

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет педагогики, психологии и социальных наук	Кафедра «Теория и методика дошкольного и начального образования»
Направление подготовки	44.01.01 «Педагогическое образование»
Профиль подготовки	Начальное образование

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
на тему:

**«Формирование эвристик в процессе обучения младших школьников
решению текстовых задач»**

Студент _____ Агафонова Светлана Олеговна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель _____ Графова О.П.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролер _____ Осипова Н.Н.
(подпись, дата)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от _____ № ____)

Заведующий кафедрой _____ Мали Л.Д.
(подпись, дата)

Работа защищена с отметкой _____ (протокол заседания ГЭК от _____ № ____)

Секретарь ГЭК _____ Кулагина Т.В.
(подпись, дата)

Пенза 2017

СОДЕРЖАНИЕ

	Введение	3
Глава I	Теоретические основы формирования эвристик в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач	6
	1.1 Различные подходы к определению понятия эвристики	6
	1.2 Эвристические приемы в психолого - педагогической и методической литературе	8
	1.3 Текстовая задача: структура задачи, виды, модели.	15
Глава II	Методические аспекты формирования эвристик в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач	20
	2.1 Методика обучения решению текстовых задач в начальном курсе математики	20
	2.2 Методические рекомендации по формированию эвристик у младших школьников в процессе обучения решению текстовых задач	24
	2.3 Описание опытно-экспериментальной работы	34
	Заключение	50
	Список литературы	52
	Приложение 1	
	Приложение 2	

ВВЕДЕНИЕ

Анализируя различные статьи педагогов и методистов средней и начальной школ, можно сказать о том, что выпускники больше всего испытывают затруднения при решении текстовых задач, которые предлагаются им в КИМах ЕГЭ и ОГЭ. А эти задачи имеют больше практический характер, и для решения их зачастую нужны знания и умения, заложенные еще в начальной школе. Отмечается также плохое умение учащихся проводить анализ условия задачи, его перевода с естественного языка на математический язык, что необходимо для составления математической модели задачной ситуации, а также умений проводить цепочку логических рассуждений при поиске пути решения текстовой задачи.

Поэтому на современном этапе развития, последние государственные документы о начальном образовании говорят об усилении роли задачного материала курса начальной математики. Необходимо систематически и целенаправленно обучать младших школьников решению задач и обязательно показывать их прикладную и практическую направленность. Практическая направленность тесно связана с решением задач из жизненной практики, а прикладная направленность нацелена на показ взаимосвязи математики с решением задач смежных дисциплин.

Изучению вопросов обучения решению задач в целом и формированию эвристик в процессе решения задач в частности посвящали свои труды многие педагоги как начальной, так и средней школы, например, Дж. Пойя, Н.Б. Истомина, М.И. Моро, Г.И. Саранцев и др.

Поисковая деятельность младших школьников в процессе решения текстовых задач активизирует их мыслительную деятельность, закладывает основы эвристического мышления школьников, а также способствует развитию их творческих способностей. В результате решения текстовых задач обогащаются и закрепляются теоретические знания ребёнка, развивается логическое мышление.

Отметим, что вопросам формирования и развития эвристических приемов мышления больше уделено внимание в курсе обучения математики, алгебры и геометрии в среднем звене (Саранцев Г.И. , Гусев В.А. и др.). Подобных работ для начальной школы практически нет или они носят поверхностный характер.

Всё вышесказанное свидетельствует об актуальности темы – «Формирование эвристик в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач».

Цель работы – разработать методические рекомендации по формированию эвристик в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач.

Предмет исследования – формирование эвристических приемов мышления у младших школьников.

Объектом исследования является процесс обучения решению текстовых арифметических задач учащихся начальной школы.

Поставленная цель и определённые предмет и объект исследования повлекли за собой решение нами следующих **задач**:

- 1) изучить психолого-педагогическую и методическую литературу, соответствующую выбранной теме;
- 2) выявить особенности обучения решению текстовых задач в начальных классах;
- 3) подобрать и разработать виды заданий, которые способствуют формированию эвристик у младших школьников;
- 4) экспериментально проверить эффективность разработанных методических рекомендаций.

Для решения поставленных задач нами использовались методы, взаимодополняющие друг друга: теоретический анализ психолого-педагогической литературы и учебно-методической литературы, сравнение различных подходов к решению проблемы, наблюдение, тестирование, экспериментирование.

Во введении обосновывается актуальность, цель, задачи, объект и предмет исследования. В первой главе раскрываются теоретические основы

формирования эвристик у младших школьников, определяется содержание данного понятия, анализируется современное состояние и реализация поставленной проблемы в практике школы. Во второй главе рассматриваются методические особенности формирования у младших школьников эвристик в процессе обучения решению текстовых задач.

ГЛАВА I. Теоретические основы формирования эвристик в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач

1.1. Различные подходы к определению понятия эвристики

Электронная энциклопедия Википедия так определяет понятие «эвρίстика». Это слово произошло от древнегреческого εὕρισκω — «отыскиваю», «открываю» и обозначает отрасль знания, изучающая творческое, неосознанное мышление человека [7].

В Большом Энциклопедическом словаре мы нашли следующую трактовку данного понятия. Эвристика (от греческого *heurisko* - отыскиваю, открываю) – это:

1) специальные методы, используемые в процессе открытия нового (эвристические методы).

2) наука, изучающая продуктивное творческое мышление (эвристическая деятельность). До этого долгое время в основе творчества лежали методы проб и ошибок, перебора возможных вариантов, ожидание озарения и работа по аналогии.

3) в Древней Греции под эвристикой понимали систему обучения, практиковавшуюся Сократом. Так называемая, майевтика, когда учитель приводит ученика к самостоятельному решению какой-либо задачи, задавая ему наводящие вопросы. Понятие «эвристика» встречается в трактате греческого математика Паппа «Искусство решать задачи» (300 год н. э.) [6].

Таким образом, анализ данного понятия показал, что в широком понимании эвристика - молодая научная дисциплина, возникшая на стыке таких наук, как философия, кибернетика, психология и педагогика. Специалисты каждой из этих наук рассматривают эвристику со своих позиций, придают своеобразное толкование ее основным понятиям и положениям.

В узком педагогическом и методическом смысле эвристика – это метод познания. Так, известный методист-математик В. М. Бродис определяет

эвристический метод следующим образом: "Эвристическим называется такой метод обучения, когда руководитель не сообщает учащимся готовых, подлежащих усвоению сведений, а подводит учащихся к самостоятельному переоткрытию соответствующих предложений и правил"[10].

В рамках нашего исследования мы будем изучать эвристические методы и приемы решения текстовых задач. Мы будем придерживаться следующей трактовки данных понятий.

Эвристические методы и приемы решения задач - это система принципов и правил, которые задают наиболее вероятностные стратегии и тактики деятельности решающего, стимулирующие его интуитивное мышление в процессе решения, генерирование новых идей и на этой основе существенно повышающие эффективность решения определенного класса задач.

Эвристические методы и приемы непосредственно стимулируют поиск решения новых проблем, способствуют формулировке новых проблем, а также открытию новых для учащегося знаний и тем самым соответствуют самой природе, специфике творческого мышления. В отличие от приемов алгоритмического типа, эвристические приемы ориентируют не на формально-логический, а на содержательный анализ проблем. Они направляют мысль учащихся на проникновение в суть описываемого в условии предметного содержания, на то, чтобы за каждым словом они видели его реальное содержание и по нему судили о роли в решении того или иного данного. Многие эвристические приемы стимулируют включение в процесс решения проблем наглядно-образного мышления, что позволяет использовать его преимущество перед словесно-логическим мышлением — возможность целостного восприятия, видения всей описываемой в условии ситуации. Тем самым, облегчается течение характерных для продуктивного мышления интуитивных процессов.

1.2 Эвристические приемы в психолого - педагогической и методической литературе

Вопросы формирования эвристических приемов мышления учащихся в зарубежной и отечественной психолого-педагогической и методической литературе тесно переплетаются с проблемами развития творческого мышления учащихся, их поисковой деятельности, с формированием умения решать текстовые задачи и реализацией идей проблемного обучения.

Одним из первых ученых, занимавшихся изучением процесса решения задач и выделением эвристических приемов, был древнегреческий математик Папп Александрийский. В своей работе "Искусство решать задачи" он выделил два основных приема в работе по решению задачи. Это так называемое, регрессивное или прогрессивное рассуждение, что означает решение задачи от конца (цели) к началу (данным) либо наоборот (от данных к вопросу задачи). В настоящее время эти приемы рассуждения в методике математики называют аналитическим и синтетическим способами поиска пути решения текстовой задачи. Кроме этого, Папп выделил такой прием, как доопределение цели и данных путем выведения следствий из их определений и других знаний о них [10].

Еще одним из исследователей вопросов развития творческого мышления (приемов, эвристик) был Рене Декарт. Он указал на важность следующих мыслительных приемов или операций:

- освобождение от всякого излишнего представления;
- разбиение на возможно большее число частей;
- черчение, рисование фигур и предложений (решения задач)

по чувственным данным[8].

В свою очередь Блез Паскаль предложил еще один из методических приемов работы над текстом задачи - правило замены терминов их определениями[10].

Большой вклад в исследование вопросов, касающихся работы по анализу процесса решения творческих задач, сделал Б. Больцано — известный логик и математик XIX века. Он называет эвристикой или "искусством открытия" учение от том, как надо поступать при отыскании истины и выделяет следующие приемы или, как он их называет «общие правила эвристической деятельности» [10]:

- необходимо точно формулировать вопрос, ответ на который мы ищем в задаче.
- необходимо проводить оценку, а является ли истинный ответ на поставленный вопрос возможным с точки зрения уже имеющихся знаний.
- необходимо по возможности разбивать задачу на подзадачи или подвопросы и искать ответы на них сначала выведением решения из известных истин или сведением к решению подобных задач.
- активно использовать при выдвижении гипотез методы полной или неполной индукции или аналогии.
- выражать все понятия решаемой задачи в "целесообразных" знаках (воспользовавшись символическим языком.) То есть пользоваться активно при работе над задачей приемом моделирования.
- стремиться к выработке наглядных образов объектов задачи и др. приемы.

