МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет педагогики, психологии и социальных наук	Кафедра «Теория и методика дошкольного и начального образования»
Направление подготовки	44.01.01 «Педагогическое образование»
Профиль подготовки	«Начальное образование»

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
на тему:

«Методика изучения площади в начальной школе»

Студент _____ Егоркина Елена Ивановна
подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель _____ Кулагина Т.В.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролер _____ Осипова Н.Н.
подпись, дата)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от _____ № ___)

Заведующий кафедрой _____ Мали Л.Д.
(подпись, дата)

Работа защищена с отметкой _____ (протокол заседания ГЭК от ____№ _)

Секретарь ГЭК _____ Кулагина Т.В.
(подпись, дата)

Пенза 2017

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

1. Понятие величины. Измерение величин. Виды величин 6

2. Площадь фигуры и ее измерение 11

3. Изучение понятия «площадь» в современных программах математики в начальных классах 15

4. Формирование понятия «площадь плоской фигуры» у младших школьников 19

5. Анализ наличия олимпиадных заданий по теме «Площадь» в учебниках математики для начальных классов 24

6. Практическая работа (апробация), направленная на формирование понятия «Площадь плоской фигуры» у младших школьников 31

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 44

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 46

ВВЕДЕНИЕ

На современном этапе изучение в курсе математики начальной школы величин и их измерений имеет большое значение в плане развития младших школьников. Это обусловлено тем, что через понятие величины описываются реальные свойства предметов и явлений, происходит познание окружающей действительности; знакомство с зависимостями между величинами помогает создать у детей целостные представления об окружающем мире; изучение процесса измерения величин способствует приобретению практических умений и навыков, необходимых человеку в его повседневной деятельности. Кроме того знания и умения, связанные с величинами и полученные в начальной школе, являются основой для дальнейшего изучения математики.

По различным программам в конце четвёртого класса дети должны:

- знать таблицы единиц измерения величин, принятые обозначения этих единиц и уметь применять эти знания в практике измерения и при решении задач;
- знать взаимосвязь между такими величинами, как длина, ширина, периметр, площадь; и др.;
- уметь применять эти знания к решению текстовых задач;
- уметь вычислять периметр и площадь прямоугольника (квадрата) [40].

Однако результат обучения показывает, что дети недостаточно усваивают материал, связанный с величинами: не различают величину и единицу величины, допускают ошибки при сравнении величин, выраженных в единицах двух наименований, плохо овладевают измерительными навыками.

Возможно, это связано, по нашему мнению, с недостаточным развитием познавательной самостоятельной деятельности школьников по данной теме, малым количеством заданий, направленных на изучение понятия площади.

Также изучение данной темы позволяет тесно связать преподавание математики с жизнью. Учащиеся приобретают практические умения и навыки измерения, необходимые в повседневной жизни. Учатся правильно пользоваться

измерительными инструментами – линейкой и рулеткой (устанавливать линейку, вести отсчет единиц измерения от нулевого деления линейки, а также от любого другого деления), палеткой.

Выше сказанное позволяет утверждать, что проблема исследования является актуальной. Однако, с нашей точки зрения, в имеющейся психолого-педагогической и методической литературе не так много материалов по теме «Методика изучения площади в начальной школе». Поэтому это определило выбор нами темы исследования.

Объект исследования – процесс изучения величин младшими школьниками на уроках математики.

Предмет исследования – процесс формирования понятия «Площадь» у младших школьников на уроках математики при изучении величин.

Целью данной работы является разработка и теоретическое обоснование системы заданий, нацеленных на формирование понятий «Площадь геометрической фигуры», «Единицы измерения площади», и соотнесение этой системы с материалом, изучаемым в начальной школе.

Задачи исследования:

1) Изучить психолого-педагогическую методическую литературу по проблеме исследования.

2) Изучить исходный уровень знаний и умений по теме «Площадь фигуры» у младших школьников на уроках математики.

3) Разработать содержание методических средств, направленных на формирование понятий «Площадь геометрической фигуры», «Единицы измерения площади» у младших школьников на уроках математики.

4) Апробировать рассмотренную методику изучения площади в начальных классах и проверить эффективность разработанных методических средств.

Экспериментальная база: Исследование проводилось в течение первой и второй четвертей 2016 года в 4 классе МБОУСОШ №3 г. Никольска.

Методы исследования: в исследовании был использован комплекс теоретических и эмпирических методов:

– теоретические: метод теоретического анализа психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, сравнительно-сопоставительный анализ, обобщение, методы систематизации и классификации;

– эмпирические: организационные, наблюдение; тестирование, опрос (беседа).

Данная выпускная квалификационная работа состоит из введения, шести параграфов, заключения, списка литературы.

1. ПОНЯТИЕ ВЕЛИЧИНЫ. ИЗМЕРЕНИЕ ВЕЛИЧИН. ВИДЫ ВЕЛИЧИН

Понятие величины является одним из основных не только математических понятий, но и в физике, химии и других науках.

Понятие величины является непосредственным обобщением более конкретных понятий длины, площади, объёма, массы и других [21]. Условия для введения той или иной величины созревают в процессе развития данной области знаний, создаются постепенной работой по уточнению и дифференциации понятий опытной науки. По мере накопления знаний об общих свойствах конкретных величин стали возможны некоторые обобщения и систематизация этих свойств на более высоком уровне.

Каждый конкретный род величины связан с определенным способом измерения физических тел или других объектов. Именно измерение величин позволяет перейти от описательного к количественному изучению свойств объектов, т. е. математизировать знания в различных областях.

В начальном курсе математики понятие величины является ведущим понятием наряду с понятием числа (да и само понятие числа в ходе своего развития рассматривалось как результат измерения величины). В Федеральном государственном образовательном стандарте для начальной школы понятие величины включается в пять разделов из шести обязательных для изучения.
Кроме того, два раздела непосредственно включают это понятие в своё название: «Числа и величины», Геометрические величины».

При определении понятия «величина» исходят из того, что каждый объект обладает рядом физических свойств, которые можно измерить и выразить числом. Величина характеризует свойство объекта [21, 35].

Итак, под величиной будем понимать измеренное свойство

объекта. Например,

– длина есть измеренное свойство пространственной протяжённости объекта;

– масса есть измеренное свойство инертности;

– обьём есть измеренное свойство объекта занимать место в пространстве;

– количество есть измеренное свойство мощности (численности) конечного множества [21].

Величины, выражающие одно и то же свойство объектов или явлений, называются однородными. Разнородные величины выражают различные свойства объектов.

Например, длина отрезка, высота горы, глубина моря, рост человека, расстояние между городами, длина окружности считаются однородными величинами (они выражают одно и то же свойство: свойство протяженности).

Например, масса и площадь – разнородные величины.

Процесс измерения различных величин имеет как сходства, так и различия.

Измерение различных величин в техническом отношении имеет совершенно различный характер, но в основе любого измерения лежит один и тот же принцип: сравнение данной величины ***a*** с известной величиной того же рода, принятой за единицу измерения. Её принято называть единицей измерения и обозначать ***e***. Такое сравнение имеет место только при прямых измерениях и не согласуется с косвенными измерениями [21, 35].

Существует более общее определение измерения: «Измерение – нахождение значения величины опытным путем с помощью специальных технических средств».

В этом случае любая величина ***a*** может быть однозначно представлена в виде: ***a*** = ***ae***, где ***a*** любое действительное число.

ae называют *значением величины* при измерении.

a называют *числовым значением (мерой*) величины при единице измерения ***e.***

Например, 8 кг, 3 $м^3$, 7 дм, 5 $мм^2$ – это значения различных величин (массы, объема, длины, площади), а числовые значения этих величин соответственно равны 8, 3, 7, 5.

8 кг, 3 $м^3$, 7 дм, 5 $мм^2$ иначе называют *именованными* числами.

Величины, которые характеризуются только числовым значением, называются скалярными. Например, площадь, время, длина, масса и др.

Измерение скалярных величин вводятся на основе аксиоматического подхода.

Пусть G – множество объектов произвольной природы, обладающих одним и тем же измеряемым свойством, величиной.

G = {a, b, c... }.

На множестве G определена операция сложения: для любых элементов ***a*** и **b** из множества G элемент (***a*** + ***b***) принадлежит этому же множеству. Для измерения величин надо выбрать единицу измерения или мерку ***e***. Числовое значение (мера) e равно единице, что символически можно записать так: ***m(e)*** = 1 [21, 35].

Установим отображение между множеством G и множеством действительных чисел R.

Говорят, что на множестве G определена *операция измерения*, если каждому элементу $a \in G$ поставлено в соответствие действительное число ***m(a)*** из множества R так, что выполняются условия (аксиомы измерения величин):

1. Во множестве G существует элемент ***e***, мера которого равна единице:

$(\exists\ e \in G)\ m(e)=1$.

2. Равным элементам множества G соответствуют равные числовые значения величин при одной и той же единице измерения:

$(\forall\ a, b \in G)\ (a = b \Rightarrow m_e(a) = m_e(b))$.

3. Если элемент ***a*** множества G равен сумме нескольких элементов, то числовое значение величины, соответствующей данному элементу, равно сумме значений слагаемых величин:

$(\forall\ a \in G)\ (a = a_1 + a_2 + \ldots + a_n \Rightarrow m_e(a) = m_e(a_1) + m_e(a_2) + \ldots + m_e(a_n))$.

4. При замене единицы измерения величины числовое значение величины увеличивается (уменьшается) во столько раз, во сколько новая единица меньше (больше) старой [21, 35].

Первое условие – это условие *существования единицы измерения.* Оно говорит, что во множестве G всегда можно выбрать единицу измерения, так как только в этом случае измерение возможно.

Второе условие инвариантности и обозначает то, что любые равные объекты множества G имеют равные значения величины. Обратное не всегда верно.

Третье условие означает аддитивность величины. Величины называются аддитивными, если значение величины, соответствующей целому объекту, равно сумме значений величин, соответствующих его частям при любом разбиении объекта на части. Примерами аддитивных величин являются длина, площадь, объём, масса, количество, время, производительность и др. Примером неаддитивной величины является температура.

Четвёртое условие конкретизирует изменение числового значения величины при изменении единицы измерения [21, 35].

В результате измерения скалярной величины получается действительное число, как неотрицательное, так и отрицательное число, например, температура.

При измерении величин следует чётко различать математический объект (предмет, явление, процесс), свойство объекта, величину, характеризующую свойство этого объекта, единицу измерения величины, значение и числовое значение величины. Рассмотренные понятия надо уметь вычленять в различных текстах. Например, S прямоугольника = 5 $м^2$

Математический объект – прямоугольник. Он обладает измеряемым свойством «занимать место на плоскости». Это свойство «занимать место на плоскости» характеризуется величиной – площадь. Единицей измерения площади является 1 квадратный метр. Значение длины равно 5 $м^2$. Числовое значение величины при данной единице измерения равно пяти.

Следует отметить, при изучении величин часто возникает путаница с понятиями и терминами. Так, свойство объекта и величина, характеризующая это свойство, часто называются одним и тем же термином. Например, длиной называют и пространственную протяженность объекта, и измеренное это свойство; площадью называют и способность объекта занимать часть места на плоскости, и само измеренное это свойство [21].

В обыденной речи часто отождествляются такие понятия «величина», «значение величины» и «числовое значение величины». Например, когда говорят,

что одна геометрическая фигура больше другой, фактически имеют в виду следующее: числовое значение площади одной фигуры больше числового значения площади другой геометрической фигуры.

Заметим также, что в начальной школе, говоря об измерении величин, ограничиваются лишь сравнением её с единицей измерения – меркой.

Непрерывной величиной называется величина, которая может принимать все значения из некоторого конечного или бесконечного промежутка. Количество таких значений бесконечно и несчётно.

Дискретной величиной называется величина, которая принимает конечное или бесконечное счётное множество значений [21, 35].

Например, длина, площадь, объём, масса являются непрерывными величинами, а количество и производительность являются дискретными величинами.

Возможность измерения позволяет свести сравнение величин к сравнению соответствующих им числовым значениям, а операции над величинами – к соответствующим операциям над числами. Например, 29 $м^2$ > 19 $м^2$, т.к. 29 > 19; 7,5 $мм^2$ + 3 $мм^2$ = (7, 5 + 3) $мм^2$ = 10, 5 $мм^2$; 29 $м^2$ – 5 $м^2$ = (29 – 5) $м^2$ = 24 $м^2$; 53,25$м^2$ • 5 = (53,20 • 5) $м^2$ = 266,25 $м^2$; 35 $дм^2$: 5 $дм^2$ = (35 : 5) = 7; 5 км • 4 км = (5 • 4) $км^2$.

Для упрощения изучения величин в начальной школе традиционно выделяют геометрические, физические величины и т. д.

Геометрические величины – это величины, характеризующие форму и размеры геометрических фигур.

Согласно ФГОС начального математического образования, в начальной школе рассматриваются следующие геометрические величины: длина, площадь, объём и величина угла. Рассмотрим подробнее геометрическую величину – площадь.

2. ПЛОЩАДЬ ФИГУРЫ И ЕЕ ИЗМЕРЕНИЕ

Площадь есть измеренное свойство геометрической фигуры занимать место на плоскости [21, 35].

Геометрические фигуры устроены по-разному, и поэтому, когда говорят о площади, выделяют определенный класс плоских фигур. Например, рассматривают площадь многоугольника, площадь произвольной плоской фигуры, площадь поверхности многогранника и др.

Мы будем говорить только о площади плоского многоугольника и произвольной плоской фигуры. Уточним сначала понятие «состоять из»: фигура F состоит (составлена) из фигур F_1 и F_2, если она является их объединением, и у них нет общих внутренних точек. В этой же ситуации можно говорить, что фигура F разбита на фигуры F_1 и F_2.

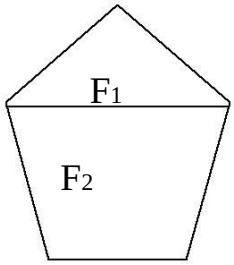


Рис. 1

Если фигура F состоит из фигур F_1 и F_2, то пишут: $F = F_1 + F_2$.

Чтобы измерить площадь фигуры, нужно иметь единицу измерения площади. Как правило, такой единицей является площадь квадрата F_0 со стороной, равной единичному отрезку [21].

Условимся значение площади единичного квадрата F_0 обозначать буквой ***e***, а число, которое получается в результате измерения площади фигуры, $\boldsymbol{m_e(F)}$. Это число называют числовым значением площади фигуры F при выбранной единице площади ***e***. Традиционно значение площади обозначают латинской буквой S:

$S = \boldsymbol{a \bullet e}$.

Пусть G - множество плоских геометрических фигур F. Установим отображение между множеством G и множеством действительных неотрицательных чисел R^0_+. Говорят, что на множестве G определена операция измерения площади, если каждой фигуре F из множества G поставлено в

соответствие неотрицательное действительное число $m_e(F)$ так, что выполняются аксиомы:

1. Числовое значение площади единичного квадрата принимается равным единице, т. е. $m(e)=1$.

2. Если фигуры равны, то равны числовые значения площадей этих фигур.

3. Если фигура F состоит из фигур F_1 и F_2, то числовое значение площади фигуры F равно сумме числовых значений площадей фигур F_1 и F_2.

4. При замене единицы измерения площади числовое значение площади данной фигуры F увеличивается (уменьшается) во столько же раз, во сколько новая единица меньше (больше) старой [21].

Площадь является производной величиной.

Основной единицей измерения площади является 1 $м^2$. Существуют также кратные и дольные единицы измерения площади: квадратный метр – 1 $м^2$; квадратный дециметр – 1 $дм^2$; квадратный сантиметр – 1 $см^2$; квадратный миллиметр – 1 $мм^2$; квадратный километр – 1 $км^2$.

Таблица 1. Перевод единиц площади

1кв. миллиметр	($мм^2$)	1 $мм^2$	0,01 $см^2$	10^{-4} $дм^2$	10^{-6} $м^2$		
1кв. сантиметр	($см^2$)	100 $мм^2$	1 $см^2$	0,01 $дм^2$	10^{-4} $м^2$		
1кв. дециметр	($дм^2$)	10^4 $мм^2$	100 $см^2$	1 $дм^2$	0,01 $м^2$		
1кв. метр	($м^2$)	10^6 $мм^2$	10^4 $см^2$	100 $дм^2$	1 $м^2$		
1ар	(а)	10^8 $мм^2$	10^6 $см^2$	10^4 $дм^2$	100 $м^2$		
1гектар	(га)	10^{10} $мм^2$	10^8 $см^2$	10^6 $дм^2$	10^4 $м^2$	100 аров	
1кв. километр	($км^2$)	10^{12} $мм^2$	10^{10} $см^2$	10^8 $дм^2$	10^6 $м^2$	10^4 аров	100 га

Если F - произвольная плоская геометрическая фигура, то её площадь находят, разбивая на фигуры, для которых известны правила вычисления площади.

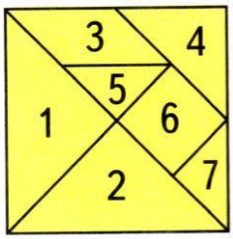
Фигуры, площади которых равны, называются *равновеликими*.

Кроме равенства и равновеликости фигур, в геометрии рассматривают отношение равносоставленности. Фигуры F_1 и F_2 называются *равносоставленными*, если их можно разбить соответственно на одно и то же число равных многоугольников [21].

Равносоставленные фигуры равновелики. Венгерским математиком Я. Бойяи и немецким любителем математики П. Гервином была доказана теорема: *любые два равновеликих многоугольника равносоставлены*. То есть, если два многоугольника имеют равные площади, то их всегда *можно* представить состоящими из попарно равных частей.

Эта теорема является теоретической базой для решения задач на перекраивание: одну фигуру можно разрезать на части и сложить другую. В начальной школе используется танграм (древняя китайская головоломка).

Рис.2 Танграм



В данном случае разрезаемой фигурой является квадрат. Его разрезают па пять треугольников (два больших, один средний и два маленьких), квадрат, равный по размерам двум маленьким треугольникам, и параллелограмм, по площади равный квадрату. Из этих геометрических фигур можно составить несколько сотен силуэтов людей, животных, предметов домашнего обихода, игрушек, цифр, букв и т.д.

Наиболее распространённым инструментом измерения площади является палетка. *Палетка* — это прозрачная пластина, па которой нанесена сеть квадратов. Сторона квадрата палетки принимается за единицу [21, 35].

При измерении площади фигуры с помощью палетки поступают следующим образом:

1) накладывают палетку на данную фигуру F;

2) простым подсчётом квадратов находят площади S(P) и S(Q), где многоугольная фигура P есть фигура, состоящая из квадратов, которые целиком лежат внутри фигуры F, а многоугольная фигура Q состоит из квадратов, имеющих с фигурой F общие точки и целиком лежащие внутри фигуры F;

3) За приближенное значение площади фигуры F принимается среднее арифметическое найденных площадей:

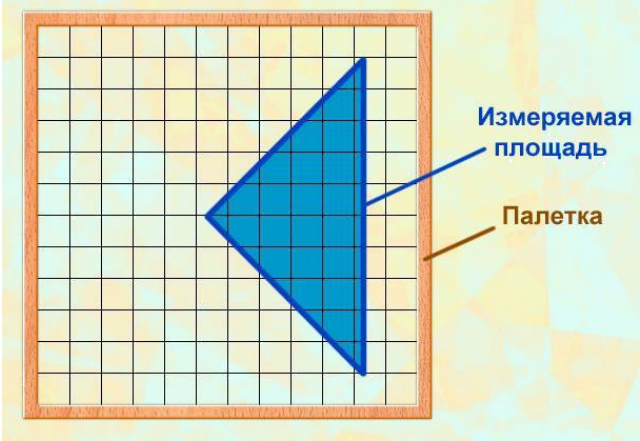


Рис. 3

Использование этой формулы в практическом приложении выглядит так:

1) считают число квадратов, полностью укладываемых в данном многоугольнике (*a*);

2) считают число квадратов, квадратов, частично находящихся в данной фигуре (*b*),

3) находят значение полусуммы: $(a + b):2$

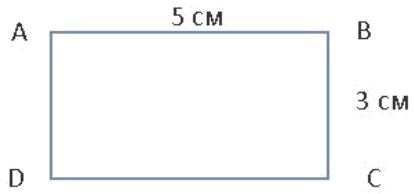
При измерении палеткой получают приближённое значение площади, но при этом она позволяет измерить площадь фигуры F с определенной точностью. Чтобы получить более точный результат, нужно взять палетку с более мелкими квадратами. Чем меньше длина стороны квадрата, тем точнее можно измерить площадь фигуры.

Но можно поступить иначе: наложить одну и ту же палетку на фигуру по - разному и найти несколько приближенных значений площади фигуры F. Их среднее арифметическое может быть лучшим приближением к числовому значению площади фигуры F.

Такой способ измерения площади называется прямым.

Если известны длины сторон конкретных фигур, то значения соответствующих площадей можно найти по определённым формулам – это косвенное измерение площади.

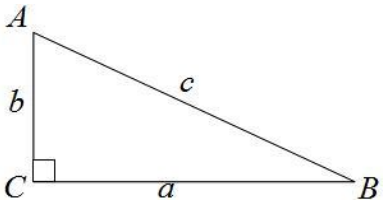
1. Числовое значение площади прямоугольника равно значению произведения числовых значений длин соседних его сторон.



$S = 5 \cdot 3$ (см^2)

Рис. 4

2. Площадь прямоугольного треугольника равна половине произведения его катетов.



$S = (a \cdot b) : 2$

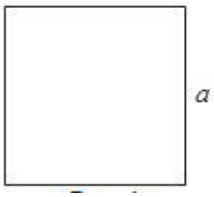


Рис. 5

Рис. 6

3. Площадь квадрата равна квадрату его стороны.

$$S = a^2$$

Согласно ФГОСу, учащимися начальных классов предполагается изучение площади квадрата, прямоугольника, а также различных фигур, которые разбиваются на фигуры прямоугольной формы, используя при вычислении значения площади свойство аддитивности площади.

3. ИЗУЧЕНИЕ ПОНЯТИЯ «ПЛОЩАДЬ» В СОВРЕМЕННЫХ ПРОГРАММАХ МАТЕМАТИКИ В НАЧАЛЬНЫХ КЛАССАХ

Изучение в курсе математики начальной школы величин и их измерений имеет большое значение в плане развития младших школьников. Это обусловлено тем, что через понятие величины описываются реальные свойства предметов и явлений, происходит познание окружающей действительности; знакомство с зависимостями между величинами помогает создать у детей целостные представления об окружающем мире; изучение процесса измерения величин способствует приобретению практических умений и навыков, необходимых человеку в его повседневной деятельности. Кроме того знания и умения, связанные с величинами и полученные в начальной школе, являются основой для дальнейшего изучения математики.

Как уже отмечалось выше, согласно ФГОС начального математического образования, в начальной школе рассматриваются следующие геометрические величины: длина, площадь, объём и величина угла.

Проанализировав учебники математики УМК «Школа России» (авторы – М.И. Моро, М.А. Бантова, Г.В. Бельтюкова, С.И. Волкова, С.В. Степанова), «Гармония» (автор – Н.Б. Истомина), «Перспективная начальная школа» (автор – А.Л. Чекин), «Перспектива» (авторы – Г.В. Дорофеев, Т.Н. Миракова, Т.Б. Бука), мы пришли к выводу, что с понятием «площадь» учащиеся начальной школы знакомятся в третьем классе, но пропедевтические задания дети выполняют с первого класса. В следующей таблице представлена последовательность изучения темы «Площадь» в различных учебниках математики.

Таблица 2. Последовательность изучения темы «Площадь фигур» в различных учебниках математики для начальных классов

Тема	УМК«Перспектива»	УМК «ШколаРоссии»	УМК «Гармония»	УМК«Перспективная начальная школа»
1. Площади фигур. Способы сравнения фигур по площади	3кл.(2 ч.), с. 17	3кл.(1 ч.), с. 56	3кл.(1 ч.), с. 82, 100	3кл., с.150, 154
2. Единицы площади	3кл.(2 ч.), с.69	3кл.(1 ч.), с. 58, 66, 70; 4кл. (1ч.) с. 39	3кл.(1 ч.), с. 346, 350	3кл., с. 152, 159, 160, 167, 170
3. Площадь прямоугольника	3кл.(2 ч.), с.74	3кл.(1 ч.), с. 60	3кл.(2 ч.), с. 7	3кл., с.173
4. Единицы площади – ар и гектар	4кл.(2 ч.), с.91			
5. Таблица единиц площади. Действия с величинами	4кл.(2 ч.), с.93	4кл. (1ч.), с. 44	На протяжении 4 класса	На протяжении 4 класса
6. Измерение площади фигуры с помощью палетки		4кл. (1ч.), с. 43	3кл.(2ч.), с. 7	3кл., с.154

Мы подробно рассмотрели учебники третьего и четвертого классов указанных УМК, изучив виды заданий, которые направлены на формирование понятия «площадь», мы выделили их и представили в таблице.

Таблица 3. Задания по формированию понятия «площадь» в различных УМК.

Виды заданий	УМК«Перспектива»	УМК «ШколаРоссии»	УМК «Гармония»	УМК«Перспективаначальнаяшкола»
1. Разбиение фигуры на части.	21	11	4	38
2. Определение и сравнение количества квадратов, на которые разделена фигура.	11	2	7	8
3. На рисунке изображены фигуры, которые при наложении не совпадут. Докажи, что их площади равны.	14	4	6	1
4. Сравни площади нарисованных фигур.	7	9	3	6
5.Найди площадь изображённой фигуры.	14	13	4	3
6. Начерти прямоугольник (квадрат) по данным сторонам, разбей на квадратные сантиметры и найди его площадь.	8	2	5	14
7. Найди площадь прямоугольника (квадрата) по данным сторонам.	11	5	9	11
8. Дана площадь прямоугольника (квадрата), определение какими могут быть длины сторон.	2	2	4	4
9. Начерти прямоугольник (квадрат) и найди его периметр и площадь.	10	19	2	12
10. Начерти и вырежи геометрическую фигуру и найди периметр и площадь её.	1	6	–	–
11. Во сколько раз значение площади одной фигуры больше значения площади другой.	5	9	11	20
12. Найди разными способами площадь изображённой фигуры.	3	1	3	–
13. Практическая (жизненная) задача.	34	52	21	24
14. Измерь площадь с помощью палетки.	–	3	–	16
15. Перевод единиц измерения площади или сравнение.	28	35	–	14
16. Арифметические действия над величинами.	6	11	1	29
17. Задачи на зависимость между величинами: длина одной стороны, длина другой стороны, периметр и площадь.	12	7	20	5
18. Найди площадь прямоугольного треугольника.	4	6	–	3
19. Задания для любознательных.	–	11	–	–
20. Проекты, связанные с нахождением площади.	–	1	–	–
Итого	191	209	100	208

По таблице видно, что больше всего заданий, направленных на формирование понятия «площадь» в учебниках математики по УМК «Школа

России» и «Перспективная начальная школа», а меньше всего в УМК «Гармония».

Упражнения пропедевтического характера «разбиение фигуры на части» представлены большего объёма в учебнике математики А.Л. Чекина.

Формирование умений изображать по данным геометрическую фигуру и находить её периметр и площадь в большем объеме в УМК «Школа России».

Большое внимание обращается в учебнике математики УМК «Перспективная начальная школа» практическим действиям по измерению площади геометрических фигур с помощью палетки, сравнению площадей различных геометрических фигур, арифметическим действиям над величинами.

Истомина Н.Б. большее внимание уделяет на задачи, в которых рассматриваются зависимости между геометрическими величинами, например, «Периметр прямоугольника 48 см. Найди площадь прямоугольника, если его ширина в 3 раза меньше длины» [14].

В учебниках математики по программе «Перспектива» много интересных заданий на сравнение фигур по площади, которые разбиты на равные квадраты. А также часто используется игра «Танграм».

В учебниках математики УМК «Перспективная начальная школа» и «Гармония» представлены задания, в которых нужно расположить числовые значения площадей в порядке возрастания или убывания.

Формирование умения решать задачи, в которых рассматриваются жизненные реальные ситуации, например, по расчёту площади садового участка или квартиры, сколько нужно купить кафеля и т.д., больше всего в учебниках УМК «Школа России», «Перспектива».

Разнообразнее формулировки заданий на нахождение площади в учебниках математики Г.В. ДорофеевА, Т.Н. Мираковой, Т.Б. Бука и А.Л. Чекина. Например, «Если известна периметр квадрата, то можно ли однозначно установить его площадь? Сделай это для квадрата, периметр которого равен 20 см. Объясни, почему площадь квадрата однозначно зависит от его периметра».

Интересные задания («Странички для любознательных») и проект предлагаются учащимся в учебниках УМК «Школа России» [26].

ЗАДАЧИ-РАСЧЁТЫ

1. Дима хотел изготовить такую шахматную доску. Каждая клетка на этой доске — 1 см^2.

1) Хватит ли ему для этого куска картона квадратной формы, длина стороны которого 1 дм?

2) Сколько квадратных сантиметров картона у него останется?

3) Узнай площадь трёх рядов клеток, семи рядов.

4) Что можно сказать про площади белых и чёрных клеток, не вычисляя их площадей? Объясни почему.

2. У Даши есть небольшая шкатулка. Крышка этой шкатулки имеет прямоугольную форму. Её длина 1 дм, а ширина 8 см. Даша подбирает для украшения крышки рисунок, который по размерам будет таким же, как крышка. Сестра предложила 3 рисунка: площадь первого рисунка 1 дм^2, второго — 70 см^2, а третьего — 80 см^2. Даша показала наглядно, что ни один из рисунков не подходит для крышки шкатулки. Объясни почему.

В учебниках математики по программам «Гармония» и «Перспективная начальная школа» используется табличная запись данных величин, в которых хорошо просматривается функциональная зависимость [14, 41].

Номер прямоугольника	1	2	3	4
Длина (см)	24	12	8	6
Ширина (см)	2	2	2	6
Периметр (см)	?	?	?	?
Площадь (кв. см)	?	?	?	?

Какая из перечисленных в таблице величин не изменяется при переходе от одного прямоугольника к другому, а какие – изменяются? Какой можно сделать вывод?

Итак, по нашему мнению больше уделяется внимание формированию понятия «площадь плоской фигуры» и умение использовать эти знания в жизни в УМК «Школа России». Но интереснее и разнообразнее задания в учебниках математики УМК «Перспектива» и «Перспективная начальная школа».

4. ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ «ПЛОЩАДЬ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ» У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Как рассматривалось ранее, площадь – величина, характеризующая геометрические фигуры на плоскости и определяемая числом заполняющих

плоскую фигуру единичных квадратов, то есть квадратов со стороной, равной единице измерения.

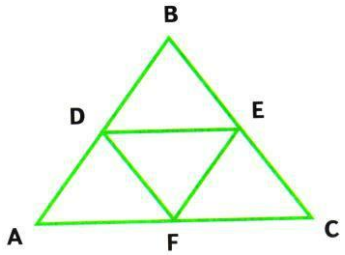
Знакомство учащихся с понятием «площадь» начинается с уточнения представлений учащихся о данной величине, так как в детском саду сравниваются как предметы, так и геометрические фигуры по площади. Дошкольники сравнивают визуально, накладывая или прикладывая друг к другу фигуры и предметы. В 1 и 2 классах ученики имеют представление о площади как о свойстве плоских геометрических фигур. Они осознают, что разные фигуры могут иметь одинаковые и различные площади. Этому способствуют упражнения на вырезание фигур из бумаги, составление фигур из заданных частей, деление фигур на части [2, 13].

В основном по разным УМК на уроках математики учащиеся начинают изучать тему «Площадь « в третьем классе. Но подготовительная работа проводится, начиная с первого класса. Педагог спрашивает учащихся, какой прямоугольник (квадрат, круг, треугольник) больше – зелёный или желтый.

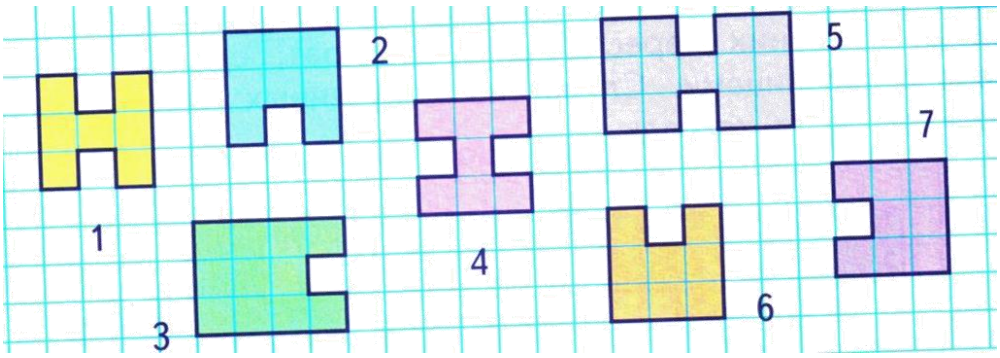
Обсуждается – как можно сравнить, если не визуально, и устанавливают, что нужно наложить одну фигуру на другую и сделать вывод о размере фигур. При этом термин «площадь» не используется.

Пропедевтикой к формированию понятия «площадь» можно считать упражнения, в которых устанавливают из скольких одинаковых фигур (квадратов, треугольников, прямоугольников) составлены различные геометрические фигуры.

Например,



1) Из скольких фигур состоит фигура, изображённая на рисунке? Какие это фигуры?
2) Из шести одинаковых треугольников (квадратов, прямоугольников) составить различные фигуры.
3) Прямоугольник со сторонами 6 см и 3 см разбить на квадраты со стороной 1 см, на прямоугольники со сторонами 1 см и 3 см. Сделай чертежи. Подсчитай число квадратов и прямоугольников.
4) Найди на рисунке равные фигуры и назови их номера [11].



Одним из приёмов измерения площади плоских фигур, опирающимся непосредственно на определение площади, является измерение площади при помощи палетки. Палетка – сетка квадратов, нанесенная на прозрачную пластинку. На этом этапе происходит знакомство с нахождением приближённого значения площади фигуры способом подсчёта всех нецелых квадратных сантиметров, которые надо разделить на 2, и полученное число сложить с числом целых квадратных сантиметров, содержащихся в данной фигуре.

Таким образом, приближённое значение площади фигуры равно сумме числа квадратов, которые целиком лежат внутри фигуры и половине числа квадратов, через которое проходит контур этой фигуры. Способ измерения площади плоских фигур при помощи палетки громоздок, он может быть использован для нахождения площади небольших плоских фигур.

Первая единица измерения площади, с которой знакомятся учащиеся, – квадратный сантиметр. Это квадрат со стороной, равной 1 см. Каждый ученик должен иметь модель квадратного сантиметра, пользуясь которой, измеряют площади геометрических фигур.

В результате измерения учащиеся приходят к выводу: измерить площадь фигуры – значит, узнать, сколько квадратных сантиметров она содержит.

Выполнив несколько заданий на определение площади таких фигур, которые могут быть разбиты на квадраты и прямоугольники, подсчетом количества квадратов, содержащихся в данных фигурах, учитель предлагает определить известными им способами площадь крышки стола, что вызывает у учащихся

определённые затруднения. Это приводит к сообщению о косвенных способах измерения площади фигуры.

Учащиеся знакомятся с приёмом вычисления площади прямоугольника (квадрата) косвенным путём, который заключается в измерении длины и ширины данных фигур и в нахождении произведения полученных чисел.

Знакомство младших школьников с квадратным дециметром происходит аналогично той системе методических действий, которая используется при знакомстве с квадратным сантиметром:

- учащиеся изготавливают квадратный дециметр;
- разбивают его на квадратные сантиметры;
- практически устанавливают, что 1 $дм^2$ = 100 $см^2$;
- определяют площадь поверхности крышки стола, парты, подоконника и других предметов;
- записывают результаты измерения в виде: 30 $дм^2$.

По аналогии с квадратным дециметром вводится новая единица измерения площади – квадратный метр.

Соотношение между единицами измерения площади отражается в таблице:

1 $дм^2$ = 100 $см^2$
1 $м^2$ = 100 $дм^2$
1 $м^2$ = 1000 $см^2$

Эти соотношения заучиваются и закрепляются в процессе выполнения практических заданий, например:

Вырази величины:

1. В квадратных дециметрах 8 $м^2$; 200 $см^2$.
2. В квадратных сантиметрах 5 $м^2$; 8 $дм^2$; 35 $дм^2$.
3. В квадратных метрах 100 $дм^2$; 900 $дм^2$.

Для формирования представлений о квадратном миллиметре используют миллиметровую бумагу. Определяют, что 1 $см^2$ = 100 $мм^2$, и выражают величины в квадратных миллиметрах.

Ознакомление младших школьников с такими единицами измерения площади, как *ар* и *гектар*, является наиболее трудным. Если спросить старшеклассников – «что такое ар или гектар?», то многие из них затруднятся ответить, а перевести в другие единицы измерения площади тем более. Желательно знакомство с этими единицами измерения провести на улице, под руководством учителя можно предложить отмерить участок, используя вешки, рулетку, верёвку, экер, равный одному ару. Ар – это квадрат со стороной 10 метров.

В заключении изучения темы «Площадь» составляют таблицу единиц измерения площади, которую заучивают в процессе выполнения различных заданий на перевод одних единиц измерения другими.

$1\,см^2 = 100\,мм^2$	$1\,а = 10\,000\,дм^2$
$1\,дм^2 = 100\,см^2$	$1\,м^2 = 10\,000\,см^2$
$1\,м^2 = 100\,дм^2$	$1\,дм^2 = 10\,000\,мм^2$
$1\,а = 100\,м^2$	$1\,га = 10\,000\,м^2$
$1\,га = 100\,а$	$1\,км^2 = 10\,000\,а$
$1\,км^2 = 100\,га$	$1\,км^2 = 1000\,000\,м^2$

Знание отношений между единицами измерения площади способствует:

- решению заданий, связанных с переходом одних единиц измерения площади в другие;
- решению задач на сравнение величин;
- выполнению арифметических действий над величинами, выраженными в единицах площади.

Арифметические действия над величинами, связанными с понятием «площадь», рассматриваются параллельно с изучением единиц измерения площади в процессе решения текстовых задач. Приведём примеры таких задач:

1) «На изготовление 10 пар детских ботинок потребовалось 36 $дм^2$ кожи. Сколько квадратных метров кожи потребуется на 1000 пар таких ботинок?»

При решении задачи необходимо разделить величину на число, но сначала выразить квадратные дециметры через квадратные сантиметры: 36 $дм^2$ = 3600

см^2, 3600 см^2 : 10 = 360 см^2. Затем умножить величину на число: 360 см^2 • 1000 = 360000 см^2 и перевести в квадратные метры 360000 см^2 = 36 м^2.

2) «Площадь участка прямоугольной формы 6 соток. Сколько это квадратных метров? Какова длина этого участка, если его ширина 20 м? Какая площадь участка свободна, если на нем построен дом площадью 56 м^2?»

Решая задачу, обговаривается, что 1 сотка составляет площадь участка квадратной формы со стороной 10 м, то есть 1 сотка = 100 м^2.

Значит, площадь участка найдём умножив величину на число: 100 м^2 • 6 = 600 м^2. Для нахождения длины участка следует величину площади этого участка разделить на величину ширины этого участка: 600 м^2 : 20 м = 30 (м). Для нахождения свободной площади участка нужно из величины площади участка вычесть величину площади дома: 600 м^2 – 56 м^2 = 544 м^2.

В основе выполнения арифметических действий над величинами лежит знание соотношений между единицами измерения площади.

5. АНАЛИЗ НАЛИЧИЯ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАНИЙ ПО ТЕМЕ «ПЛОЩАДЬ» В УЧЕБНИКАХ МАТЕМАТИКИ ДЛЯ НАЧАЛЬНЫХ КЛАССОВ

При обучении математике важно формировать у младших школьников не только математические понятия, но и учить ребенка размышлять, обосновывать свою точку зрения, объяснять получаемые результаты, сравнивать, обобщать, делать выводы. Задача учителя – помочь учащимся в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, самостоятельность, творческий потенциал, сформировать познавательные интересы [23, 39].

Олимпиада в начальный период обучения занимает важное место в развитии детей. В процессе выполнения олимпиадных заданий ребёнком происходят самостоятельные «открытия», зарождаются ростки будущего интереса к исследованиям, к науке. А также олимпиадные задания стимулируют интерес к математике младших школьников.

Цель олимпиад для учащихся начальных классов – не только выявление одаренных в отношении каких-либо предметов детей на ранней ступени обучения в школе, но и развитие у них творческого начала, интереса к изучению предмета, а также проверка их знаний по основным разделам программы начальной школы [23, 39].

Содержание олимпиадных заданий с каждым годом усложняется, становится более дифференцированным. С помощью предлагаемого материала в этих заданиях по математике учитель может выявить реальные знания учащихся по предмету, умение применять свои знания в нестандартных ситуациях, проверить уровень их развития, математический кругозор.

В связи с вышесказанным, следует отметить, что учитель должен на уроках математики систематически включать в свою работу олимпиадные задания, нестандартные задания, задания повышенной сложности. Обучение младших школьников умению решать такие задания обеспечивает формирование у учащихся предметных умений, метапредметных универсальных учебных действий, личностных качеств в условиях реализации ФГОС НОО.

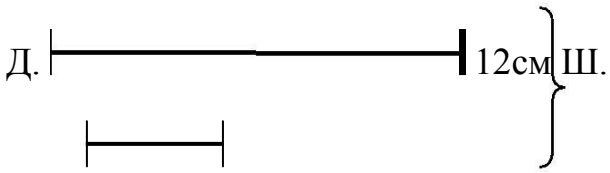
В учебниках по математике в различных УМК олимпиадные задания включены как задания повышенной сложности, задания со звездочкой, но по нашему мнению их недостаточно для формирования умения выполнять задания нестандартного характера и они в основном похожи между собой. Поэтому учитель должен создавать свою копилку олимпиадных заданий.

Мы просмотрели задания повышенной сложности в учебниках, в различных пособиях, в журнале «Начальная школа», задания олимпиады «Кенгуру» и пришли к выводу, что в основном в четвертом классе часто предлагается одно из заданий на выявление знаний о площади геометрической фигуры (в основном прямоугольной формы или фигуры, которые можно разбить на прямоугольники).

Поэтому в своей работе по изучению темы «Площадь фигур» мы также использовали олимпиадные задания, задания повышенной сложности. Рассмотрим некоторые из них.

1. Ученик сделал чертёж прямоугольника, у которого длина втрое больше ширины, а сумма длины и ширины составляла 12 см. Построй такой же прямоугольник и найди его площадь.

Можно рассмотреть условие задачи в виде следующей схемы:

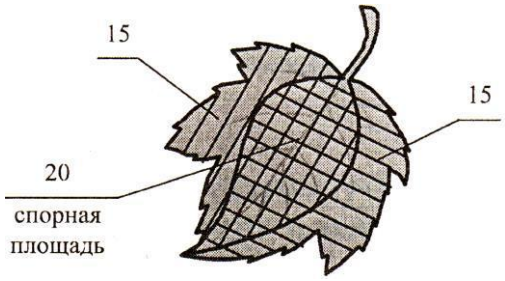


Тогда из условия можно найти сколько сантиметров составляет одна часть: 12 : 4 = 3 (см). Следовательно, числовое значение ширины равно 3 см, а длины – в 3 раза больше, то есть 3 см • 3 = 9 см. S = 9 см • 3 см = 27 см^2.

2. Две гусеницы забрались на один листок площадью 50 см^2.

– Это моё! – грозно сказала одна из них и очертила на листе территорию площадью 35 см^2.

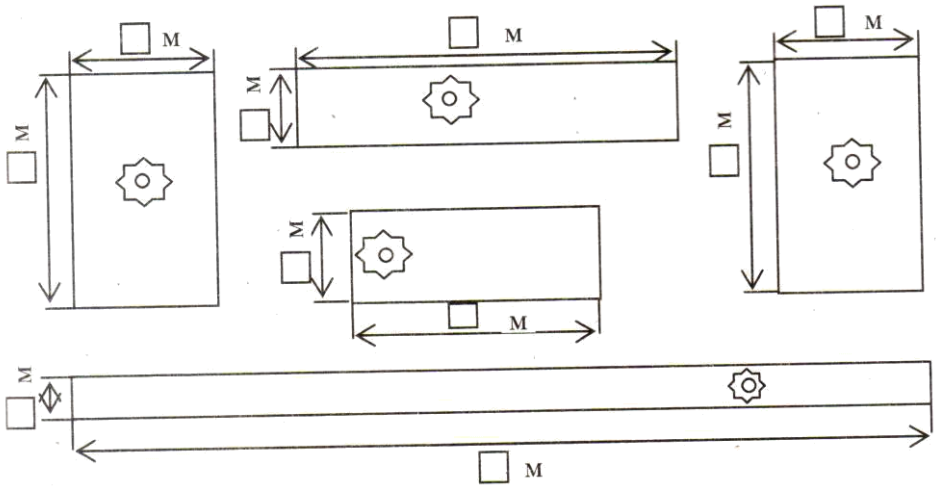
– Это моё! – сказала вторая и очертила участок такой же площади. Образовалась спорная территория. Чему равна её площадь?



Решение:

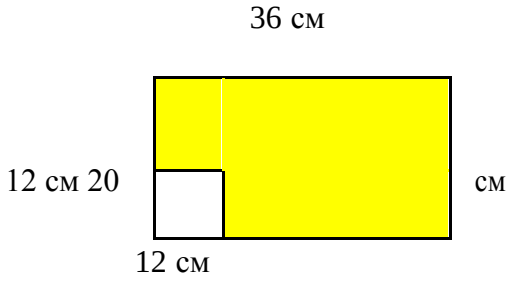
1) 60 – 35 = 15 (см^2) – площадь, занимаемая другой гусеницей с точки зрения другой.
2) 50 – (15 • 2) = 20 (см^2) – спорная площадь.

3. На плане парка изображены цветники, имеющие одну и туже площадь, равную 24 м^2. Нанеси на план размеры этих площадок.



Вместе с учащимися обсуждаются размеры и форма цветников и приходят к выводу, что их размеры 1 м и 24 м, 2 м и 12 м, 3 м и 8 м, 4 м и 6 м.

6. Найди периметр и площадь закрашенной фигуры.



В совместной работе или самостоятельной (по усмотрению учителя) решение задачи может быть следующим:

1) 36 + 20 + (36-12) +(20-12)+12+12 = 112 (см) – периметр закрашенной фигуры.

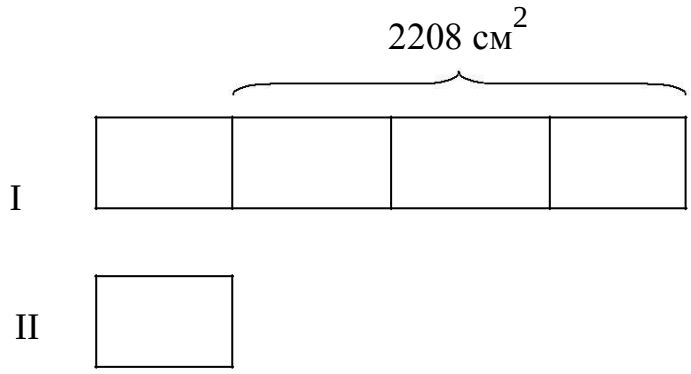
2) 36 • 20 = 720 ($см^2$) – S большого прямоугольника.

3) 12 • 12 = 144 ($см^2$) – S квадрата.

4) 720 -144 = 576 ($см^2$) – S закрашенной фигуры.

5. Прямоугольный лист фанеры разделили на две части так, что первая часть оказалась в 4 раза больше второй. Чему равна площадь всего листа фанеры, если первая часть на 2208 $см^2$ больше второй?

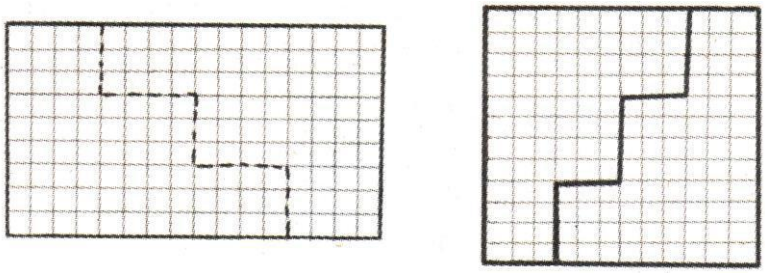
Задача по оформлению условия похожа на первую.



1) 2208 : 3 = 736 (см^2) – площадь одной четвертой части листа.
2) 736 • 5 = 3680 (см^2) вся площадь.

6. Разрежь прямоугольник размером 16 х 9 на 2 равные части, из которых можно составить квадрат.

С учащимися обсуждается, каким может быть квадрат. Для этого необходимо найти площадь прямоугольника, так как квадрат должен быть по площади таким же. 16 • 9 = 144 (см^2) Следовательно, сторона квадрата равна 12 см.

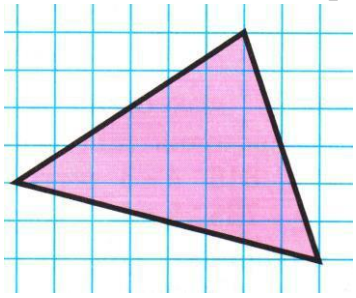


7. В квартире две комнаты. Длина первой комнаты 5 м, а ширина – 4 м. Вторая комната имеет ту же ширину, но она на 2 м длиннее. За покраску пола второй комнаты заплатили на 8000 р. больше. Сколько заплатили за покраску пола обеих комнат?

Зная длину и ширину первой комнаты, найдем её площадь.

1) 5 • 4 = 20 (м^2) – площадь первой комнаты.
2) 5 + 2 = 7 (м) – длина второй комнаты.
3) 4 • 7 = 28 (м^2) – площадь второй комнаты.
4) 28 – 20 = 8 (м^2) – на столько площадь второй комнаты больше.
5) 8000 : 8 = 1000 (р.) – стоимость покраски 1 м^2.
6) 20 + 28 = 48 (м^2) – площадь обеих комнат.
7) 1000 • 48 = 48000 (р.) – стоимость покраски пола двух комнат.

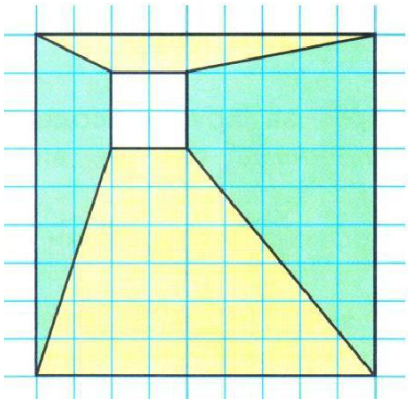
8. Найди площадь треугольника, изображённого на рисунке.

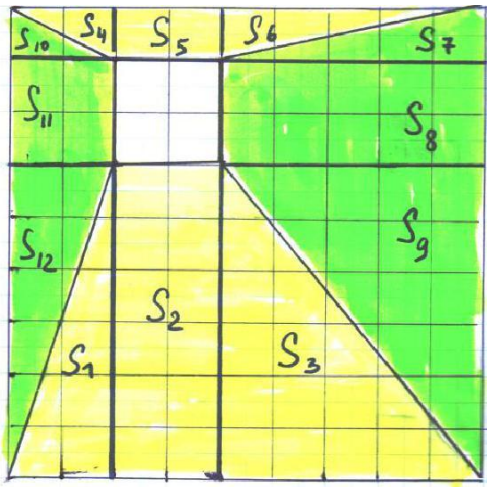


Обращается внимание детей на то, что нужно достроить данный треугольник до прямоугольника, так как мы знаем, как найти площадь прямоугольника и площадь прямоугольного треугольника.

1) S прямоугольника = 6 • 8 = 48;
2) S треугольника 1 = 4 • 6 : 2 = 12;
3) S треугольника 2 = 2 • 8 : 2 = 8;
4) S треугольника 3 = 2 • 6 : 2 = 6;
5) S искомого треугольника 48 – 12 – 8 – 6 = 22.

9. Докажи, что сумма площадей двух зелёных четырёхугольников равна сумме площадей двух желтых четырехугольников.





Для выполнения этого задания, мы учащихся класса разбили на 6 групп. Каждой группе был предоставлен образец задания, которое они должны были обсудить и предложить свой вариант либо разбиения на удобные прямоугольные фигуры, либо доказательства.

Например, $S_3 = S_9$, $S_1 = S_{12}$, $S_4 = S_{10}$, $S_6 = S_7$. (Это равные треугольники, на которые разбит диагональю прямоугольник).

Рассмотрим суммы оставшихся прямоугольников.

$S_{зел.} = S_8 + S_{11} = 5 • 2 + 2 • 2 = 14$,

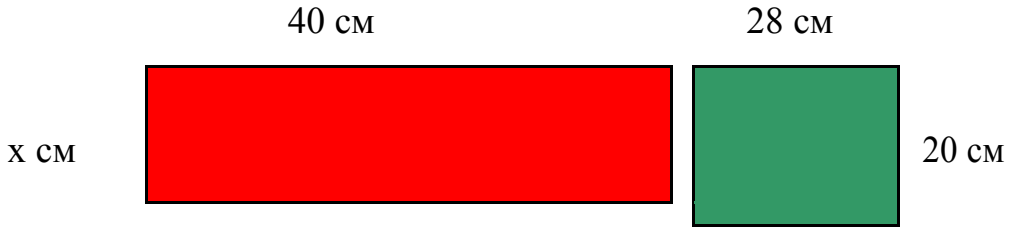
$S_{жел} = S_2 + S_5 = 6 • 2 + 2 • 1 = 14$.

10. Дно ящика имеет форму прямоугольника со сторонами 80 и 60 см. Сколько коробок можно разместить на дне ящика, если дно коробки прямоугольной формы со сторонами 4 см и 6 см?

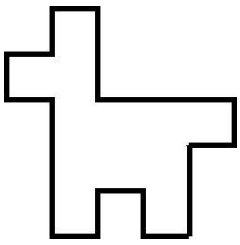
11. Длина комнаты прямоугольной формы 60 дм, ширина 30 дм, а высота стен 25 дм. Обоями оклеили площадь в 2 раза больше оставшейся. Какую площадь стен осталось оклеить?

12. Длина прямоугольника 8 дм, ширина 3 дм. На сколько увеличится площадь, если длину увеличить в 2 раза?

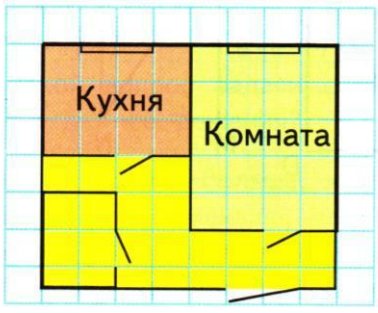
13. По данной схеме придумай задачу, решение которой можно записать уравнением:(40 • x) : (28 • 20) = 3



14. Маша хочет разрезать по сторонам прямоугольник 4x3 так, чтобы из полученных частей можно было сложить изображённую фигурку. На какое наименьшее число частей придётся разрезать прямоугольник?



15. Рассмотри план квартиры, на котором за 1 м^2 условно принята 1 клетка. Узнай по плану площади комнаты и кухни. Сосчитай, сколько квадратных метров занимают остальные помещения, если площадь всей квартиры 52 м^2.



6. ПРАКТИЧЕСКАЯ РАБОТА (АПРОБАЦИЯ), НАПРАВЛЕННАЯ НА ФОРМИРОВАНИЕ ПОНЯТИЯ «ПЛОЩАДЬ ПЛОСКОЙ ФИГУРЫ» У МЛАДШИХ ШКОЛЬНИКОВ

Констатирующий этап

Опытно-экспериментальную работу с учащимися начальных классов по формированию понятия «Площадь плоской фигуры» в процессе изучения математики мы проводили на базе 4 класса МБОУСОШ №3 г. Никольска. В классе 28 учеников. Дети учатся по программе УМК «Школа России».

В начале учебного года в четвертых классах «А» и «Б» была проведена проверочная работа по следующим заданиям:

1. Длина прямоугольника 12 см, а ширина составляет третью часть его длины. Какова площадь данной фигуры?

1) 36 см; 3) 48 см;

2) 48 $см^2$; 4) 36 $см^2$.

2. Периметр прямоугольника 34 см, ширина 8 см. Чему равна площадь прямоугольника?

1) 1700 $мм^2$; 3) 7200 $мм^2$;

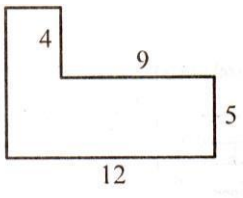
2) 63 $см^2$; 4) 72 см.

3. Сколько $дм^2$ в 6800 $см^2$?

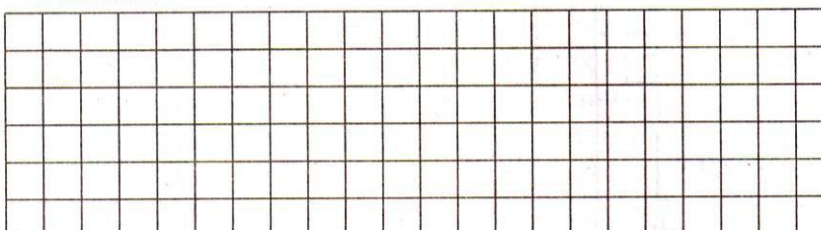
1) 680 $дм^2$; 3) 6080 $дм^2$;

2) 608 $дм^2$; 4) 68 $дм^2$.

4. Вычисли площадь фигуры двумя способами.



Решение:



Данную работу мы провели как в 4 «А», так и в 4 «Б». Проанализировали выполнение учащимися двух классов предложенной работы. Уровень сформированности знаний и умений по теме «Площадь плоской фигуры» приблизительно одинаковый. В первом задании некоторые ученики забыли как найти третью часть от целого, невнимательны были к единицам измерения площади. Многие не справились со вторым заданием, так как не смогли найти правильно длину прямоугольника, так как в задаче идёт речь о периметре прямоугольника. А также возникли затруднения с переводом единиц измерения во втором задании.

Выполнение третьего задания у многих учеников вызвало затруднение, они забыли, как переводить одни единицы измерения площади в другие.

При выполнении четвертого задания было допущено много ошибок, не обращали внимания на заданные условия, забыли, что данная фигура не прямоугольник.

Таким образом, задания, нацеленные на формирование понятий «Площадь геометрической фигуры», «Единицы измерения площади», целесообразно включать в каждый урок. Это поможет снизить количество ошибок при решении данных заданий, а также смотивировать детей к дальнейшему изучению геометрии и понять, как можно использовать эти знания и умения в жизни.

Формирующий этап

В течение сентября – ноября учебного года в четвертом «А» классе была проведена нами работа по формированию понятий «Площадь геометрической фигуры», «Единицы измерения площади». Практически на каждом уроке детям предлагались задания, связанные с темой нашего исследования. Приведём примеры таких заданий.

1. Найти площадь прямоугольника, если известны его длина и ширина:

Длина	4 см	8 см	5 см	5 см	5 см	10 см
Ширина	3 см	3 см	8 см	2 см	5 см	10 см
Площадь						

2. Во сколько раз увеличится площадь прямоугольника, если его длина увеличится в 2 раза, а ширина не изменится? Во сколько раз уменьшится

площадь прямоугольника, если ширина прямоугольника уменьшится в 4 раза, а длина не изменится? Во сколько раз площадь одного квадрата больше площади другого квадрата?

3. Найти длину (ширину) прямоугольника:

Длина		4 см		7 см
Ширина	2 см		6 см	
Площадь	12 кв.см	20 кв.см	18 кв. см	21 кв. см

Как находили длину (ширину) прямоугольника?

4. Правильно ли составлена следующая таблица?

Длина	24 см	12 см	8 см	6 см
Ширина	1 см	2 см	4 см	4 см
Площадь	24 кв.см	24 кв.см	24 кв. см	24 кв. см

Как изменится ширина прямоугольника площадью 24 кв.см, если его длину уменьшить в 3 раза? Как изменится длина прямоугольника площадью 24 кв.см, если его ширину увеличить в 2 раза?

7. Допиши единицы измерения: площадь оконного стекла 8400...; площадь поверхности обложки книги 320...; площадь поверхности карты 4500...

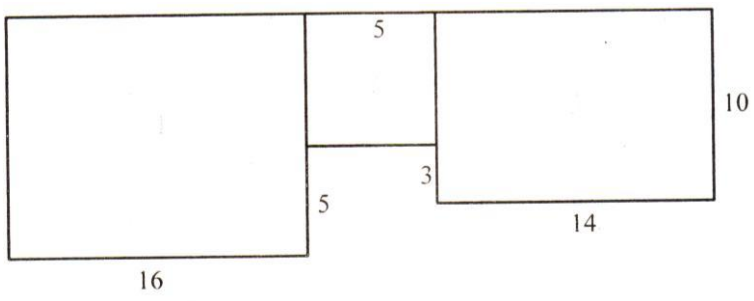
8. Ученик правильно выполнил измерения, но не записал соответствующих единиц. Допиши их. а) площадь классной комнаты 24...; б) площадь поверхности стола 84...; в) площадь поверхности обложки тетради 340...

9. Найти ошибки в обозначении единиц измерения: а) площадь комнаты 14 $м^2$; б) площадь школьного коридора 37 $м^2$; в) площадь листа тетради 340 $м^2$; г) площадь школьного двора 200 $дм^2$.

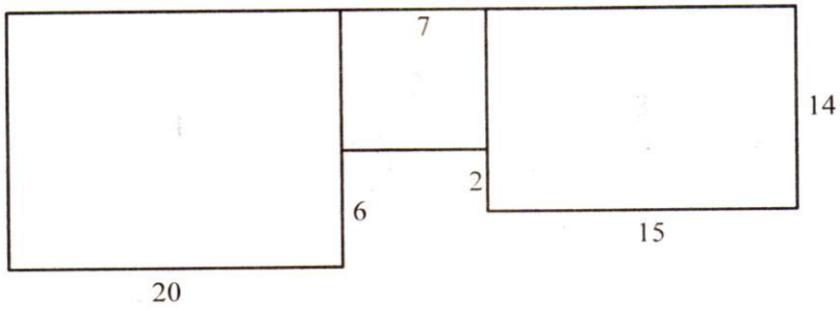
10. На сколько квадратных сантиметров площадь квадрата со стороной 3 см меньше площади квадрата со стороной 5 см?

11. Вычисли периметры и площади фигур и общую площадь фигуры.

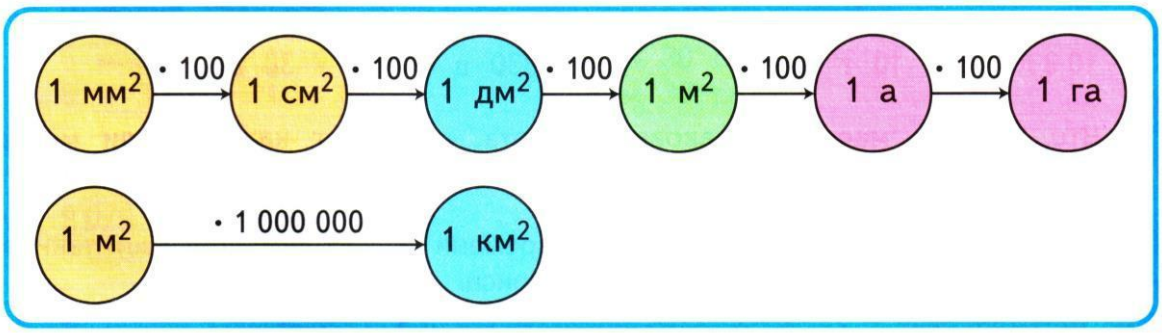
а)



б)



10. Вспомни по схеме таблицу единиц площади и заполни пропуски такими числами, чтобы получились верные записи.



1 $см^2$ = □ $мм^2$ | 1 $м^2$ = □ $см^2$ | 1 а = □ $м^2$

1 $дм^2$ = □ $см^2$ | 1 $м^2$ = □ $мм^2$ | 1 га = □ а

1 $м^2$ = □ $дм^2$ | 1 $км^2$ = □ $м^2$ | 1 га = □ $м^2$

11. Вырази в квадратных сантиметрах

2 $м^2$	70 $дм^2$	209 $дм^2$	4 $м^2$ 7 $см^2$
6 $дм^2$	30 $м^2$	5 $дм^2$ 1 $см^2$	20 $дм^2$ 80 $см^2$

12. Вырази в квадратных метрах или в квадратных метрах и квадратных сантиметрах.

5 а	17 а 60 $м^2$	45 000 $дм^2$	210 000 $см^2$
9 га	80 га 9 $м^2$	190 200 $см^2$	1 000 000 $мм^2$

13. Выполни действия.

3 а 15 $м^2$ + 6 а 7 $м^2$	4 $дм^2$ 13 $см^2$ · 25
10 га 3 $м^2$ − 8 га 5 а	10 $м^2$ 600 $см^2$: 8

14. Заполни пропуски в таблице, выполнив вычисления.

Длина прямоугольника	18 м	24 м	72 м	48 м	12 м	16 м
Ширина прямоугольника		6 м				9 м

Периметр прямоугольника			148 м	102 м	48 м	
Площадь прямоугольника	144 $м^2$					

Сравни результаты в третьей и четвёртой строках таблицы. Какой вывод можно сделать? При каких размерах прямоугольник имеет наименьший периметр? Как называется такой прямоугольник?

15. Длина комнаты 6 м, а ширина 5 м. На паркетный пол для этой комнаты пошло 270 одинаковых квадратных плиток. Сколько таких же квадратных плиток пойдёт на паркет для другой комнаты, если её длина 5 м, а ширина 4 м?

16. Пол классного кабинета, имеющего форму прямоугольника со сторонами 5 м и 6 м, требуется покрыть паркетом из прямоугольных дощечек со сторонами 5 см и 30 см. Сколько потребуется таких дощечек?

17. Семья купила дом на территории, ширина которой составляет 30м, а длина – 70м. Одна сторона дома составляет 10м, а другая – 14м. Остальная территория занята огородом. Нужно найти площадь огорода.

18. Сколько нужно приобрести квадратной керамической плитки, чтобы покрыть пол в ванной, длина которой 25дм, а ширина – 20дм, если сторона плитки равна = 10см.

19. Кусок линолеума имеет размеры 4 м х 15 м. Шестую часть куска использовали, чтобы покрыть пол на кухне. Какова площадь кухни?

В своей опытно-практической работе мы предлагали младшим школьникам также творческий проект, цель которого – показать применение полученных знаний и сформированных умений по теме «Площадь» в жизни, а именно выполнить расчет ремонта в своей комнате или комнате по выбору (кухня, коридор, ванная). Для этого нужно:

- Измерить длину, ширину и высоту выбранной комнаты, допуская ошибку небольшую одного сантиметра.
- Выполнить схематический чертёж комнаты (пола, стен).
- Определить размеры окон и дверей в комнате.
- Вычислить площади пола и стен комнаты в квадратных метрах (или $см^2$).

- Вычислить площадь окон и дверей в квадратных метрах (или $см^2$).
- Определиться с закупаемым материалом (обои, плитка, краска, ламинат, линолеум) – размеры, цена, количество (посоветовавшись с родителями).
- Выполнить расчеты.

Приведём пример технологической карты и конспекта урока математики в 4 классе в соответствии с требованиями ФГОС.

Тема урока: «Решение задач на вычисление площади и периметра. Повторение»

Форма урока: «Математический калейдоскоп»

Тип урока: закрепление изученного материала

Вид урока: комбинированный

Используемые технологи: технология развития критического мышления (на этапе организации урока и актуализации опорных знаний), современная технология оценивания (на этапах закрепления изученного материала, на этапе рефлексии), информационно – коммуникационные технологии (использование презентации на тему: «Математический калейдоскоп» на всех этапах урока), технология « Педагогики сотрудничества» (мотивация к познавательной деятельности со стороны учителя, свободное высказывание своего мнения со стороны обучающихся).

Базовые способности школьников, на которые ориентировано занятие: развитие воображения, мышления, способность понимать текст, способность к организации, рефлексии, самоопределению и самовыражению.

Формируемые компетенции:

Личностные УУД: развитие интереса к различным видам деятельности, понимание причин успеха в учебе, развитие самооценки на основе заданных критериев успешности учебной деятельности.

Регулятивные УУД: принятие учебной задачи и умение следовать инструкции учителя или предложенных заданий; умение самостоятельно оценивать правильность выполненного действия и вносить необходимые коррективы.

Коммуникативные УУД: участие в групповой работе с использованием речевых средств для решения коммуникативных задач; использование простых речевых средств для передачи своего мнения; проявление инициативы в образовательном процессе.

Познавательные УУД: добывание новых знаний из текста учебника, раздаточного материала; переработка полученной информации для формулировки выводов.

Формы работы: фронтальная (совместное выполнение задания), групповая (помощь однокласснику), индивидуальная (самостоятельная работа).

Методы работы: проблемно – сообщающий (с опорой на наглядность в виде таблиц, схем), метод самоорганизации познавательной работы на всех этапах урока.

Цель урока: организация деятельности учащихся по закреплению изученного материала; формирование активной личности; воспитание самостоятельности; развитие у учащихся интереса к предмету.

Задачи урока:

1. Закрепить знания и умения детей в выполнении математических действий с величинами, при решении задач.

2. Развивать умение применять знания о площади плоских фигур в процессе решения задач.

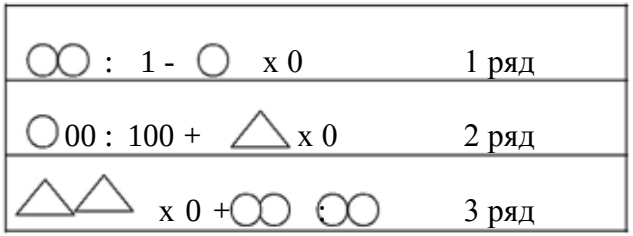
3. Развивать личностные коммуникативные, регулятивные и познавательные УУД.

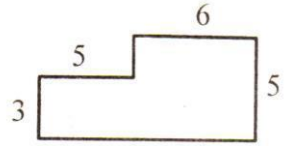
Основные понятия: длина, ширина, периметр, площадь, прямоугольник, квадрат, прямоугольный треугольник.

Дидактические средства: проектор, экран, таблицы и схемы для решения задач, таблички с заданиями, «смайлики» для самооценки, учебник « Математика 4».

Этапы деятельности на уроке в соответствии с типом урока	**Цель этапа**	**Деятельность учителя: содержание работы, приемы и способы реализации содержания, формы организации**	**Деятельность обучающихся: самостоятельная работа учащихся**	**Какие УУД формируются на каждом этапе**
1. Организационный этап.	Психологическая установка на урок	Математику, друзья, Не любить никак нельзя. Очень строгая наука, Очень точная наука, Интересная наука - Ма-те-ма-ти-ка! - А как вы думаете, почему математика считается точной и интересной наукой?	Включаются в деловой ритм урока.	Личностные: самоопределяются, настраиваются на урок. Коммуникативные: выражают свою точку зрения.
2. Актуализация опорных знаний	Включение учащихся в учебную деятельность Мотивация к учебной	- Мы продолжаем закреплять наши знания и умения. Что мы обычно делаем на уроке математики? **Слайд 1.** - Ну, что ж вперед, к успеху! Для начала заполним памятку математики. (1 -2 мин) Послушать несколько учеников. Похвалить! **Слайд 2.** - Сегодняшний урок математики мы назовем « Математический калейдоскоп»	* Решаем задачи, умножаем и делим многозначные числа, решаем сложные уравнения, выполняем математические действия с именованными числами. * Учимся работать дружно, помогаем друг другу справится с возникшими трудностями. * Каждый ученик стремится к личному успеху.	Личностные: Формируемые способы деятельности: -проявление эмоционального отношения в учебно-познавательной деятельности, развитие интереса к различным видам деятельности.

	деятельности	(презентация) - Кто знает, что такое калейдоскоп? - Правильно! Наши стеклышки – это задачи, вычисления, математическая логика, ваши знания и умения, а желание успешной работы принесет вам хорошие результаты. **Слайд 3.** **1. « Найди лишнее»** - Какая величина «лишняя в каждой строчке? а) 7 м 5 см 750 см 75 дм 7м 50 см б) 2741 км 3047 дм 7408 ц 1800 м в) 1000 мм^2 10000 см^2 100 дм^2 1 м^2 **Слайд 4.** Вводное слово учителя. - Сегодня вам предоставляется возможность получить хорошие отметки за урок при условии, если вы наберете определенное количество баллов. (на доске табличка) «5» - 10 баллов «4» - 8 – 9 баллов «3» - 6 – 7 баллов - Желаю всем успехов! **2. Работа в тетради.** Задания выполняют по рядам.	Это такой прибор в виде трубочки. В котором находятся зеркала и маленькие разноцветные стеклышки. При вращении калейдоскопа, стеклышки быстро выкладывают красивый узор. а) 7м 5 см б) 7408 ц в) 1000 мм^2	Личностные: Формируемые способы деятельности: -проявление эмоционального отношения в учебно-познавательной деятельности, развитие интереса к различным видам деятельности. Предметные: Повторение таблицы единиц измерения длины и площади. Познавательные: Развитие у учащихся наблюдательности, логического мышления.
3. Повторение изученного материала	Актуализация опорных знаний и способов действий.			

	Выявление пробелов в знаниях и способах деятельности обучающихся.	На доске таблички с примерами. 1 ряд 2 ряд 3 ряд 34 x 48 | 204 x 360 | 237 x 69 … (1632) | … (73440) | … (16353) Тот, кто нашел результат выходит к доске и записывает его под примером. Проверяем – 1 балл 13542 : 149695 : 22659 : 273 (235, 74, …) Проверяем - 1 балл Запиши результат действий, используя обычные и сказочные цифры.  Проверяем – (○○ , ○ , 1) – 1 балл Координирует деятельность учащихся	Разбираем коллективно, дети аргументируют свой выбор	Коммуникативные: инициативное сотрудничество, принятие решения и его реализация Предметные : использование системы научных и теоретических знаний на практике

<table>
<tr>
<td></td>
<td>Обеспечение закрепления в памяти детей знаний и способов действий, которые им необходимы для самостоятельной работы</td>
<td>
Слайд 5.
3. Работа по учебнику.
- А сейчас нас ждут задачи, на стр. 35
1) Вычисли площадь прямоугольного участка дороги, длина которого равна 212 м, а ширина – 3 м.
2) Заполни таблицу по условию задачи:
<table>
<tr><td>Цена</td><td>Кол - во</td><td>Стоим -ть</td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
Решение:
Ответ:
3)
<table>
<tr><td>Скорость</td><td>Время</td><td>Расстояние</td></tr>
<tr><td>12 км/ч</td><td>3ч</td><td rowspan="2">=</td></tr>
<tr><td>4 км/ч</td><td>?</td></tr>
</table>
Решение
Ответ:
Проверяем все три ответа - 3 балла
Слайд 6.
4. Работа в тетради.
- Начерти геометрическую фигуру и вычисли её площадь двумя способами.


Проверяем ответ - 2 балла
</td>
<td>Читают вслух текст задачи.
Заполняют таблицу на доске.
Решают самостоятельно, кто решил, записывает на доске свой результат, остальные ученики свои ответы проверяют на «+» - « - » в тетради.

Каждый выполняет и разбираем коллективно, дети аргументируют свой выбор.</td>
<td><u>Регулятивные:</u>
Осуществляемые действия:- контролируют правильность ответов учащихся взаимоконтроль и внесение корректив в учебно-познавательную деятельность.
<u>Коммуникативные:</u>
инициативное сотрудничество, принятие решения и его реализация.
<u>Предметные :</u>
использование системы научных и теоретических знаний на практике.

<u>Предметные :</u>
-умение чертить геометрическую фигуру и использовать свои знания.</td>
</tr>
<tr>
<td>4. Физкультминутка</td>
<td>Психологическая разгрузка</td>
<td>Гимнастика для глаз</td>
<td></td>
<td></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>5. Закрепление изученного материала</td>
<td>Определение границ собственного знания или «незнания»</td>
<td>Слайд 7.

Самостоятельная работа по вариантам.

1) 1 вариант. Длина прямоугольника 12 см, а ширина составляет половину его длины.
Какова площадь данной фигуры? (72 см^2)
1) 2 вариант. Периметр квадрата 32 см. Чему равна площадь квадрата? (64см^2)
2) 73748 : 358 – 1 вариант (206)
109350 : 270 – 2 вариант (405)
Результат: 1вариант – 2 балла
2 вариант – 2 балла</td>
<td>Самостоятельная работа и самооценка. Обучающиеся самостоятельно проверяют результаты за отдельным столом у доски, где лежит лист с решенным заданиями, проверяют на «+» - « - », подходят к столу учителя с дневником за отметкой.</td>
<td><u>Регулятивные:</u>
Осуществляемые действия:- контролируют правильность ответов

<u>Личностные:</u>
формирование самооценки и взаимооценки определение границ собственного знания или «незнания»</td>
</tr>
<tr>
<td>6. Итог урока. Рефлексия.</td>
<td>Самооценка результатов своей деятельности</td>
<td>- Оцените свою деятельность на уроке, используя смайлики.

<table><tr><td>Я очень доволен своей работой.</td><td>Мне надо разобраться в некоторых вопросах.</td><td>У меня много ошибок.</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td></tr></table></td>
<td>Обучающиеся ставят «+» в тот столбик, как себя оценили</td>
<td><u>Личностные:</u>
формирование самооценки и взаимооценки, осознание обучающимися своей учебной деятельности.</td>
</tr>
</table>

Контролирующий этап

На данном этапе младшим школьникам двух классов снова была предложена проверочная работа, в которую включались аналогичные задания, как и в начале года. Мы проанализировали её результаты, и пришли к следующему выводу: проведенная нами работа была успешной, так как дети 3 «А» класса допустили ошибки, но их было намного меньше, чем в 3 «Б» классе.

Первое и второе задания практически все учащиеся выполнили без ошибок. В третьем упражнении были допущены ошибки, но их количество сократилось.

Четвёртое задание – многие ученики нашли площадь геометрической фигуры одним способом, но и вторым способом выполнили некоторые учащиеся. В процессе решения всех заданий учащиеся не задавали вопросов, что им не понятно или не помнят, как выполнять. Все данные по проведению проверочной работы (данные взяты 15 человек) на констатирующем и контрольном этапах представлены в следующей таблице.

Таблица 4.

4 «А»	1 задание		2 задание		3 задание		4 задание			4 «Б»	1 задание		2 задание		3 задание		4 задание	
А.Р.	+	+	-	+	-		-			А.А.	+	+	-	-	-	-	+	+
А.Т.	+	+	+	+	-		-			А.Н.	+	+	+	-	-	-	+	+
В.Г.	-	+	-	+	-		-			А.С.	-	+	+	+	+	+	-	-
И.Р.	-	+	+	+	+		-			В.Е.	+	+	+	+	-	-	+	+
М.Т.	+	+	+	+	-		+			Г.Е.	+	+	-	-	-	-	-	-
М.Д.	-	+	+	+	-		-			К.О.	-	-	-	-	-	-	-	-
П.Р.	+	+	-	+	-		-			К.Р.	+	+	-	-	-	-	+	+
П.Т.	+	+	-	-	-		+			Л.Е.	+	+	+	+	-	-	+	+
Р.А.	+	+	-	+	+		-			М.И.	-	-	-	-	-	-	-	-
Р.О.	-	+	-	+	-		-			М.Т.	+	+	-	+	-	+	-	-
С.Е.	+	+	-	+	-		+			С.А.	-	-	-	-	-	-	-	-
С.К.	+	+	+	+	-		-			С.И.	+	+	+	+	-	+	-	-
С.Р.	-	-	-	+	-		-			С.О.	-	-	-	-	-	-	+	+
Т.Е.	+	+	+	+	-		+			Т.А.	+	+	+	+	-	-	-	-
Ш.О.	+	+	-	+	-		+			Т.И.	-	+	-	+	-	-	-	-

Итак, в ходе проведения своего исследования мы пришли к выводу, что работа по формированию понятий «Площадь геометрической фигуры», «Единицы измерения площади» в начальной школе должна проводиться более продуманно и систематически, т.к. при изучении геометрических величин дети не только должны получить знания и умения, которые помогут им усвоить материал основной школы, но также эти знания и сформированные умения помогут им в повседневной жизни.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе написания работы была проанализирована психолого-педагогическая и методическая литература по теме «Величины и их измерения». Были сделаны следующие выводы:

при изучении данной темы повышается качество знаний учащихся, что способствует развитию умственных действий школьников.

Изучение данной темы способствует формированию у учеников обобщений, совершенствованию целенаправленности и точности выполнения действий, воспитанию умения доводить любую работу до конца, формированию навыков самоконтроля. В ходе формирования практических умений и навыков у учащихся развиваются внимание, память, наблюдательность, совершенствуются мелкая моторика, тактильные и зрительные ощущения. Все это служит решению задач развития учебно-познавательной деятельности, личностных качеств младших школьников.

Кроме того, изучение материала темы «Величины» способствует:

а) лучшему пониманию закономерностей десятичной системы счисления (соотношение единиц измерения величин, кроме единиц измерения времени, основано на десятичной системе счисления);

б) расширению понятий арифметических действий (арифметические действия можно производить и над числами, записанными с употреблением единиц измерения величин, законы арифметических действий над числами, полученными от пересчета предметных совокупностей, остаются справедливыми и для чисел, полученных от измерения). Производя действия над числами, учащиеся закрепляют навыки предварительного анализа задания, вычленяют черты сходства и различия в действиях с различными (по виду) числами.

Также изучение данной темы позволяет тесно связать преподавание математики с жизнью. Учащиеся приобретают практические умения и навыки измерения, необходимые в повседневной жизни. Учатся правильно пользоваться измерительными инструментами – линейкой и рулеткой (устанавливать линейку,

вести отсчет единиц измерения от нулевого деления линейки, а также от любого другого деления), палеткой.

Анализируя различные статьи педагогов средней и начальной школ, можно сказать о том, что выпускники больше всего испытывают затруднения при решении геометрических задач, которые предлагаются им в базовой части ЕГЭ. А эти задачи больше практического содержания, и для решения их часто нужны только знания и умения начальной школы. Отмечается также плохое умение пользоваться линейкой, изображения геометрических фигур, не говоря о черчении «от руки». Учащиеся затрудняются в выполнении заданий, где нужно использовать приём конструирования. Учащиеся часто делают ошибки при переводе одних единиц измерения площади в другие.

Изучение величин в курсе математики начальной школы имеет прикладной характер, большое значение в развитии младших школьников.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Анипченко, З.А. Задачи, связанные с величинами и их применение в курсе математики в начальных классах. – М.: Просвещение, 1997. – 56 с.
2. Белошистая, А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учеб. пособие / А.В. Белошистая. – М.: ВЛАДОС – 2007 г. – 455 с.
3. Белошистая, А.В., Кабанова, Н.В. Моделирование в курсе «Математика и конструирование» // Начальная школа. – 1990. – №9. – С. 38-45.
4. Волкова, С.Е. Математика и конструирование. 1-4 классы / Учебное издание. Серия «Школа России». – М.: Просвещение, 2015.
5. Вопросы психологии учебной деятельности младших школьников. / Под ред. Эльконина Д.Б., Давыдова В.В. – М.: Издательство Академии педагогических наук РСФСР, 1962. – 287 с.
6. Выготский, Л.С. Психология развития человека. – М.: Смысл; ЭКСМО, 2005. – 1136 с.
7. Выготский, Л.С. Мышление и речь. – М.: Лабиринт, 1999. – 352 с.
8. Гальперин, П.Я. Методы обучения и умственное развитие ребенка. – М.: МГУ, 1985. – 45 с.
9. Гусев, В.А., Орлов, В.В., Панчищина, В.А. и др. Методика обучения геометрии: Учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений. // Под ред. Гусева В.А. – М.: Академия, 2004. – 368 с.
10. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального психологического исследования – М.: Издательство "Академия/Academia", 2004. – 288 с.
11. Дорофеев, Г.В., Миракова Т.Н., Бука Т.Б. Математика. 1-4 класс: Академический школьный учебник. Серия «Перспектива». – М.: Просвещение, 2015.
12. Знаменская, Е.В. Об изучении геометрического материала в 1-4 классах // Начальная школа. – 2005. – №5. – С. 75-80.

13. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальной школе. Развивающее обучение. – Смоленск: Изд-во «Ассоциация XXI век», 2005. – 272 с.

14. Истомина, Н.Б. Математика. 1-4 класс: Учебники для четырёхлетней начальной школы. – Смоленск: Ассоциация XXI век, 2013г.

15. Истомина, Н.Б., Редько, З.Б. Наглядная геометрия. Тетрадь по математике для 1 – 4 классов. – М.: ЛИНКА – ПРЕСС, 2014.

16. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. От действия к мысли: пособие для учителя / А.Г. Асмолов, Г.В. Бурменская, И.А. Володарская [и др.]; под ред. А.Г. Асмолова. – 2-е изд. – М.: Просвщение, 2010. – 152 с.

17. Кипяткова, Т.Б. Выполнение учащимися регионального стандарта математического образования по геометрии // Начальная школа плюс До и После. – 2013. – №10. – С. 13-20.

18. Краснова, О.В. Первые шаги в геометрии // Начальная школа. – 2002. – №4. – С. 97-98.

19. Крутецкий, В.А. Психология математических способностей школьников. – Режим доступа: http://razym.ru/naukaobraz/psihfilosofiya/ – 1998.

20. Крысько, В.Г. Психология и педагогика: Схемы и комментарии. – М.: ВЛАДОС – ПРЕСС, 2001. – 208 с.

21. Кулагина, Т.В., Пономарёва, Т.Х. Величины. / Учебно-методическое пособие. – Пенза: ПГПУ, 2012. – 87 с.

22. Левитас, Г.Г. Нестандартные задачи в курсе математики начальной школы геометрии // Начальная школа. – 2001. – №4. – С. 68.

23. Лободина, Н.В. Олимпиадные задания. – Волгоград: Учитель, 2014. – 331 с.

24. Люблинская, А.А. Учителю о психологии младшего школьника. – М.: Просвещение, 1977. – 224 с.

25. Маклаков, А.Г. Общая психология. Учебник. – СПб.: Питер, 2008. – 583 с.

26. Моро, М.И., Бантова, М.А., Бельтюкова, Г.В., Степанова, С.В. Математика: Учебник для 1-4 классов начальной школы – М.: Просвещение, 2014.

27. Немов, Р.С. Психология: учебник для студентов пед.вузов: в 3 кн. – М.: ВЛАДОС, 2003. – 688 с.

28. Патлусова Л.В. Элементы геометрии в опыте моей работы // Начальная школа. – 2001. – №10. – С. 105-106.

29. Петровский, А.В., Ярошевский, М.Г. Психология: Учебник для студентов высших педагогических учебных заведений. – Второе издание, стереотип. – М.: Издательский центр «Академия», 2001. – 544 с.

30. Пичугин, С.С. Организация творческой работы с геометрическим материалом // Начальная школа. – 2007. – №4. – С. 47-53.

31. Подходова, Н.С. Современные стандарты: геометрическая линия в начальной школе // Начальная школа. – 2014. – №6. – С. 43-52.

32. Подходова, Н.С. Геометрия в развитии пространственного мышления младших школьников // Начальная школа. – 1999. – №1. – С. 54-63.

33. Подходова, Н.С. и др. Волшебная страна фигур. В пяти путешествиях. – СПб.: Питер, 2000. – 47 с.

34. Подходова, Н.С. Подготовка учащихся к изучению геометрии // Начальная школа. – 2002. – №1. – С. 67-73.

35. Стойлова, Л.П. Математика. Учебное пособие для студентов высших педагогических заведений. 2-е издание. – М.: Академия, 2004. – 424 с.

36. Сутягина, В.И. Функции геометрии в начальном обучении математике // Начальная школа. – 2002. – №11. – С. 31-39.

37. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология: учебник для студентов средних учебных заведений. – 8-е изд. М.: Академия, 2002. – 288 с.

38. Ткачёв А.П. О моделировании при изучении величин в начальных класса.// Начальная школа. – 2006. – №11. – С.45-49.

39. Удодова, Н.И. Занимательная математика. Смекай, отгадывай, считай. – Волгоград: Учитель, 2014. – 111 с.

40. Федеральный государственный стандарт начального общего образования./ Министерство образования и науки Российской Федерации. – Режим доступа: http://standart.edu.ru.

41. Чекин, А.Л. Математика: Учебник для 1-4 классов начальной школы – М.: Академкнига, 2013.
42. Шадрина, И.В. Принцип построения системы обучения младших школьников элементам геометрии // Начальная школа. – 2001. – №10. – С. 37-47.
43. Якиманская, И.С. Развитие пространственного мышления младших школьников. – М.: Просвещение, 1980. – 240 с.
44. http://festival.1september.ru
45. http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog
46. http://mathkang.ru/
47. http://russian-kenguru.ru/konkursy/kenguru