

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Разработка интерактивного учебного материала по алгебре к разделу
«Функции» с использованием программных средств обучения»

Студент

06.05.25 Узбаева Валентина Павловна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель

06.05.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

23.06.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 2.06.25 № 11)

Заведующий кафедрой

02.06.25 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 5 (отл) (протокол заседания ГЭК от 27.06.25 № 19)

Секретарь ГЭК

27.06.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2025

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «ФУНКЦИИ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ	6
1.1 Основные понятия, виды интерактивных средств обучения, достоинства и недостатки их использования	6
1.2 Анализ изложения раздела «Функции» в курсе алгебры основной школы в учебниках различных авторов.....	10
1.3 Анализ интерактивных средств, используемых при изучении раздела «Функции» в курсе алгебры основной школы	17
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «ФУНКЦИИ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ.....	23
2.1 Применение интерактивных программ в обучении математике	23
2.2 Интерактивный учебный материал по алгебре к разделу «Функции» с использованием математических программ	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	54
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	55
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	57

ВВЕДЕНИЕ

Современное образование требует внедрения инновационных методов и технологий, способствующих более эффективному усвоению учебного материала. В настоящее время, когда развитие информационных технологий и цифровизации стремительно входит в образовательный процесс, актуальность создания интерактивных учебных материалов сильно возрастает. При изучении курса алгебры 7-9 классов раздел «Функции» является одной из ключевых тем изучения, при этом он служит основой для понимания более сложных математических концепций и приложений в различных областях науки и техники.

Важность и необходимость овладения интерактивными средствами при изучении предмета «Математика» в Федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования определяется требованиями к предметным результатам освоения базового курса математики, в том числе «... овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей: определение положения точки по её координатам, координаты точки по её положению на плоскости; нахождение по графику значений функции, области определения, множество значений, нулей функции, промежутков знакопостоянства, промежутков возрастания и убывания, наибольшего и наименьшего значения функции; построение графика линейной и квадратичной функции, оперирование на базовом уровне понятиями: последовательность, арифметическая прогрессия, геометрическая прогрессия; использование свойств линейной и квадратичной функции и графиков при решении задач из других учебных предметов...». [1, с. 22]

Помимо того что использование программных средств обучения позволяет сделать процесс изучения алгебры более доступным и увлекательным, оно

помогает адаптировать обучение под индивидуальные потребности каждого ученика. Интерактивные элементы (например, анимация, график, тест и т.д.) создают возможность для активного участия школьников на уроках математики, что приводит к более глубокому усвоению знаний и навыков.

Всё вышесказанное свидетельствует об актуальности выбранной темы исследования.

Проблема исследования состоит в поиске более эффективных интерактивных программ, которые могут применяться учителями на уроках курса «Алгебра» при изучении раздела «Функции», а также обучающимися во внеурочной деятельности.

Цель исследования: выявить особенности использования интерактивных средств на уроках алгебры и разработать интерактивный учебный материал к разделу «Функции».

Исходя из выше поставленной цели, были выделены следующие задачи исследования:

1. Провести анализ научной и учебно-методической литературы, Интернет-ресурсов, соответствующие теме исследования.
2. Определить особенности применения интерактивных средств обучения в процессе обучения алгебры, выявить их достоинства и недостатки.
3. Провести сравнительный анализ изложения раздела «Функции» в учебниках по алгебре различных авторов.
4. Провести анализ имеющихся в свободном доступе сети Интернет интерактивных средств обучения, которые можно использовать при изучении раздела «Функции».
5. Разработать интерактивный учебный материал для раздела «Функции».

Объектом исследования является процесс изучения раздела «Функции» в курсе алгебры основной школы.

Предметом исследования является возможность использования интерактивных средств обучения учителем и обучающимися при изучении раздела «Функции».

Теоретическая значимость исследования заключается в анализе подхода использования интерактивных средств и их видов на уроках математики при изучении раздела «Функции».

Практическая значимость результатов, полученных в ходе выполнения работы, состоит в разработанном интерактивном учебном материале к разделу «Функции», который может быть применен как учителями математики на уроках алгебры 7-9 классов, во внеурочной деятельности, так и учащимися при самостоятельном изучении.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Первая глава работы посвящена теоретическим основам рассматриваемой темы. В частности, описаны основные цели и задачи обучения функциям в курсе алгебры, произведен анализ содержания функциональной линии в школьных учебниках по алгебре различных авторов, а также изучена методическая схема обучения функциям в курсе алгебры 7-9 классов. Также произведён анализ интерактивных средств обучения, которые можно применять при изучении вопросов раздела «Функции».

Во второй главе более подробно рассмотрено применение некоторых интерактивных программ на уроках математики. Здесь же приводятся интерактивные материалы, разработанные в этих программах, которые могут быть использованы на уроках алгебры 7-9 классов при изучении раздела «Функции».

В заключении сформулированы основные выводы и результаты.

ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИСПОЛЬЗОВАНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «ФУНКЦИИ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ

1.1 Основные понятия, виды интерактивных средств обучения, достоинства и недостатки их использования

Согласно исследованиям современное учебно-воспитательное пространство в основном определяется как область, в которой главную роль из всех компонентов составляют средства обучения. Инновационные подходы в образовании сосредоточены на внедрении интерактивных технологий. Именно поэтому они становятся ведущим направлением модернизации образовательного процесса на всех его уровнях.

При изучении раздела «Функции» в курсе алгебры современные технологии оказывают неоценимую помощь как учителям математики, так и обучающимся. Внедрение интерактивных инструментов при изучении алгебры коренным образом преобразует обучение, в некоторых случаях упрощая и облегчая понимание сложных абстрактных тем. Такая методика обеспечивает визуализацию взаимосвязей в математическом содержании образования, делая путь к освоению новых знаний более ясным и наглядным для школьников. В настоящее время использование интерактивных технологий позволяет создавать более гибкие образовательные среды: теперь учитель не является единственным источником информации для ученика, теперь он сам может взаимодействовать с разнообразными ресурсами и системами обучения. Такой подход ставит перед педагогами новые задачи – непрерывное освоение современных инновационных технологий и развитие навыков передачи этих компетенций своим обучающимся в огромном мире знаний.

При использовании в образовательном процессе интерактивных средств у обучающихся активизируется мыслительная и познавательная деятельность, также появляется активный диалог с детьми. Это естественным образом

помогает развить навык самостоятельного обучения, умение работать в группе, а также повысить учебную мотивацию.

Интерактивность – возможность взаимодействовать учителю и ученикам с помощью разнообразного и активного общения, применяя информационные средства и технологии. Также можно утверждать, что интерактивность – это возможность ученика взаимодействовать с различной информацией, выполнять действия и получать мгновенную обратную связь от обучающей системы. Уровни интерактивности раскрыты далее в Схеме 1.

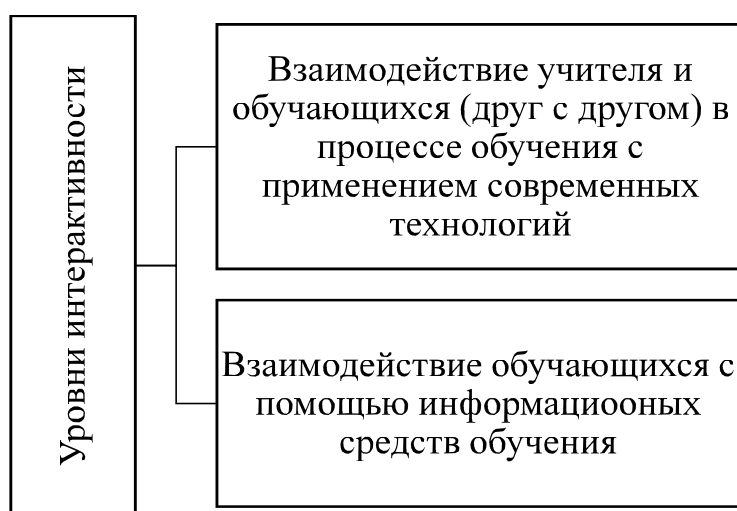


Схема 1

Далее ответим, что же такое «Интерактивное обучение»?

Термин «интерактивное обучение» традиционно связан с дистанционным подходом образования, в котором ученики обучаются в онлайн-режиме, пользуются интернет-ресурсами, электронными учебниками и другими цифровыми средствами. Используя современные информационные технологии на уроках, у учеников появляется возможность динамичного взаимодействия, которое обеспечивает живое, активное общение и обмен информацией в тот же момент. Образовательные компьютерные программы, имея огромное количество различных инструментов управления процессом обучения, позволяют адаптировать скорость освоения материала для каждого ученика, дают

возможность повторения изученных тем, что способствует более глубокому усвоению и закреплению знаний.

На сегодняшний день в педагогической науке существует достаточно большое количество определений термина «интерактивное обучение». В своём учебно-методическом пособии Ступина С. Б. утверждает, что в настоящий момент это понятие формируется и уточняется как:

«– «обучение, построенное на взаимодействии учащегося с учебным окружением, учебной средой, которая служит областью опыта;

– «обучение, которое основано на психологии человеческих взаимоотношений и взаимодействий»;

– «обучение, понимаемое как совместный процесс познания, где знание добывается в совместной деятельности через диалог, полилог».» [19, с. 17]

С переходом на инновационное интерактивное обучение традиционное представление о структуре обучения меняется на новый подход, где главным становится переход от практического освоения к последующему теоретическому осмыслению полученных навыков, что обеспечивает более глубокое понимание материала и погружение в него. Ключевым здесь является взаимообучение и передача опыта между участниками образовательного процесса. То есть происходит передача части преподавательских функций самим ученика, а это в своё время способствует вовлеченности и большей мотивации к обучению. Поэтому у учителя появляются новые задачи, характерные именно интерактивному обучению:

- направление и помощь процессу обмена информацией;
- выявление многообразия точек зрения;
- обращение к личному опыту обучающихся;
- поддержка активности учеников;
- объединение теории и практики;
- облегчение восприятия, усвоения, взаимопонимания школьников;

– поощрение творчества и самостоятельности участников образовательного процесса. [19]

На сегодняшний день, когда обучение базируется на активной деятельностной позиции ученика в процессе обучения, популярность интерактивных технологий возрастает. Ведь данный подход опирается на коллективный опыт, где все участники непрерывно взаимодействуют друг с другом, обеспечивая тем самым постоянную вовлеченность и активность в процесс обучения. Именно это создает условия для качественной и глубокой проработки содержания обучения, что приводит к значительным успехам.

Также важно отметить достоинства и недостатки «интерактивного обучения». Достоинствами следует отметить: формирование коллективных навыков работы всех участников образовательного процесса и сплочённость совместной деятельности; укрепления психологического комфорта в учебной среде, улучшение микроклимата коллектива, развитие межличностных отношений учеников; переход школьников в активных участников обучения; стимулирование внутреннего стремления к знаниям, повышая при этом качество и результативность учебной деятельности.

При описании достоинств интерактивного подхода в образовании важно подчеркнуть, что его высокая эффективность напрямую зависит от компетентного планирования учебного процесса и целенаправленного управления взаимодействия учеников и учителя. В случае, когда у педагога отсутствуют необходимые и достаточные навыки, использование информационных ресурсов ограничено, а класс не подготовлен к совместной деятельности, ожидаемые положительные результаты могут не только не проявиться, но и обернуться негативными.

В своих исследованиях Ширпал Е. Н. определила, что «эффективность использования интерактивных технологий обучения зависит от определённых условий:

– прошлого и настоящего опыта учеников;

- наличия мотивации обучения;
- наличия атмосферы комфорта и взаимоуважения;
- определения целей обучения;
- активного приобщения обучающихся к процессу обучения;
- учёта способностей (темперамент, восприятие, специальность);
- определение руководствующей роли учеников в учебном процессе;
- предоставления возможности самореализации и самоконтроля всем субъектам учебного процесса.». [21, с. 2]

К существенным недостаткам стоит отнести несовершенство методологических концепций, ограниченное количество разработанных образовательных материалов, включая учебно-методические пособия, практик внедрения интерактивных подходов, а также низкий уровень компетентности учителей с опытом и молодых специалистов по внедрению интерактивных технологий в обучение. Именно эти факторы становятся ключевым препятствием на пути эффективной реализации интерактивной технологии обучения. [21]

Несмотря на все сложности организации интерактивного обучения, оно постепенно захватывает всё больше сторонников в преподавании, так как делает учебный процесс более мотивированным, продуктивным, эмоционально насыщенным, наглядным и развивающим, а значит более качественным. Интерактивное обучение обладает огромным образовательным и развивающим потенциалом, обеспечивая максимальную активность обучающихся в образовательном процессе.

1.2 Анализ изложения раздела «Функции» в курсе алгебры основной школы в учебниках различных авторов

В учебниках по математике различных авторов функциональный материал имеет некоторые различия, как в содержании для различных классов, так и в подаче материала, каждый учебник имеет свой порядок изучения основной

функциональной терминологии. Но всё же, можно выделить базовые, фундаментальные знания, которые должны быть известны школьникам из курса математики 5-6 классов, именно они служат общей основой для всех учебников. Они включают в себя числовые и буквенные выражения; понятия формулы и уравнения; понятия прямой и обратной пропорциональной зависимостей; координатная прямая, координатная плоскость, координаты.

Эти базовые знания применяются в дальнейшем при изучении функциональной линии в 7-9 классах, которая включает в себя материал по темам: понятие функции, график функции и её области определения; запись $y = f(x)$; основные свойства функций; основные элементарные функции, их графики и свойства; кусочные функции; преобразования графиков функций; применение графиков функций к решению уравнений, неравенств и их систем; понятия арифметической и геометрической прогрессий; тригонометрические функции, их графики и свойства.

Мы провели анализ содержания наиболее часто используемых школьных учебников по алгебре 7 класса, результаты которого оформили в Таблицу 1. [5], [6], [7]

Таблица 1 – анализ содержания учебников по алгебре 7 класса

Авторы учебника	Содержание учебного материала
Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова и др.	Графики зависимостей $y = x$, $y = -x$, $y = x $, $y = x^2$, $y = x^3$. Графики реальных зависимостей.
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова (базовый уровень)	Понятие функции. Область определения. Область значений. График функции. Способы задания функции. Функция $y = kx$, $y = kx + b$, $y = x^2$, $y = x^3$. График линейного уравнения с двумя переменными. Графический метод решения линейных уравнений, неравенств с двумя переменными и их систем. Задание функции несколькими формулами.
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов (углубленный уровень)	Понятие функции. График функции. Область определения и область значений. Запись $y = f(x)$. Графическое представление статистических данных. Функции $y = kx + m$, $y = kx$, $y = x^2$, $y = x^3$. График линейного уравнения с двумя переменными. Графический метод решения линейных уравнений, неравенств с двумя переменными и их систем. Задание функции несколькими формулами.

В 7-м классе в курсе алгебры изучение линейной функции является основным. Однако подходы и методы её освоения различаются. В учебнике Ю. Н. Макарычева базового уровня на изучение данной темы отводится 5 часов, при этом в учебнике того же автора, но углубленного уровня уделяется уже 6 часов.

Также важно отметить, что в учебниках, разработанных Ю. Н. Макарычевым (и базовый, и углубленные уровни), в 7 классе помимо линейной функции рассматриваются квадратичная ($y = x^2$) и кубическая ($y = x^3$). В это время по учебнику Г. В. Дорофеева учащиеся знакомятся лишь с графиками зависимостей, таких как $y = x$, $y = -x$, $y = |x|$, $y = x^2$, $y = x^3$, при этом не изучая и не упоминая определения функции.

В Таблице 2 мы оформили анализ содержания теоретического материала функциональной линии в различных учебниках алгебры 8 класса. [8], [9], [10]

Таблица 2 – анализ содержания учебников по алгебре 8 класса

Авторы учебника	Содержание учебного материала
Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова и др.	График зависимости $y = \sqrt{x}$. График линейного уравнения с двумя переменными. Графический метод решения системы линейных уравнений с двумя переменными. Уравнение прямой $y = kx + l$. Понятие функции. Запись $y = f(x)$. Область определения и значений. Функция $y = kx$, $y = kx + l$, $y = \frac{k}{x}$. Свойства функций: $y_{\text{наиб}}$ и $y_{\text{наим}}$, нули функции, промежутки, где $y > 0$ и $y < 0$, промежутки убывания и возрастания функции. В дополнительном пункте функции $y = [x]$, $y = x $.
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова (базовый уровень)	Функции $y = \frac{k}{x}$, $y = \sqrt{x}$, $y = x^{-1}$, $y = x^{-2}$, их графики и свойства.
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов (углубленный уровень)	Функция $y = \sqrt{x}$ и её график. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Преобразования графиков функций: растяжение и сжатие графиков к оси абсцисс, параллельный перенос графиков функций. Функции $y = x^{-1}$, $y = x^{-2}$ и их графики. Асимптота. Функция $y = \frac{k}{x}$ и её график. Дробно-линейная функция и её график.

В рамках курса алгебры 8 класса основной акцент делается на изучение обратной пропорциональной функции. При этом в учебниках Ю. Н. Макарычевым (и базовом, и углубленном уровнях) выделяют лишь по 2 академических часа.

Стоит отметить, что понятие функция и запись $y = f(x)$ в учебнике Г. В. Дорофеева вводится в 8 классе. Функция описывается как переменная величина, как зависимость, как система соответствий между величинами. Такое описание делает её понимание более доступным и понятным для обучающихся, ведь у них уже есть опыт работы с зависимостями, а также богатое графическое представление о них. На изучение таких тем, как линейная функция и обратно пропорциональная функция, Г. В. Дорофеев отводит 5 часов в совокупности. Кроме того, автор уделяет внимание на такие основные свойства, как нули функции (точки, где $f(x) = 0$), промежутки знакопостоянства, а также определяет промежутки возрастания и убывания функции, делая опору на геометрические представления. Уточним, что обучение функциональной линии строится на графическом методе исследования функции.

Анализируя учебники Макарычева Ю. Н., мы отметили, что помимо обратной пропорциональной функции в 8 классе вводится функция $y = \sqrt{x}$. А на углубленном уровне изучаются преобразования функций. Стоит указать, что кроме параллельного переноса графика функции, рассматривается растяжение и сжатие к оси абсцисс. Изучение данной темы происходит в рамках 3 часов. Также отводится время на изучение учениками дробно-линейной функции и функций $y = x^{-1}$, $y = x^{-2}$.

В Таблице 3 мы оформили анализ содержания теоретического материала функциональной линии различных учебников алгебры 9 класса. [11], [12], [13]

Таблица 3 – анализ содержания учебников по алгебре 9 класса

Авторы учебника	Содержание учебного материала
Г. В. Дорофеев, С. Б. Суворова и др.	Функция $y = ax^2$. Сдвиги графика функции $y = ax^2$ вдоль осей координат. Функция $y = ax^2 + bx + c$. Графический метод решения уравнений, неравенств и из систем. Графики уравнений, содержащих модули. Дробно-линейная функция.
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, С. Б. Суворова (базовый уровень)	Запись $y = f(x)$. Нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастающая и убывающая функции. Функция $y = x $. Графики и свойства функций: $y = ax^2$, $y = ax^2 + n$, $y = a(x - m)^2$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = x^n$ ($n \in N$). Дробно-линейная функция. Асимптота. Графический способ решения уравнений, неравенств и их систем.
Ю. Н. Макарычев, Н. Г. Миндюк, К. И. Нешков, И. Е. Феоктистов (углубленный уровень)	Свойства функций: возрастание и убывание, четность и нечетность, ограниченность и неограниченность. Функции $y = ax^2$, $y = ax^2 + n$, $y = a(x - m)^2$. График и свойства квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$. Преобразования графиков функций: растяжение и сжатие графиков функции к оси ординат. Графики функций $y = f(x) $. Взаимообратные функции. Функция, обратная данной функции. Функция $y = \sqrt[n]{x}$ ($x \geq 0, n \in N$). Тригонометрические функции и их свойства: графики и основные свойства синуса, косинуса, тангенса, котангенса. Периодическая функция.

Основной темой изучения в курсе алгебры 9 класса является квадратичная функция. На изучение этого раздела в учебнике Ю. Н. Макарычева на базовом уровне отводится 8 часов, а на углубленном – уже 14 часов. Особое внимание уделяется рассмотрению вопросов преобразования графиков квадратичной функции. Стоит отметить, что в учебнике данного автора изучаются также степенная функция с натуральным показателем и функция вида $y = \sqrt[n]{x}$ ($x \geq 0, n \in N$). Дополнительно учениками может быть изучена дробно-линейная функция.

Анализируя учебник Г. В. Дорофеева, нами было отмечено, что на изучении данной темы отводится 17 академический часов. На них изучаются следующие вопросы: изучение самой квадратичной функции, графика и его преобразований, включая сдвиги вдоль осей координат на примере $y = ax^2$, то есть графики функций $y = ax^2 + n$, $y = a(x - m)^2$.

По учебнику Ю. Н. Макарычева знакомство школьников с записью функции в виде $y = f(x)$ происходит только в 9 классе. Также происходит и введение и изучение понятий нули функции, участки знакопостоянства, промежутки возрастания и убывания функции. При этом делается акцент на термин монотонная функция. Важно отметить, что автор здесь знакомит учащихся с свойствам функций: возрастание и убывание, четность и нечетность, ограниченность и неограниченность. Кроме того, Ю. Н. Макарычев вводит следующий материал: растяжение и сжатие графиков функции к оси ординат, изучение графиков функций, которые содержат модуль.

В учебнике для углубленного изучения Ю. Н. Макарычев единственный знакомит обучающихся 9 класса с тригонометрическими функциями, рассматривает их графики, а также основные свойства синуса, косинуса, тангенса, котангенса.

Во всех рассмотренных учебниках процесс обучения охватывает анализ различных видов функций и их графиков с целью применения этих знаний при решении уравнений, неравенств и их систем.

Стоит указать, что во всех учебниках «Алгебра» для 9 класса рассматриваются такие темы, как «Арифметическая прогрессия» и «Геометрическая прогрессия». Многие методисты, например, В. П. Покровский в своих работах делают акцент на необходимость полной интеграции данных тем с функциональным содержанием, при этом рассматривая последовательности как функции натурального аргумента. [16]

Далее рассмотрим подходы определения числовых последовательностей в рассмотренных ранее учебниках по алгебре:

1. Г. В. Дорофеев не принимает указанный подход, в следствие чего не подводит учеников к определению числовых последовательностей через функцию натурального аргумента. Такой подход к изучению этого понятия автор аргументирует тем, что он не несёт дидактической ценности для самих учеников, а также является непонятным в силу возрастных особенностей обучающихся.

2. На базовом уровне Ю. Н. Макарычев в своём учебнике по алгебре не включает формальное определение числовой последовательности через функцию, но всё же допускает возможность для учителя ввести его по своему усмотрению.

3. А вот на углубленном уровне Ю. Н. Макарычев уже полностью осуществляет данный подход, то есть вводит формальное определение числовой последовательности как функциональную зависимость с областью определения – множеством натуральных чисел.

Приведенный анализ демонстрирует разнообразие подходов к формированию знаний о математических понятиях, отражая дидактические принципы и возрастную специфику учащихся.

Подводя итог, можно сказать, что в учебниках по алгебре, разработанных различными авторами, место изучения функциональной линии и её содержание имеет существенные различия. Также анализ теоретического содержания раздела «Функции» показало, что существует несколько подходов к определению термина «функция», его введения и места изучения. Важно отметить, что в рассмотренных учебных комплектах по дисциплине «Алгебра» под авторством Ю. Н. Макарычева и Г. В. Дорофеева сначала изучается раздел «Уравнения», а уже после «Функции».

Стоит подчеркнуть, что несмотря на разнообразие подходов к организации обучения, распределения материала по классам в учебниках по алгебре, основной акцент в 7 классе сделан на изучение линейной функции. В 8 классе приоритет изменяется на изучение обратно пропорциональной функциональной зависимости, в то время как в 9 классе основной темой является квадратичная функция и изучение преобразований графиков различных функций.

1.3 Анализ интерактивных средств, используемых при изучении раздела «Функции» в курсе алгебры основной школы

В современном образовательном пространстве интерактивные средства обучения являются центральным элементом в обучении всех дисциплин, включая и математику. На сегодняшний день они являются не просто методами адаптации к новому времени, новым технологиям, а главными факторами успеха учебного процесса. Использование на уроках интерактивных досок, специализированных математических приложений, мультимедийных онлайн-ресурсов и т.д. радикально преобразуют учебный процесс для обучающихся в динамичное, захватывающее приключение.

Интерактивные средства и технологии сильно привлекают учеников. Школьники стремятся к активному участию, проявляя искренний интерес и мотивацию к более глубокому освоению математической дисциплины. Такие средства дают возможность мастерски визуализировать абстрактность математической теории, помогая ученикам изучать не только теоретический материал, но и непосредственно применять эти знания на практике, например, при решении интерактивных задач или игр в реальном времени.

Получаем, что внедрение интерактивных технологий способствует не только усвоению программы дисциплины «Математика», но и помогает в формировании у учеников навыков критического мышления, умения сотрудничать и решать комплексные задачи по математике. Такой подход в обучении открывает новые перспективы в развитии навыков обучающихся, при этом учебный процесс проходит более эффективно и сбалансированно.

В настоящее время у учителей в доступе огромное множество интерактивных инструментов, которые способствуют активному восприятию и наглядности математического материала. Наиболее известными и широко применяемыми в образовательном процессе являются:

– электронные пособия и учебники, демонстрируемые с компьютера с помощью мультимедийного проектора для наглядности представляемой информации;

- презентации в мультимедийном формате, различные анимации;
- симуляционные тренажёры и онлайн-системы тестирования;
- Web-ресурсы образовательного характера;
- научно-исследовательские проекты и работы;
- интерактивные доски;
- специализированные математические приложения.

Стоит отметить, что выбор интерактивных средств обучения определяется лишь учителем, который ориентируется на собственные возможности использования информационных технологий, техническую оснащенность класса, а также на уровень подготовленности и самостоятельности школьников. [14]

Далее мы проанализируем некоторые из инструментов, которые можно использовать при изучении функциональной линии в школьном курсе.

Первым, что мы рассмотрим, является мультимедийная презентация, которая в достаточной мере распространена в учебном процессе. Использование такого интерактивного средства на уроках при изучении функций способствует существенному повышению усвоения материала. Презентации обладают мощными инструментами: текст, иллюстрации, графики и анимационные эффекты. Их интеграция обеспечивает преподавание материала более разнообразно и динамично.

Графическое представление различных функций, диаграммы дают возможность ученикам наглядно проследить, как изменяются зависимости при различных данных условий. А это в свою очередь колоссально облегчает понимание абстрактных понятий функциональной линии. Анимация, один из инструментов мультимедийной презентации, является «живым» помощником, который демонстрирует, как графики функций «оживают» при изменении

вводных данных, делая учебный процесс более интерактивным и запоминающимся.

Главная особенность мультимедийных презентаций кроется в интеграции интерактивных элементов, предоставляющих школьникам возможность самостоятельной работы с функциональной линией. Такой подход ориентируется не просто на закрепление теоретического материала, а на развитие критического мышления, которое способствует углублению понимания предмета. Важно, что реальные жизненные примеры, задачные ситуации, которые можно интерактивно включить в презентации, являются переходом от теории к практике, которая в свою очередь помогает ученикам осознавать практическую значимость изучаемых функций, их роль в повседневной жизни.

Также в презентации для наибольшего понимания и оживления процесса можно включать видеоматериалы. Видеоролики могут содержать информацию о пошаговом объяснении чего-либо, например, как строить графики функций или исследовать её. Использование анимаций даёт возможность визуализации таких важных и сложных для понимания терминов, как асимптота, экстремумы, точки пересечения. Кроме того, восприятие облегчает и применение анимированных графиков, где обучающиеся могут наблюдать трансформацию графиков функций из-за изменения её параметров – это превращает учебный процесс в более осязаемый и привлекательный.

Важно отметить, что мультимедийные презентации могут быть использованы для демонстрации связи функциональной линии с различными областями жизни и науки, то есть показать как функции используют в других дисциплинах, например, в физике, экономике.

Таким образом, мультимедийные презентации делают учебный процесс более захватывающим и результативным, так как обеспечивают более глубокое понимание функционального материала, а также вдохновение обучающихся на дальнейшее изучение математики. [17]

Также в образовательных организациях на сегодняшний день часто встречаются интерактивные доски, которые завоёвывают популярность в учебной среде. Из преимуществ использования интерактивной доски можно выделить построение и визуализацию графика функции в реальном времени, что также позволит учащимся наблюдать за трансформированием графика функции при изменении её коэффициентов. Такое интерактивное упражнение позволяет не просто наблюдать за графиком функции, но и сравнивать сразу несколько, поскольку их графики можно накладывать друг на друга, сопоставляя их и анализируя различия.

Следует отметить, что интерактивные доски дают возможность создавать интерактивные задания, в которых школьники смогут самостоятельно вводить данные, видеть график функции и его изменения. Также можно создавать групповые задания, которые становятся более увлекательными, ребята, работая вместе, сотрудничают и обмениваются идеями, что способствует развитию коммуникативных компетенций.

Интерактивные доски очень полезны для объяснения теоретического материала. Важно отметить, что они могут быть как онлайн-доской, так и реальным дополнением класса. И именно на второй упомянутой доске учителя могут выводить рассмотренные ранее мультимедийные презентации, использование которых становится более простым и удобным, чем на компьютере.

Что касается онлайн-доски, то проведение на ней тестов и опросов становится гораздо проще. Проводя их в режиме реального времени, ученики мгновенно получают обратную связь по их ответам. Это помогает учащимся быстрее и лучше понять собственные ошибки и уровень усвоения пройденного материала, а учителю минимизировать время на проверку тестирования школьников.

Стоит отметить, что интерактивные доски поддерживают самостоятельность учебного процесса. Важно, что они дают возможность

ученикам получать доступ к видеоурокам и онлайн-ресурсам в любое удобное для них время, что помогает школьникам углубить свои знания вне класса. Некоторые интерактивные доски обладают такой возможностью, как запись урока, это в свою очередь позволяет пересматривать пройденную тему в любое время. [18]

Microsoft Mathematics – это специальное приложение для решения математических задач, визуализации двумерных и трёхмерных графиков. Оно является мощным интерактивным средством при изучении функций в образовательных организациях, давая возможность ученикам глубже изучить математические концепции и развить свои навыки. Данная программа имеет интуитивно понятный интерфейс, позволяющий без труда задавать функцию и мгновенно получать её график.

