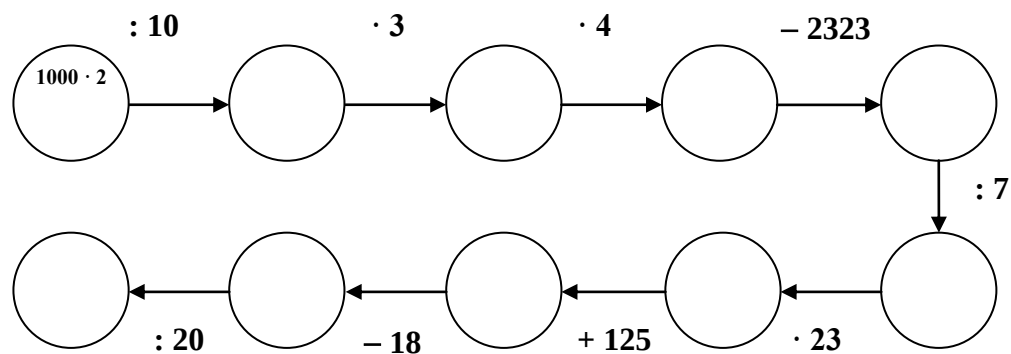
Задание 4: Восстановите цепочку вычислений.



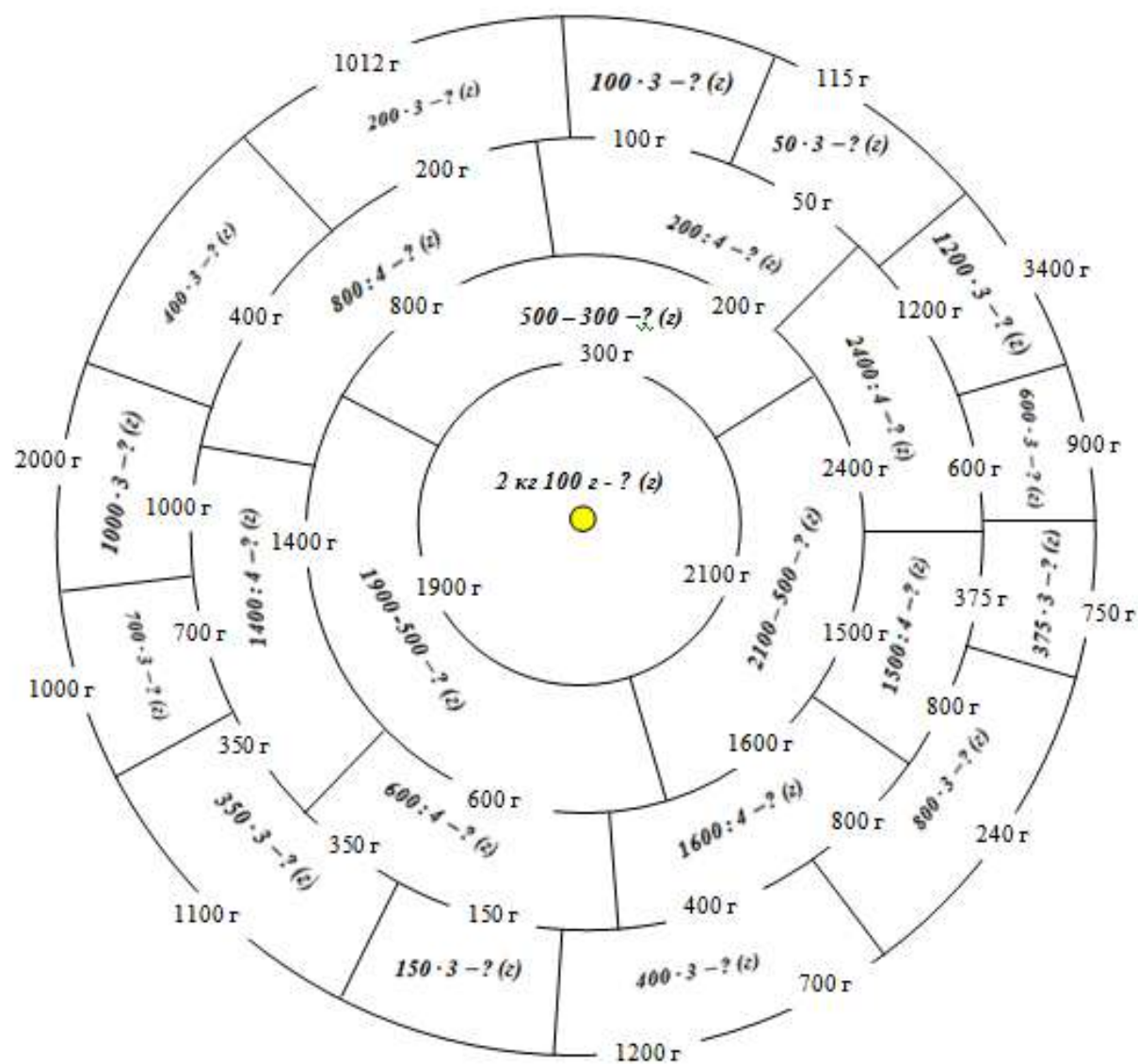
Задание 5: Восстановите цепочку вычислений.



Задание 6: Восстановите цепочку вычислений.

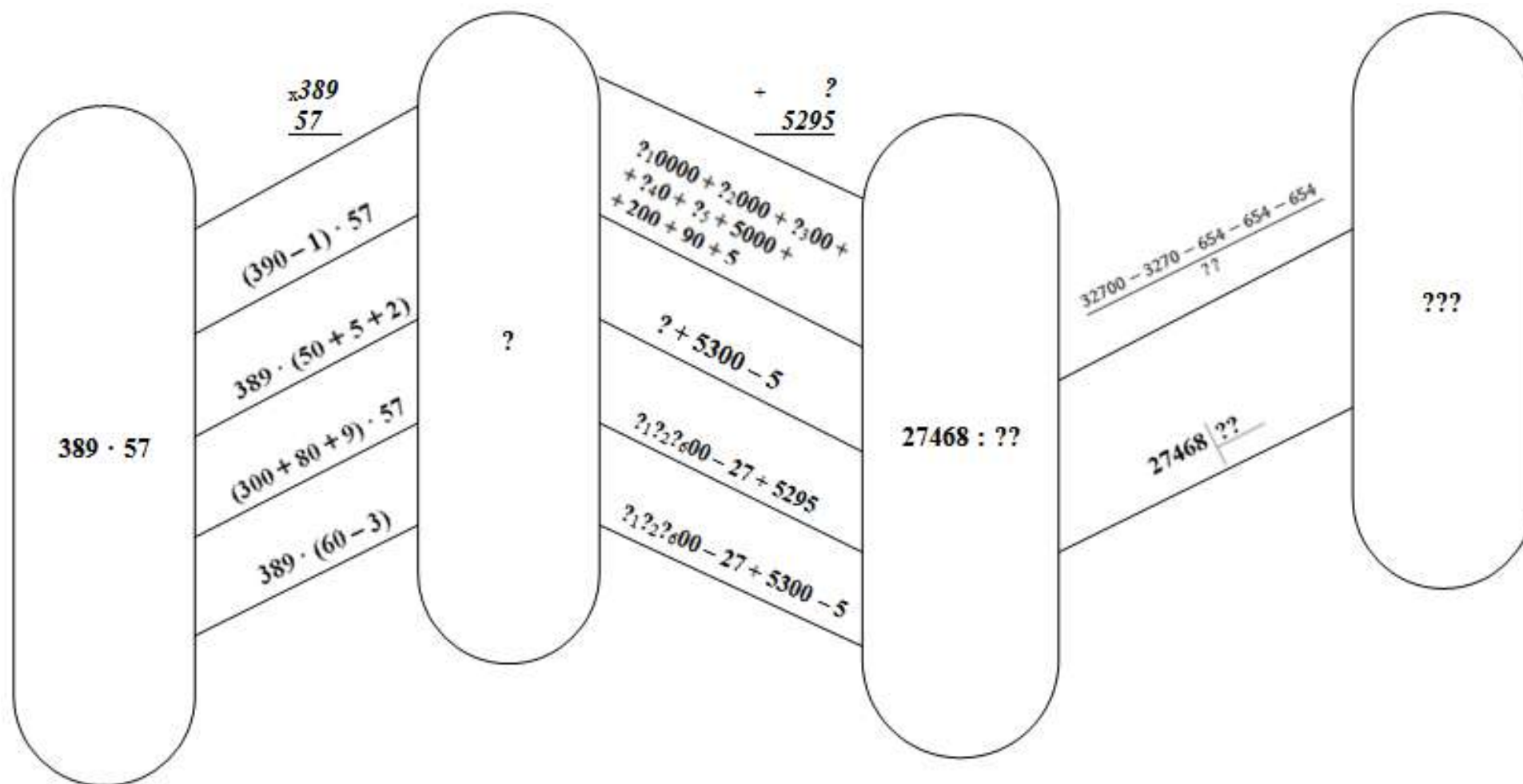


Задание 7: Пройдите математический лабиринт.



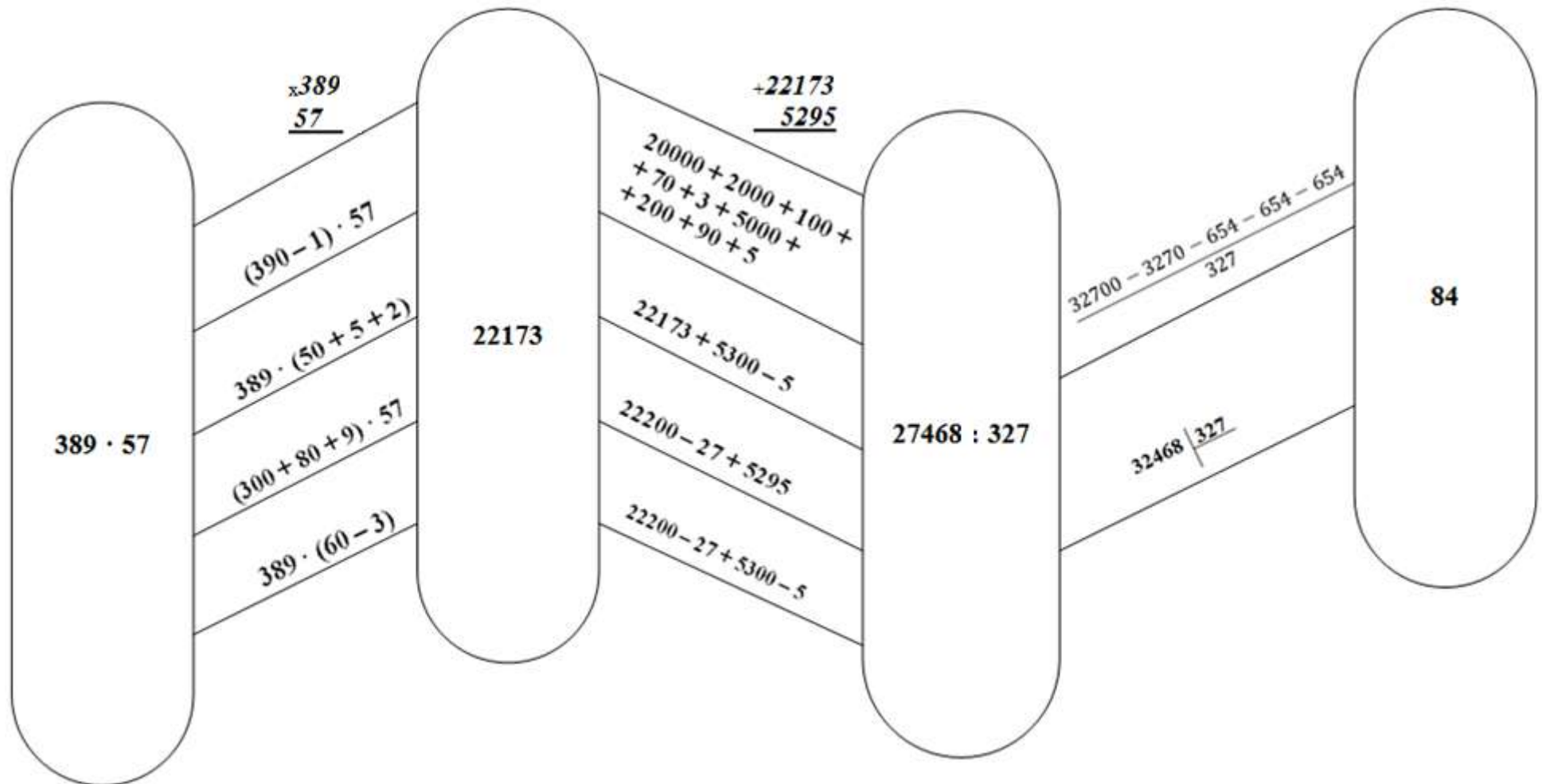
Следующее задание требуется пояснить. На рисунке овалами изображены острова. Чтобы перебраться с одного острова на другой нужно пройти по одному из мостов (отрезков), при этом выполняя соответствующие вычисления.

