МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Методическая система подготовки учащихся 5-6 классов к решению олимпиадных задач»

Студент 11.05.26 (подпись, дата) Пудеева Ирина Сергеевна (ФИО полностью)

Руководитель 11.05.26 (подпись, дата) Журавлева Е.Г. (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр 15.06.26 (подпись, дата) Журавлева Е.Г. (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.26 № 10)

И.о. заведующего кафедрой 01.06.26 (подпись, дата) Паньженский В.И. (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 26.06.26 № 18)

Секретарь ГЭК 26.06.26 (подпись, дата) Журавлева Е.Г. (фамилия, инициалы)

Пенза 2026

Оглавление

Введение 3

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ 5

1.1 Олимпиадные задачи по математике: содержание понятия, система требований 5

1.2 Система занятий по подготовке к олимпиадной математике 8

1.3 Анализ перечня олимпиад по математике 12

1.4 Анализ сборников олимпиадных задач по математике 16

1.5 Виды олимпиадных задач для обучающихся 5-6 классов 18

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ .. 28

2.1 Анализ олимпиадных материалов за 2015-2025 гг. 28

2.2 Рабочая программа элективного курса по математике «ПятиКлассно» для обучающихся 5-6 классов 30

2.3 Виды задач для элективного курса «ПятиКлассно» 35

2.4 Программа элективного курса «ПятиКлассно» 40

2.5 Технологические карты занятий элективного курса «ПятиКлассно» 50

Заключение 89

Список литературы 91

Приложение 1 93

Приложение 2 94

Введение

Самый главный ориентир в сфере образования – это добиться по-настоящему крепкого и современного уровня знаний. При этом важно не растерять ту глубокую, основополагающую базу, которая всегда была сильной стороной нашей системы. Полученные знания должны соответствовать не только сегодняшним, но и будущим запросам личности, коллектива и всей страны.

Олимпиады по разным предметам – это лучший способ помогать ученикам расти, видеть их реальные возможности и понимать, что им на самом деле интересно. С их помощью легче всего заметить скрытые таланты и пробудить в школьниках желание узнавать новое.

Развитие критического мышления, математического склада ума, расширения кругозора и улучшение логики – на все это ориентированы задания олимпиадного типа в математическом образовании. Подобные упражнения также способствуют формированию находчивости, нестандартных идей и даже творчеству. Положительный аспект виден не только со стороны обучающихся, но также заметен и у учителей. Так с каждым успешным учеником и заработанной наградой развивается интеллектуальный и личностный потенциал педагога. Дети же в свою очередь стремятся не только повысить свой уровень знаний, но и получить призовое место и грамоту. С каждым годом роль олимпиад растет и получить достойное признание своих достижений становится хорошим бонусом в личное портфолио.

Объект исследования: подготовительный процесс школьников 5-6 классов к решению задач, предлагаемых на олимпиадах.

Предмет исследования: методические особенности подготовки обучающихся к решению олимпиадных задач.

Цель: разработка методической системы подготовки школьников, в основе которой лежит формирование стратегических навыков решения олимпиадных задач.

Задачи:

1. Изучить литературу и методические пособия по теме исследования;
2. Разобраться в значение, сути, требованиях к олимпиадным задачам;
3. Выявить типы олимпиадных задач в 5-6 классах по математике;
4. Привести примеры решения олимпиадных задач;
5. Разработать элективный курс «ПятиКлассно».

Практическая значимость работы состоит в том, что разработки могут пригодиться на практике: учителя математики смогут использовать результаты работы на дополнительных занятиях в 5-6 классах.

Выпускная квалификационная работа включает: введение, две главы, заключение и список литературы.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПОДГОТОВКИ ШКОЛЬНИКОВ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

1.1 Олимпиадные задачи по математике: содержание понятия, система требований

Олимпиадные задачи отличаются от традиционных школьных тем, что их решение заключается в нестандартном подходе – заранее не угадаешь, как именно их решать.

На олимпиаде строго установленный регламент времени. В отличие от школьных заданий, здесь предоставлены задачи не просто сложного уровня, а требующие нестандартного ходы мыслей.

Что же означает «нестандартная задача»?

Под нестандартными задачами чаще всего понимаются задачи, для которых в математике нет готового правила или четкой инструкции, как их решать. На самом деле понятие «нестандартная задача» имеет относительный характер. Та же задача может быть как стандартной, так и нестандартной, в зависимости от того, знаком ли решающий с алгоритмами решения задач данного типа [4].

Подытожим вышесказанное: олимпиадная (нестандартная) задача – это задача, у которой нет готового способа решения, не определен ни алгоритм ее решения, ни тема из математики на которую нужно опираться. Многие такие задачи требуют глубоких знаний из различных разделов математики. А также предполагают специальную, дополнительную подготовку.

От чего зависит сложность олимпиадной задачи?

У каждой олимпиадной задачи есть свой уровень сложности. Структурой определяется сложность задачи и именно сложность является ее объективной характеристикой [16].

Сложность задачи определяется несколькими факторами:

1) Объемом данных (количество определений, подходов и т.д.), необходимых для ее решения;
2) Количеством информации, содержащейся в условии задачи;
3) Числом взаимосвязей между этой информацией;
4) Численностью различных логических выводов, следующих из условия;
5) Степенью взаимопроникновения различных ходов при решении;
6) Длиной размышлений при решении такой задачи;
7) Общим числом шагов в решении и сколько аргументов приходится привлекать.

Субъективная сложность – это не характеристика самой задачи, а то, как ее видит отдельный ученик. Одна и та же задача может быть простой для одного и непосильной для другого. Вот от чего это зависит:

1) Сложности материала (если в ней имеется много ходов, непонятно с чего начинать – это объективно трудная задача, но если ученик привык к такому ходу действий, то ему будет проще решить ее);

2) Эффект забывания (кривая Эббингауза) – когда в задаче поставлен вопрос на то, что проходили год или два назад и с тех пор факты не повторялись, то ученик будет мучительно вспоминать ответ. Даже самый простой ответ в таком случае будет даваться школьнику с трудом, потому что и информацию нужно будет сначала вспомнить. И догадаться как же это делается;

3) Накопленный практический опыт (если поставленную задачу ученик уже видел, решал и разбирал типы подобной задачи, то новая задача, как правило, дается легче, если же задание ученику незнаком, то даже несложная задача идет с трудом);

4) Актуальный уровень развития самого обучающегося – для ученика физико-математического класса это просто очередной номер, для них олимпиадная задача является рядовой, которая идет в потоке с остальными. Для обычного же школьника этот пример значительно отличается и ощущается уже

олимпиадный уровень. Также одноклассники, которые проходят одни и те же темы, отличаются в мышлении и умении связывать мысли в нужной последовательности – это и является разницей в уровне развития;

5) Возрастные особенности (картинки и конкретные примеры характеры школьникам младшего возраста, из-за незрелости мыслительных структур абстрактно-олимпиадные задачи для них трудны).

К заданиям школьного олимпиадного этапа предъявляются несколько важных требований [2]:

1) Задачи не берутся из контрольной работы. Готовые формулы не заставят детей думать самостоятельно. Если задача решается по шаблону, значит это не олимпиадная задача. Самостоятельное продумывание хода и поиск догадок – основные составляющие олимпиадной задачи;

2) Нужно делать упор на пройденный материал, брать за основу школьную программу и базовые учебники математики. Рано давать тему, если она ранее была не разобрана на уроке. К моменту проведения олимпиады сведения школьникам должны быть знакомы;

3) Необходимо, чтобы составленные задачи были разного уровня. Разрыв между участниками будет очевиден, но при это каждый ученик решит хотя бы один пример. Дифференцированный подход позволит учителю определить более сильных учеников и не подавить мотивацию остальных;

4) Важный плюс – запоминающиеся и живые формулировки, чтобы захотелось разобраться с задачей. Сухое изложение отталкивает и не вызывает интерес;

5) Условие должно быть написано кратко, ясно и без терминологических ошибок. Данные задачи не могут содержать лишнее, что еще не изучено школьниками;

6) В среднем каждый вариант содержит в себе по 4-6 заданий. Задания

должны охватывать разные темы школьной математики: геометрию, алгебру, арифметику и логические задачи (с четвертого по шестой классы) и комбинаторику.

Для обучающихся 4-6 классов при подготовке к олимпиадам лучше включать самую базу – это задачи по арифметике. Для развития логического мышления тоже можно добавить пару заданий. Что-то наглядное лучше взять из геометрии, где можно и нужно опираться на чертеж. Также можно добавить задачи на четность. В 7-8 добавляются новые типы заданий, которые не встречались в младших классах. Пример: задачи на преобразование алгебраических выражений – важно не допустить ошибки со знаками и формулами в таких примерах. Часто встречаются задачи на делимость. В геометрии фокус с расчетов смещается на доказательство и необходимость строить рассуждения. А еще добавляются комбинаторные задачи, они учат системности. В 9-11 классах тем становится еще больше. Задачи на линейные и квадратичные функции, к которым постепенно добавляются теория чисел, стереометрия, неравенства, тригонометрия, начало математического анализа и, конечно, остается комбинаторика. К старшим классам уже многое изучено, поэтому и задачи становятся сложнее, чтобы они охватывали все пройденные разделы.

Для четвероклассников, пятиклассников и шестиклассников, которые впервые пробуют себя в олимпиадах, задачи лучше выбирать попроще, чтобы не перегружать обучающихся. Задания должны быть без требования длинного и многоступенчатого размышления. Сначала школьникам стоит привыкнуть к самому формату, а уже потом можно усложнять задачи.

1.2 Система занятий по подготовке к олимпиадной математике

Системная и интенсивная – это две формы плановой работы при подготовке школьников к конкурсам и олимпиадам [1].

База системного подхода – это постоянство и выстроенная подготовка. В рамках этого направления учителя запускают дополнительные курсы: игры, мероприятия, элективы. Занятия проходят как индивидуально, так и группой. Такие форматы хорошо развивают логическое мышление и учат мыслить нестандартно.

К любым серьезным соревнованиям и отборочным испытаниям нужно серьезно готовиться. Именно, поэтому так полезно время от времени проверять себя, чтобы не отставать от других или даже чуть-чуть вырываться вперед на школьных турнирах и олимпиадах.

Подобрать к каждому ребенку свой ключик – это одна из непростых и самых сложных задач, которых нужно достичь учителю. Одному необходимо прийти в себя, другому требуется передышка, у третьего хорошо развита зрительная память, а четвертый запоминает все на слух. Все дети по-своему раскладывают новое по полочкам.

Ученые и школьные педагоги обычно по-разному выстраивают работу с талантливыми школьниками [8]:

Первый шаг – необходимо найти детей, у которых есть склонность к математике, кто быстро схватывает материал и имеет определенный потенциал. Обычно этих ребят видно моментально сразу: они вникают в новую тему, не боятся сложностей и способны находить неочевидные пути решения заданий. Такие ребята сами тянутся к новому.

Второй шаг – когда способные ученики выявлены, педагог планирует свою работу с каждым из них. Учитель продумывает индивидуальную программу для каждого перспективного ребенка, выстраивает образовательный маршрут, настроенный на личные способности.

Третий шаг – работа над умением детей не бояться самовыражаться и отстаивать свою позицию. Формировать и прокачивать в них лидерские задатки и внутреннюю уверенность. Аргументировать свою точку зрения и видеть нетривиальные способы решения.

Если учитывать специфику математики как естественнонаучной дисциплины, то можно определить три компонента, из которых складывается успех [9]:

1) Большой охват математических идей и подходов, а не только заученных правил: ученик хорошо ориентируется в разных разделах математики и видит, как они связаны между собой;

2) Способность решения нешаблонных задач, готовность браться за задачи без готового алгоритма. Владение специальными инструментами, которые помогают школьнику распутать нетривиальные задачи;

3) Владение определенной техникой. Усвоение основных приемов и способов. Умение выбирать подходящий метод под конкретную задачу.

Олимпиадная задача отличается от школьной тем, что выученный алгоритм и зазубренное правило не поможет ученику решить задачу и не приведет его к успешному решению. Такие задачи решаются не по шаблону, для них нет универсальной схемы. У каждого задания свой путь решения, и ищется он самостоятельно.

Олимпиадные задания требуют от участников четкого понимания нескольких вещей [12]:

1) В список заданий обязательно будет включена хотя бы одна задача, в которой фигурирует номер текущего года, в который проводят олимпиаду;

2) Не будет задач, где требуются дополнительные справочные материалы, громоздкие формулы, которые сложно запомнить и таблицы, которые сложно удержать в уме;

3) При проверке задачи будут смотреть не только на ответ, но и на грамотное оформление решения. Жюри будут начислять баллы строго по четким критериям, а именно:

а) Запись решения может быть подробной или краткой;

б) Часто у задачи может быть несколько способов решения, это также учитывается.

4) Когда в задаче встречается фраза «Можно ли...?», ответ зависит от того, что вы хотите доказать. Если ответ утвердительный «можно», то необходимо показать хотя бы один подходящий случай – и этого будет достаточно. Если же ответ отрицательный, здесь ситуация сложнее. Придется проверить всевозможные варианты и доказать, что каждый из них приведет в тупик. Только тогда ответ «нельзя» будет являться достоверным, и члены комиссии отметят его, как верный;

5) Требование от олимпиадника того, чтобы он самостоятельно разбирался в условии задания. Сам мог вникнуть в задачу и найти выход из затруднений, которые встретятся ему по ходу решения. Любые сложности участник должен уметь преодолевать без посторонней помощи;

6) У ученика часто вызывает сомнение нечеткая или даже ошибочная формулировка задачи. Это умышленный ход условия задания, чтобы привести школьника в заблуждение. Такие задания проверяют уровень нестандартного, критического и логического мышления. Главное – не пугаться, в этом и есть вся фишка нетривиальных примеров;

7) Время на испытание ограничено, поэтому нужно максимально стараться его экономить. И искать сразу самые простые, быстрые и разумные методы.

В основе системы, которая готовит обучающихся к олимпиадам и конкурсам лежат три ключевых подхода [15]:

1) Регулярные плановые кружки и факультативы, куда может прийти любой желающий школьник. Причем дополнительные занятия такого вида стоит проводить на постоянной основе;

2) Устраивать олимпиады по предметам на уровне школы. Также это должно быть системно, а не раз в год;

3) С пятого класса нужно уметь сочетать два подхода: работа один на один с учителем и работа в группах, где дети разного возраста вместе занимаются. Обязательно давать ребятам шанс соревноваться друг с другом,

так у них появится возможность мериться умственными силами. При таком подходе у детей развивается ощущение здоровой конкуренции.

Что нужно иметь в виду учителю, когда он готовит школьников к олимпиадам?

Важно помнить от таких вещах:

1) Особое внимание стоит уделить теории по всем пройденным темам математики. Без крепкой базы обучающимся не справится;

2) Главное в подготовке – тренироваться на комбинированных и необычных задачах. Именно им стоит уделять большее количество времени. Без этого не обойтись;

3) Нужно активнее разбирать темы, которые выходят за рамки школьного учебника. Дать школьникам то, чего нет в обычной программе. Такого материала должно быть больше;

4) Брать обычные задачи из школьного учебника и умышленно менять их условие. Заменяя исходные данные, вы отлично помогаете ребятам тренироваться;

5) Прокачивать у ребят логику, умение представлять себе объемные вещи без рисунка, способность придумывать нешаблонные решения и творческую жилку;

6) Необходимо, чтобы школьники привыкали действовать как исследователи. Учить их не просто решать, а копать глубже: проверять догадки, искать закономерности. И делать это стоит не только на уроках, но и во время дополнительных занятий;

7) Запасаться задачами стоит задолго до олимпиады. Отбирать задания стоит начать как можно раньше, чтобы было время все обдумать.

1.3 Анализ перечня олимпиад по математике

В ходе проведения анализа перечня олимпиад по математике на 2025-2026 учебный год, были определены следующие популярные направления:

Олимпиада «Формула Единства» / «Третье тысячелетие» (РАНХиГС Санкт-Петербург) по математике:

– эта олимпиада охватывает обучающихся с 5 по 11 класс; с двухэтапной системой: онлайн проведение отборочного этапа и очный заключительный этап. Дает льготы при поступлении; доступный порог входа для младших школьников – это отличительный признак.

Национальная технологическая олимпиада по профилю «Инфохимия» (Университет ИТМО):

– «Инфохимия» характеризуется охватом обучающихся с 5 по 11 класс; система включает два тура, оба из которых проходят в онлайн формате. Также дает привилегии при поступлении; объединяет такие науки, как: математика, информатика и химия. Подходит для тех, кто не боится междисциплинарных трудностей и задач на стыке наук.

Московская математическая олимпиада (МГУ им. Ломоносова, Департамент образования и науки города Москвы):

– олимпиада проводится исключительно в Москве для школьников с пятого по одиннадцатый класс. Как и большинство олимпиад, она имеет два тура. Обеспечивает самые высокие преимущества.

Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике (МГУ им. Ломоносова) [4]:

– олимпиада МГУ. Отборочный этап проходит дистанционно, однако заключительный очно в разных городах. Задания повышенной сложности. Рекомендуется для сильных школьников любого региона. Также подходит для обучающихся, начиная с 5 класса.

Олимпиада «Бельчонок» по математике (СФУ):

– данная олимпиада проводится Сибирским Федеральным Университетом. Приглашают участвовать способных ребят со 2 по 11 класс. Хорошее начало для младших школьников. Очный тур проводится в Сибири и на Дальнем Востоке.

Олимпиада «Звезда» по естественным наукам (ЮУрГУ):

– у олимпиады много региональных площадок во многих городах России. Она находится в перечне Министерства образования науки. Также «Звезда» имеет различные направления по предметам. Отличие в том, что пятиклассники не могут принимать участие в этом соревновании. Идеально для тех, кто видит свое будущее в техническом вузе.

Олимпиада «Курчатов» по математике (Курчатовский институт, Департамент образования и науки города Москвы):

– задачи делятся на несколько групп, в соответствии с классом (6-11). Основная площадка – город Москва. Молодая олимпиада, появилась в 2015 году. Льготы второго уровня;

Олимпиада «Высшая проба» по математике (НИУ ВШЭ):

– оба этапа данной олимпиады проходят заочно. Главная особенность – никаких очных туров, никуда не нужно ехать. Огромные льготы при поступлении, одни из которых округление до 100 баллов за Единый Государственный Экзамен. Является одной из самых популярных олимпиад в стране. Ощущается серьезный уровень заданий. С пятого класса можно начинать испытывать себя в этой олимпиаде.

Международный игровой конкурс по математике «Кенгуру» (Институт продуктивного обучения Санкт-Петербург):

– не входит в перечень Минобрнауки (льгот при поступлении нет). Принимать участие можно с первого по десятый класс. Тестовые задания из 24-30 задач, дается 5 минут на каждое задание. Калькулятором пользоваться нельзя. Три блока: легкий – на внимательность, средний – на смекалку, сложный – на нестандартный взгляд. Цель конкурса не отобрать умных учеников, а массово вовлечь ребят. Показать, что математика может быть нескучной. Участвовать можно с первого класса.

«Русский медвежонок» (Центр дополнительного образования «Одаренный школьник» Киров):

– массовый игровой конкурс. Не перечневая, льготы при поступлении не имеются. Больше текстовых и логических задач, мало чисто вычислительных примеров. Со 2 по 11 класс школьники могут принять участие в этой олимпиаде. Время на выполнение 75-90 минут. Все задачи на логику и сообразительность, сложных заданий нет. Не требуется спецподготовка. Единственный минус – не поможет в поступлении. Выдается сертификат и грамота внутри школы.

«Покори Воробьёвы горы!» (Московский государственный университет имени М.В. Ломоносова и ЗАО Редакция газеты «Московский комсомолец»):

– задания разной сложности проводятся по параллелям (5-9, 10-11). Всего 2 этапа. Регистрация и решение задач на сайте олимпиады проходит на первом этапе дистанционно. Заключительный этап проходит очно на региональных площадках или в МГУ. Задачи не тестового формата, требуется полное решение заданий. Входит в перечень Минобрнауки. Победители и призеры 11 класса могут получить округление до 100 баллов по ЕГЭ (профильная математика).

Олимпиада школьников «Надежда энергетики» (Национальный исследовательский университет «МЭИ»):

– для 5-6 классов задания упрощены по сравнению со старшими классами, но требуют нестандартного мышления. В отборочном этапе ребенок решает задачи дома, сканы решений загружает на сайт. Заключительный этап проходит в очной форме, на заявленных площадках олимпиады. Сложность заданий средняя, но явно выше школьной. Участие бесплатное. Олимпиада направлена на подготовку к более серьезным олимпиадам в будущем, отработку формата, пополнение портфолио. У олимпиады есть также направление по физике – вторая отдельная олимпиада с таким де названием.

Олимпиада Казанского федерального университета по математике:

– одна из самых престижных олимпиад в Поволжье. Задания делятся на параллели (5-6, 7-8, 9-11). На заочном этапе проходит тестирование с кратким

ответом. Заключительный этап проводится в Казани (КФУ) и других региональных площадках. По решению Оргкомитета Олимпиады финал по математике может быть проведён дистанционно. Олимпиада Казанского федерального университета по математике входит в Перечень олимпиад Министерства просвещения РФ. Таким образом, победители и призёры Заключительного этапа Олимпиады КФУ по математике могут участвовать в конкурсе на получение стипендии (гранта) Президента России.

1.4 Анализ сборников олимпиадных задач по математике

При изучении задач для элективного курса по математике в пятых-шестых классах, быстро обнаружилась неочевидная проблема: казалось бы, сборников олимпиадных задач много, но почти все они направлены на старшеклассников.

При анализе литературы выявилось, что универсальных сборников нет, что каждый учебник требует глубокого изучения, так как в каждом есть своя так называемая «слепая зона». В одном – замечательно представлено разрезание фигур, но про круги Эйлера – ни слова. Где-то полно занимательных головоломок, но нет ни одного внятного уравнения. А некоторые авторы считают, что ученики 5 класса вполне способны быстро решать олимпиадные задачи Всероссийского уровня. Поэтому проанализировав большое количество сборников, были выделены наиболее структурированные.

Яков Перельман «Головоломки и задачи» – настоящий клад для школьников 5-6 класса, там можно найти задания на взвешивания монет, игры со спичками и даже старинные числовые ребусы. Но принцип Дирихле у автора практически не вынесен отдельно – его нужно выуживать из логических суждений.

А.В. Фарков же, наоборот, дает много системных вещей: уравнения, круги Эйлера, готовые варианты олимпиадных работ. Зато игры и нестандартные взвешивания у него слабее.

«Большой сборник задач» Н.Д. Золоторева, Н.Л. Семендяева, М.В. Федотов – сильный и достаточно тяжелый сборник. Много материала, но для младших подростков там всего несколько десятков подходящих номеров, остальные задания нужно постараться адаптировать. П.А. Вакульчик и Н.Б. Васильев – крепкий олимпиадный задачник и сборник, но он также рассчитан на тех, кто уже участвует в городских турах, а не только начинает пробовать себя в олимпиадах.

В итоге, проанализировав источники [3,5,7,10,13,19], была составлена таблица для того, чтобы четко видеть и понимать, какие типы задач наиболее популярны в конкурсах, какие задания есть в открытом доступе, а какие приходится заменять или придумывать самостоятельно. В этой таблице оценивается каждый сборник по десяти конкретным типам задач, которые на мой взгляд самые актуальные и востребованные в 5-6 классе. Оценивание происходило достаточно строго – если задач не оказывалось или они были заведомо сложнее, то категорично ставился минус. Это удобный способ оценивания, так как сразу видно всю реальную картину.

Ниже представлен результат исследования (таблица 1).

Таблица 1 – Сравнительный анализ сборников олимпиадных задач для 5-6 классов: наличие типовых заданий и методы решений

Тип задачи	**Э.Н. Балаян**	**Н.Д. Золотарева**	**Я.И. Перельман**	**А.В. Фарков**	**П.А. Вакульчик**	**Н.Б. Васильев**
Арифметические задачи	– –	±	++	++	±	±
Текстовые задачи	±	±	– –	++	±	±

Продолжение таблицы 1

Задачи на алгоритмы, процессы, игры	±	++	++	++	++	±
Комбинаторика	±	±	++	++	++	±
Задачи на рассуждения и методы	±	±	++	++	±	++
Наглядная геометрия	±	– –	++	++	±	±
Комбинаторная геометрия	±	±	– –	++	++	++

Примечание:

++ много подходящих задач для 5-6 классов, хороший раздел;

± есть несколько подходящих заданий, но нужно хорошо поискать;

– – уровень заведомо выше 5 или 6 класса.

1.5 Виды олимпиадных задач для обучающихся 5-6 классов

1. Арифметические задачи

а) Десятичная запись. («Ломоносов», 2022) Найдите наибольшее четырёхзначное число, в записи которого все цифры различны, причём никакие две из них нельзя поменять местами так, чтобы получилось меньшее число.

б) Арифметические действия. (Всеросс., 2019) Впишите в квадратики числа от 1 до 5, чтобы получилось верное равенство (каждое число используется ровно один раз): □+□ = □· (□−□).

в) Ребусы. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2020) Экран калькулятора изначально выглядел как на рисунке 1.

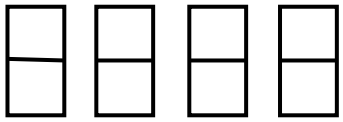


Рисунок 1 – Условие для задачи №1 (в)

Но потом некоторые палочки на нём перегорели. Поэтому получилось, что 275 × 9 = 1279 (рисунок 2). Восстановите, что вводили на самом деле и какое число получилось (найдите все возможные варианты и объясните, почему никаких других быть не может).

Рисунок 2 – Условие для задачи №1 (в)

Решение:

Обозначим разряды буквами A, B, C, D слева направо. Неизвестные цифры будем обозначать знаком «?».

Правая верхняя палочка D точно рабочая, значит, в этом разряде 5 или 6 умножается на 8 или 9, из чего возможно только ??6 · 8 =???8. В разряде B может быть или 2, или 8, но 6400 < 8?? · 8 < 7200. Значит, 2?6 · 8 = 18?8. Теперь можно найти первый множитель: он лежит в пределах от 1800 : 8 = 225 до 1900 : 8 = 237,5, и из этих чисел подходит только 236. Весь пример выглядит так: 236 · 8 = 1888.

Ответ: 236 · 8 = 1888.

2. Текстовые задачи

а) Движение. («Бельчонок», 2023) Вова с папой ехали на машине по прямой дороге с постоянной скоростью. Пока папа управлял машиной, Вове было нечем заняться, и он рассматривал километровые столбы. Вова заметил, что ровно 12:05 в они проехали мимо столба с числом XY (где X, Y –некоторые цифры), в 12:47 –мимо столба с числом Y X, а в 13:05 –мимо столба с числом X0Y . С какой скоростью они ехали?

б) Работа. («Покори Воробьёвы горы!», 2017) Если открыть кран с холодной водой, то ванна наполнится за 10 минут, а если открыть кран с

горячей, то за 15. Если вытащить пробку, то ванна полностью выливается за 12 минут. Сколько времени будет наполняться ванна, если открыть оба крана и вытащить пробку?

в) Части и отношения. (Математический праздник, 2010) На батоне колбасы нарисованы тонкие поперечные кольца. Если разрезать по красным кольцам, получится 5 кусков, если по жёлтым –7 кусков, а если по зелёным –11 кусков. Сколько кусков колбасы получится, если разрезать по кольцам всех трёх цветов?

Решение:

Если батон разрезать по красным кольцам, получится пять кусков. Кусков будет на один больше, чем разрезов. Следовательно, разрезов было четыре. Если резать по жёлтым, получится семь кусков, значит, разрезов было 6. Если по зелёным, получится одиннадцать кусков, значит, разрезов было 10. 4, 6 и 10 – ни одно число не является делителем другого, значит, полосы не совпадают. Считаем, сколько разрезов было всего: 4 + 6 + 10 = 20 (разрезов). Соответственно, кусков получится на один больше, то есть 21 кусок.

Ответ: 4 + 6 + 10 = 20 + 1 = 21.

3. Задачи на алгоритмы, процессы, игры

а) Алгоритмы и операции. («Бельчонок», 2022) По кругу стоят семеро детей: Аня, Боря, Вася, Гена, Даша, Ева, Женя. Начиная с кого-то из детей, каждый третий по часовой стрелке уходит, а отсчет продолжают, пока не останется один человек. Например, если отсчёт начинают с Ани (Аня –первая), то уходит Вася, в следующей тройке Гена –первый, а Ева третья, она уходит, потом уходит Боря, и т. д. С кого надо начинать считать, чтобы осталась Ева?

б) Взвешивания. (Всеросс., 2019) Как известно, чашечные весы приходят в равновесие, когда на обеих чашах одинаковый вес. На одной чаше весов лежат 9 одинаковых алмазов, а на другой – 4 одинаковых изумруда. Если добавить один такой же изумруд к алмазам, то весы будут уравновешены. Сколько алмазов уравновесят один изумруд? Ответ нужно обосновать.

в) Игры и стратегии. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023) Том и Джерри играют на бесконечном во все стороны поле из шестиугольных клеток. Изначально только 4 клетки чёрные, остальные –белые (рисунок 3). Игроки по очереди перекрашивают клетки, начиная с Тома: Том своим ходом перекрашивает одну чёрную клетку в белый цвет, а Джерри –одну белую в чёрный. При этом запрещено перекрашивать ту клетку, которую только что покрасил соперник. Если в какой-то момент на поле не окажется двух чёрных клеток, соседних друг с другом, Том выиграет. Сможет ли Джерри продолжать игру бесконечно и почему?

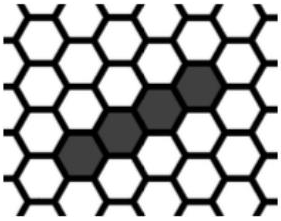


Рисунок 3 – Условие для задачи №3 (в)

Решение:

После первого хода Тома в любом случае останутся две чёрные соседние клетки (назовём их клетками A и B). Джерри достаточно сделать «треугольник» из трёх клеток (то есть закрасить один из двух шестиугольников, соседних одновременно и с A, и с B назовём его C). Какую бы клетку из этих трёх Том ни перекрасил (пусть A), две другие будут оставаться соседними, то есть Джерри не проиграет. Более того, у Джерри будет возможность «восстановить» треугольник, закрасив другой шестиугольник, соседний с B и C с другой стороны. (Если же Том перекрасил четвёртую клетку, не входящую в треугольник, то Джерри может закрасить клетку в любом месте.) Таким образом, Джерри может действовать так, чтобы игра продолжалась бесконечно.

Ответ: Да, сможет.

4. Комбинаторика

а) Перебор вариантов. («Физтех», 2016) Сколько целых чисел от 378 до 2433 имеют сумму цифр, делящуюся на 5?

б) Круги Эйлера. («Бельчонок», 2022) В классе 28 учеников. У 17 есть дома кошка, у 10 есть собака. У 5 учеников нет ни кошки, ни собаки. У скольких учеников есть и кошка, и собака?

в) Принцип Дирихле. («Надежда энергетики», 2019) Винтик и Шпунтик проектировали нановездеход. Винтик начертил прямоугольник и наметил в нем двадцать отверстий для колес. Шпунтик разделил прямоугольник на отсеки, начертив две линии, параллельные одной стороне прямоугольника, и еще две, параллельные другой. При этом ни одно отверстие Винтика не попало на линии Шпунтика. Докажите, что обязательно найдется отсек с тремя или более отверстиями.

Решение:

Линии Винтика и Шпунтика вместе разбивают прямоугольник на 9 отсеков (3 * 3 = 9: 2 линии + 1 сторона дают 3 части по каждой оси).

Доказательство (от противного).

Предположим, что в каждом отсеке не более 2 отверстий. Тогда общее число отверстий не превышает: 9 отсеков * 2 отверстия = 18 отверстий. Выходит противоречие, так как по условию отверстий 20, что больше 18. Отсюда следует, что наше предположение неверно (что в каждом отсеке меньше двух или 2 отверстия). Значит, хотя бы в одном отсеке должно быть больше трех или равно 3 отверстий.

Ответ: Найдется отсек с тремя или более отверстиями.

5. Задачи на рассуждения и методы

а) Логика. («Бельчонок», 2019) Бельчонок собирался в поход. Он сложил всё нужное в три рюкзака разного цвета, и поставил их у стены. В одном рюкзаке была одежда, в другом еда, в третьем снаряжение. Он помнит, что синий рюкзак правее, чем еда; одежда правее, чем синий рюкзак; зелёный рюкзак стоит левее красного. В рюкзаке какого цвета лежит одежда?

б) Рыцари и лжецы. («Покори Воробьёвы горы!», 2019) Однажды на острове Рыцарей и Лжецов встретились 5 жителей. Первый сказал: «Число

рыцарей среди нас – простое». Второй сказал: «Число лжецов среди нас – простое». Третий сказал: «Число рыцарей среди нас – четное». Четвертый сказал: «Число лжецов среди нас – составное». Пятый сказал: «Вы все лжецы». Сколько рыцарей было на самом деле? Напоминаем, что 1 не является ни простым, ни составным числом.

Решение:

Пусть x – число рыцарей. Тогда лжецов 5 - x.

1. Пятый сказал: «Вы все лжецы».

Если бы он был рыцарем, то все остальные – лжецы, тогда рыцарей всего 1 (он сам) → его фраза про «все остальные лжецы» была бы правдой. Но тогда 1-й сказал бы «рыцарей – простое число», а 1 – не простое, значит, 1-й соврал и он лжец – подходит. Однако 2-й сказал бы «лжецов – простое число» (лжецов 4, 4 не простое) – соврал, лжец подходит. 3-й: «рыцарей – чётное» (1 нечётное) - соврал – лжец. 4-й: «лжецов – составное» (4 составное) – сказал правду → он рыцарь. Получилось, что среди первых четверых есть рыцарь (4-й) – противоречие со словами 5-го («все лжецы»), которые должны были бы быть правдой. Значит, пятый – лжец. Следовательно, его утверждение «первые четверо – все лжецы» ложно → среди первых четырёх есть хотя бы один рыцарь.

2. Перебираем возможное число рыцарей x = 1, 2,3, 4 (так как x = 0 невозможно, и x = 5 невозможно, иначе 5-й был бы рыцарем, а он лжец).

• x = 1 (проверяем, может ли рыцарем быть кто-то из первых четырёх):

Если рыцарь – 4-й, то его фраза «лжецов составное число» верна (4 лжеца, 4 составное). Остальные первые трое – лжецы.

1-й лжец: «рыцарей простое» – ложь (1 не простое) подходит.

2-й лжец: «лжецов простое» – ложь (4 не простое) подходит.

3-й лжец: «рыцарей чётное» – ложь (1 нечётное) подходит.

5-й лжец: его фраза «все первые четверо лжецы» – ложь (4-й рыцарь) подходит. Всё сходится → x = 1 подходит.

• x = 2:

Если 1-й рыцарь → x простое (2 простое) верно.

3-й рыцарь → x чётное (2 чётное) верно. Тогда рыцари 1 и 3.

2-й: «лжецов простое» (лжецов 3) – 3 простое → 2-й тоже рыцарь – уже 3 рыцаря, противоречие. Значит, x ≠ 2.

• x = 3:

1-й рыцарь → x = 3 простое – верно.

2-й рыцарь → 5 - 3 = 2 простое – верно.

Тогда рыцари 1 и 2, третий рыцарь – неизвестно.

Если 3-й рыцарь → «x чётное» – ложь (3 нечётное), противоречие → 3-й лжец. Тогда рыцарей всего 2 (1 и 2), не 3 - противоречие → x ≠ 3.

• x = 4:

3-й рыцарь → «x чётное» верно (4 чётное).

1-й: «x простое» ложь (4 не простое) → 1-й лжец.

2-й: «5 - x = 1 простое» ложь (1 не простое) → 2-й лжец.

4-й: «5 - x = 1 составное» ложь (1 не составное) → 4-й лжец. Тогда рыцарей всего 1 (3-й), а не 4 – противоречие. Значит, x ≠ 4.

3. Остаётся единственный вариант: x = 1. Рыцарь четвертый «лжецов составное количество», остальные лгут.

Ответ: 1 рыцарь.

в) Оценка плюс пример. («Покори Воробьёвы горы!», 2022) Петя строит замок из кубиков. В какой-то момент он изобразил недостроенный замок в трех проекциях: вид спереди, вид сбоку и вид сверху. Какое наименьшее количество кубиков может быть изображено на виде сверху?

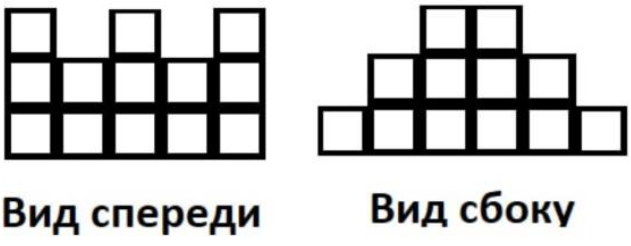


Рисунок 4 – Условие для задачи №5 (в)

6. Наглядная геометрия

а) Наглядная геометрия на плоскости. («Ломоносов», 2019) Для представления записей чисел используют однотипные металлические формы цифр:

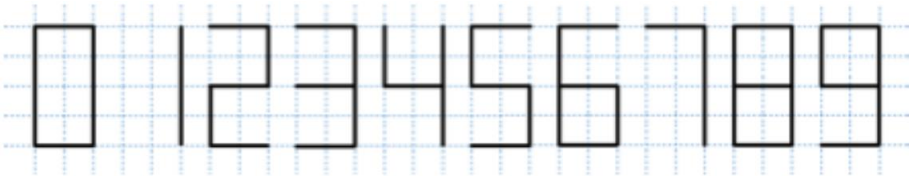


Рисунок 5 – Условие для задачи №6 (а)

Сколько «весит» число 2019, если число 1 «весит» 1 кг?

Решение:

«1» весит 1 кг и состоит из 4 клеток → 1 клетка = ¼ кг.

Вес, необходимых нам, цифр:

«0» –12 * ¼ = 3 кг;

«1» – 4 * ¼ = 1 кг;

«2» – 10 * ¼ = 2,5 кг;

«9» – 12 * ¼ = 3 кг.

Вес числа «2019»: 3 + 1 + 2,5 + 3 = 9,5 кг.

Ответ: 9,5.

б) Наглядная геометрия в пространстве. (Всеросс., 2015) Сколько кирпичей не хватает в стене, изображённой на рисунке 6?

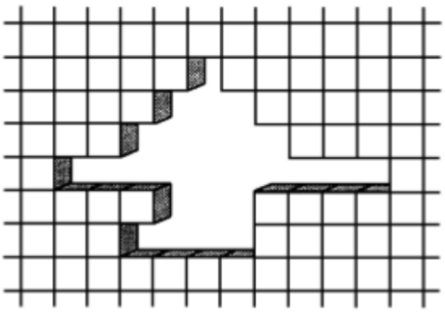


Рисунок 6 – Условие для задачи №6 (б)

в) Прямоугольники и квадраты. («Формула Единства» / «Третье тысячелетие», 2023) Есть 49 одинаковых квадратиков. Составьте из них два

прямоугольника так, так чтобы их периметры отличались в 2 раза. Лишних квадратиков остаться не должно.

7. Комбинаторная геометрия

а) Разрезания. (Олимпиада КФУ, 2023) Из прямоугольника 5 × 7 вырезали три клетки (рисунок 7). Разрежьте по линиям сетки оставшуюся фигуру на 8 равных частей. Части называются равными, если их можно совместить наложением. В решении достаточно привести один правильный пример разрезания.

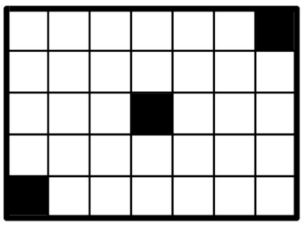


Рисунок 7 – Условие для задачи №7 (а)

Решение:

Можно разрезать, так как показано на рисунке 8.

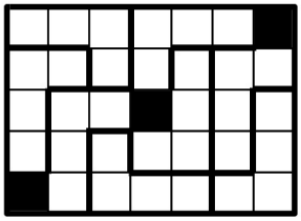


Рисунок 8 – Решение к задаче №7 (а)

Ответ: Любой верный пример.

б) Замощения плитками (Всеросс., 2020) Квадратную площадку замостили квадратной плиткой (все плитки одинаковые). К четырём сторонам площадки примыкает в общей сложности 20 плиток. Сколько всего плиток использовалось?

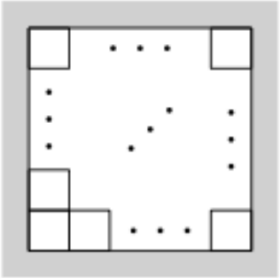


Рисунок 9 – Условие для задачи №7 (б)

в) Геометрия на клетчатой бумаге. (Всеросс., 2023) Маша нарисовала в тетради двух человечков. Площадь каждой клеточки равна 1. Площадь какого из человечков больше? Чему равна разница? Если площади одинаковы, в ответ запишите «0».

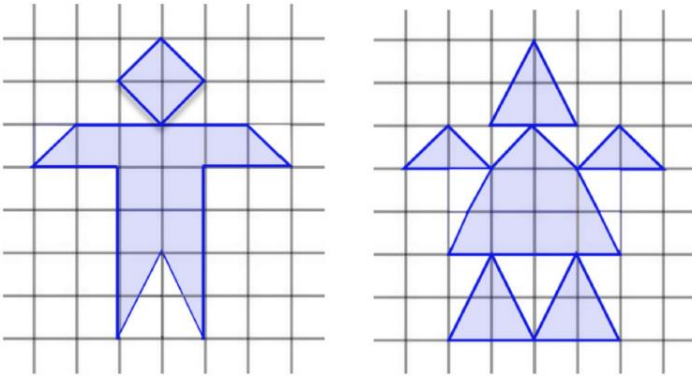


Рисунок 10 – Условие для задачи №7 (в)

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКАЯ СИСТЕМА ПОДГОТОВКИ УЧАЩИХСЯ 5-6 КЛАССОВ К РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

2.1 Анализ олимпиадных материалов за 2015-2025 гг.

Анализ олимпиадных материалов 5-6 классов за период 2015-2025 годов выявляет неравномерность включения различных типов задач в соревновательные программы.

Представленная ниже таблица фиксирует эту вариативность. Каждая ячейка содержит перечень олимпиад, в которых задачи указанного типа объективно зафиксированы в соответствующий год. Отсутствие задач конкретного типа в данном году обозначено знаком «–». Такой формат позволяет проследить динамику жанровых предпочтений в олимпиадной математике для 5-6 классов.

Таблица 2 – Типы задач математических олимпиад 5-6 класс (2015-2025)

Год	Арифметика	Текстовые задачи	Задачи на алгоритмы, процессы, игры	Комбинаторика	Задачи на рассуждения и методы	Комбинаторная геометрия
2015	Кен, ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, НЭ, КФУ, Лом	ВсОШ, Лом, Кен	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, КФУ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, НЭ, КФУ, Лом	Ломоносов
2016	Кен, ВсОШ, МП, ВП, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, МП, ВП, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	ВсОШ, ПВГ, ФЕ, Лом, Кен, ВП	ВсОШ, ВП, ПВГ, Лом, Бел, КФУ, ФЕ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	Лом, ФЕ
2017	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	ВсОШ, ПВГ, ФЕ, Лом, ВП, Кен	ВсОШ, ВП, ПВГ, Бел, ФЕ, КФУ, Лом	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, Лом, ФЕ

Продолжение таблицы 2

2018	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, мп. Пвг. Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	ВсОШ, ПВГ, ФЕ, Лом, Кен	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, КФУ	ВсОШ, Кен, ПВГ, Бел, ФЕ, НЭ, КФУ, Лом	Лом, ФЕ
2019	Кен, ВсОШ, ВП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ	ВсОШ, Кен, ПВГ, ФЕ, Лом, ВП	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Лом, ФЕ
2020	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ	ВП, Кен, ФЕ, Лом	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Лом, ФЕ
2021	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, ВП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Кен, ФЕ, Лом, ВсОШ, ВП	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	ВсОШ, Кен, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Лом
2022	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	ВсОШ, ВП, ФЕ, Лом, Кен, ПВГ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ	ФЕ, Лом
2023	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ	Кен, ВП, ФЕ, Лом, ВсОШ, ПВГ	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	ФЕ, Лом
2024	Кен, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, ВП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	Кен, ВП, ФЕ, Лом, ВсОШ, ПВГ	ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	ВсОШ, ВПА, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, НЭ, КФУ, Лом	ФЕ, Лом
2025	Кен, ВсОШ, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Кен, ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ	Кен, ВП, Лом, ВсОШ, ФЕ	ВсОШ, Лом, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ	ВсОШ, МП, ПВГ, Бел, ФЕ, ФТ, КФУ, Лом	Лом, ФЕ

Список олимпиад: Кен (Кенгуру), ВсОШ (Всероссийская), МП (Математический праздник), ВП (Высшая проба), ПВГ (Покори Воробьевы

горы), Бел (Бельчонок), ФЕ (Формула Единства), ФТ (ФизТех), НЭ (Надежда Энергетики), КФУ (Олимпиада КФУ), Лом (Ломоносов).

Самый показательный сдвиг – в блоке «Алгоритмы, процессы, игры». В 2015 году данный тип задач встречался всего в 2-х, 3-х олимпиад. К 2019-2020 они появились почти во всех крупных соревнованиях, а к 2025 их присутствие стало нормой даже там, где раньше ограничивались чистой логикой. Комбинаторная геометрия, напротив, осталась уделом узкого круга – в основном «Ломоносов» и «Формула единства», редко появляясь в «Кенгуру» и «Математическом празднике».

Итог: за десятилетие олимпиадный жанр 5-6 классов не утратил классического ядра, но серьезно расширился в сторону динамических и игровых моделей, сделав программу более разнообразной.

2.2 Рабочая программа элективного курса по математике «ПятиКлассно» для обучающихся 5-6 классов

Пояснительная записка

Рабочая программа элективного курса составлена в соответствии с требованиями Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования. Курс предназначен для внеклассной работы с учениками 5-6 классов, проявляющими интерес к математике, и может служить инструментом предпрофильной ориентации.

Содержание программы допускает вариативность: оно может корректироваться с учётом уровня подготовки группы, индивидуальных склонностей детей.

Математика занимает значимое место среди школьных предметов. Ее ценность не только в точности вычислений, но и в том, как она перестраивает сам способ мышления. Умение выстраивать цепочку рассуждений, удерживать несколько условий одновременно, проверять гипотезы – всё это тренируется не

на заучивании формул, а на поиске решений в задачах, где заранее неизвестен путь.

Переход из младшей школы в среднюю часто становится точкой напряжения. В 5-6 классах привычные вычислительные навыки сталкиваются с заданиями, требующими догадки, гибкости, нестандартного взгляда. Школьник может отлично знать таблицу умножения, но растеряться перед нетривиальным заданием. Причина не в слабых способностях. Просто ему не показывали, как подступаться к задачам с открытым финалом.

Основные направления элективного курса «ПятиКлассно»:

- решение типовых текстовых задач повышенной сложности;
- логические задачи и задачи на рассуждения;
- геометрические задачи на смекалку;
- элементы теории чисел в олимпиадных задачах;
- историко-математическая линия.

Чтобы реализовать направления, необходимо сформулировать четкие цели курса:

1) повысить уровень математической подготовки за счёт освоения эвристических приёмов (принцип Дирихле, проверка крайних случаев, перебор с ограничениями);

2) дать опыт работы в малых группах, обсуждения решений, аргументированного спора;

3) познакомить с классическими типами олимпиадных задач и их современными вариациями;

4) отработать навык самостоятельного выбора метода: после изучения блока учащиеся получают серию задач без подсказки «это на чётность» и сами определяют, какой инструмент применить;

5) привить вкус к поиску, не к мгновенному ответу;

6) показать математику не как набор правил, а как живую, развивающуюся дисциплину с интересной историей и узнаваемыми именами.

Задачи для достижения поставленных целей:

1. Провести цикл занятий по эвристическим приёмам (чётность как инвариант, принцип Дирихле, проверка крайних случаев, перебор с ограничениями), на каждом занятии разобрать 3-4 задачи с обязательным проговариванием хода рассуждений.

2. Организовать работу в малых группах на каждом третьем занятии, провести не менее двух вопросов оппонентам.

3. Познакомить учащихся с шестью классическими типами олимпиадных задач (движение, переливания, взвешивания, «рыцари и лжецы», разрезания, инварианты), для каждого типа показать как стандартный образец, так и современную вариацию.

4. После изучения двух-трёх приёмов провести занятие «Микс»: выдать серию из 6 задач без указания, какой метод применять, и предложить учащимся самостоятельно определить подходящий инструмент.

5. Ввести правило «три минуты тишины» перед обсуждением каждой новой задачи, запретить выкрикивание ответов до команды учителя, а также раз в месяц давать «задачу-долгострой» на 3-4 дня, где оценивается не только правильность, но и протокол попыток.

6. Начинать каждое занятие с трёхминутного рассказа об одном математике (Архимед, Пифагор, Эратосфен, Диофант, Паскаль), а один раз в четверть решать старинную задачу из папируса.

7. Выступать для учеников не в роли «контролёра», а как «старший напарник»: показывать собственные черновики с ошибками, задавать наводящие вопросы вместо прямых подсказок и вместе с классом анализировать неудачные подходы.

Общая характеристика курса

Элективный курс «ПятиКлассно» построен как самостоятельное образовательное пространство, не привязанное жёстко к текущей теме школьных уроков. Основной принцип – «от задачи к теории». Ученик сначала

сталкивается с проблемной ситуацией, а затем вместе с другими учениками выводит правило или приём, который эту ситуацию разрешает.

Отличительная особенность курса – наличие занятий типа «Микс», где ученик сам определяет, какой из приёмов применить, без подсказки учителя.

Формы работы комбинированные: короткие лекционные фрагменты (до 12 минут), практикумы в парах, математические бои, дидактические игры, элементы проектной деятельности.

Курс рассчитан на 18 часов (1 час в неделю). Этого достаточно, чтобы последовательно освоить приёмы, провести два математических боя и выполнить итоговую проектную работу.

Игровая механика. На каждом занятии за успешное решение задач участники получают фрагмент пазла – деталь ракеты для Пина из «Смешариков». К концу курса ребята собирают все недостающие части. На последней встрече Пин, наконец, запускает собранную ракету и отправляется к своему сыну Биби. Таким образом, успехи в математике получают не абстрактную, а наглядную, сюжетную поддержку.

Планируемые результаты прохождения элективного курса «ПятиКлассно»:

Личностные:

1) Понимание ценности математического аппарата как средства познания окружающей действительности, включая житейские и прикладные ситуации;

2) Сформированная готовность к самообразованию, устойчивая мотивация к преодолению интеллектуальных затруднений;

3) Развитие диалоговой культуры: умение выслушивать иную позицию, приводить контраргументы, отстаивать своё мнение без конфликтности;

4) Способность к самоанализу: фиксация этапов собственной мыслительной деятельности, выявление точек сбоя, адекватная оценка результата;

5) Проявление настойчивости, инициативы и критичности при столкновении с нестандартными математическими ситуациями.

Предметные:

1) Ориентироваться в математическом условии, выделять ключевые данные, оформлять решение с использованием принятой символики;

2) Строить доказательные рассуждения, распределять задачи по группам на основе общего метода, проверять истинность утверждений;

3) Понимать базовые элементы теории чисел: природу натурального числа, закономерности делимости, свойства простых и составных объектов, запись отношений в целых числах;

1) Находить целочисленные решения уравнений через систематический подбор с отбрасыванием лишнего;

2) Задействовать эвристические схемы (анализ чётности, принцип Дирихле, тестирование границ) для работы с задачами о делимости;

6) Переносить освоенные понятия и приёмы на задания из разных разделов математики, в том числе не укладывающихся в типовую схему.

Метапредметные:

1) Из имеющихся приёмов отсеивать те, что не ведут к цели, и останавливаться на наиболее результативных для каждой новой задачи;

2) По ходу решения удерживать в поле зрения собственные шаги, замечать момент проблемы, поворачивать на другой путь без подсказки со стороны;

3) Прикидывать, насколько найденный ответ соответствует условию, и трезво оценивать, тянет ли сам ученик на такую задачу;

4) Схватывать общее в разных по фабуле заданиях, сортировать задачи на делимость по типам, увязывать свежий материал с уже разобранным;

5) В ситуации, взятой из другого предмета или из домашнего обихода, распознавать спрятанную внутри математическую суть;

6) Перед тем как решать, набрасывать несколько возможных версий, а потом каждую из них проверять – не оставлять догадки непроверенными;

7) Для задач, где ответ не очевиден заранее, придумывать порядок действий, проходить по нему, а затем оглядываться на пройденное.

Таблица 3 – Учебно-тематическое планирование

Раздел	Количество часов
Введение	1
Арифметические задачи	3
Текстовые задачи	2
Алгоритмы, игры	2
Комбинаторика	2
Рассуждения и методы	3
Наглядная геометрия	2
Комбинаторная геометрия	2
Итоговая аттестация	1
Всего	18

2.3 Виды задач для элективного курса «ПятиКлассно»

1. Арифметическая задача

Ёжику стало одиноко и он решил найти новое знакомство необычным способом. Он отправил бутылку с письмом, где просит адресата написать свое имя. На удивление смешарику послание возвращается с необычным ответом: «Привет! Отгадай мое имя, буква = номеру этой буквы в русском алфавите. Получается 2011533». Помогите Ёжику узнать, как зовут его нового знакомого.

Решение:

1) Число 2011533 нужно разбить на однозначные и двузначные числа, чтобы соответствующая последовательность букв образовывала имя.

2) Первое число не может быть 2, так как тогда второе число будет о или 01, чего быть не может. Значит, первое число 20, то есть первая буква «Т».

3) Последнее число 33, поскольку иначе два последних числа будут 53 и 3 или 3 и 3, но 53-й буквы в алфавите нет, а на «вв» не может заканчиваться имя. Значит, последняя буква «Я».

4) На средние буквы осталось сочетание 115. Оно может быть представлено как 1, 1,5 (аад), либо 11, 5 (йд), либо 1, 15 (ан).

5) Методом подбора определяем, что незнакомцу подходит вариант имени «Таня».

Ответ: Таня.

2. Текстовая задача

Крош и Бараш решили устроить забег по дорожке в виде цифры 8 (рисунок 11). Бегут они в одну сторону, друг за другом и каждый с постоянной скоростью.

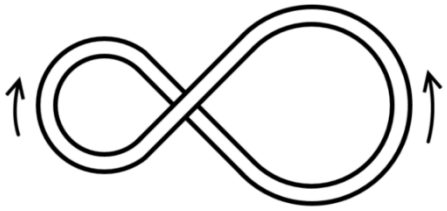


Рисунок 11 – Условие для текстовой задачи

В самом начале забега Крош находился прямо над Барашем (по вертикали). Спустя 20 минут Бараш оказался прямо над Крошем (снова по вертикали). За это время никто не успел пробежать целу. «восьмерку». Через 10 минут Бараш вернулся в стартовую точку. Через сколько минут после начала бега Бараш догонит Кроша?

Решение:

За первые 20 минут Бараш пробегает большую петлю, а Крош малую. За следующие 10 минут Бараш пробегает малую петлю. Значит, скорость Бараша вдвое больше скорости Кроша, а большая петля вдвое длиннее малой.

Обозначим длину малой петли через m, тогда длина большой равна 2m. Изначально Крош опережает Бараша на длину большой петли, то есть на 2m. За время, пока Крош пробегает 2m, Бараш пробежит 4m и догонит его. Заметим, что Крош пробегает m за 20 минут, значит, 2m он пробежит за 40 минут.

Ответ: 40 минут.

3. Задача на алгоритм

Копатыч решил пройти от своего дома (точка А) до калитки (точка В) через огород. На рисунке указано (рисунок 12), сколько на каждой грядке растёт тыкв. Когда Копатыч заходит на участки огорода, он собирает полностью все тыквы, и идёт на какой-нибудь соседний участок, а на пустые грядки никогда не возвращается. Он прошёл из А в В и собрал ровно 60 тыкв. Напишите по порядку, сколько тыкв он собрал на каждой грядке.

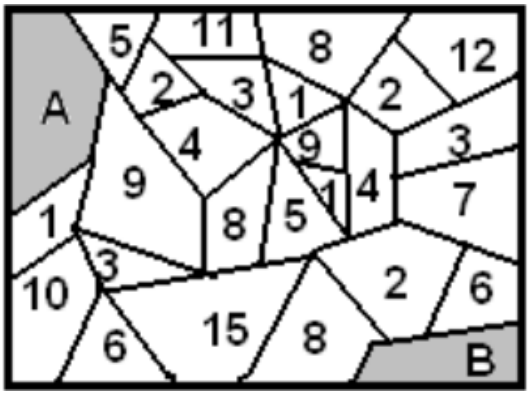


Рисунок 12 – Условие для задачи на алгоритм

Решение:

Например можно пройти, как показано на рисунке 12: 5 + 2 + 11 + 8 + 2 + 12 + 3 + 7 + 2 + 8 = 60.

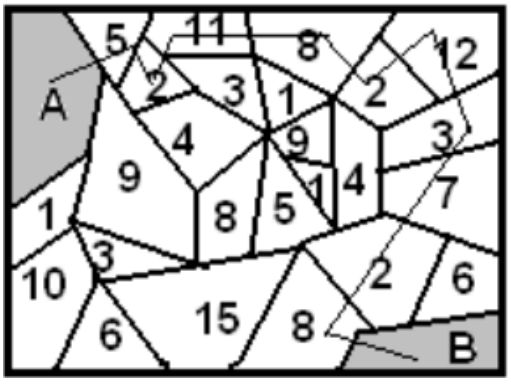


Рисунок 13 – Решение задачи на алгоритм

Ответ: Любой верный пример.

4. Задача на круги Эйлера

В шкафу Нюши 28 платьев. У 17 из них есть узор, у 10 имеется воротник. Пять платьев не имеют ни узора, ни воротника. У скольких платьев есть и узор, и воротник?

Решение:

Платьев с узорами или с воротником 28 – 5 = 23. Если сложить 17 + 10 = 27, то получается больше 23 за счет тех платьев, у которых есть и узор, и воротник, их посчитали дважды. Число их будет равняться 27 – 23 = 4.

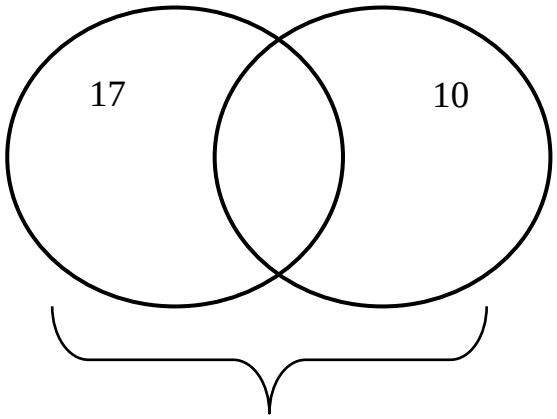


Рисунок 14 – Решение задачи на круги Эйлера

Ответ: 4.

5. Задача на рассуждение

У Кар-Карыча на пиджаке два кармана: левый и правый. Он держит крыло в правом кармане и уверяет:

1) «В левом кармане нет семечек».

2) «Хотя бы в одном из карманов семечки есть».

Когда Кар-Карыч довольный – он всегда говорит правду, когда врет – сердитый. В каком настроении сейчас Кар-Карыч?

Решение:

Предположим, что он сердитый, тогда обе фразы – ложь. Если вторая фраза ложна, то семечек нет ни в одном кармане. А если первая фраза – неправда, то в другом кармане есть семечки, противоречие. Пусть Кар-Карыч довольный, тогда оба утверждения – правда. Тогда из второго следует, что где-то семечки есть, а из первого – что в левом кармане нет семечек. Значит, семечки в правом кармане.

Ответ: Довольный.

6. Задача на наглядную геометрию

Совунья на велосипеде развозит утреннюю газету по четырем домам: Лосяша, Пина, Копатыча и Кар-Карыча (рисунок 15). Она измерила расстояния и знает, что длина пути от дома Лосяша до Пина 9 км., от Лосяша до Копатыча – 13 км., от дома Пина до дома Копатыча – 8 км. И от домика Пина до Кар-Карыча – 14 км. Найдите длину пути от дома Лосяша до дома Кар-Карыча.

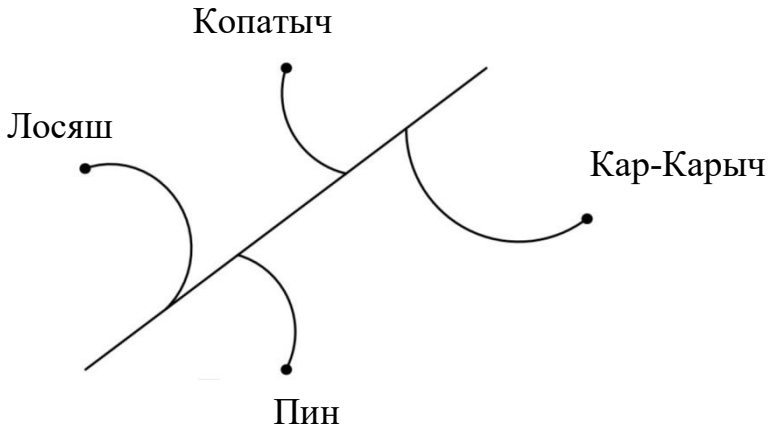


Рисунок 15 – Условие для задачи на наглядную геометрию

Решение:

Длина пути от дома Лосяша до дома Копатыча с заездом к Пину составляет 9 + 8 = 17 (км), а без заезда – 13 км. Следовательно, заезд к Пину (от шоссе и обратно) – это 4 км. От Лосяша до Кар-Карыча с заездом к Пину: 9 + 14 = 23 (км), а без заезда: 23 - 4 = 19 (км).

Ответ: 19.

7. Задача на комбинаторную геометрию

Покажите, как можно разделить фигуру (рисунок 16) на две равные части. Необходимо привести пример двух различных способов.

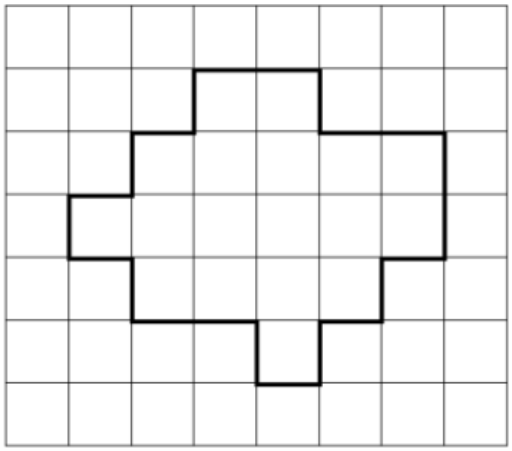


Рисунок 16 – Условие для задачи на комбинаторную геометрию

Решение:

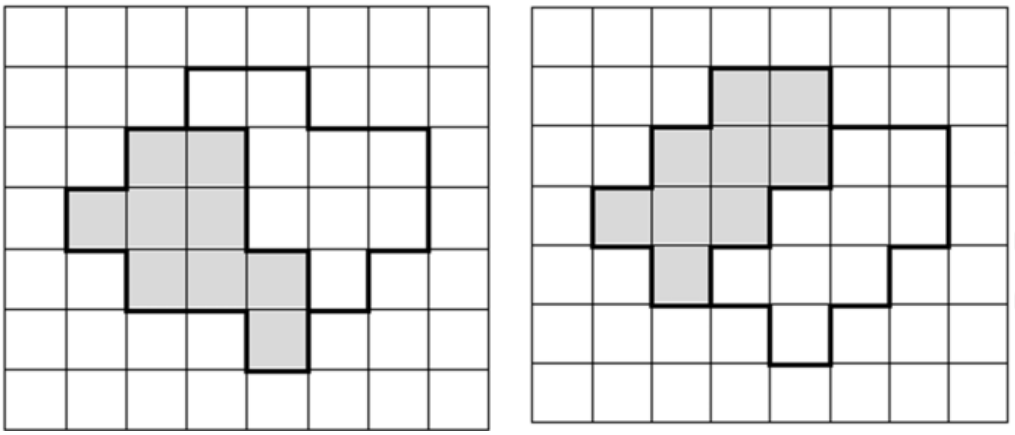


Рисунок 17 – Решение задачи на комбинаторную геометрию

Ответ: Рисунок 17.

2.4 Программа элективного курса «ПятиКлассно»

Занятие №1. «Включи логику!»

Раздел: Рассуждения и методы. **Тип задач:** логические задачи на установление соответствия (табличный метод).

Технологическая карта разработана (п. 2.5).

Урок начинается с просмотра фрагмента серии «Смешариков» (Сезон 2, Серия 26 «Космическая одиссея»). Пин ремонтирует ракету. Учитель задаёт вопрос: «Чем логическая задача отличается от вычислительной?» Затем задача «Кто на каком месте в автобусе?» (Пин, Крош, Ёжик, Нюша). Учащиеся пробуют устно – не получается. Учитель подводит к табличному методу. Вместе заполняют таблицу, находят решение. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Крош («Весёлая эстафета»), Ёжик («Кто в каком домике?»), Нюша («Наряд для бала»), Копатыч («Три грядки»), Совунья («Расписание приёма»), Пин («Шестерёнки»). На каждой станции логическая задача на установление соответствия. В конце рефлексия, гайки, покупка первого фрагмента ракеты.

Домашнее задание: придумать свою логическую задачу про любого Смешарика (3–4 условия).

Занятие №2. «Тайна чисел»

Раздел: Арифметические задачи. **Тип задач:** десятичная запись числа, арифметические действия, ребусы, делимость, последняя цифра.

Урок начинается с легенды: Ёжик нашёл бутылку с посланием: «Привет! Отгадай моё имя. Буква = номеру этой буквы в русском алфавите. Получается 2011533». Учитель выводит число на экран. Учащиеся методом подбора разбивают его на однозначные и двузначные номера и расшифровывают имя «Таня» (это ребус). Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Нюша (задача на десятичную запись числа), Пин (задача на арифметические действия), Крош (задача на ребусы), Ёжик (задача на арифметические действия), Копатыч (задача на делимость), Совунья (задача на последнюю цифру).

Домашнее задание: придумать свой числовой ребус, зашифровав имя любого человека по принципу «буква = номеру в алфавите».

Занятие №3. «Урожайная арифметика»

Раздел: Арифметические задачи. **Тип задач:** делимость, НОД и НОК, деление с остатком, дроби, числовые неравенства.

Занятие начинается с легенды: Копатыч собирает урожай и сталкивается с разными числовыми закономерностями. Учитель разбирает одну из задач у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Копатыч (задача на делимость), Нюша (задача на НОД и НОК), Пин (задача на деление с остатком), Ёжик (задача на дроби), Крош (задача на числовые неравенства), Совунья (задача на числовые неравенства).

Домашнее задание: на клетчатой бумаге начертили прямоугольник размером 301 × 215 клеток и провели диагональ. Сколько клеток прямоугольника она пересекает по внутренним точкам? (Ответ: 473).

Занятие №4. «Числовые головоломки»

Раздел: Арифметические задачи. **Тип задач:** ребусы, деление с остатком, последняя цифра, числовые неравенства.

Учитель разбирает задачу на ребусы (экран калькулятора с перегоревшими палочками: 275 × 9 = 1279, но некоторые палочки перегорели нужно восстановить исходное (п. 1.5)). Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Крош (задача на ребусы), Ёжик (задача на ребусы), Нюша (задача на деление с остатком), Пин (задача на последнюю цифру), Копатыч (задача на числовые неравенства), Совунья (задача на последнюю цифру).

Домашнее задание: придумать свой числовой ребус.

Занятие №5. «Забег»

Раздел: Текстовые задачи. **Тип задач:** движение, возраст, части и отношения.

Учитель начинает урок с задачи**:** Крош и Бараш бегут по дорожке в виде цифры 8. В начале Крош над Барашем. Через 20 минут Бараш над Крошем. Никто не пробежал целую «восьмёрку». Ещё через 10 минут Бараш вернулся на старт. Через сколько минут после начала забега Бараш догонит Кроша (п. 2.3)? Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1),

6 станций: Крош (задача на движение), Бараш, Пин (задача на возраст), Нюша (задача на части и отношения), Ёжик (задача на движение), Совунья (задача на возраст).

Домашнее задание: измерить время пути от дома до школы и составить задачу на движение.

Занятие №6. «Время действовать»

Раздел: Текстовые задачи. **Тип задач:** части и отношения, календарь.

Урок начинается с задачи: назовем дату «палиндромом» если она слева направо и справа налево читается одинаково (точки не учитываются). Например, дата 22.02.2022 является палиндромом. Когда наступит ближайшая следующая дата-палиндром? (Ответ: 03.02.2030). Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Нюша (задача на части и отношения). Пин (задача на календарь), Крош (задача на календарь), Ёжик (задача на части и отношения), Копатыч (задача на календарь), Совунья (задача на части и отношения).

Домашнее задание: на батоне колбасы нарисованы тонкие поперечные кольца. Если разрезать по красным кольцам, получится 5 кусков, если по жёлтым 7 кусков, а если по зелёным 11 кусков. Сколько кусков колбасы получится, если разрезать по кольцам всех трёх цветов? (Ответ: 21).

Занятие №7. «Урожай Копатыча»

Раздел: Текстовые задачи. **Тип задач:** неравенства, разные арифметические задачи.

Начало урока с задачи: на поляне растёт на 6 кустов меньше, чем деревьев. Прилетели птицы и сели и на кусты, и на деревья. Сели они так, что на всех деревьях их было поровну, и на всех кустах поровну, но на дереве по крайней мере на 10 птиц больше, чем на кусте. На деревьях всего сидело 128 птиц. Сколько было кустов? (Ответ: 2). Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Копатыч (задача на неравенства), Нюша (арифметическая задача). Пин (задача на неравенства),

Крош (арифметическая задача), Ёжик (арифметическая задача), Совунья (задача на неравенства).

Домашнее задание: Лосяш задумал два числа, потом вычел из большего меньшее, сложил оба числа и разность, и получил 68. Каким было большее из задуманных чисел? (Ответ: 34).

Занятие №8. «Игры и стратегии»

Раздел: Задачи на алгоритмы, процессы, игры. **Тип задач:** таблицы, алгоритмы и операции.

Урок начинается с задачи: По кругу стоят семеро детей: Аня, Боря, Вася, Гена, Даша, Ева, Женя. Начиная с кого-то из детей, каждый третий по часовой стрелке уходит, а отсчет продолжают, пока не останется один человек. Например, если отсчёт начинают с Ани (Аня – первая), то уходит Вася, в следующей тройке Гена – первый, а Ева третья, она уходит, потом уходит Боря, и т. д. С кого надо начинать считать, чтобы осталась Ева? (Ответ: с Васи). Учитель разбирает задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Пин (задача на алгоритмы и операции)**,** Крош (задача на алгоритмы и операции), Ёжик (задача на таблицы), Нюша (задача на алгоритмы и операции), Копатыч (задача на таблицы), Совунья (задача алгоритмы и операции).

Домашнее задание: На каждую из клеток доски 6 × 6 заползли муравьи и сидят неподвижно. Количества муравьев в клетках, соседних по стороне, отличаются на 1. На одной из клеток сидит 4 муравья, на другой 14 муравьев. Заполните всю доску числами, показывающими, сколько муравьев в каждой клетке. (Ответ: от одной клетки до другой можно проложить путь, состоящий из не более чем 10 переходов. Поскольку 14 - 4 = 10, числа 4 и 14 стоят в максимально удаленных клетках противоположных углах. После этого таблица заполняется однозначно).

Занятие №9. «Шестерёнки Пина»

Раздел: Задачи на алгоритмы, процессы, игры. **Тип задач:** алгоритмы и операции, игры и стратегии.

Урок начинается с задачи: Копатыч решил пройти от своего дома (точка А) до калитки (точка В) через огород. На рисунке указано (рисунок 12), сколько на каждой грядке растёт тыкв. Когда Копатыч заходит на участки огорода, он собирает полностью все тыквы, и идёт на какой-нибудь соседний участок, а на пустые грядки никогда не возвращается. Он прошёл из А в В и собрал ровно 60 тыкв. Напишите по порядку, сколько тыкв он собрал на каждой грядке (п. 2.3). Учитель разбирает задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Пин (задача на алгоритмы и операции), Крош (задача на игры и стратегии), Ёжик (задача на алгоритмы и операции), Нюша (задача на игры и стратегии), Копатыч (задача на алгоритмы и операции), Совунья (задача на игры и стратегии).

Домашнее задание: найти интересную задачу на алгоритмы, процессы, игры и решить ее.

Занятие №10. «Принцип Дирихле»

Раздел: Комбинаторика. **Тип задач:** принцип Дирихле.

Технологическая карта разработана (п. 2.5).

Учитель начинает с проблемной ситуации: «В классе 34 ученика. Докажите, что среди них обязательно найдутся хотя бы два ученика, у которых фамилия начинается с одной буквы» – это принцип Дирихле. Затем игра-соревнование: шесть учеников, пять стульев. Учитель вводит формальную формулировку принципа и разбирает задачу о 20 пеналах с карандашами. Затем класс получает маршрутные листы (приложение 1) и проходит 6 станций (задачи из тех. карты на принцип Дирихле): Крош (шарики), Ёжик (фантики), Нюша (дни рождения), Копатыч (пчёлы), Совунья (ковёр с дырками), Пин (25 ящиков с гайками). В конце рефлексия.

Домашнее задание: Нюша готовится к празднику и украшает зал шариками. В коробке лежат 25 красных, 25 желтых, 20 зеленых и 10 синих шариков. На ощупь шарики неотличимы друг от друга. Нюша вынимает шарики из коробки в темноте. Какое наименьшее количество шариков нужно

вынуть, чтобы среди них обязательно оказалось: 10 шариков одного цвета; 10 красных шариков. (Ответ: 37; 65).

Занятие №11. «Перебор»

Раздел: Комбинаторика. **Тип задач:** круги Эйлера, перебор вариантов, принцип Дирихле.

Занятие начинается с задачи: в классе 28 учеников. У 17 есть дома кошка, у 10 есть собака. У 5 учеников нет ни кошки, ни собаки. У скольких учеников есть и кошка, и собака? (Ответ: 4). Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Совунья (задача на круги Эйлера), Пин (задача на круги Эйлера), Крош (задача на перебор вариантов), Ёжик (задача на перебор вариантов), Нюша (задача на круги Эйлера), Копатыч (задача на принцип Дирихле).

Домашнее задание: на доске записаны все числа от 1 до 300 включительно. Нюша раскрашивает в оранжевый цвет только те числа, у которых общий делитель с числом 99 больше 1. Сколько всего чисел станут оранжевыми? (Ответ: 118).

Занятие №12. «Карманы»

Раздел: Рассуждения и методы. **Тип задач:** логика.

Начинается урок с задачи: Кар-Карыч говорит: «В левом кармане нет семечек» и «Хотя бы в одном кармане семечки есть». Довольный – правда, сердитый – ложь. Какое настроение (п. 2.3)? (Ответ: довольный). Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций (все задачи на логику).

Домашнее задание: придумать разговор двух Смешариков с двумя утверждениями, определить, кто прав.

Занятие №13. «Рыцари и лжецы»

Раздел: Рассуждения и методы. **Тип задач:** логика**,** рыцари и лжецы.

Урок начинается с легенды про остров, на котором рыцари (всегда говорят правду) и лжецы (всегда врут). Учитель разбирает задачу (п. 1.5).

Крош (задача на логику), Ёжик (задача на логику), Нюша (задача на логику), Пин (задача на логику), Копатыч (рыцари и лжецы), Совунья (рыцари и лжецы).

Домашнее задание: найти логическую задачу, решить ее и принести учителю.

Занятие №14. «Замок Лосяша»

Раздел: Рассуждения и методы. **Тип задач:** оценка плюс пример, метод от противного.

Начало урока с задачи: Лосяш строит замок из кубиков. В какой-то момент он изобразил недостроенный замок в трех проекциях: вид спереди, вид сбоку и вид сверху. Какое наименьшее количество кубиков может быть изображено на виде сверху? (п. 1.5). (Ответ: 7). Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Лосяш (задача на оценку) Пин (задача на оценку), Крош (метод от противного), Ёжик (задача на оценку), Нюша (метод от противного), Совунья (задача на оценку).

Домашнее задание: построить башню из кубиков, сфотографировать проекции, предложить соседу восстановить количество.

Занятие №15. «Велосипед Совуньи»

Раздел: Наглядная геометрия. **Тип задач:** наглядная геометрия на плоскости, прямоугольники и квадраты.

Занятие начинается с задачи: Совунья на велосипеде развозит утреннюю газету по четырем домам: Лосяша, Пина, Копатыча и Кар-Карыча (рисунок 15). Она измерила расстояния и знает, что длина пути от дома Лосяша до Пина 9 км., от Лосяша до Копатыча – 13 км., от дома Пина до дома Копатыча – 8 км. И от домика Пина до Кар-Карыча – 14 км. Найдите длину пути от дома Лосяша до дома Кар-Карыча. (Ответ: 19). Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Совунья (задача на прямоугольники и квадраты), Крош (задача на прямоугольники и квадраты), Пин (задача на наглядную геометрию), Нюша (задача на наглядную

геометрию), Ёжик (задача на прямоугольники и квадраты), Копатыч (задача на наглядную геометрию).

Домашнее задание: нарисовать план своего района, составить задачу на неизвестное расстояние.

Занятие №16. «Разрезание фигур»

Раздел: Комбинаторная геометрия. **Тип задач:** разрезания, геометрия на клетчатой бумаге.

Технологическая карта разработана (п. 2.5).

Учитель начинает с проблемной ситуации: Бараш хочет разделить шоколадку 4×4 пополам оригинальным способом. Учитель вводит три приёма: симметрия, счёт клеток, перебор вариантов. Затем задача на площадь трапеции методом перекраивания. Маршрутный лист (приложение 1) с 6 станциями (задачи из тех. карты): Крош («заборчик» на 3 равные части), Нюша (квадрат 6×6 на 4 части), Пин («крест» на 4 части), Совунья (доказательство невозможности), Бараш (ещё один способ для квадрата 4×4), Лосяш (площадь трапеции на клетчатой бумаге). Рефлексия, покупка фрагмента ракеты.

Домашнее задание: найдите или придумайте сами задачу на разрезание фигур. Запишите её на листочке.

Занятие №17. « Пин у цели»

Раздел: Комбинаторная геометрия. **Тип задач:** разрезания, замощения.

Занятие начинается с задачи: Пин собрал фигуру Покажите, как можно разделить фигуру (рисунок 16) на две равные части. Необходимо привести пример двух различных способов. Учитель разбирает эту задачу у доски. Затем маршрутный лист (приложение 1), 6 станций: Пин (задача на разрезание), Крош (задача на разрезание), Ёжик (задача на разрезание), Нюша (задача на замощение), Копатыч (задача на замощение), Совунья (задача на разрезание).

Домашнее задание: придумать фигуру на клетчатой бумаге (до 16 клеток), которую можно разрезать на две равные части тремя способами.

Занятие №18. «Запуск ракеты»

Раздел: Итоговая аттестация. **Тип задач:** комплексная работа по всем разделам.

Урок начинается с легенды: все гайки собраны, ракета готова. Учитель приглашает команду на финальное испытание – математический бой. Класс делится на команды по цветам домиков. Маршрутный лист (приложение 1) с 6 задачами по одной из каждого пройденного раздела. Задачи берутся из ранее пройденных занятий (но не повторяются). Команды заполняют маршрутные листы, сдают жюри. Параллельно конкурс на лучшее творческое домашнее задание за курс. Вручение сертификатов «ПятиКлассно».

Домашнее задание: написать мини-сочинение «Что мне дал курс «ПятиКлассно»?.

2.5 Технологические карты занятий элективного курса «ПятиКлассно»

Технологическая карта учебного занятия

«Разрезание фигур»

Предмет	Математика (элективный курс «ПятиКлассно»)
Класс	5-6
Тип урока	Открытие нового знания
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Разрезание фигур
Цель	- Сформировать представление о равносоставленности фигур и основных принципах разрезания на равные части (симметрия, равенство фигур, площадь части); - Научить анализировать форму фигуры, использовать клетчатую бумагу и свойства симметрии для поиска способа разрезания; - Развить пространственное и комбинаторное мышление, умение осуществлять перебор возможных вариантов.
Задачи	**Предметные результаты.** Распознавать равные фигуры на клетчатой бумаге, использовать термин «равные фигуры»; Применять метод перебора возможных вариантов при поиске способа разрезания; Использовать осевую симметрию для построения линий разреза; Обосновывать возможность или невозможность разрезания (с опорой на равенство площадей или чётность клеток); Изображать фигуры и линии разреза на клетчатой бумаге. **Личностные результаты.** Формирование мотивации к решению нестандартных задач через игровой сюжет. Воспитание настойчивости, аккуратности и самоконтроля при работе с чертежами; Развитие интереса к геометрическому содержанию курса через игровую механику (пазлы), формирование «умения видеть математические закономерности»; Осознание ценности математического инструмента (симметрии, равенства фигур) для решения практических задач. **Метапредметные результаты.** *Познавательные:* выявлять существенные признаки (форма, площадь, симметрия), использовать знаково-символические средства (чертежи, сетка), строить логическую цепочку рассуждений, выбирать способ решения с учётом самостоятельно выделенных критериев.

	Регулятивные: самостоятельно формулировать цель, планировать последовательность шагов, осуществлять самоконтроль процесса и результата, оценивать соответствие результата поставленной цели. *Коммуникативные:* аргументировать выбор способа разрезания, участвовать в диалоге, в корректной форме формулировать возражения, работать в группе.
Основные термины, понятия	Равные фигуры, разбиение, осевая симметрия, клетчатая бумага, равносоставленность, разрезание по линиям сетки, перебор вариантов.

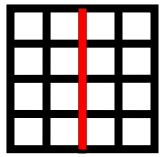
Планируемый результат	
Предметные умения Уверенно различать равные и неравные фигуры на клетчатой бумаге; Находить минимум один способ разрезания заданной фигуры на указанное число равных частей; Применять свойства симметрии для сокращения перебора; Строить простейшие доказательства невозможности разрезания (по площади, по чётности клеток); Изображать на клетчатой бумаге линии разреза.	*Коммуникативные УУД:* оформлять свои мысли при объяснении решения, слушать и понимать других; совместно распределять роли при работе в парах; аргументировать свою точку зрения, в корректной форме формулировать возражения. *Познавательные УУД:* выявлять и анализировать геометрические свойства фигуры (симметрия, повторяющиеся элементы). Использовать сетку для построения разрезов. Строить логическую цепочку рассуждений при доказательстве невозможности разрезания. Осуществлять перебор возможных вариантов. *Регулятивные УУД:* уметь определять и формулировать цель урока; самостоятельно планировать порядок действий при поиске разрезания. Осуществлять самоконтроль: проверять, что все части совпадают по форме и размеру. Оценивать соответствие результата поставленной цели. *Личностные УУД:* Сформированность мотивации к решению нестандартных задач через игровой сюжет. Готовность к совместной работе, ответственность за общий результат (вклад в сборку ракеты Пина). Проявление настойчивости и внимательности при работе с чертежами.
Организация пространства	
Формы работы	*Ресурсы*

Фронтальная, индивидуальная, работа в группах (по домикам смешариков).	Раздаточные материалы с задачами, клетчатая бумага, маршрутные листы «ПятиКлассно» (Приложение 1), пазл «Ракеты», таблички с названиями станций (домики). Технические средства: мультимедиапроектор, презентация с условиями задач.

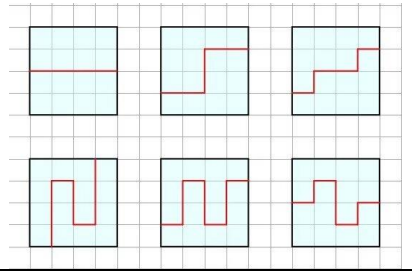
Дидактические задачи этапов урока

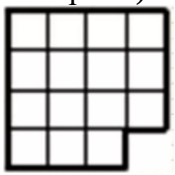
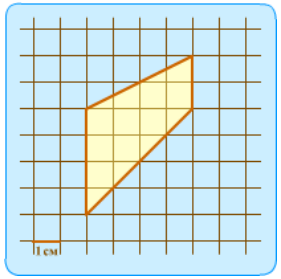
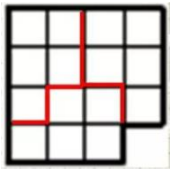
Этапы урока	Учебные задачи
Мотивирование на учебную деятельность (5 мин)	Создать проблемную ситуацию через сюжет: «Бараш хочет угостить шоколадной плиткой Нюшу, для этого ему нужно разделить шоколад на две равные части, но слишком просто делать он этого не хочет».
Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии (5 мин)	Вспомнить, какие фигуры называются равными; попробовать разрезать простую фигуру. Затем дать фигуру сложнее и зафиксировать затруднение.
Открытие нового знания (15 мин)	Сформулировать тему, цель: научиться разрезать любую фигуру на равные части, используя клетчатую сетку и симметрию. Разобрать три ключевых приёма: 1) разрезание по линии симметрии; 2) подсчёт площади части и поиск границы; 3) метод перебора вариантов.
Первичная проверка понимания (5 мин)	Решение трех задач фронтально с проговариванием алгоритма.
Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону (10 мин)	Групповая работа по станциям (домики смешариков). Каждая станция – задача на разрезание. Маршрутный лист (Приложение 1).
Рефлексия учебной деятельности (5)	Обсуждение: какие приёмы помогли? Где было сложно? Подсчёт баллов. Домашнее задание

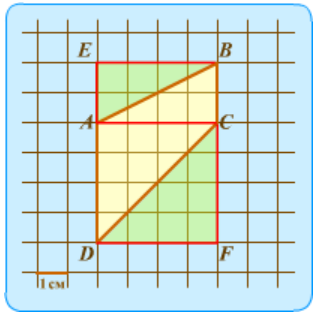
Технология изучения

Этапы урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Мотивирование на учебную деятельность	*Предметные:* Осознание практической значимости разрезания фигур. *Метапредметные (УУД):* *личностные:* формирование мотивации к изучению математики через игровой сюжет. *коммуникативные:* включение в диалог, умение отвечать на вопросы.	– Здравствуйте, ребята! Я очень рада вас видеть. Давайте проверим: на партах у каждого тетрадь, ручка, карандаш, линейка и хорошее настроение. Всё готово? – Ребята, сегодня к нам за помощью обратился Бараш. (на экране рисунок шоколадной плитки 4×4).  – Он хочет сделать оригинальный подарок Нюше: разделить эту плитку пополам, но не просто по прямой линии, а красиво, фигурно. Чтобы обе половинки были одинаковой формы и размера. Но он не знает, как это сделать. Поможем Барашу?	Проверяют готовность. – Готовы! – Да! Шоколадка квадратная 4×4 это 16 клеток. Значит, каждая половинка должна быть из 8 клеток. Самый простой способ по прямой, как иначе?

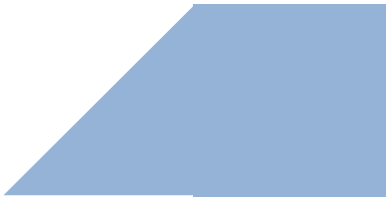
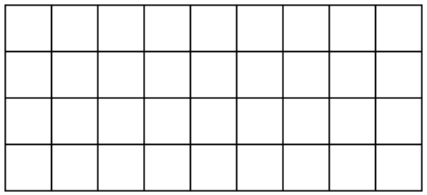
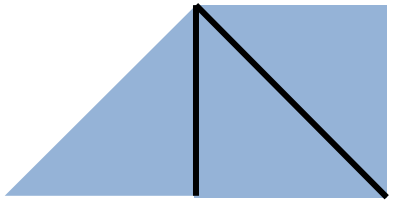
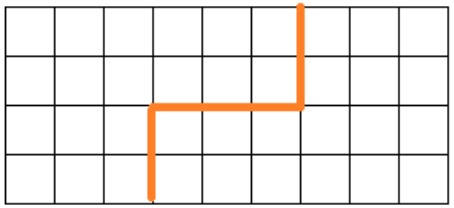
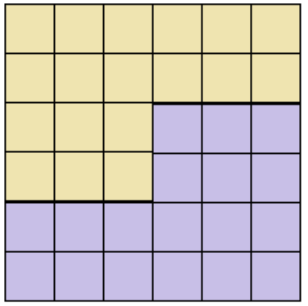
Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии	*Предметные:* Распознавание равных фигур; Изображение фигур на клетчатой бумаге. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* анализ, сравнение фигур. *регулятивные:* фиксация затруднения в пробном действии.	– Прежде чем помогать Барашу, давайте вспомним, что вы уже знаете о разрезании фигур. Какие задачи на разрезание вы решали раньше? Какими приёмами пользовались? – Хорошо. Найдите другие способы. Сколько существует способов разрезания квадрата на две равные части линиями, идущими по сторонам маленьких клеток?	– Разрезали прямоугольники пополам по длинной стороне, по короткой, по диагонали. Квадрат можно разрезать по горизонтали, вертикали, диагонали. Ещё можно «ступенькой»… но не уверены. Для квадрата 4×4 начинают пробовать: делят пополам по горизонтали, вертикали, диагонали. Но Бараш просит «оригинально, не скучно» – не просто по прямой. Затрудняются. Простые способы не подходят, нужен необычный.

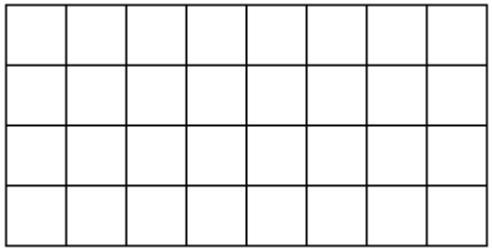
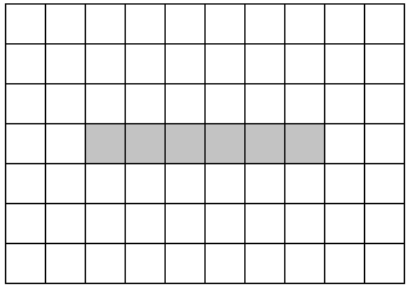
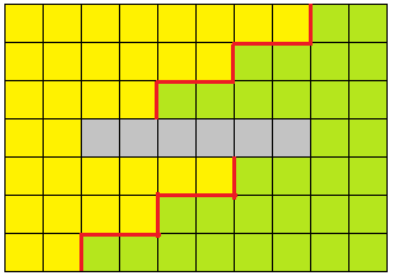
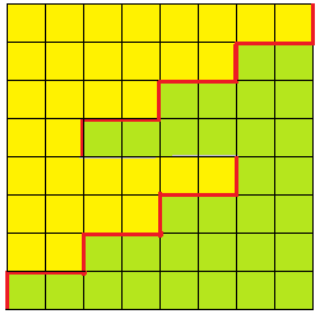
Открытие нового знания	*Предметные:* Понимание, что стандартных приёмов недостаточно. Формулировка темы и цели деятельности. *Метапредметные (УУД):* *регулятивные:* целеполагание, планирование. *коммуникативные:* формулировка темы в диалоге.	– Почему возникли трудности? Чего вам не хватает, чтобы придумать оригинальное разрезание квадрата 4×4? – Какова же тема нашего урока? Чему мы должны научиться, чтобы помочь Барашу? Разбирает три приёма на доске: 1) Симметрия – разрезаем по оси симметрии. 2) Счёт клеток = площадь всей фигуры 16 клеток, каждая часть 8 клеток. 3) Перебор вариантов – для квадрата 4×4 разрезаем «ступенькой» (2 клетки влево, затем 2 вниз). – Вот один оригинальный способ для Бараша! Теперь попробуйте сами.	– Мы знаем только простые способы: по горизонтали, вертикали, диагонали. А Бараш хочет необычную форму. Нужны какие-то новые приёмы, чтобы разрезать фигурно. – Тема: «Разрезание фигур на равные части». Научиться разрезать фигуры нестандартными способами, чтобы получались одинаковые части красивой формы. Записывают в тетради. Участвуют в обсуждении. Видят на доске способ для шоколадки . 

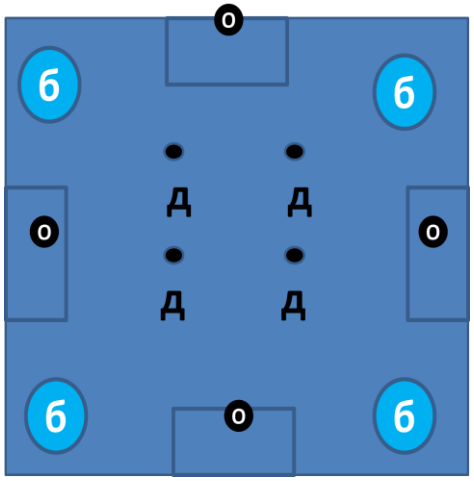
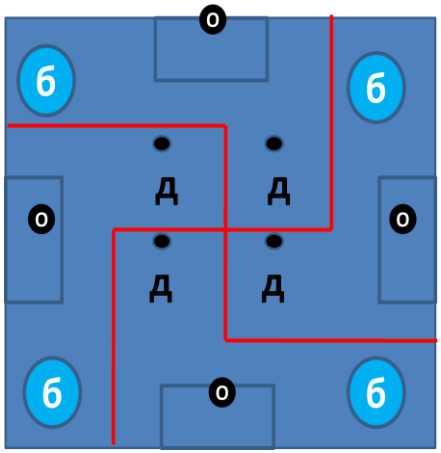
Первичная проверка понимания	*Предметные:* Применение приёма симметрии. Применение метода перебора. Изображение линий разреза. *Метапредметные (УУД):* *предметные:* применение новых знаний. *регулятивные:* самоконтроль.	– Вы отлично справились! Давайте перейдем к следующей задаче: Разрежьте данную фигуру на три равные части по линиям квадратной сетки (на экране чертеж).  – Выпускники сдают ЕГЭ, предусматривающий решение интересных, нестандартных задач из курса геометрии. Многие из них можно решить, не используя формулы, а применяя метод разрезания и перекраивания. Рассмотрим одну такую задачу. 1. Найдите площадь трапеции, изображенной на клетчатой бумаге с размером клетки 1 см × 1 см (чертеж на экране). Ответ дайте в квадратных сантиметрах. 	Заносят условие себе в тетрадь и пробуют решить. Один ученик показывает у доски.  Рассматривают чертеж, пытаются решить. Сначала предлагают свои решения**.**

Первичная проверка понимания	*Предметные:* Применение приёма симметрии. Применение метода перебора. Изображение линий разреза. *Метапредметные (УУД):* *предметные:* применение новых знаний. *регулятивные:* самоконтроль.	– А теперь предлагаю рассмотреть один из способов решения. Вы не знаете формулы нахождения площади трапеции, но обладаете хорошим воображением. Способ сродни решению головоломки - как разрезать плоскую фигуру на части, чтобы из этих частей, используя каждую из них одинаковое число раз, сложить прямоугольник? Затем, просто посчитать количество клеточек внутри прямоугольника, и разделить на число повторов деталей заданной фигуры. – Все верно, молодцы!	Внимательно слушают, вникают в способ решения. Считают клетки и говорят ответ.  – Ответ: 12.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Распознавание равных фигур. Нахождение способа разрезания. Изображение разреза. *Метапредметные (УУД):* *регулятивные:* самоконтроль, управление временем. *коммуникативные:* формулировка выводов и умение общаться в команде.	Распределяет команды по цветам в соответствии с цветом дома. Раздает каждой команде маршрутный лист «ПятиКлассно» (приложение 1). – На каждой станции Вас будет ждать задача. У Вас 4 минуты на каждую станцию, по моему звуковому сигналу Вы переходите в другой дом по часовой стрелке. Контролирует время, помогает наводящими вопросами. Домик Кроша Разбейте прямоугольник на две равные трапеции. 	Подписывают листы. Перемещаются по станциям, решают задачи и записывают ответы в маршрутный лист. Могут уточнить, что такое трапеция.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Распознавание равных фигур. Нахождение способа разрезания. Изображение разреза. *Метапредметные (УУД):* *регулятивные:* самоконтроль, управление временем. *коммуникативные:* формулировка выводов и умение общаться в команде.	Домик Ёжика Разбейте фигуру на три равные части.  Домик Нюши Прямоугольник 4 на 9 клеток разрежьте на две равные части так, чтобы потом из них можно было бы сложить квадрат. 	  

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Распознавание равных фигур. Нахождение способа разрезания. Изображение разреза. *Метапредметные (УУД):* *регулятивные:* самоконтроль, управление временем. *коммуникативные:* формулировка выводов и умение общаться в команде.	Домик Пина Прямоугольник 4 на 8 клеток разрежьте на две равные части так, чтобы потом из них можно было бы сложить квадрат.  Домик Совуньи Из прямоугольника 10 на 7 клеток вырезали 6 центральных клеток. Разрежьте полученную фигуру на две части так, чтобы из них можно было сложить квадрат. 	Ответ: Это невозможно. Полное количество клеток – 32. Это число не является полным квадратом, поэтому из такого прямоугольника не получится квадрат со стороной с целым числом клеток.  

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Распознавание равных фигур. Нахождение способа разрезания. Изображение разреза. *Метапредметные (УУД):* *регулятивные:* самоконтроль, управление временем. *коммуникативные:* формулировка выводов и умение общаться в команде.	Домик Копатыча Копатыч решил подарить четырем друзьям часть своего сада, который имеет форму квадрата, где растут 4 дуба (д), построено 4 оранжереи (о) и возведено 4 беседки (б). Как разделить сад на четыре равные части, чтобы в каждой было по дереву, оранжереи, беседке? 	

Рефлексия учебной деятельности	*Метапредметные (УУД):* *личностные:* самооценка. *регулятивные:* оценивание собственной деятельности на уроке, соотнесение цели и результата. *коммуникативные:* умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции.	- Что нового мы узнали сегодня на уроке? - Что было самым сложным? - Сколько гаек заработали ваши команды? - Кто-то теперь боится задачи на разрезание? - Я посчитаю ваши гайки и возможно мы уже можем купить часть от ракеты. - Ребята, Вы все молодцы, мы сделали еще шаг к запуску ракеты Пина и к запуску самих себ на олимпиады. Домашняя работа: найдите или придумайте сами задачу на разрезание фигур. Запишите её на листочке. На следующем занятии мы решим самые интересные задачи всей группой. - Увидимся через неделю, персонажи уже подготавливают Вам новые задания, до новых встреч!	- Мы научились решать задачи на разрезание фигур различными способами. Теперь можем даже оказать, что фигуру невозможно разрезать по условию. - Самым сложным был домик Копатыча и Совуньи. . - Мы заработали все 30 гаек, не без вашей помощи. - Я не боюсь! Ребята записывают в дневники д/з и участвуют в рефлексии. - До свидания!

Технологическая карта учебного занятия

«Включи логику!»

Предмет	Математика (элективный курс «ПятиКлассно»)
Класс	5-6
Тип урока	Открытие нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Решение логических задач с помощью таблиц
Цель	- Сформировать первичное представление о логической задаче как о задаче, решаемой через рассуждения, а не вычисления; научить использовать табличный метод для решения задач на установление соответствия (типа «Кто есть кто?»). - Развить логическое и комбинаторное мышление, умение анализировать совокупность условий, строить цепочку рассуждений, фиксировать промежуточные выводы в таблице; создать условия для развития навыков самоконтроля и самооценки. - Сформировать положительную мотивацию к изучению математики через игровой сюжет (помощь Пину в строительстве ракеты для встречи с сыном Биби), коллективную деятельность и накопительную систему поощрения («гайки»); воспитать ответственное отношение к совместной работе (вклад в общую цель - сборку ракеты).
Задачи	**Предметные результаты.** Применять логические рассуждения для решения простейших задач на установление взаимно однозначного соответствия. Использовать табличную форму представления данных при решении логических задач. Оперировать понятиями «утверждение», «условие», «вывод», «рассуждение». Отличать логическую задачу от вычислительной; **Личностные результаты.** Формирование мотивации к целенаправленной учебно-познавательной деятельности через включение в игровой сюжет (строительство ракеты для встречи Пина с Биби). Воспитание ответственного отношения к совместной деятельности (вклад каждого в общую цель - сборку ракеты). Развитие интереса к математическому содержанию курса через игровую механику («гайки» и пазлы). **Метапредметные результаты.** Познавательные: Выявлять и анализировать существенные признаки логических связей между объектами.

	Использовать знаково-символические средства (таблицы) для решения задач. Строить логическую цепочку рассуждений, делать выводы на основе совокупности условий; Регулятивные: Принимать и сохранять учебную цель и задачу. Планировать последовательность шагов при решении логической задачи. Осуществлять самоконтроль и самооценку правильности рассуждений; Коммуникативные: Оформлять свои мысли в устной и письменной форме (объяснение хода решения). Слушать и понимать речь других. Формулировать собственное мнение. Работать в паре: распределять действия, договариваться, приходить к общему решению.
Основные термины, понятия	Условие, логическая задача, таблица, соответствие, вывод, рассуждение.

Планируемый результат	
Предметные умения Умение оперировать понятиями утверждение, условие, вывод, рассуждение при решение логических задач. Решать простейшие логические задачи на установление взаимно однозначного соответствия с помощью таблиц. Отличать логическую задачу от вычислительной, понимать, что ответ находится через рассуждение, а не арифметическое действие. Фиксировать ход решения в тетради с использованием табличной формы.	*Личностные УУД:* Сформированность мотивации к целенаправленной учебно-познавательной деятельности через включение в игровой сюжет(строительство ракеты для встречи Пина с сыном Биби). Готовность к совместной деятельности, ответственное отношениек общему делу (каждый вносит вклад в сборку ракеты). Проявление интереса к математическому содержанию курса через игровую механику («гайки» и пазлы). *Регулятивные УУД*: уметь определять и формулировать цель урока; самостоятельно планировать последовательность шагов при решении логической задачи. Осуществлять самоконтроль и самооценку правильности рассуждений. *Познавательные УУД:* Выявлять и анализировать существенные признаки логических связей между объектами. Использовать знаково-символические средства (таблицы) для решения задач. Строить логическую цепочку рассуждений, делать выводы на основе совокупности условий. *Коммуникативные УУД:* уметь оформлять свои мысли в устной и письменной форме при объяснении хода решения; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о распределении ролей и следовать им при работе в парах или группах; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно, аргументировать свою точку зрения при обсуждении способов решения комбинаторных задач.

Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная, групповая.	Раздаточные материалы с задачами, клетчатая бумага, маршрутные листы «ПятиКлассно» (Приложение 1), пазл «Ракеты», таблички с названиями станций (домики). Технические средства: мультимедиапроектор, презентация с условиями задач.

Дидактические задачи этапов урока

Этапы урока	**Учебные задачи**
Мотивирование на учебную деятельность (5 мин)	Выработка внутренней готовности к новому виду деятельности – решению логических задач через игру.
Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии. (8 мин)	Подготовка мышления учащихся, актуализация жизненного опыта (как мы рассуждаем в быту), фиксация, что не все задачи решаются формулами.
Открытие нового знания (10 мин)	Знакомство с методом таблиц на примере задачи «Кто живёт в каком домике?» (Смешарики).
Первичная проверка понимания (7 мин)	Решение аналогичной задачи в парах.
Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону (15 мин)	Интериоризация нового способа действия и исполнительская рефлексия (коллективная и индивидуальная) достижения цели пробного учебного действия, применение нового знание в типовых заданиях.
Рефлексия учебной деятельности (5 мин)	Соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания.

Технология изучения

Этапы урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Мотивирование на учебную деятельность	*Метапредметные (УУД)*: *личностные:* формирование мотивации через эмоциональное вовлечение в сюжет. *познавательные:* извлечение информации из видеоряда. *коммуникативные:* умение отвечать на вопросы, выражать свое мнение.	Приветствие, проверка подготовленности к учебному занятию, организация внимания детей. - Ребята, сегодня мы начинаем большое приключение. Давайте посмотрим с чего все началось... Включает фрагмент серии «Смешариков» с 1:04 до 1:51 Сезон 2 Серия 26 «Космическая одиссея». После просмотра учитель задает вопросы. - Что захотел сделать Пин? Почему он решил строить ракету? Сможет ли он один ее построить, кто ему может помочь? - В этом курсе мы станем командой юных конструкторов. Каждое занятие мы будем гостить у Смешариков и решать их математические задачи, зарабатывая гайки. Которые пригодятся нам, чтобы достроить ракету Пина. В конце мы запустим ее и организуем встречу с БиБи! - Ну что, готовы?	Приветствуют учителя. Смотрят фрагмент. Отвечают на вопросы: - Пин хочет построить ракету, он скучает по Биби. Нет, он не сможет один – мы поможем ему! - Да!

Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии	*Предметные:* Отличие логической задачи от вычислительной. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* структурирование собственных знаний *регулятивные:* контроль и оценка процесса и результатов деятельности, фиксация затруднения *коммуникативные:* организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.	- Перед тем, как начнем изучать новую тему, попробуйте ответить на мой вопрос. - Чем логическая задача отличается от вычислительной? - Верно, так давайте подумаем и попробуем решить первую задачу Задача: В автобусе едут Пин, Крош, Ёжик, Нюша (места 1, 2, 3, 4). 1) Пин не рядом с Крошем; 2) Ёжик рядом с Нюшей; 3) Нюша не на первом и не на последнем месте; 4) Пин левее кроша. Кто на каком месте?	- В вычислительной надо считать, а здесь думать. Пытаются решать устно. - Не можем запомнить все условия.

Этап выявления места и причины затруднения	*Предметные:* Уметь выделять неизвестное, неизученное. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной форме, анализ причины ошибки. *регулятивные:* Уметь проговаривать последовательность действий на уроке. *коммуникативные:* Умение активно взаимодействовать при решении познавательных задач.	- Почему не получилось? Чего не хватает? - Можем мы решить такие задачи?	- Много условий, мы запутались. - Нужно записывать и систематизировать условия.

Построение проекта выхода из затруднения (цель, тема, план, сроки, способ, средство)	*Предметные:* Уметь выделять неизвестное, неизученное *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Уметь осознанно строить речевое высказывание в устной форме. *регулятивные:* Самостоятельно обнаруживать проблему и определять цель деятельности. *коммуникативные:* Уметь вступать в диалог и участвовать в коллективном обсуждении.	- Какой инструмент, который Вы уже знаете, поможет не запутаться? - Молодцы, как Вы считаете какая же цель нашего сегодняшнего занятия? - Верно, сегодня на уроке мы научимся решать логические задачи на установление взаимно однозначного соответствия с помощью таблиц и использовать знаково-символические средства для решения задач. - Давайте же запишем тему занятия, кто сможет сформулировать? - Верно! Записываем.	- Таблица! - Научиться решать логические задачи с помощью таблиц. - Решение логических задач табличным способом

Открытие нового знания	*Предметные:* Уметь различать логические задачи *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Формировать интерес к теме. *регулятивные:* Планировать деятельность и контролировать результат. *коммуникативные:* Взаимодействовать с учителем и сверстниками, учитывать разные мнения и корректировать своё.	- Давайте решим ту же задачу, которая у нас с Вами не получилась, но уже с помощью таблиц. - Я буду задавать вопросы, а Вы подсказывайте, что мне делать, договорились? Рисует на доске пустую таблицу 5*5 (строки: Пин, Крош, Ёжик, Нюша; столбцы: места 1, 2, 3, 4) - С какого условия начнем? Какое дает точные запреты? - Что поставим у Нюши в первой и последней ячейке? - Где может быть Нюша? Какой знак туда поставим? - Что означает места «рядом»? - Рассмотрим случай, что Нюша на втором месте, обведем этот плюс. Куда можно посадить Ёжика? - Что значит «не рядом». Назовите все соседние пары. Давайте посадим Ёжика на место 1 и проверим наши условия. Какие места остаются для Пина и Кроша, они будут рядом? - А если Ёжика посадим на третье место, тогда какие места остаются? Они рядом? - Какое условие мы еще не применяли? Что это означает? Какой вариант получился? Давайте заполним итоговую таблицу.	- Да. - С условия 3: Нюша не на 1, не на последнем месте. - Знак «-» - На втором или третьем месте. Ставим туда плюс. - Соседние, например 1 и 2. - На 1 или 3. - Не соседние места. 1-2, 2-3, 3-4. - Места 3 и 4, не подходят, по условию они не должны сидеть рядом. - Места 1 и 4, они не соседние, подходит. - «Пин левее Кроша», левее означает, что номер места меньше. Пина на первое, Кроша в конец. - Пин – 1, Нюша – 2, Ёжик – 3, Крош – 4.

<table>
<tr>
<td>Первичная проверка понимания</td>
<td>Предметные:
Закрепить умение применять таблицы при решении задач, выполнять построение цепочек.

Метапредметные (УУД):
познавательные:
формирование интереса к данной теме
регулятивные:
работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно
коммуникативные:
умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли</td>
<td>- А теперь давайте с Вами рассмотрим случай, что Нюша на третьем месте.
Аналогичные вопросы, по надобности

- Сколько решений нашли, что помогло не запутаться?</td>
<td>- Пин – 1, Ёжик – 2, Нюша – 3, Крош – 4.

- Два решения, помогла таблица.

<table><tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td></tr><tr><td>Пин</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Крош</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Ёжик</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr><tr><td>Нюша</td><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table></td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону</td>
<td>Предметные:
Закрепить умение решать логические задачи.
Метапредметные (УУД):
познавательные:
Развивать интерес к логическим задачам, анализ условий.
регулятивные:
Действовать по плану, контролировать и контролировать время.
коммуникативные:
Понимать инструкцию.</td>
<td>Распределяет команды по цветам в соответствии с цветом дома. Раздает каждой команде маршрутный лист «ПятиКлассно» (приложение 1).
– На каждой станции Вас будет ждать задача. У Вас 4 минуты на каждую станцию, по моему звуковому сигналу Вы переходите в другой дом по часовой стрелке.
Контролирует время, помогает наводящими вопросами.
Домик Кроша
«Веселая эстафета». Задача: Крош, Ёжик и Бараш бежали эстафету.
1) Крош не первый;
2) Ёжик после Кроша;
3) Бараш не последний.
Какой порядок?
Домик Ёжика
«Кто в каком домике?». Представим, что персонажи перекрасили свои дома и не могут найти каждый свой дом. Задача: Ёжик, Крош и Нюша живут в трех домах разного цвета: желтый, зеленый, оранжевый.
1) Ёжик живет не в желтом и не в оранжевом доме;
2) Крош живет не рядом с Нюшей (домики стоят в ряд желтый-зеленый-оранжевый);
3) Нюша живет не в зеленом домике.
Кто в каком доме живет? Если получается два ответа, спросите у учителя, какой лучше вариант занести в ответ.</td>
<td>
<table>
<tr><td></td><td>1</td><td>2</td><td>3</td></tr>
<tr><td>Крош</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Ёжик</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr>
<tr><td>Бараш</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td></td><td>Ж</td><td>З</td><td>О</td></tr>
<tr><td>Ёжик</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Крош</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Нюша</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr>
</table>
Пошаговое рассуждение:
1. Из условия 1: Ёжик не в жёлтом и не в оранжевом → Ёжик в зелёном.
2. Из условия 3: Нюша не в зелёном → Нюша в жёлтом или оранжевом.
3. Из условия 2: Крош не рядом с Нюшей. Если Нюша в жёлтом, то рядом с ней только зелёный (занят Ёжиком) → Крош может быть в оранжевом (не рядом с жёлтым?) Жёлтый и оранжевый - через один (зелёный), значит, они НЕ рядом. Подходит. Если Нюша в оранжевом, то рядом - зеленый (занят), а Крош в жёлтом - тоже не рядом.
</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону</td>
<td>Предметные:
Закрепить умение решать логические задачи.
Метапредметные (УУД):
познавательные:
Развивать интерес к логическим задачам, анализ условий.
регулятивные:
Действовать по плану, контролировать и контролировать время.
коммуникативные:
Понимать инструкцию.</td>
<td>Домик Нюши
«Наряд для бала». Нюша хочет надеть платье, юбку и брюки в понедельник, среду и пятницу (каждый день одна вещь).
1) Платье она наденет не в среду и не в пятницу;
2) Юбку она наденет раньше, чем брюки;
3) Брюки она наденет не в понедельник.
В какой день Нюша наденет платье?

Домик Копатыча
«Три грядки». Копатыч собрал урожай с трех грядок: морковь, свёкла и картошка.
1) Урожай моркови больше, чем урожай свёклы;
2) Урожай картошки меньше, чем урожай моркови;
3) Урожай свёклы не самый маленький.
Какой овощ дал самый большой урожай?

Домик Совуньи
«Расписание приема». Совунья ведет прием четыре дня: понедельник, вторник, четверг и пятница (среда-выходной). К ней записалось четыре пациента: Лосяш, Пин, Копатыч и Нюша.</td>
<td>Оба варианта? Проверим:
• Вариант А: Нюша в желтом → Крош в оранжевом → не рядом
• Вариант Б: Нюша в оранжевом → Крош в жёлтом → не рядом
Вывод: Задача имеет два решения. Принимаем для эталона Вариант А.

<table>
<tr><th></th><th>Пн</th><th>Ср</th><th>Пт</th></tr>
<tr><td>Юбка</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Платье</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Брюки</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr>
</table>

<table>
<tr><th></th><th>Урожайность</th></tr>
<tr><td>Морковь</td><td>Самая большая</td></tr>
<tr><td>Свёкла</td><td>Средняя</td></tr>
<tr><td>Картошка</td><td>Самая маленькая</td></tr>
</table>

Пошаговое рассуждение:
1. Условие 1: морковь > свёкла
2. Условие 2: картошка < морковь
3. Условие 3: свёкла не самая маленькая → свёкла не последняя
4. Из 1 и 2: морковь больше свёклы и картошки → морковь самая большая
Ответ: морковь</td>
</tr>
</table>

<table>
<tr>
<td>Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону</td>
<td>Предметные:
Закрепить умение решать логические задачи.
Метапредметные (УУД):
познавательные:
Развивать интерес к логическим задачам, анализ условий.
регулятивные:
Действовать по плану, контролировать и контролировать время.
коммуникативные:
Понимать инструкцию.</td>
<td>1) Лосяш не может прийти во вторник;
2) Пин может прийти только в понедельник или пятницу;
3) Копатыч пришел раньше Нюши;
4) Нюша пришла не в пятницу;
5) Пин пришел раньше Лосяша.
В какой день пришел каждый пациент?

Домик Пина
«Шестеренки». В механизме Пина есть три шестеренки: A, B и C. Они соеденины друг с другом.
• A соединена с B;
• B соединена с C.
1) Если крутить A по часовой стрелке, то B крутится против часовой стрелке;
2) Если крутить C по часовой стрелке, то B крутится по часовой стрелке;
3) A и C никогда не крутятся в одном направлении одновременно.
Если A крутится по часовой стрелке, то в каком направлении крутится C?</td>
<td>
<table>
<tr><th></th><th>Пн</th><th>Вт</th><th>Чт</th><th>Пт</th></tr>
<tr><td>Лосяш</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td></tr>
<tr><td>Пин</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Копатыч</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td><td>-</td></tr>
<tr><td>Нюша</td><td>-</td><td>-</td><td>+</td><td>-</td></tr>
</table>
Решение (логическая цепочка)
Шаг 1. Из условия 1: A (по ч.с.) → B (против ч.с.)
Шаг 2. Из условия 2: если бы C была по ч.с., то B была бы по ч.с. Но у нас B против ч.с. → значит, C не может быть по ч.с.
Шаг 3. Остаётся один вариант: C крутится против часовой стрелки.
Шаг 4. Проверяем условие 3: A по ч.с., C против ч.с. – они крутятся в разных направлениях → условие выполнено
Ответ: против часовой стрелки
</td>
</tr>
</table>

Рефлексия учебной деятельности	*Метапредметные (УУД):* *познавательные:* рефлексия. *регулятивные:* оценивание собственной деятельности на уроке *коммуникативные:* умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции.	- Что нового мы узнали сегодня на уроке? - Что было самым сложным? - Сколько гаек заработали ваши команды? - Кто-то теперь боится логические задачи? - Я посчитаю ваши гайки и возможно мы уже можем купить часть от ракеты. - Ребята, Вы все молодцы, мы сделали первый шаг к запуску ракеты Пина и к запуску самих себ на олимпиады. Домашняя работа: Придумайт е свою логическую задачу про любого смешарика. В задаче должно быть 3-4 условия. Запишите её на листочке. На следующем занятии мы решим самые интересные задачи всей группой. - Увидимся через неделю, персонажи уже подготавливают Вам новые задания, до новых встреч!	- Мы научились решать логические задачи с помощью таблиц. - Самым сложным был домик Совуньи, а вот у Кроша было проще всего. - Мы заработали все 30 гаек, не без вашей помощи. - Я не боюсь! Ребята записывают в дневники д/з и участвуют в рефлексии. - До свидания!

Технологическая карта учебного занятия

«Принцип Дирихле»

Предмет	Математика (элективный курс «ПятиКлассно»)
Класс	5-6
Тип урока	Открытие нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Принцип Дирихле.
Цель	- Сформировать понимание принципа Дирихле (если объектов больше, чем клеток, то хотя бы в одной клетке нахордится не менее двух объектов) и научить применять его для решения задач на доказательство существования; - Развить логическое мышление, умение выделять «клетки» и «объекты» в нестандартных ситуациях, строить рассуждения «от противного»; - Воспитать мотивацию к изучению математики через игровой сюжет (помощь Пину в строительстве ракеты для встречи с сыном БиБи) и систему накопительных «гаек», ответственное отношение к совместной работе.
Задачи	**Предметные результаты.** обучающиеся должны четко понимать и правильно использовать конструкции «по меньшей мере» (или равносильных ей «по крайней мере», «хотя бы»), уметь строить отрицание высказывания, содержащего эти конструкции - для проведения доказательства, освоить и понимать идею доказательства методом от противного; **Личностные результаты.** Получение учащимися опыта работы в группах, навыков самоанализа своей деятельности. Делать правильный выбор. Формировать внимательность и аккуратность в вычислениях; требовательное отношение к себе и своей работе. Воспитывать толерантное отношение друг к другу, умение выслушивать собеседника и принимать его точку зрения **Метапредметные результаты.** Познавательные: Извлечение необходимой информации из рассказа учителя и одноклассников. Умение задавать вопросы. Способствовать развитию приёмов умственной деятельности: классификация, сравнение, анализ, обобщение, внимание,память. Развивать математическую речь, вычислительные навыки, умения делать выводы, рассуждать и объяснять.

	Закрепляют навыки и умения применять алгоритмы при решении заданий на доказательство утверждений; Регулятивные: самостоятельно ставят новые учебные задачи путем задавания вопросов о неизвестном, планируют собственную деятельность, определяют средства для ее осуществления; Коммуникативные: Умение слушать и слышать своих одноклассников.
Основные термины, понятия	Принцип Дирихле, клетки, объекты, доказательство существования, рассуждение «от противного».

Планируемый результат	
Предметные умения Умение оперировать понятиями «клетка», «объект», «принцип Дирихле», «доказательство существования». Решать задачи на принцип Дирихле в простейших формулировках (нахождение совпадений, повторений) с обоснованием вывода. Применять рассуждения «от противного» для доказательства невозможности распределения.	*Личностные УУД:* Сформированность мотивации к целенаправленной учебно-познавательной деятельности через включение в игровой сюжет (строительство ракеты для встречи Пина с сыном Биби). Готовность к совместной деятельности, ответственное отношение к общему делу (каждый вносит вклад в сборку ракеты). Проявление интереса к математическому содержанию курса через игровую механику («гайки» и пазлы). *Регулятивные УУД*: уметь определять и формулировать цель урока; самостоятельно планировать последовательность шагов при решении логической задачи. Осуществлять самоконтроль и самооценку правильности рассуждений. *Познавательные УУД:* Выявлять и анализировать существенные признаки ситуации. Использовать схемы для иллюстрации принципа. Строить логическую цепочку. *Коммуникативные УУД:* уметь оформлять свои мысли в устной и письменной форме при объяснении хода решения; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о распределении ролей и следовать им при работе в парах или группах; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно, аргументировать свою точку зрения при обсуждении способов решения комбинаторных задач.

Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная, работа в парах.	Раздаточные материалы с задачами, клетчатая бумага, маршрутные листы «ПятиКлассно» (Приложение 1), пазл «Ракеты», таблички с названиями станций (домики). Технические средства: мультимедиапроектор, презентация с условиями задач.

Дидактические задачи этапов урока

Этапы урока	**Учебные задачи**
Мотивирование на учебную деятельность (5 мин)	Выработка внутренней готовности к новому виду деятельности – решению задач через игру.
Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии. (5 мин)	Подготовка мышления учащихся, актуализация жизненного опыта (как мы рассуждаем в быту), фиксация, что есть задачи, где интуиция подводит.
Открытие нового знания (10 мин)	Знакомство с принципом Дирихле на примере задач.
Первичная проверка понимания (10 мин)	Решение аналогичных задач в парах.
Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону (15 мин)	Интериоризация нового способа действия и исполнительская рефлексия (коллективная и индивидуальная) достижения цели пробного учебного действия, применение нового знание в типовых заданиях.
Рефлексия учебной деятельности (5 мин)	Соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания.

Технология изучения

Этапы урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Мотивирование на учебную деятельность	*Метапредметные (УУД)*: *личностные:* формирование мотивации через эмоциональное вовлечение в сюжет. *познавательные:* извлечение информации из видеоряда. *коммуникативные:* умение отвечать на вопросы, выражать свое мнение.	Приветствие, проверка подготовленности к учебному занятию, организация внимания детей. Проверка домашнего задания, воспроизведения и коррекция опорных знаний учащихся. Установить правильность и сознательность выполнения домашнего задания учащимися. - Ребята, сегодня не будет никаких формул, только логика. Также не забываем о нашей общей цели, Пин уже заждался. - Рассмотрим пример. В классе 34 ученика. Докажите, что среди них обязательно найдутся по крайней мере два ученика, у которых фамилия начинается с одной буквы. - Отойдем от реальности и представим, что в этом классе есть ученики, фамилии которых начинаются даже на мягкий и твердый знак.	Приветствуют учителя. Отвечают на его вопросы. Отвечают на вопросы: - А какие буквы можно использовать? - Удивительно! Сейчас будем придумывать фамилии на каждую букву алфавита.

Актуализация и фиксирование индивидуального затруднения в пробном действии	*Предметные:* Отличие логической задачи от вычислительной. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* структурирование собственных знаний *регулятивные:* контроль и оценка процесса и результатов деятельности, фиксация затруднения *коммуникативные:* организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.	- Сколько у вас таких фамилий может получится? От чего это зависит? - Верно, и сколько же их? - Есть догадки как, зная это число ответить на вопрос задачи? - Верно. Доказательство простое. В русском языке алфавит содержит 33 буквы. Предположим, что нет таких учеников, у которых бы фамилия начиналась с одной буквы. Тогда учеников должно быть не более 33, а их 34. **<u>Игра -соревнование.</u>** Выходят по 2 человека с каждого ряда (6 учеников). Перед доской стоит 5 стульев. Верно ли, что, по меньшей мере, 2 человека должны будут сидеть на одном стуле? Как это обосновать? Ведь вы можете сесть на эти стулья разными способами. Например, сразу можете сесть по два человека или три. А как сидят на остальных стульях - неважно! А какой случай самый сложный, неудобный? Какие мы можем привести рассуждения, что бы убедительно показать верность ответа?	- «А», «Б», «В»... стоп, нужно вспомнить сколько букв в русском алфавите! - 33 буквы. - Учеников в классе 34, а букв всего 33. Одному явно не хватит индивидуальной буквы. - В вычислительной надо считать, а здесь думать. Пытаются решать устно. - Да. - Стульев меньше, чем желающих сесть на них. - Это когда на каждом стуле сидит людей поровну! - Допустим, что нет ни одного такого стула, на котором сидит хотя бы 2 человека! Это означает, что на каждом стуле сидит 1 человек или меньше! Но тогда на всех стульях сидит 5 человек или меньше, а у нас всего 6 человек! Получили противоречие! Значит, есть такой стул, на котором сидят хотя бы 2 человека!

Этап выявления места и причины затруднения	*Предметные:* Уметь выделять неизвестное, неизученное. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной форме, анализ причины ошибки. *регулятивные:* Уметь проговаривать последовательность действий на уроке. *коммуникативные:* Умение активно взаимодействовать при решении познавательных задач.	- Логический прием, который был использован при решении этой задачи, называется принципом Дирихле. Дирихле Петер Август Лежен (1805-1859) – немецкий математик, иностранный член Петербургской Академии наук, член многих академий. Дирихле -автор многих достижений в области математики, одна из его заслуг – принцип доказательства, названный его именем. - В чем возникла трудность при решении задач изначально?	- Казалось, что недостаточно информации, не знали с чего начать.

Построение проекта выхода из затруднения (цель, тема, план, сроки, способ, средство)	*Предметные:* Уметь выделять неизвестное, неизученное *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Уметь осознанно строить речевое высказывание в устной форме. *регулятивные:* Самостоятельно обнаруживать проблему и определять цель деятельности. *коммуникативные:* Уметь вступать в диалог и участвовать в коллективном обсуждении.	- Давайте попробуем сформулировать тему и задачи нашего занятия. - Отлично, давайте откроем тетрадь и запишем сегодняшнюю дату и тему урока. - Существует несколько формулировок этого принципа. Самая популярная следующая: «Если в n клетках сидят m зайцев, причем m>n, то хотя бы в одной клетке сидят, по крайней мере, два зайца» - Например, если 4 кролика разместить в 3 клетках, то найдется хотя бы одна клетка, в которой будет не менее 2 кроликов (сделать рисунок). Вспомнить ситуацию со стульями. Предположим, что не существует клетки, где сидят два кролика. Тогда в трех клетках окажется не более 3 кроликов (сделать рисунок), а их 4 - противоречие. Запишем принцип Дирихле: если по N разложить предметы, число которых M больше N, то найдется ящик, в котором будет находится больше одного предмета. - На первый взгляд непонятно, почему это совершенно очевидное предложение, тем не менее, является мощным математическим методом решения задач, причем, самых разнообразных. Дело в том, что в каждой конкретной задаче нелегко понять, что же здесь выступает в роли «предметов», а что – в роли «ящиков».	- Тема: Решение задач с помощью принципа Дирихле. - Задачи: научиться находить клетки и объекты, научиться решать задачи с помощью этого принципа, научиться применять этот способ к разным задачам. Внимательно слушают и записывают.

Открытие нового знания	*Предметные:* Уметь различать задачи на принцип Дирихле. Планировать шаги. Строить логические цепочки. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Формировать интерес к теме. *регулятивные:* Планировать деятельность и контролировать результат. *коммуникативные:* Взаимодействовать с учителем и сверстниками, учитывать разные мнения и корректировать своё.	- Вернемся к первой задаче. Что в ней объекты? Какой буквой обозначается? - Что в ней ящики? - Что больше? - Верно, тогда по принципу Дирихле хотя бы на одну букву будет приходится две фамилии. Как мы с вами и выяснили ранее. - Решаем задачу: В математическом кружке занимается 14 пятиклассников. Верно ли, что хотя бы двое из них родились в одном месяце?	- Ученики, M=34. - Количество букв в алфавите, N =33. - M>N. - Здесь месяц рождения «клетка», дети – «зайцы». Всего месяцев в году 12, и при стандартной формулировке задания , здесь нужно распределить 14 ребят по 12 месяцам: Если предположить, что нет хотя бы двух учащихся, родившихся в одном месяце, то в каждом месяце родился 1 человек или меньше, а т.к. месяцев 12, то всего ребят 12 или меньше. Но это невозможно, т.к. ребят по условию 14. Значит ответ неверно.

Первичная проверка понимания	*Предметные:* Закрепить умение применять принцип Дирихле при решении задач, выполнять построение логических цепочек. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* формирование интереса к данной теме *регулятивные:* работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно *коммуникативные:* умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли	- Отлично справляетесь. - Решим еще такую задачу: В каждом из 20 пеналов лежит либо 4, либо 5, либо 6 карандашей. а) Верно ли, что найдется хотя бы 7 пеналов с одинаковым количеством карандашей? б) Можно ли с уверенностью утверждать, что найдется хотя бы 8 пеналов с одинаковым количеством карандашей? - Ребята, у вас есть сейчас такая возможность показать насколько вы внимательны и дружны. Смешарики опять подготовили для вас задания в каждом домике.	- а) Нужно распределить 20 пеналов (зайцев) по трём категориям (клеткам) : содержащим соответственно по 4, по 5, и по 6 карандашей. Если предположить, что хотя бы семи пеналов с одинаковым количеством карандашей нет, то в каждой категории 6 пеналов или меньше, а т.к. категорий три, то всего пеналов 18 или меньше. Но этого не может быть, т.к. пеналов по условию 20. Итак, доказано, что хотя бы 7 пеналов с одинаковым количеством карандашей имеется. б) Если пеналов с четырьмя и с пятью карандашами по 7, а пеналов с шестью карандашами 6, то всего пеналов 20, и нет восьми пеналов (или больше) с одинаковым количеством карандашей.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Определить, что удобно в задаче принять за «предметы», а что за «ящики». Закрепить умение решать задачи по принципу Дирихле.. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Развивать интерес к задачам, анализ условий. *регулятивные:* Действовать по плану, контролировать и контролировать время. *коммуникативные:* Понимать инструкцию.	Распределяет команды по цветам в соответствии с цветом дома. Раздает каждой команде маршрутный лист «ПятиКлассно» (приложение 1). - На каждой станции Вас будет ждать задача. У Вас 4 минуты на каждую станцию, по моему звуковому сигналу Вы переходите в другой дом по часовой стрелке. Контролирует время, помогает наводящими вопросами. Домик Кроша Задача: Крош нашел в ангаре Пина коробку, в которой лежат только синие и зеленые шарики для подшипников. Какое наименьшее количество шариков нужно вытащить из коробки, не глядя, чтобы среди них обязательно оказалось два шарика одного цвета? Домик Ёжика Задача: Ёжик коллекционирует фантики. В его коллекции пока что фантики только двух цветов: красные и желтые. Какое наименьшее количество фантиков нужно вытащить из мешочка, не глядя, чтобы среди них обязательно оказались два фантика одного цвета?	Распределяются по группам и идут на свои станции. Подписывают листы. Перемещаются по станциям, решают задачи и записывают ответы в маршрутный лист. - Здесь роль предметов играют шарики (M=?), роль ящиков – цвета (N=2).Чтобы M>N, т.е. в одном ящике оказалось два предмета, их должно быть больше двух, т.е. M=3. - Здесь роль предметов играют фантики (M=?), роль ящиков - цвета (N=2). Чтобы M>N, т.е. в одном ящике оказалось два предмета, их должно быть больше двух, т.е. M=3.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Закрепить умение применять принцип Дирихле при решении задач, выполнять построение логических цепочек. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Развивать интерес к задачам, анализ условий. *регулятивные:* Действовать по плану, контролировать и контролировать время. *коммуникативные:* Понимать инструкцию.	Домик Нюши Задача: Нюша готовит список гостей на свой день рождения и задумалась: при каком наименьшем количестве смешариков-гостей среди них обязательно найдутся двое, у которых день и месяц рождения совпадают? Домик Копатыча Задача: Копатыч занимается пчеловодством. В его улье живет миллион пчел. Известно, что каждая пчела за свою жизнь собирает мед не более чем из 600 000 цветков. Докажите, что в улье найдутся хотя бы две пчелы, собравшие мед из одинакового количества цветков. Домик Совуньи Задача: Совунья заметила, что в ее ковре размером 4х4 метра моль проела 15 дырок. Докажите, что из него можно вырезать коврик размером 1х1 метр, не содержащий внутри себя дырок. (дырки считать точечными)	- Решение: Дней в году N=365 или 366,то принципу Дирихле M= 366 или 367. - Решение: Если предположить, что у всех пчел разное количество цветов, то таких пчел 600 000 (это ящики, N= 600 000), а по условию пчел 1 000 000=M, то M>N, по принципу Дирихле найдутся хотя бы две пчелы «в одном ящике», т.е с одинаковым количеством цветков. - Ковер 4х4 метра можно разрезать на 16 ковриков размером 1х1 метр. А так как дырок 15, то хотя бы один из них окажется без дырки.

Самостоятельная работа с самопроверкой по эталону	*Предметные:* Закрепить умение применять принцип Дирихле при решении задач, выполнять построение логических цепочек. *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* Развивать интерес к задачам, анализ условий. *регулятивные:* Действовать по плану, контролировать и контролировать время. *коммуникативные:* Понимать инструкцию.	Домик Пина Задача: В мастерскую Пина привезли 25 ящиков с гайками трех размеров (маленькие, средние, большие), причем в каждом ящике лежали гайки только одного размера. Можно ли найти 9 ящиков с гайками одного размера?	- Решение. 25:3=8 (ост.1). 25=8*3+1. к=3, N=8, M>N, то принципу Дирихле найдутся хотя бы один ящик, в котором находятся более, чем к=3 предметов, т.е. 4 предмета.

Рефлексия учебной деятельности	*Метапредметные (УУД):* *познавательные:* рефлексия. *регулятивные:* оценивание собственной деятельности на уроке *коммуникативные:* умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции.	- Что нового мы узнали сегодня на уроке? - Что было самым сложным? - Сколько гаек заработали ваши команды? - Кто-то теперь боится идти на олимпиады? - Я посчитаю ваши гайки и возможно мы уже можем купить часть от ракеты. - Ребята, Вы все молодцы, мы сделали первый шаг к запуску ракеты Пина и к запуску самих себ на олимпиады. Домашняя работа Задача: Нюша готовится к празднику и украшает зал шариками. В коробке лежат 25 красных, 25 желтых, 20 зеленых и 10 синих шариков. На ощупь шарики неотличимы друг от друга. Нюша вынимает шарики из коробки в темноте. Какое наименьшее количество шариков нужно вынуть, чтобы среди них обязательно оказалось: 1) 10 шариков одного цвета; 2) 10 красных шариков. - Увидимся через неделю, персонажи уже подготавливают Вам новые задания, до новых встреч!	- Мы научились решать задачи по принципу Дирихле. - Самым сложным был домик Копатыча и Совуньи, а вот у Кроша было проще всего. - Мы заработали все 30 гаек, не без вашей помощи. Я не боюсь! Ребята записывают в дневники д/з и участвуют в рефлексии. - До свидания!

Заключение

В рамках выполненной работы рассмотрены различные аспекты заявленной темы, сформулирован ряд промежуточных выводов.

Олимпиадные задачи относятся к числу наиболее действенных средств формирования такой готовности. Они приучают к длительному удержанию цели, к перебору версий, к анализу причин неудачной попытки. Участие в олимпиадах воспитывает настойчивость, умение рассчитывать на собственные силы, способность сохранять работоспособность в условиях дефицита времени. Математическая олимпиада в этом ряду занимает особое положение – в силу своей опоры на строгую логику, требующую как индивидуальной сосредоточенности, так и последующего доказательного оформления найденного решения. Олимпиады не должны быть обязательными для всех. Их ценность - в предоставлении выбора. Ученик сам вправе определить, интересен ли ему такой формат, готов ли он вкладывать время и усилия, а в дальнейшем – связать ли свое профессиональное будущее с направлениями, требующими серьёзной математической подготовки. Именно добровольность делает олимпиадное движение подлинно развивающим, а не принудительным.

Результаты исследования:

1. Проанализированы научные, учебно-методические источники и интернет-ресурсы по подготовке учащихся 5-6 классов к олимпиадам по математике. Установлено, что большинство разработок ориентировано на 7-9 классы и не учитывает возрастные особенности младших подростков;

2. Дано определение олимпиадной задачи для 5-6 классов: отсутствие прямого алгоритма, необходимость выдвижения гипотез, опора на арифметику и наглядность, развёрнутое обоснование;

3. Выделены шесть основных типов олимпиадных задач для 5-6 классов: арифметические, текстовые, логические, задачи на алгоритмы и процессы, геометрические, комбинаторные;

4. Показана практическая работа с олимпиадными задачами через математическую игру «Признаки делимости» и технологические карты занятий по темам «Чётность как инвариант» и «Принцип Дирихле»;

5. Сформулированы цели подготовки: освоение четырёх эвристических приёмов (чётность, Дирихле, крайние случаи, упорядоченный перебор) и умение самостоятельно выбирать приём;

6. Разработана программа элективного курса «ПятиКлассно» (18 часов), включающая планирование, формы работы (математические бои, «Микс», долгосрочные задачи), систему оценивания и планируемые результаты.

Цель исследования достигнута. Разработанные материалы могут быть использованы учителями математики для внеклассной работы и на элективных курсах.

Список литературы

1. Агаханов Н. Х., Подлипский О. К. Математика. Всероссийские олимпиады. М. : Просвещение, 2009. 161 с.

2. Балаян Э. Н. Лучшие олимпиадные и занимательные задачи по математике: 5-6 классы. Ростов н/Д. : Феникс, 2019. 247 с.

3. Вакульчик П. А. Нестандартные и олимпиадные задачи по математике. Минск : УниверсалПресс, 2004. 345 с.

4. Васильев Н. Б., Егоров А. А. Задачи всесоюзных математических олимпиад. М. : Наука, 1988. 289 с.

5. Васильев Н. Б., Савин А. П., Егоров А. А. Избранные олимпиадные задачи. М. : Бюро Квантум, 2007. 161 с.

6. Всероссийские олимпиады школьников по математике, 1993-2009. Заключительные этапы / Н. Х. Агаханов [и др.] ; под ред. Н. Х. Агаханова. 5-е изд., стер. М. : МЦНМО, 2020. 548 с.

7. Горбунова Т. А. Олимпиадные задачи по математике. URL: http://gigabaza.ru/doc/92578-pall.html (дата обращения 20.05.2026).

8. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы. М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 456 с.

9. Золотарева Н. Д., Федотов М. В. Олимпиадная математика. Арифметические задачи с решениями и указаниями. 5-7 классы. М. : Лаборатория знаний, 2019. 252 с.

10. Иванова Т. А. Гуманитаризация математического образования : монография. Н. Новгород : НГПУ, 1998. 207 с.

11. Лепехин Ю. В. Олимпиадные задания по математике. 5-6 классы. 2-е изд., испр. Волгоград : Учитель, 2018. 236 с.

12. Олимпиада школьников «Ломоносов» по математике (2005-2015) : / А. В. Бегунец [и др.]. М. : МЦНМО, 2016. 176 с.

13. Перельман Я. И. Головоломки и задачи. М. : АСТ, 2024. 286 с.

14. Перельман Я. И. Живая математика : математические рассказы и головоломки. 6-е изд., стер. М : Физматгиз, 1959. 184 с.

15. Сачук Т. И. Задачи для подготовки к олимпиадам по математике учащихся 5-6 классов. URL: https://www.prodlenka.org/metodicheskie-razrabotki/222883-zadachi-dlja-podgotovki-k-olimpiadam-po-matem. (дата обращения 4.04.2026).

16. Семендяева Н. Л., Федотов М. В. Олимпиадная математика. Задачи на целые числа с решениями и указаниями. 5-7 классы. М. : Лаборатория знаний, 2020. 272 с.

17. Фарков А. В. Математические олимпиадные работы 5-11 классы. СПб. : Питер, 2010. 192 с.

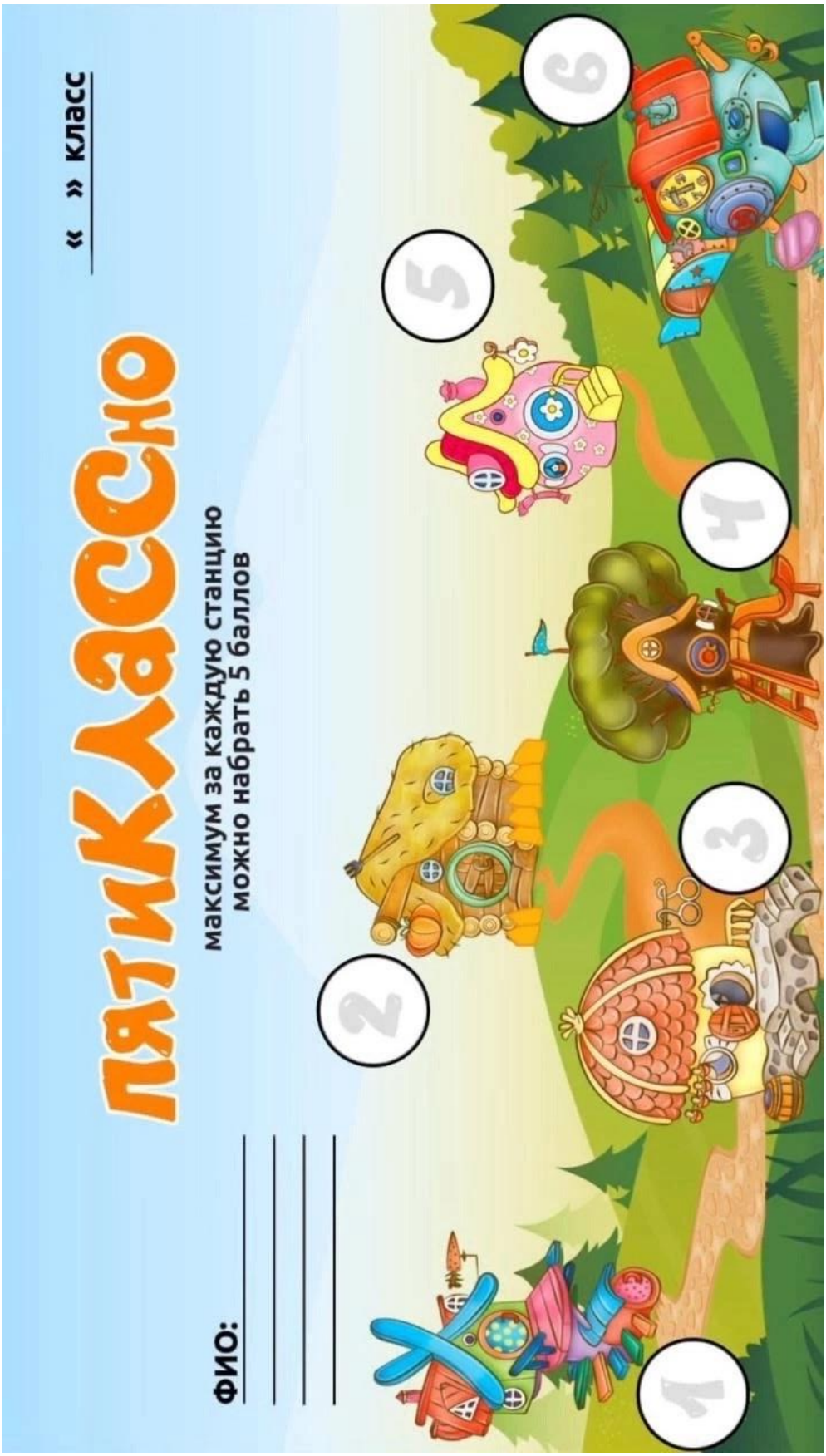
18. Фарков А. В. Математические олимпиады. 5-6 классы : учебно-методическое пособие для учителей математики общеобразовательных школ. 6-е изд., перераб. и доп. М. : Экзамен, 2013. 190 с.

19. Хохлова Г.Г. Методические рекомендации для подготовки учащихся 5-6 классов к математическим олимпиадам (из опыта работы). URL: https://www.art-talant.org/publikacii/93475-metodicheskie-rekomendacii-dlya-podgotovki-uchaschihsya-5-6-klassov-k-matematicheskim-olimpiadam-iz-opyta-raboty. (дата обращения: 15.03.2026).

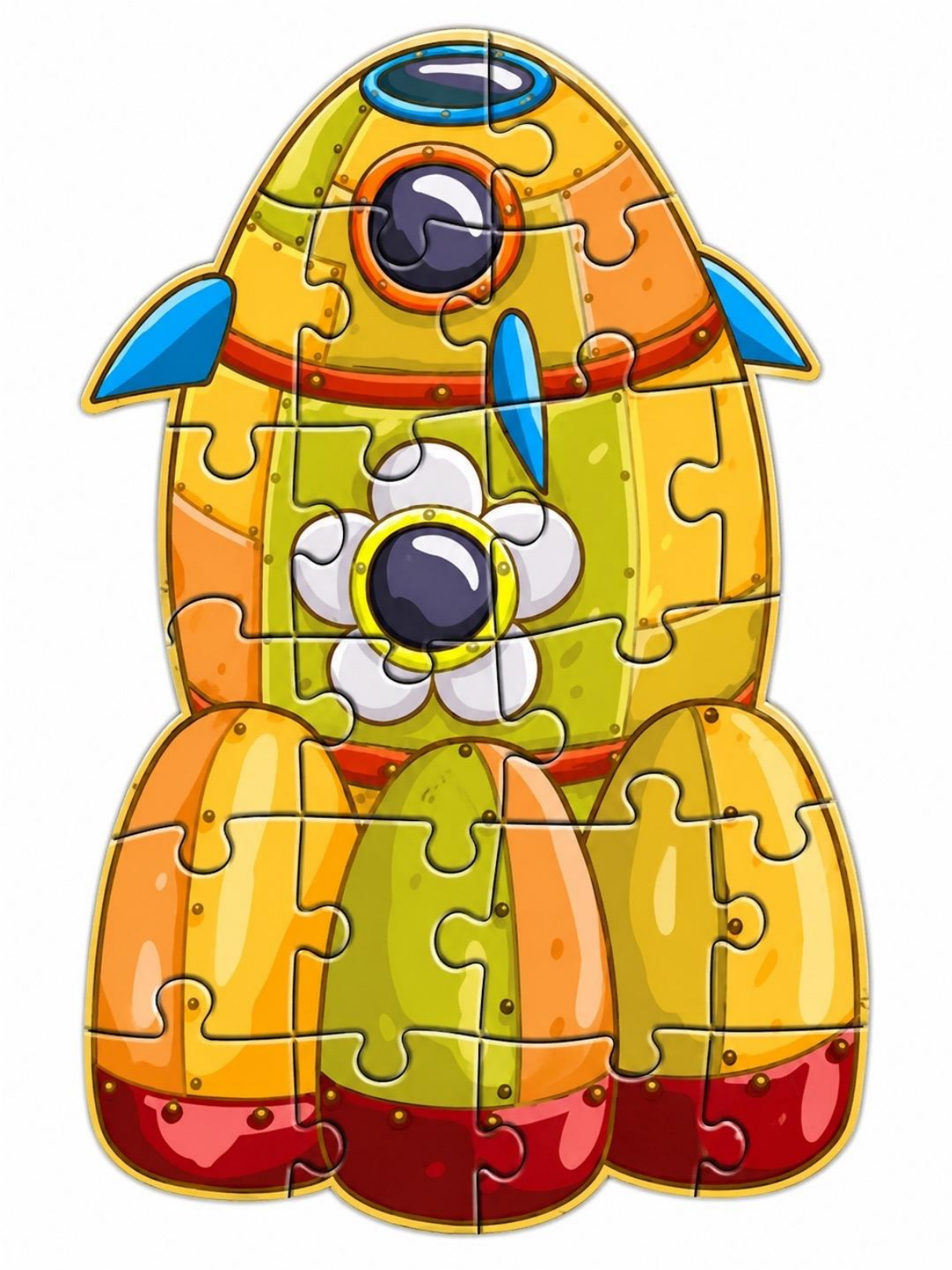
20. Яковлев И. В. Олимпиадная математика. 5 класс. Задачник. 2023. URL: http://mathus.ru/math/5math2023.pdf (дата обращения: 13.11.2025).

Приложение 1

Маршрутный лист по станциям



Приложение 2



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«12» 09 2025 г.
Паньженский В.И

Задание

по ВКР студентки Пудеевой Ирины Сергеевны
(ФИО полностью)

Тема работы: «Методическая система подготовки учащихся 5-6 классов к решению олимпиадных задач»

Утверждена приказом по Университету от «25.09» 2025 г. № 1103/0

Срок сдачи студентом законченной работы «11» 05 2026 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Изучение и анализ литературы по теме работы	Ноябрь – декабрь 2025 г.	Выполнено
2.	Определение цели обучения и места олимпиадных задач в школьном курсе математики	Январь 2026 г.	Выполнено
3.	Анализ методических основ обучения решению олимпиадных задач	Февраль – март 2026 г.	Выполнено
4.	Определение методических принципов обучения решению олимпиадных задач по математике, обоснование структуры и содержания элективного курса на основе анализа школьной программы и сборников	Март – апрель 2026 г.	Выполнено
5.	Создание элективного курса: подбор и классификация олимпиадных задач для обучающихся 5-6 классов (арифметические, текстовые, задачи на алгоритмы, задачи на рассуждения, наглядная геометрия, комбинаторная геометрия), включение примеров решений, разбор реальных заданий математических олимпиад (2015–2025 гг.).	Апрель 2026 г.	Выполнено
6.	Оформление списка использованных источников	Май 2026 г.	Выполнено
7.	Оформление работы, подготовка презентации и выступления	Май – июнь 2026 г.	Выполнено

Дата выдачи задания «11» 09 2025 г.

Руководитель _____ Журавлева Е.Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению
_____ Пудеева И.С.
(подпись) (Ф.И.О.)

И.о. ректора Пензенского
государственного университета
Д.В. Артамонову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Пудеевой Ирины Сергеевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Пудеева Ирина Сергеевна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Методическая система подготовки учащихся 5-6 классов к решению олимпиадных задач», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

Пудеева
подпись
10.05.26
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 10.05.26
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.
подпись И.О.Ф.

ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему **«Методическая система подготовки учащихся 5-6 классов к решению олимпиадных задач»**
студентки 4 курса **Пудеевой Ирины Сергеевны**
направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование"

профиль подготовки "Математика"

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.

АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - http://pnzgu.antiplagiat.ru

Отчет о проверке

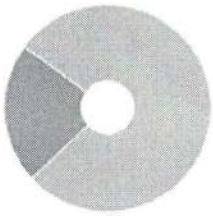
Автор: Пудеева Ирина Сергеевна

Название документа: Методическая система подготовки учащихся 5-6 классов к решению олимпиадных задач

Проверяющий: Журавлёва Екатерина Геннадьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения: 21,5%
Оригинальность: 78,5%
ИИ-контент: 0%
Цитирования: 0%
Самоцитирования: 0%

«Совпадения», «Цитирования», «Самоцитирования», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

Проверено: 67,31% текста документа, исключено из проверки: 32,69% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Титульный лист, Библиография, Таблицы

- **Совпадения** — фрагменты проверяемого текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самоцитированию. Показатель «Совпадения» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к совпадениям, в общем объеме текста.
- **Самоцитирования** — фрагменты проверяемого текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа. Показатель «Самоцитирования» – это доля фрагментов текста, отнесенных к самоцитированию, в общем объеме текста.
- **Цитирования** — фрагменты проверяемого текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированиям относятся также шаблонные фразы; библиография; фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант: нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирования» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- **Текстовое пересечение** — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
- **Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
- **Оригинальный текст** — фрагменты проверяемого текста, не обнаруженные ни в одном источнике и не отмеченные ни одним из модулей поиска. Показатель «Оригинальность» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к оригинальному тексту, в общем объеме текста.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 158
Тип документа: Выпускная квалификационная работа
Дата проверки: 11.05.2026 13:35:32
Дата корректировки: Нет

Количество страниц: 94
Символов в тексте: 125561
Слов в тексте: 17427
Число предложений: 2666

Комментарий: не указано

11.05.26

Руководитель ВКР _____ Е.Г. Журавлева

дата, подпись

ОТЗЫВ

РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

на тему: «Методическая система подготовки учащихся 5-6 классов к решению олимпиадных задач»
студентки Пудеевой Ирины Сергеевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 22ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Пудеевой Ирины Сергеевны посвящена разработке методического материала для подготовки обучающихся 5- 6 классов к решению олимпиадных задач.

Несмотря на то, что современная школа накопила богатый опыт проведения кружковых занятий по математике, неразрывно связанных с подготовкой к участию в олимпиадах, в этом направлении имеются свои проблемы, которые волнуют в настоящее время педагогическую общественность страны, о чем свидетельствуют мониторинги, беседы с учителями, публикации в печати. Недостаточно разработан вопрос участия и подготовки к конкурсам, олимпиадам школьников младшего и среднего звена, к тому же в последнее время наблюдается тенденция снижения возраста участников. Особо стоит отметить, что включиться в участие в олимпиады может любой ученик, не зависимо от его успеваемости по предмету. Такие мероприятия позволяют практически осуществлять пропаганду научных знаний, развивать у школьников творческие способности и интерес к научной деятельности, а также развивать информационную компетентность обучающихся и выявить из них наиболее способных для дальнейшей поддержки и реализации индивидуальной образовательной траектории.

Выпускная квалификационная работа Пудеевой И.С. состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: изучена литература по теме исследования; выделены типы олимпиадных задач для обучающихся 5-6 классов; приведено решение данных задач; проведен анализ олимпиадных материалов для 5-6 классов за период 2015-2025 годов; разработан элективный курс «ПятиКлассно».

Работа является самостоятельным исследованием. Полученные результаты могут быть использованы в общеобразовательных организациях для повышения эффективности образовательного процесса.

Выпускная квалификационная работа Пудеевой И.С. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «отлично».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование» Е.Г. Журавлева