Важным фактором для использования Microsoft Mathematics как и других рассмотренных интерактивных средств является возможность наглядного представления функций через построение графиков. При задании функции учащиеся видят график, далее, изменяя некоторые его параметры, они наблюдают как эти изменения влияют на его форму. К примеру, ученики могут с лёгкостью наблюдать, что добавление или изменение параметров функции приводит к сдвигу её графика, растяжению или сжатию, а также перемене наклона. Использование такого интерактивного средства способствует лучшему усвоению таких понятий, как минимум, максимум, нули функции.

Стоит отметить, что ключевой особенностью Microsoft Mathematics является предоставление пошагового решения для различных математических задач. Именно поэтому обучающиеся могут не просто увидеть конечный результат, но и понять, почему и как так получилось, выполняя какие действия, они к этому пришли. Такие пошаговые объяснения способствуют развитию у школьников аналитического мышления, а также показывают им различные методы решения задач, которые они могут использовать в дальнейшем.

Важно, что программа предусматривает также работу с функциями от нескольких переменных. Такой мощный инструмент позволяет ученикам исследовать более сложные математические теории, например, поверхности в трёхмерном пространстве. Это открывает большие возможности для изучения и понимания математики увлеченными учениками на более высоком уровне.

Приложение Microsoft Mathematics является отличным помощником как для учителей, так и для учеников. Оно помогает разнообразить уроки, делая их более интересными и захватывающими. А ученики могут использовать программу для самостоятельной подготовки, что поспособствует более глубокому усвоению знаний и повышению уверенности в своих силах. [15]

Подводя итог, можно сказать, что интеграция интерактивных средств в образовательный процесс по изучении дисциплины «Математика» не просто улучшает качество обучения, но и готовит обучающихся к успешной деятельности в современном информационном обществе. Именно поэтому важно продолжать исследовать и внедрять новые подходы в образование, чтобы на максимум использовать потенциал интерактивных средств обучения, тем самым обеспечивая высокие результаты в математическом образовании.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ПРИМЕНЕНИЯ ИНТЕРАКТИВНЫХ СРЕДСТВ ПРИ ИЗУЧЕНИИ РАЗДЕЛА «ФУНКЦИИ» В КУРСЕ АЛГЕБРЫ ОСНОВНОЙ ШКОЛЫ

2.1 Применение интерактивных программ в обучении математике

Вопросы, касающиеся понимания, интерпретации и применения многозначного, абстрактного термина «функция», уже очень долго привлекают внимание как российских исследователей, так и зарубежных. Такое внимание обусловлено тем, что функциональная линия играет ключевую роль в математике и её обучении.

На сегодняшний день, когда интерактивные технологии набирают популярность, многие школьные классы укомплектованы компьютерами, мультимедийным оборудованием, интерактивными досками, изложение учебного материала становится более наглядным. Особенно это облегчает изучение функциональной линии. В этом параграфе мы рассмотрим приложения, которые на наш взгляд, обладают более удобным и понятным интерфейсом, огромным арсеналом различных инструментов. На примере которых далее будет разработан интерактивный учебный материал для раздела «Функции».

Рассмотрим математическую программу GeoGebra. GeoGebra – это бесплатное приложение, которое можно легко скачать с официального сайта <https://www.geogebra.org/download>. Для начала ознакомимся с её основными возможностями, а далее непосредственно перейдём к описанию использования приложения для преподавания раздела «Функции».

GeoGebra – динамическое программное обеспечение математики для школ, которое объединяет в себе геометрию, алгебру и математический анализ. Данная программа написана Маркусом Хохенвартером на языке Java (работает на огромном количестве оперативных систем), была переведена на 39 языков, и главное для нас полностью поддерживает русский язык.

GeoGebra предоставляет возможность создавать в ней геометрические объекты (например, точки, отрезки, и даже сложные многоугольники, конические сечения), а также визуализировать функции в виде графиков и наблюдать за их преобразованиями. Кроме того программа позволяет оперировать числами, точками и векторами как переменными, что позволяет напрямую вводить уравнения и координаты. Важно отметить, функционал приложения настолько обширен, что оно может вычислять производные и интегралы, а также предоставляет полезные функции, как «Корень» и «Вершина».

После запуска GeoGebra открывается следующее окно (Рисунок 1):

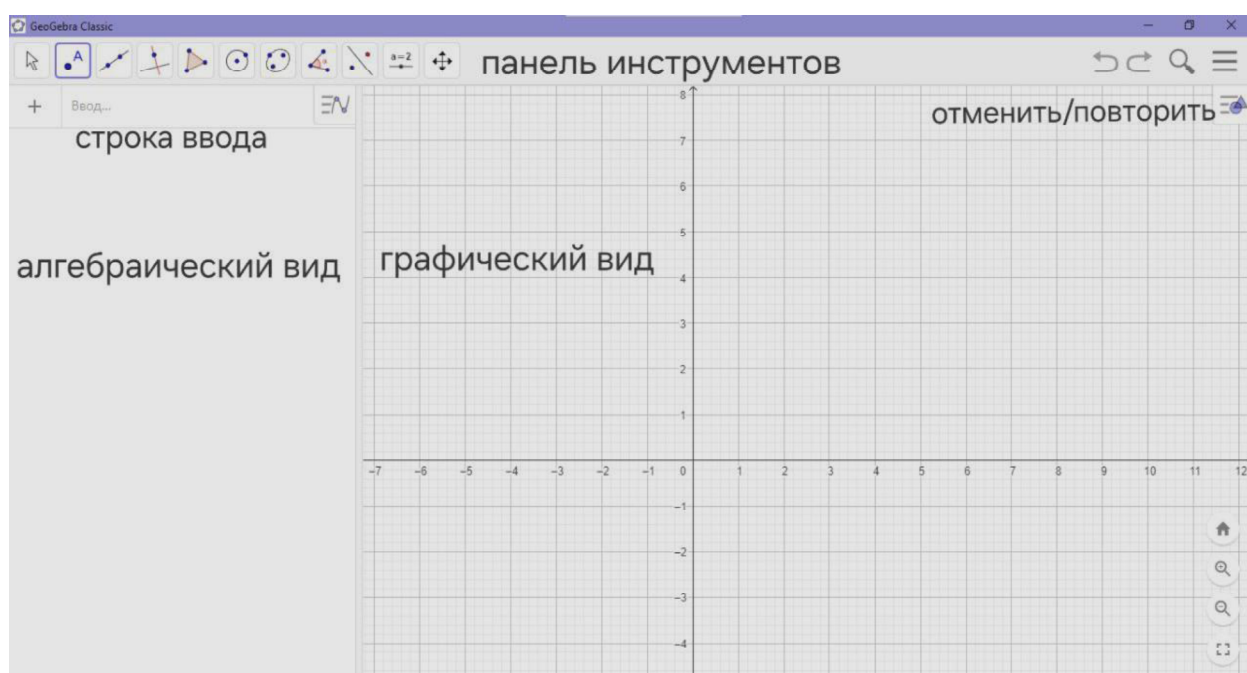


Рисунок 1 – Интерфейс программы GeoGebra

На панели доступны инструменты, с помощью которых можно построить график функции, также можно управлять его расположением и масштабом с помощью мыши. При этом, после построения графика, в отдельном окне (алгебраическом виде) отображаются соответствующие координаты и математические формулы. Укажем, что предусмотрена строка ввода, с помощью которой можно вводить координаты точек, векторов, уравнения, необходимые команды, функции. Важно, после ввода данных и нажатия клавиши «*Enter*» они моментально преобразуются в графическое представление.

Далее подробнее изучим возможности математического приложения GeoGebra. Оно содержит в себе большое количество инструментов, каждый из которых значительно упрощает изучение того или иного математического объекта. Чтобы начать использовать инструмент, необходимо его включить, кликнув по его значку в панели инструментов, расположенной в верхней части. Маленькая стрелочка, которая расположена в углу значка, указывает на дополнительные функции того или иного инструмента. Если вам необходимо работать им несколько раз, включать его каждый раз не нужно, можно продолжить без повторного выбора. Если необходим другой инструмент, просто выберете нужный. Для удобства и простоты использования, все они сгруппированы по категориям. Стоит отметить, что при возникновении трудностей с пониманием функции инструмента или способом его использования, необходимо навести мышь на значок, после чего появится подсказка, которая сможет помочь в сложившейся ситуации. Также можно открыть протокол построения («Вид» $\Rightarrow$ «Протокол»), который познакомит со всеми шагами построения.

Перейдём непосредственно к работе с функциями в рассматриваемой программе. Для построения графиков и исследования функций будем работать со строкой ввода. Она состоит из двух частей: сама строка ввода и список команд – выпадающее меню с множественным списком команд, расположенных по категориям. Стоит упомянуть, что строка ввода имеет меню (встроенная клавиатура), которая содержит специальные символы и обозначения, а также меню с английским, русским и греческим алфавитами. [20]

Рассмотрим примеры записей некоторых выражений:

– чтобы записать выражение $\cos(\alpha)$ или любую другую тригонометрическую, логарифмическую, степенную функцию, необходимо из меню символов выбрать $\cos(x)$, далее заменить аргумент на α из меню греческого алфавита;

– чтобы записать модуль и квадратный корень, можно воспользоваться меню символов, или же использовать буквенное обозначение $abs(x)$ и $sqrt(x)$ соответственно;

– чтобы записать число π , можно воспользоваться как меню символов, так и греческим алфавитом.

Рассмотрим построение графиков некоторых функций. В приложении GeoGebra график функции можно построить двумя способами: геометрически (то есть с помощью команд и инструментов) и алгебраически (то есть через введение формулы в строку ввода). Далее подробнее будет рассмотрен второй способ.

Построение графика функции $f(x) = kx + b$.

Задание графика этой линейной функции можно осуществить двумя способами, выбор которого зависит от условий поставленной задачи. Уравнение может содержать уже известные коэффициенты k и b , тогда достаточно ввести его в строку ввода (например, $y = 5x + 2$). Примером данной ситуации является изображение на Рисунке 2.

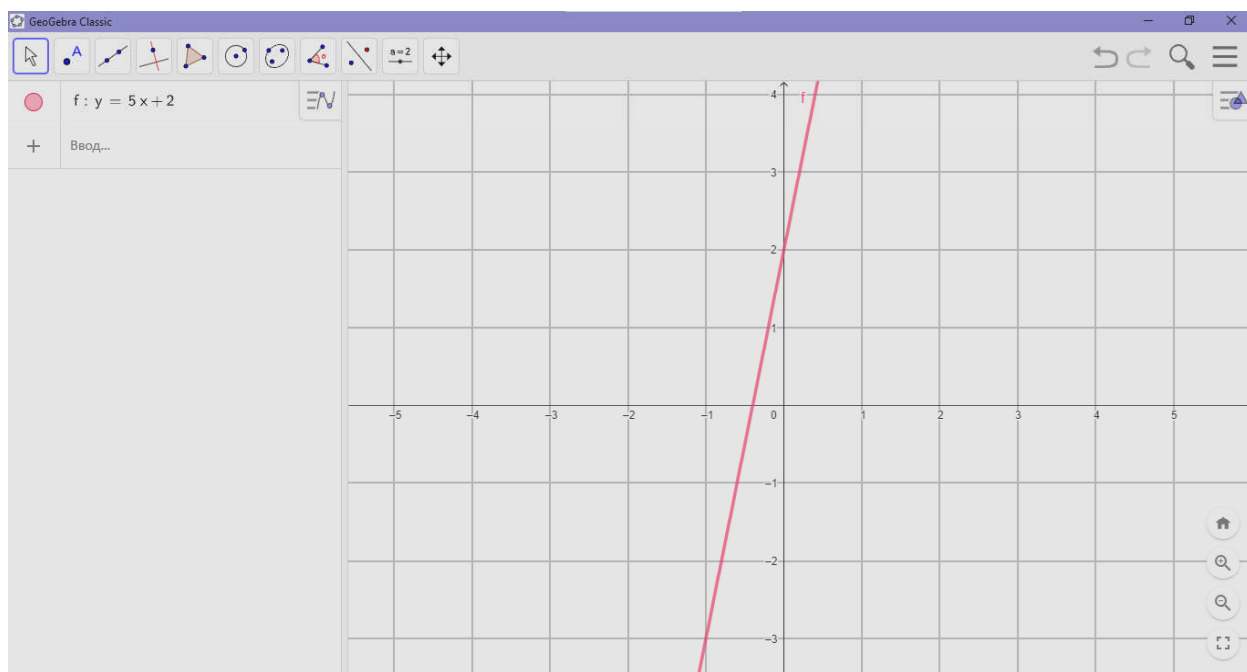


Рисунок 2 – Пример построения графика функции $y = 5x + 2$

Также уравнение может содержать неизвестные изначально коэффициенты k и b , тогда визуализацию графика такой функции можно задать с помощью

параметров, которые можно менять в заданных пределах. Для это на полотне отмечаются два ползунка k и b (Рисунок 3):

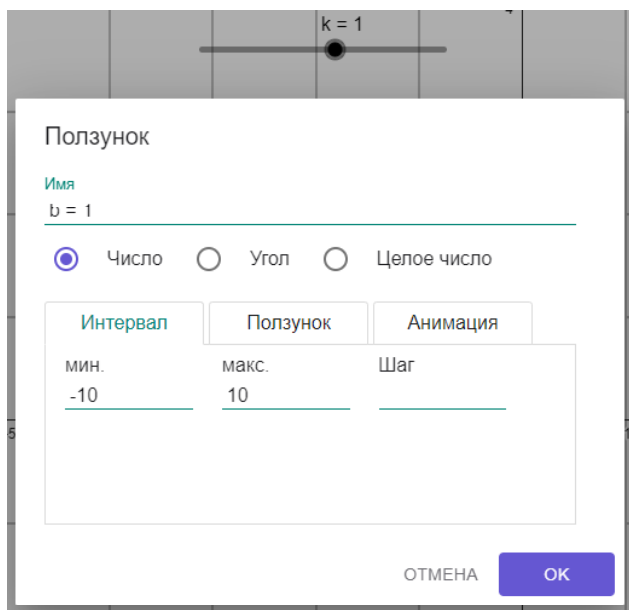


Рисунок 3 – Задание ползунка

Далее в строку ввода вносим $y = kx + b$, где k и b обозначения ранее созданных ползунков. Полученный график можно будет смещать вдоль оси ординат, менять угол наклона прямой (Рисунок 4).

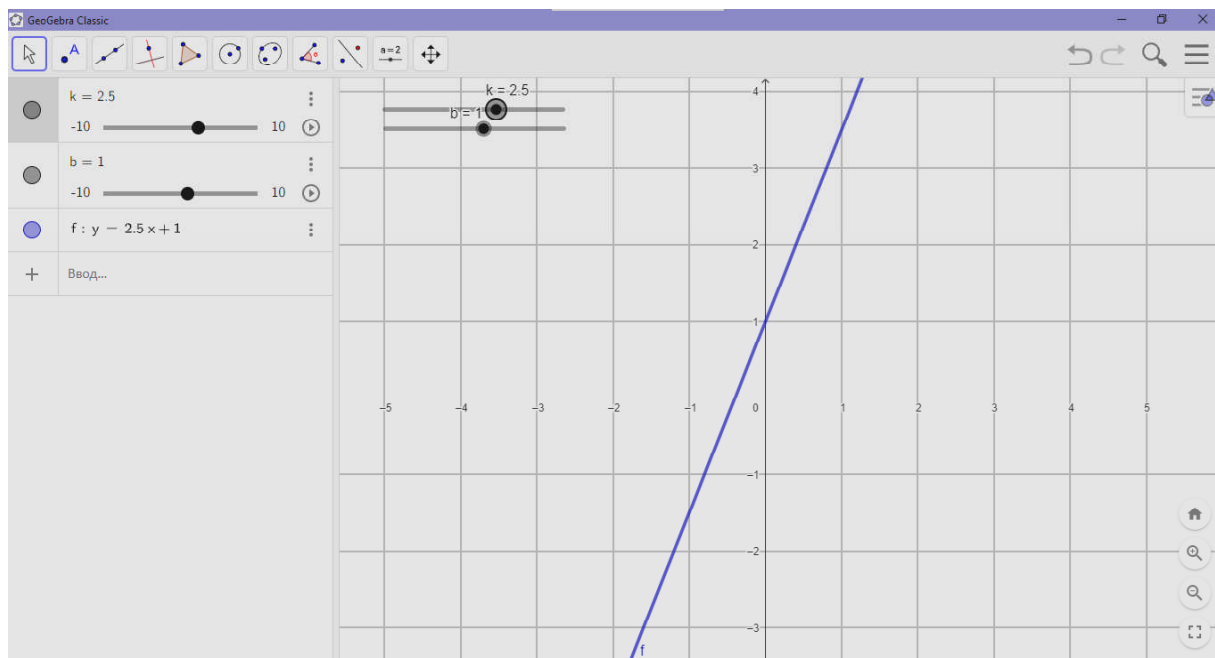


Рисунок 4 – Пример построения графика функции $y = kx + b$ с использованием ползунков

Примеры построения графиков некоторых функций, изучаемых в школьном курсе 7-9 классов, представлены на Рисунках 5, 6, 7.

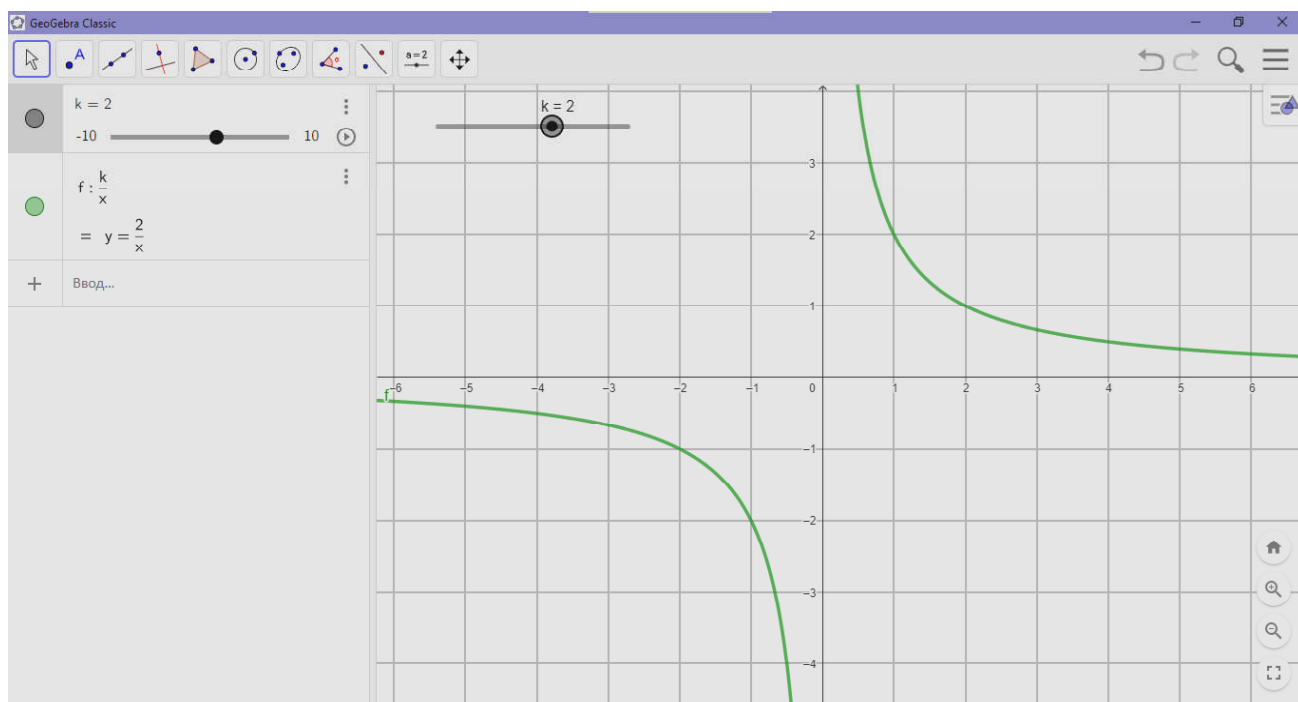


Рисунок 5 – Пример построения графика обратно пропорциональной функции с использованием ползунка

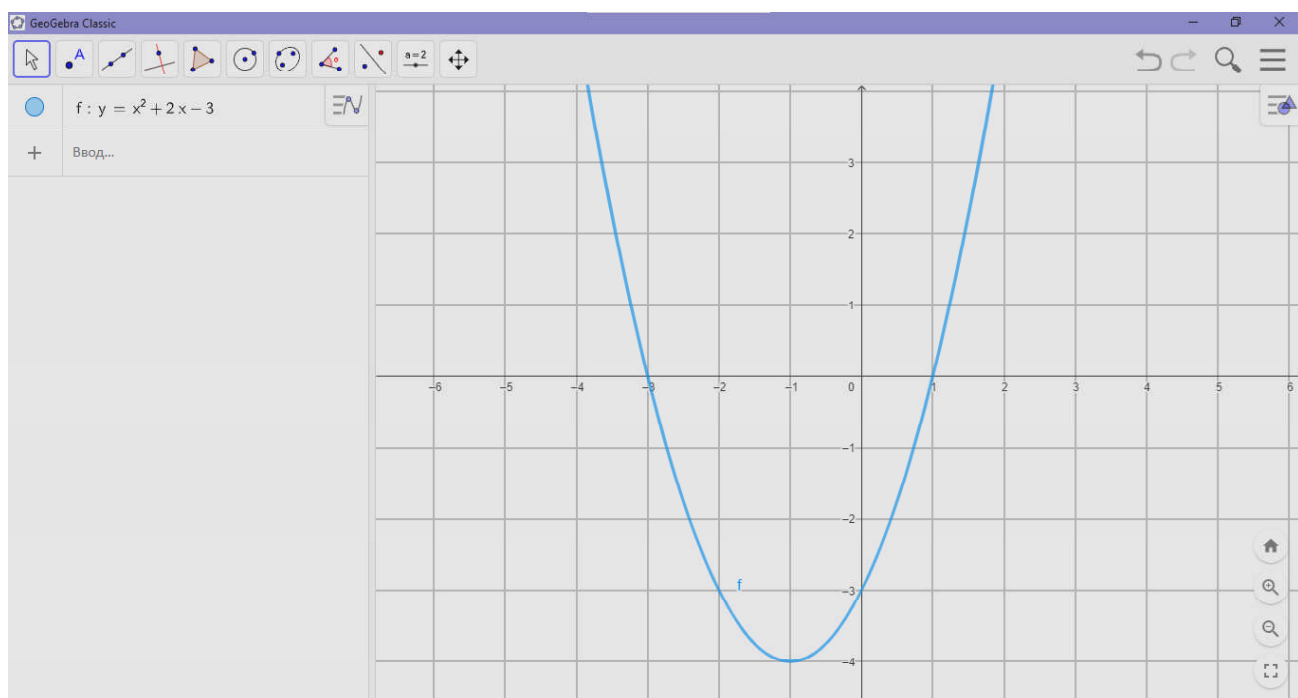


Рисунок 6 – Пример построения графика квадратичной функции с заданными коэффициентами

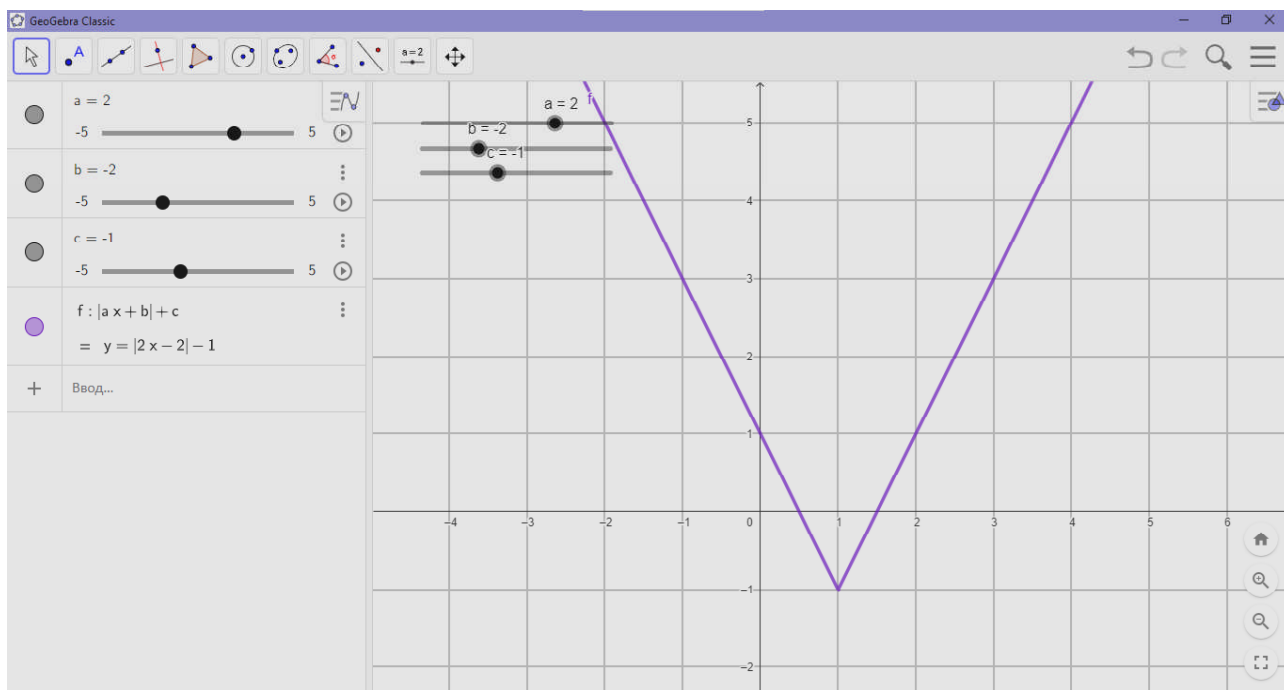


Рисунок 7 – Пример построения графика модуля функции с использованием ползунков

Далее опишем исследование функций в математическом приложении GeoGebra с помощью встроенных команд. Рассмотрим, к примеру функцию $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$.

Алгоритм исследования функции:

1. Открывает программу GeoGebra, в строку ввода записываем формулу исследуемой функции $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$. Нажимаем клавишу «Enter». В окне графического вида мгновенно появится график введенной функции. Для большей наглядности ему можно поменять цвет на более яркий, а также увеличить толщину линии, которая его задаёт. Для этого наводим мышь на график, щелкаем её правой клавишей, из списка предложенных действий над функцией, выбираем строку «Настройки». В открывшемся окне кликаем на «Цвет», выбираем понравившийся оттенок и щёлкаем на него. Чтобы изменить толщину, нажимаем на соседнее окно «Стиль», с помощью мыши выбираем толщину в границах от 1 до 13. Также здесь можно выбрать насыщенность выбранного оттенка. Закрываем это меню, далее можно увидеть, что график действительно поменял цвет и толщину.

2. Отметим корни (нули) функции. Чтобы это сделать необходимо в строку ввода самостоятельно ввести команду «*Корень()*», или же найти её в списке команд панели инструментов. Затем в круглые скобки вписать обозначение функции, то есть «*f*» или нажать на её график, так она впишется автоматически. Нажимаем клавишу «*Enter*». На графике должны отметиться точки пересечения с осью абсцисс, если такие имеются. В окне алгебры сразу же видно координаты этих точек. В нашем примере это точка $A(-1; 0)$.

3. Найдём точки экстремума функции. Для этого будем использовать команду «*Экстремум()*» аналогично команде «*Корень()*» вводим её в строку ввода. Также вписываем у какой функции находим экстремум, то есть в круглые скобки вводим «*f*». Нажимаем клавишу «*Enter*». На графике отметились точки, их можно выделить другим цветом как описано в 1 пункте. В нашем примере точки $B(-0,44; 1,13)$, $C(0; 1)$.

4. Найдём точку перегиба функции. Для этого будем использовать команду «*ТочкаПерегиба()*». В строке ввода должно быть написано «*ТочкаПерегиба(f)*», нажимаем клавишу «*Enter*». На графике появилась точка перегиба функции. В нашем примере точка $D(-0,22; 1,07)$.

5. Касательная к графику функции через точку, ему принадлежащую. Чтобы провести касательную через точку, нужно отметить её. В панели инструментов из второй категории выбираем команду «*Точка на объекте*», далее кликаем по графику функции. Получаем точку, которая всегда будет принадлежать графику исследуемой функции, то есть при её перемещении она будет двигаться только по графику. Далее в третьей категории панели инструментов выбираем команду «*Касательная*», после чего щёлкаем последовательно на ранее отмеченную точку и график функции. Касательная сразу появляется и в графическом виде, и в алгебраическом «*Касательная(E, f)*».

6. Наклон (угловой коэффициент) касательной. Его можно отметить с помощью встроенной команды «*Наклон()*». В круглые скобки необходимо вписать обозначение касательной из предыдущего пункта. В нашем примере

получаем «Наклон(g)». Его можно увидеть и на чертеже, и в алгебраическом виде.

7. Первая и вторая производные. Печатаем в строку ввода команду «Производная()», в круглые скобки пишем обозначение функции « f ». Для нахождения второй производной выполняем аналогичные действия, но пишем обозначение первой производной, а не исследуемой функции. Также можно найти нули этих производных, для проверки их свойств, соотнося с командами «Экстремум()», «ТочкаПерегиба()».

