

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

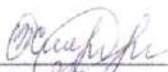
Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Обучение школьников некоторым методам решения олимпиадных задач»

Студент


(подпись, дата)

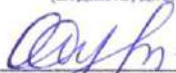
Жилкина Ольга Юрьевна
(ФИО полностью)

Руководитель

 23.06.20
(подпись, дата)

Никитина О.Г.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

 - 01.07.20
(подпись, дата)

Сурина О.П.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 15 июня 2020 № 10)

Заведующий кафедрой


(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отл. (протокол заседания ГЭК от 8.07.2020 № 3)

Секретарь ГЭК

 08.07.20
(подпись, дата)

Сурина О.П.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2020

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ОЛИМПИАД ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ.....	6
1.1. История возникновения математических олимпиад.....	6
1.2. Основные правила подготовки и проведения школьных олимпиад	9
1.3. Основные направления подготовки школьников к решению олимпиадных задач	13
ГЛАВА 2. НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ РАССУЖДЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ	21
2.1. Метод геометрии масс (барицентрический метод)	21
2.2. Метод графов.....	29
2.3. Метод кругов Эйлера	33
2.4. Принцип Дирихле.....	38
ГЛАВА 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ.....	41
3.1. Программа факультативного курса по математике «Олимпиадные задания: Сложно? Легко» для 9 класса	41
3.2. Конспект факультативного занятия по математике «Использование графов при решении задач».....	57
3.3. Конспект факультативного занятия по математике «Использование кругов Эйлера при решении задач»	65
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	74
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	75

ВВЕДЕНИЕ

На сегодняшний день школа выполняет такую значимую задачу как предоставление учащимся возможности в полной мере проявить свои способности, развить инициативу, творческие способности и самостоятельность.

Для практики школьного обучения крайне значимо изучение математических способностей обучающихся и условий их развития и формирования, потому что математика – это один из основных предметов школьного курса. В середине прошлого столетия изучением математических способностей занимался В. А. Крутецкий. Он отметил в своем исследовании, что составляющие математических способностей в младшем школьном возрасте находятся лишь в зачаточном состоянии [10].

Поэтому проблема об их развитии в это время очень актуальна. Сейчас процесс школьного курса математики обеспечивает развитие математических способностей. Но нельзя игнорировать и внеучебные инструменты, помогающие расширить и укрепить математическую активность. Одним из таких инструментов является проведение олимпиад по математике.

Математическая олимпиада – это неотъемлемая часть учебно-воспитательного процесса обучения математики. Так же она является сложным процессом воздействия на поведение и сознание обучающихся. Олимпиада расширяет знания и способности школьников. Необходимо начинать такую работу как можно раньше, поэтому особое внимание надо уделять олимпиаде среднего звена.

Учащиеся среднего звена больше всего нуждаются в том, чтобы их первое и последующее знакомство с математическими истинами не было сухим, а порождало интерес и любовь к предмету, развивало у учеников способность правильно мыслить, острый ум и сообразительность.

Однако сегодня проблема развития математических способностей школьников в процессе их подготовки к олимпиадам разного уровня является

одной из наименее разработанных методических проблем. Это определяет актуальность выбора темы «Обучение школьников некоторым методам решения олимпиадных задач».

Целью работы является изучение некоторых основных методов рассуждения при решении олимпиадных задач и разработка факультатива для учащихся 9 класса по решению олимпиадных задач.

Объект исследования – это процесс профильного обучения математике в 9 классе общеобразовательной школы.

Предметом исследования является технологическое обеспечение разработки факультативного курса олимпиады по математике.

Гипотеза исследования заключается в том, что разработанный факультативный курс будет способствовать повышению уровня знаний, навыков и умений учеников по многим другим разделам школьного курса.

В соответствии с целью, объектом, предметом и гипотезой исследования ставятся следующие задачи:

- рассмотреть основные методы рассуждений при решении олимпиадных задач;
- разработать методические рекомендации по созданию программы факультативного курса;
- разработать факультативный курс обучения решению олимпиадных задач и методику проведения занятий по факультативному курсу.

В ходе исследования были использованы следующие методы:

- анализ литературы;
- анализ опыта разработки факультативных курсов;
- наблюдение за работой учащихся.

Работа состоит из трех глав, заключения и библиографического списка.

Первая глава посвящена истории олимпиадных задач, а также основным видам, правилам подготовки и проведения олимпиад для школьников, особенностям подготовки олимпиадных задач.

Во второй главе рассматриваются некоторые методы рассуждений при решении олимпиадных задач с примерами заданий.

В третьей главе разработан факультативный курс по обучению учащихся решению олимпиадных задач: дается подробное описание занятий с применяемыми формами и методами обучения, а также представлены конспекты занятий факультативного курса.

ГЛАВА 1. ОСОБЕННОСТИ ПРОВЕДЕНИЯ ОЛИМПИАД ДЛЯ ШКОЛЬНИКОВ

1.1 История возникновения математических олимпиад

Математические турниры и соревнования берут свое начало из глубины веков. Например, на одном из этих турниров произошло открытие формулы Тарталья-Кардано для решения кубических уравнений.

В Венгрии с 1894 года проводятся математические олимпиады. Она занимает первое место в систематическом проведении олимпиад школьников. В России в том же году начал выпускаться журнал «Вестник опытной физики и элементарной математики», в котором обучающимся и прочим читателям предлагались математические задания «на конкурс», т.е. это были заочные олимпиады.

В настоящее время ученики, которые любят решать задачи, преподаватели, студенты, учителя ежегодно придумывают новые задания и предлагают их на математических олимпиадах.

Первые городские олимпиады по математике прошли в Тбилиси и Ленинграде в 1934 году. Геометр Б.Н. Делоне стал одним из инициаторов их проведения. Затем в 1935 году была проведена математическая олимпиада в Москве. Председателем оргкомитета 1-й московской математической олимпиады был академик П.С. Александров, а членами организационного комитета – профессора математики Московского государственного университета [8].

На первых олимпиадах были заложены традиции их проведения. Члены жюри задолго до олимпиады собираются и обдумывают поставленные задачи. На олимпиаде участникам обычно предлагается решить от трех до пяти задач за три-пять часов. Задания различаются сложностью и содержанием, они требуют не только знаний школьной программы, но и умения логически четко рассуждать в нестандартной ситуации, умения найти удачный ход мысли. После проверки работ проводится обзор проблем, где анализируются типичные

ошибки и лучшие решения. Любой участник может обсудить свою работу с жюри и выяснить, какие неточности были допущены. Олимпиады завершаются вручением дипломов, сертификатов и наград.

Основной целью олимпиады является не выявление победителей, а привлечение новичков к регулярным занятиям в математических кружках, а также к самостоятельной работе с книгой.

Самая первая международная школьная олимпиада состоялась в Румынии в 1959 году. А в 1960 году прошла первая математическая олимпиада в Москве, в которой участвовало несколько областей РСФСР. Официальная нумерация этой олимпиады началась с 1961 года. В первой Всероссийской математической олимпиаде приняли участие команды почти всех областей РСФСР, также были приглашены команды из союзных республик. Можно сказать, что эти олимпиады стали всесоюзными, так как в них участвовали победители республиканских олимпиад [5].

В 1967 году эта олимпиада обрела свое официальное название – «Всесоюзная олимпиада школьников по математике». В 1974 году организационно оформилась Всероссийская школьная олимпиада по математике, когда был создан Центральный оргкомитет всероссийской физико-математической и химической олимпиады школьников. Первым руководителем математической части этой олимпиады стал профессор МГУ В. И. Арнольд.

В соответствии с Положением об олимпиаде, до 1992 года Всероссийская олимпиада школьников по математике проводилась в 4 этапа:

- 1) школьный,
- 2) районный (городской),
- 3) областной (краевой, республиканский),
- 4) зональный.

До 1992 года во всех республиках Советского Союза проводился заключительный этап республиканской математической олимпиады, кроме РСФСР.

Заключительный этап Всероссийской олимпиады был заменен Всесоюзной математической олимпиадой. Из числа победителей олимпиады формировалась сборная СССР для участия в международной олимпиаде. В ней регулярно принимали участие команды более чем из 30 стран, сборная СССР практически постоянно занимала первые места.

В 1992 году Всесоюзная олимпиада прошла под названием Межреспубликанская, из-за распада Советского Союза. Заключительный этап Всероссийской математической олимпиады впервые состоялся в 1993 году в Анапе.

Конечно, лишь немногим удастся занять самые высокие ступени математического «олимпийского пьедестала». Такой успех свидетельствует как о выдающихся способностях, так и об умении быстро включиться, настроиться на новую задачу. Не все бывшие олимпийские чемпионы являются великими математиками, но можно назвать много известных ученых за рубежом и в нашей стране, чьи первые шаги на олимпиаде были отмечены наградами. Среди них, к примеру, три советских математика разных поколений, каждый из которых смог прославиться, решив одну из «Гильбертовых задач», которые были поставлены на рубеже XIX–XX веков, – В. И. Арнольд, В. М. Харламов, Ю. И. Матиясевич.

Тем не менее, не все математики в прошлом были участниками и победителями конкурсов и олимпиад. Нельзя думать о том, что неудача на олимпиаде указывает на отсутствие математических способностей. После неудачи надо постараться лучше подготовиться к следующей олимпиаде.

1.2 Основные правила подготовки и проведения школьных олимпиад

Обучающимся, намерено стремящимся к самореализации в творческой и интеллектуальной деятельности, необходимо предоставить как можно больше возможностей. Им следует оказать всевозможную помощь в развитии, как через создание новых образовательных форм, то есть форм воспитания и обучения, так и через более полное внедрение имеющихся форм организации образования. «Школьные олимпиады, преимущественно предметные олимпиады, в условиях современной школы являются эффективным средством формирования мотивации к обучению, повышению познавательной активности обучающихся, творческих способностей школьников, стимуляции расширения и углубления знаний обучающихся по предмету», – говорит об олимпиаде В. П. Архипов [3]. Он подчеркивает, что: «независимо от целей, поставленных организаторами, участие в интеллектуальных соревнованиях способствует развитию участников» [3]. Наряду с этим олимпиада – это один из наиболее перспективных видов внеклассной работы со способными детьми. Она направлена как на совершенствование технологии и содержания образовательного процесса, так и на выявление способностей и склонностей обучающихся. Олимпиада является своеобразным конкурсом, позволяющим формировать, развивать и оценивать творческие способности ребят. Проведение таких мероприятий формирует основу для оценки уровня знаний обучающихся, выявления одаренных и способных детей, подталкивает участников к более тщательному изучению предмета, способствует развитию и формированию образовательных потребностей личности.

Всероссийские школьные олимпиады по математике проходят во всех регионах России для обучающихся 5-11 классов. Порядок проведения олимпиады устанавливается Положением о Всероссийской олимпиаде школьников (утверждено приказом Минобразования России от 30.10.2003

№4072). В соответствии с этим положением Всероссийская олимпиада включает в себя 4 этапа:

- 1) школьный,
- 2) районный,
- 3) региональный,
- 4) заключительный.

Олимпиадное движение (как форма организации обучения) – это активная творческая деятельность участников образовательного процесса, основанная на интеграции коллективной и соревновательной деятельности, которая сосредоточена на достижении целей обучения. Олимпиада представляет собой соревнование обучающихся, в ходе которого участники демонстрируют свои знания и умения по одной или нескольким дисциплинам. Это соревнование нацелено на выявление достойных участников из числа лучших работ или наиболее достойных участников. Такие мероприятия стимулируют интеллектуальный рост обучающихся и расширяют кругозор, также они помогают старшеклассникам профессионально самоидентифицироваться, оценить свои силы в применении своих знаний, логического мышления в непривычной ситуации. Разумеется, радостный победитель или участник будет изучать мир с еще большим старанием, что только разовьет исследовательские качества личности, столь нужные современному человеку. Участие в олимпиадах способствует как развитию и сохранению интереса к предмету, так и мотивирует самостоятельность учащихся в подготовке вопросов по темам, активизирует развитие внутреннего творческого мира. Участвуя в олимпиаде, учащиеся могут проверить свои знания, умения и навыки по предмету, сравнить собственный уровень с другими.

Готовясь к проведению олимпиады в школе, необходимо знать достигаемую цель. Также можно ставить локальную цель, например, проверка предыдущих знаний и умений после кружка или элективного курса, а можно

использовать цель, регламентированную приказом Минобрнауки России от 04.04.2014 № 267 (Ред. от 10.12.2014) «Об утверждении Порядка проведения олимпиад школьников» [19]:

- формирование творческих способностей обучающихся и интереса к научной деятельности:

- пропаганда научных знаний;
- интеграция и социализация общего и высшего образования.

Также нужно разработать положение о проводимой олимпиаде. В положении должны быть прописаны:

- цели и задачи;
- рабочий язык;
- сроки проведения;
- порядок подачи заявки;
- критерии отбора участников и ограничения для участников (если они установлены);
- организаторы и их обязанности;
- место проведения олимпиады;
- порядок, условия и требования проведения олимпиады;
- порядок подведения итогов и критерии оценивания работ;
- представлены образцы дипломов 1-й, 2-й и 3-й степени;
- порядок награждения победителей и призеров конкурса;
- порядок представления отчета об организации и проведении олимпиады, ее результаты.

Подготовка к олимпиаде – это один из важнейших этапов. Как раз период подготовки стимулирует интеллектуальный рост обучающихся, порождает заинтересованность и желание идти в ногу с теми, кто удачно справляется с олимпиадными заданиями. Е.А.Галкина в статье «Предметные олимпиады: как подготовить учащихся?» [9] дает общие рекомендации по

подготовке обучающихся к школьному этапу олимпиады, а также выделяет 3 группы заданий:

- группа обработки и интерпретации информации,
- группа задач на умение работать с информационными ресурсами,
- группа тестовых заданий.

Подготовка к школьной олимпиаде требует развития умения работать с информационными ресурсами. Задания из группы задач на умение работать с информационными ресурсами предполагают проверку на знание лучших источников информации по предмету.

В группу обработки и интерпретации информации входят задачи по познанию предметных терминов и их интерпретации (выявление этимологии термина); задания на написание развернутых ответов (умение использовать предметные термины в связке); задания на работу с графиками и таблицами (развитие навыков отбора и обобщения); задания на рисование чертежей (умение отбирать и систематизировать информацию по заданным критериям); задания по сравнительно-аналитической работе с информацией предполагают использование иллюстраций и таблиц различных источников. Эти задания позволяют повторить и понять пройденный материал и творчески использовать полученные знания в новых ситуациях.

После того, как были проведены занятия на умение работать с источниками информации, учитель приступает к формированию навыков работы с тестовыми заданиями.

Необходимо, чтобы тестовые задачи включали в себя исследовательские и творческие задания. Также нужно провести анализ правильных ответов и разобрать типичные ошибки в заданиях разного уровня сложности. Участие обучающихся в олимпиадах нужно для углубления и расширения их знаний, в настоящее время такие тесты готовят учеников к реальной жизни в условиях конкуренции.

1.3 Основные направления подготовки школьников к решению олимпиадных задач

Способный ученик находится среди равных себе и хочет доказывать свое превосходство что, конечно, неудивительно. Поэтому большое внимание необходимо уделять подготовке учащихся к интеллектуальным соревнованиям. Необходимо повторить изученный материал, изучить необходимую литературу, познакомить ребят с типичными методами рассуждения и расчетов, использующимися при выполнении сложных, в том числе олимпиадных, заданий, для целенаправленной подготовки учащихся к конкурсам и олимпиадам.

«Подготовка к конкурсам и олимпиадам делится на системную и интенсивную. Системная работа реализуется через факультативные занятия, кружки, обучение в заочных школах, индивидуальные задания с обучающимися и др. Усиленная подготовка осуществляется прямо перед конкурсами и олимпиадами» [21].

На сегодняшний день существует несколько этапов работы со способными учениками, которые участвуют в олимпиадах и конкурсах:

Этап 1: Сначала нужно просто найти таких учеников, рассмотреть среди учащихся несколько «звездочек», которые восприимчивы к новой информации, не боятся сложностей, способны найти необычные пути решения проблем.

«Творческое мышление математически одаренных учеников отличается способностью выдвигать неожиданные идеи, умением легко и быстро отыскивать новые стратегии решения, устанавливать ассоциативные связи и переходить от одного метода решения к другому, интегрировать математические дисциплины. Также нужно отметить высокий уровень развития их логического мышления, механической памяти и большой объем внимания. Математически способные учащиеся отличаются высокой работоспособностью, самостоятельностью, рефлексивностью и настойчивостью. Все это помогает обнаружить способных к математике учащихся. Они самостоятельно

экспериментируют, демонстрируют решения нестандартных для окружающих задач, знают множество различных формул, теорем, признаков и так далее» [26].

Этап 2: На данном этапе происходит разработка личностно-ориентированного подхода к обучению способных учеников. Талантливые учащиеся всегда хотят чего-то нового и сложного, и если их информационный голод остается неудовлетворенным, то они могут потерять интерес к предмету. Поэтому должны проводиться дополнительные занятия в рамках предметного круга, факультативные занятия, специальные курсы, исследовательская деятельность, которая позволяла бы выйти за рамки школьной программы.

Этап 3: На этом этапе необходимо формировать психологию лидера у способных учеников, но так, чтобы это не привело к появлению «звездной болезни» [26].

Основной задачей учителя математики является выявление и развитие способностей любого ученика, который проявляет их в этой области знаний.

Для успешного раскрытия и развития способностей школьников используются следующие технологии:

- личностно-ориентированное обучение;
- технология модульного обучения;
- информационно-коммуникационные технологии;
- технология групповой творческой деятельности;
- технология дифференцированного обучения;
- проблемное обучение;
- технология исследовательской деятельности.

Математический кружок – это одна из эффективных форм подготовки обучающихся к участию в олимпиадах. «При организации математического кружка нужно заинтересовать учащихся, показать им, что работа в кружке не является дублированием аудиторной деятельности, также сформулировать цели

и раскрыть характер предстоящей работы. Разумно поручать ученикам готовить сообщения по изучаемой теме, подбирать упражнения по определенной теме, готовить исторические справки, делать чертежи и модели для урока и т. д. Учитель должен создать «атмосферу» свободного обмена мнениями и активного обсуждения на занятиях математического кружка. Тематика кружковых занятий по математике в современных школах достаточно разнообразна. Темы кружковых занятий для учащихся 5 – 8 классов включают вопросы, которые связаны с историей математики, жизнью известных математиков» [25].

Также основным видом подготовки обучающихся к участию в предметных олимпиадах являются факультативные занятия по математике, которые способствуют развитию математического кругозора и творческих способностей учеников.

«Главной целью факультативных занятий по математике является расширение и углубление знаний, развитие интереса обучающихся к предмету, их математических способностей, привитие обучающимся интереса к самостоятельному изучению математики, воспитание и развитие их инициативы и творческих способностей» [25].

Наряду с факультативным учебным планом средней школы по математике, основной учебный план по математике является программой продвинутого уровня для обучающихся по этому предмету. Программа факультативных занятий по математике разработана так, что все ее вопросы изучаются синхронно с изучением основного курса математики в школе.

Факультативные занятия по математике должны быть интересными и увлекательными для школьников. В настоящее время важнейшими формами факультативных занятий по математике являются семинары, беседы, изложение преподавателем ключевых вопросов данного факультативного курса, решение задач, доклады и др. Тем не менее, учитель не должен использовать какую-либо одну форму изложения.

«На сегодняшний день факультативные занятия по математике проводятся по двум основным направлениям:

1) изучение курсов по программе «Дополнительные главы и вопросы курса математики»;

2) изучение специальных математических курсов.

Содержание программы «Дополнительные главы и вопросы» систематического курса математики помогает углублять изучение программного материала, знакомить учащихся с некоторыми общими современными математическими идеями, а также раскрывать применение математики на практике» [25].

Для особого факультативного изучения нужно отнести:

- элементы программирования;
- решение нестандартных математических заданий;
- творческие индивидуальные работы обучающихся.

Исследовательская деятельность помогает ученикам развить следующие важные компетенции:

- автономизационную, то есть способность к саморазвитию, самоопределению и самообразованию;
- коммуникативную, то есть умение вступить в общение;
- информационную, то есть владеть информационными технологиями и работать с различными видами информации;
- продуктивную, то есть уметь работать, создавать свой собственный продукт [13].

Основы исследовательской деятельности закладываются на занятиях самостоятельно, и учащиеся могут активно осваивать новый материал, если у них есть интерес к исследовательской работе. Для этого необходимо регулярно давать им возможность участвовать в такой работе на занятиях, обучать их необходимым приемам проведения самостоятельных исследований.

«При выполнении исследовательского задания ученики выполняют следующие действия:

— прогнозирование направления выполнения задания и выбор методов исследования.

— ознакомление с содержанием поставленной задачи и формулирование цели деятельности.

— проведение исследований и оценка полученных результатов в соответствии с поставленными целями» [13].

При обучении обучающихся исследовательским навыкам, нужно уделять особое внимание формированию навыков построения логической цепочки рассуждений при решении заданий. При обсуждении предположений обучающиеся должны обратить внимание на умение выбирать разумный способ решения проблем.

Исследовательская деятельность позволяет способным учащимся реализовать свой потенциал, продемонстрировать весь спектр своих способностей и получить удовольствие от проделанной работы.

«Проект – это комплекс действий, специально организованных учителем и самостоятельно выполняемых учащимися, где школьники могут быть самостоятельны в принятии решений и ответственны за свой выбор, результат работы и создание творческого продукта» [16].

Работа над проектом осуществляется в шесть этапов:

Подготовка. На этом этапе определяется тема и цели проекта. Учитель знакомит учащихся со смыслом проектного подхода и мотивирует их, также помогает им ставить цели. Учащиеся обсуждают проект с учителем и получают дополнительную информацию, если это необходимо.

Планирование. Этот этап включает в себя ряд следующих этапов:

- 1) определение источников информации;
- 2) определение способов сбора и анализа информации;
- 3) форма отчета;

- 4) установление процедур и критериев оценки результатов и процесса;
- 5) распределение обязанностей между членами команды.

Исследование. На этом этапе происходит сбор информации. Сначала идет теоретическая работа, потом обучающиеся выполняют практические исследования.

Результаты и выводы. На данном этапе учащиеся анализируют собранную информацию (теоретическую и экспериментальную), формулируют результаты исследования и выводы.

Представление результатов. Форма и представление результатов могут быть разными, например, устный доклад, устный доклад с демонстрацией материалов, письменный доклад, модельное представление, решение задач, доказательство теоремы и так далее. Во время дискуссии учитель и другие участники могут задавать вопросы.

Оценка результата и процесса. Ученики также участвуют в оценке проекта. Они обсуждают проект и дают самооценку. Учитель помогает оценить деятельность обучающихся, качество источников информации и отчета.

«Проблемное обучение – это один из видов развивающего обучения. Основным понятием проблемного обучения является проблемная ситуация. Это ситуация, в которой обучающемуся нужно решить для себя какие-то трудные задачи, но у него не хватает данных, поэтому он должен искать их сам» [16].

Каждый урок должен содержать проблемные вопросы или задания. Знания, которые получены собственным трудом, гораздо ценнее тех знаний, которые даются учителем в готовом виде.

Индивидуальная и групповая работа с учениками по подготовке к математическим олимпиадам, начинается с участия в школьном конкурсе, целями которого являются:

- расширение кругозора учащихся;
- развитие интереса учащихся к изучению математики;
- выявление учащихся, хорошо зарекомендовавших себя в

математике, для их участия в районных, областных и других конкурсах.

Основная форма работы на групповых занятиях – это различные формы парной и индивидуальной работы. Все учащиеся выбирают задачу соответствующего уровня, при необходимости они могут проконсультироваться. Особое внимание уделяется индивидуальной работе с учащимися: оказание ненавязчивой помощи отдельным учащимся в поиске путей решения проблемы, в подготовке к математическим олимпиадам, в организации и реализации математического самообучения.

«Главной формой является индивидуальная работа с учащимися, дифференцируемая с учетом познавательных потребностей и интересов, профессиональной направленности каждого. Самостоятельная работа учащегося на данном этапе работы носит поисково-исследовательский характер и требует творческих усилий. Обучающиеся самостоятельно в течение сравнительно длительного времени решают задачи, сформулированные ими самими или выбранные из предложенных учителем. Помощь учителя заключается лишь в проведении индивидуальных консультаций, рекомендациях соответствующей литературы, организации обсуждения найденных учащимся доказательств и т. д.» [25].

В своих работах Е. С. Рабунский рассматривал индивидуализацию выполнения домашних заданий на основе успеваемости, уровня познавательной самостоятельности и активного интереса к обучению. Статистический анализ показал преимущества индивидуализированного обучения.

Нужно учитывать следующие индивидуальные особенности личности учащегося:

1. Уровень умственного развития учащегося.

Это понятие включает в себя как предпосылки для обучения (способность к обучению), так и приобретенные знания, умения и навыки.

2. Личностные черты характера

3. Типологические особенности – динамическая сторона психической жизни (такие характеристики, как быстрота, темп, работоспособность, сосредоточенность, переключаемость, рассеянность, скорость восприятия, запоминания и др.).

«Так как задача учителя состоит не в том, чтобы усложнить, а в том, чтобы облегчить учебную деятельность школьников, то знание природных особенностей учащихся и умение учитывать их в педагогической деятельности является основой для индивидуализации обучения» [12].

4. Возрастные закономерности психологического развития.

5. Состояние здоровья учащегося.

Болезни, в зависимости от их характера, оказывают постоянное или временное отрицательное воздействие на учащегося» [1].

Принять участие в олимпиадах и конкурсах может абсолютно любой ученик, независимо от его успеваемости по предмету. Такие мероприятия позволяют не только продвигать научные знания, но и развивать творческие способности обучающихся и интерес к научной деятельности.

ГЛАВА 2. НЕКОТОРЫЕ МЕТОДЫ РАССУЖДЕНИЙ ПРИ РЕШЕНИИ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

2.1 Метод геометрии масс (барицентрический метод)

В процессе решения геометрических задач мы часто сталкиваемся с тем, что одну и ту же задачу можно решить разными способами. В математической литературе есть метод, позволяющий намного проще и быстрее решать определенные задачи и доказывать теоремы. Основой данного метода является понятие центра масс (барицентра).

Основоположником этого метода является древнегреческий ученый Архимед. Он, используя свойства центра масс, открыл возможность доказывать новые математические факты [14].

В школьном курсе физики дается следующее определение: «Материальная точка – это тело, размерами которого можно пренебречь». То есть можно сделать вывод, что материальная точка – это точка, обладающая некоторой массой. Выражение « m_A » означает, что существует точка A с массой m .

Если мы представим себе ручку, которая подвешена на нитке, то получим физическую картину понятия барицентра. Ручка будет висеть относительно пола либо параллельно, либо нет. Если она висит параллельно полу, то это означает, что нитка обхватывает ручку в центре масс. Еще одним примером могут служить качели.

Обозначим их в виде отрезка AB , и они будут считаться невесомыми (рис.1)



Рисунок 1 – Отрезок AB

Кроме того, в точках A и B подвешены грузы с массами m_1 и m_2 . Для определенности будем считать, что $m_2 > m_1$ (рис.2).



Рисунок 2 – Отрезок АВ с грузами m_2 и m_1 .

Задача состоит в том, чтобы найти в этом случае точку, которая уравновесит данные качели.

Если эта точка находится в середине отрезка, то m_2 будет перевешивать (рис.3):

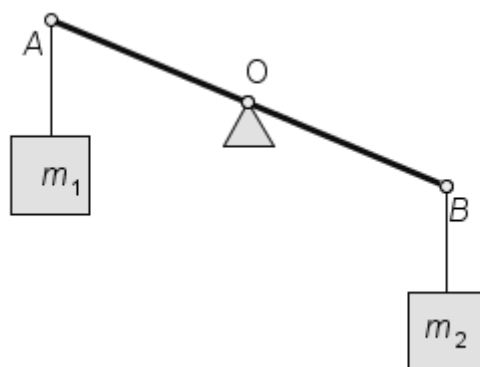


Рисунок 3 – Отрезок АВ с грузами m_2 , m_1 и точкой О.

На данном отрезке существует такая точка О, что если подвесить всю систему в этой точке, то она будет находиться в равновесии. Эта точка О называется центром масс (барицентром) двух рассматриваемых материальных точек с массами m_1 и m_2 . Такая же картина наблюдается и для большего числа материальных точек.

При применении данного понятия к решению задач используются следующие свойства центра масс:

1) Любая система, которая состоит из конечного числа материальных точек, имеет свой центр масс (барицентр), и причем только один.

2) Центр масс (барицентр) двух материальных точек расположен на отрезке, который соединяет эти точки. Положение барицентра определяется правилом архимедова рычага.

3) Положение центра масс (барицентра) всей системы не изменится, если в системе, которая состоит из конечного числа материальных точек, отмечены несколько материальных точек и масса всех отмеченных точек перенесена в их центр масс.

Теперь рассмотрим, как барицентрический метод используется при решении задач.

Для того чтобы лучше понять сущность барицентрического подхода к решению задач, сперва рассмотрим несколько примеров, решения которых были приведены в справочной литературе.

Задача №1.

ABCD – трапеция (рис. 4)

Найти центр масс.

Решение.

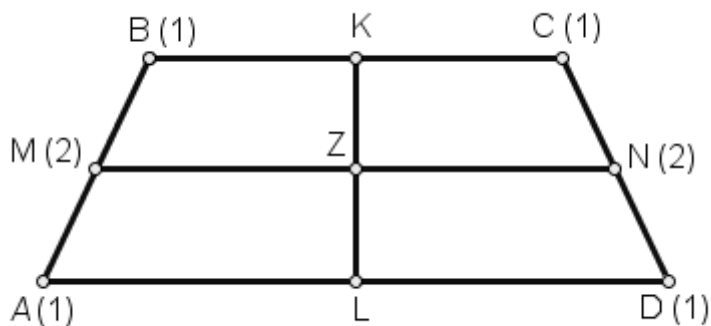


Рисунок 4 – Трапеция ABCD

$$1) \quad \overrightarrow{OM} = \frac{1\overrightarrow{MA} + 1\overrightarrow{MB}}{2}$$

$$2) \quad \overrightarrow{ON} = \frac{1\overrightarrow{NC} + 1\overrightarrow{ND}}{2}$$

$$3) \quad \overrightarrow{OZ} = \frac{2\overrightarrow{OM} + 2\overrightarrow{ON}}{2}$$

$$4) \quad \overrightarrow{OK} = \frac{1\overrightarrow{KB} + 1\overrightarrow{KC}}{2}$$

$$5) \quad \overrightarrow{OL} = \frac{1\overrightarrow{LA} + 1\overrightarrow{LD}}{2}$$

$$6) \quad \overrightarrow{OZ} = \frac{2\overrightarrow{OK} + 2\overrightarrow{OL}}{2}$$

Задача №2.

Дан треугольник ABC (рис. 5). $BF : FC = 3 : 1$. $6PC = AC$, $6AM = AB$.

Найдите отношения $MZ : ZP$ и $AZ : ZF$.

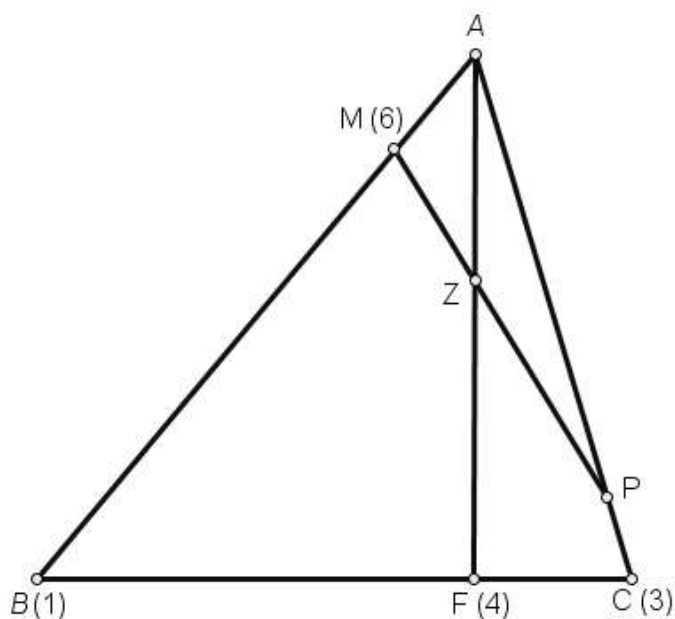


Рисунок 5 – Треугольник ABC.

Решение.

$$3CF = 1BF;$$

$$1BM = 5MA;$$

$$3CP = 0,6AP \Rightarrow 4F;$$

$$3,6P; 6M.$$

$$5A + 0,6A = 5,6A$$

$$5,6A + 4F = 9,6Z' \Rightarrow Z' \in AF$$

$$6M + 3,6P = 9,6Z'' \Rightarrow Z'' \in MP, \text{ т. е } Z' = Z'' = Z, Z \in AF \cap MP.$$

$$MZ : ZP = 3,6 : 6 = 3 : 5$$

$$AZ : ZF = 4 : 5,6 = 5 : 7.$$

Ответ: $AZ : ZF = 5 : 7$, $MZ : ZP = 3 : 5$

Следующую задачу решим двумя способами.

Задача №3.

Дан прямоугольный треугольник ABC (рис. 6), с катетами BC и AB ($AB = 5$, $BC = 12$). Пусть точка L является центром окружности, вписанной в треугольник ABC . Прямая, проходящая через точку L , параллельна одной из сторон треугольника ABC и пересекает две другие стороны в точках K и P . Найти длину отрезка KP .

Решение.

1 способ.

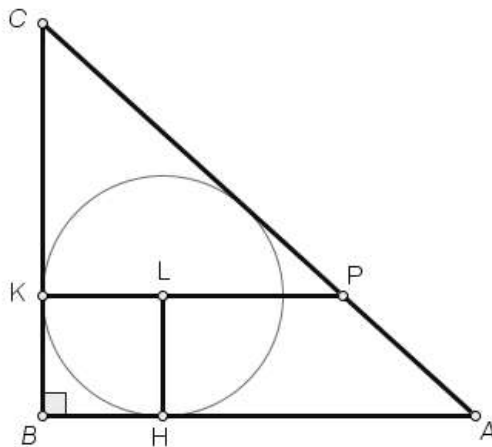


Рисунок 6 – Треугольник ABC .

$AC = 13$. Числа 5; 12; 13 — пифагоровы.

$P(ABC) = 30$, $p = 15$.

$S(ABC) = 0,5 \cdot AB \cdot BC = 30$

$$r = \frac{S(ABC)}{p} = 2$$

$BKLH$ — квадрат, $KL = LH = BK = BH = 2$.

Случай 1.

Пусть $KP \parallel AB$

$$K = BC - BK = 10$$

$\triangle ABC$ и $\triangle PKC$ подобны.

$$\text{Отсюда } \frac{PK}{AB} = \frac{CK}{BC}$$

$$PK = \frac{AB \cdot CK}{BC} = \frac{5 \cdot 10}{12} = \frac{25}{6}$$

Случай 2.

Пусть $PK \parallel BC$ (рис. 7).

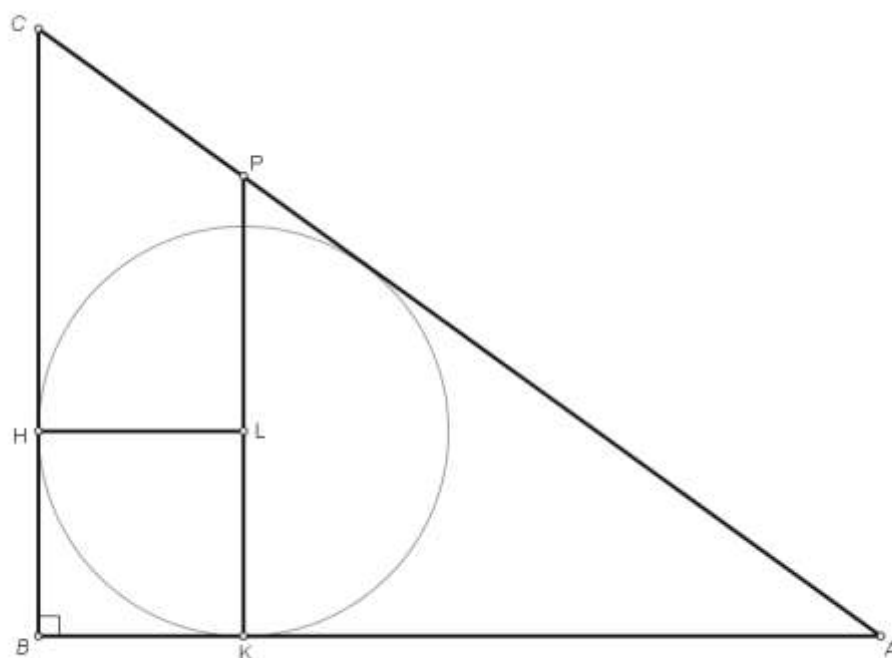


Рисунок 7 – Треугольник ABC.

$$AK = AB - BK = 5 - 2 = 3.$$

Аналогично $\triangle ABC$ и $\triangle PKA$ подобны.

$$\frac{AK}{AB} = \frac{PK}{BC}$$

$$PK = \frac{AK \cdot BC}{AB} = \frac{3 \cdot 12}{5} = \frac{36}{5}$$

Случай 3.

Пусть $KP \parallel AC$ (рис. 8).

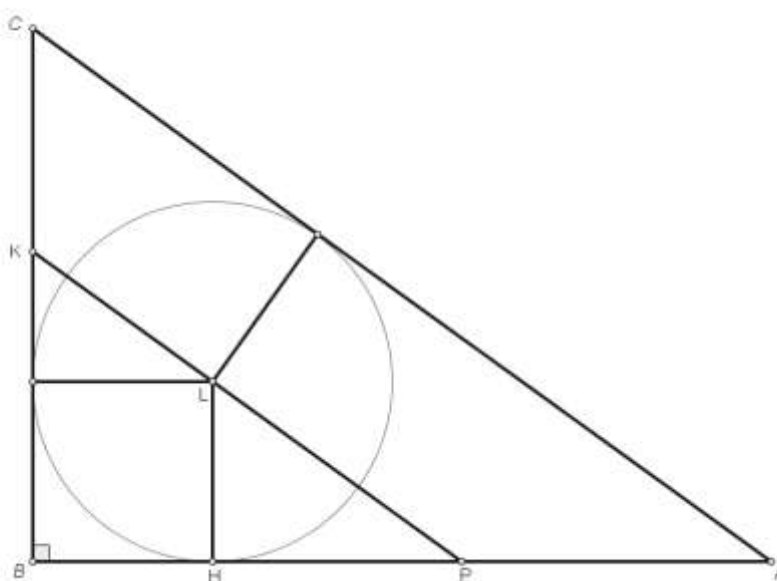


Рисунок 8 – Треугольник ABC.

$\triangle ABC$ и $\triangle PHL$ подобны.

$$\frac{HP}{AB} = \frac{HL}{BC}$$

$$HP = \frac{AB \cdot HL}{BC} = \frac{5 \cdot 2}{12} = \frac{5}{6}$$

$$BP = BH + HP = 2 + \frac{5}{6} = \frac{17}{6}$$

$\triangle ABC$ и $\triangle PBK$ подобны.

$$\frac{BP}{AB} = \frac{PK}{AC}$$

$$PK = \frac{BP \cdot AC}{AB} = \frac{17 \cdot 13}{6 \cdot 5} = \frac{221}{30}$$

Ответ: $\frac{25}{6}; \frac{36}{5}; \frac{221}{30}$

2 способ.

$$\frac{AC}{KP} = \frac{BB1}{BL}, \quad \frac{13}{KP} = \frac{17+13}{17}.$$

Тогда

1-й случай: $KP = \frac{221}{30}$.

2-й случай: $KP = \frac{25}{6}$.

3-й случай: $KP = \frac{36}{5}$.

ОТВЕТ: $\frac{25}{6}; \frac{36}{5}; \frac{221}{30}$

Из представленных решений видно что, метод геометрии масс позволяет быстрее и проще решать некоторые задачи.

Барицентрический метод является оригинальным методом решения задач и доказательства теорем. Он основан на применении свойств барицентра системы материальных точек. Данный метод позволяет по-новому изложить

решения многих геометрических задач. Причем все эти решения выполняются на языке механики и являются математически строгими [14].

2.2. Метод графов

Теория графов применяется при решении задач из многих предметных областей, таких как математика, биология, информатика.

1736 год, город Кенигсберг. Через город протекает река Прегель. В городе есть семь мостов (рис. 10),



Рисунок 10 – Семь мостов Кенигсберга

расположенных так, как показано на рисунке 10. С давних пор жители города Кенигсберг думали над загадкой: можно ли пройти по всем мостам, пройдя по каждому только один лишь раз? Данная задача решалась и теоретически, на бумаге, и практически, на прогулках – проходя по этим самым мостам. Не нашлось человека, который смог бы доказать, что это неосуществимо, но и никто не мог совершить такую «загадочную» прогулку по мостам.

Известный математик Леонард Эйлер сумел решить эту проблему. Более того, он решил не только эту конкретную задачу, но и придумал общий метод решения таких задач. Решая задачу о Кенигсбергских мостах, Эйлер делал следующее: он сжимал землю в точки, а мосты вытягивал в линии. Такая

фигура, состоящая из точек и линий, соединяющих эти точки, называется графом.

Граф – это совокупность непустого множества вершин и связей между ними. Кружки называются вершинами графа, линии со стрелками–дугами, без стрелок – ребрами [20].

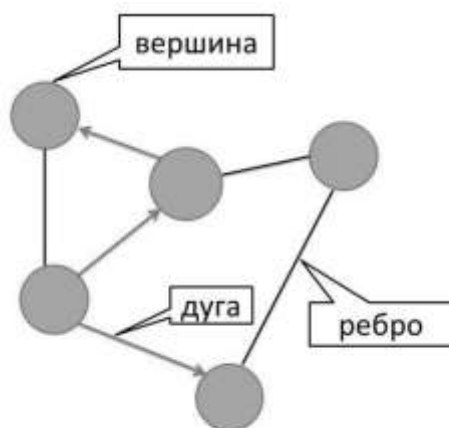


Рисунок 11 – Граф.

Виды графов:

1. Ориентированный граф (орграф) (рис. 12) – это граф, ребра которого имеют направление.
2. Неориентированный граф (рис. 13) – это граф, в котором нет направлений линий.
3. Взвешенный граф–дуги или ребра имеют вес (дополнительная информация).

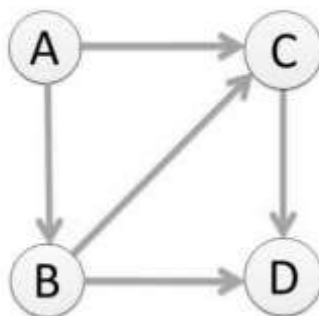


Рисунок 12 – Ориентированный граф.

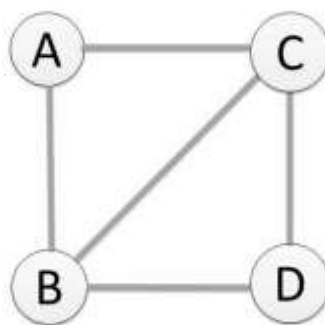


Рисунок 13 – Неориентированный граф.

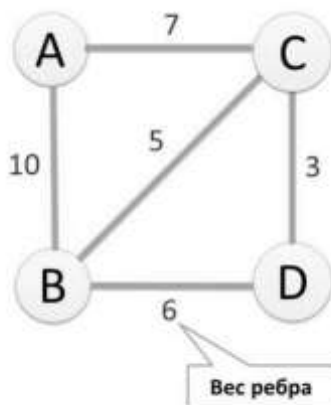


Рисунок 14 – Взвешенный граф.

Решение задач с использованием графов:

Задача №1.

Пятеро ученых, участвовавших в научной конференции, обменялись рукопожатиями. Сколько всего было сделано рукопожатий?

Решение.

Обозначим ученых вершинами графа и проведем от каждой вершины линии к четырем другим вершинам (рис. 15).

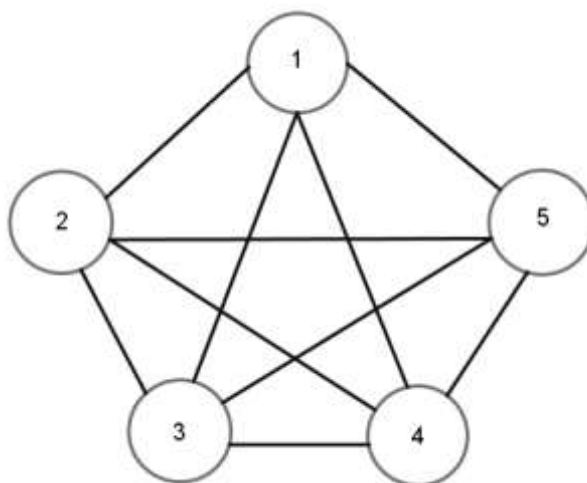


Рисунок 15 – Граф.

Получаем 10 линий, которые и будут считаться рукопожатиями.

Ответ: 10

Задача №2.

На территории школы растут 8 деревьев: яблоня, тополь, береза, рябина, дуб, клен, лиственница и сосна. Рябина выше лиственницы, дерево выше клена, дуб ниже березы, но выше сосны, выше сосны ясеня, березы, ниже тополя, а лиственница выше дерева. Расположите деревья от самых низких до самых высоких.

Решение.

Вершинами графа являются деревья, обозначенные первой буквой имени дерева. В этой задаче есть два отношения: «быть ниже» и «быть выше». Рассмотрим отношение «быть ниже» и нарисуем стрелки от нижнего дерева к более высокому. Если задача говорит, что рябина выше лиственницы, то ставим стрелку от лиственницы к рябине и так далее. Получаем граф, который показывает, что самое низкое дерево—это клен, за которым следуют яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь.

Ответ: клен, яблоня, лиственница, рябина, сосна, дуб, береза и тополь.

Графы – это прекрасные математические объекты, которые можно использовать для решения математических, экономических и логических задач. Также можно решать разнообразные головоломки и упрощать условия задач по физике, химии, электронике и автоматике. Сама теория графов является частью топологии и комбинаторики.

Таким образом, можно сказать, что изучение теории графов является актуальным для всестороннего развития ученика.

2.3 Метод кругов Эйлера

Круги Эйлера в нашей жизни встречаются довольно часто. Уже в начальной школе обучающиеся работают со схематическими фигурами, которые наглядно объясняют взаимосвязь предметов и понятий.

Круги Эйлера – это геометрические конструкции, которые используются для упрощения восприятия логических связей между предметами, понятиями и явлениями.

Они делятся на группы в зависимости от типа отношений между множествами:

- равнозначные (рис.16 а);
- пересекающиеся (рис.16 б);
- подчиненные (рис.16 в);
- соподчиненные (рис.16 г);
- противоречащие (рис.16 д);
- противоположные (рис.16 е).

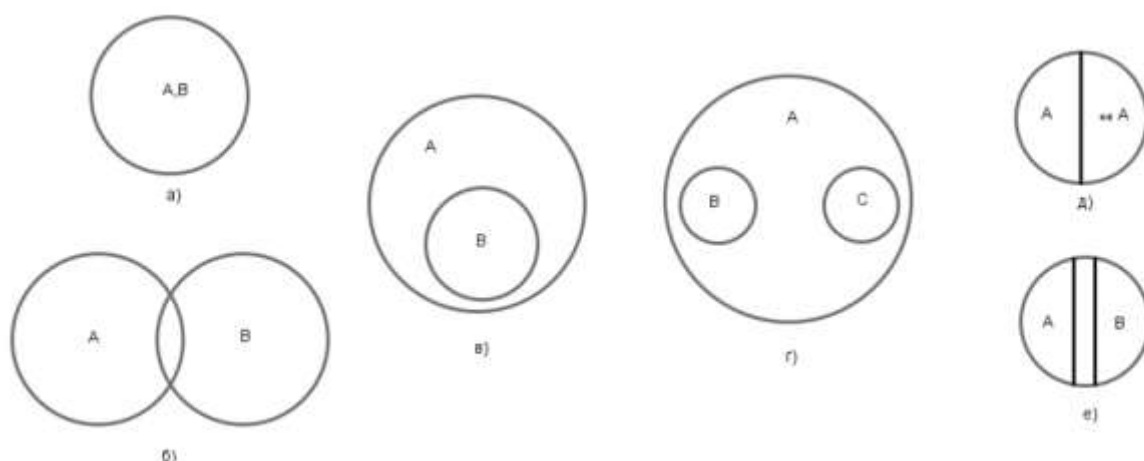


Рисунок 16 – Схемы кругов Эйлера.

Типичный пример диаграммы (рис.17):



Рисунок 17 – Пример диаграммы.

Самое большое множество представляет собой все варианты игрушек.

Одним из вариантов игрушек являются конструкторы. Конструкторы – это отдельное множество, и, в то же время, часть множества «Игрушки».

Заводные игрушки также являются частью множества «Игрушки», но не относятся к множеству «Конструкторы». Но множество «Заводных автомобилей» является самостоятельным, но в то же время он является подмножеством «Заводных игрушек».

Используя этот метод, ученый решал самые сложные математические задачи. Использование простых фигур позволило свести решение любой, даже

самой сложной задачи к символической логике—максимальному упрощению рассуждений.

Позже этот метод был усовершенствован англичанином Джоном Венном, который ввел понятие пересечения нескольких множеств.

Методика очень проста в использовании — круги Эйлера для дошкольников с 4–5 лет начинают преподавать еще в детском саду. В то же время он настолько удобен, что используется даже в высшей академической среде.

Основной целью использования диаграмм является решение практических задач объединения или пересечения множеств [24].

Области применения: математика, логика, менеджмент, статистика, информатика, и т.д. На самом деле их гораздо больше, но перечислить их все просто невозможно.

Диаграммы делятся на два вида:

- 1) Первый описывает объединение понятий, вложенность одного в другое.
- 2) Второй описывает пересечение двух различных множеств некоторыми общими признаками.

Задача №1.

Несколько ребят в классе любят ходить в кино. 15 учащихся смотрели фильм «Джуманджи», 11 ребят – фильм «Мстители», 6 из них смотрели «Джуманджи» и «Мстители». Сколько учащихся смотрели только фильм «Мстители»?

Решение.

Начертим два множества следующим образом (рис. 18):

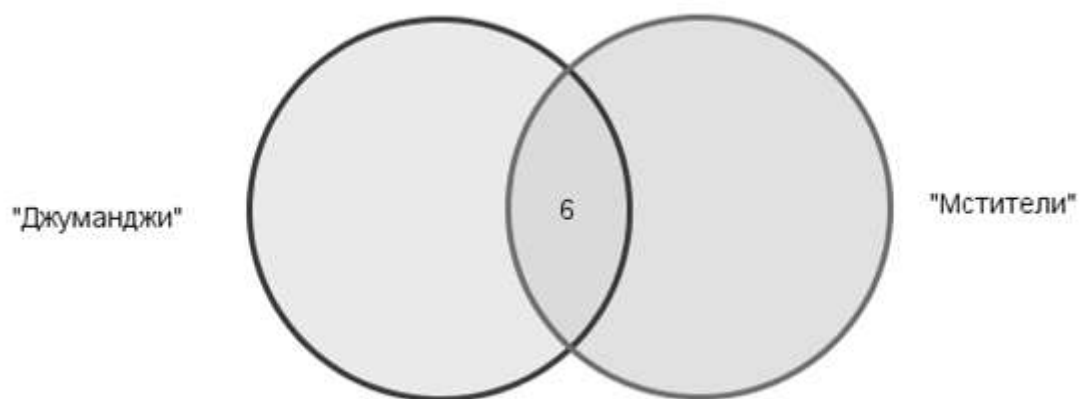


Рисунок 18 – Два множества: «Мстители» и «Джуманджи».

6 школьников, которые смотрели фильмы «Джуманджи» и «Мстители», поместим в пересечение этих множеств.

$15 - 6 = 9$ – ребята, которые смотрели только «Джуманджи».

$11 - 6 = 5$ – ребята, которые смотрели только «Мстители».

Получили (рис. 19):

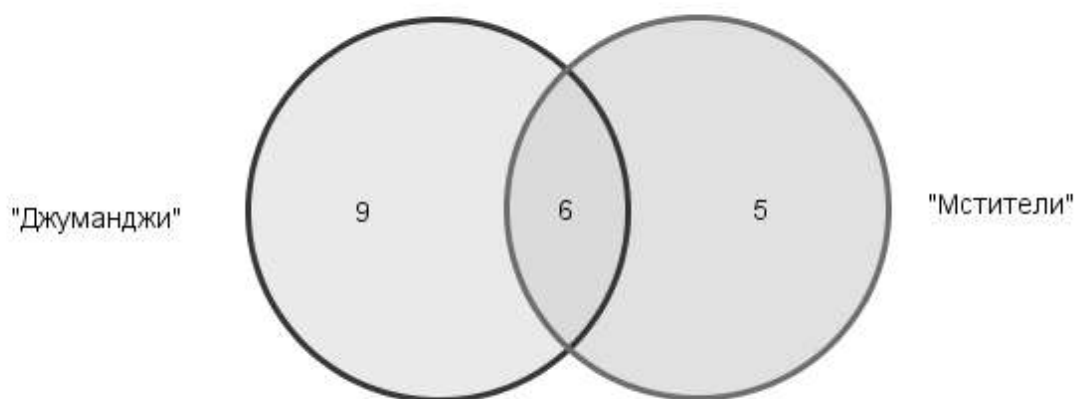


Рисунок 19 – Два множества: «Мстители» и «Джуманджи».

Ответ: 5 детей смотрели только фильм «Мстители».

Задача №2.

В книжном магазине было 26 книг с магическими заклинаниями. Из них четыре книги были прочитаны Вовой и Петей. Катя прочитала семь книг, которые не читали Вова и Петя, и две книги, которые читал только Петя. Всего Петя прочитал одиннадцать книг. Сколько книг прочитал Вова?

Решение.

Учитывая условия задачи, чертеж будет следующий (рис. 20):

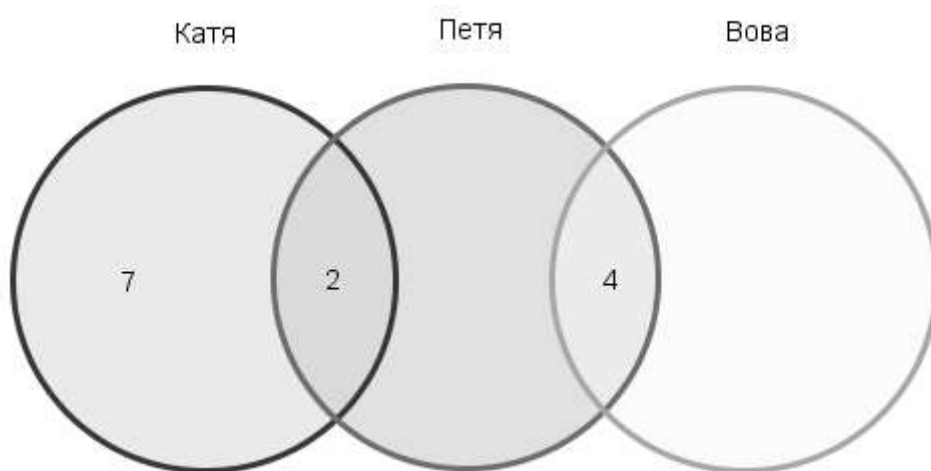


Рисунок 20 – Три множества: книги, прочитанные Катей; книги, прочитанные Вовой; книги, прочитанные Петей.

Так как Петя прочитал одиннадцать книг, из них четыре книги читал Вова и две книги – Катя, то $11 - 4 - 2 = 5$ – книг прочитал Петя. Таким образом,

$26 - 7 - 2 - 5 - 4 = 8$ – книг прочитал Вова.

Ответ: Вова прочитал 8 книг.

Метод схематического изображения взаимоотношений множеств – это не просто увлекательная вещь. Круги Эйлера, примеры решения задач, логика которых неочевидна, показывают, что метод может быть использован не только для решения математических задач, но и для поиска выхода из повседневных ситуаций.

2.4 Принцип Дирихле

В математике есть довольно много принципов. Некоторые из них требуют определенных объяснений, а некоторые понятны новичку. Тем не менее, все они весьма эффективны, их можно легко применять на практике. Одним из таких принципов является принцип Дирихле (также известный как принцип голубей или кроликов). Это достаточно простое утверждение, которое может помочь решить многие задачи.

Этот принцип был сформулирован почетным немецким математиком Иоганном Дирихле в 1834 году. Сегодня он используется в комбинаторике, а также в математической физике. В переводе с немецкого оригинала это звучит как «принцип ящиков». Ученый проводил свои исследования с кроликами и контейнерами. Он продемонстрировал, что если поместить, скажем, 5 кроликов в 7 контейнеров, то, по крайней мере, один контейнер будет содержать $5/7$ одного животного. Однако кролик не может быть разделен на части, поэтому, по крайней мере, одна клетка будет пустой ($5/7$ равно 0 целым числам). Аналогично, в противоположном направлении, если есть 7 кроликов и 5 коробок, то у одного из них есть 2 кролика ($7/5$ равно 2 целым числам). Основываясь на этом утверждении, математик смог сформулировать принцип, который обеспечивает успешное решение задач по математике уже многие годы [5].

На сегодняшний день существует несколько различных формулировок этого принципа. Самая понятная и простая подразумевает, что нельзя посадить 8 кроликов в 3 клетки так, чтобы в каждой было не более 2. Более научная и сложная формулировка, объясняющая принцип Дирихле, гласит: если в k клетках есть $k+1$ зайцев, то по крайней мере 1 клетка будет содержать более одного зайца. А если в k клетках есть $k-1$ зайцев, то по крайней мере в 1 клетке будет содержаться меньше одного зайца [23]. Доказательство этого утверждения довольно простое, так сказать, от противного. Если предположить, что каждая ячейка содержит меньше зайцев, чем $(k-1)/k$, то k

ячеек содержит зайцев меньше, чем $k \cdot (k-1)/k = k-1$. Это противоречит исходным условиям.

На самом деле этот простой и понятный принцип значительно облегчает решение математических задач и доказательство многих трудоемких теорем. Просто надо учитывать, что зайцы и клетки могут быть легко заменены математическими предметами и объектами (цифры, точки, отрезки, фигуры и т. д.).

Иногда задачи на принцип Дирихле не так просты и очевидны, как с животными в ящиках. Для того чтобы найти какие-либо решения, необходимо перенести этот принцип на математические множества. В этом случае можно опираться на другую, более сложную формулировку.

Если отобразить множество S , содержащее $d+1$ элементов, в множество R с совокупностью d элементов, то два элемента из множества S будут иметь одинаковый образ. Несмотря на то, что современные ФГОС по математике предъявляют к обучающимся творческие требования и предлагают весьма нестандартные варианты, решение через утверждение Дирихле не всегда простое и понятное. Порой весьма тяжело определить, какую величину считать животным, а какую – клеткой, и каким образом факт наличия двух животных в одной клетке поможет решению задачи. Да и если удастся в этом разобраться, все равно нельзя определить, в какой именно клетке будет находиться объект. Иными словами, можно доказать существование такой ячейки, но нельзя конкретизировать ее.

Согласно традиции, принцип Дирихле всегда объясняется на примере кроликов в клетках. Таким образом, чтобы применить принцип Дирихле к решению задач, нужно указать, что брать за «клетки» и что за «кролики», а также указать способ помещения «кроликов» в «клетки».

Задача №1.

В классе учится всего 50 ребят. Найдется ли месяц в году, когда хотя бы 4 ученика этого класса празднуют свой день рождения?

Решение.

Предположим, что не найдутся. Тогда $12 \cdot 3 = 36$ человек, а у нас 50 человек. Значит, найдётся месяц, в котором родились не менее 4 одноклассников.

Ответ: есть.

Задача №2.

В пяти классах школы обучается 160 человек. Доказать, что есть 4 человека, чей день рождения приходится на одну и ту же неделю.

Решение.

В году может быть максимально 53 недели. Их и примем за «клетки» а, за «кроликов» примем ребят. Рассаживаем «кроликов» по тем «клеткам», которые соответствуют их дням рождения. В силу принципа Дирихле найдётся «клетка» по меньшей мере с четырьмя «кроликами», а это и означает, что найдётся неделя, когда день рождения сразу у четырёх человек

Задача №3.

На участке 25 кроликов 9 разных пород. Докажите, что среди них есть хотя бы три кролика одной породы.

Решение.

$25 : 9 = 2(\text{ост. } 7)$, $25 = 9 \cdot 2 + 7$. $K = 2, N = 9, M > N$, то по принципу Дирихле найдутся хотя бы три кролика одной породы.

ГЛАВА 3. МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ОЛИМПИАДНЫХ ЗАДАЧ

3.1 Программа факультативного курса по математике «Олимпиадные задания: Сложно? Легко» для 9 класса

1. Пояснительная записка

Рабочая программа основана на федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования второго поколения. Эта программа предназначена для обеспечения предпрофильной подготовки, для профильного самоопределения. Содержание курса соответствует государственным стандартам общего среднего образования и примерным программам по математике. Курс помогает запомнить и систематизировать знания, а также значительно углубить знания по определенным вопросам.

Данная рабочая программа ориентирована на учащихся 9 классов и реализуется на основании следующих документов:

1. Бурмистрова Т.А. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7—9 классы: пособие для учителей общеобразоват. организаций. 2-е изд., доп. М.: Просвещение, 2014. 96 с.

2. Бурмистрова Т.А. Геометрия. Сборник рабочих программ. 7-9 классы: пособие для учителей общеобразоват. учреждений. М.: Просвещение, 2014. 95 с.

3. Государственный стандарт основного общего образования по математике.

4. Кузнецов А.А. Примерные программы по учебным предметам. Математика. 5-9 классы: проект. 3-е изд., перераб. М.: Просвещение, 2011. 64 с.

Программа факультативного курса «Олимпиадные задания: Сложно? Легко» позволяет познакомить учащихся с новыми идеями, которые базируются на изучаемых в школе темах. Расширяет понимание изучаемого

предмета. В данной программе рассматриваются вопросы, которые не изучаются в школьном курсе математики. Значительное место в ней отводится решению задач олимпиадного характера, рассмотрению методов решения задач, выходящих за рамки школьных программ. Актуальность изучения данного курса обусловлена тем, что он дает способным ученикам дополнительные знания, которые могут быть применены для решения конкурсных и олимпиадных задач.

2. Место учебного курса в учебном плане

Факультативный курс направлен на обучение девятиклассников, обладающих высокими интеллектуальными способностями и проявляющих повышенный интерес к математике.

Рабочая программа конкретизирует содержание предметных тем образовательного стандарта и дает распределение учебных часов по разделам курса и рассчитана на 82 часа (3 часа в неделю).

3. Личностные, метапредметные и предметные результаты

Математическое образование – это неотъемлемая и обязательная часть общего образования на всех ступенях школы. Математическое образование в девятом классе направлено на достижение таких целей как:

1) в направлении личностного развития:

- формирование представлений о математике как части общечеловеческой культуры, о значимости математики в развитии цивилизации и современного общества;
- развитие критического и логического мышления;
- развитие способности преодолевать мыслительные стереотипы, объективности;
- умение принимать самостоятельные решения, воспитание личностных качеств, которые обеспечивают социальную мобильность;
- развитие мыслительных качеств, которые необходимы для адаптации в современном мире;

- формирование заинтересованности к математическим способностям и математическому творчеству;

2) в метапредметном направлении:

- формирование представлений о математике как о форме описания и методе познания действительности, а также создание условий для приобретения первоначального опыта в математическом моделировании;
- формирование общих методов интеллектуальной деятельности, характерных для математики и являющихся основой познавательной культуры, являющейся значимой для разных сфер человеческой деятельности;

3) в предметном направлении:

- овладение математическими навыками и знаниями, необходимыми для продолжения образования, изучение смежных дисциплин и применение их в повседневной жизни;
- создание основы для математического развития, формирование механизмов мышления, характерных для математической деятельности.

4. Содержание факультативного курса

1. Метод математической индукции; разновидности:

Доказательство тождеств, неравенств. Задачи комбинаторно-логического характера. Индукция в геометрии. Принцип наименьшего элемента.

2. Основы теории чисел:

Алгоритм Евклида. Простые числа. Линейные диофантовы уравнения. Основная теорема арифметики.

3. Методы решения олимпиадных задач:

Принцип Дирихле. Принцип Дирихле в теории чисел. Задачи на раскраски, укладки, замощения. Принципа Дирихле для площадей и покрытий фигур. Инварианты. Правило крайнего. Четность, нечетность.

4. Элементы теории множеств:

Операции над множествами. Язык теории множеств. Конечные множества. Отображение множеств.

5. Элементы перечислительной комбинаторики:

Размещения. Перестановки. Сочетания. Круги Эйлера.

6. Планиметрия:

Геометрия вписанных и описанных четырехугольников. Классические теоремы о треугольниках (теоремы Чевы, Стюарта, Менелая и др.).

7. Многочлены:

Теорема Безу. Делимость многочленов. Корни многочленов. Основная теорема арифметики многочленов. Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема алгебры.

8. Аналитические методы в геометрии:

Векторы и их применения. Метод координат. Барицентрический метод (Метод масс).

9. Неравенства:

Неравенство Коши-Буняковского. Классические неравенства о средних. Геометрические неравенства.

10. Графы:

Граф и его элементы. Некоторые свойства и теоремы. Эйлеров и гамильтонов циклы. Задачи о мостах.

Геометрическая постановка задачи о лабиринте. Способы прохождения лабиринта. Лабиринты и графы. Понятие дерева в теории графов, применение деревьев в решении различных задач. Графы и логические задачи.

11. Игры, стратегии и алгоритмы, турниры.

12. Синтетические методы в геометрии:

Теорема Шаля. Движения. Геометрия преобразований. Преобразования подобия. Гомотетия.

13. Функции и их графики:

Элементарные функции. Исследование функций и построение их графиков элементарными методами. Графики сложных функций. Графики функций, содержащих модули. Основные способы преобразования графиков.

5.Календарно-тематическое планирование

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Формы занятия	Приемы и методы	Вид контроля	Формы контроля
1	Задачи комбинаторно-логического характера.	2	Лекция - практикум	Формирование умственных действий. Развитие навыков практического применения знаний по математике.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
2	Доказательство тождеств, неравенств.	2	Лекция - практикум	Развитие навыков практического применения знаний по математике.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
3	Принцип наименьшего элемента.	2	Лекция-практикум	Развитие навыков практического применения знаний по математике.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
4	Индукция в геометрии.	2	Лекция. Решение заданий	Развитие навыков практического применения знаний по математике.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
5	Простые числа. Алгоритм Евклида.	2	Лекция. Решение заданий	Развитие навыков практического применения	Текущий	Наблюдение, самопроверка

				знаний по математике.		
6	Основная теорема арифметики; разложение на простые множители.	2	Лекция-практикум. лекция	Актуализация вычислительных навыков. Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
7	Линейные диофантовы уравнения.	2	Лекция. Решение заданий	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Самостоятельная работа
8	Принцип Дирихле: классическая формулировка	2	Лекция	Овладение умениями решать задачи с помощью принципа Дирихле.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
9	Принцип Дирихле: общая форма принципа	2	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью принципа Дирихле.	Текущий	Самостоятельная работа
10	Принцип Дирихле в теории чисел	2	Лекция	Овладение умениями решать задачи с помощью принципа Дирихле.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
11	Принцип	2	Лекция-	Овладение	Текущий	Наблюдение,

	Дирихле для площадей и покрытий фигур.		практикум	умениями решать задачи с помощью принципа Дирихле.		тестирование, самопроверка
12	Принцип крайнего: решение задач, в которых полезно рассматривать объекты и случаи, являющиеся в некотором смысле «крайними».	2	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью крайнего.	Текущий	Наблюдение
13	Инварианты	1	Лекция - практикум	Формирование умственных действий.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
14	Полуинварианты	1	Лекция - практикум	Формирование умственных действий.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
15	Инвариант как способ решения олимпиадных задач	1	Лекция-практикум	Овладение умениями решать олимпиадные задачи с помощью инварианта.	Текущий	Устный опрос
16	Задачи на раскраску. Вспомогательная раскраска.	1	Практикум	Овладение умениями решать задачи с вспомогательной раскраски.	Текущий	Самостоятельная работа

17	Язык теории множеств. Операции над множествами.	1	Лекция	Формирование умственных действий, парная и групповая деятельность.	Текущий	
18	Отображение множеств. Конечные множества.	2	Лекция-практикум	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
19	Сочетания. Размещения. Перестановки	2	Лекция - практикум	Формирование умственных действий, парная и групповая деятельность.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
20	Круги Эйлера.	2	Лекция - практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью кругов Эйлера.	Текущий	Наблюдение, взаимопроверка
21	Классические теоремы о треугольниках (теоремы Чевы, Менелая, Стюарта и т.д.).	2	Лекция	Формирование умственных действий.	Текущий	Наблюдение
22	Геометрия вписанных и описанных четырехугольников	2	Лекция-практикум	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
23	Делимость	2	Лекция-	Овладение	Текущий	Наблюдение,

	многочленов. Корни многочленов. Теорема Безу.		практикум	навыками решения задач с помощью теоремы Безу.		
24	Теорема Виета для многочленов произвольных степеней. Основная теорема арифметики многочленов. Основная теорема алгебры.	2	Лекция- практикум	Овладение навыками действия с многочленами.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
25	Метод координат. Векторы и их применения.	2	Лекция- практикум	Овладение навыками решения с помощью метода координат.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
26	Барицентричес кий метод (Метод масс).	2	Лекция- практикум	Овладение навыками решения с помощью барицентрическо го метода.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
27	Классические неравенства о средних. Неравенство Коши- Буняковского.	2	Лекция- практикум	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение, самопроверка

28	Геометрические неравенства.	2	Лекция-практикум	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
29	Граф и его элементы. Некоторые свойства и теоремы	1	Лекция	Формирование умственных действий, самокоррекция результатов.	Текущий	Наблюдение, тестирование
30	Понятие дерева в теории графов, применение деревьев в решении различных задач. Графы и логические задачи.	2	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с применением деревьев.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
31	Доказательства от противного	1	Лекция-практикум	Формирование умственных действий, развитие навыков доказательства.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
32	Математическая индукция	1	Лекция	Формирование умственных действий, самокоррекция результатов.	Текущий	Устный опрос
33	Математические игры: игры-шутки, симметрия;	1	Лекция	Формирование умственных действий, групповая работа.	Текущий	Устный опрос.

	выигрышная стратегия.					
34	Клетчатая геометрия. Задачи на разрезание фигур.	1	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью клеточной геометрии.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
35	Геометрия преобразований. Движения. Теорема Шаля.	1	Лекция	Формирование умственных действий, самокоррекция результатов.	Текущий	Наблюдение
36	Преобразования подобия. Гомотетия.	1	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью гомотетии.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
37	Элементы комбинаторики: правило суммы и правило произведения, формулы комбинаторики и их применение.	2	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью правил произведения.	Текущий	Наблюдение, тестирование, самопроверка
38	Элементы комбинаторики: формулы комбинаторики и их применение.	2	Лекция-практикум	Овладение умениями решать задачи с помощью формул комбинаторики.	Текущий	Наблюдение, самопроверка

39	Различные свойства функций, их применения (периодичность, четность, ограниченность)	3	Лекция-практикум	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение, самопроверка
40	Основные способы преобразования графиков. Графики функций, содержащих модули. Графики сложных функций	2	Лекция-практикум	Развитие навыков практического применения знаний.	Текущий	Наблюдение
41	Решение задач с параметром.	2	Практикум	Овладение навыками решения задач с параметрами.	Текущий	Самостоятельная работа
42	Рациональные неравенства с параметром.	2	Лекция-практикум	Овладение навыками решения неравенств.	Текущий	Устный опрос
43	Системы неравенств с параметром.	2	Лекция - практикум	Овладение навыками решения системы неравенств.	Текущий	Устный опрос

44	Графический метод решения уравнений с параметром.	2	Практикум	Овладение навыками решения уравнения графическим методом.	Текущий	Устный опрос
45	Решение олимпиадных задач муниципального и регионального уровней.	3	практикум	Овладение навыками решения олимпиадных заданий разного уровня.	Текущий	Самостоятельная работа
46	Повторение: решение олимпиадных задач.	2	Контрольная работа	Овладение навыками решения олимпиадных заданий разного уровня.	Текущий	Контрольная работа

6. Учебно-методическое и материально-техническое обеспечение образовательного процесса

1. Агаханов Н.Х. Математика. Всероссийские олимпиады. Вып. 2. М.: Просвещение, 2009. 159 с.
2. Агаханов Н.Х. Математика. Областные олимпиады. 8—11 классы. М.: Просвещение, 2010. 192 с.
3. Берлов С.Л. Петербургские математические олимпиады. Изд. 2-е стереотип. Краснодар: Лань, 2005. 605 с.
4. Виленкин Н.Я. Комбинаторика. М.: МЦНМО, 2006. 400 с.
5. Горбачев Н.В. Сборник олимпиадных задач по математике. М.: МЦНМО, 2005. 560 с.

6. Егоров А.А. Олимпиады «Интеллектуальный марафон». Математика. М.: Бюро Квантум, 2006. 128 с.
7. Фарков А.В. Математические олимпиадные работы. 5-11 классы. 6-е изд., перераб. и доп. М.: Айрис-пресс, 2013. 192 с.
8. Фарков А.В. Математические олимпиады в школе. 5-11 классы. 8-е изд., испр. и доп. М.: Айрис-пресс, 2009. 256 с.
9. Федоров Р.М. Московские математические олимпиады 1993–2005 г. М.: МЦНМО, 2006. 456 с.

7. Планируемые результаты изучения факультативного курса.

Изучение математики в рамках факультативного курса позволяет обучающимся достигнуть следующих результатов развития:

- 1) в личностном направлении:
 - способность эмоционально воспринимать математические объекты, задачи, решения и рассуждения;
 - креативность мышления и инициативность при решении математических задач;
 - умение определять неверные утверждения, отличать факт от гипотезы;
 - умение контролировать процесс и результат учебной математической деятельности;
 - понимание математической науки как сферы человеческой деятельности, ее значения для развития общества, этапов ее развития;
 - умение грамотно и четко формулировать свои мысли в письменной и устной речи, понимать смысл поставленной задачи, а также приводить контрпримеры и примеры.
- 2) в метапредметном направлении:
 - начальные представления о методах и идеях математики как об универсальном языке техники и науки, средстве моделирования явлений и процессов;

— умение понимать и использовать математические средства наглядности (схемы, графики, таблицы, диаграммы и другое) для иллюстрации, интерпретации и аргументации;

— умение видеть математическую задачу в контексте проблемной ситуации в окружающей жизни и в других дисциплинах;

— умение применять индуктивные и дедуктивные методы рассуждения, а также видеть разные стратегии решения задач;

— умение найти в разных источниках информацию, которая необходима для решения математических задач, представлять ее в понятной форме, принимать решения в условиях неполной и избыточной, точной и вероятностной информации;

— умение планировать и осуществлять деятельность, которая направлена на решение задач исследовательского характера;

— умение выдвигать гипотезы при решении учебных задач и понимать необходимость их проверки;

— действовать в соответствии с предложенным алгоритмом;

— умение самостоятельно ставить цели, создавать и подбирать алгоритмы решения учебных математических задач.

3) в предметном направлении:

— умение работать с математическим текстом (извлекать и анализировать нужную информацию), правильно применять математическую терминологию и символику, использовать различные языки математики;

— развитие представлений о числе и числовых системах от натуральных до действительных чисел, овладение навыками устных, письменных и инструментальных расчетов;

— овладение основным понятийным аппаратом по важным разделам содержания, представление об основных изучаемых понятиях (число, уравнение, геометрическая фигура, функция) как о важнейших математических моделях, позволяющих описывать и изучать реальные явления и процессы;

— умение проводить доказательства и классификации математических утверждений, логические обоснования;

— овладение функциональным языком и символикой, системой функциональных понятий, умение описывать и анализировать реальные зависимости на основе функционально-графических представлений;

— умение распознавать виды математических утверждений (теоремы, аксиомы, определения), прямые и обратные теоремы;

— овладение символическим языком алгебры, приемами выполнения тождественных преобразований рациональных выражений, решения уравнений, систем уравнений,

— умение применять алгебраические преобразования, а также аппарат уравнений для решения задач из разных разделов курса, умение использовать идею координат на плоскости для интерпретации уравнений и систем;

— овладение геометрическим языком, умение использовать его для описания предметов окружающего мира, развитие пространственных представлений и изобразительных умений, приобретение навыков геометрических построений;

— умение применять изученные методы, понятия, результаты для решения практических задач и задач из смежных дисциплин, используя при необходимости справочные материалы.

— умение измерять величины углов, длины отрезков, использовать формулы для нахождения периметров, объемов и площадей геометрических фигур;

— усвоение систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах, а также на наглядном уровне – о простейших пространственных телах, умение применять систематические знания о них для решения задач.

В рамках указанных содержательных линий решаются следующие задачи:

— знакомство с основными идеями и методами решения нестандартных математических задач;

— формировать представление о методах и способах решения нестандартных задач и алгебраических уравнений на уровне, который превышает уровень государственных образовательных стандартов;

— систематизация информации о числах;

— расширение и совершенствование сформированного в предыдущие годы обучения алгебраического аппарата и его применение к решению задач;

— расширение навыков исследовательской работы.

3.2. Конспект факультативного занятия по математике «Использование графов при решении задач»

Цели занятия:

Обучающая:

— обобщение и систематизация представлений учащихся о графических информационных моделях;

— рассмотрение примеров использования графов как разновидности информационных моделей;

— применение теории графов для решения задач.

Развивающая:

— Развитие логического и системного мышления;

— Развивать навыки самостоятельной работы;

— Формирование и дальнейшее развитие познавательных операций по планированию и прогнозированию учебной деятельности;

— Развитие интеллектуальных умений и мыслительных операций — анализ и синтез сравнение, обобщение.

Воспитывающая:

— Воспитание самостоятельности при решении учебных задач;

— Воспитание коммуникативных способностей при работе в парах, уважительного отношения друг к другу;

— Воспитание на уроке воли и упорства для достижения конечных результатов.

Ход урока

1. Организационный момент.

Здравствуйте, ребята! Сегодня нам предстоит продолжить наше знакомство с графами. На прошлых уроках мы с вами познакомились с понятием графа и его свойствами, научились строить графы для ситуаций, описанных в текстовых задачах.

2. Актуализация знаний.

Фронтальный опрос, устная работа с классом

А сейчас мы проверим, как вы усвоили материал предыдущих уроков.

Давайте ответим на следующие вопросы:

1. Ребята, скажите, что такое граф?
2. Что является ребрами и вершинами графа?
3. Какой граф называется нулевым графом?
4. Какой граф называется полным графом?
5. Какой граф называется неполным графом?
6. Какой граф называется направленным графом?
7. Дерево – это граф...

3. Постановка цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности учащихся.

— О чем мы сейчас с вами говорили?

— Да, ребята, мы с вами говорили о графах. И сегодня на уроке мы с вами продолжим говорить о них. А также будем решать задачи и применять свои знания на практике.

- Как вы думаете, какова тема нашего занятия?
- Запишите тему в тетрадь.
- Давайте определим с вами цель и задачи нашего занятия.

4. Применение знаний и умений в новой ситуации

А теперь приступим к решению задач.

Задача №1.

В селе всего 19 телефонов. Можно ли соединить эти телефоны проводами так, чтобы любой телефон был соединен ровно с 9 другими?

Решение.

Пусть это возможно. Тогда мы получим граф, вершины которого – телефоны, а ребра – соединяющие их провода. В этом графе у нас 19 вершин, степень каждой из которых равна 9. Для того чтобы подсчитать количество ребер в графе, сначала просуммируем степени всех его вершин. При таком подсчете каждое ребро будет учтено дважды, так как оно соединяет 2 вершины. Поэтому число ребер графа должно быть равно $(19 \cdot 9)/2$. А число 85,5 нецелое. Получили, что такого графа не существует. Значит, объединить телефоны требуемым образом нельзя.

Ответ: нельзя.

Задача №2.

В группе занимаются 30 ребят. Может ли быть так, что 10 из них имеют по 3 друга (в этом классе), 11 — по 4 друга, а 9 — по 5 друзей (считается, что все дружбы взаимные)?

Решение.

Если бы такое было возможно, то можно было бы нарисовать граф с 30 вершинами, в котором 10 вершин имели бы степень 3, 11 — степень 4, 9 —

степень 5. Но тогда получается, что у этого графа 19 нечетных вершин, а это противоречит следствию из леммы о рукопожатиях.

Ответ: не может.

Задача №3.

В стране Z есть столица и еще 200 городов. Некоторые города (в том числе и столица) объединены дорогами с односторонним движением. Из любого нестоличного города выходит 20 дорог, и в любой такой город входит 21 дорога. Докажите, что в столицу нельзя проехать ни из одного города.

Доказательство.

Пусть из столицы выходит p дорог, а входит в нее k . Тогда общее число дорог можно посчитать двумя способами — как суммарное число всех «выходящих» дорог и как суммарное число всех «входящих» дорог. Значит, $200 \cdot 20 + p = 200 \cdot 21 + k$. То есть $k = p - 200$. Но из столицы не может выходить больше чем 200 дорог. Значит, $p = 200$, $k = 0$.

Задача №4.

В первенстве класса по шашкам было шесть участников: Артур, Вася, Гоша, Боря, Ева и Дима. Каждый участник должен сыграть по одной партии друг с другом. К настоящему моменту некоторые партии уже сыграны: Артур сыграл с Гошей, Борей и Евой; Боря с Гошей, Артуром; Вася – с Гошей, Димой и Ева – с Васей и Артуром. Сколько игр проведено и сколько осталось еще провести?

Решение.

1. Сначала изобразим точки с начальными буквами имен всех участников.
2. Затем соединим отрезками те точки – игроков, которые уже сыграли (черные).
3. Посчитаем количество получившихся отрезков – игр. (7)

4. Соединим другим цветом тех игроков, которые еще не играли (серые)
(рис. 21).

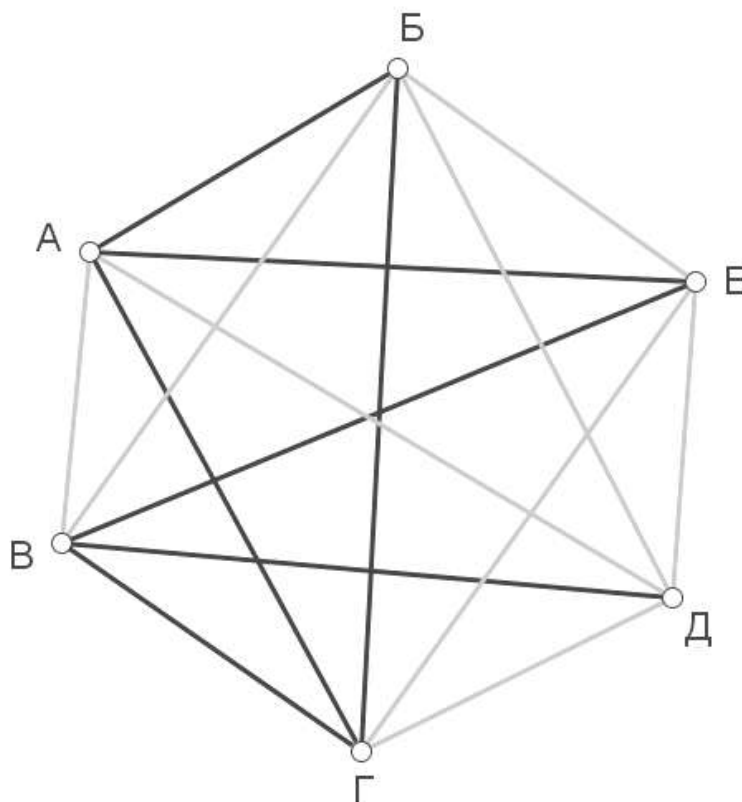


Рисунок 21 – Граф.

5. Теперь посчитаем количество получившихся отрезков – несыгранных игр. (8)

Ответ: проведено 7 игр и осталось провести 8 игр.

Задача №5.

Один раз, рано утром, кто – то принес букет и поставил его в вазу на столе учителя. Учитель спросила вошедших в класс ребят: «А, знаете ли вы, кто принес цветы?» Дети стали гадать. Были высказаны разные гипотезы – цветы принесли Артем и Богдан, Артем и Диана, Артем и Света, Богдан и Диана, Богдан и Владимир, Владимир и Григорий, Григорий и Диана. Учитель сказала, что в одном из этих предположений одно имя названо правильно, а другое –

нет. Во всех же остальных предположениях оба имени названы неверно. Кто принес цветы?

Решение.

1. Изобразим точки с начальными буквами имен всех ребят.
2. Соединим отрезками точки – имена, которые были названы в предположениях.
3. Заметим, что из всех сделанных предположений только одно заслуживает внимания – т.е. только в одном одно имя названо правильно. Значит, надо найти такой отрезок, конец которого не имеет общего с другими точками. Это отрезок AC и точка C (рис. 22). Следовательно, цветы принесла Света.

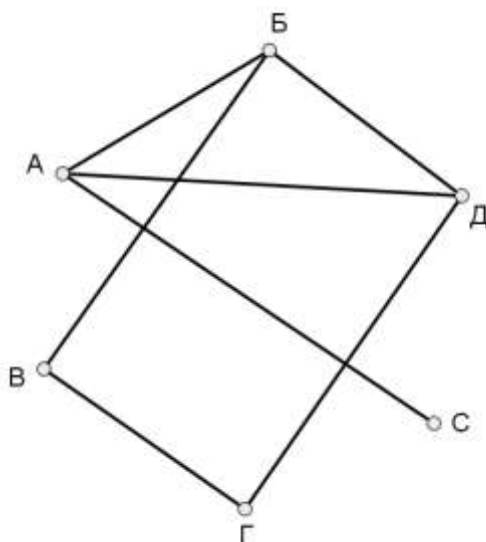


Рисунок 22 – Граф.

Ответ: цветы принесла Света.

5. Контроль усвоения, обсуждение допущенных ошибок и их коррекция

А теперь попробуйте самостоятельно решить следующие задачи. После выполнения заданий, мы с вами сделаем взаимопроверку и обсудим решения.

Задача №1.

Какие-то две команды набрали в круговом волейбольном турнире равное число очков. Докажите, что найдутся команды А, В и С такие, что А выиграла у В, В выиграла у С, а С выиграла у А.

Доказательство.

Предположим противное. Тогда для любых трех команд А, В и С если А выиграла у В, а В выиграла у С, то А выиграла у С. Пусть команды Х и У — две команды, набравшие одинаковое число очков. И пусть, например, Х выиграла у У. Но тогда Х выиграла у всех команд, у которых выиграла У. Значит, у Х хотя бы на одну победу больше. Противоречие.

Задача №2.

Пятеро ребят — Артем, Владимир, Диана, Богдан и Григорий договорились пойти в кино. Было решено, что если с кем - то не получится созвониться, то поход в кино отменяется. В обед у кинотеатра собрались не все ребята, и поэтому посещение кино сорвалось. На следующий день они стали выяснять, кто кому звонил. Выяснилось, что Артем звонил Богдану и Владимиру. Владимир звонил Богдану и Диане. Богдан звонил Артему и Диане. Диана звонила Артему и Владимиру, а Григорий звонил Артему, Владимиру и Богдану. Нужно выяснить, почему не все собрались у кинотеатра.

Решение.

1. Изобразим точки с начальными буквами имен всех ребят.
2. Соединим отрезками те точки — ребят, которые позвонили другим (голубые).

Из рисунка (рис. 23) видно, что две точки А и Г не соединены отрезком, значит Григорий и Диана не дозвонились друг другу и поэтому не пришли к кинотеатру.

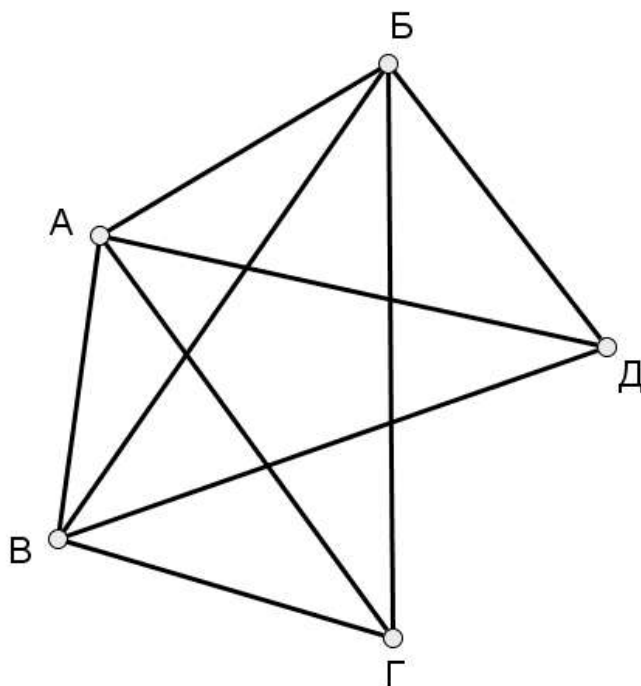


Рисунок 23 – Граф.

Ответ: Григорий и Диана не дозвонились друг другу и поэтому не пришли к кинотеатру.

6. Постановка домашнего задания

1) В некоторой стране есть города с названиями 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9. В данной стране два города будут соединены авиалинией тогда, когда двузначное число, образованное названиями городов, делится на 3. Можно ли долететь из города 6 в город 7?

2) Запишите все возможные варианты расписания 6 уроков на день из предметов: математика, русский язык, химия, физкультура, география, причем химия должна быть вторым уроком.

7. Рефлексия учебной деятельности

Что нового мы узнали сегодня на занятии?

В чем заключается этот метод?

Какие задачи вызвали у вас наибольшее затруднение? Почему?

Теперь я вам предлагаю поднять вверх тот смайлик, который отражает ваше душевное, эмоционально-чувственное состояние после нашего занятия.

3.3. Конспект факультативного занятия по математике «Использование кругов Эйлера при решении задач»

Цели занятия:

Обучающая:

- Формирование у школьников представления о методе кругов Эйлера.
- Применение теории метода кругов Эйлера для решения задач.
- Формирование умения преобразовывать информацию в знаково-символическую и графическую модель.

Развивающая:

- Развитие логического и аналитического мышления.
- Развитие навыков самостоятельной работы.
- Развитие умения анализировать объекты и ситуации, синтез, обобщение и сравнение данных.

Воспитывающая:

- Воспитание самостоятельности учащихся.
- Воспитание чувства коллективизма, уважительного отношения друг к другу.
- Воспитание на уроке воли и упорства для достижения конечных результатов.

Ход урока

1. Организационный момент.

Французский писатель XIX столетия Анатоль Франс однажды заметил: «...Чтобы переваривать знания, надо поглощать их с аппетитом».

Так давайте на занятии будем активны, внимательны и поглощать знания с большим желанием.

2. Актуализация опорных знаний и умений

Ребята, давайте с вами сделаем небольшую разминку.

Вниманию учащихся предлагается несколько шуточных логических задач, направленных на активизацию мышления обучающихся.

- Гусь стоит 20 рублей и еще половину того, сколько стоит он на самом деле. Сколько стоит гусь?
- Два спортсмена на соревновании пробежали по стадиону 8 кругов. Сколько кругов пробежал каждый?
- Назовите два числа, разность которых равна их сумме.
- Сколько будет: два плюс два умножить на два?

3. Постановка учебной проблемы

А теперь давайте с вами решим следующую задачу.

В классе учится 30 ребят. Все они являются читателями школьной и городской библиотек. Из них 15 человек берут книги в городской библиотеке, 20 - в школьной. Сколько ребят не являются читателями школьной библиотеки?

Подумайте над решением пару минут, а затем мы его обсудим.

У кого какое решение получилось?

Где возникли затруднения?

4. Формулирование проблемы, планирование деятельности

Итак, как мы видим, у нас возникли затруднения с решением этой задачи. Но на самом деле задача решается достаточно просто, если использовать метод кругов Эйлера.

А теперь подумайте, какая тема нашего занятия?

Запишем в тетради тему «Использование кругов Эйлера при решении задач».

Какую же цель вы перед собой на уроке можете поставить?

5. Открытие нового знания

В математике рисунки в виде кругов, изображающих множества, используются очень давно. Одним из первых, кто пользовался этим методом, был выдающийся немецкий математик и философ Готфрид Вильгельм Лейбниц. В его черновых набросках были обнаружены рисунки с такими кругами. Потом этот метод довольно основательно развил и Леонард Эйлер. Он долгие годы работал в Петербургской Академии наук.

Для наглядной геометрической иллюстрации понятий и соотношений между ними используется диаграммы Эйлера-Венна (круги Эйлера). Если имеются какие-либо понятия А, В, С и т.д., то объем каждого понятия (множество) можно представить в виде круга, а отношения между этими объектами (множествами) - в виде пересекающихся кругов.

Давайте вернемся к нашей задаче и решим ее вместе.

Пусть круг Ш – это читатели только школьной библиотеки, круг Г – это читатели только городской библиотеки (рис. 24).

Тогда ШГ – это читатели городской и школьной библиотек одновременно.

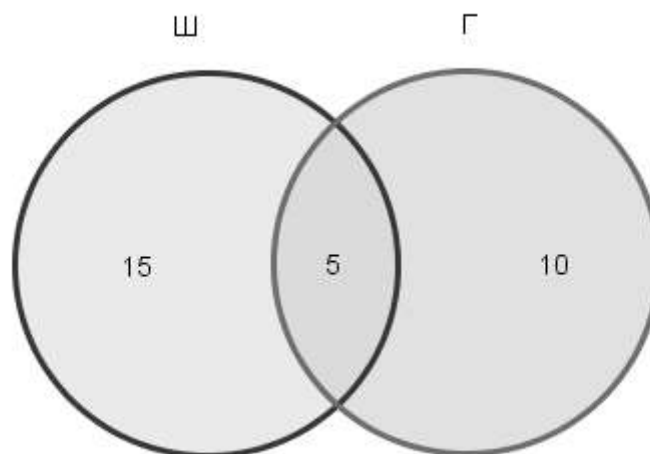


Рисунок 24 – Два множества: читатели городской библиотеки и читатели школьной библиотеки.

Из рисунка следует, что число ребят, не являющихся читателями школьной библиотеки, равно: $(\text{не Ш}) = Г - ШГ$.

Всего 30 ребят, $Ш = 20$ человек, $Г = 15$ человек.

Тогда значение $ШГ$ может быть найдено следующим образом (см. рисунок):

$ШГ = (Ш + Г) - 30 = (20 + 15) - 30 = 5$, то есть 5 человек являются читателями школьной и городской библиотек одновременно.

Тогда $(\text{не Ш}) = Г - ШГ = 15 - 5 = 10$.

Ответ: 10 ребят не являются читателями школьной библиотеки.

Всем понятно решение задачи?

Есть вопросы?

6. Первичная проверка понимания

Давайте продолжим решать задания.

Задача №1.

У всех моих друзей есть домашние питомцы. 6 ребят любят и держат хомячков, а 5 – кроликов. И лишь у двоих друзей есть и хомячки и кролики. Отгадайте, сколько у меня друзей?

Решение.

Нарисуем два круга (рис. 25), так как у нас 2 вида питомцев.

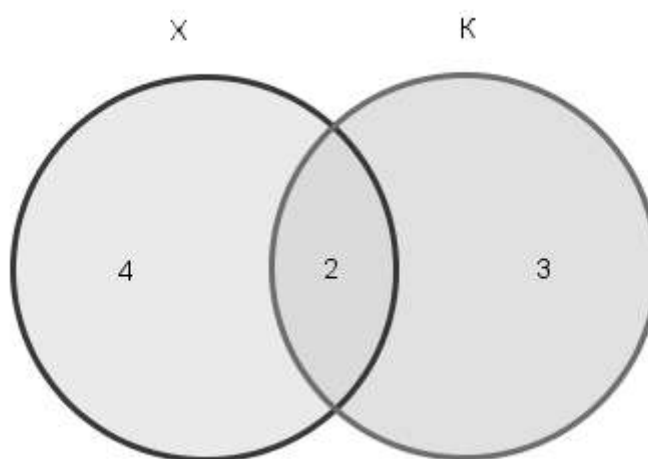


Рисунок 25 – Два множества: хозяева хомячков и хозяева кроликов.

В одном круге будем отмечать хозяев хомячков, а в другом хозяев кроликов. Поскольку у некоторых друзей есть и те, и другие питомцы, то круги будем рисовать так, чтобы у них была общая часть. В общей части поставим цифру 2, потому что кролики и хомячки есть у двоих ребят. В оставшейся части «хомячьего» круга поставим цифру четыре ($6 - 2 = 4$). В свободной части «кроличьего» круга поставим цифру три ($5 - 2 = 3$).

По рисунку видно, что всего $4 + 2 + 3 = 9$ друзей.

Ответ: 9 друзей.

Задача №2.

Среди учащихся 7 класса проводилось анкетирование по любимым мультфильмам. Самыми популярными оказались 3 мультфильма: «Семейка Крудс», «Ледниковый период», «Дикие предки». В классе всего 28 ребят. «Диких предков» выбрали 16 школьников, среди которых трое назвали еще и

«Семейку Крудс», 6 ребят - «Ледниковый период», а 1 учащийся написал все 3 мультфильма. Мультфильм «Семейка Крудс» выбрали девять ребят, среди которых 5 предпочли по 2 мультфильма. Сколько ребят выбрали мультфильм «Ледниковый период»?

Решение.

В данной задаче три множества (рис.26), из условий задачи видно, что все три множества пересекаются между собой.

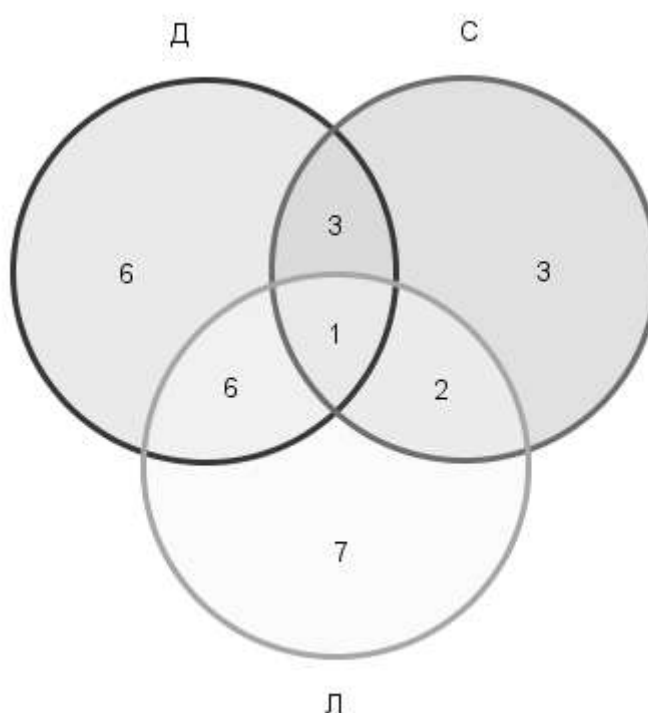


Рисунок 26 – Три множества: ребята, которые предпочли фильм «Дикие предки»; ребята, которые предпочли фильм «Семейка Крудс»; ребята, которые предпочли фильм «Ледниковый период».

«Диких предков» предпочли $16 - 6 - 3 - 1 = 6$ ребят.

«Семейку Крудс» предпочли $9 - 3 - 2 - 1 = 3$ ученика.

«Ледниковый период» выбрали $28 - (6 + 3 + 3 + 2 + 6 + 1) = 7$ учащихся.

Если учесть, что некоторые предпочли сразу несколько мультфильмов, то получаем, что «Ледниковый период» выбрали $7 + 6 + 1 + 2 = 16$ ребят.

Ответ: 16 ребят.

7. Применение новых знаний

Задача №3.

В классе всего 24 ученика. Из них в художественную школу ходят 8 ребят, в музыкальную школу – 10 ребят, в спортивную школу - 12 ребят, в музыкальную и художественную школу – 3, в художественную и спортивную школу – 2, в музыкальную и спортивную школу – 2, все три школы посещает 1 учащийся. Сколько учеников занимаются только в одной школе? Сколько учеников не посещают ни одну школу?

Решение.

В задаче три множества (рис. 27), из условий задачи видно, что все они пересекаются между собой.

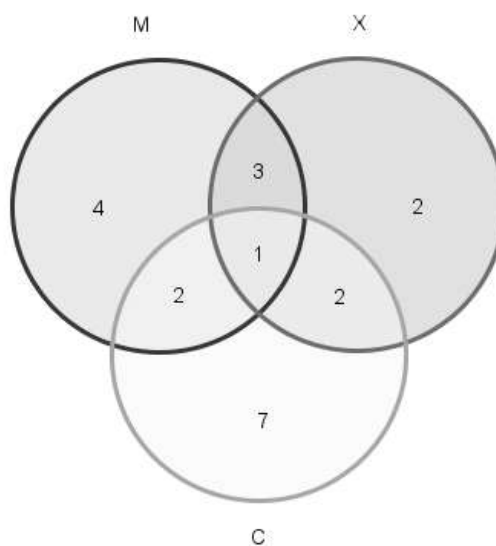


Рисунок 27 – Три множества: ребята, которые занимаются в музыкальной школе; ребята, которые занимаются в художественной школе; ребята, которые занимаются в спортивной школе.

В художественной школе занимаются $8-3-2-1=2$ учащихся.

В музыкальной школе занимаются $10-3-2-1=4$ учащихся.

В спортивной школе занимаются $12-2-2-1=7$ учащихся.

Только в одной школе занимаются $4+2+7=13$ учащихся.

Ни в чем себя не развивают $24-(4+2+7+3+2+2+1)=3$ учащихся.

Ответ: 13 ребят посещают только одну школу, 3 учащихся себя не развивают.

Задача №4.

На столе было 26 разных математических игр - головоломок. В четыре из них поиграли Гоша и Сережа. Илья поиграл в 7 игр, которых не касались Гоша и Сережа, и две головоломки, в которые играл Гоша. Всего Гоша сыграл в 11 математических игр - головоломок. Во сколько головоломок поиграл Сережа?

Решение.

В задаче 3 множества (рис. 28):

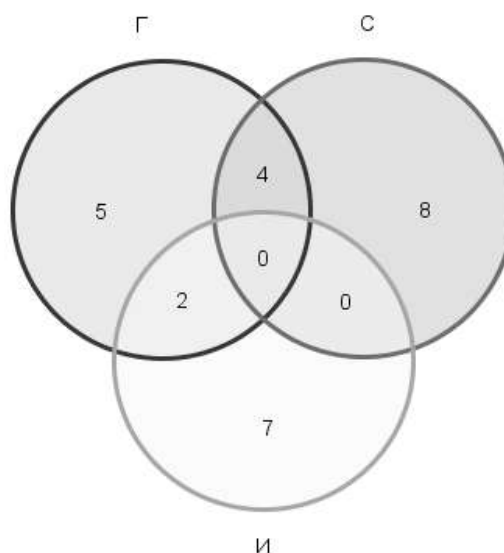


Рисунок 28 – Три множества: количество игр, в которые сыграл Гоша; количество игр, в которые сыграл Илья; количество игр, в которые сыграл Сережа.

Так как Гоша всего поиграл в 11 игр, из них 4 головоломки решены Сережей и 2 головоломки - Иллей, то $11 - 4 - 2 = 5$ - игр поиграл только Гоша. Следовательно, $26 - 7 - 2 - 5 - 4 = 8$ - головоломок решено только Сережей. Тогда всего Сережа сыграл в 12 игр.

Ответ: В 12 игр сыграл Сережа.

8. Постановка домашнего задания

В классе учится всего 35 учащихся. 12 из них играют в пионербол, 18 из них играют в волейбол, 24 из них играют в теннис. Восемь ребят играют в теннис и пионербол, 10 ребят играют в теннис и волейбол, а 5 ребят играют в волейбол и пионербол. Сколько учащихся играют в теннис, волейбол и пионербол одновременно?

9. Рефлексия учебной деятельности

Что нового мы узнали сегодня на занятии?

В чем заключается этот метод?

Какие задачи вызвали у вас наибольшее затруднение? Почему?

Теперь я вам предлагаю поднять вверх тот смайлик, который отражает ваше душевное, эмоционально-чувственное состояние после нашего занятия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Олимпиада по математике – это новейший механизм актуализации и индивидуализации учебного процесса. При хорошо развитой системе олимпиадных соревнований любой школьник может получить образование с определенным желаемым уклоном.

Целью данной работы было изучение некоторых методов рассуждений при решении олимпиадных задач и разработка факультативного курса для учащихся 9 класса по решению олимпиадных задач.

Первая глава посвящена истории олимпиадных задач, а также основным видам, правилам подготовки и проведения олимпиад для школьников, особенностям подготовки олимпиадных задач.

Во второй главе рассматриваются некоторые методы рассуждений при решении олимпиадных задач с примерами заданий.

В третьей главе разработан факультативный курс по обучению учеников решению олимпиадных задач: дается подробное описание каждого занятия с применяемыми формами и методами обучения, а также представлены конспекты занятий факультативного курса.

Таким образом, цель данной работы была достигнута. Материал работы может быть использован для решения олимпиадных задач при проведении факультативных занятий. На наш взгляд олимпиада по математике незаменима для достижения основных целей образования на старшей ступени школы.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Акимова М.К., Козлова В.Т. Психофизиологические особенности индивидуальности школьников: учеб. пособие для академического бакалавриата. 2-е изд., испр. и доп. М.: Юрайт, 2020. 192 с.
2. Алексеева Г.И. Из истории становления и развития математических олимпиад: опыт и проблемы: автореф. дис. канд. пед. наук. Якутск, 2002. 16 с.
3. Архипов В. П., Чопчиян С.А. Рейтинговые олимпиады как форма развития интеллектуальной деятельности школьников // Вестник белгородского университета кооперации, экономики и права. Белгород, 2005. № 4. С. 11–13.
4. Битуова Д.Р. Одаренные дети: проблемы и перспективы // Исследовательская деятельность школьников. 2005. №3. С. 157.
5. Большая советская энциклопедия / гл. ред. А.М. Прохоров. М.: Советская энциклопедия, 1978. 600 с.
6. Брук Ю. М. И. К. Кикоин и олимпиады. Из истории школьных олимпиад в СССР // Заметки по еврейской истории. 2008. № 3(94). С. 900 – 904.
7. Вербицкий А. А. Активное обучение в высшей школе: контекстный подход. М.: Высш. шк., 1991. 207 с.
8. Вестник Сыктывкарского университета. Серия 1: Математика. Механика. Информатика / гл. ред. О.А. Сотникова. Сыктывкар: Изд-во СГУ им. Питирима Сорокина, 2017. № 24. 121 с.
9. Галкина Е. А. Предметные олимпиады: как подготовить учащихся? // Народное образование. М.: Издательский дом «Народное образование», 2011. № 5. С. 195–200.
10. Груздова И.В., Медяник Г.А. Психология воспитания школьника : электрон. учеб.- метод. пособие. Тольятти: ТГУ, 2017. 160 с.
11. Гузеев В.В. Методы и организационные формы обучения. М.: Народное образование, 2001. 128 с.

12. Гусев В.А. Индивидуализация учебной деятельности учащихся как основа дифференцированного обучения математике в средней школе // Математика в школе. 1990. №4. С. 27 – 31.
13. Давыдов В.В. О понятии развивающего обучения. Томск: Пеленг, 1995. 144 с.
14. Жилкина О.Ю. Метод масс // Вклад молодых ученых в инновационное развитие АПК России. Первые шаги в науке: сборник материалов Всероссийской научно–практической конференции / Пензенская ГСХА. Пенза: РИО ПГСХА, 2014. С. 36 – 39.
15. Жохов В.И. Преподавание математики в 5 и 6 классах: методические рекомендации для учителя. М.: Мнемозина, 1999. 154 с.
16. Зайцев В.С. Современные педагогические технологии: учебное пособие. Челябинск, ЧГПУ, 2012. 411 с.
17. Канель–Белов А.Я., Ковальджи А.К. Как решают нестандартные задачи. М.: МЦНМО, 2001. 96 с.
18. Коломоец К. С. Организация и проведение олимпиады в средней общеобразовательной школе // Аспекты и тенденции педагогической науки: материалы III Междунар. науч. конф. (г. Санкт–Петербург, декабрь 2017 г.). — СПб.: Свое издательство, 2017. С. 124–126.
19. Об утверждении порядка проведения олимпиад школьников: Приказ Минобрнауки России от 4 апреля 2014 г. № 267 (ред. от 10.12.2014). URL: <https://minjust.consultant.ru/page.aspx?1145295>
20. Омельченко А. В. Теория графов. М.: МЦНМО, 2018. 416 с.
21. Рогановский Н. М., Рогановская Е.Н. Методика преподавания математики в средней школе. В 2 частях. Часть 1. Общие основы методики преподавания математики (общая методика). М.: МГУ им. А. А. Кулешова, 2010. 312 с.

22. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе: учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов. М.: Просвещение, 2002. 224 с.
23. Севрюков П.Ф. Подготовка к решению олимпиадных задач по математике. М.: Илекса, 2009. 113 с.
24. Синюк А.И. Круги Эйлера: Отношения между понятиями: пособие для преподавателей и студентов вузов по курсу «Логика». Альметьевск: Академия наук социальных технологий и местного самоуправления, Закамское отделение, 2008. 36 с.
25. Унт И.Э. Индивидуализация и дифференциация обучения. М.: Педагогика, 1990. 192 с.
26. Хуторской А.В. Развитие одаренности школьников: Методика продуктивного обучения: пособие для учителя. М.: Гуманит. Изд. Центр ВЛАДОС, 2000. 320 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» августа 2019 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Жилкиной Ольги Юрьевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Обучение школьников некоторым методам решения
олимпиадных задач»

Утверждена приказом по Университету от «29.10» 2019 г. № 1183 а/о

Срок сдачи студентом законченной работы «23» июня 2020 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Подбор и изучение литературы по теме выпускной квалификационной работы.	Сентябрь – октябрь 2019 г.	<i>выполнено</i>
2.	Изучение особенностей проведения олимпиад для школьников.	Ноябрь 2019 г.	<i>выполнено</i>
3.	Изучение некоторых методов рассуждений при решении олимпиадных задач.	Декабрь 2019 г. – январь 2020 г.	<i>выполнено</i>
4.	Изучение методических аспектов обучения школьников решению олимпиадных задач.	Февраль 2020 г.	<i>выполнено</i>
5.	Разработка конспектов занятий факультативного курса.	Март 2020 г.	<i>выполнено</i>
6.	Систематизация материала. Оформление работы.	Апрель – май 2020 г.	<i>выполнено</i>

Дата выдачи задания «23» сентября 2019 г.

Руководитель *Никитина* Никитина О. Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

Жилкина Жилкина О.Ю.
(подпись) (Ф.И.О.)

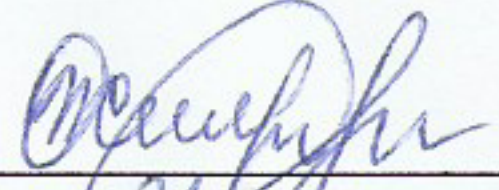
Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Жилкиной Ольги Юрьевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Жилкина Ольга Юрьевна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика», прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Обучение школьников некоторым методам решения олимпиадных задач», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


подпись студента
20.06.2020г.
дата

ВКР представлена на проверку 21 июня 2020г.
дата

Руководитель ВКР 
подпись Никитина О.Г.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ»
выпускной квалификационной работы на тему:

**«Обучение школьников некоторым методам решения
олимпиадных задач»**

студентки 4 курса **Жилкиной Ольги Юрьевны**
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Никитина Ольга Геннадьевна

 АНТИПЛАГИАТ ТВОРИТЕ СОБСТВЕННЫМ УМОМ			
Отчет о проверке на заимствования №1			
			
Автор: Жилкина Ольга zhilkiolga.989@mail.ru / ID: 2329 Проверяющий: Никитина Ольга Геннадьевна nikitina1005@mail.ru / ID: 165) Организация: Пензенский государственный университет Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - http://pnzgu.antiplagiat.ru			
ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ		ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ	
№ документа: 49 Начало загрузки: 21.06.2020 18:33:34 Длительность загрузки: 00:00:14 Имя исходного файла: ВКР Жилкина.docx Название документа: ВКР Жилкина Размер текста: 1 кБ Тип документа: Выпускная квалификационная работа Символов в тексте: 83039 Слов в тексте: 10191 Число предложений: 843		Последний готовый отчет (ред.) Начало проверки: 21.06.2020 18:33:49 Длительность проверки: 00:00:16 Комментарии: не указано Модули поиска: Модуль поиска общеупотребительных выражений, Коллекция Медицина, Коллекция РГБ, Модуль поиска перефразирований eLIBRARY.RU, Цитирование, Коллекция ГАРАНТ, Модуль поиска перефразирований Интернет, Коллекция eLIBRARY.RU, Модуль выделения библиографических записей, Сводная коллекция ЭБС, Модуль поиска "ПГУ", Модуль поиска ИПС "Адилет", Модуль поиска переводных заимствований, Модуль поиска переводных заимствований по eLibrary (EnRu), Модуль поиска переводных заимствований по интернет (EnRu), Коллекция Патенты, Кольцо вузов	
ЗАИМСТВОВАНИЯ 27,35%		САМОЦИТИРОВАНИЯ 0%	ЦИТИРОВАНИЯ 9,02%
		ОРИГИНАЛЬНОСТЬ 63,63%	

Дата 21 июня 2020 г.



(Никитина О.Г.)

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Обучение школьников некоторым методам решения
олимпиадных задач»
студентки Жилкиной Ольги Юрьевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математика», гр. 16ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Жилкиной Ольги Юрьевны посвящена вопросам обучения школьников некоторым методам решения олимпиадных задач.

Актуальность темы работы заключается в том, что подготовка школьников к решению олимпиадных задач способствуют углубленному изучению предмета, формирует у детей навыки самостоятельной работы и способствует развитию таких приемов умственной деятельности, как анализ, синтез, аналогия, обобщение и др.

С другой стороны, успех на олимпиаде связан не только со способностями школьника, но и со знанием им классических олимпиадных задач. Успешно участвовать в олимпиаде по математике может лишь учащийся, знакомый со стандартными приемами решения задач, выходящих за рамки школьного курса.

Целью работы является изучение некоторых методов рассуждения при решении олимпиадных задач и разработка факультатива для учащихся 9 класса по решению олимпиадных задач.

Работа состоит из трех глав, заключения и библиографического списка.

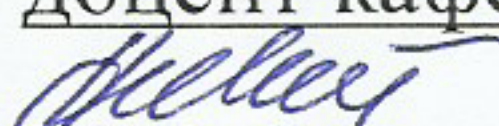
Первая глава посвящена истории олимпиадных задач, а также основным видам, правилам подготовки и проведения олимпиад для школьников, особенностям подготовки олимпиадных задач.

Во второй главе рассматриваются некоторые методы рассуждений при решении олимпиадных задач с примерами заданий. Здесь рассмотрены метод графов, метод кругов Эйлера, принцип Дирихле и метод геометрии масс.

В третьей главе разработан факультативный курс по обучению учащихся решению олимпиадных задач: дается подробное описание занятий с применяемыми формами и методами обучения, а также представлены конспекты занятий факультативного курса.

Работа Жилкиной О.Ю. является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован при проведении факультативных занятий, при подготовке школьников к олимпиадам. Кроме того, исследование может быть продолжено при работе над магистерской диссертацией.

Выпускная квалификационная работа Жилкиной Ольги Юрьевны заслуживает оценки «отлично».

Руководитель ВКР доцент кафедры «Математическое образование»,
к.ф.-м.н.  Никитина Ольга Геннадьевна