Наиболее фундаментальное изучение творческого (продуктивного) мышления в первой половине XX века проведено видным психологом К. Дункером. В частности, он выделяет ряд мыслительных операций, которые являются основой для выдвижения гипотез при работе над задачей, которые Дункер называет эвристическими методами мышления. К ним он относит:

- 1) обобщение;
- 2) выведение следствий;
- 3) анализ конфликта между целью и данными;
- 4) резонанс;

- 5) включение в структуру;
- 6) использование разных аспектов рассмотрения;
- 7) наглядное представление;
- 8) переструктурирование;
- 9) контакт с объектом;
- 10) специализация (то есть взятие более конкретного случая) и т.д. [9].

Большое значение по выделению и систематизации основных эвристических приемов имеют работы известного американского математика Д. Пойа [18], [19]. Он рассматривает эвристические приемы в соответствии с этапами решения текстовой задачи.

Согласно Пойа, на первом, начальном этапе решения – этапе анализа текста задачи, происходит определение типа задач (на нахождение, на доказательство, на построение), выяснение того, что представляет собой неизвестное (конец), данные (начало) и условия (требования), определение их составных частей. К этой фазе процесса решения также относится выяснение вопросов: определено ли неизвестное данными задачи или они недостаточны (или чрезмерны, или противоречивы), построение чертежа, введение обозначений, разделение условий на части, запись условий, поиск другой формулировки, развертывание определения.

Второй этап решения задачи — это составление плана ее решения. Возможны два подхода: поиск пути решения от неизвестного к данным, то есть аналитический подход, или синтетический – движение от данных к вопросу задачи. На этом шаге могут быть использованы следующие приемы:

- 1) использовать вспомогательные задачи, эквивалентные, промежуточные, аналогичные, с тем же неизвестным, с отброшенными и добавочными условиями, с расширенными и суженными условиями, с противоположными условиями, с частной задачей, с общей задачей;
- 2) преобразовать неизвестные (через введение новых неизвестных, более близких к данным);

3) преобразовать данные, получить новые данные, более близкие к искомому (методы преобразования — введение дополнительных элементов, переструктурирование);

4) применить аналогию;

6) использовать метод изоляции (то есть сосредоточиться на деталях данных и требований, по очереди) и метод специализации (проводить решение на частном случае решаемой задачи).

Третий этап заключается в осуществлении плана решения.

Четвертый этап работы над задачей — это изучение найденного решения. Она состоит из подэтапов:

1) проверка результатов;

2) проверка хода решения;

3) поиск другого способа получения результатов;

4) использование полученного (в пункте "3") результата и метода решения.

Таким образом, как можно судить по приведенному списку приемов, Поля предлагает ряд совершенно новых эвристических приемов - сближение данных и условий, а также изоляцию [18]. Все остальные приемы уже были известны ранее, поэтому он производит их систематизацию. Кроме того, многие из них получили в его работах полезные дополнительные характеристики. Это касается, прежде всего, таких приемов, как: деление задачи на части, перенос опыта, обобщение, конкретизация, которые предлагается реализовать через различные части вспомогательных задач (промежуточных — деление на части, решение задач с отброшенными или добавочными требованиями, решение общих и частных задач). Также предполагается выполнение такого приема, как решение эквивалентных, аналогичных задач с теми же неизвестными. Таким образом, намечается использование переноса имеющегося опыта.

Один из ведущих советских психологов старшего поколения С.Л.Рубинштейн вместе со своими учениками активно занимался изучением

мыслительного процесса. В работах этого направления также выделялись приемы, осуществляемые в ходе продуктивного решения задач, такие как обобщение, моделирование, постановка промежуточных задач, рассмотрение задачной ситуации с разных сторон, соотнесение условий с данными и др. [10].

Видный специалист по обучению приемам решения задач Л.М.Фридман осуществил семантический анализ задач и способов их решения [24]. Л.Ф.Фридман в своих работах выделяет три основных эвристических приема решения задачи: разбиение задачи на подзадачи, преобразование задачи, применение вспомогательных элементов.

Выделение и формирование приемов решения продуктивных задач на материале "малых творческих задач" проводили П.Я.Гальперин и его ученики. Изучением вопросов формирования эвристик в рамках проблемного обучения занимались такие исследователи, как Матюшкин А.М., Махмутов М.И., Лернер И.Я. и др.[16],[17].

Известный педагог И.Я. Лернер разработал систему эвристических приемов для развития творческих компонентов мышления учащихся в рамках преподавания истории в средней школе [10].

В свою очередь, большой вклад в обучении школьников основным эвристическим приемам решения задач в курсе математики начальной и средней школы внесли многие современные методисты и математики. Так, Гусев особое внимание уделял вопросам формирования эвристик в процессе обучения школьников геометрии, Саранцев Г.И. – в курсе алгебры, Истомина Н.Б., Артемов А.К. – в курсе математики начальной школы.

Г.И. Саранцев так описывает эвристические приемы в решении математических задач: “В поиске способа обоснования утверждения и открытия закономерностей используются общие эвристические приемы: аналогии, обобщение, прием элементарных задач, прием рассмотрения предельного случая, прием вспомогательной фигуры и т.п.” [20]. Им выделяется также прием представления задачи в пространстве состояний.

Практическая реализация идеи осуществляется продвижением в двух направлениях: от начального состояния к целевому и от целевого к начальному.

И.И. Ильясов в своих работах предпринял попытку обобщить и систематизировать известные эвристические приемы в соответствии с этапами и фазами решения задачи на примере задач математического и физического содержания из курса основной школы[10].

Г.Д. Балк и М.Б. Балк рассматривают следующий перечень эвристических приемов:

- переформулировка задачи, т.е. замена ее равносильной, но более простой задачей;
- привести контрпример (для задач на доказательство);
- произвести проверку по размерности;
- найти сходную задачу из ранее решенных задач;
- сформулировать какую-нибудь частную вспомогательную задачу (“подзадачу”);
- индукция, т.е. рассмотрение частных случаев задачной ситуации, что “наводит” на решение задачи в общем случае;
- сформулировать более простую задачу;
- найти закономерность;
- умозаключение по аналогии;
- прием “малых шевелений”; для задач, в которых требуется выбрать из некоторого множества фигур ту, которая является наилучшей; берем произвольную фигуру и пытаемся малыми шевелениями ее улучшить, т.е. из нескольких ее свойств изменяем только одно, стараясь сохранить остальные;
- использовать непрерывность (для задач на оценку);

- обратиться к предельному случаю; рассмотреть вспомогательную задачу, у которой условие или какие-то данные получаются из условия или данных исходной задачи путем предельного перехода;
- перевести задачу с одного языка на другой; например, с языка геометрии на язык алгебры или физики;
- ввести вспомогательную фигуру (вспомогательные неизвестные).

А.А. Аксенов в своей работе указывал, что для полноценного формирования у учащихся умения решать текстовые задачи необходимо, чтобы в процессе обучения учащимся предлагались для решения задачи всех трех степеней проблемности: алгоритмические, полуэвристические, эвристические[1].

По мнению Н.Б. Истоминой, особое внимание в процессе обучения младших школьников решению задач следует уделять формированию умения учащихся строить модели для задачной ситуации, так как правильно составленная и наглядная модель – первый шаг в поиске способа ее решения[11].

И.И. Целищева и С.А. Зайцева отмечают, что развитию эвристического мышления младших школьников способствуют так называемые нестандартные задачи, которые целесообразно использовать как на уроках математики, так и включать во внеклассную работу по математике[24], [25].

Таким образом, в психолого - педагогической и методической литературе представлен широкий ряд эвристических приемов, некоторые из которых могут быть применены в практике обучения математике начальной школы. О возможностях их использования речь пойдет в следующей главе.

1.3. Текстовая задача: структура задачи, виды, модели.

Понятие задачи относится к числу широких общенаучных понятий, поэтому дать строгое определение сложно. Поэтому психологи, педагоги и методисты трактуют его по-разному.

Л.М. Фридман так описывает происхождение понятия задачи: проблемная ситуация, образующаяся из следующих компонентов: действующего субъекта С, цели его деятельности — объекта О, на который направлена деятельность субъекта С, и преграды (затруднения) П [24].

В учебнике Моро М.И. дано такое определение: «Задача – это сформулированный вопрос, ответ на который может быть получен с помощью арифметических действий... Они имеют житейское, физическое содержание, а также текстовая задача есть описание некоторой ситуации (ситуаций) на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между ее компонентами или определить вид этого отношения » [14].

По мнению Стойловой Л.П. и Пышкало А.М., текстовая задача есть описание некоторой ситуации (ситуаций) на естественном языке с требованием дать количественную характеристику какого-либо компонента этой ситуации, установить наличие или отсутствие некоторого отношения между его компонентами или определить вид этого отношения[23].

Царева С.Е. считает, что текстовая задача – это некоторый текст или ситуация, содержащая информацию о каких-либо объектах, и явно выраженное в тексте требование либо получить новую информацию об этих объектах, либо описать способ построения новых объектов по заданным в тексте признакам, либо установить истинность данной в тексте информации [27, с. 15].

Из самого определения задачи вытекает, что в ней обязательно должен быть заключен какой-то вопрос. Без вопроса задачи нет. Поскольку ответ на вопрос задачи должен быть получен в результате арифметических действий, очевидно, в ней должно заключаться требование узнать то или иное число (или числа) – искомое и, кроме того, в задаче должны быть указаны те числа, с помощью

действий над которыми может быть найдено искомое. Поэтому обязательными элементами всякой арифметической задачи являются неизвестное (искомое) число (или несколько чисел) и данные числа.

Трактуя текстовую арифметическую задачу в узком понимании, в ее структуре выделяют следующие составные элементы:

- сюжет задачи, в котором отражена какая-то практическая ситуация;
- числовые значения величин и соотношения между ними (условие задачи);
- задание, обычно сформулированное в виде вопроса, где необходимо узнать неизвестные значения одной или нескольких величин (требование задачи).

Особое место в формировании умения решать задачи отводится выбору метода решения. Такие авторы, как Н.Б. Истомина, С.Е. Царева, выделяют следующие методы:

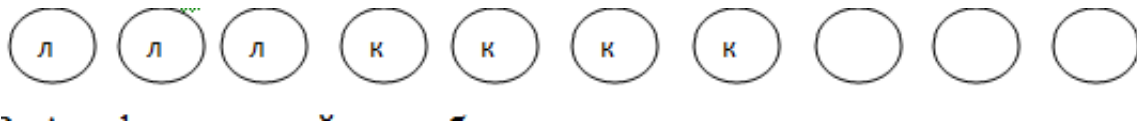
- арифметический метод, который предполагает последовательное выполнение ряда арифметических действий;
- алгебраический метод, где решение осуществляется посредством составления и решения уравнений;
- практический метод, - решение путем практического выполнения описываемых в задаче действий с реальными предметами;
- логический метод - решение с помощью проведения логических рассуждений;
- графический метод - решение задачи путем построения ее графической модели в виде схемы или чертежа [11],[27].

Продemonстрируем данные методы на примере решения следующей задачи.

Задача. Лена купила в магазине канцтоваров 10 ручек: 3 ручки синего цвета, 4 - красного цвета, а остальные – черного цвета. Сколько ручек черного цвета купила Лена?

1. Практический способ.

Для ответа на вопрос задачи можно не выполнять арифметические действия, так как количество ручек соответствует тем кругам, которыми они обозначены.



2. Арифметический способ.

1) $3 + 4 = 7$ (р.) – ручки синего и красного цвета;

2) $10 - 7 = 3$ (р.) – ручки черного цвета.

Для ответа на вопрос задачи мы выполнили два действия.

3. Алгебраический способ.

Пусть x – количество ручек черного цвета. Тогда количество всех ручек записать выражением: $3 + 4 + x$.

По условию задачи известно, что их всего было 10. Значит:

$$3 + 4 + x = 10$$

Решив это уравнение, мы ответим на вопрос задачи.

4. Графический способ.



Этот способ, так же как и практический, позволяет ответить на вопрос задачи, не выполняя арифметических действий.

Существуют разные классификации задач.

Бывают текстовые арифметические задачи, сформулированные в прямой и косвенной форме. Например, дана задача в прямой форме «У Васи 3 машинки, а у Саши на 2 машинки больше, чем у Васи. Сколько машинок у Саши?» Эта же задача может быть представлена в косвенной форме «У Васи 3 машинки, что на 2 машинки меньше, чем у Саши. Сколько машинок у Саши?»

Делятся задачи на прямые и обратные. Для формулирования задачи, обратной данной, необходимо одно из известных в прямой задаче сделать неизвестным, а неизвестное сделать известным. Для предыдущей задачи можно сформулировать две обратные задачи: «У Васи 3 машинки, а у Саши 5 машинок.

На сколько машинок больше у Саши, чем у Васи?», « У Саши 5 машинок, а у Васи на 2 машинки меньше, чем у Саши. Сколько машинок у Васи?»

По числу действий, необходимых для решения, среди текстовых задач выделяют простые и составные задачи. Простые задачи решаются с помощью одного арифметического действия, а составные – двумя и более действиями. В свою очередь в методической литературе и простые и сложные задачи также классифицируются на более частные виды.

В научной и методической литературе встречаются и другая типизация задач. Например, в соответствии с требованием задачи выделяют:

- задачи на вычисление,
- на доказательство,
- на построение,
- на исследование,
- логические задачи,
- комбинаторные,
- задачи с использованием измерительных инструментов и др.

В зависимости от того, о каких величинах и зависимостях, установленных между ними, говорится в задаче, выделяют:

- задачи на движение,
- задачи на работу,
- задачи на проценты,
- задачи на смеси и сплавы и ряд других.

В процессе решения текстовых задач реализуются обучающие, воспитательные и развивающие цели. Решение задач способствует формированию у детей правильных математических понятий, полноценных знаний, определяемых школьной программой. Задачи дают возможность связать теорию с практикой, обучение с жизнью. Решение задач позволяет углубить и расширить представления детей о жизни, формирует у них практические умения.

Например, правильно рассчитать стоимость покупки или площадь садового участка.

Правильно организованная работа над задачей способствует формированию элементов поисковой и исследовательской деятельности, развитию творческого потенциала младших школьников.

Задачи – одно из важнейших средств развития у детей логического мышления, формирования умений проводить анализ и синтез, сравнивать, обобщать, абстрагировать и конкретизировать, раскрывать связи, существующие между рассматриваемыми явлениями, строить правильные логические рассуждения, выдвигать гипотезы, делать выводы.

Кроме этого, задачи эффективны в воспитании настойчивости, волевых качеств младшего школьника, способствует формированию эвристик, развитию познавательного интереса к самому процессу поиска решения, дает возможность испытать глубокое удовлетворение, связанное с удачным решением. Задачи способствуют развитию эстетического вкуса младших школьников при выборе наиболее «красивых», рациональных способов их решения.

ГЛАВА II. Методические аспекты формирования эвристик в процессе обучения младших школьников решению текстовых задач

2.1.Методика обучения решению текстовых задач в НКМ

Решение текстовых задач – одна из главных содержательных линий курса математики начальной школы. Умение решать текстовые арифметические задачи является одним из основных показателей уровня математического развития учащихся младших классов.

Работа по формированию умения решать задачи начинается с первых дней обучения в школе.

Решить задачу - значит раскрыть связи между данными и искомыми, отношения, заданные условием задачи, на основе чего выбрать, а затем и выполнить одно или несколько арифметических действий и ответить на вопрос задачи.

В методике обучения решению задач выделяют два этапа - подготовительный и основной, включающий в себя знакомство с понятием текстовой арифметической задачи и ее решением, а также закрепление полученных умений и навыков решения различных текстовых задач.

Деятельность учащихся на подготовительном этапе знакомства с задачей - это и есть первые шаги в формировании умения решать задачи.

Цель этого периода – научить младших школьников переводить различные реальные явления на язык математических символов и знаков. С первых уроков им предлагаются разнообразные учебные задания, направленные на постановку вопросов к готовому рисунку, построению схемы по данному условию, соотнесение числового равенства с соответствующей картинкой и др.

В результате реализации такого подхода, во-первых, учащиеся приучаются внимательно читать или слушать словесную инструкцию и анализировать те условия выполнения задания, которые в ней предложены.

Во-вторых, словесная инструкция позволяет целенаправленно организовывать практическую и мыслительную деятельность учащихся.

В-третьих, разнообразные словесные инструкции, включающие в себя математическую терминологию и различные текстовые конструкции, способствуют формированию у детей умения объяснять и обосновывать свои действия.

В процессе выполнения этих заданий у младших школьников формируются математические понятия и отношения, которые затем они смогут использовать при решении задач.

Для того чтобы правильно выбрать то или иное действие для решения простой задачи, необходимо сформировать понятие об арифметических действиях, научить выбирать то или иное действие. Психолог Н.А. Менчинская рассматривает выбор арифметического действия как новую умственную операцию, суть которой сводится к переводу конкретной ситуации, описанной в задаче, в план арифметических операций. Для выполнения таких операций в умственном плане ученик должен овладеть ими на предметном уровне.

В связи с этим знакомство с текстовой задачей отодвигается на более поздний период, которому предшествует большая подготовительная работа, целью которой является формирование у младших школьников:

- навыков чтения;
- представлений о тех математических понятиях и отношениях, которые обеспечивают математизацию сюжетов, представленных в текстовых задачах;
- приемов умственных действий (логические приемы мышления - анализ и синтез, сравнение, аналогия, обобщение), которые обеспечивают деятельность учащихся на всех этапах решения текстовой задачи;
- определенного опыта в соотнесении текстовой, предметной, схематической и символической моделей.

Одним из основных приёмов анализа задачи является моделирование, которое помогает учащимся увидеть задачу в целом и не только понять её, но и самому найти правильное решение.

Процесс обучения моделированию осуществляется эффективно, если первоначально он происходит на основе внешних действий с предметами, а затем переходит во внутренние умственные действия.

Таким образом, в соответствии с данной методикой обучения решению задач, дети знакомятся с текстовой задачей только после того, как у них сформированы те знания, умения и навыки, которые необходимы для овладения обобщенными умениями решать текстовые задачи. К обобщенным умениям относят умения: читать текст задачи, выделить условие и вопрос, известные и неизвестные величины, устанавливать взаимосвязь между ними и на этой основе выбирать арифметические действия, выполнение которых позволяет ответить на вопрос задачи.

Такая подготовительная работа позволяет построить методику формирования обобщенных умений решения текстовых задач в соответствии с концепцией курса и создать условия для развития мышления младших школьников посредством решения текстовых задач.

Знакомство с понятием текстовой арифметической задачей происходит в конце первого класса, как в учебниках математики Моро М.И. или Александровой Э.И., или же в начале второго класса, как в УМК «Гармония» (автор комплекта учебников математики Истомина Н.Б.)

В реализации основного этапа обучения решению текстовых арифметических задач выделяют два принципиально отличных подхода:

- обучение учащихся решению определенных типов задач;
- формирование обобщенных приемов и методов решения текстовых арифметических задач.

Оба подхода нашли отражение в школьной практике, в том числе, и в различных УМК по математике для начальной школы. Например, первый

подход реализуется в учебных комплектах «Школа России». В комплекте учебников математики для начальной школы, разработанном по системе развивающего обучения Эльконина - Давыдова, Александровой Э.И. придерживаются в методике обучения решению задач второго подхода.

2.2 Методические рекомендации по формированию эвристик у младших школьников в процессе обучения решению текстовых задач

В психолого-педагогической и методической литературе выделено большое количество эвристических приемов, используемых при решении задач различных видов:

- анализ условий;
- анализ конфликта;
- выдвижение любых идей;
- обобщение задачи;
- конкретизация задачи;
- формулирование обратной задачи;
- исключение из структуры;
- критика очевидных решений;
- движение от конца к началу;
- моделирование, перекодирование текста в схему (модель);
- использование сходных (аналогичных) задач;
- рассмотрение задачи с различных сторон;
- переструктурирование задачи,
- замена терминов определениями,
- деление задачи на части (подзадачи) и ряд других [10], [18],[24].

Отметим, что не все данные приемы могут быть использованы в практике обучения математике в начальной школе, в силу целого ряда причин. Во-первых, большинство из них разрабатывались для средней и основной школы. Во-вторых, их реализация направлена на формирование эвристик не только в процессе решения текстовых арифметических задач, которые являются объектом изучения в младшей школе, но и задач на доказательство, логических задач, комбинаторных задач, задач на построение, исследовательских задач и др. В- третьих, в начальном курсе математике только закладываются основы решения текстовых задач,

рассматриваются различные способы моделирования и способы решения задач, проводится пропедевтика проведения доказательных рассуждений и проведения построений, поэтому у учащихся еще не сформирован полный арсенал методов и инструментов, которые могут быть использованы для решения различного рода задач.

В своей работе мы остановились на следующих эвристических приемах, которые, на наш взгляд, могут быть использованы в практике обучения решению текстовых задач в начальном курсе математики:

- деление задачи на подзадачи (выделение вспомогательных задач);
- перекодирование текста задачи в наиболее эффективную модель (прием моделирования);
- формулирование обратной задачи;
- переформулировка задачи (переформулировка условия или вопроса, замена терминов их определениями и наоборот);
- использование задач с нестандартными формулировками.

Рассмотрим подробнее примеры использования данных приемов.

Деление задачи на подзадачи (выделение вспомогательных задач).

Один из главных вопросов в практике обучения решению текстовых задач - как искать способ решения составной задачи? Профессор математики С.А. Яновская утверждает, что «решить задачу – это свести её к уже решенным» [21]. Другими словами, разбить каждую задачу на систему подзадач, которые уже умеем решать. Проблема в том, каким образом выделить эти подзадачи, как их увидеть?

Определенных правил для такого сведения незнакомых задач к знакомым не существует

Работая над планом решения задачи, ученики должны выделить все возможные связи между величинами, которые прослеживаются в данной задаче (даже, если затем их не нужно будет задействовать в решении).

Прием деления задачи на подзадачи позволяет разбить составную задачу на более простые, по возможности стандартные, задачи, решение которых хорошо знакомо и может подвести учащихся к открытию способа решения первоначальной составной текстовой задачи. Этот метод имеет три разновидности, а именно:

а) разбиение условий задачи на части. Классическим примером использования этого метода является решение текстовых (сюжетных) задач «по вопросам». Но этот метод используется и при решении очень многих других задач.

б) разбиение требования задачи на части. Зачастую требование задачи — ее вопрос — бывает таким сложным, что сразу ответить на него очень трудно. Тогда, если возможно, целесообразно разбить его на несколько более простых вопросов.

в) разбиение объекта задачи на части. Когда объект задачи сложный или представляет собой бесконечное множество, то иногда полезно разбить его на части и решать задачу для каждой части отдельно.

В начальных классах чаще всего применимы первые два подхода к разбиению задачи на части, так как текстовых задач, где в условии рассматривается некий сложный объект (например, геометрическое тело) очень мало. Однако, они встречаются и в начальном курсе математики. Рассмотрим следующий пример.

Задача 1. Для окраски кубика со стороной 2 м требуется 1 кг краски. Сколько потребуется краски для окрашивания кубика со стороной 6 м?

Для решения данной задачи имеет смысл обсудить с детьми, из чего состоит поверхность кубика, который надо покрасить. Выясняем, что из шести одинаковых квадратов со стороной 2 м – в первом случае и со стороной 6 м - во втором случае. Таким образом, решение данной задачи может быть сведено к решению более простой задачи – нахождению площади квадрата, если мы от сложного объекта – куба перейдем к более простой хорошо знакомой фигуре – квадрату.

Вспомогательная задача 1. Сторона квадрата равна 2 метрам. Какова его площадь?

Кроме этого, в процессе обсуждения приходим к выводу, что для ответа на вопрос задачи, достаточно сравнить площади этих квадратов. Во сколько площадь второго квадрата больше площади первого, во столько и краски больше израсходуем. Таким образом, применяя прием разбиения требования на части, формулируем новую подзадачу.

Вспомогательная задача 2. Во сколько раз площадь квадрата со стороной 6 метров больше площади квадрата со стороной 2 метра?

Отметим, что разбиение текста задачи на логические блоки, разбиение на подзадачи известного вида также удобно применять в случае решения нестандартных задач.

Переформулировка задачи

Переформулировка текста задачи предусматривает замену одного описания ситуации в задаче другим, содержащим меньше ненужной информации, но сохраняющую неизменными все отношения и связи. Решение текстовых задач предусматривает использование информации двух видов: непосредственной (заданной в условии) и опосредованной (полученной в результате анализа условия, заданной в нем в неявном виде).

Переформулировка может проводиться по следующим направлениям: отбрасывание ненужной, излишней информации; замена описания некоторых понятий соответствующими терминами и наоборот, замена термина описанием ситуации; замена условия (или вопроса) новым, удобным для поиска решения. В любом случае, после переформулировки задача должна быть проще для понимания связей между величинами.

Например, при решении косвенных задач прием переформулировки просто незаменим.

Задача 2. «Длина прямоугольника 16 см, что в два раза больше его ширины. Найдите периметр этого прямоугольника»

В данной задаче ее составной частью является задача на уменьшение числа в несколько раз в косвенной форме.

Переформулированная задача может быть такой: «Длина прямоугольника 16 см, ширина в два раза меньше. Найдите периметр этого прямоугольника».

Например, отбрасывание «лишней» ненужной информации в задаче значительно упрощает восприятие и понимание задачной ситуации в целом.

Задача 3. 12 апреля 1961 года в 9 часов 7 минут на корабле «Восток 1» космонавт Юрий Гагарин совершил первый полет человека в космос. В 10 часов 55 минут Юрий Гагарин приземлился. Сколько длился первый полет человека в космос?

Новая задача. Юрий Гагарин стартовал в 9 часов 7 минут, а приземлился в 10 часов 55 минут этого же дня. Сколько длился первый полет человека в космос?

Например, переформулировка условия задачи также будет эффективна, если некоторые числовые данные в задаче представлены в неявной форме или условие задачи содержится в самом вопросе задачи.

Задача 4. Сколько колес у четырех легковых автомобилей?

Новая задача. У автомобиля 4 колеса. Во дворе стоят 5 автомобилей. Сколько у них всего колес?

Зачастую переформулировка вопроса задачи позволяет сделать задачу более «знакомой» и понятной для ребенка.

Задача 5. Сначала Маша отрезала от куска красной ленты 2 метра, а затем еще 5 метров. Насколько короче стала лента?

Новая задача. Сначала Маша отрезала от куска красной ленты 2 метра, а затем еще 5 метров. Сколько всего метров отрезала Маша от куска ленты?

Перекодирование текста задачи в наиболее эффективную модель (прием моделирования)

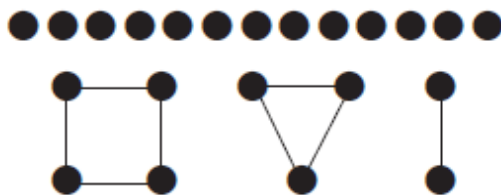
Во время разбора задачи можно составить иллюстрацию к ней. Иллюстрация к задаче, её краткая запись, составление схемы или чертежа,

таблицы являются вспомогательными средствами, но, чаще всего именно они помогают ученику вникнуть в смысл задачи, выявить зависимости между величинами и найти план решения задачи.

Краткая запись, выступая в роли наглядной и словесной опоры для памяти учеников, способствует более быстрому и всестороннему усвоению задачи, осмыслению числовых данных. Выделение из текста числовых данных и их рациональная запись делает более ясным то, что дано в задаче и что в ней отыскивается. Краткая запись или правильно оформленная схема дает возможность расчленить задачу на простейшие, выделить условие и искомое. Однако следует помнить о том, что краткая запись служит интересам ребенка при решении задачи, а не целью при ее решении. Это все же вспомогательное средство.

Задача 6. Во дворе стояли легковые машины, мотоциклы и мотоциклы с колясками. Мальчик насчитал всего 13 колес. Сколько могло быть машин, мотоциклов и мотоциклов с колясками?

При анализе условия задачи у учеников затруднение может вызвать то, что в данной задаче три неизвестных, а явно обозначенных числовых данных только одно (13 колес). В результате беседы с помощью системы наводящих вопросов можно учащихся подвести к выводу, что в условии задачи не одно, а целых четыре числовых данных, так как, кроме общего числа колес, известно, что у мотоцикла 2 колеса, у мотоцикла с коляской – 3 колеса, а у машины их 4. Далее можно предложить детям изобразить условие задачи на рисунке, при этом использовать для обозначения колес из условия задачи кружки, а для обозначения машины – объединять их по четыре кружка, для мотоцикла – по 2 кружка, для мотоцикла с коляской – по три кружка. Получим следующую модель задачи:



Опираясь на этот рисунок, можно подвести к правильному решению.

1 способ рассуждений.

Сколько будет колес, если предположить, что во дворе было по одной машине каждого вида? Выясняем, что 1 машина, 1 мотоцикл и 1 мотоцикл с коляской будут иметь вместе 9 колес, что при этом до 13 колес не хватило бы 4 колеса. А отсюда легко установить, что эти 4 колеса могут приходиться или на 1 машину, или на 2 мотоцикла.

2 способ рассуждений.

Сколько могло быть легковых машин? Число колес машины - 4 колеса укладывается в общем числе колес 3 раза, но тогда на все мотоциклы остается только 1 колесо, что невозможно. Значит, машин могло быть две или одна.

Если машин было две, то это уже 8 колес, тогда оставшиеся 5 колес могут приходиться только на один мотоцикл и на один мотоцикл с коляской.

Если машина была одна, то освободившиеся 4 колеса могут приходиться только на 2 мотоцикла.

Значит, существует два возможных решения у задачи:

- 1) две машины, один мотоцикл и один мотоцикл с коляской,
- 2) одна машина, два мотоцикла, один мотоцикл с коляской.

Формулирование обратной задачи.

Решение обратной уже знакомой учащимся задачи, также может подтолкнуть учащихся к решению новой текстовой задачи.

Успех обучения решению задач посредством преобразования прямой задачи в обратные задачи объясняется как первопричиной тем, что такой путь заставляет поднимать из сферы подсознания наибольшее разнообразие

связей, заключенных в содержании задачи. Это и обеспечивает – на языке дидактики – глубокое и прочное усвоение материала.

На составление и решение обратной задачи уходит несравненно меньше времени, чем на решение новой задачи, так как числовые данные и сюжет остаются прежними; производится здесь лишь логическая операция по переосмыслению ролей чисел; неизвестное в прямой задаче становится известным и наоборот.

Особенно этот прием актуален для введения нового типа задач или для открытия каких-то новых законов, правил, алгоритмов.

Прямая задача. В магазине было 90 кг гречки. В первый день продали 30 кг гречки, во второй день – 32 кг. Сколько кг гречки продали в третий день?

Обратная задача. В магазин привезли гречку. В первый день продали 30 кг гречки, во второй – 32 кг, в третий – оставшиеся 28 кг. Сколько кг гречки привезли в магазин?

Обратную задачу дети решать умеют, используют арифметическое действие сложения.

Решая в данном случае уже прямую задачу, учащийся перестраивает суждения и умозаключения, использованные при решении знакомой обратной задачи, преодолевая при этом в мышлении инерцию действий, выполненных при решении обратной задачи.

В решении прямой задачи будет использоваться уже вычитание суммы из числа, тем самым ученики могут открыть три различных способа ее решения, используя правило вычитания суммы из числа.

Решение:

1 способ: $90 - (30 + 32) = 28$ (кг.)

2 способ: $(90 - 30) - 32 = 28$ (кг.)

3 способ: $(90 - 32) - 30 = 28$ (кг.)

Использование задач с нестандартными формулировками.

Если для стандартных арифметических задач имеется некий алгоритм решения, с которым, как правило, учащиеся знакомы, то для решения же нестандартных задач учащиеся должны сами изобрести (составить) способ их решения.

Чтобы поиск и изобретение способа решения таких задач производились учащимися разумно, чтобы учащиеся знали как и в каком направлении надо двигаться в решении задачи, они должны владеть некоторыми общими эвристическими методами и приемами решения математических задач, в частности, теми, которые мы уже выделили выше. Эти общие методы и приемы следует сообщать учащимся постепенно, иллюстрируя их достаточным числом примеров. К разбору этих методов необходимо возвращаться неоднократно при встрече с новыми задачами, где эти эвристические методы и приемы используются.

Рассмотрим следующий пример задачи, которая имеет не только нестандартную формулировку в стихотворной форме, но и нестандартный подход в решении.

Задача 4

Акробат и собачонка

Весят два пустых бочонка.

Шустрый пес без акробата

Весит два мотка шпагата.

А с одним мотком ягненок

Весит, видите, бочонок.

Сколько весит акробат

В пересчете на ягнят?

Решение: используем прием моделирования и схематизации для решения данной задачи.

Обозначив акробата буквой А, собачку буквой С, ягненка буквой Я, бочонки буквой Б, а мотки буквой М, можно составить по условию следующие математические модели задачи в виде равенств:

$$A+C=B+B$$

$$C=M+M$$

$$Я+М=Б$$

Элементы из третьего равенства переставим в первое условие, заменив каждый бочонок ягненком с мотком шпагата:

$$A+C=Я+М+Я+М$$

В полученное равенство подставим элементы из второго условия, т.е. заменим два мотка шпагата на одну собачонку:

$$A+C = Я+Я+М+М$$

$$A+C = 2Я + М+М$$

$$A+C = 2Я+ С$$

Так как в двух равных суммах два первых слагаемых равны, то равны и два других слагаемых.

Итак, $A = 2Я$, акробат весит столько же, сколько и два ягненка.

Эффективное использование приема моделирования позволило перевести задачу с естественного языка на язык математики и решить данную нестандартную задачу.

Такого рода задачи рекомендуется для использования не столько на уроке математики, сколько во внеклассной работе. И это вполне оправдано. Поисковая деятельность учащихся, направленная на решение нестандартных задач и их графическое оформление, а также обсуждение различных вариантов решения и анализ типичных ошибок требуют значительного времени, выделять которое на уроке при его насыщенности учебным материалом не всегда удается. Однако, занимательные задачи имеют место быть и на уроке математики, например, в качестве «занимательной минутки» или дополнительного задания при оставшемся резерве времени на уроке.

2.3 Описание опытно-экспериментальной работы

1. Констатирующий эксперимент

Чтобы выявить уровень сформированности эвристик у младших школьников, умения проводить ими анализ условия и решать текстовые задачи, мы провели исследование в 3-м "Б" классе МБОУ СОШ №1г. Городище. . Ученикам для решения была предложена задача и три задания к ней:

Задача. Дима вырезал 17 домиков, это на 10 больше, чем Ваня. А Рома вырезал на 12 меньше, чем Дима. Сколько всего домиков вырезали мальчики?

Задание 1. Среди следующих задач выдели задачу, условие которой полностью соответствует первоначальной задаче. Объясни, почему. Укажи, что поменялось в условии выбранной тобой задачи.

Задача 1. Дима вырезал 17 домиков, это на 10 больше, чем Ваня. А Рома вырезал на 12 меньше, чем Дима. Кто вырезал больше домиков Ваня или Рома? Насколько?

Задача 2. Дима вырезал 17 домиков , а Ваня на 10 домиков меньше, чем Дима. А Рома вырезал на 12 меньше, чем Дима. Сколько домиков вырезали Дима, Рома и Ваня вместе?

Задача 3. Дима вырезал 17 домиков, это на 10 больше, чем Ваня. А Рома вырезал на 12 больше, чем Дима. Сколько всего домиков вырезали мальчики?

Задание 2. Из следующих простых задач выбери те, которые являются частью первоначальной составной задачи.

Задача 1. Дима вырезал 17 домиков, а Ваня на 10 домиков меньше. Сколько домиков вырезал Ваня?

Задача 2. Дима вырезал 17 домиков. А Рома вырезал 12 домиков. Сколько всего домиков вырезали мальчики?

Задача 3. Дима вырезал 17 домиков, а Рома 5 домиков. Насколько домиков вырезал Рома меньше, чем Дима?

Задание 3. Оформи условие и реши данную задачу.

Следует отметить, что наиболее частыми были следующие ошибки:

1) Среди задач, соответствующих первоначальной задаче, выбирали задачу номер 3. При этом выбор обосновывали тем, что вопрос в ней не поменялся, а у остальных вопрос звучит по-другому.

2) В третьем задании при поиске количества домиков, которые вырезал Ваня, использовали сложение: $17+12=27$ (дом.). Видимо, в этом случае неверно трактовали косвенную формулировку «это на 12 домиков больше, чем Ваня».

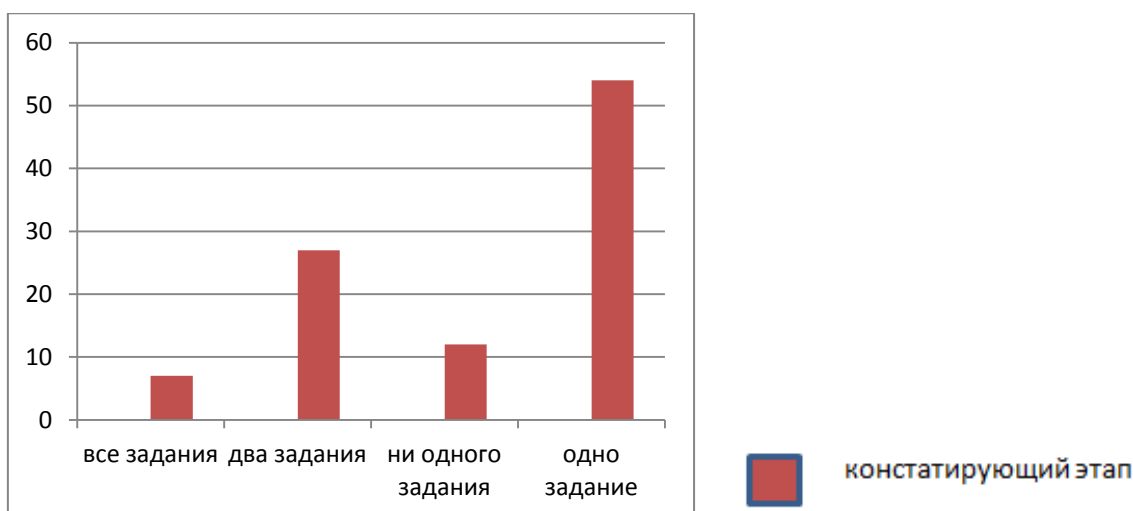
3) В качестве простой задачи выбирали задачу номер 3, которая является обратной. Это свидетельствует о том, что у детей не сформированы понятия обратной задачи, задачи в косвенной форме, задачи, которая является частью более сложной составной задачи.

4) Ошибки в выполнении арифметических операций.

Таким образом, анализ работы показал, что со всеми заданиями успешно справились только 5 % учеников из всего класса. Основная масса учеников уже при выполнении первого задания допускали ошибки. Все ученики пытались выполнить задания, но многие допускали по одной – две ошибки, а 8% допустили ошибки во всех трех заданиях.

На основании результатов проведенного среза можно сделать вывод, что у учащихся данного класса уровень сформированности эвристик при решении текстовых задач, а также сопутствующих приемов анализа текста условия, переформулировки условия, выбора простейших вспомогательных задач, достаточно низок. Кроме того, не у всех детей сформировано правильное представление о понятии обратной задачи и задачи в косвенной форме.

Результаты проведенного исследования отображены на гистограмме 1.



Гистограмма 1. Уровень сформированности эвристик у младших школьников на констатирующем этапе эксперимента

2. Формирующий эксперимент

В течение трех недель практики мы включали в учебный процесс при работе над текстовыми задачами задания на формирование эвристик у младших школьников, которые мы представили в пункте 2.2. Приведем примеры фрагментов проведенных нами уроков.

Авторы учебника: «Математика, 3 класс» Моро М.И. и др. УМК «Школа России»

Фрагмент урока №1.

Тема: «Решение задач».

Обучающие цели урока:

- формировать умение решать текстовые задачи;
- формировать умение анализировать условие задачи;
- познакомить с задачами в прямой и косвенной форме.

Развивающие цели урока:

- совершенствовать приемы логического мышления: анализа, сравнения и обобщения;
- развивать математические способности,
- развивать математическую речь.

Воспитательные цели урока:

- воспитание аккуратности ведения записей в тетради,
- воспитание самостоятельности.

Ход урока

I. *Организационный момент.*

-Ребята, вы любите зоопарк?

-Сегодня все вы приглашены в зоопарк. Добро пожаловать, дорогие гости!

II. *Актуализация опорных знаний. Постановка проблемы. Открытие нового.*

-Чтобы пройти, вам нужны билеты, а для этого подойдем к кассе зоопарка.

- Кассир предлагает вам решить следующую задачу и ответить на вопрос, какова же цена билета в зоопарк.

Задача 1. Цена детского билета 60 рублей, что составляет половину стоимости взрослого билета. Сколько надо заплатить за покупку 10 детских и одного взрослого билетов?

-О чем говорится в задаче?

-Цена какого билета нам известна?

- А что мы знаем о цене взрослого билета?

-Как вы понимаете фразу «что составляет половину стоимости взрослого билета»?

-Как по-другому сформулировать это условие?

-Решите задачу.

1) $60 \cdot 2 = 120$ (руб.) – цена взрослого билета,

2) $60 \cdot 10 = 600$ (руб.) – заплатили за детские билеты,

3) $600 + 120 = 720$ (руб.) – заплатили за все билеты.

-Чем условие данной задачи отличается от задач, которые мы решали раньше. Кто заметил ее особенность?

Правильно. Обратите внимание, в задаче вся информация дана только о цене детского билета.

- Как вы думаете, какую мы сегодня поставим перед собой проблему?

III. *Изучение нового материала.*

- Сегодня мы познакомимся с необычным способом формулировки задач. Такую формулировку мы будем называть косвенной формой. Мы будем учиться переводить такие задачи на знакомый нам язык - в прямую форму.

-Итак, начнем нашу экскурсию по зоопарку. Первая клетка, которая нам встретилась на пути – это пони.

- Что это за звери? (*маленькие лошадки*)

- Кроме зоопарка, где еще можно встретить пони? (*в парке им. В.Г. Белинского, в цирке*).

-На клетке с пони для вас подготовлено такое задание.

Задание 1. Сравните условия следующих задач. Какие из них отражают одну и ту же реальную ситуацию? Ответ поясните.

Задача 1. В зоопарке живут 9 пони, а оленей в 3 раза больше. Сколько пони и оленей живут в зоопарке?

Задача 2. В зоопарке живут 9 пони. Это в 3 раза меньше, чем оленей. Сколько пони и оленей живут в зоопарке?

Задача 3. В зоопарке живут 9 пони, а оленей в 3 раза меньше. Сколько пони и оленей живут в зоопарке?

Решите данные задачи.

Решение (задача 1 и 2)

1) $9 \cdot 3 = 27$

2) $27 + 9 = 36$

Решение (задача 3)

1) $9 \div 3 = 3$

2) $9 + 3 = 12$

IV *Работа с задачами.*

-Мы с вами подошли к клетке с хищниками.

Задание 2. Соедините задачу в косвенной форме с соответствующей ей задачей в прямой форме. Реши каждую пару задач.

<p>Задача 1</p> <p>У Маши есть белые и красные розы. Белых роз – 8. Красных – в два раза больше, чем белых. Сколько всего роз у Маши?</p>	<p>Задача 2</p> <p>У Маши есть белые и красные розы. Белых роз – 8. Это в два раза больше, чем красных. Сколько всего роз у Маши?</p>
<p>Задача 3.</p> <p>Альбом стоит 54 руб. Это в 3 раз больше, чем стоит дневник. Сколько будет стоить 3 альбома и один дневник?</p>	<p>Задача 4.</p> <p>У Маши есть белые и красные розы. Белых роз – 8. Это в два раза меньше, чем красных. Сколько всего роз у Маши?</p>
<p>Задача 5.</p> <p>У Маши есть белые и красные розы. Белых роз – 8. Красных – в два раза меньше, чем белых. Сколько всего роз у Маши?</p>	<p>Задача 6.</p> <p>Альбом стоит 54 руб. А дневник в 3 раза меньше. Сколько будет стоить 3 альбома и дневник?</p>

V Домашнее задание.

Задание 3. Решите задачи. Они похожи только на первый взгляд.

1. Лев съедает 8 кг мяса в день, что на 5 кг больше, чем волк. На сколько дней хватит 55 кг мяса для этих хищников?
2. Лев съедает 8 кг мяса в день, что на 3 кг больше, чем волк и гиена вместе. Гиена съедает 2 кг мяса в день. На сколько дней волку хватит 15 кг мяса?

VI Рефлексия. Подведение итогов урока.

-Что нового мы узнали на уроке?

-Чему мы научились?

-Над чем нам надо еще поработать?

-Хочется знать, какое впечатление произвел на вас урок.

-Нарисуйте в тетради цветными карандашами солнышко, тучку или облачко. Рисунок отражает ваше настроение.

Фрагмент урока № 2.

Тема: «Решение составных задач. Выделение вспомогательных простых задач».

Обучающие цели урока: знакомство детей с новым математическим понятием «вспомогательные задачи», установление связи между простой и вспомогательной простой задачей.

Развивающие цели урока: продолжать развитие умений анализировать, сравнивать, моделировать условие задач;

Воспитательные цели урока: воспитывать коллективизм и умение работать в группе.

Ход урока

I. Организационный момент.

Громко прозвенел звонок -

Начинается урок.

А чтобы урок был впрок,

Включайся в работу, дружок!

– С каким настроением вы пришли на урок – покажите при помощи сигналов - смайликов.

II. Актуализация опорных знаний.

– Что вы знаете о задаче? Назовите основные части, которые мы выделяем в условии задачи.

Задача 1. Коле 5 лет. Сколько лет его маме, если она старше сына в 5 раз?

Задача 2. На дом было задано три задачи и столько же примеров. Сколько всего заданий было в домашней работе?

- Прочитайте следующие задачи. Сравните их. В чем их отличие?

- Решите устно.

III. Постановка темы урока.

– Посмотрите, сегодня к нам на урок пришел *Незнайка*.

– Как вы думаете, зачем он к нам пришёл? Что-то он не весёлый. Что же с ним приключилось?

– Оказывается, Незнайка так спешил к нам, что упал и рассыпал все карточки с буквами. Поможем ему расшифровать слово? Поставьте буквы в порядке возрастания их высоты и узнаете слово.

- Какое слово получилось? (Задачи).

– Итак, что сегодня будем делать на уроке? (Решать задачи).

– И не только. Еще мы узнаем, что такое вспомогательные задачи и зачем они нам нужны.

– Попробуйте сформулировать проблему, которую необходимо разрешить на уроке?

IV. Новый материал.

-Посмотрите на следующие задачи.

Задача 1. Для ремонта школы привезли на 4 машинах по 10 бревен. Сколько всего бревен привезли?

Задача 2. В первый день для ремонта школы привезли 28 бревен, а во второй день столько же. Сколько всего бревен привезли за эти 2 дня?

Задача 3. В первый день для ремонта школы привезли 28 бревен, а во второй день столько же. В третий день привезли на 4 машинах по 10 бревен. Сколько всего бревен привезли за эти 3 дня?»,

– Внимательно посмотрите на условия этих трех задач. Что вы о них можете сказать? (Они немного похожи.)

– Что одинаково? (Числовые данные и сюжет.)

- Чем отличаются? (Первая и вторая задачи – это кусочек третьей задачи. Отличаются вопросами)

- Как решается первая задача? (Умножением 4×10)

- Как решается вторая задача? (сложением $28+28$)

-Как мы называем задачи подобные первой и второй? Почему? (они простые, т.к. решаются в одно действие)

- Вы правы, но их можно еще назвать **вспомогательными задачами**, потому что они нам подсказывают ход решения составной задачи.

- А как можно назвать третью задачу? (Возможные ответы: сложной, составной, в несколько действий)

– В какой форме удобно записать условие составной задачи? (в форме краткой записи).

- Составим краткую запись этой составной задачи.

1 день -28 б	}	? б
2 день – 28 б		
3 день – 4 раза по 10 б		

- Такая модель не очень наглядна и не отражает жизненной ситуации, что может привести к ошибкам в решении задачи. Попробуем смоделировать ее условие в виде схемы или чертежа:

Схема задачи.

1 день – 28 б	}	? б
2 день – 28 б		
3 день - 10б 10б 10б 10б		

Чертеж.

	28бр.	—	}	? бр.	
1 день	_____				
	28бр.	—			
2 день	_____				
	10	10	10	10	}
3 день	_____	_____	_____	_____	

Оформим решение задачи на доске:

- 1) $28 + 28 = 56$ (бр.) – в первый и второй день
- 2) $10 \times 4 = 40$ (бр.) – в третий день
- 3) $56 + 40 = 96$ (бр.) – всего

или

$$28 \times 2 + 10 * 4 = 56 + 40 = 96 \text{ (бр.)}$$

Ответ: 96 бревен.

– Кто может объяснить Незнайке, как он сам понял, что такое вспомогательная задача? (Задачи, которая является частью составной и ее решение – одно из действий в решении составной задачи).

– Какую цель ставили? (узнать, что такое вспомогательные задачи)

– Какой получили результат? (мы выяснили, что это такое за задачи и зачем они).

Фрагмент урока № 3.

Тема: «Решение прямых и обратных задач».

Обучающие цели урока: знакомство детей с новым математическим понятием «обратные задачи», установление связи между прямой и обратной задачей;

Развивающие цели урока: продолжать развитие умений анализировать, сравнивать, моделировать;

Воспитательные цели урока: воспитывать коллективизм и умение работать в группе.

Ход урока

I. Организационный момент.

Громко прозвенел звонок -

Начинается урок.

А чтобы урок был впрок,

Включайся в работу, дружок!

– С каким настроением вы пришли на урок – покажите при помощи сигналов на «Светофорчике».

II. Актуализация опорных знаний.

– Что вы знаете о задаче? Назовите основные части, которые мы выделяем в условии задачи.

Задача 1. Диме 10 лет. Сколько лет его папе, если он старше сына в 4 раза?

Задача 2. На дом было задано четыре задачи и столько же примеров. Сколько всего заданий было в домашней работе?

- Прочитайте следующие задачи. Сравните их. В чем их отличие?

- Решите устно.

III. Постановка темы урока.

– Посмотрите, сегодня к нам на урок снова пришел Незнайка.

– Как вы думаете, зачем он к нам пришёл? Что-то он не весёлый. Что же с ним приключилось?

– Оказывается, Незнайка так спешил к нам, что упал и рассыпал все карточки с буквами. Поможем ему расшифровать слово? Поставьте буквы в порядке убывания их высоты и узнаете слово.

- Какое слово получилось? (Обратные).

– Итак, что сегодня будем делать на уроке? (Решать обратные задачи).

– А как вы думаете, какие задачи называют обратными?

– Попробуйте сформулировать проблему, которую необходимо разрешить на уроке?

IV. Новый материал.

– Прочитайте тексты. Это одна и та же задача? В чём сходство? О чем говорится в задаче? В чём отличие?

1. На новогодней елке висят 5 шишек и 6 шариков. Сколько всего игрушек на елке?

2. На новогодней елке 11 игрушек – это шишки и шары. Из них 5 шишек. Сколько на елке шаров?

3. На новогодней елке 11 игрушек – это шишки и шары. Из них 6 шаров. Сколько на елке шишек?

- Прочитайте первую задачу. О чем говорится в задаче?
- Прочитайте вторую задачу. Одинаков ли у них сюжет?
- Чем задача похожа на предыдущую и чем отличается от неё? (В обеих задачах речь идёт об игрушках – шишках и шарах, и в той, и другой задаче 5 шишек. В первой задаче известно, что на елке еще и 6 шаров и нужно узнать, сколько всего игрушек на елке. Во второй задаче известно общее количество игрушек и нужно узнать, сколько из них шаров.)
- Прочитайте третью задачу. Как изменилось ее условие? (Известно, что всего 11 игрушек, а шаров 6. Не знаем, сколько шишек.)

– Запишите кратко условие задач.

- Посмотрите на доску. На ней три схемы. Но они перепутаны. Сравните их со своими схемами и установите, к какой задаче каждая схема.

$$\left. \begin{array}{l} \text{Д.} - 5 \text{ л.} \\ \text{К.} - ? \text{ л.} \end{array} \right\} 11 \text{ л.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Д.} - 5 \text{ л.} \\ \text{К.} - 6 \text{ л.} \end{array} \right\} ? \text{ л.}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{Д.} - ? \text{ л.} \\ \text{К.} - 6 \text{ л.} \end{array} \right\} 11 \text{ л.}$$

-Решите эти задачи.

– Внимательно посмотрите на условия этих трех задач. Что вы о них можете сказать? (Они похожи.)

– Что одинаково? (Числовые данные и сюжет.)

- Чем отличаются? (Вопросом)

– Внимательно посмотрите на решения задач. Что одинаково? (Числовые данные).

- Чем отличаются? (Действиями, которыми решаются)

– Как назовем вторую и третью задачи? (Обратные к первой.)

– Конечно, это обратные задачи.

– В какой форме мы записали задачи? (в форме краткой записи).

– Кто может объяснить Незнайке, как он сам понял, что такое обратная задача? (Задачи, в которых известное и неизвестное меняются местами, называются обратными первой).

– Какую цель ставили? (узнать, что такое обратные задачи)

– Какой получили результат? (мы выяснили, что такое обратная задача и решили их).

V. Решение задач.

Задача. Из двух городов, находящихся на расстоянии 160 км, навстречу друг другу одновременно выехали два всадника. Их встреча произошла через 10 часов. Двигались они с одинаковой скоростью. Какая была скорость каждого всадника?

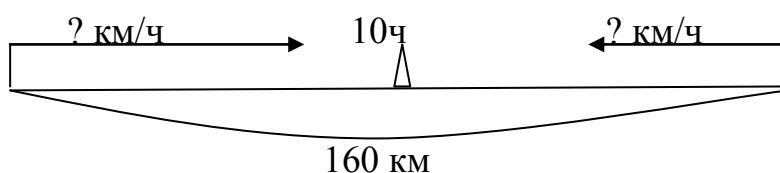
– Еще раз внимательно вчитайтесь в задачу. О каких величинах идет в ней речь?

– Как двигались всадники?

– Что известно?

– Что надо узнать?

Постройте схему к задаче.



- Что известно о скорости каждого всадника? (Одинаковые скорости)

- Что это значит? Что еще у них одинаково? (время, а значит, одинаковы и пути, который проехал каждый из них)

- Можно по данным задачи найти путь, проделанный каждым из всадников?

- Можно теперь найти скорость?

Решение:

1) $160 \div 2 = 80$ (км) – путь одного всадника

2) $80 \div 10 = 8$ (км/ч) – скорость каждого всадника

– Составьте обратные задачи к данной на нахождение времени и расстояния. Работайте в тетрадях. Составьте схемы к этим обратным задачам, а их формулировку обсудим устно.

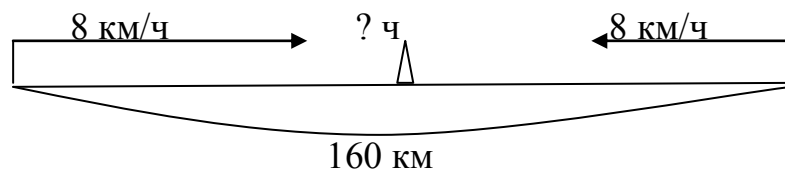
Дети выполняют задания. Один - два ученика рассказывают задачи и записывают на доске новые схемы.

Возможные варианты обратных задач:

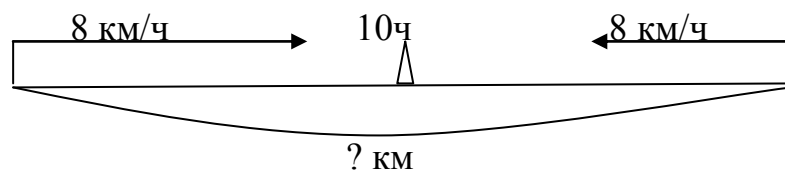
1. Из двух городов, находящихся на расстоянии 160 км, навстречу друг другу одновременно выехали два всадника. Двигались они с одинаковой скоростью, равной 8 км/ч. Через сколько часов произошла их встреча?

2. Из двух городов навстречу друг другу одновременно выехали два всадника. Их встреча произошла через 10 часов. Двигались они с одинаковой скоростью по 8 км/ч каждый. На каком расстоянии находятся эти два города?

-Постройте схему к первой задаче на доске.



-Постройте схему ко второй задаче.



IX. Рефлексия учебной деятельности

– Посмотрите, как смотрит на нас Незнайка. Он улыбается. Почему?
(Незнайке понравилось, как мы поработали на уроке исследователями).

– Что нового вы узнали на уроке? Чему научились?

– Какие задачи называются обратными?

– Кто испытывал трудности при работе?

– Какие? Что нужно сделать, чтобы их устранить?

– Оцените свою работу на уроке при помощи «Светофорчика».

– Молодцы! Спасибо за работу на уроке.

3.Контрольный эксперимент

По окончании формирующего эксперимента нами вновь был проведен контрольный срез на выявление уровня сформированности эвристик у младших школьников на примере работы над решением текстовой

арифметической задачей и выяснение эффективности предложенной нами методики.

В ходе контрольного эксперимента учащимся была предложена задача и следующие задания:

Задача. Дима и Ваня участвуют в велогонках на трассе в 80 км. Дима за час проезжает 20 км, а Ваня на 4 км меньше, чем Дима. Кто раньше и насколько раньше придет к финишу?

Задание 1. Среди следующих задач выдели задачу, условие которой полностью соответствует первоначальной задаче. Объясни, почему. Укажи, что поменялось в условии выбранной тобой задачи.

Задача 1. Дима и Ваня участвуют в велогонках на трассе в 80 км. Дима за час проезжает 20 км, это на 4 км меньше, чем Ваня. Кто раньше придет к финишу? Насколько раньше?

Задача 2. Дима и Ваня участвуют в велогонках на трассе в 80 км. Дима за час проезжает 20 км, а Ваня на 4 км больше, чем Дима. Кто раньше и насколько раньше придет к финишу?

Задача 3. Дима и Ваня участвуют в велогонках на трассе в 80 км. Дима едет со скоростью 20 км/ч, а Ваня со скоростью на 4 км/ч меньше, чем Дима. Кто раньше и насколько раньше придет к финишу?

Задание 2. Из следующих простых задач выбери те, которые являются частью первоначальной составной задачи.

Задача 1. Дима участвует в велогонках на трассе в 80 км. Скорость Димы 20 км/ч. Через сколько часов Дима придет к финишу?

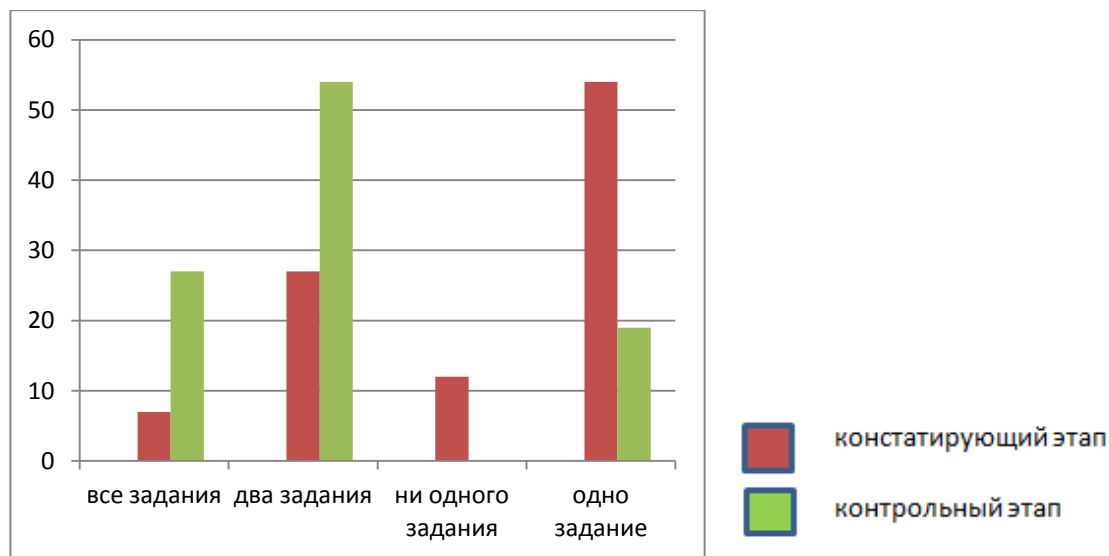
Задача 2. Дима и Ваня участвуют в велогонках. Дима за час проезжает 20 км, а Ваня на 4 км меньше, чем Дима. С какой скоростью едет Ваня?

Задача 3. Дима и Ваня участвуют в велогонках. Скорость Димы 20 км/ч а скорость Вани на 4 км/ч меньше, чем у Димы. Насколько скорость Димы больше скорости Вани?

Задание 3. Оформи условие и реши данную задачу.

Отметим, что с третьим заданием справилась основная масса учеников. Все задания успешно выполнили 7 человек – это 27 % учащихся класса. С двумя заданиями справились еще 14 человек, что составляет 54%. Тех, кто не справился ни с одним заданием, нет.

Результаты эксперимента и положительную динамику роста уровня сформированности эвристик у учащихся данного класса мы отразили на гистограмме 2.



Гистограмма 2. Динамика изменения уровня сформированности эвристик у младших школьников

Таким образом, можно сделать вывод, что выделенные нами эвристические приемы работы над текстовой задачей оправдали свою эффективность. Результаты работы показали, что систематическое и планомерное включение разработанных нами заданий в п. 2.2. способствует не только формированию эвристик, совершенствованию навыков решения задач, но и более глубокому анализу условия задачи, более глубокого пониманию взаимосвязей и зависимостей между величинами, более осознанному выбору арифметических действий в решении задачи, а также развитию логического мышления учащихся и их творческих способностей.

Заключение

Умение решать задачи является одним из основных показателей уровня математического развития, глубины усвоения учебного материала. Решение задач необходимо рассматривать не только как средство формирования математических знаний, но и как цель обучения и как средство развития общеучебного умения рассуждать.

Анализ психолого-педагогической и методической литературы позволил нам выделить целый ряд эвристических приемов, используемых на различных этапах работы с текстовой задачей. Но не все эвристические приемы могут быть применены в практике начальной школы. Поэтому в своей работе мы остановились на следующих эвристических приемах, которые, на наш взгляд, могут быть использованы в практике обучения решению текстовых задач в начальном курсе математики:

- деление задачи на подзадачи (выделение вспомогательных задач);
- перекодирование текста задачи в наиболее эффективную модель (прием моделирования);
- формулирование обратной задачи;
- переформулировка задачи (переформулировка условия или вопроса, замена терминов их определениями и наоборот);
- использование задач с нестандартными формулировками.

В практической части нашей работы мы подробно рассмотрели методические рекомендации по формированию эвристик при работе с текстовыми арифметическими задачами, а также описали ход и результаты проведенного эксперимента, где были реализованы основные идеи нашего исследования и проверена эффективность выделенных нами эвристических приемов обучения младших школьников решению текстовых задач.

Отметим, что систематическое использование выделенных нами эвристических приемов в процессе обучения младших школьников

решению задач может выступать в качестве средства формирования обобщенного умения решать арифметические задачи, а также способствовать развитию логического мышления и творческих способностей школьников.

Таким образом, цель наша была достигнута, поставленные задачи выполнены. Но в то же время, наша работа не исчерпывает содержание проблемы, так как обозначились новые вопросы, нуждающиеся в дальнейшем их исследовании. В частности, таких: какова роль эвристик в процессе обучения младших школьников решению логических задач или в проведении доказательств и доказательных рассуждений.

Список литературы

1. Аксенов А.А. Теория обучения поиску решения школьных математических задач: Монография. – Орел: ОГУ, 2007.- 27 с.
2. Аргинская И.И. Математика. 1-4 класс. В 2-х частях./ Аргинская И.И., Бененсон Е.П., Итина Л.С. - М.: Издательский дом «Федоров», 2012.
3. Балк М.Б., Балк Г.Д. Поиск решения: Научно-популярная литература. – М.: Детская литература, 1983. – 143 с.
4. Бантова М. А., Бельтюкова Г. В. Методика преподавания математики в начальных классах - М.: Просвещение, 1984.- 335 с.
5. Белошистая А. В. Методика преподавания математики в начальной школе / А.В. Белошистая. – М.: Владос, 2005. - 455 с.
6. Большой энциклопедический словарь./Прохоров А.М.- Санкт-Петербург: Норинт, 2004, - 1456 с.
7. Википедия: [сайт]. URL: <http://ru.wikipedia.org/wiki/>.
8. Декарт Р. Рассуждение о методе. — М., 1953.
9. Дункер К. Психология продуктивного (творческого) мышления. В кн.: Психология мышления. — М.: Просвещение, 1965.
10. Ильясов И. И. Система эвристических приемов решения задач. — М.: РГУ, 1992. — 140 с.
11. Истомина Н.Б. Методика обучения математике в начальных классах: Учеб. пособие для студ. сред. и высш. пед. учеб. заведений / Н.Б. Истомина – М.: Издательский центр "Академия", 2002. – 512с.
12. Истомина Н.Б. Математика. 1-4 классы. – М.: Ассоциация XXI век, 2012.
13. Казанцева В.Ю. Решение учебных задач как фактор развития эвристического мышления учащихся: Дис. ...канд пед. наук: 13.00.01 . Улан –Удэ, 2004.
14. Моро М.И., Пышкало А.М. Методика обучения математике в 1 – 3 классах Пособие для учителя. — 2-е изд., перераб. и доп. — М.: Просвещение, 1978. — 336 с.

15. Математика. Учебники для 1-4 начальной школы. В 2ч./ М.И. Моро и др. - М.: Просвещение, 2012.
16. Матюшкин А.М. Проблемные ситуации в мышлении и обучении. — М.: Просвещение, 1972.
17. Махмутов М.И. Проблемное обучение. — М.: Просвещение, 1975.
18. Пойа Д. Как решать задачу. — М.: Учпедгиз, 1959. — 206 с.
19. Пойа Д. Математическое открытие. Решение задач. Основные понятия, изучение и преподавание. — М.: КомКнига, 2010. — 450 с.
20. Саранцев Г.И. Методика обучения математике в средней школе: Учеб. пособие для студентов мат. спец. пед. вузов и ун-тов / Г.И. Саранцев. — М.: Просвещение, 2002. — 224 с.
21. Скворцова С.С. Урок на тему «Составные задачи» / Начальная школа. — 2013. — №8. — С.52–54.
22. Соколов В.Н. Педагогическая эвристика. Введение в теорию и методику эвристической деятельности: Учеб. пособие для студентов высших учебных заведений. — М.: Аспект Пресс, 1995.
23. Стойлова Л.П., Пышкало А.М. Основы начального курса математики. — М.: Просвещение, 1988. — 320 с.
24. Фридман Л.М. и др. Как научиться решать задачи: Беседы о решении мат. задач. Пособие для учащихся / Л.М. Фридман, Е.Н. Турецкий, В.Я. Стеценко; Под ред. Л.М. Фридмана. — М.: Просвещение, 1979. — 106 с.
25. Целищева И.И., Зайцева С.А. Развитие математического мышления учащихся посредством решения эвристических задач // Начальная школа плюс до и после. — 2007. - № 12. - С. 48-51.
26. Целищева И.И. Использование моделирования в процессе работы с текстовой задачей / Начальная школа. — 2013. — №1. — С.55– 62.
27. Царева С.Е. Методика преподавания математики в начальной школе: учеб. / С. Е. Царева. - М.: Академия, 2014. - 495 с.
28. Чванов В. Г. Переформулировка задачи / Математика в школе. — 2011. — №5. — С.23–27.

- 29.Шилова О.А. "Симпатичные" задачи / Начальная школа: приложение к газете "Первое сентября".– 2012. – №3. – С.18–19.
- 30.Эрдниев П.М., Эрдниев Б.П. Теория и методика обучения математике в начальной школе.- М.: Педагогика, 1988. – 208с.
- 31.Якиманская И.С. Психологические основы математического образования. – М.: Академия, 2004. - 215 с.