В результате получаем следующий чертёж (Рисунок 8)

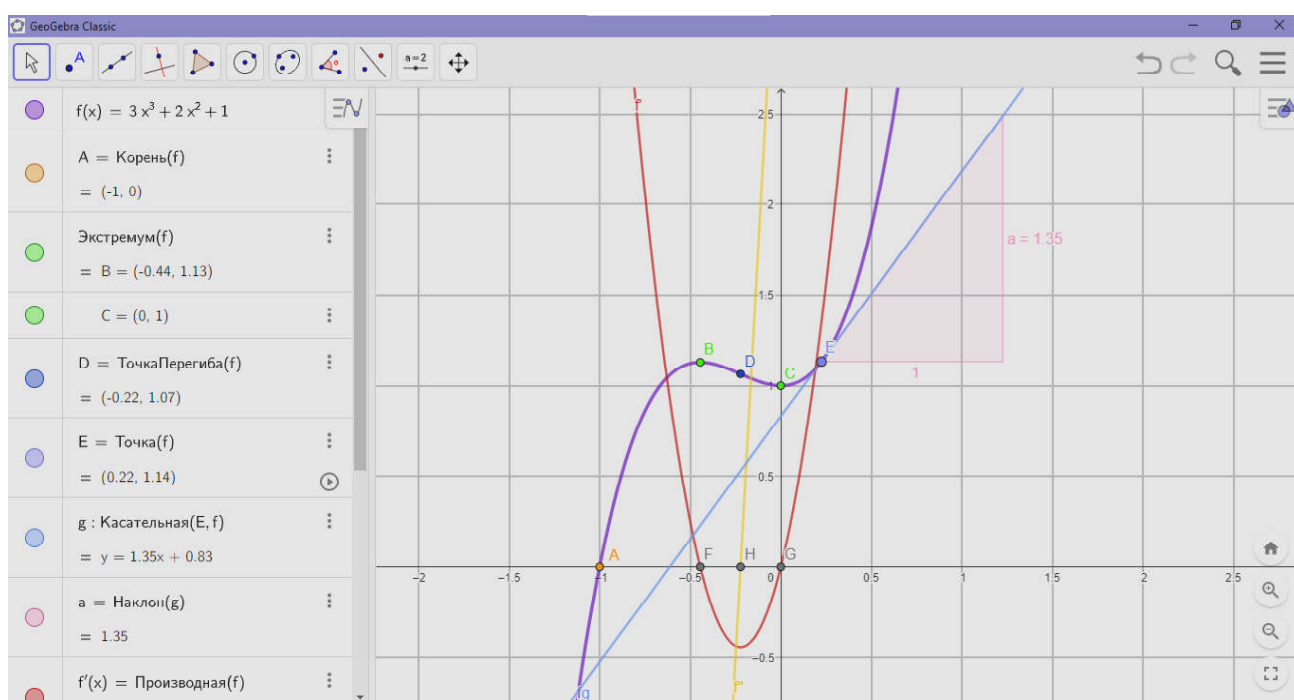


Рисунок 8 – Пример исследования функции $f(x) = 3x^3 + 2x^2 + 1$

Таким образом, GeoGebra – это эффективный инструмент для математического образования, особенно для демонстрации функционального материала. Программа расширяет возможности и для учеников, и для учителей, делая учебный процесс захватывающим, результативным.

Ещё одним интерактивным средством, которое будет использовано в работе, является онлайн-платформа LearningApps.org. Она создана для разработки и использования интерактивных учебных заданий. Рассматриваемая платформа предоставляет большое количество инструментов для создания новых

собственных заданий, а также содержит уже готовые разработки. Можно создавать такие задания, как викторины, кроссворды, карточки и другие игры. Такие интерактивы делают процесс обучения математики более увлекательным и разнообразным. Учителя могут разрабатывать задания, которые адаптированы под уровень знаний и подготовки учеников. Важно, что платформа также поддерживает возможность индивидуального обучения, которая позволяет учитывать интересы и потребности учеников, что является основой дифференцированного подхода. Представление математических терминов через интерактивную форму помогает школьникам лучше и глубже понимать материал.

Кроме того, LearningApps.org позволяет ученикам после выполнения заданий сразу же получать обратную связь, такая функция предоставляет возможность обучающимся видеть свои ошибки, чтобы проработать их в дальнейшем. Стоит отметить, что учителя и пользователи платформы могут делиться своими разработками в различных областях, включая математику. Использование готовых и распространение собственных заданий способствует обмену опытом и лучшими практиками.

Рассмотрим подробнее какие разработки, связанные с функциональной линией в школе, уже существуют на сайте. Для этого открываем официальную страницу платформы <https://learningapps.org/>. Выбираем вкладку «Все упражнения», в ней представлены предметы-категории, которые изучаются в школе. Нас интересует категория «Математика», она содержит в себе деление по классам, а также основные темы, изучаемые в образовательных организациях. Выделяя темы, относящиеся к функциональному материалу, можно отметить: «Графики функций», «Квадратичная функция», «Координатная плоскость», «Линейная функция», «Показательная функция», «Тригонометрия», «Функции». Задания, которые опубликованы учителями имеют вид: «Найди пару», «Классификация», «Хронологическая линейка», «Простой порядок», «Заполни пропуски» и т.д. То есть арсенал заданий обширен и разнообразен, учителю

предоставляется пространство для фантазии и вдохновения в создании чего-то уникального, интересного и захватывающего для своих воспитанников.

Стоит отметить, что платформа доступна на различных устройствах, данная возможность предоставляет учащимся учиться в удобное для них время и в комфортном месте. В целом, LearningApps.org является полезным инструментом для учителей математики, так как позволяет разрабатывать разнообразные интерактивные задания, которые делают учебный процесс более эффективным и интересным.

Также хотим рассмотреть онлайн-платформу Online Test Pad. Она создана для разработки и проведения тестов, опросов, а также поддерживает функцию составления кроссвордов и различных его видов. Платформа помогает учителям с помощью удобных и интуитивно понятных инструментов разрабатывать задания, которые позволяют без труда оценивать знания школьников по многим математическим темам. Как и рассмотренная ранее платформа, Online Test Pad поддерживает функцию обмена опытом между коллегами-учителями на большое количество тем, включая и функциональную линию, представленную в различных заданиях и вариациях.

Важно отметить, что данная платформа поддерживает возможность добавления математических формул и графиков в задания, это особенно важно для визуализации функциональной линии, понятия которой очень абстрактные и сложные для понимания учениками. В условия заданий можно интегрировать диаграммы, изображения, которые также помогут учащимся глубже разобраться в материале. Кроме того, платформа предоставляет функции настраивания уровня сложности теста.

Одной из значимых функций платформы является автоматическая проверка задания, это в свою очередь серьёзно экономит время учителей. После завершения задания учеником, он видит свои результаты. Такая обратная связь будет способствовать саморефлексии, пониманию и осознанию своих ошибок, что будет играть ключевую роль для изучения процесса решения задач. Учителю

на аккаунт, с которого он распространил задание, приходят результаты каждого ученика. Анализируя их по различным критериям успеваемости усвоения математического материала, учитель выявляет слабые места, пробелы в знаниях класса, после чего проводит корректировочную работу, если она требуется.

Рассмотренные математические интерактивные средства являются не просто эффективными при обучении раздела «Функции», но и мотивируют учеников на дальнейшее изучение математической дисциплины. Они способствуют активному вовлечению школьников в учебный процесс, развивают критическое мышление, делают обучение более доступным и понятным.

2.2 Интерактивный учебный материал по алгебре к разделу «Функции» с использованием математических программ

Многолетняя школьная практика показывает, что раздел «Функции» у большинства учащихся 7-9 классов представляет наибольшую сложность. Но данный материал необходим не только для успешной сдачи экзаменов, также он эффективно развивает математические способности. Чаще всего проблема отрицательного отношения к этому разделу кроется в недостаточной наглядности изложения материала, его абстрактности, что в свою очередь является причиной недоступности знаний и его непонимания. Важно отметить, что особые трудности испытывают ученики непрофильных классов, в силу меньшего количества учебных часов для усвоения и закрепления функциональной линии.

Ранее нами были рассмотрены некоторые программные обеспечения, способствующие наилучшему усвоению материала по теме «Функции». В данном параграфе мы опишем их применение на конкретных примерах с описанием методических рекомендаций использования их в обучении математики.

Первым, что будет рассмотрено, является программа GeoGebra. Как уже было отмечено, основной акцент в 7 классе в функциональном материале делается на изучение линейной функции. Поэтому нами предложен следующий пример задания. Мы будем придерживаться принципов глубокого понимания, развития навыков решения и формирования математической интуиции.

Пример 1.

Условие: «Найдите коэффициенты k и b прямой, график которой изображён на чертеже и уравнение задаётся следующей формулой $y = kx + b$ ».

На первом этапе (анализ условия задачи) учителю с учениками необходимо обсудить условие задания. Можно задать следующие вопросы:

- Что дано в задании? (График прямой и уравнение в общем виде)
- Что требуется найти? (Значение коэффициенты k и b)
- Какие термины и понятия используются в условии? (Коэффициенты, прямая, график, уравнение прямой, линейная функция)
- Является ли условие однозначным? (Да, так как график чётко определён)

Условие задания – это отправная точка. Понимание условия особенно важно для дальнейшего решения. Именно поэтому учителю нужно убедиться в чётком понимании требований условия у обучающихся.

На втором этапе (анализ и построения стратегии решения) также важно поддерживать контакт с детьми. Для этого можно использовать следующие вопросы:

- Как связаны коэффициенты k и b с графиком прямой? (k – угловой коэффициент, который определяет угол наклона; b – ордината точки пересечения прямой с осью Oy)
- Какие свойства графика прямой можно использовать для нахождения k и b ? (Например, координаты двух точек, принадлежащих прямой, а также свойства k и b)

– Какие методы можно использовать для нахождения k и b ?
(Например, подстановка координат точек в общее уравнение прямой или использование геометрических соображений)

– Какие «подводные камни» могут возникнуть? Где можно ошибиться?
(Например, неточное определение координат, неправильная подстановка в формулы, арифметические ошибки)

– Какие знания и навыки необходимы для решения задания?
(Понимание уравнения и графика линейной функции, умение строить и анализировать графики, знание определений коэффициентов k и b)

Этот этап работы над заданием вытекает непосредственно из первого. Анализ помогает обучающимся обнаружить связь между математическими понятиями и их графическим представлением. Школьники определяют стратегию решения задачи, то есть план действий, который поможет им достичь цели.

Третий этап (реализация решения и проверка).

Описание шагов решения:

– Выберите на графике две точки, координаты которых можно с лёгкостью определить.

– Подставьте их в общее уравнение прямой. Получили систему уравнений с двумя неизвестными.

– Решите полученную систему уравнений относительно коэффициентов k и b .

– Проверьте полученные значения k и b , построив график прямой с этими коэффициентами, применив возможности программы. Убедитесь, что графики совпадают.

На этом этапе после проверки необходимо донести до учеников, что при решении заданий важно не просто получить ответ, а понять, как вы пришли к решению, для чего был сделан каждый шаг. Также указать, что проверка – это

важная часть процесса решения, которая позволяет убедиться в верности ответа и избежать ошибки.

На четвертом этапе (обобщение) для уточнения можно задать следующие вопросы:

- Какие общие выводы можно сделать о связи между уравнением прямой и её графиком? (Уравнение полностью определяет положение графика, и наоборот)

- Какие аналогичные задания можно решить, используя полученные знания? (Построение графика прямой по двум точкам, нахождение точки пересечения двух прямых)

- По вашему мнению, где ещё может использоваться график прямой кроме математики? (В физике, экономике и других науках)

Данный этап направлен на формирование у обучающихся более глубокого понимания математического материала, развитие умения применять полученные знания на практических заданиях. Обобщение, важный этап решения задач, который помогает ученикам увидеть математику как единую систему знаний, а не набор различных фактов.

Интерактивность данного задания заключается в том, что оно содержит «кнопки администратора», которые позволяют изменять расположение прямой в системе координат случайным образом. А также для проверки полученных коэффициентов k и b существуют специальные окна ввода, после внесения данных в которые, новая прямая строится автоматически. Таким образом, выполняя данное упражнение, ученики ещё раз повторят и закрепят материал, связанный с линейной функцией, расширят своё понимание об применении математики в других дисциплинах. Вид рассмотренного упражнения можно увидеть на Рисунке 9.

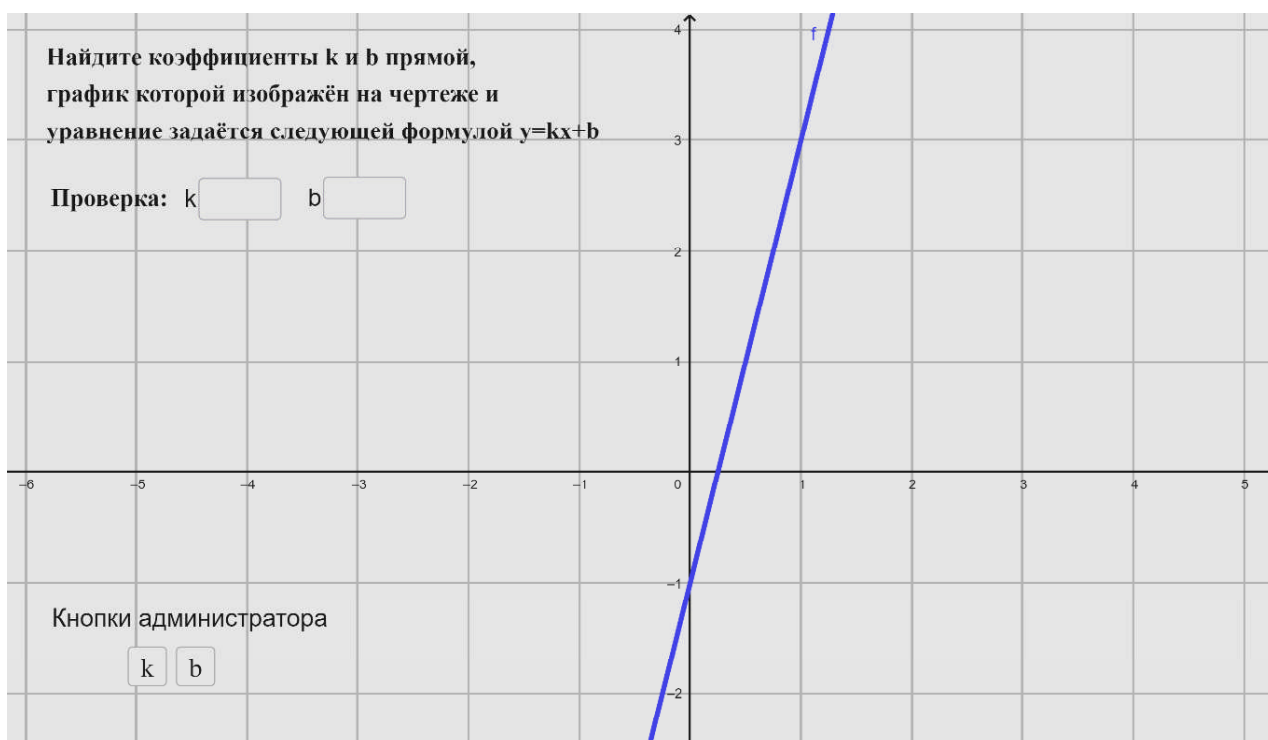


Рисунок 9 – Демонстрация Примера 1

В 8 классе основной изучаемой функцией является обратная пропорциональность. Смещение графика вдоль осей координат данной функции в учебном плане не рассматривается. Но если ученики имеют высокую успеваемость в данной дисциплине эту тему можно продемонстрировать в приложении GeoGebra для большей визуализации и понимания материала. Данный интерактивный учебный материал будет описан как часть плана урока введения нового знания на тему «Смещение графика функции обратной пропорциональности». Акцент будет сделан на исследовательском виде деятельности учеников и их активном участии.

Пример 2.

На первом этапе (актуализация знаний) учитель начинает беседу со школьниками, она может идти следующим образом:

– Давайте вспомним, что мы знаем о функции обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$. Что мы можем сказать о её графике? (Гипербола, две ветви, имеет асимптоты)

– А теперь представьте, что мы решили немного «пошевелить» график. Что может произойти? Какие изменения будут и где? (Таким образом идёт мотивация детей к рассуждениям о возможных преобразованиях графика функции) Сегодня мы как раз и займёмся изучением того, как меняется график обратной пропорциональности при смещении.

Наличие этого этапа обязательно, ведь именно на нём дети осознают необходимость получения новых знаний.

На втором этапе идёт создание проблемной ситуации и формулировка темы урока посредством мини-исследования в программном обеспечении.

– Предлагаю вам провести небольшое исследование. Откройте математическое приложение GeoGebra и постройте график функции $y = \frac{2}{x}$. Теперь попробуйте построить график функции $y = \frac{2}{x-3}$. Что вы заметили? (Ученики экспериментируют и делятся наблюдениями: «График сдвинулся»)

– Давайте построим график функции $y = \frac{2}{x} + 1$. Теперь $y = \frac{2}{x-3} + 1$. Что происходит с графиками? (Обучающиеся экспериментируют и делятся результатами)

– Как вы думаете, как можно назвать такое преобразование графика, его «шевеление»? (Учитель подводит к понятию «Смещение графика»)

– Итак, тема урока – «Смещение графика функции обратной пропорциональности».