Задание 8: Пройдите математические мосты.

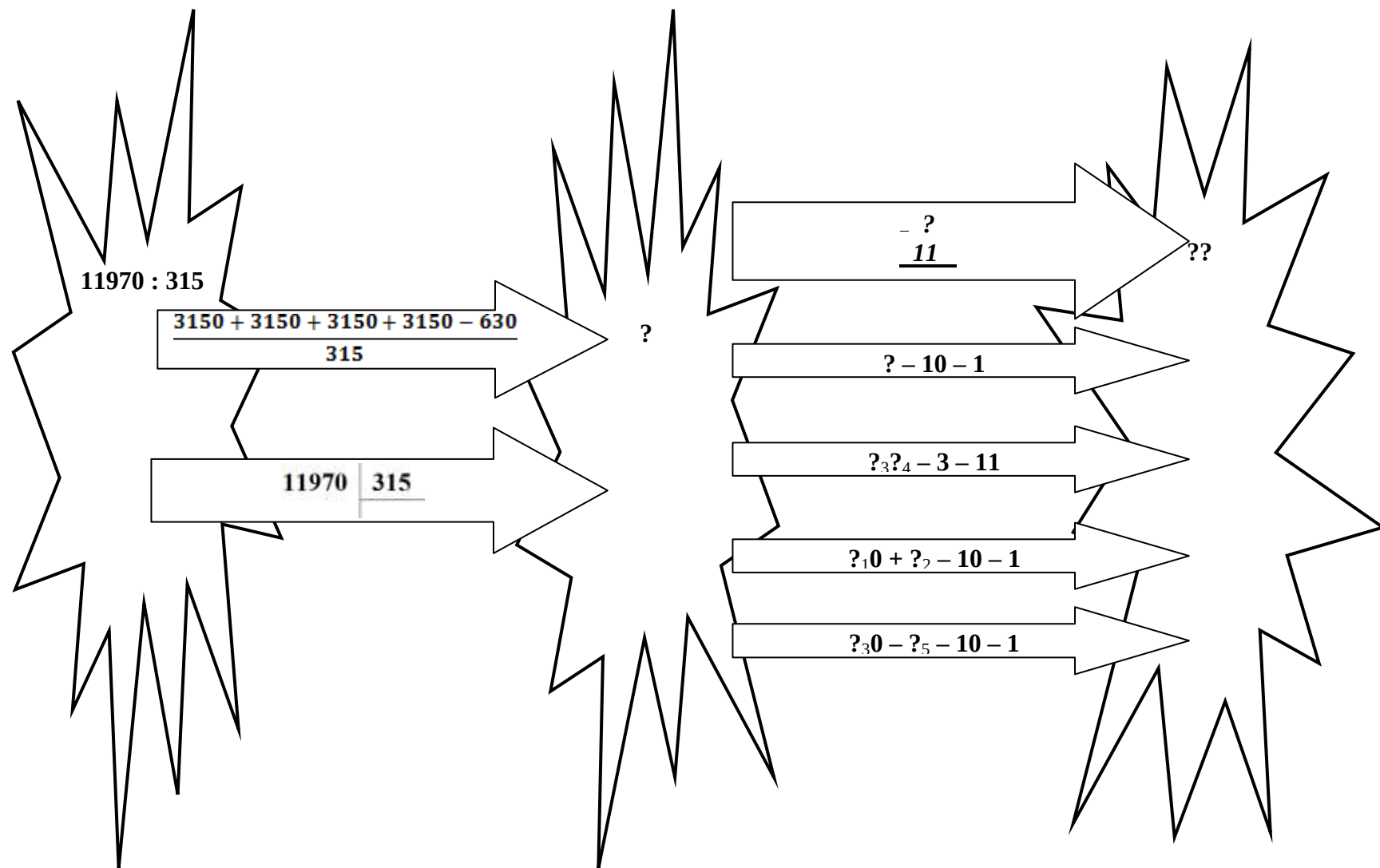


Следует сделать замечание: здесь и далее нижний индекс обозначает порядок следования цифр в числе и записи типа $?_1?_2?_600$ или a_1a_20 следует считать одним числом.

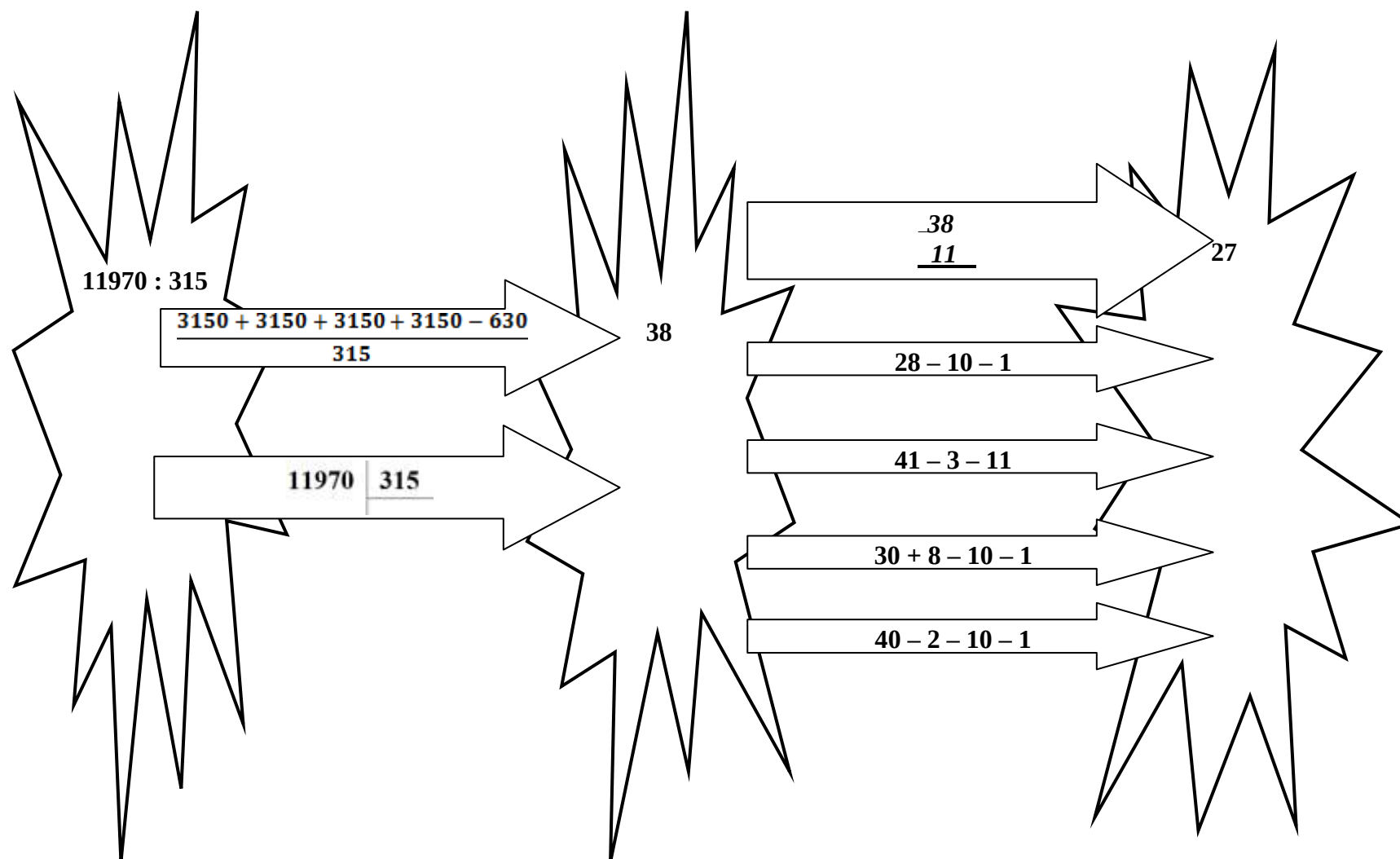
Ключ:



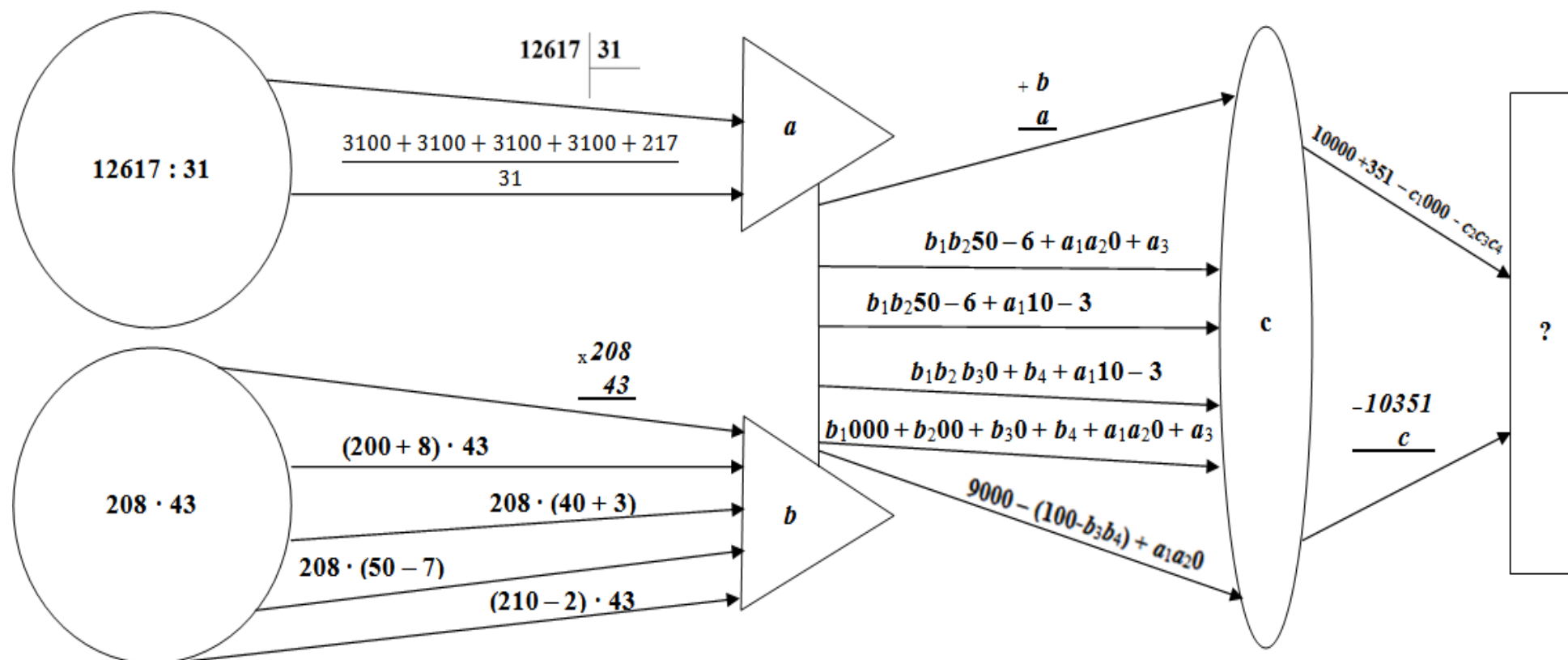
Задание 9: Пройдите математические мосты.



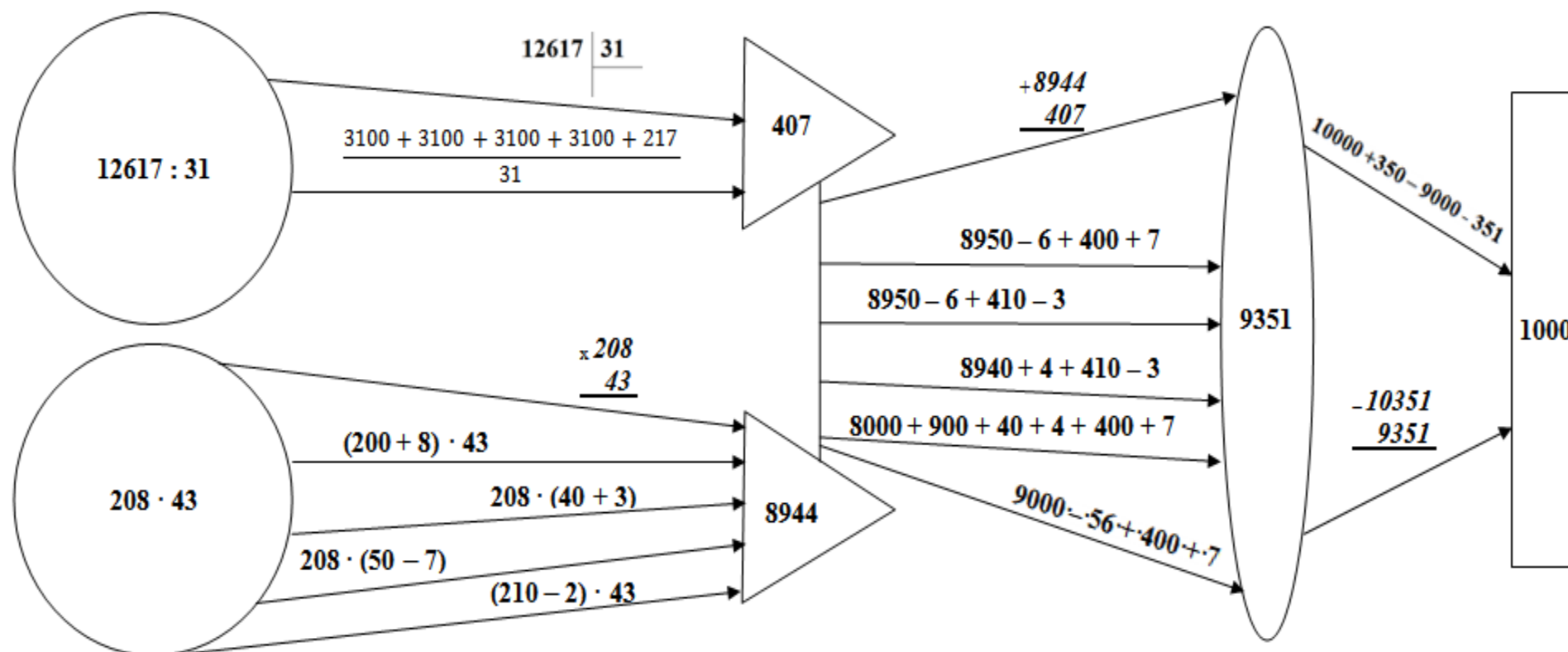
Ключ:



Задание 10: Пройдите математические мосты.



Ключ:

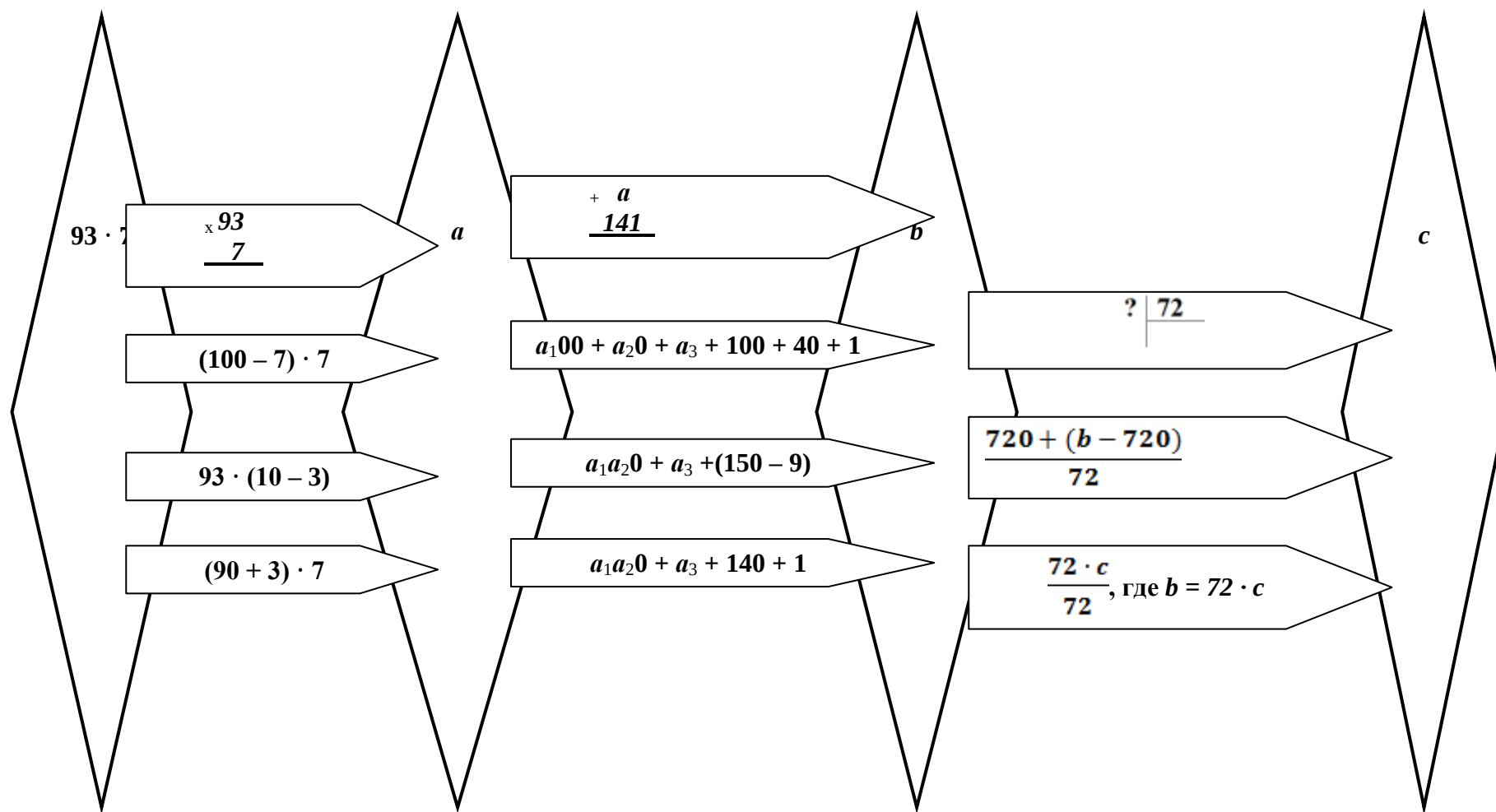


При выполнении последних трёх заданий важно отмечать каждый из приёмов рационализации вычислений, чтобы обеспечить лучшее усвоение этих приёмов, а также провести фронтальный опрос учащихся о том, каким путём, на их взгляд, легче получить ответ.

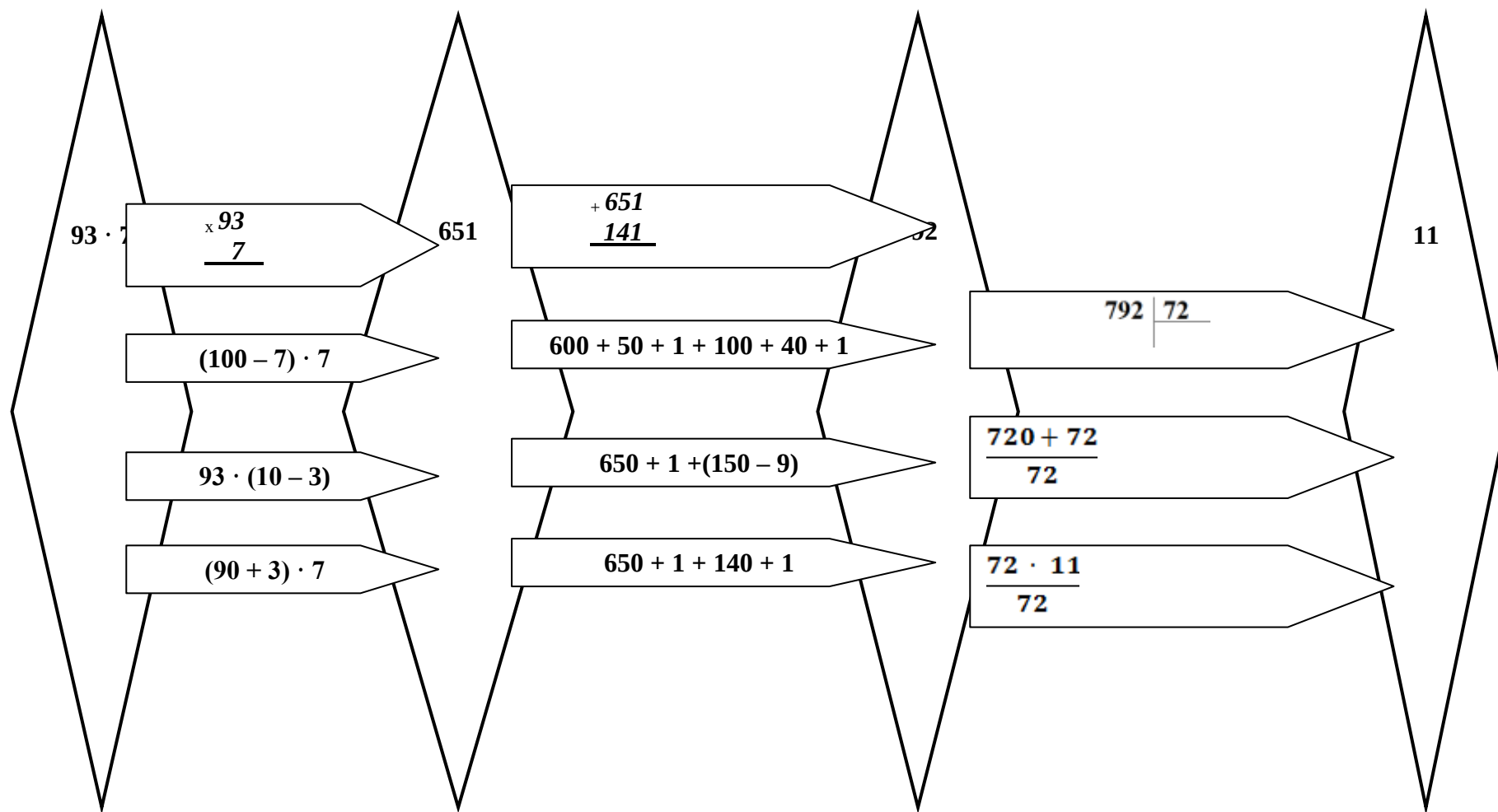
2.3 Система задач по теме «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2» в 6 классе

Из учебного материала по математике за курс 6 класса [6], в качестве примера, рассмотрим применение заданий для устного счёта при изучении темы «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2». Согласно поурочным разработкам по математике к учебному комплексу Н.Я. Виленкина и др. [8] на изучение этой темы отводится 3 часа. На 1-м уроке запланирована работа с №№ 31, 32, 33, 35 (а), 36, 54 (1)), на 2-м уроке – с №№ 34, 35 (б), 37, 38 (а), 39, 40, 45, 49, 50, 51, на 3-м уроке – с №№ 38 (б), 41, 43, 46, 52 (в, г), 53. Однако, на этот раз, покажем, что задания на устный счёт могут быть направлены и для облегчения выполнения домашнего задания. Так после 1-го урока по указанной теме для домашнего выполнения предлагаются №№ 54 (2), 55, 60 (а, б), после 2-го урока – №№ 56, 59 (а), 60 (в), и в конце третьего урока учащиеся получают на дом №№ 57, 58, 59 (б), 60 (г). Наибольший для нас интерес представляет № 60, т.к. задания из него предлагаются учащимся после каждого из трёх уроков. Приведённые ниже задания можно предложить учащимся для устного счёта с пропедевтической целью в конце каждого урока.

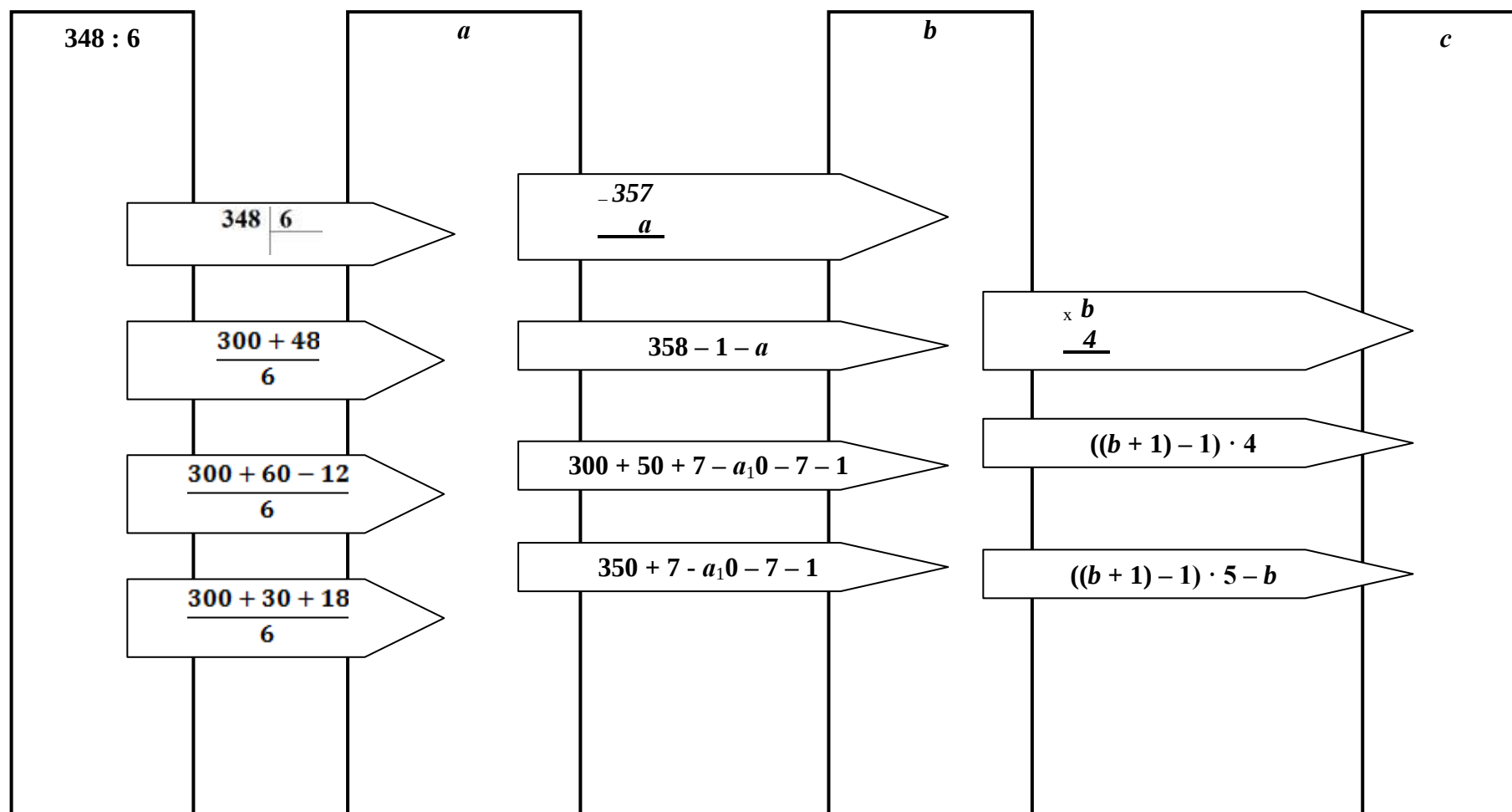
Задание 11: Пройдите математические мосты.



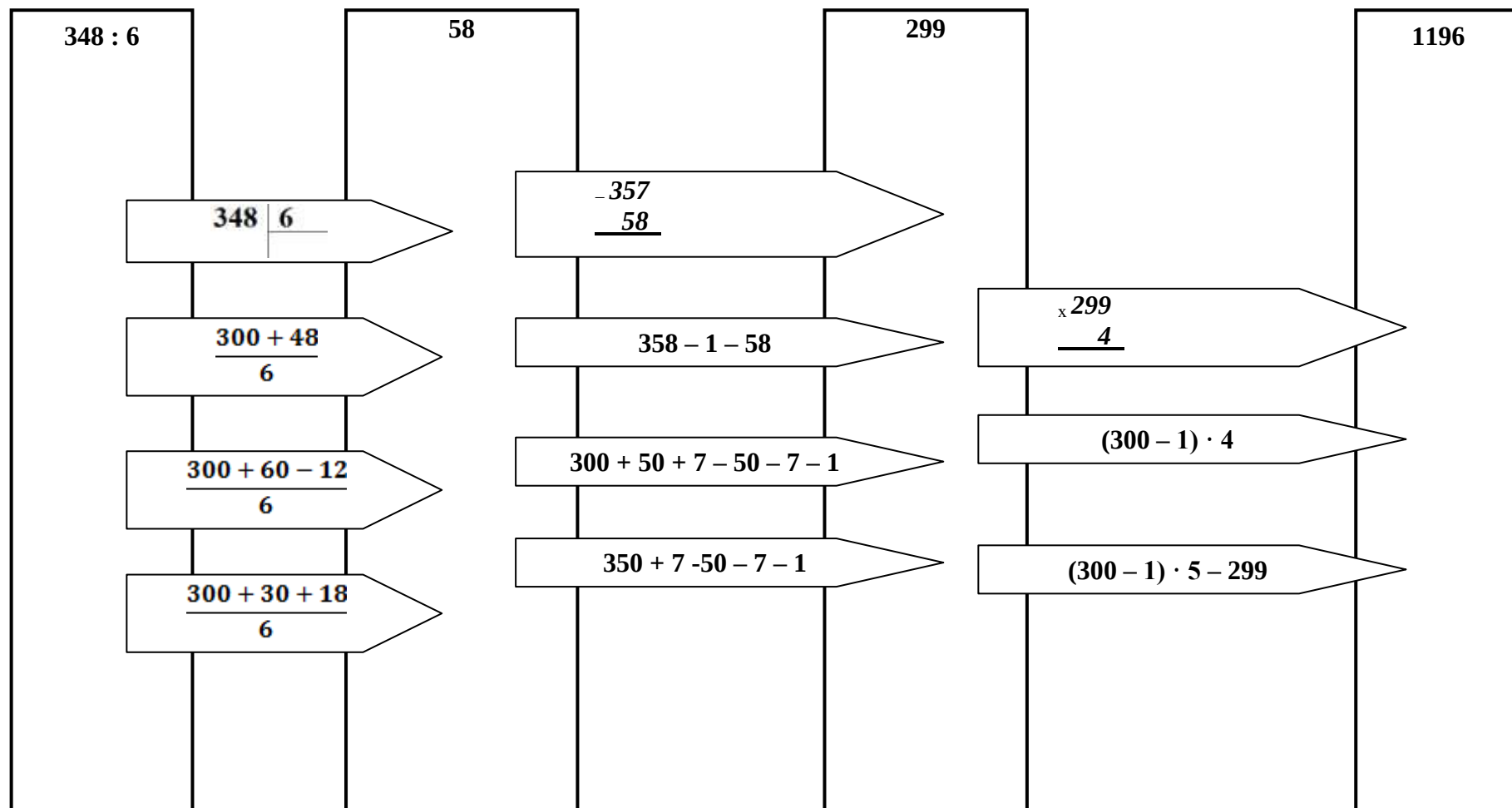
Ключ:



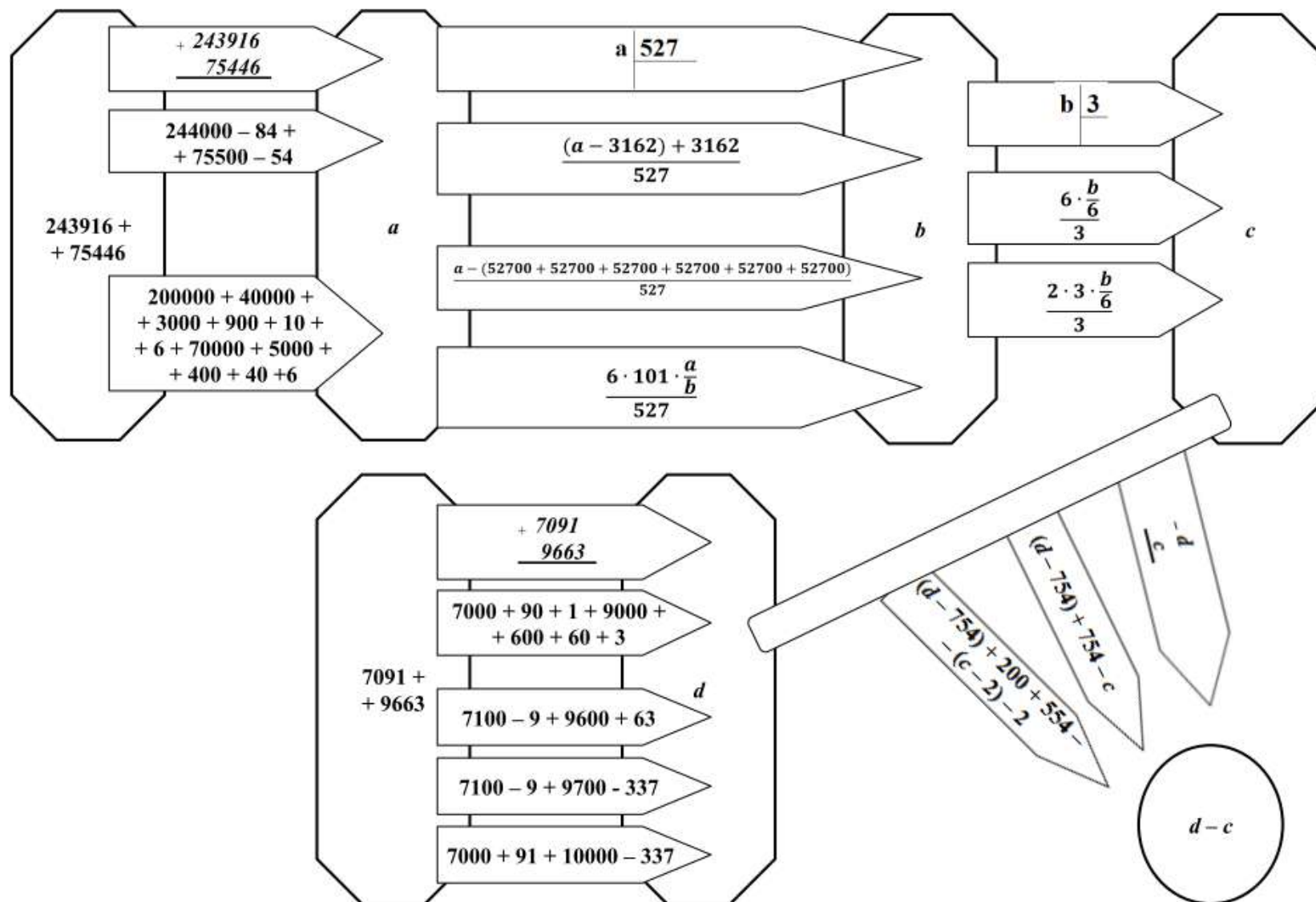
Задание 12: Пройдите математические мосты.

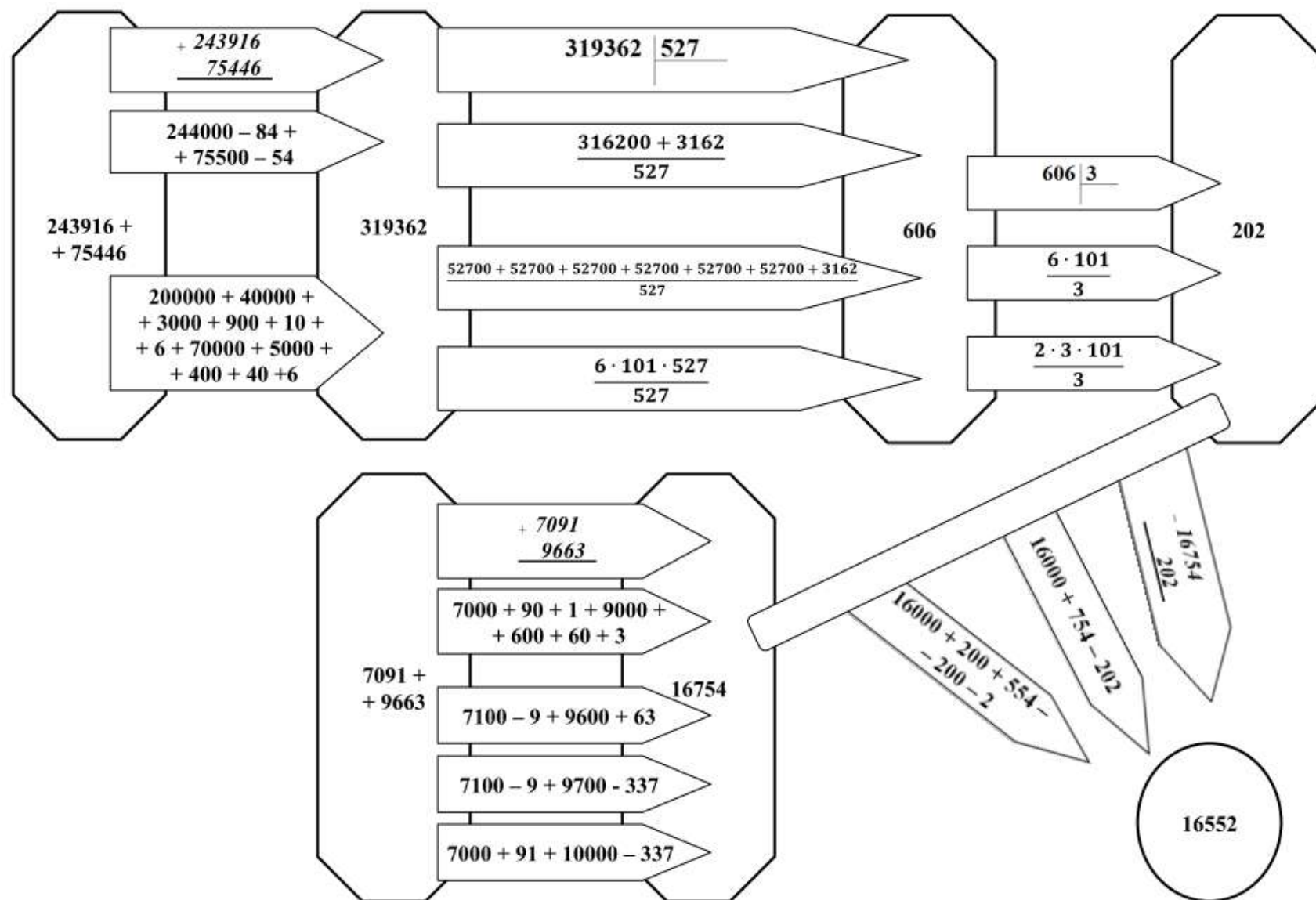


Ключ:



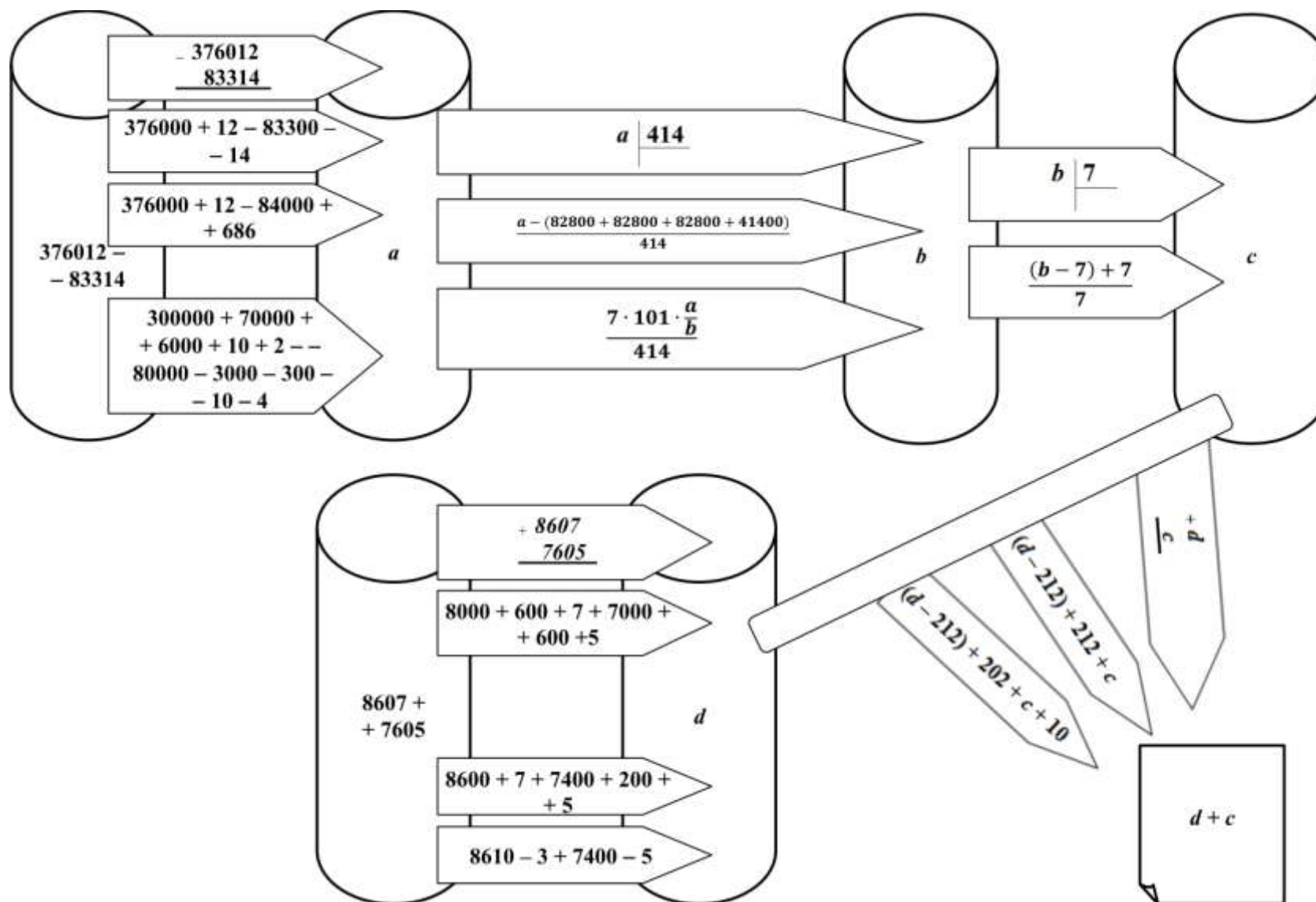
Задание 13: Пройдите математические мосты.



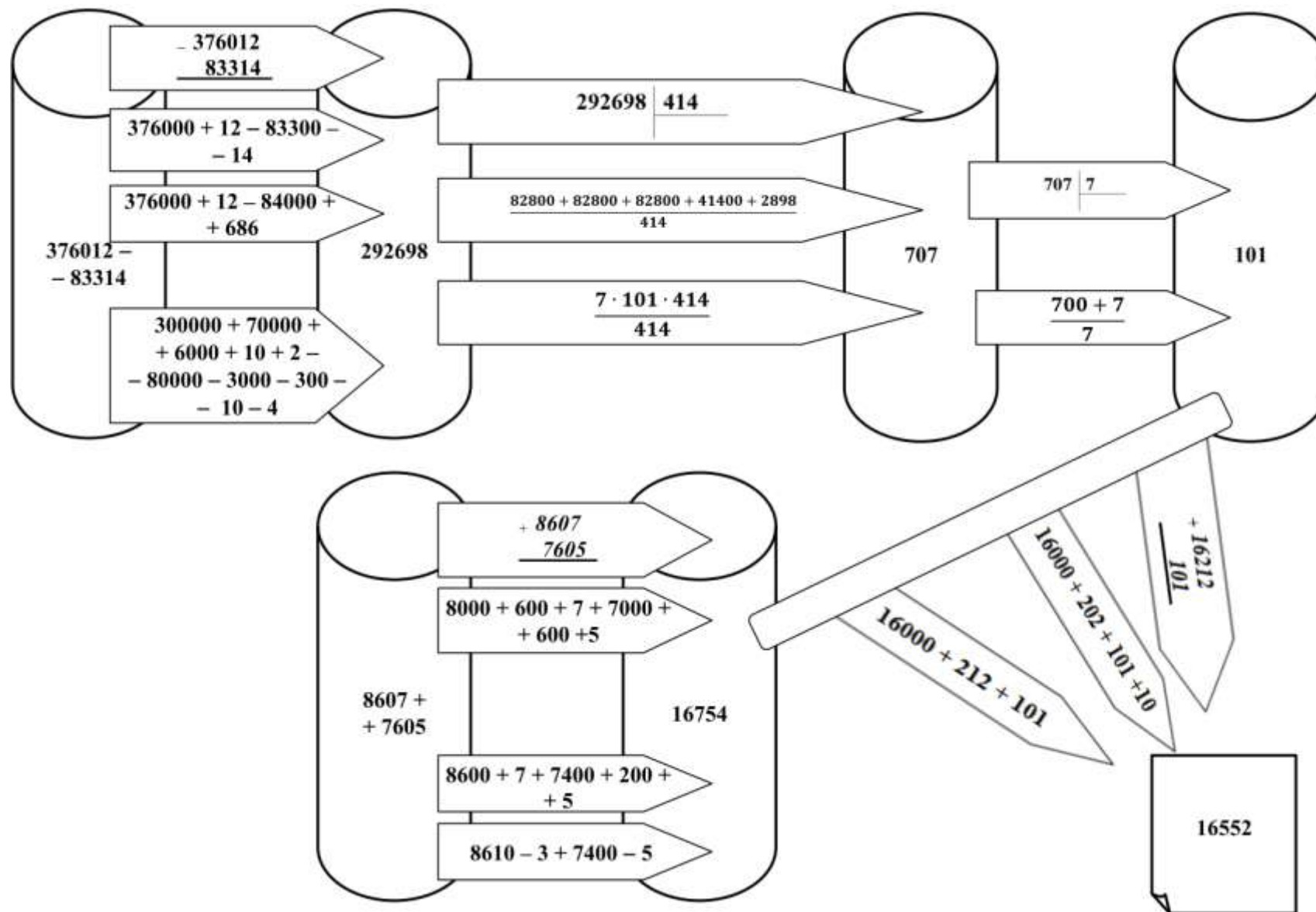


Ключ:

Задание 14: Пройдите математические мосты.



Ключ:



Задание 15: Пройдите математический лабиринт, шагая только по тем числам, которые делятся на 10.

	10	851	758	817	554	285	912	770	935
671	1000	870	163	351	793	803	665	711	851
907	20	500	184	665	489	878	11	803	94
767	309	8940	520	1480	40	80	384	899	230
195	995	488	3042	949	406	90	100	150	10
288	671	870	163	351	2803	2222	9052	2200	670
506	819	648	689	706	695	171	171	655	5640
2099	805	809	924	762	186	68	471	564	

Задание 16: Пройдите математический лабиринт, шагая только по тем числам, которые делятся на 5.

	693	616	77	182	813	445	979	819	307
625	390	825	925	270	879	66	929	722	821
432	386	423	801	855	445	227	138	607	256
804	505	119	318	360	605	920	733	12	465
218	846	620	67	412	137	965	555	340	591
713	62	952	844	2	10	11	12	705	13
976	860	262	602	758	432	88	99	250	105
895	869	654	275	709	273	305	718	30	

Задание 17: Пройдите математический лабиринт, шагая только по тем числам, которые делятся на 2.

	12	14	16	18	20	28	253	444	888
89	40	705	931	33	3	114	43	353	797
571	156	258	364	297	47	22	66	917	9
177	355	109	442	1	999	229	56	98	24
838	102	627	262	5	519	393	905	111	42
411	404	981	568	3	85	11	239	605	8
851	618	197	362	24	26	193	437	4	6
149	26	195	29	13	48	88	100	2	

Задание 18: Пройдите математический лабиринт, шагая только по тем числам, которые делятся и на 2, и на 5.

	500	200	300	393	574	497	792	408	830
55	80	3	20	193	437	518	702	905	435
729	550	66	40	90	606	500	921	251	192
58	660	88	99	120	634	346	959	507	423
208	980	17	31	560	890	273	851	179	207
676	540	555	25	8	360	230	662	553	889
493	230	420	140	5	120	50	70	40	20
393	15	13	90	80	130	2	4	90	

Задание 19: Пройдите математический лабиринт, шагая только по тем числам, которые делятся на 2 или на 5.

	2	82	882	992	285	530	617	877	533
848	971	5	111	99	191	356	395	159	191
830	633	25	882	100	77	11	26	49	99
474	69	127	191	268	1	3	222	7	13
796	164	159	147	334	35	17	110	191	51
971	882	605	21	311	850	41	165	675	175
191	143	535	102	33	92	577	987	321	360
154	551	111	426	830	80	992	310	644	

Задание 20: Пройдите математический лабиринт, шагая только по тем числам, которые не делятся и на 2, и на 5.

	605	191	971	810	560	720	860	690	110
410	80	160	293	510	940	880	370	450	730
650	370	990	159	607	125	190	860	220	620
68	35	93	18	20	826	48	555	370	270
580	320	230	610	690	429	966	422	980	250
225	220	145	360	220	480	270	669	60	250
450	444	120	250	520	520	230	695	87	750
250	180	90	110	10	790	720	270	239	

2.4. Технологическая карта урока изучения нового материала по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел» в 6 классе

Технологическая карта урока математики в 6 классе

по учебнику Н.Я. Виленкина

1. ФИО (полностью): Вилочева Марина Александровна.
2. Место работы, должность: МБОУ СОШ №66 г. Пензы имени В.А. Стукалова, учитель математики.
3. Место и время проведения: МБОУ СОШ №66 г. Пензы имени В.А. Стукалова, 21 октября 2020 г.
4. Предмет: математика.
5. Класс: 6.
6. Тема и номер урока в теме: Урок 36. Сложение и вычитание смешанных чисел.
7. Базовый учебник: Виленкин Н.Я., Математика. 6 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, С. И. Шварцбурд – 30-е изд., стер. – М.: Мнемозина, 2013. – 288 с. : ил. ISBN 978-5-346-02274-9.
8. Цель урока: показать применение переместительного и сочетательного свойств сложения смешанных чисел, применять данное правило при нахождении значений выражений, решении задач и уравнений; развивать умение работать самостоятельно с учебником, работать в парах.
9. Планируемые результаты:

Личностные	Метапредметные	Предметные
– самоопределение, и смыслообразование; – умение приводить примеры; – находчивость и активность при решении задач; – рассуждать и делать выводы; – слушать собеседника и вести диалог;	– умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации и других дисциплинах, в окружающей жизни; – находить в различных источниках информацию, необходимую для решения математической проблемы;	– продолжить работу с дробями; – умение работать с математическим текстом; – научиться находить сумму смешанных чисел; – грамотно использовать математическую терминологию и символику.

10. Задачи:

- образовательные (*формирование познавательных УУД*):
 - формировать владение навыками познавательной деятельности;
 - формировать способность и готовность к самостоятельному поиску методов решения практических задач;
 - усвоить алгоритм сложения смешанных чисел с разными знаменателями;
 - научить в процессе реальной ситуации пользоваться алгоритмом сложения смешанных чисел.
- воспитательные (*формирование коммуникативных УУД*):
 - формировать умение продуктивно общаться и взаимодействовать в процессе совместной деятельности;
 - формировать умение слушать и вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении проблем, интегрироваться в группу сверстников и строить продуктивное взаимодействие;
 - воспитывать ответственность и аккуратность.
- развивающие (*формирование регулятивных УУД*):
 - умение самостоятельно определять цели деятельности, самостоятельно осуществлять, контролировать и корректировать деятельность;
 - выбирать успешные стратегии в различных ситуациях;
 - развивать умение работы с информацией (анализировать, сравнивать, обобщать, делать выводы);
 - развивать внимание;
 - формировать коммуникативную компетенцию учащихся;
 - выбирать способы решения задач в зависимости от конкретных условий;
 - рефлексия способов и условий действия, контроль и оценка процесса и результатов деятельности.

11. Тип урока: усвоение новых знаний.

12. Методы:

- по источникам знаний: словесные, наглядные, практические;
- по степени взаимодействия учитель-ученик: сотрудничество;
- относительно дидактических задач: подготовка к восприятию;
- относительно характера познавательной деятельности:

репродуктивный, проблемный, частично-поисковый.

13. Формы работы учащихся: фронтальная, парная, индивидуальная, групповая.

14. Организация деятельности учащихся на уроке:

- самостоятельно выходят на проблему и решают её;
- самостоятельно определяют тему, цели урока;
- самостоятельно работают с текстом учебника;
- отвечают на вопросы;
- решают самостоятельно задачи;
- оценивают себя и друг друга;
- рефлектируют.

15. Необходимое техническое оборудование:

Учебники по математике, личные тетради, канцелярские принадлежности, проектор, экран.

Структура урока

№ п./п.	Этап урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Время (в мин.)	Формируемые УУД			Личностные характери- стики выпускника
						Познаватель- ные	Регулятивные	Коммуникатив- ные	
1	I. Организа- ционный этап	Настроить учащихся на продуктивную работу	Приветствие учащихся. Проверка учителем готовности класса к уроку.	Приветствие учителя	2	Осознанное и произвольное построение речевого высказывания	Прогнози- рование своей деятельности	Умение слушать и вступать в диалог	Умение выделять нравственный аспект поведения.
2	II. Актуали- зация знаний	Актуализация опорных знаний и способов действий; Формулировка темы урока самими учащимися	Направляет работу учеников по повторению правильных и неправильных дробей, правил выделение целой части из неправильной дроби, понятия «смешанного числа». Создает проблемную ситуацию, в ходе решения которой учащиеся делают необходимый вывод.	Проходят математический лабиринт, определяют тему урока. Отвечают на вопросы фронтального опроса.	13	Логический анализ объектов. Поиск и выделение необходимой информации.	Выделение и осознание имеющихся знаний о дробных числах. Постановка учебной задачи на основе известного.	Умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли вербально и на бумаге	Самоопределе- ние
3	III. Постанов- ка целей, задач урока, мотива- ционная деятель- ность учащихся	Обеспечение мотивации учения детьми, принятие ими целей урока.	Направляет учащихся с тем, чтобы они сформулировали цель урока самостоятельно.	Определяют цель урока. Самостоятельная работа с текстом учебника	1	Самостоятель- ное выделение и формулировка познавательной цели.	Целеполагание	Постановка вопросов	Самоопределе- ние
4	IV. Первичное усвоение новых знаний.	Обеспечение восприятия, осмысления и запоминания детьми изученной	Задаёт наводящие вопросы.	Работают с текстом учебника, проводят анализ приведённых в нем примеров. Производят	5	Поиск и выделение необходимой информации. Анализ	Планирование, прогнозирование	Умение слушать и вступать в диалог	Самоопределе- ние

№ п./п.	Этап урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Время (в мин.)	Формируемые УУД			Личностные характери- стики выпускника
						Познаватель- ные	Регулятивные	Коммуникатив- ные	
		темы: Сложение смешанных дробей.		вычисления.		примеров. Построение логической цепи рассуждений.			
5	V. Первичное усвоение новых знаний (самостоятельная работа)	Установление правильности и осознанности изучения темы.	Контролирует выполнение самостоятельной работы по вариантам. Выполняем в тетради самостоятельную работу: 1-й вариант: № 376 (а, б, д, е); 2-й вариант: 376 (в, г, ж, з). Организует работу в группах с целью проверки выполненной работы.	Выполняют самостоятельную работу по вариантам. Обмениваются работами и проводят проверку друг друга.	8	Выделение и формулирование познавательной цели. Анализ и синтез	Планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата	Умение слушать и вступать в диалог с соседом по парте. Коллективное обсуждение проблем (при необходимости)	Межличностные отношения.
6	VI. Физкульт минутка	Сменить деятельность, обеспечить эмоциональную разгрузку учащихся.	Демонстрирует движения ученикам, следит за правильностью выполнения.	Учащиеся сменили вид деятельности (отдохнули) и готовы продолжать работу.	1				
7	VII. Первичное закрепление	Закрепление полученных знаний при выполнении № 382, № 389	Работа в классе по выполнению № 382 и №389.	Выполняют № 382 и №389. Отвечают на задаваемые вопросы.	10	Выделение и формулирование познавательной цели, рефлексия способов и условий действия. Анализ и	Планирование своей деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата, коррекция	Планирование учебного сотрудничества с одноклассниками; участие в коллективном обсуждении проблем.	Трудолюбие и уважение друг к другу.

№ п./п.	Этап урока	Задачи этапа	Деятельность учителя	Деятельность ученика	Время (в мин.)	Формируемые УУД			Личностные характери- стики выпускника
						Познаватель- ные	Регулятивные	Коммуникатив- ные	
						синтез объектов	полученного результата, саморегуляция		
8	VIII. Подведе- ние итогов урока	Обеспечение понимания детьми цели, содержания и способов выполнения домашнего задания.	Организация работы по методу «Верно ли, что...».	Учащиеся отвечают на вопросы, записывают домашнее задание в зависимости от уровня освоения темы урока. Оценивают свою работу и работу одноклассников.	1		Оценка промежуточных результатов и саморегуляция для повышения мотивации учебной деятельности	Управление поведением партнёра-контроль, коррекция, оценка	Нравственно - этическая ориентация
9.	IX. Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению	Инициировать рефлексию детей взаимодействия с учителем и другими детьми в классе.	Подводит итоги работы в классе. Задаёт дозированное домашнее задание	Записывают домашнее задание.	1		Оценка своей деятельности		Смысло- образование

Ход урока

Деятельность учителя	Деятельность учеников
1-й этап урока	
<u>I. Организационный этап.</u> <i>Учитель приветствует учащихся, проверяет их готовность к уроку.</i> <i>Учитель:</i> Здравствуйте, ребята! <i>Учитель:</i> Садитесь. Сегодня на уроке нас ждут различные интересные задания. А начнём мы с лабиринта, чтобы его пройти нужно шагать только по тем клеточкам, значение выражения в которых равно целому числу.	<i>Учащиеся хором:</i> Здравствуйте!

<p>С использованием проектора на экран выводится следующее изображение. (если проектора нет в наличии или он сломан, можно распечатать изображение в достаточно большом формате и магнитами закрепить его на магнитно-меловой доске, а этапы прохождения лабиринта («дорожку») отмечать разноцветными магнитиками; в крайнем случае можно сделать распечатку для каждого ученика).</p>	<p>(см. раздаточный материал 1)</p> <p>Учащиеся «проходят» лабиринт, вычисляя устно значения дробных выражений</p> <p>Учащиеся готовы к восприятию нового материала.</p>
<p>II. Актуализация знаний.</p> <p>1. Формулировка темы урока учащимися.</p> <p>Учитель: Какие из выражений Вам было сложнее всего посчитать?</p> <p>Учитель: Есть способ как некоторые из них вычислить быстрее.</p> <p>Например эти: $1\frac{1}{6} + 1\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6}$; $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}$; $3\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$.</p> <p>Как называются числа в выписанных выражениях?</p> <p>Учитель: Как вы считаете: почему они называются смешанными?</p> <p>Учитель: Верно, потому что числа содержат как целую часть, так и дробную. А как Вы думаете, какие действия можно с ними выполнять?</p> <p>Учитель: Вы готовы сформулировать тему сегодняшнего урока?</p> <p>Учитель: Всё верно. Тема урока «Сложение и вычитание смешанных чисел».</p>	<p>1. Учащиеся называют выражения, вызвавшие у них наибольшие затруднения.</p> <p>Учащиеся: Это смешанные числа.</p> <p>Учащиеся: Потому что в записи чисел перемешались целые числа и дроби.</p> <p>Учащиеся: Сложение и вычитание, конечно же.</p> <p>Учащиеся: Да! Тема урока: «Сложение и вычитание смешанных чисел».</p> <p>Учащиеся записывают тему урока в тетрадях.</p>
<p>III. Постановка целей, задач урока, мотивационная деятельность учащихся.</p> <p>1. Учитель: Как Вы считаете, ребята, какой будет цель урока? Попробуйте её сформулировать.</p> <p><i>Главная дидактическая цель: сформировать у учеников умение складывать и вычитать смешанные числа, пользуясь переместительным и сочетательным свойствами сложения.</i></p> <p>Учитель: Да, Вы правы. Давайте вспомним как мы считали значение выражения $1\frac{1}{6} + 1\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6}$?</p> <p>Учитель: Какими свойствами сложения, или их ещё называют законами, мы при этом воспользовались?</p> <p>Учитель: Какие названия носят эти свойства?</p> <p>Учитель: С какой же проблемой мы столкнулись?</p> <p>Проблема: как найти сумму выражения другим способом?</p> <p>Учитель: Чтобы узнать, как быстрее и проще сложить и вычесть смешанные числа, поработаем самостоятельно с учебником. Открываем учебник на стр. 59, читаем и разбираем Пример 1.</p>	<p>Учащиеся: Цель урока: Научиться быстро складывать и вычитать смешанные числа.</p> <p>Учащиеся: $1\frac{1}{6} + 1\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6} = \frac{7}{6} + \frac{9}{6} + \frac{7}{6} = \frac{7}{6} + \frac{7}{6} + \frac{9}{6} = \frac{23}{6}$, потом выделили целую часть и получилось $3\frac{5}{6}$.</p> <p>Учащиеся: «От перемены мест слагаемых сумма не меняется».</p> <p>Учащиеся: «Чтобы к сумме двух чисел прибавить третье число, можно к первому числу прибавить сумму второго и третьего чисел».</p> <p>Учащиеся: Переместительный закон сложения и сочетательный закон сложения.</p> <p>Учащиеся: Нужно научиться считать по-другому.</p> <p>Учащиеся вчитываются в Пример 1 учебника на стр.59, и запоминают алгоритм действий.</p> <p>Учащиеся: сначала сложим все целые части, а потом все дробные.</p>

<p>Учитель: Как мы теперь будем действовать, чтобы найти значение выражения $1\frac{1}{6} + 1\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6}$?</p>	<p>Один из учеников подробно записывает на доске:</p> $1\frac{1}{6} + 1\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6} = \left(1 + \frac{1}{6}\right) + \left(1 + \frac{3}{6}\right) + \left(1 + \frac{1}{6}\right) = (1 + 1 + 1) + \left(\frac{1}{6} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6}\right) = 3 + \frac{5}{6} = 3\frac{5}{6}.$
2-й этап урока	
<p>IV. Первичное усвоение новых знаний.</p> <p>Учитель: Хорошо. Молодцы! А сейчас: сравните два примера: Пример 1 и Пример 2. Чем они похожи и чем отличаются?</p> <p>Учитель: Да. Как ни странно вы все правы. А как называется дробь, у которой числитель больше знаменателя?</p> <p>Учитель: Прочитайте правило, запомните его и перескажите соседу.</p> <p>Учитель: Теперь мы можем вычислить значения выражений: $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}$; $3\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$.</p>	<p>Учащиеся:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Пример 2 короче. - И в Примере 1 и в Примере 2 складываются смешанные числа. - Числа в примерах разные. - Результаты разные получились. - Во втором примере после сложения дробных частей получилась дробь, у которой числитель больше знаменателя. <p>Учащиеся: неправильная дробь.</p> <p>Ученики учат правило и пересказывают его друг другу.</p> <p>Учащиеся: записывают подробное решение за своими одноклассниками с доски.</p> $2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6} = (2 + 1) + \left(\frac{1}{3} + \frac{1}{6}\right) = 3 + \frac{2}{6} + \frac{1}{6} = 3 + \frac{3}{6} = 3 + \frac{1}{2} = 3\frac{1}{2},$ $3\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5} = (3 + 1) + \left(\frac{3}{5} + \frac{1}{5}\right) = 4 + \frac{4}{5} = 4\frac{4}{5}.$
<p>V. Первичное усвоение новых знаний. (самостоятельная работа)</p> <p>Учитель: Проверим, как Вы поняли тему. Открываем учебник на стр. 61. Выполняем в тетради самостоятельную работу:</p> <p>1-й вариант: № 376 (а, б, д, е) 2-й вариант: № 376 (в, г, ж, з)</p> <p>Учитель: Для проверки поменяйтесь, пожалуйста, тетрадями следующим образом: второй вариант 2-й и 4-й парты меняется тетрадями с первым вариантом 1-й и 3-й парты, а первый вариант 2-й и 4-й парты меняется со вторым вариантом 1-й и 3-й парты, пятая парта меняется с соседом по парте.</p> <p>Проверяем ответы: а) $8\frac{1}{2}$, б) $8\frac{7}{24}$, в) $9\frac{5}{24}$, г) $3\frac{32}{45}$, д) $11\frac{2}{9}$, е) $8\frac{2}{3}$, ж) $10\frac{5}{8}$, з) $5\frac{4}{15}$.</p> <p>Учитель выборочно выставляет отметки.</p>	<p>Учащиеся выполняют самостоятельную работу.</p> <p>Учащиеся обмениваются тетрадями с соседом по парте по принципу «крест-накрест» и проверяют работу товарища, ход его вычислений и ответ. При фронтальном опросе сообщают учителю количество верных ответов.</p>
<p>VI. Физкультминутка.</p> <p>Сменить деятельность, обеспечить эмоциональную разгрузку.</p> <p>Если нравится тебе, то делай так: <i>Топ-топ.</i></p>	<p>Учащиеся повторяют за учителем.</p>

<p>Если нравится тебе, то делай так:</p> <p style="text-align: right;"><i>Хлоп-хлоп.</i></p> <p>Если нравится тебе, то и другим ты покажи.</p> <p style="text-align: right;"><i>Круговые повороты на месте.</i></p> <p>Если нравится тебе, то желай так:</p> <p style="text-align: right;"><i>Прыг-прыг.</i></p> <p>Если нравится тебе, то делай так:</p> <p style="text-align: right;"><i>Хлоп-хлоп.</i></p> <p>Если нравится тебе, то делай так:</p> <p style="text-align: right;"><i>Топ-топ.</i></p> <p>Если нравится тебе, то и другим ты покажи.</p> <p style="text-align: right;"><i>Круговые повороты на месте в другую сторону.</i></p> <p>Если нравится тебе, то желай так:</p> <p style="text-align: right;"><i>Дважды присели.</i></p>	
<p><u>VII. Первичное закрепление.</u></p> <p>Учитель: Молодцы! Все активно выполняли упражнения. А теперь выполним № 382, учебника.</p> <p>Учитель: Можно ли сразу ответить на вопрос задачи?</p> <p>Учитель: Каких данных нам не хватает?</p> <p>Учитель: О скольких бассейнах идёт речь в задаче?</p> <p>Учитель: В этой задаче количество бассейнов может измениться?</p> <p>Учитель: Как звучит вопрос задачи?</p> <p>Учитель: Обращаю Ваше внимание на слова «Какую часть бассейна...», т.е. мы имеем по условию задачи ОДИН ЦЕЛЫЙ бассейн. Если мы берём один кусок от пирога, разрезанного на 6 частей, какую часть пирога мы в этом случае забрали?</p> <p>Учитель: Какой цифрой в этой записи обозначается ОДИН ЦЕЛЫЙ пирог?</p> <p>Учитель: Как же нам следует поступить? Как Вы думаете?</p> <p>Учитель: Почти. Правильнее говорить: «Примем целый бассейн за единицу 1.»</p> <p>Учитель: Теперь данных достаточно?</p> <p>Учитель: С какой скоростью будет заполняться бассейн в обоих случаях, если будет работать только одна из труб?</p> <p>Учитель: Да, верно. Как узнать какая часть бассейна заполнится за один час работы обеих труб?</p> <p>Учитель: Да. А можно найти общую скорость наполнения и также умножить на 1 час. Мы уже можем ответить на вопрос задачи?</p>	<p>Учащиеся читают задание.</p> <p>Учащиеся: Нет, нельзя.</p> <p>Учащиеся: Хотелось бы знать величину бассейна.</p> <p>Учащиеся: Об одном бассейне.</p> <p>Учащиеся: Нет. Наполняется один басен, только каждый раз по-разному.</p> <p>Учащиеся: «Какую часть бассейна останется наполнить после совместной работы обеих труб в течение часа?» [6, с. 62].</p> <p>Учащиеся: Мы забрали одну шестую часть пирога, т.е. $\frac{1}{6}$.</p> <p>Учащиеся: Обозначить бассейн цифрой 1.</p> <p>Учащиеся: Да, достаточно.</p> <p>Учащиеся: $\frac{1}{4}$ и $\frac{1}{6}$ бассейна в час. Верно?</p> <p>Учащиеся: Нужно скорость заполнения через каждую трубу умножить на время работы. Т.е. скорость первой трубы умножить на 1 час, и скорость второй трубы – на 1 час, а потом сложить результаты.</p> <p>Учащиеся: Нет. Мы найдём только ту часть бассейна, которую заполнили уже, а нужно найти какую чать бассейна останется найти.</p>

Учитель: Верно. К доске пойдёт [Ф.И. учащегося], запишет решение задачи на доске, а остальные в своих тетрадях.

Учитель: Хорошо. На сегодня из запланированного на урок осталось выполнить только № 389. Прочитайте условие задачи.

Учитель: Что называется периметром треугольника?

Учитель: Как его найти?

Учитель: Верно. Чтобы найти периметр треугольника нужно сложить длины всех его сторон.

Учитель вызывает к доске одного из учащихся.

Учитель: Записываем в тетради «№ 389», а [Ф.И. учащегося] запишет то же самое на оборотной стороне доски.

Учитель: Записывают, пожалуйста, формулу периметра для треугольника ABC в общем виде.

Учитель: Как изменится эта формула с учётом условия задачи?

Учитель: Записали? Как будем вычислять?

Учитель: Как называется описанный алгоритм?

Учащиеся: Отнять от целого бассейна уже заполненную часть.

Учащиеся записывают решение в тетрадь.

Пусть 1 – это целый бассейн, тогда

1) $\frac{1}{4} \cdot 1$ (бассейна в час) – скорость работы первой трубы.

2) $\frac{1}{x}$ (бассейна в час) – скорость работы второй трубы.

3) $\frac{1}{4} \cdot 1 + \frac{1}{6} \cdot 1 = \frac{1}{4} + \frac{1}{6} = \frac{3+2}{12} = \frac{5}{12}$ (бассейна) – заполнили обе трубы за час работы.

4) $1 - \frac{5}{12} = \frac{12}{12} - \frac{5}{12} = \frac{12-5}{12} = \frac{7}{12}$ (бассейна) – осталось заполнить.

Ответ: осталось заполнить $\frac{7}{12}$ бассейна.

Учащиеся: Сумма длин всех сторон треугольника.

Учащиеся: Сложить все длины сторон треугольника.

Учащиеся: Нет, не так. Нужно сложить длины всех сторон треугольника.

Ученик выходит к доске и на оборотной стороне выполняет следующие задания учителя.

Учащиеся записывают формулу периметра для треугольника ABC:

$$P = AB + BC + AC.$$

$$P = 3\frac{2}{5} + 2\frac{3}{4} + 2\frac{7}{10}.$$

Учащиеся: Можно представить каждое слагаемое в виде неправильной дроби, потом привести их все к общему знаменателю, сложить числители, выделить целую часть у получившейся дроби или можно, как сегодня, сначала сложить все целые части, потом все дробные и сложить получившиеся числа.

Учащиеся: алгоритм сложения смешанных чисел.

Учащиеся записывают в тетради оставшуюся часть решения:

$$P = (3 + 2 + 2) + \left(\frac{2}{5} + \frac{3}{4} + \frac{7}{10}\right) = 7 \frac{2 \cdot 4 + 3 \cdot 5 + 7 \cdot 2}{20} = 7 \frac{8 + 15 + 14}{20} = 7 \frac{37}{20} = 8 \frac{17}{20}$$

Ответ: $P = 8\frac{17}{20}$.

3-й этап урока

VIII. Подведение итогов урока.

Угадайка.

<p>Учитель задаёт 6 вопросов по принципу «Верно ли, что...»</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Верно ли, что смешанное число – это число, состоящее из натурального числа и обыкновенной дроби? (ДА). 2. Верно ли, что смешанное число можно представить только в виде неправильной дроби? (НЕТ). 3. Верно ли, что, чтобы сложить два и более смешанных чисел, нужно их всегда представлять в виде неправильной дроби, находить сумму полученных дробей, а потом у результата выделять целую часть, если получилась неправильная дробь? (НЕТ). 4. Верно ли, что чтобы найти периметр треугольника, нужно сложить любые две его стороны? (НЕТ). 5. Верно ли, что, чтобы найти площадь квадрата. Нужно его сторону умножить на саму себя? (ДА). 6. Верно ли, что все смешанные числа – дробные? (ДА). 	<p>Учащиеся отвечают «Да, верно.» или «Нет, неверно.»</p>
<p>Учитель предлагает учащимся самим оценить свою работу на уроке, называя поочередно отметки «5», «4», «3».</p> <p>Учитель выставляет оценки за работу на уроке самым активным учащимся, комментирует отметки.</p>	<p>Учащиеся поднимают руки с учетом собственных ощущений.</p>
<p><u>IX. Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению.</u></p> <p>Учитель: Сегодня мы научились складывать смешанные числа, пользуясь переместительным и сочетательным законами сложения. На следующем занятии мы продолжим изучение темы, но научимся ещё и вычитать смешанные числа. Запишите домашнее задание к следующему року: №№ 414 (а-г), 416 (а, б), 418, 425 (а), выучить правило сложения смешанных чисел, № 287 (по желанию). Благодарю за плодотворную работу!</p>	<p>Учащиеся внимательно слушают.</p> <p>Учащиеся записывают домашнее задание в дневники: №№ 414 (а-г), 416 (а, б), 418, 425 (а), выучить правило сложения смешанных чисел, №287 (по желанию)</p>

Раздаточный материал 1. Лабиринт

	$1+3$	$\frac{122}{10}$	$\frac{1}{2} + \frac{4}{6}$	$\frac{1}{6} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6}$	$\frac{1}{9} + \frac{14}{6}$	$\frac{75}{5} + \frac{14}{6}$	$\frac{255}{3}$
$\frac{19}{4} + \frac{1}{2}$	$\frac{2}{4} + \frac{2}{4}$	$\frac{3}{6} + \frac{3}{6}$	$\frac{1}{2} + \frac{3}{6}$	$\frac{10}{9} + \frac{12}{18} - \frac{1}{9}$	$\frac{1}{11} + \frac{14}{11}$	$\frac{17}{8} - \frac{1}{2}$	$5 - \frac{1}{2}$
$\frac{10}{9} + \frac{12}{18} - \frac{1}{9}$	$2 \cdot 7 + 1\frac{1}{6}$	$\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6}$	$\frac{1}{3} + \frac{3}{6} + \frac{1}{6}$	$\frac{31}{10} - \frac{15}{5}$	$\frac{231}{11} - \frac{15}{11}$	$\frac{65}{8} - \frac{1}{2}$	$9 - \frac{14}{2}$
$4\frac{2}{4} + \frac{2}{4}$	$5\frac{1}{4} + \frac{2}{4}$	$3\frac{3}{5} + 1\frac{1}{5}$	$\frac{2}{9} + \frac{12}{27} + \frac{1}{3}$	$\frac{10}{9} + \frac{12}{12} - \frac{1}{9}$	$\frac{121}{11}$	$\frac{3}{27}$	$\frac{36}{6}$
$\frac{100}{10}$	$\frac{36}{10}$	$2\frac{1}{3} + 1\frac{1}{6}$	$\frac{490}{10} - 7 \cdot 7$	$\frac{21}{7} - \frac{15}{7}$	$\frac{231}{11} - \frac{15}{5}$	$\frac{68}{8} - \frac{1}{2}$	$\frac{1}{9} + \frac{1}{6}$
$\frac{1}{8} + \frac{2}{4}$	$\frac{333}{3} + \frac{1}{2}$	$\frac{8}{11} + \frac{14}{11}$	$1\frac{1}{6} + 1\frac{3}{6} + 1\frac{1}{6}$	$\frac{96}{6} - 3 \cdot 5$	$\frac{2}{3} + \frac{4}{6}$	$\frac{27}{44} - \left(\frac{9}{44} - \frac{9}{22}\right)$	$\frac{1}{3} + \frac{3}{6}$
$\frac{108}{9} + \frac{1}{3}$	$\frac{1}{12} + \frac{11}{12}$	$\frac{1}{1} + 1\frac{3}{5} + 1\frac{1}{2}$	$\frac{28}{17} + \frac{6}{17}$	$\frac{10}{9} + \frac{2}{12}$	$\frac{2}{3} + \frac{2}{6}$	$\frac{9}{10} - \left(\frac{30}{100} + \frac{2}{5}\right)$	$\frac{10}{3} - \frac{3}{6}$
$\frac{255}{15}$	$\frac{11}{12} + \frac{11}{12}$	$\frac{30}{5} + 4\frac{2}{5}$	$\frac{28}{5} + \frac{77}{5}$	$\frac{10}{6} + \frac{2}{12}$	$\frac{31}{2}$	$\frac{7}{6} + \frac{4}{18} - \frac{1}{6} + \frac{10}{18} + \frac{2}{9}$	

Заключение

По итогам проделанной работы пришли к следующим выводам:

1. На сегодняшний день в школьном курсе математики формированию культуры математических вычислений уделяется достаточно внимания в части письменного оформления решения заданий. При этом формирование культуры математических устных вычислений отстаёт.

2. В учебниках по математике для 5-6 классов, входящих в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования на 2020-2021 учебный год задания на устные математические вычисления, так или иначе, присутствуют, но носят однотипный характер. Редко встречаются задания на составление задач самими учениками, а также задания творческого характера.

3. В первом параграфе второй главы приведены некоторые приёмы и методы, способствующие формированию культуры математических вычислений в её устной части. Эти материалы были частично учтены при разработке систем заданий по математике.

4. Разработаны две системы задач по учебникам Н.Я. Виленкина и др. для 5 класса по теме «Смешанные числа», и для 6 класса – по теме «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2». Кроме того, разработана технологическая карта урока изучения нового материала в 6 классе по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел».

Задачи выпускной квалификационной работы решены. Цель достигнута. Данные системы задач могут быть полезны как начинающим учителям, так и учителям с многолетним стажем, ищущим нестандартные приёмы и методы.

Список литературы

1. Баврин И.И. Сельский учитель С.А. Рачинский и его задачи для умственного счета. М. : ФИЗМАТЛИТ, 2003. 112 с.
2. Бантова М.С. Система формирования вычислительных навыков // Начальная школа. 1995. №11. С. 38-43.
3. Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций с приложением на электронном носителе. М. : Просвещение, 2014. 223 с.
4. Бунимович Е.А., Дорофеев Г.В., Суворова С.Б. Математика. Арифметика. Геометрия. 5 класс: учебник для общеобразовательных организаций с приложением на электронном носителе. М. : Просвещение, 2014. 240 с.
5. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. Математика. 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М. : Мнемозина, 2013. 280 с.
6. Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.С. Математика. 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М. : Мнемозина, 2013. 288 с.
7. Воронина Л. В., Моисеева Л. В. Математическая культура личности // Педагогическое образование в России. 2012. №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/matematicheskaya-kultura-lichnosti> (дата обращения: 11.04.2021).
8. Выговская В.В. Поурочные разработки по математике. 6 класс : пособие для учителя / В.В. Выговская. 5-е изд., Москва : ВАКО, 2020. 496 с.
9. Ивашова О. А. Развитие математической культуры школьников на метаметодической основе: учебно-метод. пособ. СПб. : Изд-во РГПУ им. А. И. Герцена. 2006. 35 с.
10. Ивашова Ольга Александровна. Вычислительная культура младших школьников: междисциплинарный подход // Известия РГПУ им. А.

И. Герцена. 2012. №145. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/vychislitelnaya-kultura-mladshih-shkolnikov-mezhdistsiplinarnyy-podhod>. Заголовок с экрана. (дата обращения: 10.04.2021).

11. Катлер Э. Система быстрого счета по Трахтенбергу. Перевод П.Г. Каминского и Я.О. Хаскина [Текст] / Катлер Э., Мак–Шейн. М. : Просвещение, 1967. 134 с.

12. Кедров Б. М. Число и мысль в истории науки // Число и мысль. 1983. №6. с. 23

13. Крутецкий В. А. Психология: учебник для учащихся пед. училищ. М. : Просвещение, 1980. 352 с, ил.

14. Математика. 5 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М. : Просвещение, 2012. 272 с. / Никольский С.М. [и др.]

15. Математика. 6 класс: учебник для учащихся общеобразовательных учреждений. М. : Просвещение, 2012. 256 с. / Никольский С.М. [и др.]

16. Мендыгалиева А. К. Общие вопросы методики преподавания математики в начальной школе : учебное пособие / А. К. Мендыгалиева. — Оренбург : ОГПУ, 2019. 159 с.

17. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики. М. : Просвещение. 1977. 480 с. / Колягин Ю. М. [и др.];

18. Попова Л.П. Поурочные разработки по математике. 5 класс : пособие для учителя / Л.П. Попова. 7-е изд., Москва : ВАКО, 2020. 448 с.

19. Снегурова В.И. Технология использования индивидуализированной системы задач как средство развития математической культуры учащихся : на примере изучения алгебры и начал анализа 10 класса : диссертация ... кандидата педагогических наук : 13.00.02. Санкт-Петербург, 1998. 156 с.

20. Соколовский И.Ф. Вычислительная культура как основа методики введения начал математического анализа в средней школе : диссертация ... кандидата педагогических наук : 13.00.02. Ленинград, 1988. 198 с.

21. Федотова Л.Н. Повышение вычислительной культуры учащихся // Фестиваль «Открытый урок», Разделы: Математика, Общепедагогические

технологии. URL: <https://urok.1sept.ru/articles/210122>. Заголовок с экрана. (дата обращения: 18.04.2021).

22. Формализация эффекта «повторение без повторения» Н.А. Бернштейна / В. М. Еськов [и др.] // Биофизика, 2017. 176 с.

23. Хэндли Б. Быстрая математика: секреты устного счета / Б. Хэндли ; пер. с англ. Е. А. Самсонов. Минск : Попурри, 2014. 304 с.

24. Чекин А. Л. Математический взгляд на актуальные проблемы методики обучения математике в начальной школе : монография / А. Л. Чекин. URL: <https://e.lanbook.com/book/122360>. Заголовок с экрана. (дата обращения: 10.04.2021).

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«25» сентября 2020 г.
Паньженский В.И.

Задание

по ВКР студента Вилочевой Марины Александровны.
(ФИО полностью)

Тема работы: «Формирование культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах.»

Утверждена приказом по Университету от «16.11» 2020 г. № 0819/10

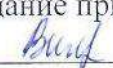
Срок сдачи студентом законченной работы «21» июня 2021 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ школьных учебников	Октябрь- ноябрь, 2020	Выполнено
2.	Выявление сущности понятия "культура математических вычислений"	Декабрь, 2020	Выполнено
3.	Устные вычисления как основа культуры математических вычислений	Январь, 2021	Выполнено
4.	Методические приёмы, способствующие формированию культуры математических вычислений	Февраль- март, 2021	Выполнено
5.	Разработка систем задач по теме «Смешанные числа» в 5 классе и по теме «Признаки делимости на 10, на 5, на 2» в 6 классе	Апрель, 2021	Выполнено
6.	Разработка технологической карты урока изучения нового материала по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел» в 6 классе	Апрель-май, 2021	Выполнено
7.	Оформление работы	Июнь, 2021	Выполнено

Дата выдачи задания «25» сентября 2020 г.

Руководитель  Муравьева Е. В.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению
 Винокурова М. А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студента (ки) 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Вилочева Марина Александровна

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Вилочева Марина Александровна,
Ф.И.О. студента
студент (ка) 5 курса заочной формы обучения направления подготовки
44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика»
прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ»
бакалаврской работы на тему «Формирование культуры
математических вычислений на уроках математики
в 5-6 классах»,
выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а
также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ,
кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета
«Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным
программам высшего образования – программам бакалавриата, программам
специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение
плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из
университета.

Вилоч
подпись
28.06.21
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 28.06.21
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР Е.И. Муравьева
подпись И.О.Ф.

ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему «Формирование культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах» студентки 5 курса Вилочевой Марины Александровны направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование" профиль подготовки "Математика"
Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.

**АНТИПЛАГИАТ**
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Отчет о проверке на заимствования №1



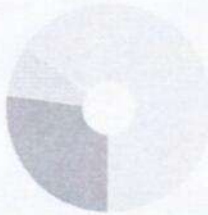
Автор: Журавлева Е.Г.
Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна (ekaterina_ee@mail.ru) / ID: 15539
Организация: Пензенский государственный университет
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <https://antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 58
Начало загрузки: 28.06.2021 10:53:57
Длительность загрузки: 00:00:01
Имя исходного файла:
Вилочева_ВКР_2021_вариант1.txt
Название документа: Формирование культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах_lbrsp_
Размер текста: 127 кБ
Тип документа: Выпускная квалификационная работа
Символов в тексте: 130301
Слов в тексте: 15452
Число предложений: 1355

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 28.06.2021 10:53:59
Длительность проверки: 00:02:49
Комментарий: не указано
Поиск с учетом редактирования: да
Модули поиска: eLIBRARY.RU, Шаблонные фразы, Интернет Плюс, Модуль поиска "ПГУ", Цитирование, Перефразирование по Интернету, Перефразирование по eLIBRARY.RU, Кольцо вузов, Сводная коллекция РГБ, Сводная коллекция ЗБС, СМИ России и СНГ, СПС ГАРАНТ, Диссертации НБС, Библиография, ИПС Адилет, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn), Медицина, Патенты СССР, РФ, СНГ, Издательство Wiley, Переводные заимствования



ЗАИМСТВОВАНИЯ	САМОЦИТИРОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
26.68%	0%	8.24%	85.08%

Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.
Самоцитирование — доля фрагментов текста проверяемого документа, совпадающих или почти совпадающих с фрагментом текста источника, автором или создателем которого является проверяемый документ, по отношению к общему объему документа.
Цитирование — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использование корректным, по отношению к общему объему документа, оформленные по ГОСТу цитаты, общеупотребительные выражения, фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.
Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.

Руководитель ВКР

28.06.2021 *ЕГ*

Е.Г. Журавлева

дата, подпись

ОТЗЫВ

РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ на тему: «Формирование культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах»

студентки Вилочевой Марины Александровны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 163ФПМ51

Математическая составляющая подготовки человека к самостоятельной жизни в обществе с момента становления отечественного государственного образования была и остаётся по сей день одной из важнейших. Целью такой подготовки является формирование математической культуры и готовности личности к непрерывному самообразованию и практическому применению математических знаний. «Культура» – понятие многогранное, однако не вызывает сомнений, что культура математических вычислений является составной частью математической культуры личности. В то же время, человек, умеющий быстро и правильно вычислять в уме, т.е. у которого сформирована культура математических вычислений в её устной части, и сегодня вызывает восхищение у общественности. Кроме того, очевидна польза и прикладного значения овладения культурой математических вычислений.

Выпускная квалификационная работа Вилочевой М.А. «Формирование культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах» состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Во введении отмечается актуальность выбранной темы и обозначаются степень ее разработанности, а также цели и задачи исследования, его практическая основа.

В первой главе выпускной квалификационной работы «Теоретические основы формирования культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах» изложены теоретические основы формирования культуры математических вычислений на уроках математики в средней школе: раскрыто содержание понятия «культура математических вычислений», дана психолого-педагогическая характеристика обучающихся в 5-6 классах, аргументирована важность устных вычислений как основной составляющей культуры математических вычислений, проведен анализ школьных учебников 5-6 классов на предмет наличия в своём содержании заданий для устных вычислений.

Во второй главе «Методические аспекты формирования культуры математических вычислений на уроках математики в 5-6 классах» выделены методические приёмы, способствующие формированию культуры математических вычислений, разработаны системы задач по теме «Смешанные числа» в 5 классе и по теме «Признаки делимости на 10, на 5 и на 2» в 6 классе, разработана технологическая карта урока изучения нового материала по теме «Сложение и вычитание смешанных чисел» в 6 классе.

В заключении формулируются основные выводы, к которым пришел автор в ходе выполнения работы.

Практическая значимость работы заключается в том, что представленный методический материал может быть использован учителями математики и студентами математических специальностей во время прохождения производственной практики.

Выпускная квалификационная работа Вилочевой М.А. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева