

# ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Факультет машиностроения и транспорта

Кафедра «Транспортные машины»

Курсовая работа

по дисциплине: «Теория транспортных процессов и систем»

Тема: «Планирование перевозок мелкопартионных грузов»

Выполнил: студент группы 16МГ1

Морозов Ю.А.

Проверил: к.т.н., доцент

Логинов О. Н.

Пенза, 2019

## Содержание

|                                                                                                                                      |    |
|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----|
| Введение.....                                                                                                                        | 3  |
| 1. Постановка и математическая модель задачи.....                                                                                    | 4  |
| 2. Алгоритм и метод решения задачи .....                                                                                             | 6  |
| 3. Решение задачи маршрутизации методом потенциалов.<br>Определение оптимального плана движения автомобилей без<br>груза.....        | 7  |
| 4. Определение маршрутов движения автомобилей методом<br>совмещенных планов.....                                                     | 47 |
| 5. Технологический расчет маршрутов, количество направляемых<br>автомобилей, их сменные задания и планируемые показатели работы..... | 58 |
| 6. Сводные показатели составленного сменно суточного плана: объем<br>перевозок, коэффициент использования пробега.....               | 62 |
| Заключение.....                                                                                                                      | 64 |
| Список литературы.....                                                                                                               | 65 |

## Введение

Грузоперевозки — это процесс, вследствие которого совершается перемещение из одного места в другое каких-либо объектов с помощью транспорта.

Маршрутизация перевозок - это прогрессивный, высокоэффективный способ организации транспортного процесса, позволяющий значительно сократить непроизводительные порожние пробеги подвижного состава, повысить качество обслуживания клиентуры и, в конечном счёте, сократить транспортные издержки самого автотранспортного предприятия.

Порожний пробег - это сумма холостых и нулевых пробегов. Величина порожних пробегов зависит от ряда факторов: от характера и направления грузопотоков; но главное влияние оказывает организация транспортного процесса и качество сменно-суточного планирования. Поэтому задачу ежедневного планирования можно сформулировать так: Сменно-суточное планирование перевозок грузов должно обеспечить выполнение заданного объёма перевозок с наименьшим порожним пробегом автомобилей.

Эта тема и будет являться основополагающей в данном курсовом проекте.

## 1. Постановка и математическая модель задачи

Рассмотрим и сформулируем в математической форме условие транспортной задачи. Потребителям  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$  требуется груз в количествах  $b_1, b_2, \dots, b_j, \dots, b_n$  (т) единиц, который имеется или производится у поставщиков  $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$  в количествах  $a_1, a_2, \dots, a_i, \dots, a_m$  (т) единиц соответственно. Обозначим через  $q_{ij}$  объём перевозок из  $i$ -ого пункта отправления в  $j$ -ый пункт назначения. Объём перевозок известен для всех пунктов. Расстояние между поставщиками и потребителями известной составляет  $l_{ij}$  (км). В процессе выполнения перевозок в пунктах назначения  $B_1, B_2, \dots, B_j, \dots, B_n$  после разгрузки автомобилей будет образовываться порожняк в количествах  $b'_1, b'_2, \dots, b'_j, \dots, b'_n$  который надо направить в пункты  $A_1, A_2, \dots, A_i, \dots, A_m$  в количествах  $a'_1, a'_2, \dots, a'_j, \dots, a'_m$ .

С методической точки для решения задачи удобней пользоваться понятием

«ездка». Поэтому за единицу измерения будет приниматься езда автомобиля с грузом и без него.

В задаче будет выполняться условие:

$$b'_j = b_j = \sum q_{ij}, \text{ где } j=1, 2, \dots, n \text{ и } a'_i = a_i = \sum q_{ij}, \text{ где } i=1, 2, \dots, m$$

Дополнительным условием задачи является требование, чтобы за рабочую смену автомобиль направлялся не более, чем в четыре разных пункта отправления и в такое же количество пунктов назначения. Практически это означает, что при сменном задании с большим числом ездов необходимо составить кольцевой маршрут так, чтобы по нему можно было сделать несколько оборотов. Необходим план перевозок который обеспечит выполнение заданных объёмов с наименьшим холостым пробегом автомобиля.

Обозначим через  $X_{ij}$  количество порожняка (в автомобиле - ездах) предназначенного к отправке из пункта разгрузки  $B_j$  в пункт погрузки  $A_i$ , тогда суммарный холостой пробег автомобиля из всех пунктов с наличием порожняка во все пункты его подачи будет иметь вид:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ji} l_{ji}$$

Условие полного удовлетворения спроса на порожняк каждого пункта отправления за счёт подачи его из разных пунктов с наличием порожняка выглядит так:

$$\sum_{j=1}^n x_{ji} = a_i^1, i = 1, 2 \dots m$$

Весь порожняк из каждого пункта назначения должен быть подан в пункт отправления под погрузку, т.е.

$$\sum_{i=1}^m x_{ji} = b_j^1, j = 1, 2 \dots n$$

Очевидно, что количество автомобилей не может быть отрицательным числом  $x_{ji} \geq 0, j=1, 2 \dots n; i=1, 2 \dots m$

Таким образом, требуется определить совокупность величин  $x_{ji}$  (план возврата порожняка), удовлетворяющих этим условиям и минимизирующих суммарный холостой пробег автомобилей:

$$\sum_{j=1}^n \sum_{i=1}^m x_{ji} l_{ji}.$$

По смыслу задачи имеет место равенство:

$$\sum_{i=1}^m a_i^1 = \sum_{j=1}^n b_j^1$$

Сформулированная задача называется задачей минимизации холостых пробегов автомобилей. Это транспортная задача линейного программирования, имеющая  $n \cdot m$  число переменных, связанных посредством  $n+m$  линейных уравнений.

## 2. Алгоритм и метод решения задачи

Для решения задачи разработан метод совмещённых планов (рисунок 1). С его помощью она решается в три этапа.



На первом этапе решают задачу минимизации холостых пробегов автомобилей, в результате чего находят оптимальный план возврата порожняка под погрузку после разгрузки.

На втором этапе из грузопотока (линий перевозок) заданных заявкой на перевозки и линий оптимального плана возврата порожняка, найденного на первом этапе, составляют схему кольцевых и маятниковых маршрутов движения автомобилей, в совокупности обеспечивающих минимум холостых пробегов автомобилей при выполнении заданных перевозок.

На третьем этапе найденные маршруты прикрепляют к АТП (автотранспортному предприятию), после чего разрабатывают сменно-суточные задания водителям по каждому маршруту.

### 3. Решение задачи маршрутизации методом потенциалов.

#### Определение оптимального плана движения автомобилей без груза

Для решения задачи необходимо определить количество автомобиле-ездов, которых находим по формуле:

$Z_e = Q / q * j$ , где  $Q$  - объём перевозок;

$q$  - грузоподъёмность автомобиля (т);

$j$  - коэффициент использования грузоподъёмности.

В данной работе  $q=5, j=0,9$ . Результаты вычисления занесём в таблицу 1.

$$Z_e (A1B1) = 126/5 * 0,9 = 28$$

$$Z_e (A1B7) = 133/5 * 0,9 = 30$$

$$Z_e (A1B8) = 64/5 * 0,9 = 14$$

$$Z_e (A2B2) = 108/5 * 0,9 = 24$$

$$Z_e (A3B5) = 118/5 * 0,9 = 26$$

$$Z_e (A4B3) = 56/5 * 0,9 = 16$$

$$Z_e (A4B4) = 27/5 * 0,9 = 12$$

$$Z_e (A5B1) = 135/5 * 0,9 = 30$$

$$Z_e (A5B3) = 74/5 * 0,9 = 16$$

$$Z_e (A6B5) = 74/5 * 0,9 = 16$$

$$Z_e (A6B6) = 27/5 * 0,9 = 12$$

Таблица 1- Результаты вычислений

|                             |     |     |    |     |     |    |    |     |    |    |    |
|-----------------------------|-----|-----|----|-----|-----|----|----|-----|----|----|----|
| Пункт отправления           | A1  | A1  | A1 | A2  | A3  | A4 | A4 | A5  | A5 | A6 | A6 |
| Пункт назначения            | B1  | B7  | B8 | B2  | B5  | B3 | B4 | B1  | B3 | B5 | B6 |
| Объём перевозок             | 126 | 133 | 64 | 108 | 118 | 56 | 27 | 135 | 74 | 74 | 27 |
| Количество автомобиле-ездов | 28  | 30  | 14 | 24  | 26  | 16 | 12 | 30  | 16 | 16 | 12 |

Далее строим допустимый исходный план (таблица 2).

Таблица 2- Допустимый исходный план

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |          |          |          |          |          |          |          | Потребность<br>в<br>перевозках |
|-----------------------|-------------------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|--------------------------------|
|                       | Б1                | Б2       | Б3       | Б4       | Б5       | Б6       | Б7       | Б8       |                                |
|                       |                   |          |          |          |          |          |          |          |                                |
| A1                    | 5<br>28           | 1        | 7        | 8        | 4        | 2        | 14<br>30 | 15<br>14 | 66                             |
| A2                    | 5                 | 13<br>24 | 8        | 6        | 3        | 1        | 7        | 3        | 18                             |
| A3                    | 12                | 4        | 14       | 13       | 11<br>26 | 4        | 12       | 10       | 18                             |
| A4                    | 16                | 7        | 15<br>16 | 15<br>12 | 13       | 5        | 15       | 12       | 42                             |
| A5                    | 9<br>30           | 1        | 13<br>16 | 6        | 1        | 1        | 4        | 1        | 35                             |
| A6                    | 3                 | 1        | 5        | 3        | 8<br>16  | 10<br>12 | 3        | 2        | 43                             |
| Наличие<br>порожняка  | 48                | 18       | 33       | 26       | 35       | 26       | 30       | 6        | 222/222                        |

В дальнейшем будем считать, что  $B=v$ ,  $A=u$

### Этап I. Поиск первого опорного плана.

1. Используя метод наименьшей стоимости, построим первый опорный план транспортной задачи.

Суть метода заключается в том, что из всей таблицы стоимостей выбирают наименьшую, и в клетку, которая ей соответствует, помещают меньшее из чисел  $a_i$ , или  $b_j$ .

Затем, из рассмотрения исключают либо строку, соответствующую поставщику, запасы которого полностью израсходованы, либо столбец, соответствующий потребителю, потребности которого полностью удовлетворены, либо и строку и столбец, если израсходованы запасы

поставщика и удовлетворены потребности потребителя. Из оставшейся части таблицы стоимостей снова выбирают наименьшую стоимость, и процесс распределения запасов продолжают, пока все запасы не будут распределены, а потребности удовлетворены.

Искомый элемент равен  $c_{12}=1$ . Для этого элемента запасы равны 72, потребности 24. Поскольку минимальным является 24, то вычитаем его.  $x_{12} = \min(72,24) = 24$ .

|    |                    |    |    |    |    |    |    |                     |
|----|--------------------|----|----|----|----|----|----|---------------------|
| 5  | <b>1</b>           | 7  | 8  | 4  | 2  | 14 | 15 | <b>72 - 24 = 48</b> |
| 5  | x                  | 8  | 6  | 3  | 1  | 7  | 3  | 24                  |
| 12 | x                  | 14 | 13 | 11 | 4  | 12 | 10 | 26                  |
| 16 | x                  | 15 | 15 | 13 | 5  | 15 | 12 | 28                  |
| 9  | x                  | 13 | 6  | 1  | 1  | 4  | 1  | 46                  |
| 3  | x                  | 5  | 3  | 8  | 10 | 3  | 2  | 28                  |
| 58 | <b>24 - 24 = 0</b> | 32 | 12 | 42 | 12 | 30 | 14 |                     |

Искомый элемент равен  $c_{26}=1$ . Для этого элемента запасы равны 24, потребности 12. Поскольку минимальным является 12, то вычитаем его.  $x_{26} = \min(24,12) = 12$ .

|    |   |    |    |    |                    |    |    |                     |
|----|---|----|----|----|--------------------|----|----|---------------------|
| 5  | 1 | 7  | 8  | 4  | x                  | 14 | 15 | 48                  |
| 5  | x | 8  | 6  | 3  | 1                  | 7  | 3  | <b>24 - 12 = 12</b> |
| 12 | x | 14 | 13 | 11 | x                  | 12 | 10 | 26                  |
| 16 | x | 15 | 15 | 13 | x                  | 15 | 12 | 28                  |
| 9  | x | 13 | 6  | 1  | x                  | 4  | 1  | 46                  |
| 3  | x | 5  | 3  | 8  | x                  | 3  | 2  | 28                  |
| 58 | 0 | 32 | 12 | 42 | <b>12 - 12 = 0</b> | 30 | 14 |                     |

Искомый элемент равен  $c_{55}=1$ . Для этого элемента запасы равны 46, потребности 42. Поскольку минимальным является 42, то вычитаем его.  
 $x_{55} = \min(46, 42) = 42$ .

|    |   |    |    |                    |   |    |    |                    |
|----|---|----|----|--------------------|---|----|----|--------------------|
| 5  | 1 | 7  | 8  | x                  | x | 14 | 15 | 48                 |
| 5  | x | 8  | 6  | x                  | 1 | 7  | 3  | 12                 |
| 12 | x | 14 | 13 | x                  | x | 12 | 10 | 26                 |
| 16 | x | 15 | 15 | x                  | x | 15 | 12 | 28                 |
| 9  | x | 13 | 6  | 1                  | x | 4  | 1  | <b>46 - 42 = 4</b> |
| 3  | x | 5  | 3  | x                  | x | 3  | 2  | 28                 |
| 58 | 0 | 32 | 12 | <b>42 - 42 = 0</b> | 0 | 30 | 14 |                    |

Искомый элемент равен  $c_{58}=1$ . Для этого элемента запасы равны 4, потребности 14. Поскольку минимальным является 4, то вычитаем его.  
 $x_{58} = \min(4,14) = 4$ .

|    |   |    |    |   |   |    |             |           |
|----|---|----|----|---|---|----|-------------|-----------|
| 5  | 1 | 7  | 8  | x | x | 14 | 15          | 48        |
| 5  | x | 8  | 6  | x | 1 | 7  | 3           | 12        |
| 12 | x | 14 | 13 | x | x | 12 | 10          | 26        |
| 16 | x | 15 | 15 | x | x | 15 | 12          | 28        |
| x  | x | x  | x  | 1 | x | x  | 1           | 4 - 4 = 0 |
| 3  | x | 5  | 3  | x | x | 3  | 2           | 28        |
| 58 | 0 | 32 | 12 | 0 | 0 | 30 | 14 - 4 = 10 |           |

Искомый элемент равен  $c_{68}=2$ . Для этого элемента запасы равны 28, потребности 10. Поскольку минимальным является 10, то вычитаем его.  
 $x_{68} = \min(28,10) = 10$ .

|    |   |    |    |   |   |    |                    |                     |
|----|---|----|----|---|---|----|--------------------|---------------------|
| 5  | 1 | 7  | 8  | x | x | 14 | x                  | 48                  |
| 5  | x | 8  | 6  | x | 1 | 7  | x                  | 12                  |
| 12 | x | 14 | 13 | x | x | 12 | x                  | 26                  |
| 16 | x | 15 | 15 | x | x | 15 | x                  | 28                  |
| x  | x | x  | x  | 1 | x | x  | 1                  | 0                   |
| 3  | x | 5  | 3  | x | x | 3  | 2                  | <b>28 - 10 = 18</b> |
| 58 | 0 | 32 | 12 | 0 | 0 | 30 | <b>10 - 10 = 0</b> |                     |

Искомый элемент равен  $s_{61}=3$ . Для этого элемента запасы равны 18, потребности 58. Поскольку минимальным является 18, то вычитаем его.  
 $x_{61} = \min(18, 58) = 18$ .

|                     |   |    |    |   |   |    |   |                    |
|---------------------|---|----|----|---|---|----|---|--------------------|
| 5                   | 1 | 7  | 8  | x | x | 14 | x | 48                 |
| 5                   | x | 8  | 6  | x | 1 | 7  | x | 12                 |
| 12                  | x | 14 | 13 | x | x | 12 | x | 26                 |
| 16                  | x | 15 | 15 | x | x | 15 | x | 28                 |
| x                   | x | x  | x  | 1 | x | x  | 1 | 0                  |
| 3                   | x | x  | x  | x | x | x  | 2 | <b>18 - 18 = 0</b> |
| <b>58 - 18 = 40</b> | 0 | 32 | 12 | 0 | 0 | 30 | 0 |                    |

Искомый элемент равен  $c_{11}=5$ . Для этого элемента запасы равны 48, потребности 40. Поскольку минимальным является 40, то вычитаем его.  
 $x_{11} = \min(48,40) = 40$ .

|                    |   |    |    |   |   |    |   |                    |
|--------------------|---|----|----|---|---|----|---|--------------------|
| 5                  | 1 | 7  | 8  | x | x | 14 | x | <b>48 - 40 = 8</b> |
| x                  | x | 8  | 6  | x | 1 | 7  | x | 12                 |
| x                  | x | 14 | 13 | x | x | 12 | x | 26                 |
| x                  | x | 15 | 15 | x | x | 15 | x | 28                 |
| x                  | x | x  | x  | 1 | x | x  | 1 | 0                  |
| 3                  | x | x  | x  | x | x | x  | 2 | 0                  |
| <b>40 - 40 = 0</b> | 0 | 32 | 12 | 0 | 0 | 30 | 0 |                    |

Искомый элемент равен  $c_{24}=6$ . Для этого элемента запасы равны 12, потребности 12. Поскольку минимальным является 12, то вычитаем его.  
 $x_{24} = \min(12,12) = 12$ .

|   |   |    |               |   |   |    |   |               |
|---|---|----|---------------|---|---|----|---|---------------|
| 5 | 1 | 7  | 8             | x | x | 14 | x | 8             |
| x | x | x  | 6             | x | 1 | x  | x | $12 - 12 = 0$ |
| x | x | 14 | 13            | x | x | 12 | x | 26            |
| x | x | 15 | 15            | x | x | 15 | x | 28            |
| x | x | x  | x             | 1 | x | x  | 1 | 0             |
| 3 | x | x  | x             | x | x | x  | 2 | 0             |
| 0 | 0 | 32 | $12 - 12 = 0$ | 0 | 0 | 30 | 0 |               |

Искомый элемент равен  $c_{13}=7$ . Для этого элемента запасы равны 8, потребности 32. Поскольку минимальным является 8, то вычитаем его.  
 $x_{13} = \min(8, 32) = 8$ .

|   |   |               |    |   |   |    |   |             |
|---|---|---------------|----|---|---|----|---|-------------|
| 5 | 1 | 7             | 8  | x | x | x  | x | $8 - 8 = 0$ |
| x | x | x             | 6  | x | 1 | x  | x | 0           |
| x | x | 14            | 13 | x | x | 12 | x | 26          |
| x | x | 15            | 15 | x | x | 15 | x | 28          |
| x | x | x             | x  | 1 | x | x  | 1 | 0           |
| 3 | x | x             | x  | x | x | x  | 2 | 0           |
| 0 | 0 | $32 - 8 = 24$ | 0  | 0 | 0 | 30 | 0 |             |

Искомый элемент равен  $c_{37}=12$ . Для этого элемента запасы равны 26, потребности 30. Поскольку минимальным является 26, то вычитаем его.  
 $x_{37} = \min(26,30) = 26$ .

|   |   |    |    |   |   |               |   |               |
|---|---|----|----|---|---|---------------|---|---------------|
| 5 | 1 | 7  | 8  | x | x | x             | x | 0             |
| x | x | x  | 6  | x | 1 | x             | x | 0             |
| x | x | x  | 13 | x | x | 12            | x | $26 - 26 = 0$ |
| x | x | 15 | 15 | x | x | 15            | x | 28            |
| x | x | x  | x  | 1 | x | x             | 1 | 0             |
| 3 | x | x  | x  | x | x | x             | 2 | 0             |
| 0 | 0 | 24 | 0  | 0 | 0 | $30 - 26 = 4$ | 0 |               |

Искомый элемент равен  $c_{43}=15$ . Для этого элемента запасы равны 28, потребности 24. Поскольку минимальным является 24, то вычитаем его.  
 $x_{43} = \min(28,24) = 24$ .

|   |   |               |    |   |   |    |   |               |
|---|---|---------------|----|---|---|----|---|---------------|
| 5 | 1 | 7             | 8  | x | x | x  | x | 0             |
| x | x | x             | 6  | x | 1 | x  | x | 0             |
| x | x | x             | 13 | x | x | 12 | x | 0             |
| x | x | 15            | 15 | x | x | 15 | x | $28 - 24 = 4$ |
| x | x | x             | x  | 1 | x | x  | 1 | 0             |
| 3 | x | x             | x  | x | x | x  | 2 | 0             |
| 0 | 0 | $24 - 24 = 0$ | 0  | 0 | 0 | 4  | 0 |               |

Искомый элемент равен  $s_{47}=15$ . Для этого элемента запасы равны 4, потребности 4. Поскольку минимальным является 4, то вычитаем его.  
 $x_{47} = \min(4,4) = 4$ .

|   |   |    |    |   |   |             |   |             |
|---|---|----|----|---|---|-------------|---|-------------|
| 5 | 1 | 7  | 8  | x | x | x           | x | 0           |
| x | x | x  | 6  | x | 1 | x           | x | 0           |
| x | x | x  | 13 | x | x | 12          | x | 0           |
| x | x | 15 | 15 | x | x | 15          | x | $4 - 4 = 0$ |
| x | x | x  | x  | 1 | x | x           | 1 | 0           |
| 3 | x | x  | x  | x | x | x           | 2 | 0           |
| 0 | 0 | 0  | 0  | 0 | 0 | $4 - 4 = 0$ | 0 |             |

Далее, согласно алгоритму, ищем элементы среди не вычеркнутых. Ранее были вычеркнуты 1, 2, 3, 5, 6, 8-столбцы и 1, 2, 3, 4, 5, 6-строки, поэтому поиск ведется среди не вычеркнутых (см. таблицу).

|       |       |       |       |       |       |       |       |       |
|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|-------|
| 5     | 1     | 7     | 8     | 4     | 2     | 14    | 15    | 72[0] |
| 5     | 13    | 8     | 6     | 3     | 1     | 7     | 3     | 24[0] |
| 12    | 4     | 14    | 13    | 11    | 4     | 12    | 10    | 26[0] |
| 16    | 7     | 15    | 15    | 13    | 5     | 15    | 12    | 28[0] |
| 9     | 1     | 13    | 6     | 1     | 1     | 4     | 1     | 46[0] |
| 3     | 1     | 5     | 3     | 8     | 10    | 3     | 2     | 28[0] |
| 58[0] | 24[0] | 32[0] | 12[0] | 42[0] | 12[0] | 30[0] | 14[0] |       |

Искомый элемент равен  $s_{64}=3$ , но т.к. ограничения выполнены, то  $x_{64}=0$ .

|             | 1     | 2     | 3      | 4     | 5     | 6     | 7      | 8     | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| 1           | 5[40] | 1[24] | 7[8]   | 8     | 4     | 2     | 14     | 15    | 72     |
| 2           | 5     | 13    | 8      | 6[12] | 3     | 1[12] | 7      | 3     | 24     |
| 3           | 12    | 4     | 14     | 13    | 11    | 4     | 12[26] | 10    | 26     |
| 4           | 16    | 7     | 15[24] | 15    | 13    | 5     | 15[4]  | 12    | 28     |
| 5           | 9     | 1     | 13     | 6     | 1[42] | 1     | 4      | 1[4]  | 46     |
| 6           | 3[18] | 1     | 5      | 3[0]  | 8     | 10    | 3      | 2[10] | 28     |
| Потребности | 58    | 24    | 32     | 12    | 42    | 12    | 30     | 14    |        |

В результате получен первый опорный план, который является допустимым, так как все грузы из баз вывезены, потребность магазинов удовлетворена, а план соответствует системе ограничений транспортной задачи.

2. Подсчитаем число занятых клеток таблицы, их 13, а должно быть  $m + n - 1 = 13$ . Следовательно, опорный план является *невыврожденным*. Значение целевой функции для этого опорного плана равно:  
 $F(x) = 5 \cdot 40 + 1 \cdot 24 + 7 \cdot 8 + 6 \cdot 12 + 1 \cdot 12 + 12 \cdot 26 + 15 \cdot 24 + 15 \cdot 4 + 1 \cdot 42 + 1 \cdot 4 + 3 \cdot 18 + 2 \cdot 10 = 1216$

### Этап II. Улучшение опорного плана.

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$  по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$\begin{aligned}
u_6 + v_1 &= 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2 \\
u_6 + v_4 &= 3; -2 + v_4 = 3; v_4 = 5 \\
u_2 + v_4 &= 6; 5 + u_2 = 6; u_2 = 1 \\
u_2 + v_6 &= 1; 1 + v_6 = 1; v_6 = 0 \\
u_6 + v_8 &= 2; -2 + v_8 = 2; v_8 = 4 \\
u_5 + v_8 &= 1; 4 + u_5 = 1; u_5 = -3 \\
u_5 + v_5 &= 1; -3 + v_5 = 1; v_5 = 4 \\
u_1 + v_2 &= 1; 0 + v_2 = 1; v_2 = 1 \\
u_1 + v_3 &= 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7 \\
u_4 + v_3 &= 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8 \\
u_4 + v_7 &= 15; 8 + v_7 = 15; v_7 = 7 \\
u_3 + v_7 &= 12; 7 + u_3 = 12; u_3 = 5
\end{aligned}$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=1$ | $v_3=7$ | $v_4=5$ | $v_5=4$ | $v_6=0$ | $v_7=7$ | $v_8=4$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[40]   | 1[24]   | 7[8]    | 8       | 4       | 2       | 14      | 15      |
| $u_2=1$  | 5       | 13      | 8       | 6[12]   | 3       | 1[12]   | 7       | 3       |
| $u_3=5$  | 12      | 4       | 14      | 13      | 11      | 4       | 12[26]  | 10      |
| $u_4=8$  | 16      | 7       | 15[24]  | 15      | 13      | 5       | 15[4]   | 12      |
| $u_5=-3$ | 9       | 1       | 13      | 6       | 1[42]   | 1       | 4       | 1[4]    |
| $u_6=-2$ | 3[18]   | 1       | 5       | 3[0]    | 8       | 10      | 3       | 2[10]   |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(2;1): 1 + 5 > 5; \Delta_{21} = 1 + 5 - 5 = 1$$

$$(2;5): 1 + 4 > 3; \Delta_{25} = 1 + 4 - 3 = 2$$

$$(2;7): 1 + 7 > 7; \Delta_{27} = 1 + 7 - 7 = 1$$

$$(2;8): 1 + 4 > 3; \Delta_{28} = 1 + 4 - 3 = 2$$

$$(3;2): 5 + 1 > 4; \Delta_{32} = 5 + 1 - 4 = 2$$

$$(3;6): 5 + 0 > 4; \Delta_{36} = 5 + 0 - 4 = 1$$

$$(4;2): 8 + 1 > 7; \Delta_{42} = 8 + 1 - 7 = 2$$

$$(4;6): 8 + 0 > 5; \Delta_{46} = 8 + 0 - 5 = 3$$

$$(6;7): -2 + 7 > 3; \Delta_{67} = -2 + 7 - 3 = 2$$

$$\max(1,2,1,2,2,1,2,3,2) = 3$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;6): 5

Для этого в перспективную клетку (4;6) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1        | 2     | 3         | 4        | 5     | 6        | 7      | 8     | Запасы |
|-------------|----------|-------|-----------|----------|-------|----------|--------|-------|--------|
| 1           | 5[40][-] | 1[24] | 7[8][+]   | 8        | 4     | 2        | 14     | 15    | 72     |
| 2           | 5        | 13    | 8         | 6[12][+] | 3     | 1[12][-] | 7      | 3     | 24     |
| 3           | 12       | 4     | 14        | 13       | 11    | 4        | 12[26] | 10    | 26     |
| 4           | 16       | 7     | 15[24][+] | 15       | 13    | 5[+]     | 15[4]  | 12    | 28     |
| 5           | 9        | 1     | 13        | 6        | 1[42] | 1        | 4      | 1[4]  | 46     |
| 6           | 3[18][+] | 1     | 5         | 3[0][-]  | 8     | 10       | 3      | 2[10] | 28     |
| Потребности | 58       | 24    | 32        | 12       | 42    | 12       | 30     | 14    |        |

Цикл приведен в таблице  $(4,6 \rightarrow 4,3 \rightarrow 1,3 \rightarrow 1,1 \rightarrow 6,1 \rightarrow 6,4 \rightarrow 2,4 \rightarrow 2,6)$ .

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.  $y = \min(6, 4) = 0$ . Прибавляем 0 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 0 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1     | 2     | 3      | 4     | 5     | 6     | 7      | 8     | Запасы |
|-------------|-------|-------|--------|-------|-------|-------|--------|-------|--------|
| 1           | 5[40] | 1[24] | 7[8]   | 8     | 4     | 2     | 14     | 15    | 72     |
| 2           | 5     | 13    | 8      | 6[12] | 3     | 1[12] | 7      | 3     | 24     |
| 3           | 12    | 4     | 14     | 13    | 11    | 4     | 12[26] | 10    | 26     |
| 4           | 16    | 7     | 15[24] | 15    | 13    | 5[0]  | 15[4]  | 12    | 28     |
| 5           | 9     | 1     | 13     | 6     | 1[42] | 1     | 4      | 1[4]  | 46     |
| 6           | 3[18] | 1     | 5      | 3     | 8     | 10    | 3      | 2[10] | 28     |
| Потребности | 58    | 24    | 32     | 12    | 42    | 12    | 30     | 14    |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$  по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_6 + v_1 = 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2$$

$$u_6 + v_8 = 2; -2 + v_8 = 2; v_8 = 4$$

$$u_5 + v_8 = 1; 4 + u_5 = 1; u_5 = -3$$

$$u_5 + v_5 = 1; -3 + v_5 = 1; v_5 = 4$$

$$u_1 + v_2 = 1; 0 + v_2 = 1; v_2 = 1$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

$$u_4 + v_3 = 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8$$

$$u_4 + v_6 = 5; 8 + v_6 = 5; v_6 = -3$$

$$u_2 + v_6 = 1; -3 + u_2 = 1; u_2 = 4$$

$$u_2 + v_4 = 6; 4 + v_4 = 6; v_4 = 2$$

$$u_4 + v_7 = 15; 8 + v_7 = 15; v_7 = 7$$

$$u_3 + v_7 = 12; 7 + u_3 = 12; u_3 = 5$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=1$ | $v_3=7$ | $v_4=2$ | $v_5=4$ | $v_6=-3$ | $v_7=7$ | $v_8=4$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[40]   | 1[24]   | 7[8]    | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=4$  | 5       | 13      | 8       | 6[12]   | 3       | 1[12]    | 7       | 3       |
| $u_3=5$  | 12      | 4       | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[26]  | 10      |
| $u_4=8$  | 16      | 7       | 15[24]  | 15      | 13      | 5[0]     | 15[4]   | 12      |
| $u_5=-3$ | 9       | 1       | 13      | 6       | 1[42]   | 1        | 4       | 1[4]    |
| $u_6=-2$ | 3[18]   | 1       | 5       | 3       | 8       | 10       | 3       | 2[10]   |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(2;1): 4 + 5 > 5; \Delta_{21} = 4 + 5 - 5 = 4$$

$$(2;3): 4 + 7 > 8; \Delta_{23} = 4 + 7 - 8 = 3$$

$$(2;5): 4 + 4 > 3; \Delta_{25} = 4 + 4 - 3 = 5$$

$$(2;7): 4 + 7 > 7; \Delta_{27} = 4 + 7 - 7 = 4$$

$$(2;8): 4 + 4 > 3; \Delta_{28} = 4 + 4 - 3 = 5$$

$$(3;2): 5 + 1 > 4; \Delta_{32} = 5 + 1 - 4 = 2$$

$$(4;2): 8 + 1 > 7; \Delta_{42} = 8 + 1 - 7 = 2$$

$$(6;7): -2 + 7 > 3; \Delta_{67} = -2 + 7 - 3 = 2$$

$$\max(4,3,5,4,5,2,2,2) = 5$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;5): 3  
 Для этого в перспективную клетку (2;5) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1        | 2     | 3         | 4     | 5        | 6        | 7      | 8        | Запасы |
|-------------|----------|-------|-----------|-------|----------|----------|--------|----------|--------|
| 1           | 5[40][-] | 1[24] | 7[8][+]   | 8     | 4        | 2        | 14     | 15       | 72     |
| 2           | 5        | 13    | 8         | 6[12] | 3[+]     | 1[12][-] | 7      | 3        | 24     |
| 3           | 12       | 4     | 14        | 13    | 11       | 4        | 12[26] | 10       | 26     |
| 4           | 16       | 7     | 15[24][-] | 15    | 13       | 5[0][+]  | 15[4]  | 12       | 28     |
| 5           | 9        | 1     | 13        | 6     | 1[42][-] | 1        | 4      | 1[4][+]  | 46     |
| 6           | 3[18][+] | 1     | 5         | 3     | 8        | 10       | 3      | 2[10][-] | 28     |
| Потребности | 58       | 24    | 32        | 12    | 42       | 12       | 30     | 14       |        |

Цикл приведен в таблице  $(2,5 \rightarrow 2,6 \rightarrow 4,6 \rightarrow 4,3 \rightarrow 1,3 \rightarrow 1,1 \rightarrow 6,1 \rightarrow 6,8 \rightarrow 5,8 \rightarrow 5,5)$ .

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.  $y = \min(6, 8) = 10$ . Прибавляем 10 к объемам грузов, стоящих в плюсовых

клетках и вычитаем 10 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1         | 2         | 3          | 4         | 5         | 6         | 7          | 8         | Запасы |
|-------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|--------|
| 1           | 5[30<br>] | 1[24<br>] | 7[18]      | 8         | 4         | 2         | 14         | 15        | 72     |
| 2           | 5         | 13        | 8          | 6[12<br>] | 3[10<br>] | 1[2]      | 7          | 3         | 24     |
| 3           | 12        | 4         | 14         | 13        | 11        | 4         | 12[26<br>] | 10        | 26     |
| 4           | 16        | 7         | 15[14<br>] | 15        | 13        | 5[10<br>] | 15[4]      | 12        | 28     |
| 5           | 9         | 1         | 13         | 6         | 1[32<br>] | 1         | 4          | 1[14<br>] | 46     |
| 6           | 3[28<br>] | 1         | 5          | 3         | 8         | 10        | 3          | 2         | 28     |
| Потребности | 58        | 24        | 32         | 12        | 42        | 12        | 30         | 14        |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ . по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_6 + v_1 = 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2$$

$$u_1 + v_2 = 1; 0 + v_2 = 1; v_2 = 1$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

$$u_4 + v_3 = 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8$$

$$u_4 + v_6 = 5; 8 + v_6 = 5; v_6 = -3$$

$$u_2 + v_6 = 1; -3 + u_2 = 1; u_2 = 4$$

$$u_2 + v_4 = 6; 4 + v_4 = 6; v_4 = 2$$

$$u_2 + v_5 = 3; 4 + v_5 = 3; v_5 = -1$$

$$u_5 + v_5 = 1; -1 + u_5 = 1; u_5 = 2$$

$$u_5 + v_8 = 1; 2 + v_8 = 1; v_8 = -1$$

$$u_4 + v_7 = 15; 8 + v_7 = 15; v_7 = 7$$

$$u_3 + v_7 = 12; 7 + u_3 = 12; u_3 = 5$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=1$ | $v_3=7$ | $v_4=2$ | $v_5=-1$ | $v_6=-3$ | $v_7=7$ | $v_8=-1$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|----------|----------|---------|----------|
| $u_1=0$  | 5[30]   | 1[24]   | 7[18]   | 8       | 4        | 2        | 14      | 15       |
| $u_2=4$  | 5       | 13      | 8       | 6[12]   | 3[10]    | 1[2]     | 7       | 3        |
| $u_3=5$  | 12      | 4       | 14      | 13      | 11       | 4        | 12[26]  | 10       |
| $u_4=8$  | 16      | 7       | 15[14]  | 15      | 13       | 5[10]    | 15[4]   | 12       |
| $u_5=2$  | 9       | 1       | 13      | 6       | 1[32]    | 1        | 4       | 1[14]    |
| $u_6=-2$ | 3[28]   | 1       | 5       | 3       | 8        | 10       | 3       | 2        |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(2;1): 4 + 5 > 5; \Delta_{21} = 4 + 5 - 5 = 4$$

$$(2;3): 4 + 7 > 8; \Delta_{23} = 4 + 7 - 8 = 3$$

$$(2;7): 4 + 7 > 7; \Delta_{27} = 4 + 7 - 7 = 4$$

$$(3;2): 5 + 1 > 4; \Delta_{32} = 5 + 1 - 4 = 2$$

$$(4;2): 8 + 1 > 7; \Delta_{42} = 8 + 1 - 7 = 2$$

$$(5;2): 2 + 1 > 1; \Delta_{52} = 2 + 1 - 1 = 2$$

$$(5;7): 2 + 7 > 4; \Delta_{57} = 2 + 7 - 4 = 5$$

$$(6;7): -2 + 7 > 3; \Delta_{67} = -2 + 7 - 3 = 2$$

$$\max(4,3,4,2,2,5,2) = 5$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (5;7): 4

Для этого в перспективную клетку (5;7) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1     | 2             | 3          | 4         | 5            | 6        | 7            | 8         | Запасы |
|-------------|-------|---------------|------------|-----------|--------------|----------|--------------|-----------|--------|
| 1           | 5[30] | 1[<br>24<br>] | 7[18]      | 8         | 4            | 2        | 14           | 15        | 72     |
| 2           | 5     | 13            | 8          | 6[12<br>] | 3[10][+<br>] | 1[2][-]  | 7            | 3         | 24     |
| 3           | 12    | 4             | 14         | 13        | 11           | 4        | 12[26]       | 10        | 26     |
| 4           | 16    | 7             | 15[14<br>] | 15        | 13           | 5[10][+] | 15[4][-<br>] | 12        | 28     |
| 5           | 9     | 1             | 13         | 6         | 1[32][-]     | 1        | 4[+]         | 1[14<br>] | 46     |
| 6           | 3[28] | 1             | 5          | 3         | 8            | 10       | 3            | 2         | 28     |
| Потребности | 58    | 24            | 32         | 12        | 42           | 12       | 30           | 14        |        |

Цикл приведен в таблице (5,7 → 5,5 → 2,5 → 2,6 → 4,6 → 4,7).

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.

$y = \min(2, 6) = 2$ . Прибавляем 2 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках

и вычитаем 2 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1         | 2         | 3          | 4         | 5         | 6         | 7          | 8         | Запасы |
|-------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|--------|
| 1           | 5[30<br>] | 1[24<br>] | 7[18]      | 8         | 4         | 2         | 14         | 15        | 72     |
| 2           | 5         | 13        | 8          | 6[12<br>] | 3[12<br>] | 1         | 7          | 3         | 24     |
| 3           | 12        | 4         | 14         | 13        | 11        | 4         | 12[26<br>] | 10        | 26     |
| 4           | 16        | 7         | 15[14<br>] | 15        | 13        | 5[12<br>] | 15[2]      | 12        | 28     |
| 5           | 9         | 1         | 13         | 6         | 1[30<br>] | 1         | 4[2]       | 1[14<br>] | 46     |
| 6           | 3[28<br>] | 1         | 5          | 3         | 8         | 10        | 3          | 2         | 28     |
| Потребности | 58        | 24        | 32         | 12        | 42        | 12        | 30         | 14        |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ . по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_6 + v_1 = 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2$$

$$u_1 + v_2 = 1; 0 + v_2 = 1; v_2 = 1$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

$$u_4 + v_3 = 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8$$

$$u_4 + v_6 = 5; 8 + v_6 = 5; v_6 = -3$$

$$u_4 + v_7 = 15; 8 + v_7 = 15; v_7 = 7$$

$$u_3 + v_7 = 12; 7 + u_3 = 12; u_3 = 5$$

$$u_5 + v_7 = 4; 7 + u_5 = 4; u_5 = -3$$

$$u_5 + v_5 = 1; -3 + v_5 = 1; v_5 = 4$$

$$u_2 + v_5 = 3; 4 + u_2 = 3; u_2 = -1$$

$$u_2 + v_4 = 6; -1 + v_4 = 6; v_4 = 7$$

$$u_5 + v_8 = 1; -3 + v_8 = 1; v_8 = 4$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=1$ | $v_3=7$ | $v_4=7$ | $v_5=4$ | $v_6=-3$ | $v_7=7$ | $v_8=4$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[30]   | 1[24]   | 7[18]   | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=-1$ | 5       | 13      | 8       | 6[12]   | 3[12]   | 1        | 7       | 3       |
| $u_3=5$  | 12      | 4       | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[26]  | 10      |
| $u_4=8$  | 16      | 7       | 15[14]  | 15      | 13      | 5[12]    | 15[2]   | 12      |
| $u_5=-3$ | 9       | 1       | 13      | 6       | 1[30]   | 1        | 4[2]    | 1[14]   |
| $u_6=-2$ | 3[28]   | 1       | 5       | 3       | 8       | 10       | 3       | 2       |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(3;2): 5 + 1 > 4; \Delta_{32} = 5 + 1 - 4 = 2$$

$$(4;2): 8 + 1 > 7; \Delta_{42} = 8 + 1 - 7 = 2$$

$$(6;4): -2 + 7 > 3; \Delta_{64} = -2 + 7 - 3 = 2$$

$$(6;7): -2 + 7 > 3; \Delta_{67} = -2 + 7 - 3 = 2$$

$$\max(2,2,2,2) = 2$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (3;2): 4

Для этого в перспективную клетку (3;2) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1         | 2            | 3             | 4         | 5         | 6         | 7             | 8         | Запасы |
|-------------|-----------|--------------|---------------|-----------|-----------|-----------|---------------|-----------|--------|
| 1           | 5[3<br>0] | 1[24]<br>[-] | 7[18]<br>[+]  | 8         | 4         | 2         | 14            | 15        | 72     |
| 2           | 5         | 13           | 8             | 6[1<br>2] | 3[1<br>2] | 1         | 7             | 3         | 24     |
| 3           | 12        | 4[+]         | 14            | 13        | 11        | 4         | 12[26]<br>[-] | 10        | 26     |
| 4           | 16        | 7            | 15[14]<br>[-] | 15        | 13        | 5[1<br>2] | 15[2]<br>[+]  | 12        | 28     |
| 5           | 9         | 1            | 13            | 6         | 1[3<br>0] | 1         | 4[2]          | 1[1<br>4] | 46     |
| 6           | 3[2<br>8] | 1            | 5             | 3         | 8         | 10        | 3             | 2         | 28     |
| Потребности | 58        | 24           | 32            | 12        | 42        | 12        | 30            | 14        |        |

Цикл приведен в таблице (3,2 → 3,7 → 4,7 → 4,3 → 1,3 → 1,2).

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.

$y = \min(4, 3) = 3$ . Прибавляем 3 к объемам грузов, стоящих в плюсовых

клетках и вычитаем 14 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1         | 2         | 3         | 4         | 5         | 6         | 7          | 8         | Запасы |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|--------|
| 1           | 5[30<br>] | 1[10<br>] | 7[32<br>] | 8         | 4         | 2         | 14         | 15        | 72     |
| 2           | 5         | 13        | 8         | 6[12<br>] | 3[12<br>] | 1         | 7          | 3         | 24     |
| 3           | 12        | 4[14<br>] | 14        | 13        | 11        | 4         | 12[12<br>] | 10        | 26     |
| 4           | 16        | 7         | 15        | 15        | 13        | 5[12<br>] | 15[16<br>] | 12        | 28     |
| 5           | 9         | 1         | 13        | 6         | 1[30<br>] | 1         | 4[2]       | 1[14<br>] | 46     |
| 6           | 3[28<br>] | 1         | 5         | 3         | 8         | 10        | 3          | 2         | 28     |
| Потребности | 58        | 24        | 32        | 12        | 42        | 12        | 30         | 14        |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ . по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_6 + v_1 = 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2$$

$$u_1 + v_2 = 1; 0 + v_2 = 1; v_2 = 1$$

$$u_3 + v_2 = 4; 1 + u_3 = 4; u_3 = 3$$

$$u_3 + v_7 = 12; 3 + v_7 = 12; v_7 = 9$$

$$u_4 + v_7 = 15; 9 + u_4 = 15; u_4 = 6$$

$$u_4 + v_6 = 5; 6 + v_6 = 5; v_6 = -1$$

$$u_5 + v_7 = 4; 9 + u_5 = 4; u_5 = -5$$

$$u_5 + v_5 = 1; -5 + v_5 = 1; v_5 = 6$$

$$u_2 + v_5 = 3; 6 + u_2 = 3; u_2 = -3$$

$$u_2 + v_4 = 6; -3 + v_4 = 6; v_4 = 9$$

$$u_5 + v_8 = 1; -5 + v_8 = 1; v_8 = 6$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=1$ | $v_3=7$ | $v_4=9$ | $v_5=6$ | $v_6=-1$ | $v_7=9$ | $v_8=6$ |
|----------|---------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[30]   | 1[10]   | 7[32]   | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=-3$ | 5       | 13      | 8       | 6[12]   | 3[12]   | 1        | 7       | 3       |
| $u_3=3$  | 12      | 4[14]   | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[12]  | 10      |
| $u_4=6$  | 16      | 7       | 15      | 15      | 13      | 5[12]    | 15[16]  | 12      |
| $u_5=-5$ | 9       | 1       | 13      | 6       | 1[30]   | 1        | 4[2]    | 1[14]   |
| $u_6=-2$ | 3[28]   | 1       | 5       | 3       | 8       | 10       | 3       | 2       |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(1;4): 0 + 9 > 8; \Delta_{14} = 0 + 9 - 8 = 1$$

$$(1;5): 0 + 6 > 4; \Delta_{15} = 0 + 6 - 4 = 2$$

$$(6;4): -2 + 9 > 3; \Delta_{64} = -2 + 9 - 3 = 4$$

$$(6;7): -2 + 9 > 3; \Delta_{67} = -2 + 9 - 3 = 4$$

$$(6;8): -2 + 6 > 2; \Delta_{68} = -2 + 6 - 2 = 2$$

$$\max(1,2,4,4,2) = 4$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (6;4): 3

Для этого в перспективную клетку (6;4) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1        | 2        | 3     | 4        | 5        | 6     | 7         | 8     | Запасы |
|-------------|----------|----------|-------|----------|----------|-------|-----------|-------|--------|
| 1           | 5[30][+] | 1[10][-] | 7[32] | 8        | 4        | 2     | 14        | 15    | 72     |
| 2           | 5        | 13       | 8     | 6[12][-] | 3[12][+] | 1     | 7         | 3     | 24     |
| 3           | 12       | 4[14][+] | 14    | 13       | 11       | 4     | 12[12][-] | 10    | 26     |
| 4           | 16       | 7        | 15    | 15       | 13       | 5[12] | 15[16]    | 12    | 28     |
| 5           | 9        | 1        | 13    | 6        | 1[30][-] | 1     | 4[2][+]   | 1[14] | 46     |
| 6           | 3[28][-] | 1        | 5     | 3[+]     | 8        | 10    | 3         | 2     | 28     |
| Потребности | 58       | 24       | 32    | 12       | 42       | 12    | 30        | 14    |        |

Цикл приведен в таблице (6,4 → 6,1 → 1,1 → 1,2 → 3,2 → 3,7 → 5,7 → 5,5 → 2,5 → 2,4).

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.  $y = \min(1, 2) = 10$ . Прибавляем 10 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 10 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1          | 2          | 3          | 4          | 5          | 6          | 7           | 8          | Запасы |
|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-------------|------------|--------|
| 1           | 5[40]<br>] | 1          | 7[32]<br>] | 8          | 4          | 2          | 14          | 15         | 72     |
| 2           | 5          | 13         | 8          | 6[2]       | 3[22]<br>] | 1          | 7           | 3          | 24     |
| 3           | 12         | 4[24]<br>] | 14         | 13         | 11         | 4          | 12[2]       | 10         | 26     |
| 4           | 16         | 7          | 15         | 15         | 13         | 5[12]<br>] | 15[16]<br>] | 12         | 28     |
| 5           | 9          | 1          | 13         | 6          | 1[20]<br>] | 1          | 4[12]       | 1[14]<br>] | 46     |
| 6           | 3[18]<br>] | 1          | 5          | 3[10]<br>] | 8          | 10         | 3           | 2          | 28     |
| Потребности | 58         | 24         | 32         | 12         | 42         | 12         | 30          | 14         |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ . по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$\begin{aligned}
u_6 + v_1 &= 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2 \\
u_6 + v_4 &= 3; -2 + v_4 = 3; v_4 = 5 \\
u_2 + v_4 &= 6; 5 + u_2 = 6; u_2 = 1 \\
u_2 + v_5 &= 3; 1 + v_5 = 3; v_5 = 2 \\
u_5 + v_5 &= 1; 2 + u_5 = 1; u_5 = -1 \\
u_5 + v_7 &= 4; -1 + v_7 = 4; v_7 = 5 \\
u_3 + v_7 &= 12; 5 + u_3 = 12; u_3 = 7 \\
u_3 + v_2 &= 4; 7 + v_2 = 4; v_2 = -3 \\
u_4 + v_7 &= 15; 5 + u_4 = 15; u_4 = 10 \\
u_4 + v_6 &= 5; 10 + v_6 = 5; v_6 = -5 \\
u_5 + v_8 &= 1; -1 + v_8 = 1; v_8 = 2 \\
u_1 + v_3 &= 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7
\end{aligned}$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=-3$ | $v_3=7$ | $v_4=5$ | $v_5=2$ | $v_6=-5$ | $v_7=5$ | $v_8=2$ |
|----------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[40]   | 1        | 7[32]   | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=1$  | 5       | 13       | 8       | 6[2]    | 3[22]   | 1        | 7       | 3       |
| $u_3=7$  | 12      | 4[24]    | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[2]   | 10      |
| $u_4=10$ | 16      | 7        | 15      | 15      | 13      | 5[12]    | 15[16]  | 12      |
| $u_5=-1$ | 9       | 1        | 13      | 6       | 1[20]   | 1        | 4[12]   | 1[14]   |
| $u_6=-2$ | 3[18]   | 1        | 5       | 3[10]   | 8       | 10       | 3       | 2       |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$

$$(2;1): 1 + 5 > 5; \Delta_{21} = 1 + 5 - 5 = 1$$

$$(4;3): 10 + 7 > 15; \Delta_{43} = 10 + 7 - 15 = 2$$

$$\max(1,2) = 2$$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (4;3): 15  
Для этого в перспективную клетку (4;3) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1        | 2         | 3        | 4        | 5        | 6         | 7         | 8         | Запасы |
|-------------|----------|-----------|----------|----------|----------|-----------|-----------|-----------|--------|
| 1           | 5[40][+] | 1         | 7[32][-] | 8        | 4        | 2         | 14        | 15        | 72     |
| 2           | 5        | 13        | 8        | 6[2][-]  | 3[22][+] | 1         | 7         | 3         | 24     |
| 3           | 12       | 4[2<br>4] | 14       | 13       | 11       | 4         | 12[2]     | 10        | 26     |
| 4           | 16       | 7         | 15[+]    | 15       | 13       | 5[1<br>2] | 15[16][-] | 12        | 28     |
| 5           | 9        | 1         | 13       | 6        | 1[20][-] | 1         | 4[12][+]  | 1[1<br>4] | 46     |
| 6           | 3[18][-] | 1         | 5        | 3[10][+] | 8        | 10        | 3         | 2         | 28     |
| Потребности | 58       | 24        | 32       | 12       | 42       | 12        | 30        | 14        |        |

Цикл приведен в таблице (4,3 → 4,7 → 5,7 → 5,5 → 2,5 → 2,4 → 6,4 → 6,1 → 1,1 → 1,3).

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.  $y = \min(2, 4) = 2$ . Прибавляем 2 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках

и вычитаем 2 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1         | 2         | 3         | 4         | 5         | 6         | 7          | 8         | Запасы |
|-------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|------------|-----------|--------|
| 1           | 5[42<br>] | 1         | 7[30<br>] | 8         | 4         | 2         | 14         | 15        | 72     |
| 2           | 5         | 13        | 8         | 6         | 3[24<br>] | 1         | 7          | 3         | 24     |
| 3           | 12        | 4[24<br>] | 14        | 13        | 11        | 4         | 12[2]      | 10        | 26     |
| 4           | 16        | 7         | 15[2<br>] | 15        | 13        | 5[12<br>] | 15[14<br>] | 12        | 28     |
| 5           | 9         | 1         | 13        | 6         | 1[18<br>] | 1         | 4[14]      | 1[14<br>] | 46     |
| 6           | 3[16<br>] | 1         | 5         | 3[12<br>] | 8         | 10        | 3          | 2         | 28     |
| Потребности | 58        | 24        | 32        | 12        | 42        | 12        | 30         | 14        |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ , по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_6 + v_1 = 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2$$

$$u_6 + v_4 = 3; -2 + v_4 = 3; v_4 = 5$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

$$u_4 + v_3 = 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8$$

$$u_4 + v_6 = 5; 8 + v_6 = 5; v_6 = -3$$

$$u_4 + v_7 = 15; 8 + v_7 = 15; v_7 = 7$$

$$u_3 + v_7 = 12; 7 + u_3 = 12; u_3 = 5$$

$$u_3 + v_2 = 4; 5 + v_2 = 4; v_2 = -1$$

$$u_5 + v_7 = 4; 7 + u_5 = 4; u_5 = -3$$

$$u_5 + v_5 = 1; -3 + v_5 = 1; v_5 = 4$$

$$u_2 + v_5 = 3; 4 + u_2 = 3; u_2 = -1$$

$$u_5 + v_8 = 1; -3 + v_8 = 1; v_8 = 4$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=-1$ | $v_3=7$ | $v_4=5$ | $v_5=4$ | $v_6=-3$ | $v_7=7$ | $v_8=4$ |
|----------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[42]   | 1        | 7[30]   | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=-1$ | 5       | 13       | 8       | 6       | 3[24]   | 1        | 7       | 3       |
| $u_3=5$  | 12      | 4[24]    | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[2]   | 10      |
| $u_4=8$  | 16      | 7        | 15[2]   | 15      | 13      | 5[12]    | 15[14]  | 12      |
| $u_5=-3$ | 9       | 1        | 13      | 6       | 1[18]   | 1        | 4[14]   | 1[14]   |
| $u_6=-2$ | 3[16]   | 1        | 5       | 3[12]   | 8       | 10       | 3       | 2       |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > c_{ij}$   
 (6;7):  $-2 + 7 > 3$ ;  $\Delta_{67} = -2 + 7 - 3 = 2$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (6;7): 3  
 Для этого в перспективную клетку (6;7) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1        | 2     | 3        | 4     | 5     | 6     | 7         | 8     | Запасы |
|-------------|----------|-------|----------|-------|-------|-------|-----------|-------|--------|
| 1           | 5[42][+] | 1     | 7[30][-] | 8     | 4     | 2     | 14        | 15    | 72     |
| 2           | 5        | 13    | 8        | 6     | 3[24] | 1     | 7         | 3     | 24     |
| 3           | 12       | 4[24] | 14       | 13    | 11    | 4     | 12[2]     | 10    | 26     |
| 4           | 16       | 7     | 15[2][+] | 15    | 13    | 5[12] | 15[14][-] | 12    | 28     |
| 5           | 9        | 1     | 13       | 6     | 1[18] | 1     | 4[14]     | 1[14] | 46     |
| 6           | 3[16][-] | 1     | 5        | 3[12] | 8     | 10    | 3[+]      | 2     | 28     |
| Потребности | 58       | 24    | 32       | 12    | 42    | 12    | 30        | 14    |        |

Цикл приведен в таблице (6,7 → 6,1 → 1,1 → 1,3 → 4,3 → 4,7).

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.  $y = \min(4, 7) = 4$ . Прибавляем 4 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 4 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|             | 1          | 2          | 3           | 4          | 5          | 6          | 7          | 8          | Запасы |
|-------------|------------|------------|-------------|------------|------------|------------|------------|------------|--------|
| 1           | 5[56]<br>] | 1          | 7[16]<br>]  | 8          | 4          | 2          | 14         | 15         | 72     |
| 2           | 5          | 13         | 8           | 6          | 3[24]<br>] | 1          | 7          | 3          | 24     |
| 3           | 12         | 4[24]<br>] | 14          | 13         | 11         | 4          | 12[2]<br>] | 10         | 26     |
| 4           | 16         | 7          | 15[16]<br>] | 15         | 13         | 5[12]<br>] | 15         | 12         | 28     |
| 5           | 9          | 1          | 13          | 6          | 1[18]<br>] | 1          | 4[14]<br>] | 1[14]<br>] | 46     |
| 6           | 3[2]<br>]  | 1          | 5           | 3[12]<br>] | 8          | 10         | 3[14]<br>] | 2          | 28     |
| Потребности | 58         | 24         | 32          | 12         | 42         | 12         | 30         | 14         |        |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ , по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_6 + v_1 = 3; 5 + u_6 = 3; u_6 = -2$$

$$u_6 + v_4 = 3; -2 + v_4 = 3; v_4 = 5$$

$$u_6 + v_7 = 3; -2 + v_7 = 3; v_7 = 5$$

$$u_3 + v_7 = 12; 5 + u_3 = 12; u_3 = 7$$

$$u_3 + v_2 = 4; 7 + v_2 = 4; v_2 = -3$$

$$u_5 + v_7 = 4; 5 + u_5 = 4; u_5 = -1$$

$$u_5 + v_5 = 1; -1 + v_5 = 1; v_5 = 2$$

$$u_2 + v_5 = 3; 2 + u_2 = 3; u_2 = 1$$

$$u_5 + v_8 = 1; -1 + v_8 = 1; v_8 = 2$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

$$u_4 + v_3 = 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8$$

$$u_4 + v_6 = 5; 8 + v_6 = 5; v_6 = -3$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=-3$ | $v_3=7$ | $v_4=5$ | $v_5=2$ | $v_6=-3$ | $v_7=5$ | $v_8=2$ |
|----------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[56]   | 1        | 7[16]   | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=1$  | 5       | 13       | 8       | 6       | 3[24]   | 1        | 7       | 3       |
| $u_3=7$  | 12      | 4[24]    | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[2]   | 10      |
| $u_4=8$  | 16      | 7        | 15[16]  | 15      | 13      | 5[12]    | 15      | 12      |
| $u_5=-1$ | 9       | 1        | 13      | 6       | 1[18]   | 1        | 4[14]   | 1[14]   |
| $u_6=-2$ | 3[2]    | 1        | 5       | 3[12]   | 8       | 10       | 3[14]   | 2       |

Опорный план не является оптимальным, так как существуют оценки свободных клеток, для которых  $u_i + v_j > C_{ij}$   
 (2;1):  $1 + 5 > 5$ ;  $\Delta_{21} = 1 + 5 - 5 = 1$

Выбираем максимальную оценку свободной клетки (2;1): 5  
 Для этого в перспективную клетку (2;1) поставим знак «+», а в остальных вершинах многоугольника чередующиеся знаки «-», «+», «-».

|             | 1           | 2         | 3          | 4         | 5            | 6         | 7            | 8         | Запасы |
|-------------|-------------|-----------|------------|-----------|--------------|-----------|--------------|-----------|--------|
| 1           | 5[56<br>]   | 1         | 7[16]      | 8         | 4            | 2         | 14           | 15        | 72     |
| 2           | 5[+]        | 13        | 8          | 6         | 3[24]<br>[-] | 1         | 7            | 3         | 24     |
| 3           | 12          | 4[2<br>4] | 14         | 13        | 11           | 4         | 12[2]        | 10        | 26     |
| 4           | 16          | 7         | 15[1<br>6] | 15        | 13           | 5[1<br>2] | 15           | 12        | 28     |
| 5           | 9           | 1         | 13         | 6         | 1[18]<br>[+] | 1         | 4[14]<br>[-] | 1[1<br>4] | 46     |
| 6           | 3[2]<br>[-] | 1         | 5          | 3[1<br>2] | 8            | 10        | 3[14]<br>[+] | 2         | 28     |
| Потребности | 58          | 24        | 32         | 12        | 42           | 12        | 30           | 14        |        |

Цикл приведен в таблице  $(2,1 \rightarrow 2,5 \rightarrow 5,5 \rightarrow 5,7 \rightarrow 6,7 \rightarrow 6,1)$ .

Из грузов  $x_{ij}$  стоящих в минусовых клетках, выбираем наименьшее, т.е.  $y = \min(6, 1) = 1$ . Прибавляем 1 к объемам грузов, стоящих в плюсовых клетках и вычитаем 1 из  $X_{ij}$ , стоящих в минусовых клетках. В результате получим новый опорный план.

|  | 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | 7 | 8 | Запасы |
|--|---|---|---|---|---|---|---|---|--------|
|  |   |   |   |   |   |   |   |   |        |

|             |           |           |            |           |           |           |           |           |    |
|-------------|-----------|-----------|------------|-----------|-----------|-----------|-----------|-----------|----|
| 1           | 5[56<br>] | 1         | 7[16]      | 8         | 4         | 2         | 14        | 15        | 72 |
| 2           | 5[2]      | 13        | 8          | 6         | 3[22<br>] | 1         | 7         | 3         | 24 |
| 3           | 12        | 4[24<br>] | 14         | 13        | 11        | 4         | 12[2<br>] | 10        | 26 |
| 4           | 16        | 7         | 15[16<br>] | 15        | 13        | 5[12<br>] | 15        | 12        | 28 |
| 5           | 9         | 1         | 13         | 6         | 1[20<br>] | 1         | 4[12<br>] | 1[14<br>] | 46 |
| 6           | 3         | 1         | 5          | 3[12<br>] | 8         | 10        | 3[16<br>] | 2         | 28 |
| Потребности | 58        | 24        | 32         | 12        | 42        | 12        | 30        | 14        |    |

Проверим оптимальность опорного плана. Найдем *предварительные потенциалы*  $u_i, v_j$ . по занятым клеткам таблицы, в которых  $u_i + v_j = c_{ij}$ , полагая, что  $u_1 = 0$ .

$$u_1 + v_1 = 5; 0 + v_1 = 5; v_1 = 5$$

$$u_2 + v_1 = 5; 5 + u_2 = 5; u_2 = 0$$

$$u_2 + v_5 = 3; 0 + v_5 = 3; v_5 = 3$$

$$u_5 + v_5 = 1; 3 + u_5 = 1; u_5 = -2$$

$$u_5 + v_7 = 4; -2 + v_7 = 4; v_7 = 6$$

$$u_3 + v_7 = 12; 6 + u_3 = 12; u_3 = 6$$

$$u_3 + v_2 = 4; 6 + v_2 = 4; v_2 = -2$$

$$u_6 + v_7 = 3; 6 + u_6 = 3; u_6 = -3$$

$$u_6 + v_4 = 3; -3 + v_4 = 3; v_4 = 6$$

$$u_5 + v_8 = 1; -2 + v_8 = 1; v_8 = 3$$

$$u_1 + v_3 = 7; 0 + v_3 = 7; v_3 = 7$$

$$u_4 + v_3 = 15; 7 + u_4 = 15; u_4 = 8$$

$$u_4 + v_6 = 5; 8 + v_6 = 5; v_6 = -3$$

|          | $v_1=5$ | $v_2=-2$ | $v_3=7$ | $v_4=6$ | $v_5=3$ | $v_6=-3$ | $v_7=6$ | $v_8=3$ |
|----------|---------|----------|---------|---------|---------|----------|---------|---------|
| $u_1=0$  | 5[56]   | 1        | 7[16]   | 8       | 4       | 2        | 14      | 15      |
| $u_2=0$  | 5[2]    | 13       | 8       | 6       | 3[22]   | 1        | 7       | 3       |
| $u_3=6$  | 12      | 4[24]    | 14      | 13      | 11      | 4        | 12[2]   | 10      |
| $u_4=8$  | 16      | 7        | 15[16]  | 15      | 13      | 5[12]    | 15      | 12      |
| $u_5=-2$ | 9       | 1        | 13      | 6       | 1[20]   | 1        | 4[12]   | 1[14]   |
| $u_6=-3$ | 3       | 1        | 5       | 3[12]   | 8       | 10       | 3[16]   | 2       |

Опорный план является оптимальным, так все оценки свободных клеток удовлетворяют условию  $u_i + v_j \leq c_{ij}$ .

Минимальные затраты составят:  $F(x) = 5*56 + 7*16 + 5*2 + 3*22 + 4*24 + 12*2 + 15*16 + 5*12 + 1*20 + 4*12 + 1*14 + 3*12 + 3*16 = 1054$

#### **Анализ оптимального плана.**

Из 1-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (56), в 3-й магазин (16)

Из 2-го склада необходимо груз направить в 1-й магазин (2), в 5-й магазин (22)

Из 3-го склада необходимо груз направить в 2-й магазин (24), в 7-й магазин (2)

Из 4-го склада необходимо груз направить в 3-й магазин (16), в 6-й магазин (12)

Из 5-го склада необходимо груз направить в 5-й магазин (20), в 7-й магазин (12), в 8-й магазин (14)

Из 6-го склада необходимо груз направить в 4-й магазин (12), в 7-й магазин (16)

#### 4. Определение маршрутов движения автомобилей методом совмещенных планов

В матрицу холостых пробега записываем число груженых ездов из таблицы. Сначала выбираем все маятниковые маршруты, а затем все кольцевые. Маятниковые маршруты определяются в таблице 3 клетками с двойной загрузкой и рассчитываются по наименьшей загрузке. Двойные загрузки имеют клетки  $A_1B_1$  и  $A_4B_3$ , которые образуют следующие маятниковые маршруты: маршрут №1  $A_1 - B_1 - A_1$  на 28 ездов; Маршрут №2  $A_4 - B_3 - A_4$  на 16 ездов

Таблица 3-Определение маятниковых маршрутов с двойной загрузкой

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |          |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----------|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3       | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| A1                    | 28<br>56          |    |          |    |    |    | 30 | 14 |
| A2                    |                   | 24 |          |    |    |    |    |    |
| A3                    |                   |    |          |    | 26 |    |    |    |
| A4                    |                   |    | 16<br>16 | 12 |    |    |    |    |
| A5                    | 30                |    | 16       |    |    |    |    |    |
| A6                    |                   |    |          |    | 16 | 12 |    |    |

Кольцевой маршрут из двух звеньев ( две гружёные и две холостые ездки ) составляется путём образования прямоугольника из горизонтальных и вертикальных отрезков таким образом, что его чётные вершины должны лежать в клетках с порожними ездками, а нечётные вершины в клетках с гружёными клетками. Количество оборотов на маршруте определяется наименьшей из загрузок в клетке. В таблице 4 изображён прямоугольник, обозначающие кольцевые маршруты.

Таблица 4-Обозначение кольцевых маршрутов

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3 | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| A1                    | 28                |    |    |    |    |    | 30 | 14 |
| A2                    |                   | 24 |    |    |    |    |    |    |
| A3                    |                   |    |    |    | 26 |    |    |    |
| A4                    |                   |    |    | 12 |    |    |    |    |
| A5                    | 30                |    | 16 |    |    |    |    |    |
| A6                    |                   |    |    |    | 16 | 12 |    |    |

Маршрут №3 ( ————— )A5-Б3 –А4 –Б4-А6-Б6-Б5-А5 на 12 оборотов

Далее составляем новую матрицу для выбора новых кольцевых маршрутов (таблица 5). В ней исключены груженные и порожние ездка взятая на маршруте №3,.

Таблица 5- Обозначение новых кольцевых маршрутов

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3 | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| A1                    | 28                |    |    |    |    |    | 30 | 14 |
| A2                    |                   | 24 |    |    |    |    |    |    |
| A3                    |                   |    |    |    | 26 |    |    |    |
| A4                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| A5                    | 30                |    | 4  |    |    |    |    |    |
| A6                    |                   |    |    |    | 4  |    |    |    |

Маршрут №4 ( ————— ) A5-Б1-A1-Б7-A6-Б5-Б3-A5 на 4 оборота.

Составляем новую матрицу для выбора новых маршрутов (таблица 6).

Таблица 6- Обозначение новых кольцевых маршрутов

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3 | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| A1                    | 28                |    |    |    |    |    | 26 | 14 |
| A2                    |                   | 24 |    |    |    |    |    |    |
| A3                    |                   |    |    |    | 26 |    |    |    |
| A4                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| A5                    | 26                |    |    |    |    |    |    |    |
| A6                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |

Маршрут №5 ( ————— )A5-Б1-A3-Б5-A1-Б7-Б8-A5 на 14 оборотов

Составляем новую матрицу для выбора новых маршрутов (таблица 7).

Таблица 7- Обозначение новых кольцевых маршрутов

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3 | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| A1                    | 28                |    |    |    |    |    | 12 |    |
| A2                    |                   | 24 |    |    |    |    |    |    |
| A3                    |                   |    |    |    | 12 |    |    |    |
| A4                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| A5                    | 12                |    |    |    |    |    |    |    |
| A6                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |

Маршрут №6 ( ————— ) A2-Б2-A1-Б7-A3-Б5-A5-Б1-A2 на 12 оборотов.

Составляем новую матрицу для выбора новых кольцевых маршрутов (таблица 8).

Таблица 8- Обозначение новых кольцевых маршрутов

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3 | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| A1                    | 28                |    |    |    |    |    |    |    |
| A2                    |                   | 12 |    |    |    |    |    |    |
| A3                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| A4                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| A5                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| A6                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |

Маршрут №7 ( ————— ) А2-Б2-А1-Б1-А2 на 12 оборотов.

Составляем новую матрицу для выбора новых кольцевых маршрутов(таблица 9).

Таблица 9- Обозначение новых кольцевых маршрутов

| Пункты<br>отправления | Пункты назначения |    |    |    |    |    |    |    |
|-----------------------|-------------------|----|----|----|----|----|----|----|
|                       | Б1                | Б2 | Б3 | Б4 | Б5 | Б6 | Б7 | Б8 |
| А1                    | 16                |    |    |    |    |    |    |    |
| А2                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| А3                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| А4                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| А5                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |
| А6                    |                   |    |    |    |    |    |    |    |

Маятниковый маршрут: маршрут №8 А<sub>1</sub> . Б<sub>1</sub> - А<sub>1</sub> на 16 ездов

После расчётов и образования всех типов маршрутов производится прикрепление полученных маршрутов к автотранспортному предприятию, при этом решаются две основные задачи:

- определяется пункт погрузки, с которого следует начинать работу по кольцевым маршрутам;
- выбирается автотранспортное предприятие, техника которого будет выполнять данные маршруты.

Рекомендуется выбирать первый пункт погрузки и АПТ на кольцевом маршруте так, чтобы получить наименьший нулевой пробег автомобиля. Критерием правильности выбора первого пункта назначения служит прирост порожнего пробега. Меньший прирост порожнего пробега соответствует наилучшему варианту выполнения маршрута.

Прирост порожнего пробега вычисляется по формуле:

$$\square l_{kij} = l_{ki} + l_{jk} - l_{ji}, \text{ км, где}$$

$l_{ki}$  – расстояние от  $k$ -ого АТП до  $i$ -ого пункта погрузки;

$l_{jk}$  – расстояние от  $j$ -ого последнего пункта разгрузки до  $k$ -ого АТП;

$l_{ji}$  – расстояние от последнего  $j$ -ого пункта разгрузки до  $i$ -ого первого пункта погрузки.

Маятниковые маршруты выполняются любым АТП от места погрузки.

Маршрут 1: АТП-А<sub>1</sub>-Б<sub>1</sub>-А<sub>1</sub>-АТП на 28 оборотов (рисунок 1). Маршрут 2: АТП-А<sub>4</sub>-Б<sub>3</sub>-А<sub>4</sub>-АТП на 14 оборотов (рисунок 2).

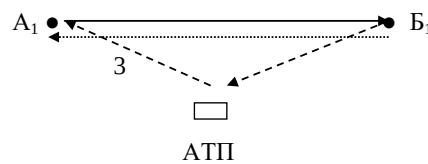


Рисунок 1- Маршрут №1

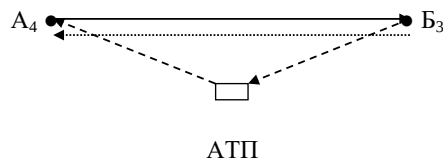


Рисунок 2 - Маршрут №2

Маршрут №3 ( ————— ) А<sub>5</sub>-Б<sub>2</sub> –А<sub>4</sub> –Б<sub>4</sub>-А<sub>6</sub>-Б<sub>6</sub>-Б<sub>5</sub>-А<sub>5</sub> на 12 оборотов

Движение по маршруту можно начинать либо с пункта А<sub>5</sub>, либо с пункта А<sub>4</sub>, либо с пункта А<sub>6</sub>.

АТП - А<sub>5</sub>-Б<sub>2</sub> –А<sub>4</sub> –Б<sub>4</sub>-А<sub>6</sub>-Б<sub>6</sub>-Б<sub>5</sub>– АТП,

АТП - А<sub>4</sub> –Б<sub>4</sub>-А<sub>6</sub>-Б<sub>6</sub>-Б<sub>5</sub>- А<sub>5</sub>-Б<sub>2</sub> – АТП,

АТП - А<sub>6</sub>-Б<sub>6</sub>-Б<sub>5</sub> А<sub>5</sub>-Б<sub>2</sub> –А<sub>4</sub> –Б<sub>4</sub>— АТП,

$$\Pi_1 = 10 + 4 - 1 = 13;$$

$$\Pi_2 = 2 + 17 - 7 = 12.$$

$$\Pi_3 = 15 + 11 - 3 = 23.$$

Наименьшая оценка  $\Pi_2$ , поэтому он является наилучшим (рисунок 3).

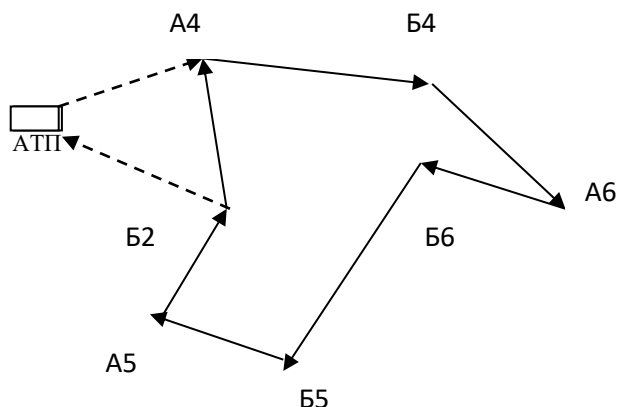


Рисунок 3- Маршрут №3

Маршрут №4 ( ————— ) A5-B1-A1-B7-A6-B5-B3-A5 на 4 оборота.

Движение по маршруту можно начинать либо с пункта A5, либо с пункта A1, либо с пункта A6.

АТП - A5-B1-A1-B7-A6-B5-B3- АТП,

АТП - A1-B7-A6-B5-B3- A5-B1- АТП,

АТП - A6-B5-B3-A5- B1-A1-B7- АТП,

$\Pi_1 = 10 + 16 - 13 = 13$ ;

$\Pi_2 = 3 + 8 - 5 = 6$ .

$\Pi_3 = 15 + 12 - 3 = 24$ .

Наименьшая оценка  $\Pi_2$ , поэтому он является наилучшим (рисунок 4).

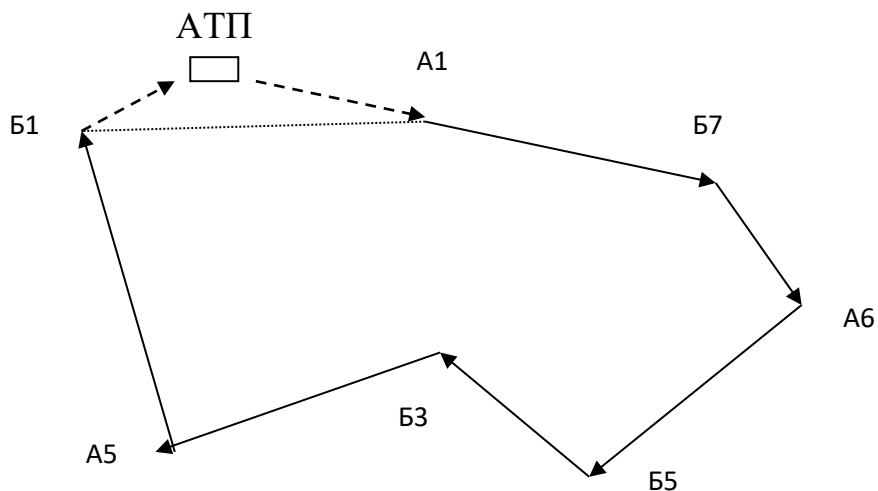


Рисунок 4 - Маршрут №4

Маршрут №5 ( ————— ) A5-B1-A3-B5-A1-B7-B8-A5 на 14 оборотов

Движение по маршруту можно начинать либо с пункта A<sub>5</sub>, либо с пункта A<sub>3</sub>, либо с пункта A<sub>1</sub>.

АТП - A5-B1-A3-B5-A1-B7-B8– АТП,

АТП - A3-B5-A1-B7-B8- A5-B1– АТП,

АТП - A1-B7-B8- A5-B1-A3-B5– АТП,

$\Pi_1 = 10 + 9 - 1 = 18;$

$\Pi_2 = 12 + 8 - 12 = 8.$

$\Pi_3 = 3 + 4 - 4 = 3.$

Наименьшая оценка  $\Pi_3$ , поэтому он является наилучшим (рисунок 5).

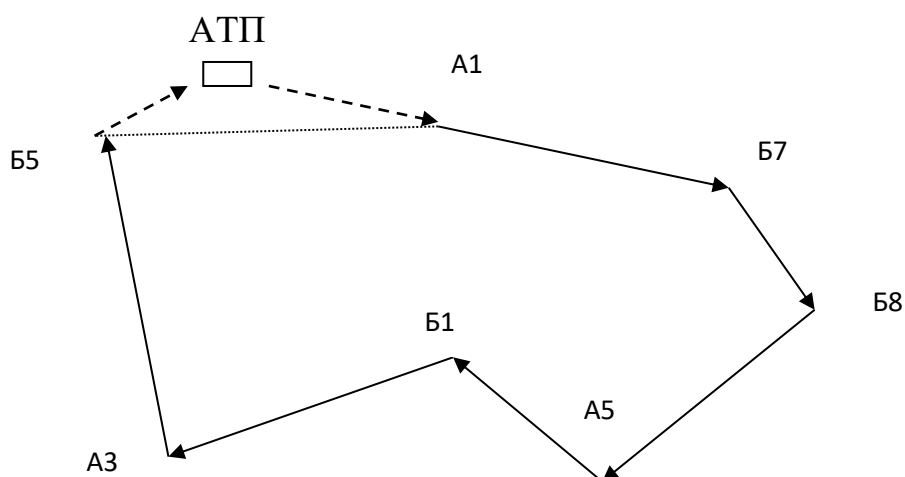


Рисунок 5 - Маршрут №5

Маршрут №6 ( ————— ) A2-B2-A1-B7-A3-B5-A5-B1-A2 на 12 оборотов.

Движение по маршруту можно начинать либо с пункта A<sub>1</sub>, либо с пункта A<sub>2</sub>, либо с пункта A<sub>3</sub>, либо с пункта A<sub>5</sub>.

АТП - A2-B2-A1-B7-A3-B5-A5-B1– АТП,

АТП - A1-B7-A3-B5-A5-B1- A2-B2– АТП,

АТП - A3-B5-A5-B1- A2-B2-A1-B7– АТП,

АТП - A5-B1- A2-B2-A1-B7-A3-B5– АТП,

$$\Pi_1=1+8-5=4;$$

$$\Pi_2=3+17-1=19.$$

$$\Pi_3=12+12-12=12.$$

$$\Pi_4=10+4-1=13.$$

Наименьшая оценка  $\Pi_1$ , поэтому он является наилучшим (рисунок 6).

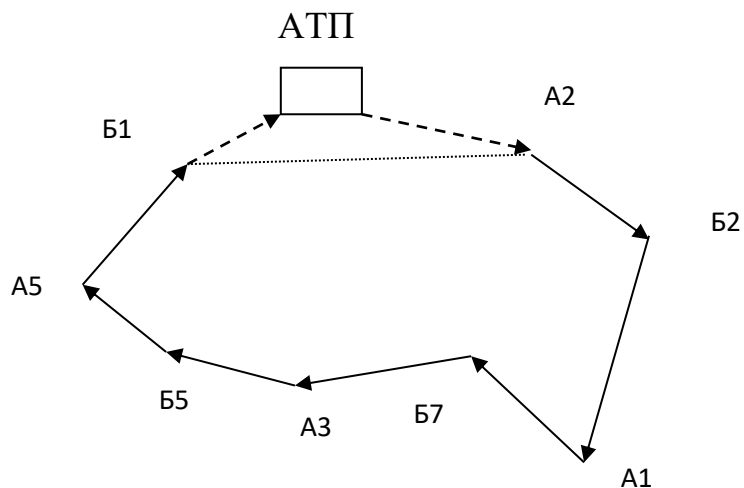


Рисунок 6-- Маршрут №6

Маршрут №7 ( ————— ) А2-Б2-А1-Б1-А2 на 12 оборотов.

Движение по маршруту можно начинать либо с пункта А1, либо с пункта А2,

АТП - А2-Б2-А1-Б1– АТП,

АТП - А1- Б1- А2-Б2– АТП,

$$\Pi_1=1+8-5=4;$$

$$\Pi_2=3+17-1=19.$$

Наименьшая оценка  $\Pi_1$ , поэтому он является наилучшим (рисунок 6).

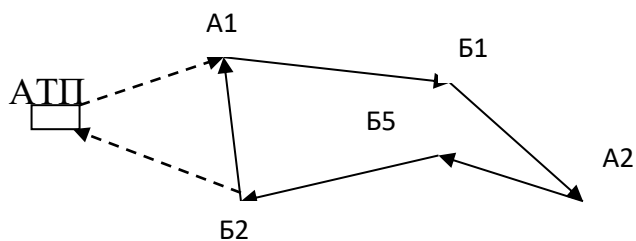


Рисунок 7- Маршрут №7

Маятниковый маршрут №8  $A_1 - B_1 - A_1$  на 16 оборотов

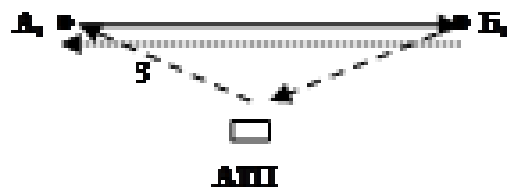


Рисунок 8- маршрут8

5. Технологический расчет маршрутов, количество направляемых автомобилей, их сменные задания и планируемые показатели работы

а) Рассчитаем маятниковый маршрут №1 АТП...А<sub>1</sub> - Б<sub>1</sub> - А<sub>1</sub>.... АТП на 28 ездов с объемом перевозок  $Q_m = 126$  тонн.

Время на пробег одного километра:  $t_{км} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин.

Время оборота автомобиля по маршруту:  $t_{об} = 2 * l_{г} * t_{км} + t_{пв}$ , где  $l_{г} = l_{А1Б1} = 5$  км - (груженная езда).  $t_{об} = 2 * 5 * 3 + 42 = 72$  мин.

Время на нулевой пробег:  $t_0 = (l_0' + l_0'' - l_{хол}) * t_{км}$ , где  $l_0' = 3$  км- (расстояние от первого пункта погрузки до АТП).  $l_0'' = 8$  км- (расстояние от последнего пункта разгрузки до АТП).  $l_{хол} = 5$  км- (холостая езда).  $t_0 = (3 + 8 - 5) * 3 = 18$  мин.

Количество оборотов по маршруту:  $n_0 = (T_n - t_0) / t_{об} = (480 - 18) / 72 = 6$  оборотов.

Время работы на маршруте:  $T_n^м = t_{об} * n_0 + t_0 = 72 * 6 + 18 = 450$  мин.

Пробег автомобиля с грузом:  $L_{гр} = l_{г} * n_0 = 5 * 6 = 30$  км.

Пробег автомобиля без груза.  $L_{пор} = l_{г} (n_0 - 1) + (l_0' + l_0'') = 5 (6 - 1) + 3 + 8 = 36$  км

Общий пробег автомобиля за смену:  $L_{общ} = L_{гр} + L_{пор} = 30 + 36 = 66$  км

Коэффициент использования пробега:  $\beta = L_{гр} / L_{общ} = 30 / 66 \approx 0,46$

б) Маршрут №2 А<sub>4</sub> - Б<sub>3</sub> - А<sub>4</sub> на 16 ездов с объемом перевозок  $Q_m = 72$  тонны.

Время на пробег одного километра:  $t_{км} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин.

Время оборота автомобиля по маршруту:  $t_{об} = 2 * l_{г} * t_{км} + t_{пв}$ , где  $l_{г} = l_{А4Б3} = 15$  км - (груженная езда).  $t_{об} = 2 * 15 * 3 + 42 = 132$  мин.

Время на нулевой пробег:  $t_0 = (l_0' + l_0'' - l_{хол}) * t_{км}$ , где  $l_0' = 2$  км- (расстояние от первого пункта погрузки до АТП).  $l_0'' = 16$  км- (расстояние от последнего пункта разгрузки до АТП).  $l_{хол} = 15$  км- (холостая езда).  $t_0 = (2 + 16 - 15) * 3 = 9$  мин.

Количество оборотов по маршруту:  $n_0 = (T_n - t_0) / t_{об} = (480 - 9) / 132 = 4$  оборота.

Время работы на маршруте:  $T_n^м = t_{об} * n_0 + t_0 = 132 * 4 + 9 = 537$  мин

Пробег автомобиля с грузом:  $L_{гр} = l_{г} * n_0 = 15 * 4 = 60$  км.

Пробег автомобиля без груза.  $L_{пор} = l_{г} (n_0 - 1) + (l_0' + l_0'') = 15 (4 - 1) + 2 + 16 = 63$  км.

Общий пробег автомобиля за смену:  $L_{общ} = L_{гр} + L_{пор} = 60 + 63 = 123$  км.

Коэффициент использования пробега:  $\beta = L_{гр} / L_{общ} = 60 / 123 \approx 0,49$ .

в) Маршрут №3 АТП - А4 –Б4-А6-Б6-Б5- А5-Б2 – АТП на 12 оборотов с объемом перевозок  $Q_M=162$  тонн

Время на пробег одного километра  $t_{км} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин

Протяженность маршрута  $l_M=l_{Г'}+l_{хол'}+l_{Г''}+l_{хол''}=15+3+10+1+1=30$ км

Время оборота автомобиля по маршруту  $t_{об}=l_M*t_{км}+t_{пв}*n_e=30*3+42*3=216$  мин, где  $n_e=3$  - число ездов с грузом на маршруте за один оборот

Время на нулевой пробег  $t_0=(l_0'+l_0''-l_{хол})*t_{км}=(2+17-7)*3=36$  мин

Количество оборотов по маршруту  $n_0=(T_H-t_0)/t_{об}=(480-36)/216=2$  оборота

Время работы на маршруте  $T_M=t_{об}*n_0+t_0=216*2+36=468$  мин

Пробег автомобиля с грузом  $L_{гр}=(l_{Г'}+l_{Г''})*n_0=(15+10+1)*2=52$ км

Пробег автомобиля без груза  $L_{пор}=(l_{хол'}+l_{хол''})*n_0+(l_0'+l_0''-l_{хол})=(3+1)*2+(2+17-7)=20$ км

Общий пробег автомобиля за смену  $L_{общ}=L_{гр}+L_{пор}=52+20=72$ км;

Коэффициент использования автомобиля за смену  $\beta=L_{гр}/L_{общ}=52/72=0,72$

г) Маршрут №4 АТП - А1-Б7-А6-Б5-Б3- А5-Б1– АТП на 4 оборота с объемом перевозок  $Q_M=54$  тонн;

Время на пробег одного километра  $t_{км} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин.

Протяженность маршрута  $l_M=l_{Г'}+l_{хол'}+l_{Г''}+l_{хол''}=14+3+8+13+9=47$ км

Время оборота автомобиля по маршруту  $t_{об}=l_M*t_{км}+t_{пв}*n_e=47*3+42*3=267$  мин где  $n_e=3$  - число ездов с грузом на маршруте за один оборот

Время на нулевой пробег  $t_0=(l_0'+l_0''-l_{хол})*t_{км}=(3+8-5)*3=15$ мин

Количество оборотов по маршруту  $n_0=(T_H-t_0)/t_{об}=(480-15)/267=2$  оборота

Время работы на маршруте  $T_M=t_{об}*n_0+t_0=267*2+15=549$ мин

Пробег автомобиля с грузом  $L_{гр}=(l_{Г'}+l_{Г''})*n_0=(14+8+9)*2=62$  км

Пробег автомобиля без груза  $L_{пор}=(l_{хол'}+l_{хол''})*n_0+(l_0'+l_0''-l_{хол})=(3+13)*2+(3+8-5)=57$ км

Общий пробег автомобиля за смену  $L_{общ}=L_{гр}+L_{пор}=62+57=119$ км

Коэффициент использования автомобиля за смену  $\beta=L_{гр}/L_{общ}=62/119=0,52$

д) Маршрут №5 АТП - А1-Б7-Б8- А5-Б1-А3-Б5– АТП на 14 оборотов объемом перевозок  $Q_M=126$  тонн

Время на пробег одного километра  $t_{\text{км}} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин

Протяженность маршрута  $l_m = l_{\Gamma}' + l_{\text{хол}}' + l_{\Gamma}'' + l_{\text{хол}}'' + l_{\Gamma}''' + l_{\text{хол}}''' = 14 + 1 + 9 + 12 + 11 = 47$  км

Время оборота автомобиля по маршруту  $t_{\text{об}} = l_m * t_{\text{км}} + t_{\text{пв}} * n_{\epsilon} = 47 * 3 + 42 * 3 = 267$  мин

где  $n_{\epsilon} = 3$  - число ездов с грузом на маршруте за один оборот

Время на нулевой пробег  $t_0 = (l_0' + l_0'' - l_{\text{хол}}) * t_{\text{км}} = (3 + 4 - 4) * 3 = 9$  мин

Количество оборотов по маршруту  $n_0 = (T_H - t_0) / t_{\text{об}} = (480 - 9) / 267 = 1$  оборот

Время работы на маршруте  $T_m = t_{\text{об}} * n_0 + t_0 = 267 * 1 + 9 = 276$  мин

Пробег автомобиля с грузом  $L_{\text{гр}} = (l_{\Gamma}' + l_{\Gamma}'') * n_0 = (14 + 9 + 11) * 1 = 34$  км

Пробег автомобиля без груза  $L_{\text{пор}} = (l_{\text{хол}}' + l_{\text{хол}}'') * n_0 + (l_0' + l_0'' - l_{\text{хол}}) = (1 + 12) * 1 + (3 + 4 - 4) = 15$  км

Общий пробег автомобиля за смену  $L_{\text{общ}} = L_{\text{гр}} + L_{\text{пор}} = 34 + 15 = 49$  км

Коэффициент использования автомобиля за смену  $\beta = L_{\text{гр}} / L_{\text{общ}} = 34 / 49 = 0,69$

е) Маршрут №6 АТП - А1-Б7-А3-Б5-А5-Б1- А2-Б2– АТП на 12 оборотов с объемом перевозок  $Q_M = 216$  тонн

Время на пробег одного километра  $t_{\text{км}} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин

Протяженность маршрута  $l_m = l_{\Gamma}' + l_{\text{хол}}' + l_{\Gamma}'' + l_{\text{хол}}'' = 14 + 12 + 11 + 1 + 9 + 5 + 13 = 65$  км

Время оборота автомобиля по маршруту  $t_{\text{об}} = l_m * t_{\text{км}} + t_{\text{пв}} * n_{\epsilon} = 65 * 3 + 42 * 4 = 363$  мин

где  $n_{\epsilon} = 4$  - число ездов с грузом на маршруте за один оборот

Время на нулевой пробег  $t_0 = (l_0' + l_0'' - l_{\text{хол}}) * t_{\text{км}} = (1 + 8 - 5) * 3 = 12$  мин

Количество оборотов по маршруту  $n_0 = (T_H - t_0) / t_{\text{об}} = (480 - 12) / 363 = 1$  оборот

Время работы на маршруте  $T_m = t_{\text{об}} * n_0 + t_0 = 363 * 1 + 12 = 375$  мин

Пробег автомобиля с грузом  $L_{\text{гр}} = (l_{\Gamma}' + l_{\Gamma}'') * n_0 = (14 + 11 + 9 + 13) * 1 = 47$  км

Пробег автомобиля без груза  $L_{\text{пор}} = (l_{\text{хол}}') * n_0 + (l_0' + l_0'' - l_{\text{хол}}) = (12 + 1 + 5) * 1 + (1 + 8 - 5) = 22$  км

Общий пробег автомобиля за смену  $L_{\text{общ}} = L_{\text{гр}} + L_{\text{пор}} = 47 + 22 = 69$  км

Коэффициент использования автомобиля за смену  $\beta = L_{\text{гр}} / L_{\text{общ}} = 47 / 69 = 0,68$

ё) Маршрут №7 АТП - А2-Б2-А1-Б1– АТП 12 оборотов с объемом перевозок  $Q_M = 108$  тонн

Время на пробег одного километра  $t_{\text{км}} = 60/v_T = 60/20 = 3$  мин

Протяженность маршрута  $l_m = l_{\Gamma}' + l_{\text{хол}}' + l_{\Gamma}'' + l_{\text{хол}}'' = 12 + 1 + 5 = 18$  км

Время оборота автомобиля по маршруту  $t_{об} = l_m * t_{км} + t_{пв} * n_c = 18 * 3 + 42 * 2 = 138$  мин

где  $n_c = 2$  - число ездов с грузом на маршруте за один оборот

Время на нулевой пробег  $t_0 = (l_0' + l_0'' - l_{хол}) * t_{км} = (1 + 8 - 5) * 3 = 12$  мин

Количество оборотов по маршруту  $n_0 = (T_n - t_0) / t_{об} = (480 - 12) / 138 = 3$  оборот

Время работы на маршруте  $T_m = t_{об} * n_0 + t_0 = 138 * 3 + 12 = 426$  мин

Пробег автомобиля с грузом  $L_{гр} = (l_г' + l_г'') * n_0 = (12 + 5) * 3 = 51$  км

Пробег автомобиля без груза  $L_{пор} = (l_{хол}') * n_0 + (l_0' + l_0'' - l_{хол}) = 1 * 3 + (1 + 8 - 5) = 7$  км

Общий пробег автомобиля за смену  $L_{общ} = L_{гр} + L_{пор} = 51 + 7 = 58$  км

Коэффициент использования автомобиля за смену  $\beta = L_{гр} / L_{общ} = 51 / 58 = 0,88$

ж) Маршрут №8 АТП...А<sub>1</sub>-Б<sub>1</sub>-А<sub>1</sub>... АТП на 1 ездов с объемом перевозок  $Q_m = 54$  тонн.

Время на пробег одного километра:  $t_{км} = 60 / v_T = 60 / 20 = 3$  мин.

Время оборота автомобиля по маршруту:  $t_{об} = 2 * l_г * t_{км} + t_{пв}$ , где  $l_г = l_{А1Б1} = 5$  км - (груженная ездка).  $t_{об} = 2 * 5 * 3 + 42 = 72$  мин.

Время на нулевой пробег:  $t_0 = (l_0' + l_0'' - l_{хол}) * t_{км}$ , где  $l_0' = 3$  км- (расстояние от первого пункта погрузки до АТП).  $l_0'' = 8$  км- (расстояние от последнего пункта разгрузки до АТП).  $l_{хол} = 5$  км- (холостая ездка).  $t_0 = (3 + 8 - 5) * 3 = 18$  мин.

Количество оборотов по маршруту:  $n_0 = (T_n - t_0) / t_{об} = (480 - 18) / 72 = 6$  оборотов.

Время работы на маршруте:  $T_m = t_{об} * n_0 + t_0 = 72 * 6 + 18 = 450$  мин.

Пробег автомобиля с грузом:  $L_{гр} = l_г * n_0 = 5 * 6 = 30$  км .

Пробег автомобиля без груза.  $L_{пор} = l_г * (n_0 - 1) + (l_0' + l_0'') = 5 * (6 - 1) + 3 + 8 = 36$  км

Общий пробег автомобиля за смену:  $L_{общ} = L_{гр} + L_{пор} = 30 + 36 = 66$  км

Коэффициент использования пробега:  $\beta = L_{гр} / L_{общ} = 30 / 66 \approx 0,46$

6. Сводные показатели составленного сменно суточного плана: объем перевозок, коэффициент использования пробега.

а) Рассчитаем маятниковый маршрут №1 АТП...А<sub>1</sub> - Б<sub>1</sub> - А<sub>1</sub>.... АТП на 28 ездов с объемом перевозок  $Q_M = 126$  тонн.

Количество тонн, перевозимых одним автомобилем за смену:

$$Q_a = q * j * n_0 = 5 * 0.9 * 6 = 27 \text{ тонн}$$

$$\text{Количество тонно километров: } P_A = Q_a * l_r = 27 * 5 = 135 \text{ - км}$$

$$\text{Количество автомобилей на маршруте; } A_M = Q_M / Q_a = 126 / 27 = 5 \text{ авт.}$$

$$\text{Невывезенный остаток груза на маршруте: } Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 126 - 27 * 6 = -9 \text{ т}$$

Следовательно 5 автомобилей должны увезти на 9 т меньше, тогда недогруз каждого автомобиля = 1,8 т.

$$Q_a = 25,2 \text{ тогда } j = Q_a / (q * n_0) = 25,2 / (5 * 6) = 0,84$$

б) Маршрут №2 А<sub>4</sub> - Б<sub>3</sub> - А<sub>4</sub> на 16 ездов с объемом перевозок  $Q_M = 72$  тонны.

Количество тонн, перевозимых одним автомобилем за смену:

$$Q_a = q * \gamma * n_0 = 5 * 0.9 * 4 = 18 \text{ тонн.}$$

$$\text{Количество тонно километров } P_A = Q_a * l_r = 18 * 15 = 270 \text{ т-км.}$$

$$\text{Количество автомобилей на маршруте; } A_M = Q_M / Q_a = 72 / 18 = 4 \text{ авт.}$$

$$\text{Невывезенный остаток груза на маршруте: } Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 72 - 18 * 4 = 0$$

в) Маршрут №3 АТП - А<sub>4</sub> - Б<sub>4</sub> - А<sub>6</sub> - Б<sub>6</sub> - Б<sub>5</sub> - А<sub>5</sub> - Б<sub>2</sub> - АТП на 12 оборотов с объемом перевозок  $Q_M = 162$  тонн

$$\text{Количество тонн перевозимых одним автомобилем за смену } Q_a = q * \gamma * n_0 * n_e = 5 * 0,9 * 3 * 2 = 27 \text{ тонн}$$

$$\text{Количество тонно-километров } P_A = Q_a * (l_r' + l_r'') = 27 (2 + 17 - 7) = 324 \text{ км}$$

$$\text{Количество автомобилей на маршруте; } A_M = Q_M / Q_a = 162 / 27 = 6 \text{ авт}$$

$$\text{Невывезенный остаток груза на маршруте: } Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 162 - 27 * 6 = 0$$

г) Маршрут №4 АТП - А<sub>1</sub> - Б<sub>7</sub> - А<sub>6</sub> - Б<sub>5</sub> - Б<sub>3</sub> - А<sub>5</sub> - Б<sub>1</sub> - АТП на 4 оборота с объемом перевозок  $Q_M = 54$  тонн;

$$\text{Количество тонн перевозимых одним автомобилем за смену } Q_a = q * \gamma * n_0 * n_e = 5 * 0,9 * 3 * 2 = 27 \text{ тонн}$$

Количество тонно-километров  $P_A = Q_a * (l_{\Gamma}' + l_{\Gamma}'' ) = 27 (14 + 8 + 9) = 837 \text{ т-км}$

Количество автомобилей на маршруте;  $A_M = Q_M / Q_a = 54 / 27 = 2 \text{ авт}$

Невывезенный остаток груза на маршруте:  $Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 54 - 27 * 2 = 0$

д) Маршрут №5 АТП - А1-Б7-Б8- А5-Б1-А3-Б5– АТП на 14 оборотов  
объемом перевозок  $Q_M = 126 \text{ тонн}$

Количество тонн перевозимых одним автомобилем за смену  $Q_a = q * \gamma * n_0 * n_e = 5 * 0,9 * 1 * 2 = 9 \text{ тонн}$

Количество тонно-километров  $P_A = Q_a * (l_{\Gamma}' + l_{\Gamma}'' ) = 9 * (14 + 9 + 11) = 306 \text{ т-км}$

Количество автомобилей на маршруте;  $A_M = Q_M / Q_a = 126 / 9 = 14 \text{ авт}$

Невывезенный остаток груза на маршруте:  $Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 126 - 9 * 14 = 0$

е) Маршрут №6 АТП - А1-Б7-А3-Б5-А5-Б1- А2-Б2– АТП на 12 оборотов с  
объемом перевозок  $Q_M = 216 \text{ тонн}$

Количество тонн перевозимых одним автомобилем за смену  $Q_a = q * \gamma * n_0 * n_e = 5 * 0,9 * 1 * 4 = 18 \text{ тонн}$

Количество тонно-километров  $P_A = Q_a * (l_{\Gamma}' + l_{\Gamma}'' ) = 18 * (14 + 11 + 9 + 13) = 846 \text{ т-км}$

Количество автомобилей на маршруте;  $A_M = Q_M / Q_a = 216 / 18 = 12 \text{ авт}$

Невывезенный остаток груза на маршруте:  $Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 216 - 18 * 12 = 0$

ё) Маршрут №7 АТП - А2-Б2-А1-Б1– АТП 12 оборотов с объемом перевозок  
 $Q_M = 108 \text{ тонн}$

Количество тонн перевозимых одним автомобилем за смену  $Q_a = q * \gamma * n_0 * n_e = 5 * 0,9 * 3 * 2 = 27 \text{ тонн}$

Количество тонно-километров  $P_A = Q_a * (l_{\Gamma}' + l_{\Gamma}'' ) = 27 * (12 + 5) = 459 \text{ т-км}$

Количество автомобилей на маршруте;  $A_M = Q_M / Q_a = 108 / 27 = 4 \text{ авт}$

Невывезенный остаток груза на маршруте:  $Q_{\text{ост}} = Q_M - Q_a * A_M = 108 - 27 * 4 = 0$

ж) Маршрут №8 АТП...А1-Б1 - А1.... АТП на 1 ездки с объемом перевозок  $Q_M = 54 \text{ тонн}$ .

Количество тонн, перевозимых одним автомобилем за смену:  
 $Q_a = q * j * n_0 = 5 * 0,9 * 6 = 27 \text{ тонн}$

Количество тонно километров:  $P_A = Q_a * l_{\Gamma} = 27 * 5 = 135 \text{ т-км}$

Количество автомобилей на маршруте;  $A_M = Q_M / Q_a = 54 / 27 = 2 \text{ авт}$ .

Невывезенный остаток груза на маршруте:  $Q_{\text{ост}} = Q_{\text{м}} - Q_{\text{а}} * A_{\text{м}} = 54 - 27 * 2 = -0$

## Заключение

В результате выполнения данной курсовой работы было представлено описание математической задачи и составлен план по методу потенциалов. А также разработана матрица совмещённых планов и составлены маршруты перевозок груза, обеспечен минимальный порожний пробег автомобиля.

В заключении работы был произведён технологический расчет маршрутов, количество направляемых автомобилей, их сменные задания и планируемые показатели работы, а также водные показатели составленного сменно суточного плана: объем перевозок, коэффициент использования пробега.

## Список литературы

1. Зотов, Л.Л. Основы теории автотранспортных систем: учеб. Пособие/Л.Л. Зотов, А.А. Черняков, В.А. Янчеленко. – СПб.: Изд-во СЗТУ, 2008. – 75 с.
2. Проектирование автотранспортных систем доставки грузов: учеб.пособие/ под ред. В.И. Николина. – Омск: Изд-во Сиб АДИ, 2001. – 120 с.
3. Бобарыкин, В.А. Математические методы решения автотранспортных задач: учеб. пособие/ В.А. Бобарыкин. – Л.: СЗПИ, 1986. – 81 с.
4. Афанасьев, Л.Л. Единая транспортная система и автомобильные перевозки/ Л.Л. Афанасьев, Н.Б. Островский, С.М. Цукерберг. – М.: Транспорт, 1984. – 420 с.
5. Николин, В.И. Автотранспортный процесс и оптимизация его элементов/ В.И. Николин. – М.: Транспорт, 1990. – 336 с.
6. Теоретические основы организации и функционирования транспортных систем. Производственные системы: теория и проектирование/ под ред.–СПб.: СЗПИ, 1996.
7. Кожин, А.П. Математические методы планирования и управления грузовыми автомобильными перевозками: учеб. для вузов/ А.П. Кожин, В.Н. Мезенцев. – М.: Транспорт, 1994. – 303 с.
8. Аксенов, И.Я. Единая транспортная система/ И.Я. Аксёнов. – М.: Высшая школа, 1991. – 382 с.
9. Перегудов, Ф.И. Введение в системный анализ/ Ф.И. Перегудов, Ф.П.Тарасенко. – М.: Высшая школа, 1989.-367 с.
10. Циганов, В.В. Управление региональной транспортной системой/ В.В. Циганов, Р.М. Гурков - Л.: Изд-во ЛФЭИ, 1990. – 117 с.