Важность данного этапа заключается в поддержании познавательного интереса и формировании потребности в новых знаниях через проблемную ситуацию. Ученики самостоятельно открывают явление смещения графика функции, что делает материал более запоминающимся.

Далее на третьем этапе (исследование и открытие нового знания) учитель через вопросы стимулирует школьников к формулированию знаний о смещении графиков. Могут быть заданы следующие вопросы:

– Давайте систематизируем, обобщим наши наблюдения. Что происходит с графиком функции $y = \frac{k}{x}$, если мы изменяем знаменатель дроби на $(x - a)$? Каким образом влияет параметр a на график функции? (Учитель организует обсуждение, подводит учеников к выводу о горизонтальном сдвиге)

– А что происходит, если добавлять к функции $y = \frac{k}{x}$ константу b ? Каким образом влияет параметр b на график функции? (Учитель организует обсуждение, подводит учеников к выводу о вертикальном сдвиге)

– Далее обсудим с вами ещё одно понятие связанное с функцией обратной пропорциональности, асимптоты. Как они меняются при смещении графика? (Учитель организует обсуждение с использованием графического калькулятора для визуализации, ученики приходят к выводу, что асимптоты сдвигаются вместе с графиком)

– Запишите общее уравнение смещённой функции обратной пропорциональности: $y = \frac{k}{x-a} + b$. Что обозначают параметры a и b ? (Смещение графика функции вдоль осей Ox и Oy соответственно)

– Давайте теперь сформулируем правило: как определить параметры смещения по уравнению и как построить график смещённой функции обратной пропорциональности. (Ученики формулируют правило, учитель поправляет их, если есть неточности)

На данном этапе обучающиеся под чутким руководством учителя формулируют основные понятия, а также правила, связанные со смещением графика функции обратной пропорциональности.

Использование такого интерактивного момента на введение нового знания на уроке будет способствовать глубокому пониманию изученной темы по ряду причин:

1. Активное обучение. Учитель не просто объясняет материал, а ученики слушают его, они активно принимают участие в исследовательской деятельности, а также обсуждении и решении задач;

2. Визуализация. Использование математической программы позволяет быстро и легко визуализировать изменение графика функции при его смещении.

Часть рассмотренного исследования можно увидеть на Рисунке 10.

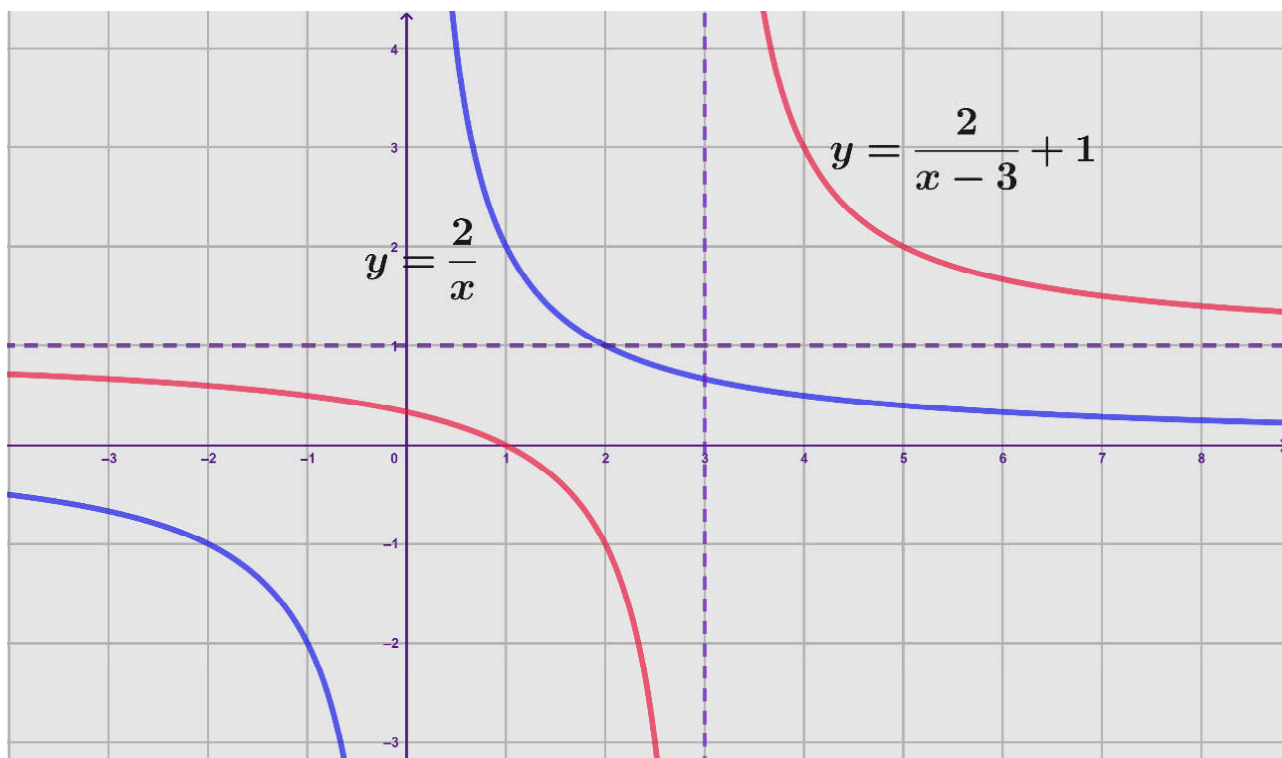


Рисунок 10 – Демонстрация Примера 2

В 9 классе изучении функциональной линии формируется на основе квадратичной функции. Ключевой темой также является смещение этой функции вдоль осей координат. Если прошлый пример был реализован как исследовательский урок, где дети самостоятельно строили графики в программе, то данный материал будет строиться на демонстрационном подходе. Такой подход позволит контролировать темп урока и делать акцент на важных моментах. Также будет использоваться раздаточный материал с бланками для записей и графиками (Приложение 1)

Пример 3.

На первом этапе (актуализация знаний) учитель беседует со школьниками, он может задавать такие вопросы:

– Давайте вспомним, как выглядит график функции $y = x^2$. (После ответов, на интерактивной доске появляется окно GeoGebra, в котором

изображён график этой функции) Что мы можем сказать о его ключевых особенностях? (Учитель организует обсуждение, в ходе которого ученики вспоминают название графика – парабола, вершина совпадает с началом координат, а также график симметричен относительно оси ординат)

– Что произойдёт, если мы изменим коэффициент перед x^2 , например, построим график функции $y = 2x^2$ или $y = -x^2$? (Дети выдвигают идеи, после чего учитель показывает графики этих функций). Как изменилась форма параболы, её положение? (Обсуждение тем: растяжение/сжатие, отражение параболы)

– Отлично! Заполните модуль «Вспомним» в маршрутном листе. Мы уже умеем с вами менять форму параболы. А что, если мы захотим её сдвинуть? Сегодня мы будем изучать, как это можно сделать.

Как и в предыдущих примерах, важно начинать с актуализации знаний, то есть повторения, чтобы создать «мостик» к новой теме.

Второй этап (создание проблемной ситуации и постановка цели) также реализуется через диалог между учителем и учениками. Мы предлагаем следующее:

– Сейчас я буду показывать вам разные графики, а ваша задача – внимательно наблюдать и анализировать, что меняется. Смотрите на экран: появился график функции $y = (x - 3)^2$. Что произошло с простейшей параболой $y = x^2$? (График функции сдвинулся вправо)

– Верно! Запишите в свои маршрутные листы: функция $y = (x - 3)^2$ – это график $y = x^2$, сдвинутый на 3 единицы вправо вдоль оси абсцисс. Теперь посмотрим дальше функцию $y = (x + 2)^2$. Что изменилось на этот раз? (Учитель демонстрирует график, организует обсуждение, в ходе которого ученики понимают, что график функции $y = (x + 2)^2$ – это график $y = x^2$, сдвинутый на 2 единицы влево вдоль оси абсцисс)

– Запишите это наблюдение. Далее рассмотрим функцию $y = x^2 + 1$. А теперь обратите внимание на функцию $y = x^2 - 2$. Что мы наблюдаем?

(Учитель демонстрирует график, организует обсуждение, в ходе которого ученики понимают, что график функции $y = x^2 + 1$, $y = x^2 - 2$ – это график $y = x^2$, сдвинутый на 1 единицу вверх и на 2 единицы вниз вдоль оси ординат соответственно) Запишите это наблюдение в бланк.

– Какую цель урока мы можем поставить? (Понять, как вид уравнения функции влияет на смещение графика параболы)

На данном этапе учитель создаёт проблемную ситуацию с помощью демонстрации изменения графиков. Ученики в свою очередь наблюдают за этим и формулируют предварительные выводы.

На третьем этапе (анализ графиков и формулировка правил) всё также важно беседовать с обучающимися, направлять их, задавать вопросы для обсуждения и поиска ответов на них. Это можно организовать с помощью следующих вопросов:

– Давайте систематизируем наши наблюдения. Во всех рассмотренных примерах мы изменяли уравнение функции $y = x^2$, и график смещался. Обратите внимание, когда мы вычитаем число внутри скобок, например, $y = (x - 3)^2$, в какую сторону сдвигался график? (Вправо) А когда прибавляем число, например, $y = (x + 2)^2$? (Влево) Почему так происходит, как вы думаете? (Учитель направляет обсуждение учеников на понимание влияния параметра m)

– Каким образом влияет знак минус перед числом внутри скобок? А если прибавляем? Давайте посмотрим это на примере, где m будет играть роль параметра от -10 до 10. Какой можем сделать вывод? (Уравнение функции имеет вид $y = (x + m)^2$, если $m > 0$, то это график $y = x^2$ смещенный влево вдоль оси абсцисс на m единиц, если $m < 0$, то это график $y = x^2$ смещенный вправо вдоль оси абсцисс на m единиц)

– Теперь рассмотрим случай, когда прибавляем или вычитаем число за скобками, то есть случаи $y = x^2 + 1$ и $y = x^2 - 2$. Как это влияет на график? Почему так происходит, как вы думаете? (Учитель направляет обсуждение учеников на понимание влияния параметра n)

– Каким образом влияет знак плюс перед числом за скобками? А если вычитаем? Давайте посмотрим это на примере, где n будет играть роль параметра от -10 до 10. Какой можем сделать вывод? (Уравнение функции имеет вид $y = x^2 + n$, если $n > 0$, то это график $y = x^2$ смещенный вверх вдоль оси ординат на n единиц, если $n < 0$, то это график $y = x^2$ смещенный вниз вдоль оси ординат на n единиц)

– Давайте теперь посмотрим на общий вид уравнения $y = (x + m)^2 + n$. Что буквы m и n обозначают в этом уравнении? Как с их помощью определить смещение графика? Запишите это в свои маршрутные листы (Учитель организует обсуждение, ещё раз проговаривают правила смещения и записывают их)

– А теперь одно из самых главных, где теперь будет находиться вершина параболы, которая будет иметь вид $y = (x + m)^2 + n$? (Вершина будет иметь координаты $(-m; n)$)

Данный этап является основным, именно на нём обучающиеся открывают для себя новые знания. Задача учителя направлять процесс анализа и помогать формулировать правильные выводы.

Такая интерактивная подача материала кардинально облегчает объяснение материала. Возможность моментального вывода графика функции на чертёж, его смещение представляет для учителя уникальную возможность сокращения времени именно на построении этих графиков от руки при введении нового материала. Сэкономленное время лучше потратить на закрепление материала пройденной темы, чтобы ученики тренировались самостоятельно определять смещение графиков квадратичной функции и нахождение вершин парабол. Демонстрация фрагмента данного задания представлена на Рисунке 11.

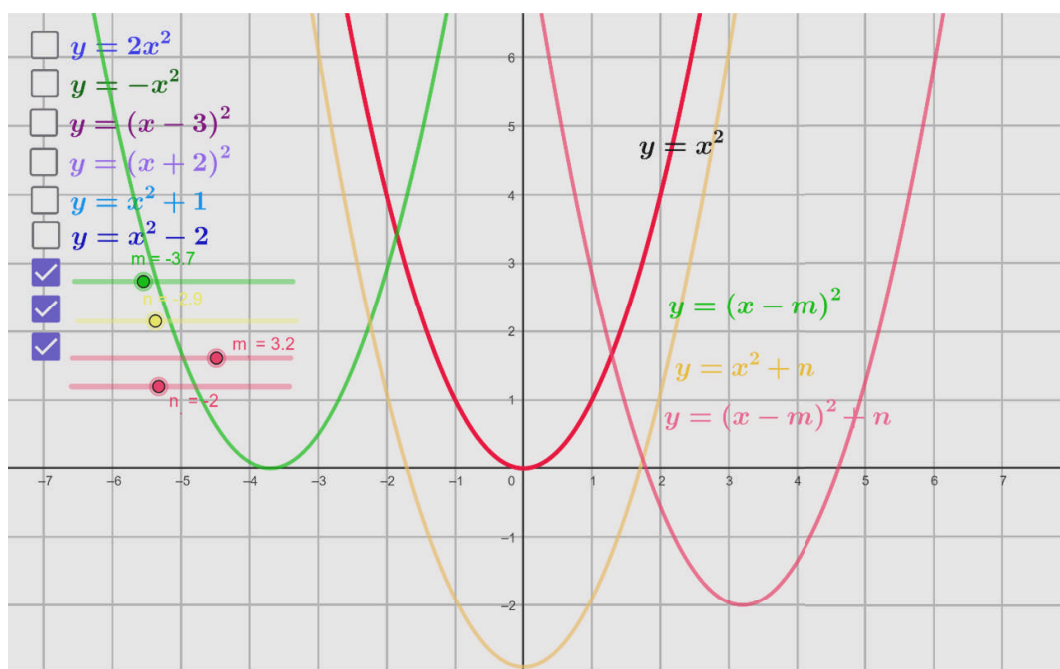


Рисунок 11 – Демонстрация Примера 3

Далее рассмотрим применение онлайн-платформы LearningApps.org на уроках алгебры, посвящённых также изучению функций. Чтобы разнообразить изучение математики для школьников, мы предлагаем следующие простые, но занимательные задания. Они не займут много времени на уроке, а лишь помогут ученикам переключить внимание с меловой доски и тетрадей, на что-то более красочное и интерактивное.

Как и в описании использования предыдущей программы начнём с 7 класса и изучении ими линейной функции.

Пример 4.

Условие: «Установите соответствие между знаками коэффициентов k и b в уравнении линейной функции $y = kx + b$ и графиком прямых на чертеже».

На первом этапе (анализ условия задачи) учителю важно обсудить с обучающимися условия задания, чтобы все понимали, что им дано и что требуется сделать. Можно задать такие вопросы:

- Что дано в условии задания? (Набор графиков прямых и столбец со знаками коэффициентов k и b)
- Что нужно сделать? (Сопоставить каждый график линейной функции с соответствующей комбинацией знаков k и b)

– Какие термины и понятия используются? (Линейная функция, уравнение прямой, коэффициенты k и b , график прямой, положительное и отрицательное значения, ноль)

– Какие критерии успешного выполнения задания? (Правильное сопоставление всех графиков и комбинаций знаков)

– Какие графики должны быть включены, чтобы охватить все возможные варианты комбинаций коэффициентов k и b ? (Возрастающие, убывающие, горизонтальные и вертикальные прямые, пересекающие ось ординат выше, ниже нуля и в нём самом)

– Каких комбинаций знаков k и b здесь не хватает? (Все варианты когда $k = 0$) Что из себя представляют эти графики (Горизонтальные прямые)

Данное задание помогает сделать акцент на знаках коэффициентов, а не на их конкретных значениях, что будет способствовать систематизации информации.

Второй этап (повторение теоретических основ) может содержать следующие вопросы:

– Как знак коэффициента k влияет на график прямой? (Если $k > 0$ – прямая возрастает; если $k < 0$ – прямая убывает; если $k = 0$ – прямая горизонтальная)

– Как знак коэффициента b влияет на график прямой? (Если $b > 0$ – прямая пересекает ось ординат выше нуля; если $b < 0$ – прямая пересекает ось ординат ниже нуля; если $b = 0$ – прямая проходит через начало координат)

– Какие графические признаки помогут определить знаки коэффициентов k и b ? (Наклон прямой, точка пересечения с осью ординат).

Этот этап очень важен, проговаривание теоретических основ темы вслух поможет ученикам обратить внимание на связи между знаком коэффициента и характеристиками графика.

Третий этап это непосредственное выполнение задания. Обучающиеся рассматривают график, определяют знаки коэффициентов, соотносят их с

комбинациями, сразу же получая обратный отклик от программы. Такую работу проводят со всеми представленными графиками. Задача учителя – направлять действия учеников, если возникли какие-либо затруднения, задавать уточняющие вопросы. Данный этап представляет из себя применение знаний на практике, ученики должны уметь анализировать графики и определять знаки коэффициентов.

На четвёртом этапе (обобщение и рефлексия) учитель может задать следующие вопросы:

- Какие комбинации знаков коэффициентов k и b вызвали наибольшие затруднения? Почему?
- Какие ошибки вы допускали? Как можно избежать этих ошибок в будущем?
- Какие аналогичные задания можно составить, используя полученные знания?

Использование такого задания поможет эффективно закрепить знания о влиянии знаков k и b на график линейной функции. Вид рассмотренного задания можно увидеть на Рисунке 12.

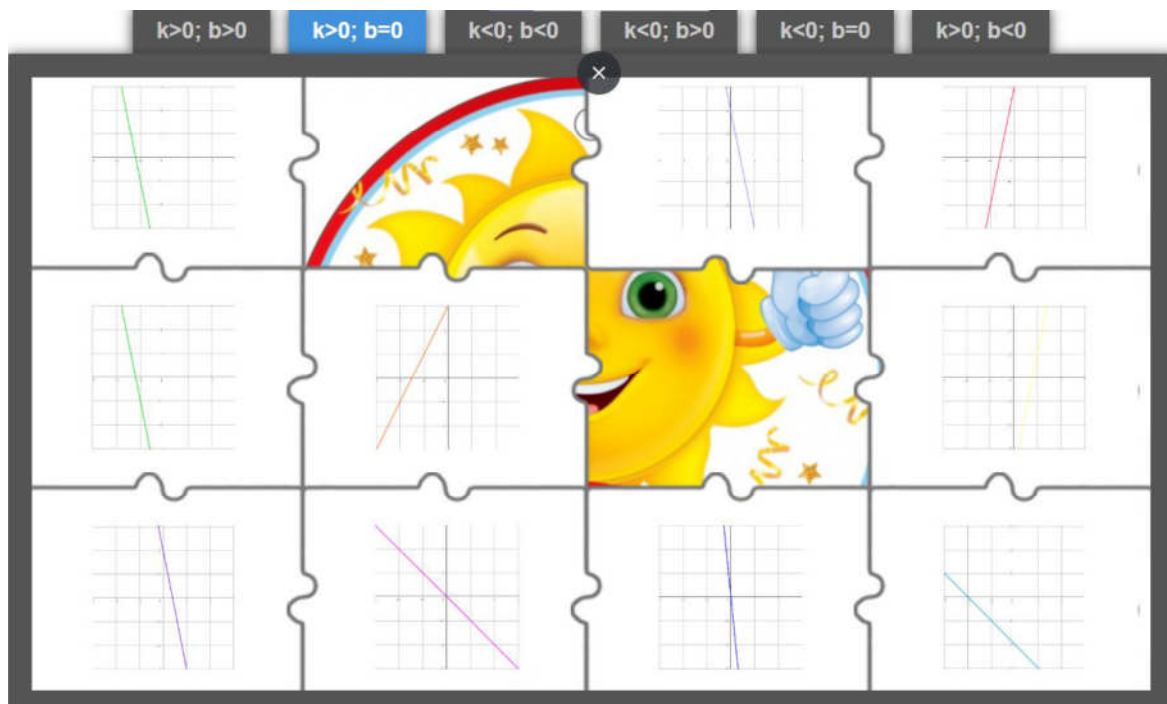


Рисунок 12 – Демонстрация Примера 4

Для 8 класса мы подготовили задание, связанное с повторением и закреплением терминологии на тему «Обратно пропорциональная функция».

Пример 5.

Условие: «Найдите в сетке букв слова, связанные с темой «Обратно пропорциональная функция». Слова могут располагаться вертикально и горизонтально, в прямом направлении. Отметьте найденные слова и дайте им определение».

Это всем знакомая игра также на начальном этапе требует анализа условий задания. Его можно организовать так:

- Что дано в задании? (Сетка букв, количество слов, которые необходимо найти)
- Какие правила поиска слов действуют? (Направление, прямой порядок слов)
- Как оформить результаты? (Отметить найденные слова и дать им определение)

Следующий этап – это непосредственное выполнение задания, актуализировать знания предварительно не следует, ведь это есть цель задания. Хотя актуализация может быть проведена, если ученики плохо понимают этот материал и не могут запомнить термины. Чтобы выполнить задания, учитель может организовать мозговой штурм, где учащиеся будут активно высказывать своё мнение, например, на вопрос какие слова, связанные с обратно пропорциональной функцией вы знаете? Важно отметить, что ученики не просто должны перечислять всё, что знают, слова должны быть связаны с изучаемой темой, а также подкреплены математическим определением. Проверка задания проходит общим разбором с учителем.

На этапе рефлексии учитель может задать такие вопросы:

- Какие слова были найдены?
- Какие слова было сложнее всего найти? Почему?
- Все ли найденные слова одинаково важны для понимания темы?

Данное интерактивное задание поможет активно, захватываяюще провести урок, например, его можно использовать на этапе актуализации знаний. Вид рассмотренного задания можно увидеть на Рисунке 13.

а	п	к	ф	ь	е	й	я	з	в	р	ё	е	г	ё	м	е	ф	и
ш	ц	ы	н	б	ф	б	ь	х	щ	л	з	е	р	н	р	к	ф	т
ш	ь	ч	й	ь	с	и	з	ш	ж	х	ф	б	а	м	щ	г	п	п
щ	б	р	ь	л	и	щ	б	и	д	у	о	щ	ф	е	ц	н	э	ъ
к	к	у	й	у	а	ж	у	к	о	э	ф	ф	и	ц	и	е	н	т
а	г	с	я	з	ц	д	р	о	б	ь	г	м	к	о	ы	я	а	ь
м	г	ж	с	ш	э	з	ч	о	ж	э	у	и	ж	ш	а	в	п	я
р	ф	б	ю	г	и	п	е	р	б	о	л	а	ф	р	п	е	у	и
р	ж	с	э	я	ю	и	е	д	и	й	э	ж	з	щ	з	ь	а	е
н	а	у	з	а	в	и	с	и	м	о	с	т	ь	о	ж	б	н	с
й	у	ы	ъ	у	р	ф	у	н	к	ц	и	я	ф	и	ш	л	я	ж
п	е	р	е	м	е	н	н	а	я	с	х	р	х	с	ь	ф	к	б
м	г	м	а	с	и	м	п	т	о	т	а	р	щ	в	с	у	с	л
ь	э	ш	р	ц	и	ф	а	ы	у	ж	ш	к	ы	ъ	з	с	м	п
р	ш	ф	г	е	ь	у	ы	б	р	ф	ь	ъ	н	ъ	и	в	р	ъ
г	ж	ш	у	е	е	г	д	д	с	а	п	а	и	я	х	ь	к	н
и	у	з	м	ж	л	ы	э	ё	в	г	в	ь	с	ц	щ	ъ	х	ч
т	г	щ	е	ю	м	м	ю	н	б	ъ	н	и	ж	я	г	н	л	ы
м	ц	ж	н	э	з	п	ч	т	з	ъ	в	ч	м	я	с	ц	ж	в
и	э	ж	т	у	а	т	з	я	р	е	э	ф	м	н	ю	з	ф	ц

1. коэффициент
2. дробь
3. гипербола
4. функция
5. переменная
6. асимптота
7. зависимость
8. график
9. координаты
10. аргумент

Рисунок 13 – Демонстрация Примера 5

Если в 7 классе важно, чтобы ученики понимали связь между знаками коэффициентов k и b уравнения линейной функции с расположением её графика в системе координат, то в 9 классе этот навык определения связи переносится на квадратичную функцию, где акцент идёт на коэффициент перед x^2 и дискриминант. Поэтому мы предлагаем следующее упражнение – таблица соответствий.

Пример 6.

Условие: «Перетащите графики функций в соответствующие ячейки таблицы. В первом столбце должны быть графики, у которых дискриминант квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ больше 0 ($D > 0$), во втором столбце – дискриминант равен 0 ($D = 0$), в третьем столбце – дискриминант меньше 0 ($D < 0$). В первой строке таблицы должны быть графики функций, у которых

коэффициент a больше 0 ($a > 0$), во второй строке – коэффициент a меньше 0 ($a < 0$).

Решение задания начинается с анализа условия. Учитель беседует с детьми и оценивает, все ли обучающиеся понимают, что дано и что необходимо сделать. Предлагаем следующий список вопросов:

- Что дано в условии задания? (Набор графиков парабол и таблица соответствий)
- Что нужно сделать? (Переместить каждый график в ячейку таблицы, которая соответствует знакам D и a)
- Какие термины и понятия используются? (Квадратичная функция, график функции, парабола, дискриминант, коэффициент a , вершина параболы, корни уравнения, ось абсцисс)
- Какие варианты парабол в системе координат бывают? (Пересекающие ось абсцисс в двух точках, касающаяся её и не пересекающая; ветки параболы вверх или вниз)

Далее на втором этапе следует повторить теоретические основы. Это можно сделать с помощью уточняющих вопросов:

- Как коэффициент a влияет на график линейной функции? (Если $a > 0$, то ветви параболы вверх; если $a < 0$, то ветки вниз)
- Как дискриминант влияет на график параболы? (Если $D > 0$, то два корня, то есть парабола пересекает ось абсцисс в двух точках. Если $D = 0$, то один корень, то есть парабола касается оси абсцисс. Если $D < 0$, то корней нет, то есть парабола не пересекает ось абсцисс)
- Как использовать вершину параболы для соотнесения? (Сначала определяем направление ветвей параболы, потом положение вершины, только проанализировав эти условия, определяет знак дискриминанта)

Проведение этого этапа важно для правильного и быстрого решения упражнения. Повторение материала будет способствовать меньшему количеству ошибок, выполнению задания не randomным образом, а обдуманными

действиями соотнесения графиков и знаков дискриминанта D , и коэффициента a .

Далее ученики переходят к самостоятельному решению задания. Учитель в этот момент может задавать уточняющие вопросы, давать дополнительные задания тем, кто справился быстрее. Проверка ответа осуществляется платформой автоматически. Не стоит пропускать этап обсуждения задания и рефлексии. Его можно организовать такими вопросами:

- Какие графики вызвали наибольшие затруднения? Почему?
- Какие ошибки были допущены? Как можно избежать этих ошибок в будущем?

- Все ли возможные комбинации знаков D и a были представлены? Почему нет $a = 0$?

В целом это интерактивное задание предоставляет обучающимся возможность углубить понимание материала рассматриваемой темы. Но не просто обсуждением его на уроке, а применением его на практике. Возможность перемещать графики, увеличивать их повышает познавательный интерес и способствует более эффективному обучению. Вид данного упражнения представлен на Рисунке 14.

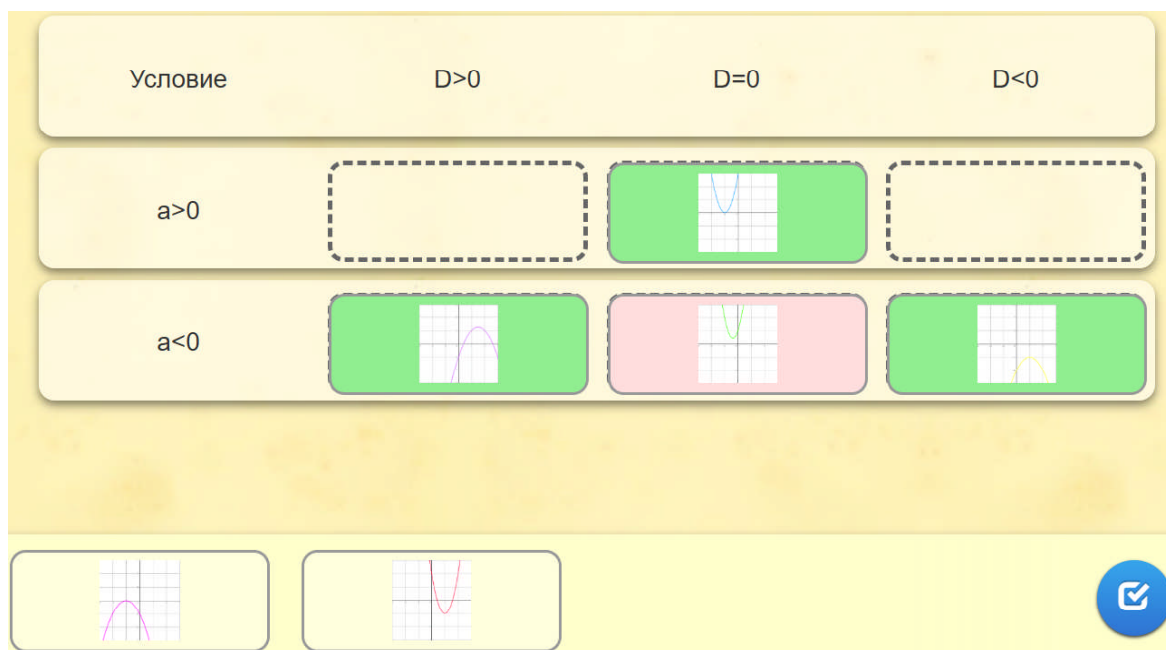


Рисунок 14 – Демонстрация Примера 6

В процессе обучения математики проверка знаний играет ключевую роль. Она позволяет не только оценить уровень усвоения материала, но и выявить пробелы в знаниях обучающихся, корректировка которых будет способствовать целенаправленному результативному образовательному процессу. В современном мире, когда информационные технологии становятся частью образования, онлайн-тесты представляют из себя популярный инструмент для проверки знаний. Онлайн-платформа Online Test Pad позволяет создавать такие тесты, это значительно помогает учителю сократить время на проверку, оценку и анализ работ учеников. Итоговый тест для 7 класса по теме «Линейная функция, её график и свойства» будет представлен в Приложении 2.

Чтобы провести данный тест мы рекомендуем использовать следующую методику. За несколько дней до теста напомнить обучающимся о предстоящей проверке знаний по теме «Линейная функция», порекомендовать повторить основные определения, свойства и график функции. Непосредственно перед тестом провести небольшую беседу, в которой ученики кратко обсудят теоретический материал по данной теме. Перед началом теста чётко и подробно объяснить школьникам правила его проведения: время выполнения, ввод ответов, критерии оценивания. Помочь ученикам пройти на онлайн-платформу для выполнения теста. Необходимо контролировать процесс выполнения теста, обеспечивая тишину и самостоятельность работы, помогать ученикам, если они имеют затруднения в понимании формулировки задания, а не пути решения. По истечении времени проверить, чтобы все завершили тест вовремя и отправили свою работу. Далее необходимо проанализировать результаты теста, выявить наиболее частые ошибки, спланировать работу по корректировке выявленных пробелов в знаниях. На следующем уроке нужно организовать подробный разбор проблемных заданий теста, объясняя правильное решение и акцентируя внимание на типичные ошибки. Далее предложить ученикам дополнительные задания на закрепление материала, вызвавшего наибольшие трудности, чтобы сформировать прочные знания и навыки по теме «Линейная функция».

Таким образом, представленные упражнения позволяют комплексно оценить понимание учащимися функциональной линии, охватывая как теоретические знания, так и практические умения и навыки. Включение интерактивных заданий различных типов стимулирует многие познавательные процессы, обеспечивая более глубокое усвоение материала по сравнению с однотипными упражнениями. Использование интерактивных средств в обучение математики, как онлайн-тесты с автоматической проверкой, способствует более эффективному планированию урока. Динамические среды позволяют визуализировать функции, исследовать влияние коэффициентов на график в реальном времени, делая учебный процесс более наглядным, увлекательным. А применение геймифицированных упражнений создаёт игровую атмосферу, снижая уровень стресса и способствуя более активному вовлечению обучающихся в образовательный процесс, что положительно сказывается на результатах.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы получены следующие выводы и результаты:

1. Изучены и проанализированы различные Интернет-ресурсы, научная и учебно-методическая литература на предмет возможности использования интерактивных средств при изучении раздела «Функции».

2. Освещены основные понятия, связанные с интерактивными средствами обучения, а также выделены основные достоинства и недостатки их применения.

3. Произведён анализ содержания функциональной линии в различных учебниках по алгебре 7-9 классов.

4. Рассмотрены различные интерактивные средства, приложения, онлайн-платформы, находящиеся в общем доступе сети Интернет, которые могут быть использованы как учителем на уроке, так и обучающимися в школе и дома для закрепления и усвоения материала раздела «Функции» курса алгебры.

5. Разработан интерактивный учебный материал по алгебре к разделу «Функции» для 7-9 классов. Предложенные задания могут использоваться для усвоения и проверки знаний обучающихся по предложенным темам.

Полученные результаты свидетельствуют о том, что поставленные задачи в основе своей решены, цель исследования достигнута.

Результаты исследования могут быть использованы учителями математики для организации работы по данным темам в классе на уроках или факультативных занятиях.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт. URL: <https://fgos.ru/>. Заглавие с экрана (дата обращения: 16.12.2024).
2. GeoGebra : Графический калькулятор для функций, геометрии, статистики и 3D геометрии. URL: <http://www.geogebra.com>. Заглавие с экрана (дата обращения: 16.12.2024).
3. LearningApps.org : создание мультимедийных интерактивных упражнений. URL: <http://learningapps.org/>. Заглавие с экрана (дата обращения: 03.03.2025).
4. Online Test Pad : онлайн тесты, опросы, кроссворды. URL: <http://onlinetestpad.com/ru>. Заглавие с экрана (дата обращения: 03.03.2025).
5. Алгебра : 7-й класс : базовый уровень: учебник / Макарычев Ю. Н. [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. 15-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2023. 255 с.
6. Алгебра. 7 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Г. В. Дорофеев [и др.]; 2-е изд. М. : Просвещение, 2014. 287 с.
7. Алгебра. 7 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / Ю. Н. Макарычев [и др.]. М. : Просвещение, 2018. 304 с.
8. Алгебра. 8 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Г. В. Дорофеев [и др.]; 3-е изд. М. : Просвещение, 2016. 320 с.
9. Алгебра. 8 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / Ю. Н. Макарычев [и др.]. М. : Просвещение, 2018. 351 с.
10. Алгебра. 8-й класс : базовый уровень: учебник / Макарычев Ю. Н. [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. 16-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2023. 319 с.
11. Алгебра. 9 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций / Г. В. Дорофеев [и др.]; 3-е изд. М. : Просвещение, 2016. 336 с.

12. Алгебра. 9 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций: углубл. уровень / Ю. Н. Макарычев [и др.]. М. : Просвещение, 2018. 400 с.
13. Алгебра. 9-й класс : базовый уровень: учебник / Макарычев Ю. Н. [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. 4-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2017. 287 с.
14. Кошкина В. А., Пазенко Е. А. Интерактивные средства обучения: классификация и потенциал // Мир науки. Педагогика и психология : научный журнал. 2021. Т9 №3. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/interaktivnye-sredstva-obucheniya-klassifikatsiya-i-potentsial> (дата обращения: 16.12.2024).
15. Кудина Е. С. О возможностях использования Microsoft Mathematics и GeoGebra на учебных занятиях // Информация и образование: границы коммуникаций, 2014. №6. С. 348-351.
16. Покровский В. П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия : учеб.-метод. пособие. Владимир, 2014. 143 с.
17. Приходько В. Е. Место мультимедийной презентации в современном уроке // Вестник Таганрогского института имени А. П. Чехова : научный журнал. 2012. №1. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/mesto-multimediynoy-prezentatsii-v-sovremennom-uroke> (дата обращения: 17.02.2025).
18. Степанова М. И. Интерактивная доска в школе // Санэпидконтроль. Охрана труда. 2013. №2. С. 90-94.
19. Ступина С. Б. Технологии интерактивного обучения в высшей школе : учеб.-метод. пособие. Саратов : Наука, 2009. 52 с.
20. Чеботаева Э. В. Компьютерный эксперимент с GeoGebra : учеб.-метод. пособие. Казань, 2015. 61 с.
21. Ширпал Е. Н. Преимущества и недостатки методов интерактивного обучения // Педагогический вестник : научный журнал. 2022. №23. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/preimuschestva-i-nedostatki-metodov-interaktivnogo-obucheniya> (дата обращения: 15.01.2025).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Маршрутный лист

Тема урока: _____

Цель урока: _____

Вспомним!

- График функции $y = x^2$ называется _____.
- Вершина этой функции находится в точке (____; ____).
- Если коэффициент перед x^2 положительный, ветви параболы направлены _____. Если отрицательный – _____.

Исследуем!

№	Функция	График (зарисовать схематично)	Что изменилось по сравнению с $y = x^2$? (Сдвиг вправо/влево, вверх/вниз)
	$y = (x - 3)^2$		Сдвиг на ____ единицы _____
	$y = (x + 2)^2$		Сдвиг на ____ единицы _____
	$y = x^2 + 1$		Сдвиг на ____ единицы _____

	$y = x^2 - 2$		Сдвиг на ____ единицы _____
	$y = (x - m)^2$		Сдвиг на ____ единиц _____
	$y = x^2 + n$		Сдвиг на ____ единиц _____
	$y = (x - m)^2 + n$		Сдвиг на ____ единиц _____

Выводим правило!

В уравнении функции $y = (x - m)^2 + n$:

- Параметр m отвечает за сдвиг графика по оси _____. Если $m > 0$, то график сдвигается в _____ сторону. Если $m < 0$, то график сдвигается в _____ сторону.
- Параметр n отвечает за сдвиг графика по оси _____. Если $n > 0$, то график сдвигается в _____ сторону. Если $n < 0$, то график сдвигается в _____ сторону.
- Координаты вершины параболы равны (____;____).

Итоговый тест. «Линейная функция, её график и свойства»

Инструкция: внимательно читайте задания и выполняйте их в соответствии с указаниями.

1. Какое из следующих уравнений является уравнением линейной функции?

а. $y = x^2 + 1$; б. $y = 2x - 3$; в. $y = \frac{1}{x}$; г. $y = \sqrt{x}$

2. Что является графиком линейной функции?

а. Парабола б. Гипербола в. Прямая г. Окружность

3. В уравнении линейной функции $y = kx + b$, что означает коэффициент k ?

а. Сдвиг графика по оси y

б. Угловой коэффициент

в. Значение функции при $x = 0$

г. Координату x точки пересечения с осью абсцисс

4. Какая из следующих прямых является убывающей?

а. $y = x + 2$ б. $y = 0,5x - 1$ в. $y = -x + 3$ г. $y = 4$

5. Какие прямые являются параллельными?

а. $y = 2x + 1$ и $y = -2x + 1$ б. $y = 3x + 2$ и $y = 3x + 5$

в. $y = x$ и $y = -x$ г. $y = x + 1$ и $y + x = 1$

6. Чему равно значение функции $y = -3x + 2$, если $x = 1$? Ответ: ____

7. Найдите значение k в уравнении прямой $y = kx$, если известно, что прямая проходит через точку (2; 6). Ответ: ____

8. Прямая $y = kx + b$ проходит через точки (0; 5), (1; 3). Чему равно значение b ? Ответ: ____

9. Чему равен аргумент функции $y = 2,5x - 2$, если значение функции в этой точке равно -7. Ответ: ____

10. Определите взаимное расположение графика функции $y = -\frac{5}{6}x - 1$ с графиком функции $y = -2$. Если графики пересекаются, найдите абсциссу точки пересечения. Ответ: _____ и _____

11. Определите взаимное расположение графика $y = -\frac{5}{6}x - 1$ с графиком $y = 1 - \frac{5}{6}x$. Если графики пересекаются, найдите ординату точки пересечения. Ответ: _____ и _____

12. Задайте формулой функцию, график которой параллелен прямой $y = 4x - 15$ и проходит через точку с координатами $(-2; 3)$. В ответ запишите значения k и b найденной прямой $y = kx + b$. Ответ: $k =$ _____ и $b =$ _____.

13. Если коэффициент k в уравнении $y = kx + b$ положителен, то прямая _____ (возрастает/убывает)

14. Если прямая проходит через начало координат, то коэффициент b в уравнении $y = kx + b$ равен _____ (число).

15. Прямая, параллельная оси ординат, задаётся уравнением вида $y =$ _____ (чему?)

Ключ к тесту:

1. б

6. -1

11. Не пересекаются; нет

2. в

7. 3

12. 4; 11

3. б

8. 5

13. Возрастает

4. в

9. -2

14. Нулю

5. б

10. Пересекаются; 1,2

15. Числу

Критерии оценивания

Каждый правильный ответ оценивается в 1 балл.

Максимальный балл за тест: 15 баллов.

– 14-15 баллов : «5»

– 8-11 баллов : «3»

– 11-14 баллов : «4»

– Менее 8 баллов : «2»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» 10 2024 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Узбаевой Валентины Павловны
(ФИО полностью)

Тема работы «Разработка интерактивного учебного материала по алгебре к разделу
«Функции» с использованием программных средств обучения»

Утверждена приказом по Университету от «25.12» 2024 г. № 1350/с

Срок сдачи студентом законченной работы «6» мая 2025 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ научной и учебно-методической литературы, Интернет-ресурсов, соответствующие теме исследования.	Сентябрь 2024	выполнено
2.	Определение особенностей применения интерактивных средств обучения в процессе обучения алгебры, выявление их достоинства и недостатки.	Октябрь 2024	выполнено
3.	Сравнительный анализ изложения раздела «Функции» в учебниках по алгебре различных авторов.	Ноябрь- декабрь 2024	выполнено
4.	Анализ имеющихся в свободном доступе сети Интернет интерактивных средств обучения, которые можно использовать при изучении раздела «Функции».	Январь- февраль 2025	выполнено
5.	Разработка интерактивного учебного материала для раздела «Функции».	Март- апрель	выполнено
6.	Оформление результатов исследовательской работы	Май 2025	выполнено

Дата выдачи задания «28» 10 2024г.

Руководитель  Муравьева Е.З.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

 Савелов Б.П.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Узбаевой Валентины Павловны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Узбаева Валентина Павловна,
Ф.И.О. студента

студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему *«Разработка интерактивного учебного материала по алгебре к разделу «Функции» с использованием программных средств обучения»*, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


ПОДПИСЬ
19.05.2025
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 12.05.2025
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  - Екатерина Геннадьевна Журавлёва
ПОДПИСЬ И.О.Ф.

ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему «Разработка интерактивного учебного материала по алгебре к разделу "Функции" с использованием программных средств обучения»

студентки 4 курса Узбаевой Валентины Павловны

направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование"

профиль подготовки "Математика"

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.

Отчет о проверке

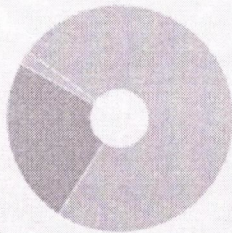
Автор: Узбаева Валентина Павловна

Название документа: Разработка интерактивного учебного материала по алгебре к разделу "Функции" с использованием программных средств обучения

Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
24,05%

Оригинальность:
73,56%

Цитирование:
2,39%

Самоцитирование:
0%

1 «Совпадения», «Цитирование», «Самоцитирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

2 Проверено: 96,32% текста документа, исключено из проверки: 3,68% текста документа. Разделы, отключенные пользователем: Библиография

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 136

Тип документа: Выпускная квалификационная работа

Дата проверки: 12.05.2025 12:14:55

Дата корректировки: 04.06.2025 16:08:26

Количество страниц: 62

Символов в тексте: 88186

Слов в тексте: 11555

Число предложений: 1912

Комментарий: не указано

Руководитель ВКР

12.05.25 
дата, подпись

Е.Г. Журавлева

ОТЗЫВ

РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ на тему: «Разработка интерактивного учебного материала по алгебре к разделу «Функции» с использованием программных средств обучения»

**студентки Узбаевой Валентины Павловны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 21ФПМ1**

Выпускная квалификационная работа Узбаевой Валентины Павловны посвящена разработке интерактивного учебного материала по алгебре к разделу "Функции" с использованием программных средств обучения.

Использование программных средств обучения позволяет не только сделать процесс изучения алгебры более увлекательным и доступным, но и адаптировать его под индивидуальные потребности каждого ученика. Интерактивные элементы, такие как анимации, графики и тесты, создают возможность для активного участия обучающихся в учебном процессе, что способствует более глубокому усвоению знаний. Функция как элемент математического образования делает возможным упорядочение представления о различных зависимостях, полученные в повседневной жизни и путем изучения других предметов, способствует развитию у учащихся умения мыслить в терминах функциональной зависимости, развить представление о различных, находящихся в зависимости друг от друга, величинах, что является немало важным в познании ребенком окружающей его действительности и повышения уровня усвоения функциональной линии.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: проведен анализ литературы по теме исследования; определены особенности применения интерактивных средств на уроках алгебры; в сети Интернет проведен анализ интерактивных средств, которые можно использовать при изучении раздела "Функции"; разработан интерактивный учебный материал к разделу "Функции". В работе более подробно рассмотрено применение компьютерной программы «Geogebra» в обучении математике. Здесь же приводится интерактивная программа учебного материала по алгебре к разделу «Функции» с использованием программных средств обучения на конкретном примере.

Работа является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован в школе.

Выпускная квалификационная работа Узбаевой В.П. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «отлично».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева