

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО**

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Основы методической системы обучения обыкновенным и десятичным дробям»

Студент

Антонова 25.05.26
(подпись, дата)

Антонова Софья Антоновна
(ФИО полностью)

Руководитель

Журавлева 25.05.26
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

Журавлева 30.06.26
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.26 № 10)

И.о. заведующего кафедрой

Паньженский 01.06.26
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 08.07.26 № 4)

Секретарь ГЭК

Журавлева 08.07.26
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫМ И ДЕСЯТИЧНЫМ ДРОБЯМ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ.....	6
1.1 «Обыкновенные дроби» и арифметические операции над ними в школьном курсе математики.....	6
1.2 «Десятичные дроби» и арифметические операции над ними в школьном курсе математики	14
1.3 Анализ изложения темы «Обыкновенные дроби» и «Десятичные дроби» в учебниках	21
ГЛАВА 2 МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «ОБЫКНОВЕННЫЕ И ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ.....	32
2.1 Конспект урока по теме «Повторение темы «Обыкновенные дроби»»	32
2.2 Конспект урока по теме «Арифметические действия с десятичными дробями. Сложение и вычитание десятичных дробей»	39
2.3 Типичные ошибки обучающихся при работе с обыкновенными и десятичными дробями	44
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	53
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	54
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	57

ВВЕДЕНИЕ

В современное время математика представляет собой одну из базовых фундаментальных наук, которая является связующим звеном между различными научными областями. Она занимает главенствующую позицию в научной деятельности и играет ключевую роль во всех сферах жизнедеятельности. Ее изучение является обязательным и осуществляется на протяжении длительного времени обучения в образовательных организациях [9, с. 189].

Знакомство с понятием дробного числа происходит, как правило, в начальных классах. Затем понятие дроби расширяется и углубляется. В связи с этим, учителю необходимо хорошо владеть методами ознакомления с дробными числами, обучению действиям, научить видеть взаимосвязи между множествами натуральных и рациональных чисел, и, в конечном счёте, полноценному усвоению понятия рационального числа. Понятие дроби и действия с дробями не являются такими элементарными как представляется математикам и учителям математики. Нередко действия с дробями вызывают серьезные затруднения даже у старшеклассников и студентов. Поэтому проблема надёжного и чёткого усвоения понятия дроби и свойств дробей является актуальной.

То есть немаловажную роль в образовании играет усвоение такого математического понятия как десятичные и обыкновенные дроби. Большое число учебного материала посвящено теме «Десятичные и обыкновенные дроби». В настоящее время являются актуальными вопросы глубины и прочности усвоения учащимися учебного материала по имеющейся теме.

Среди формируемых умений основное внимание должно быть привлечено к сравнению дробей с одинаковыми знаменателями, к выделению целой части числа, вычислению смешанных дробей, а также к действиям с десятичными дробями. С пониманием смысла дроби связаны основные задачи

на дроби, осознанного решения которых важно добиться от учащихся. Поэтому педагогу очень важно грамотно подбирать материал, уметь выстраивать его концепцию и систематизировать темы, что является одним из важнейших его качеств [17].

В математических вычислениях и практических расчетах более удобными являются десятичные дроби. Обыкновенные дроби в вычислениях используются гораздо реже. В связи с этим в методике математики существует проблема порядка изучения обыкновенных и десятичных дробей [25].

Проблема исследования. Недостаточно изучены условия, при которых пятиклассники преодолевают типичные ошибки при действиях с обыкновенными и десятичными дробями (нахождение наименьшего общего знаменателя, приведение дробей, сравнение), особенно в классах без высокого уровня математической подготовки.

Изучая данную тему, учащиеся увеличивают свои представления о границах вычислительных возможностей. Изучение дробей способствует развитию аналитико-систематической деятельности, формирует у учащихся логическое мышление, способствует умению определять причинно-следственные связи. Во всех учебных пособиях по математике отмечается важность изучения десятичных и обыкновенных дробей. У школьников часто возникают трудности в ходе изучения дробей, о чем свидетельствуют труды многих авторов методических пособий.

Цель бакалаврской работы – исследование и систематизация основ методической системы обучения обыкновенным и десятичным дробям.

Задачи бакалаврской работы:

1. Проанализировать изучение тем «Обыкновенные дроби» и «Десятичные дроби» школьном курсе математики;
2. Разработать конспект урока на тему «Обыкновенные дроби»;
3. Разработать конспект урока на тему «Десятичные дроби»;

4. Провести анализ типичных ошибок обучающихся при работе с обыкновенными и десятичными дробями.

Объектом исследования является процесс обучения математики в 5 классе общеобразовательной школы.

База исследования – МБОУ «СШ № 4» г. Десногорска Смоленской области.

Предметом исследования являются методики обучения темам «Обыкновенные дроби» и «Десятичные дроби» в 5 классах.

Теоретическая значимость в том, что результаты исследования уточняют представления о типичных затруднениях учащихся 5 класса при изучении дробей и дополняют существующие методические рекомендации по последовательности введения алгоритмов действий с обыкновенными и десятичными дробями.

Практическая значимость исследования заключается в том, что представленные методические разработки и планы-конспекты уроков на тему «Обыкновенные дроби» и «Десятичные дроби» могут быть использованы учителями и практикантами в процессе педагогической деятельности.

Работа состоит из введения, двух глав и заключения. В первой главе рассматриваются теоретические основы изучения обыкновенных и десятичных дробей, анализ изложения тем в учебниках. Во второй главе представлены разработки план-конспектов уроков по темам и анализ их проведения с описанием типичных ошибок учащихся.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ОБЫКНОВЕННЫМ И ДЕСЯТИЧНЫМ ДРОБЯМ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 «Обыкновенные дроби» и арифметические операции над ними в школьном курсе математики

Изучение числовых множеств в школе начинается с натуральных чисел и действий с ними. Опыт работы с величинами постепенно подводит учащихся к необходимости рассматривать части целого. Удельный вес тематики обыкновенных дробей в школьном курсе математики значителен, поскольку переход к пониманию дробных чисел расширяет представления школьника о количественных отношениях и формирует фундамент для дальнейшего освоения рациональных чисел. Именно от того, насколько доступно и наглядно будет объяснена тема, зависит дальнейшее обучение учащихся математике [1].

Дроби – сложный и очень важный материал для усвоения его в 5 и 6 классах. Особое внимание необходимо уделить слабоуспевающим детям, кто имеет кратковременную память, и кто нуждается в многократном дублировании правил и алгоритмов. Причиной тому является применение этой темы вплоть до окончания школы и в дальнейшем в практической жизни.

В рамках темы имеет важность наглядность в объяснении материала. Акцент важен на том, что практически каждое правило можно рассмотреть с помощью рисунков, геометрических фигур, что упрощает ученикам его изучение [29].

При делении величины на несколько равных частей возникает доля. Если круг разделить на 5 равных частей, единичная доля на диаграмме будет иметь размер $\frac{1}{5}$ круга. В случае взятия, например, трех таких частей размер целой выбранной области описывается дробью $\frac{3}{5}$ круга. То есть фиксируется

количественное значение доли независимо от конкретной фигуры, которая использована в качестве модели.

Дроби возникли с появлением необходимости деления целого на части. «Дробь», как термин происходит от арабского слова, обозначающие «ломать, разделять». Дроби используют, когда целое нельзя выразить только целыми числами, или когда нужно точно показать часть [15].

Дробь в математике – число, состоящее из одной или нескольких равных частей (долей) единицы. Очень часто в жизни мы слышим такие выражения: «Прошел половину пути», «Купил четвертинку хлеба», «Сделал третью часть от работы». Все эти выражения связаны с новым понятием «дробь». Дробь показывает какую-то часть от целого или единицы. Например, дробь семь восьмых показывает семь восьмых части от единицы. При этом p называется числителем дроби (он всегда находится над чертой), а q – знаменателем дроби (он всегда находится под чертой).

Обыкновенная (или простая) дробь — запись рационального числа. Это число, представляющее часть целого или несколько частей, записанное в виде двух натуральных чисел, разделенных чертой. Верхнее число (числитель) показывает, сколько частей взято, а нижнее (знаменатель) — на сколько равных частей разделили [2].

Ступени изучения материала при усвоении понятия дроби учениками 5-го класса. Выделяются следующие этапы формирования понятия дробь:

1. Дробление предметов даже без названия результата;
2. Отражение процесса дробления в представлении и в речи;
3. Решение задач с помощью отвлеченных дробных чисел.

Для успешного освоения операций с дробями, необходимо переводить их через эти три последовательные ступени. При введении понятия дроби еще в начальной школе нужно обеспечить совмещение двух аспектов его изучения: умение видеть равные доли на рисунке (чертеже) и умение самостоятельно образовывать доли, расчленяя целое на части.

Только после того, как у детей будет накоплен достаточный опыт в делении на равные доли реальных предметов, можно переводить их на более высокие ступени. То есть вначале устранять момент «личного» действия при образовании дроби, сохраняя зрительное восприятие равных долей, а затем исключать и этот момент восприятия, предлагая учащимся мысленно представить процесс образования дроби.

Число вида $\frac{a}{b}$ понимается как долевое выражение величины, в котором a – количество долей целого, b – число равных частей, на которые делится единица. Условие $b \neq 0$ задает корректность операции деления.

Если числитель меньше знаменателя, дробь называется правильной, а значение этой дроби меньше единицы. Например, $\frac{3}{7}$ представляет собой три седьмых целого. Если числитель больше или равен знаменателю, дробь трактуется как неправильная. Так, $\frac{7}{4}$ описывает величину, превышающую единицу. Это значение удобно выделить в виде смешанного числа: $\frac{7}{4} = 1\frac{3}{4}$.

Преобразование смешанного числа к неправильной дроби осуществляется умножением целой части на знаменатель и добавлением полученного результата к числителю:

$$1\frac{3}{4} = \frac{1 \cdot 4 + 4 \cdot 3}{4} = \frac{7}{4}.$$

Понимание дробей углубляется при работе с координатным лучом. Разбиение единичного отрезка на b равных долей позволяет отметить на прямой точки, соответствующие дробям $\frac{1}{b}$, $\frac{2}{b}$, $\frac{3}{b}$ и т. д.

На координатном луче рассмотрим единичный отрезок равный 12 см. Разделим этот отрезок на 6 равных частей. Тогда самая левая из возникших на координатном луче точек должна быть помечена обыкновенной дробью $\frac{1}{6}$.



Рисунок 1 – Изображение дроби на координатном луче

Увеличивая числитель дроби $\frac{1}{6}$ в 2 раза, получим дробь $\frac{1 \cdot 2}{6} = \frac{2}{6}$. По определению для дроби $\frac{2}{6}$ справедливы следующие равенства $\frac{2}{6} = \frac{1}{6} + \frac{1}{6} = 2 \cdot \frac{1}{6}$, показывающие, что умножение числителя дроби $\frac{1}{6}$ на 2 увеличило эту дробь в два раза. Поэтому на координатном луче дробь $\frac{2}{6}$ располагается так, чтобы отрезок $[0; \frac{2}{6}]$ был в два раза длиннее отрезка $[0; \frac{1}{6}]$.



Рисунок 2 – Изображение дроби на координатном луче

В общем случае, при увеличении числителя дроби $\frac{m}{n}$ в k раз, количество слагаемых, равных $\frac{1}{n}$, увеличивается с m штук у дроби $\frac{m}{n}$ до km штук у дроби $\frac{km}{n}$, то есть тоже увеличивается в k раз. Этими рассуждениями мы доказали свойство 1.

Свойство 1. При увеличении числителя дроби $\frac{m}{n}$ в k раз дробь $\frac{m}{n}$ тоже увеличится в k раз.

Теперь увеличим знаменатель дроби $\frac{1}{6}$ в 2 раза и получим дробь $\frac{1}{6 \cdot 2} = \frac{1}{12}$. Для нахождения местоположения этой дроби на координатном луче нужно либо единичный отрезок разделить на 12 равных частей и взять самую левую из получившихся точек, либо отрезок $[0; \frac{1}{6}]$ разделить на две равные части и точка деления будет искомой. Последнее означает, что справедливы равенства $\frac{1}{12} + \frac{1}{12} = 2 \cdot \frac{1}{12} = \frac{1}{6}$, показывающие, что при умножении знаменателя дроби $\frac{1}{6}$ на 2 дробь

уменьшилась в 2 раза. Поэтому на координатном луче отрезок $[0; \frac{1}{12}]$ должен быть в два раза короче отрезка $[0; \frac{1}{6}]$.



Рисунок 3 – Изображение дроби на координатном луче

В случае умножения знаменателя дроби $\frac{m}{n}$ на k заметим, что kn –ю долю единицы можно получить из n – ой доли единицы, разделив ее на k равных частей. Поэтому справедливо равенство $\frac{1}{n} = k \cdot \frac{1}{kn}$, с помощью которого можем записать $\frac{m}{n} = m \cdot \frac{1}{n} = m(k \cdot \frac{1}{kn}) = k \cdot \frac{m}{kn}$. Следовательно, мы доказали свойство дроби 2.

Свойство 2. При увеличении знаменателя дроби $\frac{m}{n}$ в k раз сама дробь уменьшается в k раз.

Теперь мы в состоянии сформулировать основное свойство обыкновенных дробей. Основное свойство дробей. Если числитель и знаменатель произвольной дроби умножить на одно и то же натуральное число или разделить на общий делитель числителя и знаменателя, то дробь не изменится. Основное свойство показывает, что у каждой дроби есть бесконечное количество равных ей дробей. Например, согласно основному свойству, все дроби $\frac{2 \cdot 2}{3 \cdot 2} = \frac{4}{6}$, $\frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 3} = \frac{6}{9}$, $\frac{2 \cdot 4}{3 \cdot 4} = \frac{8}{12}$, ... равны дроби $\frac{2}{3}$. Поэтому очень часто возникает задача записать произвольную дробь в наиболее простом виде (задача сокращения дробей) [23].

Из двух чисел на координатном луче больше то, которое находится правее. Из двух дробей с одинаковыми знаменателями больше та, у которой больше числитель.

Не всякую дробь легко изобразить на координатном луче, поэтому определения сравнения и равенства двух дробей желательно переформулировать на языке соотношений между числителями и знаменателями исходных дробей.

Начнем с примера сравнения двух дробей $\frac{2}{7}$ и $\frac{3}{7}$ с общим знаменателем больше вторая, поскольку у нее знаменатель больше.

Перейдем к правилу сравнения двух дробей с общим числителем. Из двух дробей с общим числителем больше та, знаменатель которой меньше. Так, когда числители совпадают, сравнение выполняется по знаменателям. Например, $\frac{3}{8} < \frac{3}{5}$, поскольку восемь долей дают более мелкие части, чем пять долей той же величины.

Правило сравнения произвольных дробей. Чтобы сравнить две дроби с разными знаменателями нужно привести их к общему знаменателю и сравнить получившиеся дроби по правилу сравнения дробей с общим знаменателем.

Например, чтобы сравнить две дроби $\frac{5}{7}$ и $\frac{6}{8}$ с разными знаменателями, приведем их к общему знаменателю $\frac{5}{7} = \frac{5 \cdot 8}{7 \cdot 8} = \frac{40}{56}$, $\frac{6}{8} = \frac{6 \cdot 7}{8 \cdot 7} = \frac{42}{56}$ и по правилу сравнения дробей с общим знаменателем заключаем, что $\frac{42}{56} > \frac{40}{56}$ а тогда $\frac{6}{8} > \frac{5}{7}$.

Если числитель и знаменатель дроби имеют общий множитель, то ее можно сократить: разделить числитель и знаменатель на этот множитель.

$$a \cdot \frac{n}{b} \cdot n = \frac{a}{b}$$

Если исходная дробь равна некоторой несократимой дроби, то ее числитель и знаменатель исходной дроби получаются из числителя и знаменателя несократимой дроби умножением на одно и то же натуральное число.

К примеру, дробь пятнадцать двадцать пятых можно представить, как результат произведения 3 на 5 в числителе и 5 на 5 в знаменателе. Так как у нас

есть общий множитель и в числителе, и в знаменателе, 5 можно сократить и получить дробь три пятых.

$$\frac{15}{25} = \frac{3 \cdot 5}{5 \cdot 5} = \frac{3}{5}$$

Рассмотрим еще один пример. Дробь $\frac{16}{24}$ представляется как произведение 4 на 4 в числителе и 4 на 6 в знаменателе, но это не конечные числа, они кратны еще и двум, следовательно, по итогу мы получаем результат, равный дроби $\frac{2}{3}$.

$$\frac{16}{24} = \frac{4 \cdot 4}{4 \cdot 6} = \frac{2 \cdot 2}{2 \cdot 3} = \frac{2}{3}$$

Деление числителя и знаменателя дроби на их общий делитель называется сокращением дроби.

Дробь называется несократимой, если ее числитель и знаменатель не имеют общих множителей:

$$\frac{1}{2}, \frac{2}{3}, \frac{3}{4}, \frac{7}{11}, \frac{17}{32}, \frac{4}{19}$$

Наибольшее число, на которое можно сократить дробь, равно наибольшему общему делителю числителя и знаменателя.

Для каждой дроби существует единственная равная ее несократимая дробь.

Чтобы сложить дроби с одинаковыми знаменателями, нужно сложить их числители, а знаменатель оставить тем же. Чтобы умножить дробь на дробь, нужно отдельно перемножить их числители и их знаменатели и первый результат записать числителем, а второй знаменателем. Чтобы разделить одну дробь на другую, надо делимое (первую дробь) умножить на обратную дробь делителю.

Если знаменатели совпадают, складывают или вычитают числители:

$$\frac{2}{7} + \frac{4}{7} = \frac{2+4}{7} = \frac{6}{7}$$

Правила сложения произвольных дробей. Чтобы сложить две дроби с разными знаменателями нужно привести их к общему знаменателю и сложить получившиеся дроби по правилу сложения дробей с общим знаменателем.

Пример. Необходимо вычислить $\frac{1}{2} + \frac{1}{3}$. Во-первых, приведем дроби к общему знаменателю, наименьший общий знаменатель – перемноженные 2 и 3, то есть 6. $\frac{1}{2} = \frac{3}{6}$; $\frac{1}{3} = \frac{2}{6}$. Перейдем к сложению $\frac{3}{6} + \frac{2}{6} = \frac{5}{6}$.

Смешанные числа можно либо переводить в неправильные дроби, либо обрабатывать по частям. Например:

$$2\frac{1}{3} + 1\frac{2}{3} = \frac{7}{3} + \frac{5}{3} = \frac{12}{3} = 4.$$

Вычитание дробей является действием, обратным сложению. При вычитании дробей с одинаковым знаменателем, из числителя уменьшаемого вычитают числитель вычитаемого, а знаменатель оставляют без изменения.

Разность двух дробей – это дробь, которая в сумме с вычитаемым даёт уменьшаемое.

Разность двух дробей с общим знаменателем – это дробь с тем же знаменателем, числитель которой равен разности числителей уменьшаемого и вычитаемого.

Найдем разность $\frac{5}{8} - \frac{7}{12}$ двух дробей, используя формулу разности и, сокращая получившийся результат на наибольший общий делитель числителя и знаменателя $\frac{5}{8} - \frac{7}{12} = \frac{5 \cdot 12 - 7 \cdot 8}{8 \cdot 12} = \frac{4}{96} = \frac{1}{24}$.

С целью обоснования определения операций умножения и деления дробей, напомним три свойства дробей.

1. Чтобы увеличить дробь в несколько раз, нужно во столько же раз увеличить ее числитель, т. е. $\frac{k}{l} \cdot m = \frac{mk}{l}$.

2. Чтобы уменьшить дробь в несколько раз, нужно во столько же раз увеличить ее знаменатель, т. е. $\frac{k}{l} : n = \frac{k}{ln}$.

3. Всякую дробь можно представить в виде деления ее числителя на ее знаменатель, то есть $\frac{k}{l} = k:l$, в частности $k = \frac{k}{1} = k:1$.

Произведением двух дробей является дробь, числитель которой является произведением числителей, а знаменатель, произведением знаменателей исходных дробей. В общем виде это выглядит так: $\frac{a}{b} \cdot \frac{c}{d}$, определяется как дробь $\frac{a \cdot c}{b \cdot d}$. Например: $\frac{2}{3} \cdot \frac{3}{4} = \frac{2 \cdot 3}{3 \cdot 4} = \frac{6}{12} = \frac{1}{2}$.

Умножение дроби на натуральное число происходит как произведение натурального числа на числитель: $5 \cdot \frac{2}{7} = \frac{10}{7} = 1 \frac{3}{7}$.

Деление дроби на дробь сводится к умножению на дробь, обратную делителю. То есть дробь-делитель «переворачивается» и числитель переходит в знаменатель и наоборот.

Общий вид: $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a \cdot d}{b \cdot c}$. Пример: $\frac{3}{5} : \frac{2}{3} = \frac{3 \cdot 3}{5 \cdot 2} = \frac{9}{10}$.

Деление натурального числа на натуральное также приводит к дроби, если делимость отсутствует: $5 : 2 = \frac{5}{2} = 2 \frac{1}{2}$.

Таким образом, тема «Обыкновенные дроби» в 5-6 классах охватывает систему взаимосвязанных понятий: доли и дроби, отношения «часть – целое», взаимно обратные числа, а также широкий набор умений: чтение и запись дробей, их сравнение, преобразование и все арифметические действия с дробными числами.

1.2 «Десятичные дроби» и арифметические операции над ними в школьном курсе математики

С формированием понятия обыкновенной дроби начинается работа с десятичными дробями. Это обусловлено тем, что изучение десятичных дробей без предварительного ознакомления с обыкновенными дробями вызывает различного рода трудности. Например, не зная, что такое половина числа, учащиеся не могут представить десятую, сотую доли числа; десятичная дробь

не воспринимается учащимися как результат деления целого на равные части и взятие нескольких таких частей. [28].

Десятичные дроби являются важной частью математического образования, так как они широко используются в реальной жизни, включая финансы, науку, технологии и инженерное дело. В настоящее время их рекомендуется изучать после обыкновенных дробей [11, с. 217].

Десятичная дробь – это дробь, имеющая в знаменателе 10, 100, 1000 и т.д. Для записи таких дробей принят специальный позиционный формат с десятичной запятой вместо знаменателя. В учебниках математики 5-6 классов понятие обычно вводится на основе простейших примеров. Так, в курсе Н.Я. Виленкина дается правило: «Числа со знаменателями 10, 100, 1000 и т.д. условились записывать без знаменателя. Сначала пишут целую часть, а потом числитель дробной части. Целую часть отделяют от дробной части с помощью запятой» [7-8]. Иными словами, дробь $\frac{7}{10}$ записывается как 0,7, дробь $\frac{25}{100}$ – как 0,25, дробь $\frac{408}{1000}$ – как 0,408.

После приведения ряда примеров в «одноэтажной» записи вводится само название: такая запись чисел называется десятичной, а дроби, записанные в этой форме, – десятичными дробями. Для наглядности учебники используют таблицы разрядов десятичной дроби, показывающие место каждой цифры (десятые, сотые, тысячные доли и т.д.) и демонстрирующие правильное чтение дроби. Например, число $3\frac{205}{1000}$ читается как «три целых 205 тысячных», что отражает позиционную структуру – 3,205 [10].

С математической точки зрения любая обыкновенная дробь может быть представлена десятичной дробью – либо конечной, либо бесконечной периодической. Дробь со знаменателем, не содержащим простых множителей, отличных от 2 и 5, разлагается в конечную десятичную дробь, иначе при делении в ее десятичной записи появляется повторяющийся бесконечный период цифр. Например, $\frac{3}{8} = 0,375$ (знаменатель $8 = 2^3$ дает конечную дробь), $\frac{1}{3} =$

0,(3) (знаменатель 3 приводит к бесконечному периодическому результату 0,333...).

В рамках программы 5 класса учащиеся знакомятся главным образом с конечными десятичными дробями и их практическим применением. Понятие бесконечной периодической дроби вводится позже, при расширении множества чисел до рациональных (обычно в 6 классе), однако учитель может упомянуть и такой вид дробей, чтобы подчеркнуть полноту картины [13].

Таким образом, определение десятичной дроби опирается на ранее изученные обыкновенные дроби: десятичная дробь – это особый вид обыкновенной дроби с знаменателем 10^n . Преемственность отражает принцип научности и логичности, позволяя ученикам видеть десятичные дроби не изолированно, а как продолжение уже знакомого им понятия дроби.

Чтобы подготовить учеников к изучению десятичных дробей, следует включить в упражнения над обыкновенными дробями упражнения с дробями, выраженными в десятичных долях. При изучении десятичных дробей возникает задача выработать правила, дающие возможность упростить запись и вычисления с дробями. Можно рекомендовать следующий план изучения этой темы:

- 1) определение десятичной дроби,
- 2) запись и чтение десятичных дробей,
- 3) преобразования десятичных дробей,
- 4) сравнение десятичных дробей,
- 5) действия над десятичными дробями,
- 6) обращение обыкновенных дробей в десятичные.

При изучении пункта преобразования дробей, можно использовать такие упражнения: Сравнить следующие числа:

- а) 0,3; 0,30; 0,300; б) 1,4; 1,40; 1,400;
- в) 0,23; 0,230; 0,2300.

Выразить в тысячных долях дроби: 0,7; 0,08; 7,8; 4.

Привести к общему знаменателю дроби: 0,25; 0,9; 0,781. Сократить дроби, сохранив их десятичными: 1,8500; 100,400.

Чтобы в результате преобразования десятичная дробь оставалась десятичной, можно числитель и знаменатель десятичной дроби умножать или делить только на 10, 100 и т. д., поэтому механизм приведения десятичных дробей к общему знаменателю состоит в приписывании нулей справа к записи десятичной дроби без знаменателя, а сокращение — в вычеркивании нулей в конце записи десятичной дроби. Таким образом, преобразование десятичных дробей гораздо проще, чем обыкновенных дробей.

Сложение и вычитание десятичных дробей. При изучении сложения и вычитания десятичных дробей сначала рассматривается общий прием выполнения этих действий над дробями путем приведения их к общему знаменателю, уравниванием числа десятичных знаков после запятой. Затем отсюда выводится упрощенное правило сложения десятичных дробей: при сложении десятичных дробей достаточно подписать их так, чтобы одинаковые доли находились друг под другом в одном столбце, и складывать их по разрядам. Можно дать еще и такое обоснование правила: так как десятичные дроби можно представить как суммы дробей с знаменателями 10, 100, 1000 и т. д., то, группируя слагаемые, содержащие одинаковые доли, и находя их суммы, можно откладывать данные дроби, как целые числа, по разрядам. Подобное же правило выводится для вычитания десятичных дробей.

Умножение десятичных дробей начинают с рассмотрения умножения десятичной дроби на целое число, причем сначала рассматривают общий прием умножения дроби на целое, затем уже вводят упрощения. Чтобы вывести правило умножения десятичных дробей, следует вспомнить определение умножения на дробь, общее правило умножения обыкновенных дробей и применить это правило, записав десятичные дроби в виде обыкновенных. Чтобы умножить десятичную дробь на десятичную, достаточно перемножить

их числители и в полученном произведении отделить запятой столько десятичных знаков, сколько их было во множимом и множителе вместе.

При изучении деления десятичной дроби на целое число особо следует выделить деление десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д. В этом случае можно умножить знаменатель десятичной дроби на 10, 100, 1000 и т. д., а числитель оставить без изменения. Увеличение знаменателя в 10, 100 раз и т. д. производится перемещением в записи десятичной дроби запятой влево. Рассмотрение деления десятичной дроби на целое число следует начать с повторения определения действия деления и приемов деления дроби на целое число на примерах с обыкновенными дробями. При изучении деления на десятичную дробь тоже следует начать с повторения общего правила деления на дробь. Чтобы разделить число на десятичную дробь, достаточно запятую в делимом перенести вправо на столько цифр, сколько десятичных знаков в делителе, и полученное число разделить на числитель делителя.

При обучении обычно отрабатывается навык деления столбиком, и учитель обращает внимание, что после исчерпания целой части следует поставить в частном запятую и продолжить деление, дописывая нули к остаткам при необходимости. Если в процессе деления возникает остаток, равный нулю, – десятичное представление окончено (получена конечная десятичная дробь); если же остатки начинают повторяться по циклу, – в частном появляется бесконечная периодическая дробь. Случаи подробно разбираются при введении понятия рациональных чисел, однако уже в 5 классе некоторые задания подводят учащихся к мысли о возможности бесконечного десятичного ответа. Например, деля 1 на 3, дети получают 0,333... и обнаруживают повторяющуюся последовательность цифр. Методически важно сформировать у них понимание, что подобные результаты не ошибочны, а являются особым видом дробей, просто выходящим за рамки конечных десятичных представлений [11].

Особый вопрос – деление на десятичную дробь, то есть случай, когда делитель не является целым числом. Стандартное правило сводит такой случай к предыдущему: «Чтобы разделить одно число на десятичную дробь, достаточно умножить делимое и делитель на одинаковое число 10^n , чтобы делитель стал целым». Обоснование этого правила напрямую вытекает из свойств дробей: например, $7,2 : 1,2$ можно преобразовать умножением на 10 в

$$\frac{72}{10} : \frac{12}{10} \text{ можно преобразовать в } 72 : 12, \text{ потому что исходное отношение } \frac{72}{10} : \frac{12}{10} = \frac{72}{10} \cdot \frac{10}{12} = \frac{72}{12}.$$

В школьных учебниках данный прием обычно демонстрируется на конкретных задачах. Так, в учебнике Н. Я. Виленкина прежде чем приступить к общему правилу, предлагается задача: «Кусок ленты длиной 19,2 м разрезали на 8 равных частей. Найдите длину каждой части.» – решение которой сводится к вычислению $192/8 = 24$, значит, длина каждой части равна 24 дм, что в метрах будет 2,4 м. Следственно, 2,4 – частное от деления 19,2 на 8. Приводится этот же пример, решенный в столбик:

$$\begin{array}{r} 19,2 \\ - 16 \\ \hline 32 \\ - 32 \\ \hline 0 \end{array} \quad \begin{array}{r} 8 \\ 2,4 \end{array}$$

Объясняется, как это было сделано, что на основе этого объяснения выводится правило: «Чтобы разделить десятичную дробь на натуральное число, надо:

- 1) разделить дробь на это число, не обращая внимания на запятую;
- 2) поставить в частном запятую, когда кончится деление целой части.»

Далее, в более сложных примерах, акцентируется идея: например, чтобы вычислить 43,52 на 1,7, можно домножить числитель и знаменатель на 10 и перейти к $435,2 : 17$. В курсе А. Г. Мерзляка подобный прием демонстрируется даже для случая деления на натуральное число, если делимое десятичное: так, при вычислении $43,52/100 : 17$ авторы фактически предлагают умножить

числитель и знаменатель на 100, получить $4352 : 17$, а полученный результат (256) разделить обратно на 100 [20].

Хотя этот путь избыточен для целого делителя 17, он тренирует учеников в общем методе избавления от запятой в делителе. В учебнике С. М. Никольского правило деления на десятичную дробь вводится наиболее обоснованно: сразу рассматриваются примеры, где деление десятичных дробей сведено к операции над обыкновенными дробями. Фактически показывается, что равенства вида $\frac{a}{b} : \frac{c}{d} = \frac{a}{b} \cdot \frac{d}{c}$ остаются в силе и для десятичной записи. Акцент на теоретическую основу способствует лучшему осмыслению алгоритма [21-22].

Закрепляя материал, все линии учебников содержат разнообразные задачи на деление, в т.ч. текстовые (нахождение среднего арифметического, нахождение длины стороны квадрата по площади и т.д.), которые позволяют проверить понимание учащимися сущности деления.

Изложение темы «Десятичные дроби» в школьном курсе базируется на общедидактических принципах доступности, наглядности, систематичности и связи теории с практикой. Доступность обеспечивается постепенным введением понятий: от простейших примеров (дроби вида $\frac{n}{10}$) к общему определению, от случаев умножения на 10 или 100 – к общей формуле умножения на произвольное число, от деления на натуральное – к делению на десятичное. Шаг за шагом сложность увеличивается, но каждый новый шаг опирается на твердо усвоенный предыдущий [2].

Придем к выводу, изучение десятичных дробей в 5 классе позволяет учащимся перейти от натуральных чисел к более точной записи величин. Действие необходимо при измерениях, расчетах стоимости и работе с процентами. Освоение темы десятичных дробей учащимися – фундамент для понимания пропорций, отношений и действий с числами, имеющими разную разрядность.

1.3 Анализ изложения темы «Обыкновенные дроби» и «Десятичные дроби» в учебниках

Основным требованием к построению курса математики является структурирование содержания на единой идейной основе, которая, с одной стороны, является продолжением и развитием идей, реализованных при обучении математике в начальной школе, и, с другой стороны, служит последующему изучению математики в старших классах. Первым расширением понятия числа является введение дробных чисел в курс математики 5 класса. Следующий этап расширения понятия числа происходит в 6 классе – вводятся отрицательные числа. Дробные числа стали использоваться достаточно давно, намного раньше, чем отрицательные числа, поэтому должны легче усваиваться учащимися. Знания об обыкновенных дробях, полученные в начальной школе повторяются и обобщаются в 5 классе. В дальнейшем эти знания расширяются. Учащиеся знакомятся с такими вопросами, как доля единицы; изображение дробей на координатном луче; правильные и неправильные дроби; основное свойство дроби, которое позволяет сокращать дроби, приводить дроби к одинаковому знаменателю или числителю, сравнивать дроби; представление натурального числа в виде дроби.

Рассмотрим, как изложение темы «Обыкновенные дроби» реализовано в трех разных учебно-методических комплексах (УМК) по математике для 5 класса: учебнике Н. Я. Виленкина и др. (базовый курс), учебнике А. Г. Мерзляка и др. и учебнике С. М. Никольского и др. Все УМК печатались издательством «Просвещение».

В практике преподавания основным методом изучения новых чисел, в частности дробных, являются пояснения, которые опираются на знания, жизненный опыт учащихся. Поясняющие описания не заменяют определений, понятий, а лишь показывают целесообразность их введения. Согласно

программе и учебнику по математике формирование понятия дроби начинается с умения получать доли при делении какой-либо величины на несколько равных частей. Учащиеся должны уметь называть и показывать доли отрезка, круга, прямоугольника и других предметов. На базе целесообразно подобранных упражнений, на основе жизненного опыта учащихся, что является мотивировкой введения понятия дроби, дается описание нового числа. Далее приводятся примеры обыкновенных дробей, и дается форма записи обыкновенной дроби. Уделяется внимание в учебниках получению дроби, возникновению дроби в связи с необходимостью более точного измерения и деления натуральных чисел. Большое значение в изучении дробей имеет использование графического метода, в частности координатного луча.

Учебник под редакцией Н. Я. Виленкина для 5 класса традиционно вводит обыкновенные дроби во второй половине курса, после изучения натуральных чисел и действий с ними. В структуре учебника эта тема выделена в рамках главы «Дробные числа» (часть материала которой продолжится в 6 классе) [5-8].

В учебнике Н. Я. Виленкина тема «Обыкновенные дроби» подается постепенно: от наглядных представлений долей – к определению дроби и ее компонент, затем к равным дробям и простейшим операциям сравнения. Методический аппарат учебника состоит из значительного количества практических заданий – на чтение и запись дробей (прописью и цифрами), на разбиение фигур и числовых отрезков на части, на преобразование дробей (например, представить несколько долей в виде одной дроби и т. п.), а также текстовые задачи, где дроби используются для выражения частей величин. Такой набор упражнений обеспечивает формирование у пятиклассников первоначальных навыков работы с дробями [5-8].

Учебник под редакцией А. Г. Мерзляка для 5 класса построен с учетом современных методических подходов и требований ФГОС. Тема обыкновенных дробей в данном УМК представлена достаточно широко уже в 5 классе и

объединена в отдельную главу (как правило, это глава 4 «Обыкновенные дроби»). На изучение этой главы отводится порядка 18 учебных часов.

Соответствие содержания ФГОС у учебника А. Г. Мерзляка прослеживается достаточно явно. Уже в 5 классе введены все основные элементы, предусмотренные примерной программой: понятие дроби, основное свойство дроби, правило сравнения дробей, сложение и вычитание дробей (хотя бы в простейших случаях). Благодаря этому к концу года пятиклассники достигают требуемых предметных результатов: умеют представлять и записывать обыкновенные дроби и смешанные числа, сравнивать дроби с равными знаменателями, складывать и вычитать их, а также применять дроби при решении практических задач. Таким образом, УМК А. Г. Мерзляка обеспечивает хорошую базу для дальнейшего углубления темы в 6 классе, полностью соответствуя требованиям стандарта на базовом уровне [18].

Учебно-методический комплекс под редакцией С. М. Никольского отличается тем, что разработан как двухгодичный курс математики для 5-6 классов. Содержание распределено в расчете на более плавное изучение ряда тем на протяжении двух лет. Тема обыкновенных дробей в данном УМК рассматривается в главе 4, которая начинается в учебнике 5 класса и завершается в учебнике 6 класса [21-22]. Сложение, вычитание и умножение дробей целенаправленно перенесены авторами на 6 класс, когда ученики уже достаточно окрепли в базовых понятиях. Учащиеся не перегружены сразу всеми операциями с дробями, а они сначала сосредотачиваются на понятиях и базовых навыках, продолжив расширение и усложнение материала на следующий год. Дети хорошо понимают, что такое дробь, умеют приводить дроби к общему знаменателю, сравнивать дроби, решать простейшие задачи на части [3].

В таблице 1 представлен сравнительный анализ содержания темы в исследуемых учебниках [5-8, 18-19, 21-22].

Таблица 1 – Содержание темы «Обыкновенные дроби» в учебниках разных авторов (5 класс) и его соответствие примерной программе ФГОС

Содержание темы (ФГОС)	Виленкин Н. Я.	Мерзляк А. Г.	Никольский С. М.
Введение понятия дроби, доли, чтение и запись дробей	Раскрывается на наглядных примерах; терминология вводится.	Раскрывается на наглядных примерах; терминология вводится.	Раскрывается на наглядных примерах; терминология вводится.
Правильные и неправильные дроби, смешанные числа	Определения даны; преобразование смешанных чисел вводится.	Определения даны; преобразование смешанных чисел вводится.	Определения даны; преобразование смешанных чисел вводится.
Основное свойство дроби (равные дроби, сокращение, расширение)	Формулируется, но подробно отрабатывается только в 6 кл.. В 5 кл. – знакомство с концепцией равных дробей.	Полностью вводится и отрабатывается (сокращение дробей, приведение к новому знаменателю).	Вводится и отрабатывается (равенство дробей, приведение к общему знаменателю).
Сравнение дробей	Рассматривается концептуально (через доли и равные дроби); общий случай в 6 кл.	Отрабатывается: для одинаковых знаменателей непосредственно, для разных – через общий знаменатель (базовый уровень)	Отрабатывается: для одинаковых знаменателей непосредственно, для разных – через общий знаменатель (базовый уровень)
Сложение и вычитание дробей с одинаковыми знаменателями	Простые случаи рассмотрены (на наглядных примерах).	Введено правило и проведена тренировка на различных примерах.	Может обсуждаться в конце темы, хотя формально переходит на 6 класс; ученики знают принцип (складывать одинаковые доли).
Сложение и вычитание дробей с разными знаменателями	Не рассматривается в 5 классе (только в 6 классе).	Не рассматривается (планово переносится на 6 класс, кроме отдельных простых задач).	Не рассматривается в 5 классе (изучается в 6 классе).
Нахождение дроби от числа, задачи на части	Вводится через раздел «Деление и дроби» (первые задачи на доли от числа).	Рассматривается подробно, включены типичные задачи на часть от числа и нахождение целого.	Рассматривается, имеется параграф с задачами на дроби (практические расчеты).
Умения и результаты (конец 5 класса)	Формируется понимание дроби, навык чтения/записи; частично – умение сравнивать и складывать простейшие дроби. Полный комплект умений будет сформирован в 6 классе.	Полностью соответствуют планируемым результатам ФГОС для 5 класса: учащиеся свободно оперируют основными видами заданий с дробями.	Соответствуют требованиям по понятиям и базовым навыкам; операции (+, –) целиком завершаются в 6 классе, но база заложена.

Все три УМК уделяют должное внимание введению понятия обыкновенных дробей и первоначальным навыкам работы с ними. Различия касаются главным образом степени проработки некоторых вопросов в 5 классе. Учебник А. Г. Мерзляка наиболее полно реализует содержание,

предусмотренное стандартом, уже на этапе 5 класса: в программу входят и основное свойство дроби, и отработка сравнения, и сложение однознаменных дробей. Учебник Н. Я. Виленкина, создававшийся до этих изменений, оставляет часть материала (особенно операции с дробями) на 6 класс, по этой причине учителю приходится компенсировать некоторые отсутствующие элементы содержания за счет материалов следующего года. Качественное усвоение концептуальной базы в 5 классе по Н. Я. Виленкину вполне достижимо, и при переходе в 6 класс учащиеся готовы воспринять операции с дробями. Учебник С. М. Никольского представляет собой компромиссный вариант: основные понятия и навыки (эквивалентность дробей, общий знаменатель, сравнение) формируются вовремя, но вычислительные алгоритмы вводятся позже.

Таким образом, изложение темы «Обыкновенные дроби» в 5 классе имеет и общие черты, и особенности в разных линиях УМК. Общее в том, что во всех учебниках формируется понимание дроби как части целого, вводятся правильные/неправильные дроби, показано основное свойство дроби и заложены основы сравнения дробных чисел. Отличия связаны главным образом с объемом материала, изучаемого непосредственно в 5 классе. УМК Н. Я. Виленкина (базовый курс) придерживается более классического этапного подхода: сначала понятия – потом действия, поэтому часть действий перенесена на следующий год. УМК А. Г. Мерзляка реализует требования стандарта в полном объеме на данном этапе, предоставляя учащимся возможность освоить больше практических умений сразу. УМК С. М. Никольского благодаря двухлетней структуре распределяет материал наиболее постепенно: в 5 классе – фундамент, в 6 – все операции. Каждый из этих подходов имеет дидактические обоснования. Н. Я. Виленкин позволяет не перегружать учеников алгоритмами преждевременно, А. Г. Мерзляк – сразу приводит систему знаний в соответствие со стандартом, С. М. Никольский – дает время на «созревание» понимания перед выполнением действий. В конечном счете, все три курса достигают одной цели: к концу 6 класса

учащиеся овладевают темой обыкновенных дробей полностью (от определения до всех арифметических операций), различия лишь в пути к этому результату [5-8, 18-19, 21-22].

Для учителя важно учитывать эти особенности при выборе УМК или при переходе между линиями, чтобы обеспечить непрерывность обучения. С педагогической точки зрения, каждый из рассмотренных учебников использует научные математические термины и стремится сформировать не только предметные знания, но и метапредметные умения: умение рассуждать, делать выводы, применять математические методы в задачах. Соответствие содержания ФГОС в каждом УМК подтверждается его наличием в федеральном перечне. Следовательно, в результате при правильной организации учебного процесса требования стандарта будут достигнуты любым из этих учебников.

Для анализа методики изложения темы «Десятичные дроби» выбраны учебники: Н. Я. Виленкин и др., 5 класс (базовый курс математики); А. Г. Мерзляк и др., 5 класс; С. М. Никольский и др., 5-6 класс. Все учебники изданы «Просвещением». Учебно-методические линии широко распространены и отражают эволюцию подходов к преподаванию математики. Учебник Н. Я. Виленкина, многократно переиздававшийся с советских времен, представляет традиционную методику, ориентированную на доступность изложения и богатый задачный материал. Учебник А. Г. Мерзляка – более современный курс (одно из актуальных изданий 2010-х годов), делающий упор на отработку навыков и применение математики на практике. Линия С. М. Никольского (авторы С. М. Никольский, М. К. Потапов, Н. Н. Решетников, А. В. Шевкин) интересна тем, что сохраняет ряд черт советской школы (систематичность и строгость изложения) и при этом адаптирована к действующим стандартам образования [5-8, 18-19, 21-22].

В учебниках Н. Я. Виленкина и А. Г. Мерзляка тема десятичных дробей полностью изучается в 5 классе, сразу после завершения темы обыкновенных

дробей. В пособии Н. Я. Виленкина десятичные дроби рассматриваются во второй половине 5 класса, после изучения смешанных чисел. Сначала вводится понятие десятичной дроби, затем следуют сравнение, сложение, вычитание, округление; после этого помещен небольшой исторический экскурс, и заключительная часть главы посвящена умножению и делению (причем умножение ограничено случаем множителя-натурального числа). То есть концу 5 класса по Н. Я. Виленкину ученики умеют выполнять все операции с конечными десятичными дробями, кроме умножения и деления двух десятичных (эти частные случаи вводятся в рамках умножения/деления на натуральное). Тема завершается, и в 6 классе она не повторяется вплоть до изучения рациональных чисел, когда учащимся дается расширенное понятие о бесконечных периодических дробях [5-8].

В учебнике А. Г. Мерзляка десятичные дроби также изучаются после обыкновенных дробей в 5 классе, но авторы несколько иначе распределяют акценты. Понятие вводится сразу после темы «Обыкновенные дроби», затем идут сравнение, сложение, вычитание, умножение и деление – причем умножение рассматривается сразу в общем виде (оба множителя десятичные числа), а деление – преимущественно как деление на натуральное (методика деления на десятичную дробь упоминается через преобразование выражения, но особо не выделена) [18-19].

Таким образом, А. Г. Мерзляк стремится охватить все операции в рамках одной главы 5 класса, не откладывая часть материала на следующий год. Линия С. М. Никольского исторически реализовывала двухступенчатый подход: в 5 классе ученики изучали обыкновенные дроби и некоторые смежные темы, а в 6 классе – только приступали к десятичным дробям. Соответственно, в учебнике С. М. Никольского тема «Десятичные дроби» традиционно раскрывается в учебнике для 6 класса, примерно во втором полугодии. Авторы исходят из того, что шестиклассники уже имеют прочную базу: умеют приводить дроби к общему знаменателю, выполнять сокращение, знают отрицательные числа и

основные свойства арифметических операций, позволяя им сразу предложить более развернутые обоснования: например, при сравнении десятичных дробей С. М. Никольский предваряет правило двумя замечаниями о приписывании нулей в дробной части, при введении деления демонстрирует перевод десятичного деления в обыкновенное на двух примерах, а в конце главы представлен материал о бесконечных периодических дробях, определяя понятия периода и непериодической дробной части [5-8, 18-19, 21-22].

Таким образом, по структуре изложения можно отметить: Н. Я. Виленкин и А. Г. Мерзляк дают тему целиком в 5 классе (в одном разделе), С. М. Никольский – выделяет под нее отдельную главу в 6 классе. Последнее обеспечивает больший простор для подробностей, но противоречит актуальным требованиям по срокам изучения.

В таблице 2 представлено сравнение структуры изучения десятичных дробей [5-8, 18-19, 21-22]. Наибольшую методическую последовательность демонстрирует линия С. М. Никольского – здесь сохраняется логика пошагового усложнения с обязательной опорой на ранее изученный материал. Учебник Н. Я. Виленкина выделяется акцентом на практических действиях и равенстве дробей, но с меньшей степенью визуализации. В линии А. Г. Мерзляка наблюдается стремление к сжатию изложения, из-за чего отдельные этапы вводятся без предварительной подготовки. Умножение и деление чаще всего сопровождаются сразу готовыми алгоритмами, а не понятийным объяснением.

Таблица 2 – Сравнение структуры изучения темы «Десятичные дроби» в учебниках

Этап изучения	Виленкин Н. Я.	Никольский С. М.	Мерзляк А. Г.
Введение понятия десятичной дроби	Через примеры с дробями $n/10$	Через связь с разрядными единицами	Через эквивалентность с обыкновенными дробями
Сравнение десятичных дробей	Через приписывание нулей и разрядное	Пошагово через таблицы и визуализации	Быстрое изложение правила + задачи

	сравнение		
Сложение и вычитание	Через столбик с предварительным уравниванием разрядов	Аналогично сложению целых чисел, с акцентом на позиционность	Алгоритм сразу, примеры позже
Умножение	Последовательно: сначала на 10, затем общий случай	Четкое построение через обоснование	Смешение этапов, иногда без подготовки
Деление	Деление на целое и на десятичное отдельно	Акцент на связь с обыкновенными дробями	Упрощенное изложение, мало обоснований

В результате учащиеся быстрее переходят к действиям, но теряют в глубине понимания. Сравнительная таблица 2 позволяет наглядно оценить расстановку акцентов в каждом учебнике и выявить подход, способствующий развитию не только навыков, но и логического мышления. Преемственность с ранее изученными темами лучше реализована у С. М. Никольского, что делает его курс методически выверенным [5-8, 18-19, 21-22].

Федеральная программа подчеркивает, что изучение десятичных дробей должно опираться на уже известные алгоритмы действий с обыкновенными дробями. И в курсах всех трех авторов эта преемственность прослеживается: Н. Я. Виленкин и А. Г. Мерзляк прямо ссылаются на правило сложения дробей с одинаковыми знаменателями, С. М. Никольский пользуется знанием основного свойства дробей при объяснении сравнения и деления. Кроме того, программа требует формирования умения представлять дроби в разных формах и устанавливать связи между ними. С этой задачей лучше всех справляется С. М. Никольский: его учебник вводит не только конечные, но и бесконечные десятичные дроби, фактически формируя у учащихся представление о взаимосвязи класса рациональных чисел (каждое рациональное число может быть представлено в виде либо конечной, либо бесконечной периодической десятичной дроби, и наоборот). Н. Я. Виленкин и А. Г. Мерзляк ограничиваются конечными представлениями в 5 классе, но и этого достаточно

для достижения базового требования – научиться переводить простейшие обыкновенные дроби (с знаменателем 2, 4, 5, 8, 10 и др.) в десятичную форму и обратно. Практически все рассматриваемые линии дают соответствующие упражнения [5-8, 18-19, 21-22].

В таблице 3 нами проанализированы учебники авторов как сопоставление учебников с требованиями ФГОС и федеральной рабочей программы.

Таблица 3 – Сопоставление учебников с требованиями ФГОС и федеральной рабочей программы

Элемент программы	ФГОС/ФРП требование	Виленкин Н. Я.	Никольский С. М.	Мерзляк А. Г.
Понимание десятичных дробей	Через связь с обыкновенными дробями	Да, через дроби типа $\frac{p}{10}$	Да, через разрядные единицы	Частично, в форме алгоритма
Упор на смысл операций	Обязателен	Частично реализовано	Реализовано подробно	Недостаточно раскрыт
Преимственность с предыдущими темами	Явная связь с обыкновенными дробями	Подчеркивается через эквивалентность	Подчеркнута через повторение	Слабая преимущество
Использование задач с реальными величинами	Прописано	Умеренно	Да, активно	Да, но без системности

С точки зрения формирования практических навыков (что тоже отражено в ФГОС – вычислительная культура, приближенные вычисления курс А. Г. Мерзляка выглядит наиболее сильным. Он содержит большое количество задач на вычисление, тренирует округление в разнообразных ситуациях и предлагает современные сюжетные задачи, близкие ученикам. Учебник Н. Я. Виленкина также богат заданиями, но часть из них носит характер «голых» примеров, что может снижать интерес. У А. Г. Мерзляка больше доля прикладных упражнений, соответствующих идее практической направленности стандарта. С. М. Никольский, работая с более теоретическим уклоном, уделяет меньше места рутинному счету – однако его учащиеся к 6 классу обычно и так имеют достаточный навык, привитый предыдущими курсами [5-8, 18-19, 21-22].

Таким образом, в части обоснованности материала современные учебники несколько уступают планке, заданной стандартом. Авторы делают

выбор в пользу тренировки навыков, жертвуя частью объяснений. Идеальным, очевидно, был бы компромисс – сочетание доступности и обоснованности, о котором говорят исследователи-методисты. Н. Я. Виленкин и А. Г. Мерзляк обеспечивают первое, С. М. Никольский ближе ко второму [5-8, 18-19, 21-22].

Каждая линия УМК имеет свои достоинства: курс Н. Я. Виленкина обеспечивает прочную и методически выверенную базу, курс А. Г. Мерзляка – высокую тренировочную насыщенность и прикладную значимость, курс С. М. Никольского – глубину и системность. Современный стандарт обучения математики требует объединения всех этих качеств. Оптимальная методика преподавания исследуемых тем должна объединить доступность изложения (простоту, наглядность, примерность) с строгой логикой и достаточной обоснованностью, чтобы развивать у учащихся и навык, и понимание.

ГЛАВА 2 МЕТОДИКА ОБУЧЕНИЯ ТЕМЕ «ОБЫКНОВЕННЫЕ И ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

2.1 Конспект урока по теме «Повторение темы «Обыкновенные дроби»»

Тип урока: урок систематизации и обобщения знаний.

Форма урока: сюжетная игра-путешествие «Архипелаг сокровищ».

Цель урока: создать условия для систематизации и обобщения знаний учащихся об арифметических действиях с обыкновенными дробями через решение практико-ориентированных задач в рамках функциональной грамотности.

Планируемые результаты.

Предметные: закрепление алгоритмов сложения, вычитания, умножения и деления обыкновенных дробей и смешанных чисел, применение знаний в повседневной жизни.

Метапредметные:

- 1) Регулятивные: умение ставить учебную задачу, планировать действия, осуществлять самоконтроль и самопроверку.
- 2) Познавательные: умение работать с текстом задачи (преобразовывать текстовый контекст в математическую схему).
- 3) Коммуникативные: умение работать в группе, аргументировать свою точку зрения, использовать математическую речь.

Личностные: осознание ценности математических знаний в реальной жизни, формирование финансовой и математической грамотности.

Основные понятия и термины: обыкновенная дробь, смешанное число, числитель, знаменатель.

Оборудование: Калька разных цветов, нарезанная на узкие полоски. Ножницы. Клей-карандаш, маркер, маршрутные листы, сундучок, карта, монетки- валюта «дробики».

Учебно-методический комплекс:

1) Математика. 5 класс: учебник: в 2 ч. / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова, С. И. Шварцбурд. Ч. 1. — Москва: Просвещение, 2025.

Структура урока:

1. Организационный этап.

Приветствие обучающихся, создание доброжелательного настроения на предстоящий урок. Парты сдвинуты для трех команд. На доске изображена старинная карта, на которой отмечены острова - Билетный, Провиантский, Экипировочный, Кладовый, Камбузный.

- Ребята, сегодня у нас не простой урок, а морская экспедиция. Каждый ряд - экипаж, который отправится за сокровищами. Но, путь к ним закрыт, пока не будут решены все задачи с дробями. Ну, отправляемся в путь?

2. Мотивационный этап.

- Дробь, говорят, окружает нас в обычной жизни. Вы замечали? Половина буханки хлеба — это $\frac{1}{2}$. Четверть скидки в магазине — $\frac{1}{4}$. Оплата проезда на транспорте за ребенка часто составляет $\frac{1}{2}$ или $\frac{3}{5}$ от цены билета взрослого.

Чтобы добраться до сокровищ, надо правильно распорядиться нашими ресурсами. Экипажи получают маршрутные листы с заданиями. За верное решение начисляются «дробики» — игровая валюта. Соберем их — отыщем сундук финансовой мудрости. В конце капитаны отдают мне маршрутные листы, так я пойму, какие станции у вас вызвали затруднения, какую работу над ошибками нужно будет провести.

3. Актуализация знаний (можно провести устно или использовать карточки, исходим из того, сильный класс или слабый). Данное задание выполняется не более 3- 5 минут. Если кто-то из команд допускает ошибку, другие их исправляют и получают «дробики».

Учитель показывает карточки с дробями: $\frac{3}{8}, \frac{7}{8}, \frac{5}{5}, \frac{9}{4}, \frac{1}{3}$.

- Ребята, где правильные, где неправильные дроби, почему?

- Попробуйте прочесть смешанные числа: $2\frac{1}{4}, 5\frac{3}{8}, 9\frac{14}{7}$.

- Сколько восьмых долей в целом?

- Сравните, не вычисляя, $\frac{3}{8}$ и $\frac{5}{8}$, поясните.

- Сложите устно $\frac{2}{9}$ и $\frac{4}{9}$.

- Из $\frac{7}{10}$ вычитите $\frac{3}{10}$

4. Применение знаний и умений в новой ситуации.

Экипажи отправляются по карте. Задания выполняются последовательно, каждое обсуждается 3-4 минуты, затем озвучивается решение.

➤ Ребята, мы пришвартовались на Остров Билетный.

Задание. *Взрослый билет на прогулочный катер стоит 600 рублей. Детский билет дешевле на $\frac{1}{5}$ от этой суммы. Экипаж состоит из двух взрослых и трех детей. Вычислите общую стоимость билетов.*

Ученики находят $\frac{1}{5}$ от 600 — 120 руб.

Цена детского: $600 - 120 = 480$ руб.

Стоимость для экипажа: $2 \times 600 + 3 \times 480 = 1200 + 1440 = 2640$ руб.

➤ Следующая остановка - Остров Провиантский. Здесь задача на ресурсы. *На камбузе было $\frac{7}{10}$ бочки пресной воды. В сутки экипаж расходует $\frac{1}{10}$ бочки. Через сколько суток вода закончится, и нужно пополнить запас?*

Здесь прячется будущее деление, но сейчас фиксируем понимание дробного остатка. Можно задать командам вопрос, где мы можем подобные ситуации встретить в повседневной жизни? (Например, расход карманных денег на неделю, разлив сока по стаканам).

➤ Мы приблизились к Острову Экипировочный.

Для швартовки нужен канат. Один конец каната — $2\frac{3}{5}$ м, второй — на $1\frac{1}{5}$ м длиннее. Найдите длину второго конца и общий метраж.

Если каждый метр каната стоит 50 рублей, сколько заплатили за второй конец и за всю покупку?

Считают, записывают данные в путевой лист.

➤ Ребята, перед нами залив Кладовый.

Капитаны, посмотрите сюда, тут 24 золотых монет (можно заранее приготовить из золотистой бумаги). По условию старинного договора $\frac{1}{3}$ добычи уходит в фонд королевства. Оставшаяся часть делится поровну между четырьмя членами экипажа. Сколько монет получит каждый матрос?

Сначала $\frac{1}{3}$ от 24 — 8 монет королю. Остается 16. Делим на 4 — получается по 4 монеты. Учитель просит записать долю каждого от общего клада дробью: $\frac{4}{24} = \frac{1}{6}$. Вот она — личная доля. Если позволяет время, можно задать ребята вопрос, где мы в повседневности встречаем личные доли, доли, которую мы отдаем государству? (Налог — это часть, которую мы отдаем. Бывает и подоходный налог с зарплаты. Даже если пока не сталкивались, понимание доли пригодится.

Команды, которые справились с заданием, получают «дробики».

➤ Следующая остановка - Остров Камбузный.

Юные путешественники, проголодались? Давайте посмотрим, какое задание мы получаем на этой станции?

Перед нами рецепт ягодного морса. Для приготовления одной порции надо $\frac{1}{3}$ стакана сахара. У кока есть $2\frac{2}{3}$ стакана сахара. Сколько порций получится? И сколько стаканов ягод понадобится, если на порцию идет $\frac{2}{3}$ стакана?

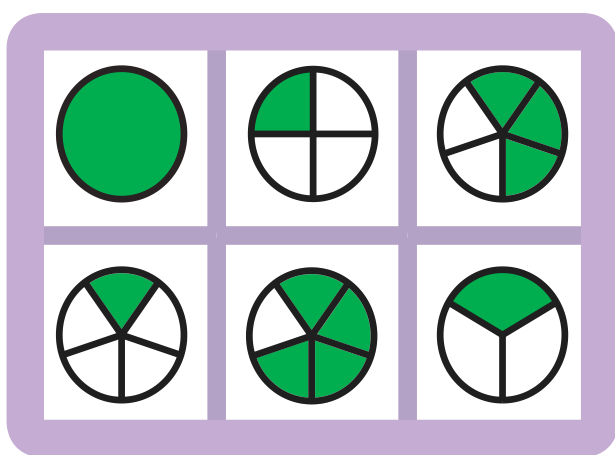
Ребята переводят $2\frac{2}{3}$ в неправильную дробь $\frac{8}{3}$. Делят на $\frac{1}{3}$ — восемь порций. Для ягод: $8 \times \frac{2}{3} = \frac{16}{3} = 5\frac{1}{3}$ стакана.

-Ребята, вопрос на засыпку, можно ли измерить $\frac{1}{3}$ стакана без мерного стаканчика? Здесь уместно привести пример, что обычный советский граненый стакан являлся главным мерилom всех хозяюшек, его объем 200 мл легко делить на глаз на трети, если знать высоту.

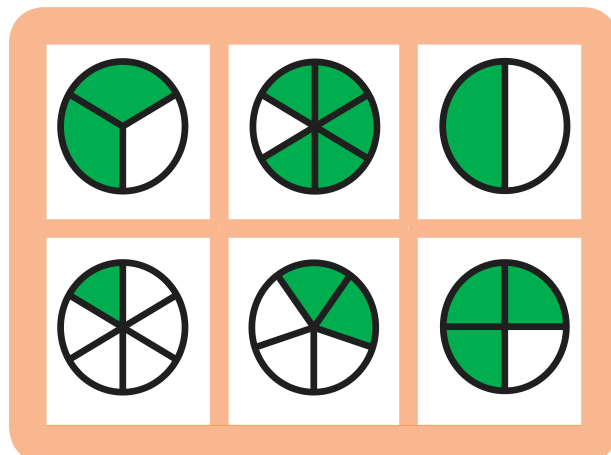
Команды получают жетончики. Давайте предварительно подсчитаем количество набравших «дробиков». Удивительно! Почти равное количество у всех. Тогда, перед нами открывается еще один этап – Кот в мешке. Что же кроется за ним?

5. Контроль усвоения, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция.

Ребята, нас ждет последнее испытание. Но, сейчас каждый участник должен внести личный вклад в успех команды. Перед нами математическое лото! Играли когда-нибудь в лото? Знаете правила игры? Каждый участник команды берет лист с полем.



Лист №1 Математического лото



Лист №2 Математического лото

пересчитывать. Можно взять уже знакомых нам Матроскина с Шариком и придумать новую денежную задачу.

Приложение. Маршрутный лист.

«Маршрутный лист экипажа № ____

Капитан: _____

Штурман: _____

Боцман: _____

Бортжурнал открыт. Дата _____»

Остров	Название задания	Полученные дробики
1. Билетный	Расчет стоимости билетов на катер	
2. Провиантский	Расход воды в бочке	
3. Экипировочный	Длина швартового каната	
4. Кладовый	Дележ клада, налог королю	
5. Камбузный	Рецепт ягодного морса	
6. Кот в мешке	Математическое лото	

«Итоговая сумма дробиков:

целые: _____

дробная часть: _____

общая игровая валюта (смешанное число): _____

Перевод в оценку (шкала):

0–1 — надо поднажать

1 1/8 – 2 — «3»

2 1/8 – 3 — «4»

больше 3 — «5» и ключ от сундука мудрости».

2.2 Конспект урока по теме «Арифметические действия с десятичными дробями. Сложение и вычитание десятичных дробей»

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Форма урока: урок-практикум с элементами игры и работы в парах

Цель урока: сформировать у обучающихся умение выполнять сложение и вычитание десятичных дробей в столбик и в строчку, применять эти навыки при решении практических задач.

Планируемые результаты.

Предметные:

- 1) знать правило сложения и вычитания десятичных дробей и уметь применять данное правило на практике;
- 2) уметь выполнять сложение и вычитание десятичных дробей (в том числе с разным количеством знаков после запятой);
- 3) уметь применять эти действия при решении текстовых задач (магазин, длина, масса, скорость).

Личностные:

- 1) продолжить формирование познавательного интереса к математике через решение задач, связанных с повседневной жизнью (денежные расчеты, измерения);
- 2) развивать аккуратность, внимательность при записи вычислений;
- 3) воспитывать умение работать в паре, уважать мнение другого.

Метапредметные:

- 1) регулятивные: определять цель учебной деятельности, планировать свои действия, контролировать и оценивать результат;
- 2) познавательные: анализировать примеры, выводиться алгоритм действия, сравнивать и обобщать;
- 3) коммуникативные: формулировать и аргументировать свое мнение, задавать вопросы, участвовать в диалоге.

Основные понятия и термины: десятичная дробь, перенос запятой, разряды дробей.

Учебно-методический комплекс:

1) Математика. 5 класс: учебник: в 2 ч. / Н. Я. Виленкин, В. И. Жохов, А. С. Чесноков, Л. А. Александрова, С. И. Шварцбурд. Ч. 1. — Москва: Просвещение, 2025.

Структура урока:

1. Организационный этап.

Приветствие обучающихся, создание доброжелательного настроения на предстоящий урок.

2. Мотивационный этап (создание проблемной ситуации).

Урок начинается с проблемной задачи.

- *«Мама купила 1,5 кг яблок и 0,75 кг груш. Сколько всего килограммов фруктов?»*.

Так как тема новая, у ребят должна возникнуть трудность при решении задачи. Учитель, подсказывая, обращает внимание на то, что в каждом примере разное количество знаков после запятой. Исходя из ответа, ученики формулируют тему и цель урока.

3. Актуализация знаний.

Для того, чтобы вспомнить прошлые темы, систематизировать материал, учитель предлагает обучающимся ответить на вопросы (фронтальная работа). Данное задание поможет учителю определить усвоение предыдущего материала.

– Что такое десятичная дробь?

– Как сравнивают десятичные дроби?

– Как записать целое число в виде десятичной дроби?

– Как уравнивать количество знаков после запятой?

4. Открытие нового знания.

Возвращаемся к нашей задаче.

Учитель записывает пример $1,5 + 0,75$ и работает фронтально с классом.

– Можно ли представить в виде обыкновенных дробей? $15/10 + 75/100$?

– Лучше записать столбиком, для этого нужно уравнять знаки: $1,50 + 0,75$.

– Давайте обратимся к учебнику п.6, с.104 и познакомимся с правилом сложения и вычитания десятичных дробей.

–Обратите внимание, «Запятая под запятой». Складываем поразрядно, не обращая внимания на запятую, затем в ответе запятую ставим под теми же запятыми. Аналогично для вычитания (например, $2,7 - 1,35$).

5. Физкультминутка.

– Ребята, что-то мы засиделись. А давайте встанем и попробуем назвать части своего тела, представив их в виде дробей, заодно вспомним пройденный материал.

Например:

1) «Одна вторая моих рук поднята вверх!» (ребенок поднимает одну руку).

2) «Три четверти моих ног стоят на полу!» (ребенок слегка приподнимает одну ногу).

3) «Четыре пятых моего лица улыбается!» (ребенок изображает широкую улыбку).

4) «Покажи три четвертых твоего роста!» (дети поднимаются на носки).

5) «Сделай две трети шага вперед!» (дети делают небольшой шаг вперед).

6. Первичное закрепление.

Учитель приглашает к доске ученика выполнить решение следующих примеров. Остальные обучающиеся выполняют на местах, первые 5 работ при правильном выполнении оцениваются дополнительной отметкой.

Самостоятельно выполнить решение примеров в тетради:

Вариант 1

$$12,8 + 3,1 =$$

$$100 - 0,99 =$$

$$6,7 - 4,27 =$$

$$9,1 + 2,078 =$$

$$15 + 3,2 - 8,5 =$$

Вариант 2

$$8,14 + 5,91 =$$

$$10,1 + 8,99 =$$

$$7,77 - 3,077 =$$

$$20,001 + 3,09 =$$

$$14 - 7,2 + 4,6 =$$

После выполнения заданий, обучающиеся выполняют взаимопроверку.

– Молодцы! Вы справились с заданием! Теперь попробуем решить задачу и поможем нашему туристу.

Задача: *«Турист прошел в первый день 12,7 км, а во второй – на 3,9 км больше, чем в первый. В третий день он прошел 18,4 км. Сколько километров турист прошел за три дня?»*

Один ученик выходит к доске, выполняет арифметические действия, учитель проверяет, остальные работают на местах.

Учитель обращает внимание на типичные ошибки при выполнении действий и сразу корректирует их.

Запись примера на доске $5 + 0,33$ как $5,0 + 0,33$ (это верно, но забывают, что $5 = 5,00$).

Сдвиг запятой в ответе (например, при $4,8 + 3,5$ пишут 8,3, но ошибаются, когда $7,8 + 2,7 = 10,5$ – запятую теряют).

Сложение «столбиком» без выравнивания дробной части.

–Ребята, а теперь давайте посмотрим внимательно следующую задачу.

– Представим, что мы финансовые детективы и нам необходимо проверить работу кассира. У нас есть 500 рублей. В магазине мы выбрали следующие продукты:

Шоколад – 79,90 руб.

Сок – 54,50 руб.

Йогурт – 35,25 руб.

Печенье – 42,80 руб.

Посчитаем:

1) Сколько стоят все товары вместе? Запиши столбиком, выровняв запятые.

2) Получится ли заплатить 500 рублей? Если нет, сколько не хватает? Если да, сколько сдачи должен дать кассир?

3) Мы решили купить еще один сок (54,50 руб.). Хватит ли оставшихся после первой покупки денег? На сколько больше или меньше?

– Молодцы! Справились, решение верное.

7. Рефлексия.

Используем прием «Чемодан-мясорубка-корзина». Если ранее ребята не использовали данный прием, нужно пояснить, что «корзина» — это те знания, которые мне нужны и я их возьму с собой, например «Правило суммы (разности) десятичных дробей; «мясорубка» — это знания, в которых я ощущаю пробелы и я хочу вернуться, чтобы их снова переработать; корзина — это то, что мне не понадобится или непонятно, я могу это выкинуть (например, мои старые ошибки при сложении дробей, так как познакомившись с правилом, я научился правильно выполнять арифметические действия).

8. Домашнее задание.

Для всех выполнить № 6.74, 6.75, 6.84.

Творческое задание на дополнительную оценку.

Представь, родители решили сделать ремонт в твоей комнате и попросили тебя измерить комнату, чтобы купить новый плинтус. Проведи измерение всех стен. Плинтус продается в упаковках по 2 м. Чтобы купить нужное количество, надо узнать общий периметр.

Задания:

1) Найди сумму длин всех четырех стен (периметр).

2) К полученному периметру нужно добавить запас 0,75 м на подрезку. Какова итоговая длина плинтуса?

3) Сколько целых упаковок по 2 м нужно купить? Хватит ли? Если нет, сколько метров не хватит?

2.3 Типичные ошибки обучающихся при работе с обыкновенными и десятичными дробями

Проведенный анализ уроков выявил типичные затруднения учащихся 5 «В» класса МБОУ «СШ № 4» г. Десногорска Смоленской области. Начнем с анализа трудностей, базирующихся на действиях школьников с обыкновенными дробями.

Трудности усвоения школьниками операций с дробями объясняются, например, тем, что правила и способы действия, с которыми знакомятся учащиеся при изучении дробей, вступают в определенные противоречия с теми правилами и способами действия, которые ими были прочно усвоены при изучении целых чисел.

Одной из причин формального усвоения операций с дробями является несвоевременно ранее сообщение учащимся названий дробей (когда учащиеся еще не знают, как образуется та или иная дробь). Название дроби должно вводиться в неразрывной связи с процессом ясного осознания детьми, как образовалась дробь. При таком подходе, удастся избежать смешения названия дроби. Обосновывается это тем, что для большинства детей младшего школьного (равно как и дошкольного) возраста любая доля, любая часть целого - это половина. Для ребенка не является существенным факт неравенства этих самых «половин», например при разламывании шоколада, хотя всем ясно, что понятия «больше» и «меньше» они усвоили хорошо. Дети часто так и говорят - «твоя половина больше, чем моя». По-видимому, главные причины низкого качества усвоения понятия дроби (а также и последующих затруднений, с

которыми сталкиваются учащиеся при его изучении) заключаются в механическом заучивании, в недостаточном внимании к осознанному восприятию понятия, установлению взаимосвязи между множествами изученных и вновь введенных чисел, выявлению общих и особенных характеристик этих множеств.

В свое время А.Н. Колмогоров обратил на это внимание на понятии действительного числа без всякого упоминания об измерении конкретных величин (длин, площадей, промежутков времени и т.д.). Поэтому на разных ступенях обучения с разной степенью смелости проявляется одна и та же тенденция: возможно скорее разделаться с введением чисел и дальше уже говорить только о числах и соотношениях между ними.

Обычно учащиеся не осознают нахождение части от числа и умножение как одну и ту же операцию, они в равной мере не осознают как одну и ту же операцию нахождение числа по его дроби и деление. Различные термины скрывают от них единство содержания понятий, обозначаемых этими терминами. Это происходит всегда, если и умножение дробей и решение задач на нахождение части целого вводится только с помощью алгоритма. Учащиеся не проходят все ступени по формированию ассоциаций, поскольку знают четкий алгоритм, следовательно, не могут сопоставить и обобщить эти две операции.

Перейдем к анализу практики в МБОУ «СШ № 4» г. Десногорска Смоленской области и полученным выводам. Учащиеся нередко не понимают структуру дроби. Многие ученики не различают, что показывает числитель, а что — знаменатель. В задании «начертить отрезок длиной $\frac{3}{5}$ см» некоторые откладывали 3 см при единичном отрезке 5 см, то есть путали — надо было отложить 3 части из 5, а не 3 см. При сравнении дробей $\frac{5}{8}$ и $\frac{3}{4}$ часть детей сравнивала числители 5 и 3, не приводя к общему знаменателю. Встречалась и обратная ситуация: при сложении $\frac{2}{7} + \frac{3}{7}$ получали $\frac{5}{14}$ (сложили и числители, и

знаменатели). Дробь пятиклассниками воспринимается в виде двух отдельных чисел, а не как единое число, обладающее величиной.

Ошибки при приведении к общему знаменателю – определенно самая массовая проблема. Ученик находит общий знаменатель, но неправильно вычисляет дополнительный множитель. Например, для дробей $\frac{5}{12}$ и $\frac{3}{8}$ общий знаменатель 24. К первой дроби дополнительный множитель 2 — получается $\frac{10}{24}$. Ко второй — множитель 3 — получается $\frac{9}{24}$. Но многие учащиеся делают так: $\frac{5}{12} = \frac{5}{24}$ (забывают умножить числитель) или $\frac{5}{12} = \frac{10}{12}$ (умножают только числитель, знаменатель оставляют старым). Иногда дети просто складывают знаменатели ($12+8=20$) и работают с новым знаменателем 20. Еще одна ошибка — нахождение слишком большого общего знаменателя (например, $12 \cdot 8=96$). Это не ошибка математически, но есть следствие в громоздких вычислениях, где легко запутаться.

В сокращении дробей есть две типичные ситуации. Первая ошибка — ученик не видит общий делитель. Дробь $\frac{12}{18}$ он может сократить на 2, получить $\frac{6}{9}$, но дальше не идет, хотя можно еще сократить на 3. Ответ $\frac{6}{9}$ считается неверным, так как дробь не приведена к несократимому виду. Вторая в том, что ученик пытается сократить на наибольший общий делитель, но не может его найти — тратит много времени, нервничает, в итоге ошибается в делении. Например, $\frac{24}{36}$. Кто-то сокращает на 6 (получает $\frac{4}{6}$) и останавливается, хотя $\frac{4}{6}$ можно еще на 2. Причина в не отработанном нахождении НОД даже на простых числах.

При сложении смешанных чисел $2\frac{3}{5} + 1\frac{4}{5}$ ученики часто складывают целые части и дробные отдельно: $2+1=3$, $\frac{3}{5} + \frac{4}{5} = \frac{7}{5}$, получают $3\frac{7}{5}$, а потом не могут правильно выделить целую часть. Вместо $4\frac{2}{5}$ пишут $3\frac{7}{5}$ или $4\frac{7}{5}$. При вычитании $5\frac{1}{4} - 2\frac{3}{4}$ стандартная ошибка: вычитают целые части $5 - 2=3$,

дробные $\frac{1}{4} - \frac{3}{4}$, получают отрицательную дробь — и не знают, что делать. Правильное действие — занять единицу у целой части, превратив $5\frac{1}{4}$ в $4\frac{5}{4}$. Но описанный прием многие не усваивают, потому что он не совпадает с алгоритмом вычитания натуральных чисел.

Ошибки связаны и с действиями, где нужно выделить дробь от числа. В задании «найти $\frac{3}{5}$ от 150» возможны три варианта ошибок. Первый: ученик умножает 150 на $\frac{3}{5}$, но делает это как $150 \cdot 3 = 450$, а потом делит на 5 — получает 90 (верно), но многие путают порядок и сначала делят 150 на 5 (получают 30), потом умножают на 3 — тоже верно. Ошибка возникает, когда ученик не знает, что делать с остатком, если число не делится на знаменатель нацело. Например, $\frac{2}{3}$ от 32. 32 на 3 не делится. Некоторые пишут $32 : 3 = 10$ (остаток 2) — и останавливаются. Другие пытаются умножить 32 на 2 и разделить на 3 — получают $\frac{64}{3}$, но не могут перевести в смешанное число или в десятичную дробь. Причина видится в строгой привязке к алгоритму «делить на знаменатель, умножать на числитель», который работает только когда деление без остатка.

Трудности наблюдаются еще в одной группе – в задачах на части. Здесь ошибка связана с неверным выбором целого. Например, в задаче «Турист прошел $\frac{2}{5}$ маршрута, что составило 8 км. Какова длина всего маршрута?» часть учеников делит 8 на 2 (получает 4) и умножает на 5 — получает 20 (верно). Но другие учащиеся путают – действия $8 : 5$ и умножают на 2, получая 3,2. Или находят $8 \cdot \frac{2}{5} = 3,2$ — и записывают это как ответ. Причина в непонимании, что такое дробь от числа и как восстановить число по его части. Пятиклассники не видят обратной связи. Если 8 км — есть две пятых, то одна пятая — это 4 км, а пять пятых — 20 км. Но ученики вместо этого начинают механически

применять правило «делить на числитель, умножать на знаменатель» без проверки разумности ответа.

При сравнении $\frac{7}{12}$ и $\frac{9}{16}$ ученики, которые не привели дроби к общему знаменателю, часто сравнивают числители 7 и 9 — делают вывод, что $\frac{7}{12}$ меньше. Это верно случайно. Но если сравнить $\frac{5}{6}$ и $\frac{7}{8}$, то 5 и 7 дадут неверный результат. Другая ошибка пятиклассники — приводят к общему знаменателю, но путают, какая дробь больше. Например, $\frac{5}{8} = \frac{15}{24}$, $\frac{7}{12} = \frac{14}{24}$, числитель 15 больше — значит, $\frac{5}{8}$ больше. Но некоторые смотрят на знаменатели и рассуждают «чем больше знаменатель, тем меньше дробь» — и ошибаются, потому что это работает только при одинаковых числителях.

Рассмотрим ошибки, связанные с операциями с десятичными дробями, характерные для учащихся пятых классов. В операции сравнения типична ошибка игнорирования старших дробных разрядов. Например, учащиеся при сравнении 5,28 и 5,3 учащийся сопоставляет 28 и 3, не приводя вторую дробь к равнозначному виду 5,30. Учащиеся считают логичным, что $5,28 > 5,3$, забывая, что «три» тут — десятая, а не сотая часть. Пятиклассниками не усвоено основное свойства десятичной дроби (приписывание нуля справа не изменяет ее величины) и о не сформирован навык поразрядного анализа дробной части.

При выполнении сложения в столбик доминируют технические дефекты записи. Школьники нарушают правило «запятая под запятой». Далее смешиваются разряды (запись 12,5 и 3,725 со сдвигом). После искусственного уравнивания количества знаков путем приписывания нулей часть учащихся теряет цель операции и выполняет сложение как с натуральными числами, произвольно восстанавливая запятую в ответе.

В вычитании выделяются два типа затруднений. Первый связан с операцией вычитания десятичной дроби из целого числа ($7 - 0,48$). Учащийся формально записывает 7,00, но при поразрядном вычитании неверно

производит замену целых единиц на дробные доли, получая 7,48 вместо 6,52. Второй тип – отсутствие навыка дописывания недостающих нулей в уменьшаемом (5,2 – 3,14). Сложность тут делает невозможным вычитание в младших разрядах и провоцирует ошибочные заимствования.

Еще в одной итерации есть трудности у пятиклассников. Умножение десятичных дробей демонстрирует наибольший разброс ошибок. При вычислении $0,6 \cdot 0,05$ часть учащихся получает 0,3 или 0,30, не дописывая значащий ноль в позицию тысячных (верный результат 0,030). Сложность возникает из-за того, что школьники не различают разряды десятых, сотых и тысячных как разных порядков величины; для ученика 0,3 и 0,03 семантически тождественны. Верно найденное произведение $0,4 \cdot 0,2 = 0,08$ иногда подвергается «коррекции» в сторону 0,8 из-за когнитивного диссонанса между полученным значением и интуитивной прикидкой порядка результата.

В делении десятичных дробей есть ошибки двух видов:

- неполный перенос запятой (перенос только в делителе, без изменения делимого);
- подмена деления умножением после переноса.

При делении на 0,1, 0,01, 0,001 наблюдается смешение понятий – учащийся переносит запятую на один знак вне зависимости от количества нулей в делителе. Пятиклассники просто заучивают правило без вывода его из умножения на степени десяти.

Отдельную группу составляют ошибки перевода обыкновенной дроби в десятичную. При знаменателе, разлагающемся на простые множители, отличные от 2 и 5 (например, $\frac{7}{15}$, ученик либо пытается механически привести дробь к знаменателю 10^n (что невозможно), либо выполняет деление уголком с ошибками в остатках и произвольно округляет результат. Постоянная потеря нулей при вычислении произведений малых десятичных дробей ($0,01 \cdot 0,001 = 0,00001$ вместо 0,0001 или 0,000001) также относится к этой группе трудностей.

Важно обратиться к причинно-следственным связям. Она кроется в несформированности у пятиклассников образа десятичной дроби как позиционной записи числа, где каждый разряд после запятой имеет строго определенную величину – десятую, сотую, тысячную долю единицы. Отсутствие связи между десятичной формой, обыкновенной дробью со знаменателем 10^n и реальными метрическими эталонами (длина, масса) приводит к следующему. Запятая воспринимается как механический разделитель цифр, а не как маркер смены разряда. Пока за цифрами не закреплён показательный образ соответствующей доли целого, любые алгоритмические инструкции остаются и подверженными искажениям.

Для того, чтобы выполнить работу над ошибками, закрепить представления о дробях и развить навык их применения не только в учебных ситуациях, но и в повседневной жизни, предлагаем использовать следующие приемы и задания.

1. Учитывая возрастные особенности пятиклассников, можно на уроках математики сделать трафарет или шаблон, то есть наглядное представление дроби. Ребенок может взять полоски бумаги, сгибать, разрывать, делить на равные доли, собирать в целую часть. Данный трафарет закрепить на доске, чтобы ученики подходили и самостоятельно пробовали. Сложение и вычитание с одинаковым знаменателем, через работу с полосками, больше не провоцирует типовую ошибку сложения знаменателей.

Сокращение дроби можно представить как наложение нескольких листов, снятие как с капустного листа, сделал один маленький шаг, проверил, можно ли еще, это и будет сокращение. Никакого стресса от поиска наибольшего делителя сразу. На смену ему приходит привычка видеть дробь не застывшей парой цифр, а подвижной конструкцией, которую можно постепенно упрощать, не теряя величины.

2. Десятичные дроби можно представить в виде таблицы, разделенная на разряды. Таблица с прочерченными вертикалями для единиц, десятых,

сотых, куда цифры вписываются строго в свои клетки, делает очевидным то, что $5,3$ — это $5,30$. Пустующая клетка кричит о недостающем нуле. Сюда же можно добавить единицы измерения, которые чаще всего встречаются в задачах - метр, дециметр, сантиметр. Сравнение десятых и сотых долей оказывается простым сравнением десятков сантиметров с отдельными сантиметрами.

Когда смешанное число дает в дробной части переполнение, образ «взрыва» лишней целой, как пузыря, который лопается и превращается в еще одну единицу, работает безотказно. Вычитание с займом у целой части перестает быть формальным, если его разыграть как короткую сценку, например, единица не упирается, а просто разменивается на нужное количество долей, и действие продолжается.

3. Задачи на нахождение части от целого и целого по его части требуют одного универсального ключа — поиска величины одной доли. Ученик, обученный всегда задавать вопрос «сколько приходится на одну долю?», перестает гадать, умножать ему или делить. Рисунок отрезка, поделенного на равные части по числу знаменателя, с подписанной величиной нескольких долей, дает визуальную подсказку.

Далее все операции сводятся к натуральным числам и таблице умножения, а сама задача теряет сложность. Схема с одинаково применима и к обыкновенным, и к десятичным дробям, будь то расчет скидки в магазине или восстановление длины маршрута.

Планируемые результаты предполагают умение понимать структуру дроби, то есть отличать числитель от знаменателя, выполнять различные математические операции с дробями, а также уметь применять знания на практике. Таким образом, комплекс предлагаемых заданий направлен на формирование у учащихся целостного и глубокого понимания дробей, развитие ключевых математических компетенций и способности применять полученные знания в повседневных ситуациях.

Таким образом, работа в МБОУ «СШ № 4» г. Десногорска подтвердила следующее. Без регулярного устного счета и наглядного моделирования долей (разрезание, закрашивание) тема дробей остается для многих формальной. Рекомендуется на последующих уроках вернуться к примерам с разными знаменателями, используя маленькие числа (знаменатели до 30). Также важно добавить задания на восстановление записи: «найди ошибку в приведении дробей». 5 «В» класс в целом справился, но есть некоторые недочеты.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Рассмотрена методика введения обыкновенных и десятичных дробей в 5 классе и проанализированы три приёма мотивации их изучения (запись долей, выполнимость деления натуральных чисел, измерение величин).

Сделан вывод об изложении тем в учебных программах разных авторов. Изучение обеих тем (и обыкновенных, и десятичных дробей) по Н. Я. Виленкину дает наиболее предсказуемый результат для обычного класса. Линию А. Г. Мерзляка лучше брать при высоком уровне подготовки, С. М. Никольского – при умении детей работать с абстрактным текстом без постоянной опоры на картинку.

Разработаны конспекты уроков по темам «Повторение темы «Обыкновенные дроби»» и «Арифметические действия с десятичными дробями. Сложение и вычитание десятичных дробей».

Проведен анализ типичных ошибок обучающихся при работе с обыкновенными и десятичными дробями. Пятиклассники механически запоминают алгоритм приведения к общему знаменателю, но теряют смысл действия. Особенно много ошибок возникало при работе со знаменателями больше 20, где требуется разложение на простые множители. Переход к десятичным дробям прошел легче. Учащиеся быстрее освоили запись и сравнение, поскольку опирались на разрядную систему, знакомую по натуральным числам. Сложение и вычитание десятичных дробей почти не вызвали затруднений. А вот умножение и деление на 0,1, 0,01 дали сбой – многие путали направление переноса запятой. В целом базовый уровень программы усвоен большинством 5 «В» класса.

Представленные в данной работе разработки могут использоваться учителями школы для проведения уроков по данной теме, а также студентами при подготовке к педагогической практике.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Арефьева Д. А. Подход к разработке заданий для формирования функциональной математической грамотности // Актуальные вопросы преподавания математики, информатики и информационных технологий. 2023. № 8. С. 309-312.
2. Атясова Л. И. Методические аспекты применения приемов устного счета при изучении темы «Дроби» в 5-6 классах // Инновационные научные исследования: теория, методология, практика. Пенза : «Наука и Просвещение» (ИП Гуляев Г.Ю.), 2021. С. 95-97.
3. Балыко А. К. Свойства периодических дробей // Электронная техника. Сер.1. СВЧ-техника. 2020. Вып. 3. С. 108-113.
4. Богуславский М. В. Динамика создания отечественных учебных пособий общего математического образования в 1970-е годы // Проблемы современного образования. 2024. № 2. С. 115-126.
5. Ганеев Х. Ж. Теоретические основы развивающего обучения математике в средней школе : дис. ... д-ра пед. наук : 13.00.02 / Х. Ж. Ганеев ; Уральский гос. пед. ун-т. Санкт-Петербург, 1997. 327 с.
6. Гвоздев С. Е. О понятиях дроби, соизмеримых и несоизмеримых величин // Возможности и перспективы цифровой экономики в науке и образовании. Новосибирск : Сибирский государственный университет телекоммуникаций и информатики, 2021. С. 451-460.
7. Гончарова А. И. Методические особенности изучения функциональной линии в курсе математики в основном общем образовании // Социально-педагогические вопросы образования и воспитания. Чебоксары : ООО «Издательский дом «Среда», 2021. С. 189-193.

8. Добровольский Н. Н., Добровольский У. М. О приведенных алгебраических иррациональностях // Чебышевский сборник. 2024. Т. 25. Вып. 4. С. 138-146.
9. Журавкова А. А. Методические основы изучения десятичных дробей без опоры на обыкновенные дроби. // Теоретические и прикладные аспекты естественнонаучного образования в эпоху цифровизации. Брянск : Брянский государственный университет имени академика И .Г. Петровского, 2023. 330 с.
10. Индеева А. Е. Методика применения математических задач историко-краеведческого содержания на уроках математики в 6 классе (на примере изучения темы «Десятичные дроби») // Преподавание предметов физико-математического цикла в современной школе. Ульяновск : ИП Кеньшенская Виктория Валерьевна (издательство «Зебра»), 2021. С. 22-25.
11. Кузьмичев А. И. Задачи к теме «Обыкновенные дроби» // Математика в школе. 2022. № 7. С. 19-26.
12. Кузьмичев А. И. Обыкновенные дроби. Часть II. // Математика в школе. 2021. № 8. С. 25-33.
13. Леонтьев А. А. Педагогика здравого смысла : избр. работы по философии образования и пед. психологии / А. А. Леонтьев ; под ред. Д. А. Леонтьева. Москва : Смысл, 2016. 528 с.
14. Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. Ч. 1 / Н. Я. Виленкин [и др.] ; 37-е изд., стер. М. : Просвещение, 2026. 160 с.
15. Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. Ч. 2 / Н. Я. Виленкин [и др.] ; 37-е изд., стер. М. : Просвещение, 2026. 176 с.
16. Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных организаций / С. М. Никольский [и др.] ; М. : Просвещение, 2026. 304 с.

17. Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. Ч. 1 / Н. Я. Виленкин [и др.] ; М. : Просвещение, 2026. 160 с.
18. Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных организаций: в 2 ч. Ч. 2 / Н. Я. Виленкин [и др.] ; М. : Просвещение, 2026. 143 с.
19. Математика. 6 класс : учебник для общеобразовательных организаций / С. М. Никольский [и др.] ; М. : Просвещение, 2022. 256 с.
20. Мерзляк А. Г., Якир М. С., Полонский В. Б. Математика 5 класс : учебник для общеобразовательных организаций. М. : Просвещение, 2022. 304 с.
21. Мерзляк А. Г., Якир М. С., Полонский В. Б. Математика 6 класс : учебник ФГОС. М. : Просвещение, 2022. 336 с.
22. Методика и технология обучения математике. Курс лекций : пособие для вузов / Н. Л. Стефанова [и др.] ; под ред. Н. Л. Стефановой, Н. С. Подходовой. М. : Дрофа, 2005. 416 с.
23. Подоплелова А. Е. Интерактивные задания при изучении обыкновенных дробей в курсе математики 5-6 классов // Актуальные проблемы и направления цифровой трансформации образования. Псков : Псковский государственный университет, 2021. С. 160-165.
24. Русавская М. И. Формирование мотивации к обучению математике путем решения задач с практическим содержанием // Вестник студенческого научного общества ГОУ ВПО «Донецкий национальный университет». 2022. Т. 1. № 14. С. 223-227.
25. Садовников Е. Ю. Эволюция учебника по математике Н. Я. Виленкина для 4-(5)-го класса (советский период) // Дидактика математики: проблемы и исследования. 2025. Вып. 3 (67). С. 114-127.
26. Тайджыкова А. Алгебра и арифметика как базовые элементы математики // Научные вести. 2021. № 7(36). С. 73-78.
27. Шухман Е. В. Учебная технологическая практика. Технологии цифрового образования : учебно-методическое пособие. Оренбург : ОГПУ, 2024. 62 с.

Рабочие листы к изучению темы «Десятичные и обыкновенные дроби»

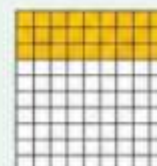
ДЕСЯТИЧНЫЕ ДРОБИ



формулировки заданий к моделям



Главная задача: увидеть закрашенную часть, связать её с обыкновенной дробью и записать десятичное число.



ИТОГОВЫЕ ФОРМУЛИРОВКИ

1

Представляем десятичные дроби

Рассмотри каждую сотенную таблицу. Определи, какая часть фигуры закрашена, и запиши соответствующую десятичную дробь.

2

Десятичная дробь по модели

Посчитай, сколько частей закрашено в каждой модели. Запиши десятичную дробь, которая ей соответствует.

3

Десятые, сотые, тысячные

Определи, какую часть показывает каждая модель. Запиши числитель дроби, а затем подбери или впиши равную ей десятичную дробь.

4

От модели к числу

Рассмотри закрашенную часть каждой фигуры. Запиши её сначала обыкновенной дробью, а затем десятичной дробью.

5

Десятые и сотые на таблице

Определи, какую часть сотенной таблицы закрашили. Запиши дробь со знаменателем 100, при необходимости сократи её до десятых, а затем запиши десятичную дробь.

Методическое уточнение

Сначала просим ребёнка проговорить смысл: сколько частей всего и сколько частей закрашено.

$$\frac{40}{100} = 0,4$$



Практика помогает увидеть связь: модель, дробь и десятичное число.

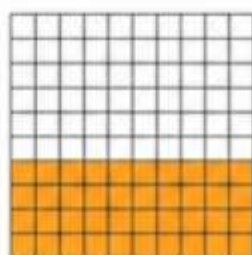




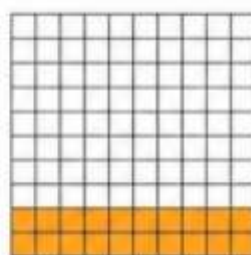
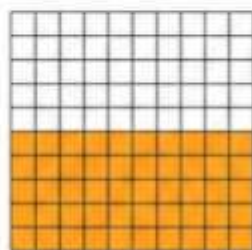
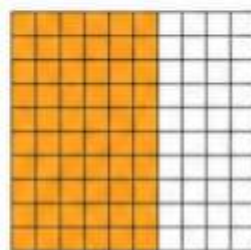
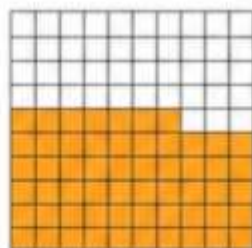
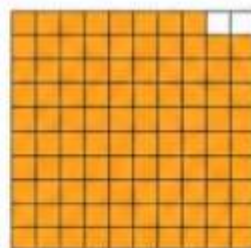
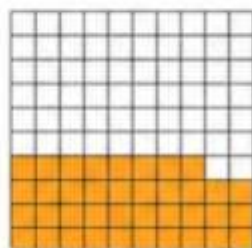
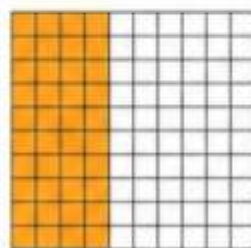
Десятичные дроби по модели



Посчитай, сколько клеток закрашено в каждой таблице 10×10 .
Запиши десятичную дробь, которая ей соответствует.



Дробь	Десятичная дробь
$\frac{40}{100} = \frac{4}{10}$	0,4

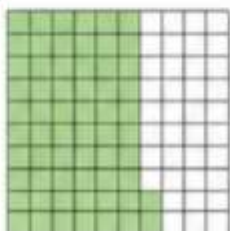


Десятичная дробь по модели

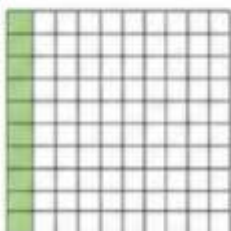


Посчитай, сколько частей закрашено в каждой модели.
Запиши десятичную дробь, которая ей соответствует.

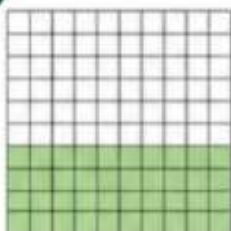
1



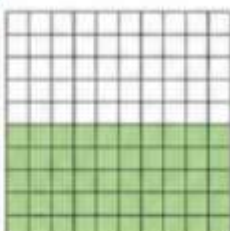
2



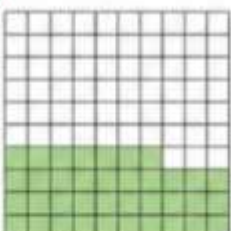
3



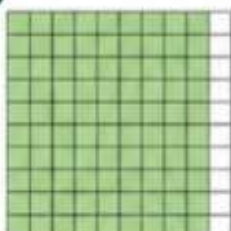
4



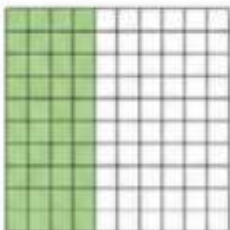
5



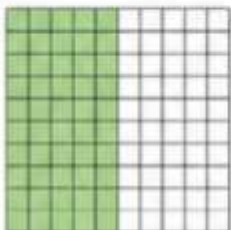
6



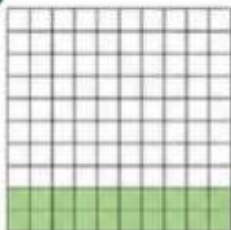
7



8



9

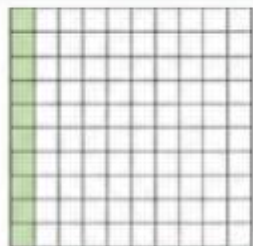




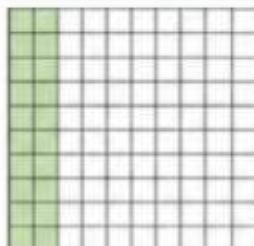
Десятые, сотые и тысячные доли



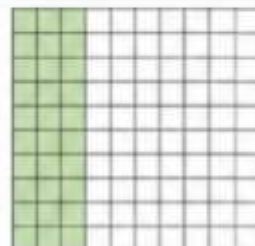
Определи, какую часть показывает каждая модель.
Запиши числитель дроби, а затем подбери или впиши
равную ей десятичную дробь.



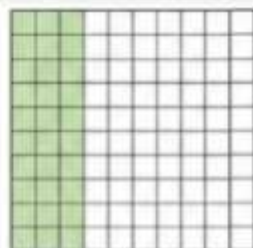
$$\frac{\quad}{10} = \square$$



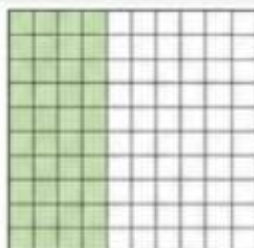
$$\frac{\quad}{100} = \square$$



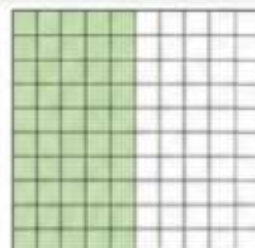
$$\frac{\quad}{100} = \square$$



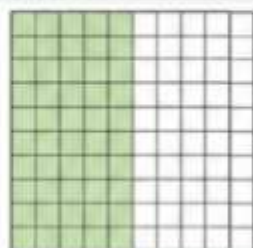
$$\frac{\quad}{10} = \square$$



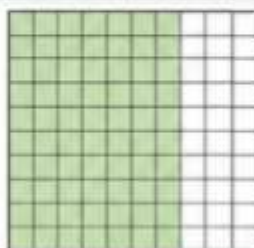
$$\frac{\quad}{100} = \square$$



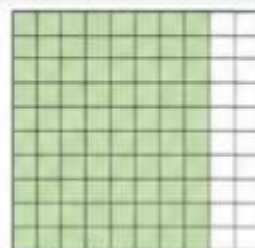
$$\frac{\quad}{100} = \square$$



$$\frac{\quad}{10} = \square$$



$$\frac{\quad}{100} = \square$$



$$\frac{\quad}{100} = \square$$



Помни: $0,4 = 0,40 = 0,400$



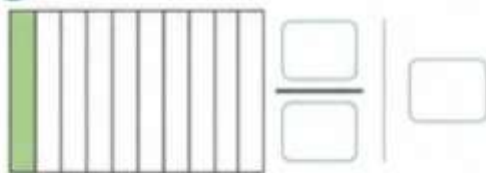
От модели к дроби и десятичному числу



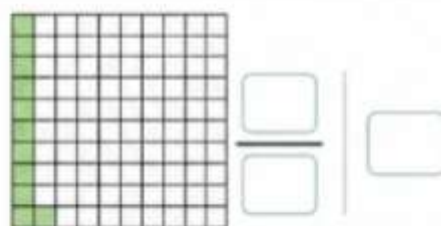
Рассмотри закрашенную часть каждой фигуры.

Запиши её сначала обыкновенной дробью, а затем десятичной дробью.

1



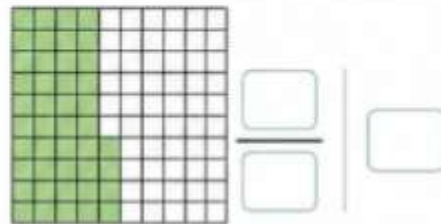
2



3



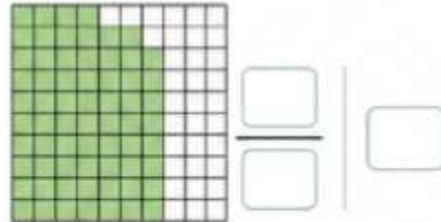
4



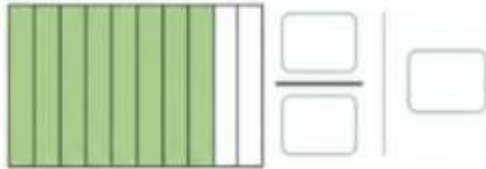
5



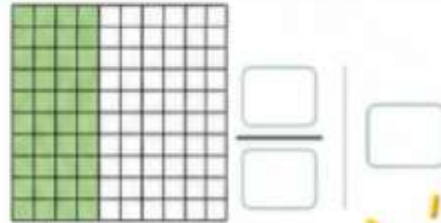
6



7



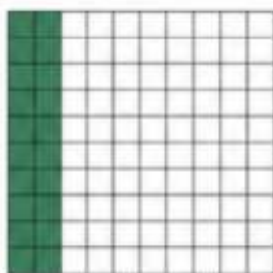
8



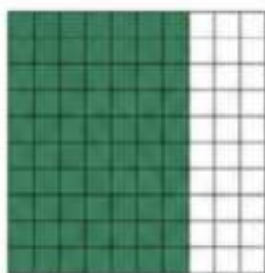
Десятые и сотые на сотенной таблице



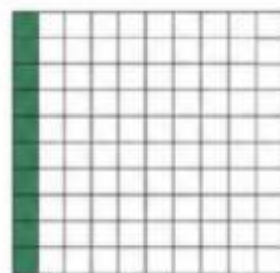
Определи, какую часть сотенной таблицы закрасили.
Запиши дробь со знаменателем 100, при необходимости сократи её до десятых, а затем запиши десятичную дробь.



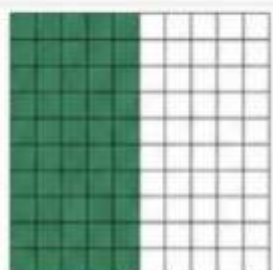
$$\frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$



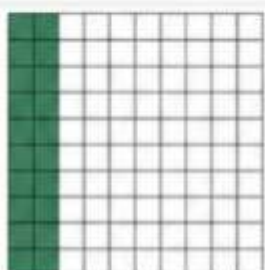
$$\frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$



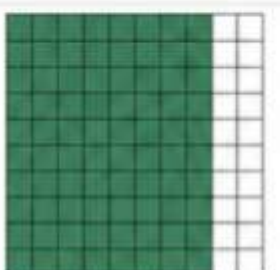
$$\frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$



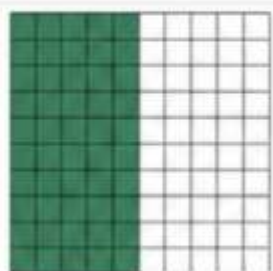
$$\frac{40}{100} = \frac{4}{10} = 0,4$$



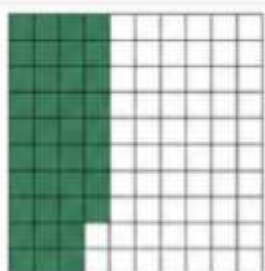
$$\frac{20}{100} = \frac{2}{10} = 0,2$$



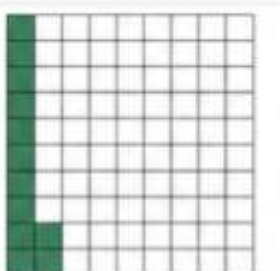
$$\frac{60}{100} = \frac{6}{10} = 0,6$$



$$\frac{50}{100} = \frac{5}{10} = 0,5$$



$$\frac{30}{100} = \frac{3}{10} = 0,3$$



$$\frac{10}{100} = \frac{1}{10} = 0,1$$

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«12» 09 2025 г.
Паньженский В.И.

Задание

по ВКР студента Антоновой Софьи Антоновны

(ФИО полностью)

Тема работы «Основы методической системы обучения обыкновенным и десятичным дробям»

Утверждена приказом по университету от «25.09.25» 2025 г. № 1102/0

Срок сдачи студентом законченной работы «25» 05 20 26 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Подбор и изучение литературы. Определение целей и задач.	Октябрь 2025 г.	выполнено
2.	Анализ изучения тем в школьном курсе.	Ноябрь 2025 г.	выполнено
3.	Изучение содержания школьных учебников по данным темам.	Декабрь 2025 г.	выполнено
4.	Разработка конспектов уроков.	Январь 2026 г.	выполнено
5.	Анализ проведения уроков.	Февраль 2026 г.	выполнено
6.	Систематизация материала. Оформление работы.	Март – Апрель 2026 г.	выполнено

Дата выдачи задания «11» 09 2025 г.

Руководитель  Журавлева Е.Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

 Антонова С.А.
(подпись) (Ф.И.О.)

И.о. ректора Пензенского
государственного университета
Васину С.М.
студентки 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Антоновой Софьи Антоновны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Антонова Софья Антоновна, студентка 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Основы методической системы обучения обыкновенным и десятичным дробям» выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


ПОДПИСЬ
19.05.26
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 19.05.26
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР 
ПОДПИСЬ
Е.Г. Журавлева
И.О.Ф.

ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему «**Основы методической системы обучения обыкновенным и десятичным дробям**»

студентки 5 курса Антоновой Софьи Антоновны
направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование"

профиль подготовки "Математика"

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.



Отчет предоставлен сервисом
«Антиплагиат» - <http://onzyg.antiplagiat.ru>



Отчет о проверке

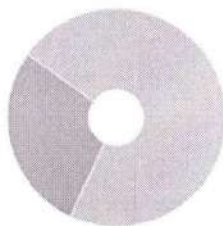
Автор: Антонова Софья Антоновна

Название документа: Основы методической системы обучения
обыкновенным и десятичным дробям

Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пензенский государственный
университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
27,62%

Оригинальность:
72,18%

ИИ-контент:
0%

Цитирования:
0%

Самоцитирования:
0%

- 1 «Совпадения», «Цитирования», «Самоцитирования», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.
- 2 Проверено: 88,15% текста документа, исключено из проверки: 11,85% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Библиография, Таблицы

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 161

Тип документа: Выпускная квалификационная работа

Дата проверки: 20.05.2026 10:49:40

Дата корректировки: 30.06.2026 09:55:32

Количество страниц: 58

Символов в тексте: 88855

Слов в тексте: 12410

Число предложений: 2226

Комментарий: не указано

Руководитель ВКР

20.05.26

Е.Г. Журавлева

дата, подпись

ОТЗЫВ

**РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Основы методической системы обучения обыкновенным и
десятичным дробям» студентки Антоновой Софьи Антоновны**

**факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 213ФПМ1**

Выпускная квалификационная работа Антоновой Софьи Антоновны посвящена разработке методического материала для изучения обыкновенных и десятичных дробей.

Немаловажную роль в образовании играет усвоение такого математического понятия как десятичные и обыкновенные дроби. В настоящее время являются актуальными вопросы глубины и прочности усвоения обучающимися учебного материала по данной теме. Среди формируемых умений основное внимание должно быть привлечено к сравнению дробей с одинаковыми знаменателями, к выделению целой части числа, вычислению смешанных дробей, а также к действиям с десятичными дробями. Поэтому педагогу очень важно грамотно подбирать материал, уметь выстраивать его концепцию и систематизировать темы.

Выпускная квалификационная работа Антоновой С.А. состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: проанализированы темы «Обыкновенные дроби» и «Десятичные дроби» и арифметические операции над ними в школьном курсе математики; разработаны конспекты уроков на тему «Обыкновенные дроби», Десятичные дроби»; выделены типичные ошибки обучающихся при работе с обыкновенными и десятичными дробями, предложены пути их решения.

Работа является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован в школе.

Выпускная квалификационная работа Антоновой С.А. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева