

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет педагогики, психологии
и социальных наук

Кафедра
«Теория и методика дошкольного и
начального образования»
44.03.01 Педагогическое образование
Начальное образование

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

на тему:

**«Методика обучения решению уравнений на уроках математики
в начальной школе»**

Студент _____ Тюрганова Елизавета Николаевна

(подпись, дата)

Руководитель _____ Осипова Н.Н.

(подпись, дата)

Нормоконтролер _____ Осипова Н.Н.

(подпись, дата)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от _____ №____)

Заведующий кафедрой _____ Мали Л.Д.

(подпись, дата)

Работа защищена с отметкой _____ (протокол заседания ГАК от _____ №____)

Секретарь ГАК _____ Кулагина Т.В.

(подпись, дата)

Пенза 2018

Введение	3
1. Методика формирования математических понятий в начальной школе.....	6
2. Сущность понятия уравнение в курсе математики	12
3. Понятие уравнение в начальной школе и способы решения уравнений.....	18
4. Методика изучения понятия уравнение в начальной школе	27
5. Анализ учебников по математике с точки зрения изучения понятия уравнение.....	35
6. Комплекс заданий, направленных на формирование понятия уравнение.....	46
7. Апробация предложенного комплекса заданий	56
Заключение	68
Используемая литература	70

Введение

Начальная школа закладывает фундамент дальнейшего математического образования учащихся. Ученные отмечают, что при подготовке учеников к усвоению первоначальных знаний начального курса математики происходит эффективное формирование понятий. В концепции ФГОС НОО подчеркивается, что успешное усвоение детьми математических понятий в начальной школе подготавливает их к более успешному изучению курса математики в основной школе и осуществляет приобретение начального опыта применения математических знаний для решения учебно-познавательных и учебно-практических задач. В связи с этим необходимым является поиск эффективных путей формирования понятий в начальной школе. Учитель начальных классов первым вводит детей в мир математических знаний, и от того, как грамотно и успешно он это сделает, зависит и отношение ребенка к данной науке в дальнейшем. Не случайно начальный курс математики включает в себя геометрическую, арифметическую и алгебраическую содержательные линии, с которыми учащимся предстоит продолжить знакомство в курсе математики среднего звена, разделенном на геометрию и алгебру.

В своей работе мы остановили внимание на алгебраической линии начального курса математики, конкретно на одном из основных понятий курса алгебры – понятии уравнение.

Методисты до сих пор не пришли к единому мнению, в вопросе введения понятия уравнение в начальной школе. Примерная программа начальной школы вовсе не предусматривает знакомства с этим понятием. Однако практически все авторы учебников включают понятие уравнение в свою программу. Но глубина знакомства с понятием, способы раскрытия понятия, виды уравнений и рассматриваемые задания, абсолютно разные.

Стоит отметить, что в начальной школе при работе над уравнением закрепляется соотношение части и целого, порядок действий, формируются вычислительные навыки и понимание взаимосвязи между компонентами действий и умения решать текстовые задачи алгебраическим способом, идет

работа над развитием правильной математической речи. На наш взгляд, работу с уравнением можно использовать как для формирования у учащихся представлений об этом понятии, так и с целью обобщения знаний начального курса математики.

Изложенное выше определяет *актуальность* исследования и выбор темы данной работы – методика обучения решению уравнений на уроках математики в начальной школе.

Целью работы является анализ методических особенностей изучения понятия уравнение и разработка комплекса заданий, направленного на формирование умений решать уравнения и обобщение знаний, полученных учащимися в процессе изучения начального курса математики.

Объект исследования: процесс изучения алгебраического материала в начальных классах.

Предмет исследования: методика изучения уравнений в начальном курсе математики.

Исходя из цели, объекта и предмета выпускной квалификационной работы мы выделили следующие *задачи*:

1. Проанализировать научно-методическую литературу по теме исследования.

2. Изучить особенности обучения решению уравнений в различных УМК для начальной школы.

3. Выявить уровень усвоения младшими школьниками понятия «уравнение» и умения решать уравнения разных видов.

3. Разработать комплекс заданий, направленный на формирование умений решать уравнения и обобщение знаний, полученных учащимися в процессе изучения начального курса математики.

Методы исследования:

теоретические:

- анализ психолого-педагогической литературы;
- анализ учебных пособий и методических материалов;

эмпирические:

- педагогическое наблюдение, беседа;
- педагогический эксперимент (проведение самостоятельных работ).

Практическая значимость заключается в том, что выводы и результаты исследовательской работы могут быть использованы в учебно-воспитательном процессе образовательных учреждений.

Структура работы. Настоящая работа состоит из введения, семи параграфов, заключения и списка литературы, приложения.

1. Методика формирования математических понятий в начальной школе

Понятия являются одной из составляющих содержания любого предмета, в том числе и математики. Задача учителя – обеспечить полноценное усвоение этих понятий. Для формирования математических понятий необходимо понимание математического объекта, который в понятии характеризуется благодаря применению определенных умственных действий. Математические объекты нереальны, они существуют в мышлении человека и математическом языке. Все они обладают какими-либо признаками.

Признаки – это все то, благодаря чему объект можно определить. Выделяют существенные и несущественные признаки. Существенный признак – такой признак, без которого объект существовать не может. Например, для квадрата признак «все стороны равны» является существенным, а длина стороны, цвет или размер – это несущественные признаки данного объекта. Несущественным называют такой признак, отсутствие которого не влияет на существование объекта. Несущественные признаки могут изменяться, при этом объект останется тем же, а если изменить существенные признаки, то это будет уже другой объект. Чтобы иметь представление об объекте, достаточно знать его существенные признаки.

Совокупность суждений о существенных признаках объекта называют понятием. Любое понятие характеризуется содержанием и объёмом. *Объём понятия* – это совокупность всех объектов, которые обозначаются одним и тем же термином. Например, в объём понятия «треугольник» входит все множество треугольников независимо от их конкретных характеристик (видов углов, размера сторон и др.).

Под *содержанием понятия* понимается совокупность всех взаимосвязанных существенных признаков объекта. В понятии «треугольник» к таким признакам относятся следующие: замкнутая геометрическая фигура, состоит из трех отрезков прямой, имеет 3 вершины. Как видно из примера, в содержание понятия о математическом объекте входит много различных существенных признаков этого объекта. Однако, для распознавания математического объекта, необходимо проверить лишь некоторые его существенные признаки, такие и столько, чтобы каждый из них был необходим,

а все вместе достаточны для того, чтобы отличить изучаемый объект от других. Указание таких существенных признаков называют определением понятия.

Определение понятия – это предложение, с помощью которого раскрывается содержание понятия или устанавливается значение термина. Определение только задает ориентировочную основу для оценки предметов, с которыми взаимодействует обучаемый.

Различают вербальные (словесные) и невербальные определения. На начальном этапе изучения объектов или отношений используются *невербальные определения* - это такие определения, в которых понятия раскрываются путем непосредственной демонстрации объектов, охватываемых этим понятием, или приведением контекста, в котором раскрывается содержание того или иного понятия.

Такие определения делят на *остенсивные* и *контекстуальные* определения.

Остенсивные определения – это определения, устанавливающие значение терминов путем демонстрации объектов, которые этим термином определяются.

Контекстуальные определения – это определения, раскрывающие содержание понятия через некоторый контекст.

По мере же накопления знаний происходит накопление понятий, развивается язык и способность к обобщению. Так появляются *вербальные определения*. Это словесные определения, позволяющие определять неизвестные понятия через известные.

Различают такие способы вербальных определений понятий, как:

- *генетические определения*. В таких определениях видовое отличие указывает на происхождение определяемого объекта или на способ его образования.

Например: «Окружностью называется фигура, которая состоит из всех точек плоскости, равноудалённых от данной точки. Эта точка называется центром окружности». В этом определении указано родовое понятие для окружности – фигура, а в качестве видового отличия указан способ построения такой фигуры.

- *рекурсивные определения*. В таких определениях указываются некоторые основные элементы из объема понятия и даются правила, позволяющие получить новые элементы из уже имеющихся.

Например: «Арифметической прогрессией называется последовательность, в которой каждый член, начиная со второго, равен предыдущему, сложенному с одним и тем же числом» [28].

Наиболее распространенным вербальным определением является *определение в виде схемы*: вид = род + видовое отличие.

Например: «Прямоугольник – это четырехугольник, у которого все углы прямые».

Прямоугольник = четырехугольник + все углы прямые.

Основная цель изучения понятий – это правильное усвоение школьниками содержания понятий и использование последних в своей учебной деятельности. В состав любой деятельности входят действия и операции. Поэтому существенные признаки понятий можно раскрыть учащимся через выполнение конкретных действий с понятиями.

При значительном разнообразии действий с понятиями из их числа можно выделить некоторые общие действия.

Наиболее часто используемым в начальной школе действием является *распознавание предметов, входящих в объём понятия*.

Цель данного действия состоит в том, чтобы правильно выделить необходимый математический объект в совокупности объектов. При этом предполагается, что учащиеся уже знакомы с особенностями и свойствами выделяемого объекта: его существенными и несущественными признаками. Поэтому важнейшая методическая задача учителя заключается в том, чтобы правильно сориентировать учащихся на такие признаки.

В начальных классах решение данной проблемы осложнено, т. к. методисты в основном предлагают такие приемы раскрытия понятия, при которых существенные и не существенные признаки остаются без особого внимания. Умение решать задачи на распознавание является показателем уровня сформированности понятия.

Действие подведения под понятие состоит из следующих компонентов:

а) указание системы необходимых и достаточных свойств данного класса объектов. При этом предполагается, что учащиеся уже знают особенности этих свойств и отличают их от других: существенные – несущественные; необходимые – достаточные; необходимые и одновременно достаточные.

б) установление, обладает ли данный объект выделенными свойствами или не обладает. Правильное выполнение этой части действия подведения под понятие предполагает, что учащийся уже усвоил способы опознания проверяемых свойств. Так, если надо проверить, являются ли углы прямыми, то ученик должен уметь воспользоваться или угольником, или транспортиром. Но практические умения помогут ему только тогда, когда распознаваемый объект представлен в виде чертежа, рисунка, реального предмета. Если же объект задан через описание, то ученик должен уметь анализировать условие задачи, выделять в нем информацию о проверяемом свойстве.

в) заключение о принадлежности объекта данному понятию.

Для того, чтобы правильно происходило подведение объекта под понятие, учащимся потребуются:

- навык выделения понятия, под которое необходимо подвести данный объект;
- установление условий, при которых данный объект может относиться к данному понятию.

Можно отметить, что действия распознавания и подведения под понятие схожи между собой, выполняя их, учащимся необходимо знать существенные свойства рассматриваемого понятия. Однако при распознавании учащиеся выясняют, чем отличаются предлагаемые объекты, а при рассмотрении действия подведения под понятие выделяют общее для всех объектов, принадлежащих одному понятию.

Получение следствий. Цель этого действия направлена на рассмотрение с разных сторон предмета, выбранного из объема данного понятия, изучение его в плане разных понятий. Выполнение такого действия формирует умение

рассматривать один и тот же объект с разных сторон, что очень важно для развития учащихся.

Целью действия – *сравнение понятий по содержанию и по объему*, является выявление сходного и различного в рассматриваемых понятиях для более четкого усвоения отличительных признаков объектов. Сравнивают понятия на основе существенных свойств, путем постановки соответствующих вопросов. Например, какой общий признак у всех уравнений? Сохранится ли уравнение, если вместо знака равенства поставить знак неравенства? Почему? Чем похожи все числовые равенства? Чем они отличаются?

Действие сравнения помогает учащимся понять место усваиваемого понятия среди других.

Классификация позволяет, с одной стороны, включать изучаемое понятие в систему других, ранее изученных, с другой – увидеть подклассы объектов, входящих в объем изучаемого понятия. Так, например, понятие уравнение может быть рассмотрено и как один из видов равенств и как родовое понятие, включающее целое множество различных видов (например, квадратное уравнение).

Классификация включает в себя следующие действия:

- определение признаков объектов;
- выбор основания для классификации. Учащиеся должны научиться сохранять выбранное основание до конца работы, пока не исчерпают весь объем понятия. В качестве основания классификации берутся отличительные существенные признаки понятия;
- деление по этому основанию всего множества объектов, входящих в объем данного понятия;
- построение иерархической классификационной системы.

Так как в начальной школе понятия в основном усваиваются на уровне представлений объектов и действий с ними, то необходимо учитывать некоторые методические требования при формировании понятий.

1. Как правило, нельзя начинать знакомство учащихся с понятием сразу с введения соответствующего термина. Такому знакомству должна

предшествовать подготовительная работа, имеющая целью создание у детей достаточного запаса представлений об объектах, входящих в объем изучаемого понятия, потому что термин в той или иной мере обобщает. Исключение из этого требования составляют такие случаи, когда учащиеся практически уже подготовлены к введению новой терминологии, например, термины «трехзначные числа», «удобные слагаемые». Здесь изучение предшествующего материала одновременно готовит детей к новой терминологии.

2. Так как понятия усваиваются в действиях, которые выполняют с ними ученики, то необходимо предварительно выявить, какие действия должны усвоить дети при изучении данного понятия, и в соответствии с этим подбирать упражнения. При подборе упражнений важно учитывать закономерность: если в упражнениях какой-либо несущественный признак неоднократно сочетается с существенным, то нередко учащиеся несущественный признак относят также к существенным. Происходит неверное обобщение.

Например, при изучении числовых выражений их приходится сравнивать и поэтому ставить соответствующий знак между ними (равно, больше, меньше). Этот знак не является существенным для понятия «числовое выражение». Но он многократно повторяется, и ученики часто называют неравенства и равенства числовыми выражениями, что неверно.

3. Для того чтобы дети правильно усваивали отличительные признаки изучаемых объектов, необходимо варьирование как существенных, так и несущественных признаков этих объектов. В практике обучения предложение о варьировании существенных признаков предметов выражается в короткой рекомендации: при изучении вновь вводимых понятий объекты из объема этих понятий следует показывать учащимся вместе с их противоположностью. Например: числовые равенства и числовые неравенства; числовые равенства и уравнения.

4. Для более глубокого усвоения понятий важно использовать не одно, а несколько действий: сравнение, выведение следствий, классификацию и др. Ценность и число действий, в которых функционирует данное понятие, и служит показателем качества его усвоения.

В процессе усвоения научных знаний начального курса математики младшие школьники сталкиваются с различными понятиями: арифметическими, геометрическими и алгебраическими.

В курсе математики начальной школы дети знакомятся со следующими алгебраическими понятиями:

- числовое выражение;
- выражение с переменной;
- равенство и неравенство;
- уравнение.

В своей работе мы остановимся на одном из основных алгебраических понятий - понятии уравнение.

2. Сущность понятия уравнение в курсе математики

Уравнение - понятие, дошедшее до нас из глубокой древности и в настоящее время является одним из основных понятий курса алгебры.

История математики свидетельствует, что слово «алгебра» появилось благодаря великому ученому, имя которого Мухаммед Ибн Мусса ал-Хорезми (787– 850 гг.). Именно в его книге «Китаб мухтасар аль джебр вал-мукабала» впервые упоминается понятие уравнение. Ученый рассмотрел уравнения первой и второй степени и выделил шесть видов квадратного уравнения. В своей работе он привёл примеры применения алгебраических методов в решении простых и сложных задач арифметики, необходимые людям при делении наследства, составлении завещаний и др.

На рубеже XVI-XVII вв. алгебра является частью математики, обладающая своим предметом, методом и областями приложения. Развитие математики как науки, вплоть до нашего времени, состояло в совершенствовании её методов, расширении области приложений, уточнении понятий и связей их с понятиями других разделов математики.

По мнению А.В. Самойловой, такая линия развития математики как науки упрочила положение уравнения как одного из основных математических

понятий, которое связывалось теперь уже с двумя главными областями своего возникновения и применения [31]:

- 1) уравнение, является средством для решения текстовых задач;
- 2) уравнение как формула, которая служит в математике объектом изучения.

Рассмотрим, как понятие уравнение представлено в вузовской программе.

Ивашова О.А. уравнение определяет, как предикат или высказывательную форму, при подстановке в которую конкретного числа вместо неизвестного получается истинное или ложное высказывание [16].

Стойлова Л. П. придерживается такой же точки зрения, называя уравнение предложением с переменной, при подстановке значений которой оно обращается в высказывание. Значение переменной x из множества X , при котором уравнение обращается в истинное числовое равенство, называет корнем уравнения или его решением [33].

А.В. Белошистая, в своих работах, пишет: «Равенство, которое содержит в себе неизвестное число, следовательно, которое надо найти – называется уравнением» [9].

В словаре по педагогике, под редакцией В.А. Мижерикова, смысл понятия уравнение раскрывается следующим образом: «Уравнение - это два выражения, которые соединены знаком равенства и в них входят одна или несколько переменных, называемых неизвестными. На практике и в научных задачах, где какую-то величину нельзя непосредственно измерить или вычислить по готовой формуле, удастся составить соотношения, которым оно удовлетворяет. Из этого следует, что уравнение служит для определения неизвестной величины» [24].

Е.А. Крапивина, говорит о том, что уравнение, представляет собой равенство, содержащее в себе неизвестное число, значение которого нужно найти [22].

И.А. Моргунова, указывает на то, что понятие уравнение, является равенством, которое выполняется только при некоторых значениях, входящих в него букв. Буквы, которые входят в состав уравнения, могут быть неравноправными: одни могут принимать все свои допустимые значения, а

другие, значения которых требуется отыскать, называют неизвестными данного уравнения (как правило, их обозначают последними буквами латинского алфавита x, y, z, u, v, w). Уравнения имеют важное теоретическое значение, а также служат в практических целях. Большинство задач о пространственных формах и количественных отношениях реального мира сводится к решению различных уравнений [25].

Большое внимание систематическому изучению понятия уравнение отводится в средней школе. В школьном курсе алгебры существуют следующие трактовки понятия уравнения:

- равенство с буквой, значение которой нужно найти;
- равенство с переменной;
- равенство двух функций;
- математическая модель задачи.

Ш. А. Алимов в учебнике алгебры седьмого класса уравнением называет равенство, содержащее неизвестное число, обозначенное буквой. Так же он уделяет внимание вопросу о множестве решений уравнения. Выделяет уравнения, которые имеют бесчисленное множество решений и уравнения, которые не имеют решения. Например, уравнение $2(x - 1) = 2x - 2$ имеет бесконечно много корней, ведь при любом x левая часть уравнения равна правой части. Уравнение $2x + 5 = 2x + 3$ корней не имеет, в этом случае при любом значении x левая часть больше правой [3].

В учебнике алгебры Дорофеева Г. В. понятие раскрывается в ходе решения текстовой задачи. Уравнением автор называет равенство, содержащее букву для обозначения какой-либо неизвестной величины. Отдельное внимание уделяет понятию корня уравнения и называет им число, при подстановке которого в уравнение получается верное числовое равенство [15].

Ю.Н. Макарычев в своем учебнике вводит понятие уравнение, как равенство, содержащее переменную. Дает определение корня уравнения и обращает внимание на то, что уравнение может иметь сколько угодно корней или не иметь ни одного [23].

После анализа множества определений понятия уравнения мы сделали вывод, что уравнением называют вид равенства с неизвестной величиной, которая чаще всего обозначается латинской буквой. При этом числовое значение данной буквы, позволяет получить верное равенство. Такое значение называется корнем уравнения или его решением.

На основе вышесказанного можно выделить основные признаки понятия уравнение:

- является равенством;
- содержит букву, значение которой неизвестно и его надо найти.

Наиболее встречаемой задачей, стоящей при работе с уравнением, является решение уравнения.

Проанализировав литературу, мы сделали вывод, что понятие решение уравнения рассматривается с двух точек зрения: как процесс и как результат.

Решение уравнения, как результат рассматривают все авторы, работающие с понятием уравнение, называя его либо решением уравнения, либо вводят такое понятие как корень уравнения.

Мы выяснили, что корнем уравнения называется значение переменной, при котором уравнение обращается в верное равенство.

Решение уравнения, как процесс – это более интересное понятие. Решение уравнения представляет собой преобразование исходного уравнения в более простое уравнение, с которым уже знакомы и можем решить. Особенно важно понимать смысл полученного после очередного преобразования уравнения, т.е. будет ли новое уравнение с тем же множеством решений или множество решений изменилось. С этой целью вводится понятие равносильных уравнений.

Ю.Н. Макарычев рассматривает равносильные уравнения, как уравнения, имеющие одни и те же корни, и выделяет используемые при решении уравнений свойства, которые можно доказать, опираясь на свойства числовых равенств:

- если в уравнении перенести слагаемое из одной части в другую, изменив его знак, то получится уравнение равносильное данному;
- если обе части уравнения умножить или разделить на одно и то же отличное от нуля число, то получится уравнение, равносильное данному.

Стойлова Л. П. говорит о том, что замена уравнения равносильным ему уравнением называется равносильным преобразованием. Такое преобразование продолжают до тех пор, пока не получают уравнение, корни которого можно найти известным способом. Но чтобы эти корни были корнями заданного уравнения, необходимо, чтобы в процессе преобразований получились уравнения, множества корней которых совпадают. Такие уравнения называют равносильными [33].

Рассмотрим преобразования, которые позволяют получать равносильные уравнения.

Теорема 1. Пусть уравнение $f(x) = g(x)$ задано на множестве X и $h(x)$ – выражение, определенное на том же множестве. Тогда уравнения $f(x) = g(x)$ (1) и $f(x) + h(x) = g(x) + h(x)$ (2) равносильны.

Формулировка данной теоремы: если к обеим частям уравнения с областью определения X прибавить одно и то же выражение с переменной, определенное на том же множестве, то получим новое уравнение равносильное данному.

Из этой теоремы вытекают следствия, которые используются при решении уравнений:

1. Если к обеим частям уравнения прибавить одно и то же число, то получим уравнение, равносильное данному.

2. Если какое-либо слагаемое (числовое выражение или выражение с переменной) перенести из одной части уравнения в другую, поменяв знак слагаемого на противоположный, то получим уравнение, равносильное данному.

Теорема 2. Пусть уравнение $f(x) = g(x)$ задано на множестве X и $h(x)$ – выражение, определенное на том же множестве и не обращается в нуль ни при каких значениях x из множества X . Тогда уравнения $f(x) = g(x)$ и $f(x) \cdot h(x) = g(x) \cdot h(x)$ равносильны.

Формулировка данной теоремы: если обе части уравнения с областью определения X умножить на одно и то же выражение, которое определено на том же множестве и не обращается на нем в нуль, то получим новое уравнение, равносильное данному.

Из этой теоремы вытекает следствие: если обе части уравнения умножить (или разделить) на одно и то же число, отличное от нуля, то получим уравнение, равносильное данному.

По мнению Л.П. Стойловой, знание таких определений как понятие уравнение, корень уравнения, решение уравнения, равносильные уравнения и овладение теоремами о равносильности уравнений – необходимое условие методически грамотного изучения с младшими школьниками алгебраического материала.

Таким образом, раскрыв сущность понятия уравнение школьного курса алгебры, а также вузовской программы можем сказать о том, что под уравнением понимается, предикат или вид равенства содержащий, неизвестную величину, которая чаще всего обозначается латинской буквой. Далее, как следствия этого предложения рассматриваем формулировки определений корня уравнения и сути задачи решения уравнения. Значение буквы, при котором из уравнения получается верное равенство, называют корнем уравнения или его решением. Решить уравнение — значит найти все его корни или убедиться, что это уравнение не имеет ни одного корня, выполнив ряд операций над уравнением.

3. Понятие уравнение в начальной школе и способы решения уравнений

Понятие уравнение в программу начального курса математики не включено, однако практически все авторы учебников включают его в свою программу. При этом необходимо отметить, что отношение авторов к методике изучения понятия неоднозначно. Рассмотрим более подробно факты, в которых заключается данная неоднозначность.

1. Выбор времени знакомства младших школьников с понятием «уравнение».

Существуют разные точки зрения в связи с поиском ответа на вопрос: в каком классе целесообразно познакомить младших школьников с уравнением.

Авторы одной точки зрения предлагают знакомить учащихся с уравнением как можно раньше и в процессе их решения осуществлять работу по усвоению детьми правил об арифметических действиях. Так считают авторы учебников математики Аргинская И.И., Моро М.И. и вводят понятие во втором классе [18]. Этой точки зрения также придерживаются авторы развивающего обучения Д.Б. Эльконин и В.В. Давыдов. Они предлагают знакомить учащихся с понятием уравнение с самого начала обучения курса математики, не используя зависимости между компонентами и результатами арифметических действий [14].

Авторы другой точки зрения считают, что приступать к решению уравнений нужно после того, как учащиеся усвоят необходимую терминологию и правила, которыми они будут пользоваться для решения уравнений. Такой точки зрения придерживается Истомина Н. Б. и вводит понятие уравнение только в четвертом классе [17].

2. Отношения методистов к раскрытию содержания понятия уравнение.

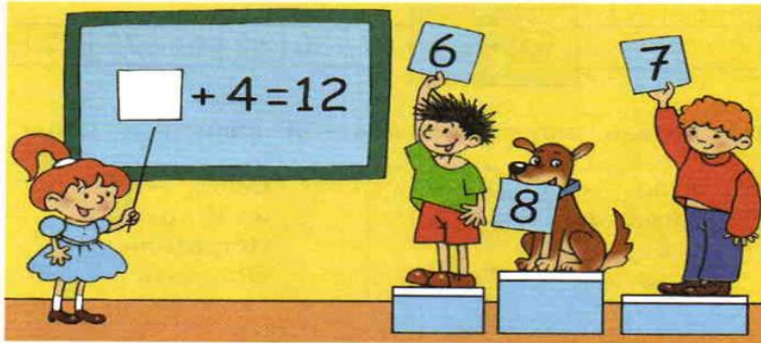
В некоторых учебниках понятие раскрывается остенсивно, путем демонстрации объектов, входящих в объём понятия, в других дается строгое определение понятия, как в учебниках алгебры средней школы.

В учебнике второго класса Моро М.И. (УМК «Школа России») дается строгое определение: «Уравнение – это равенство, содержащее неизвестное число, которое надо найти» [27]. В этом определении зафиксированы существенные признаки понятия:

- равенство;
- наличие неизвестного числа.

Уравнение

Узнаем, что называют уравнением, и будем учиться решать уравнения.



К какому числу надо прибавить 4, чтобы получилось 12? Чья карточка подходит?

Уравнение — это равенство, содержащее неизвестное число, которое надо найти.

Неизвестное число обозначают маленькими латинскими буквами, например x (икс).

Решить уравнение — значит найти все такие значения x (если они есть), при которых равенство будет верным.

$x + 4 = 12$ — это уравнение.

$x = 8$

Проверка:

$8 + 4 = 12$

$12 = 12$

1. Из чисел 7, 5, 1, 3 подбери для каждого уравнения такое значение x , при котором получится верное равенство.

$$9 + x = 14$$

$$7 - x = 2$$

$$x - 1 = 0$$

$$x + 5 = 6$$

$$x + 7 = 10$$

$$5 - x = 4$$

$$10 - x = 5$$

$$x + 3 = 4$$

Истомина Н.Б. (УМК «Гармония») знакомит детей с понятием уравнение остенсивно и контекстуально. Определения уравнения в учебнике не дано [20].

УРАВНЕНИЯ

259. Света задумала число. Если это число:

- 1) уменьшить на 12, то получится 78;
- 2) увеличить в 5 раз, то получится 450;
- 3) уменьшить в 2 раза, то получится 45;
- 4) увеличить на 12, то получится 102.

Какое число задумала Света?

- Сравни свой ответ с ответом Миши.



Я думаю, что на этот вопрос легко ответить, если каждое предложение записать в виде равенства с «окошком».

1) $\square - 12 = 78$

2) $\square \cdot 5 = 450$

3) $\square : 2 = 45$

4) $\square + 12 = 102$

- Объясни, как Миша узнает неизвестное число, используя данные записи.



Для обозначения неизвестного числа математики договорились использовать латинские буквы. Например, x (икс), y (игрек), a (а), b (бэ), c (цэ).

Поэтому равенства с «окошками» можно записать так:

1) $x - 12 = 78$

2) $y \cdot 5 = 450$

3) $a : 2 = 45$

4) $c + 12 = 102$



Это уравнения.

Таким образом, мы показали, что понятие уравнение в учебниках математики авторы могут раскрывать как остенсивно, так и давая строгое определение. Однако, в учебнике начального курса математики Г. В. Дорофеева термин уравнение не вводится совсем. Но несмотря на это, ученикам предлагаются задания на нахождение неизвестного числа.

Если неизвестное число сначала умножить на 7, а потом его же умножить на 3 и полученные суммы сложить, то в результате получится 280. Найди неизвестное число.

$$\square \cdot 7 + \square \cdot 3 = 280$$

- 1) Найди число, которое на 5 больше частного чисел 50 и 5.
- 2) Найди число, которое в 3 раза меньше произведения чисел 15 и 6.
- 3) Найди число, которое на 2 меньше частного чисел 48 и 4.
- 4) Найди число, которое в 2 раза больше суммы чисел 15 и 7.

Алёша с папой принесли с рыбалки улов: лещей, окуней и ершей: всего 37 рыб. Окуней было в 5 раз больше, чем лещей, а ершей на 9 больше, чем лещей. Сколько лещей, окуней и ершей поймали Алёша с папой?

3. Виды уравнений, рассматриваемые в учебниках начального курса математики.

1. Простые уравнения: $x - a = b$. Например, $7 - x = 2$.

2. Усложненные уравнения:

- уравнения, в которых правая часть представляет числовое выражение:

$x - a = b : c$. При решении подобных уравнений учащиеся вычисляют значение выражения в правой части, после чего уравнение сводится к простейшему. Например, $x + 23 = 45 - 16$;

- уравнения, в которых переменная находится в правой части: $c = b + x$.

Например, $6 = x - 4$.

3. Сложные уравнения:

- уравнения, в которых неизвестное находится в обеих частях (только в программе Аргинской). Например, $2 \cdot x - 8 = x + 5$.

- уравнения, в которых переменная встречается в левой части несколько раз: $ay + by + z = c$. Например, $5x + 3x + 28 = 60$.

- уравнения, в которых неизвестное входит в состав выражения с переменной: $(x + a) - b = c$. Например, $(12 - x) + 10 = 18$. При решении уравнений данной структуры дважды применяют правила нахождения неизвестных компонентов. Для верного решения важно правильно прочесть его, выяснить последнее действие, назвать компоненты, выделить каждый компонент, определить, что неизвестное входит в компонент, заданный выражением.

В большинстве программ начальной школы (Моро М. И., Рудницкая В.Н., Чекин А.Л.) решают простые и усложненные уравнения.

Так как понятие уравнение в учебнике Истоминой Н. Б. вводится в четвертом классе, то в этой программе учащиеся решают все виды уравнений.

Как мы уже отмечали ранее термин «решение уравнения» употребляется в двух смыслах: обозначает число (корень), при подстановке которого в уравнение оно обращается в верное числовое равенство и сам процесс отыскания такого числа, т.е. способ решения уравнения. Раскроем второе толкование термина «решение уравнения».

4. Рассмотрим способы решения уравнений, преимущественно используемые в начальной школе:

- способ, основанный на подборе значений переменной;
- способ, основанный на знании состава числа;
- графический способ;
- способ, основанный на взаимосвязи части и целого;
- способ, основанный на взаимосвязи компонентов и результатом действий;
- способ, основанный на рассуждениях;
- способ, основанный на свойствах числовых равенств и неравенств.

Важно познакомить учащихся с разнообразием способов решения уравнений и формировать умение выбирать из них наиболее рациональный.

Первый способ, с которым необходимо познакомить учащихся при решении уравнений в начальной школе - это *способ подбора*. Он основан на строгом определении уравнения, отражает общий смысл понятия уравнения. Использование способа подбора формирует осознанный и материалистически верный подход к решению уравнений, т.к. ученик сразу ориентируется на то, что подобранное им при подстановке число обратит уравнение в верное числовое равенство. При подборе чисел в процессе решения уравнений ученик должен, прежде всего, подумать, с какого числа целесообразнее его начать. В ходе решения уравнения способом подбора необходимо следовать определенному алгоритму рассуждений.

Возможен следующий вариант рассуждений: «Читаем уравнение $9 + x = 14$. Будем пробовать подставлять вместо x числа 1, 2, 3, 4, 5 или 6. Пробую число 1, оно не подходит, т. к. $9 + 1 = 9$, при подстановке числа 1 уравнение не

обратится в верное равенство, значит оно не подходит. Аналогично работаем с остальными числами, пока не найдем число, при подстановке которого уравнение обратится в верное равенство. Если сразу дан правильный ответ, должна быть доказана его правильность.

Для проверки осознанности действий учащихся, можно задавать вопросы: «Почему x не может равняться 3?», «Докажите, что число 5 подходит.»

Для формирования умения использовать способ подбора можно предлагать задания вида: *Из чисел 14, 1, 7, 5, 3 подбери для уравнения $9 + x = 14$ такое значение x , при котором получится верное равенство.*

Для проверки осознанности действий, задаем вопрос: «Почему нельзя подставить 7 или 14?»

При использовании способа подбора на уроках математики в начальной школе у учащихся формируются умение оценить свою деятельность, способность анализировать записанное уравнение, что создает благоприятные условия для решения уравнений в дальнейшем. Однако использование этого способа ограничено, т.к. работать с ним целесообразно только при решении уравнений в состав которых, входят числа в пределах 20.

Также в начальной школе при решении уравнений с небольшими числами удобно использовать *способ, основанный на знании состава числа.*

Алгоритм рассуждений в ходе решения предложенного выше уравнения $9 + x = 14$ будет следующим: «14 – это 9 да еще 5. Таким образом выясняем, что вместо x можно поставить число 5».

Способ, основанный на взаимосвязи части и целого является для учащихся тем удобным и надежным инструментом, который позволяет им легко решать уравнения с неизвестным слагаемым, уменьшаемым, вычитаемым.

Используя этот способ, целесообразно рассуждать так: «Читаем уравнение $9 + x = 14$, соотносим его с понятиями – часть, часть, целое. Неизвестное – часть. Применяем правило: чтобы найти неизвестную часть, нужно из целого вычесть известную часть. Из 14 вычитаем 9 получается 5. Неизвестная часть равна 5. Проверяем себя, сложив части. К 9 прибавим 5 получим целое – 14».

В некоторых учебниках (Александрова Э.И.) для соотношения уравнения с понятиями части и целое используют специальные обозначения. Части обозначают Δ , целое $\bigcirc$. При этом дети рассуждают так: «Читаем уравнение $9 + x = 14$. 9 – часть, обводим Δ , x – часть, обводим Δ , 14 – это целое обводим $\bigcirc$. Неизвестное – это часть. Применяем правило нахождения неизвестной части. Из 14 вычитаем 9 получается 5. Неизвестная часть равна 5. Проверяем себя, сложив части. К 9 прибавим 5 получим целое – 14».

Однако для решения уравнений, в которых неизвестным является множитель, делимое или делитель указанный способ использовать сложнее, поэтому в большинстве учебников используют другие способы для решения таких уравнений. Продолжают использовать способ, основанный на взаимосвязи частей и целого только в программе Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова. Например, при решении уравнения $x \cdot 3 = 15$, учащиеся приводят следующие рассуждения: « x – это часть, 3 показывает сколько раз повторили эту часть. 15 – это целое. Значит, чтобы найти часть, нужно 15 разделить на 3».

В учебнике Л. Г. Петерсон для решения приведенного выше уравнения, используют связь между длиной сторон и площадью прямоугольника.

В большинстве же учебников (Аргинская И.И., Моро М.И., Чекин А.Л.) используют *способ, основанный на взаимосвязи компонентов и результата действий*.

Приведем пример рассуждения учащихся, основанном на этом способе, при решении уравнения $9 + x = 14$: «В данном уравнении неизвестно слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое, нужно из суммы вычесть известное слагаемое. Следовательно, из 14 вычитаем 9. Находим $x = 5$. Проверим правильность найденного корня. Подставим 5 в уравнение, получим $9 + 5 = 14$. В левой части сумма чисел 9 и 5 равна 14 и равна 14 в правой части. При подстановке 5 в уравнение, получили верное равенство, значит корень найден правильно».

Некоторые учащиеся испытывают затруднение, применяя способ, основанный на взаимосвязи компонентов и результата действий. Трудность заключается в том, что для правильности выполнения решения на основе этого

способа необходимо знать название 10 компонентов арифметических действий и 6 правил их нахождения. Многие учащиеся путают правила взаимосвязи компонентов действий и названия компонентов.

После того, как учащиеся научатся решать простейшие уравнения, им предлагаются усложненные уравнения, для нахождения неизвестного компонента, в которых необходимы определенные преобразования.

При решении уравнений вида: $x + 30 = 12 \cdot 9$ учащиеся рассуждают так: «Вычисляем значение выражения в правой части. Уравнение сводим к простейшему. В уравнении $x + 30 = 108$, неизвестно слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое. Значит, $108 - 30 = 78$. Находим $x = 78$ ».

На протяжении длительного периода учащиеся упражняются в чтении, записи, решении и проверке таких уравнений, причем в левую и правую части их включаются простейшие выражения всех видов в различных сочетаниях.

Наиболее сложными являются уравнения, в которых один из компонентов – выражение, содержащее неизвестное число, например, $(x + 9) - 14 = 15$. При решении уравнений данной структуры приходится дважды применять правила нахождения неизвестных компонентов. Для решения таких уравнений необходимы знания порядка выполнения действий в выражении, умения выполнять простейшие преобразования выражений, а также умение читать сложные выражения.

При решении данного уравнения рекомендуется следовать памятке:

- правильно прочесть уравнение;
- выяснить последнее действие;
- назвать компоненты;
- вспомнить правило нахождения неизвестного компонента;
- применить сформулированное правило и найти неизвестный компонент;
- прочесть преобразованное уравнение;
- назвать компоненты;
- вспомнить правило нахождения неизвестного компонента;
- применить сформулированное правило и найти неизвестный компонент;

- прочесть ответ;
- сделать проверку решения уравнения.

Покажем, как можно пользоваться этой памяткой при решении уравнения, представленного выше: «Читаю уравнение $(x + 9) - 14 = 15$. В левой части записана разность, т.к. выражение в скобках считаем единым неизвестным компонентом. В данном уравнении неизвестно уменьшаемое.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, надо к разности прибавить вычитаемое. Следовательно, $x + 9 = 15 + 14$. Получаем простейшее уравнение вида: $x + 9 = 29$. В данном уравнении неизвестно слагаемое. Чтобы найти неизвестное слагаемое, надо из суммы вычесть известное слагаемое. Значит, $29 - 9 = 20$. Находим $x = 20$. Проверим правильность найденного корня уравнения. Подставим числовое значение переменной в уравнение, получим выражение вида: $(20 + 9) - 14 = 15$. В левой части находим значение выражения равное 15. Сравним со значением в правой части: $15 = 15$. При подстановке числа 20 в уравнение, получилось верное равенство. Значит, корень уравнения найден правильно».

Способ на основе рассуждений без выполнения арифметических действий очень редко используется учителями в начальной школе. Именно этот способ помогает детям обобщить знания, приобретенные в начальном курсе математике.

Пример рассуждения, при решении уравнения вида $700 : c = 700$ может выглядеть следующим образом: «Если число разделим на 1, то получим это же число. Рассуждение основано на правиле умножения и деления на 1».

В уравнении $(15 - x) \cdot 36 = 36$ значение разности должно быть равно единице, по правилу умножения на 1. Значит, $15 - x = 1$. Выясним, какие числа отличны от 15 на 1 – это 14 и 16, число 16 не подходит, значит $x = 14$.

Таким образом, в начальной школе понятие уравнение, как видно из вышеизложенного, может вводиться по-разному. Учащиеся рассматривают разного вида уравнения и знакомятся с разными способами их решения. Учителю необходимо знать все способы решения уравнений и учить детей пользоваться этими способами при решении уравнений.

4. Методика изучения понятия уравнение в начальной школе

В ходе изучения понятия уравнение, как и любого другого математического понятия выделяют такие этапы работы, как подготовительный, основной и этап закрепления. Рассмотрим их более подробно.

Первый этап – подготовительный. Цель данного этапа: актуализировать знания, необходимые для знакомства с новым понятием.

Поэтому перед знакомством с понятием уравнение обучающиеся должны вспомнить верное и неверное числовые равенства, выражение с переменной, правила взаимосвязи между результатом и компонентами действия и повторить применение этих правил при выполнении заданий.

Задача подготовительного этапа состоит в том, чтобы Большинство программ на этом этапе рассматривают деформированные упражнения вида: $\square + 4 = 7$. Чтобы найти неизвестное число в данном примере дети могут опираться на знание состава числа или использовать способ подбора чисел. Следует обратить внимание, что в зависимости от формулировки задания к такому упражнению, оно будет нацелено или на повторение состава числа, или на подготовку к решению уравнений.

Например, такая формулировка задания: «Какое число надо поставить на место «окошка»?», направлена на повторение состава числа 7, т.к. при ответе на этот вопрос обучающиеся рассуждают: «Семь – это четыре, да еще 3».

Если задание звучит следующим образом: «Какое число можно поставить на место «окошка», чтобы получилось верное равенство? Почему нельзя поставить 7, 5 или 4?», то это будет подготовкой к решению уравнений, т.к. при выполнении задания обучающиеся анализируют полученное равенство и объясняют почему в «окошко» нельзя подставить предложенные числа.

Однако некоторые ученики при выполнении рассматриваемого выше упражнения $\square + 4 = 7$, уже могут предложить для нахождения неизвестного связь между результатом и компонентами действия сложения. «Окошко» стоит на месте первого слагаемого, а значит оно неизвестно. Чтобы найти первое

слагаемое, нужно из суммы вычесть второе слагаемое. В ходе таких рассуждений при выполнении деформированных упражнений дети привыкают к мысли, что неизвестным может быть один из компонентов арифметического действия.

Таким образом, можно сделать вывод, что в большинстве программ авторы переходят к содержанию понятия уравнение, используя деформированные упражнения.

Второй этап, является основным, на нем проводится работа над определением понятия. Цель данного этапа: сформировать представление об уравнениях, их существенных признаках и решении уравнений.

Первая задача, стоящая перед учителем, познакомить обучающихся с определением уравнения. Как уже отмечалось ранее, подходы авторов учебников начального курса математики к определению понятия уравнение различны. В некоторых программах (Моро М.И., Аргинская И.И., Петерсон Л.Г.) дается определение понятия, но есть программы (Истомина Н.Б., Чекин А.Л.), в которых понятие вводится остенсивно.

Важно отметить, по какой бы программе не работал учитель, дано в ней строгое определение понятия или нет, ему необходимо продумать, какие математические объекты необходимо подобрать, чтобы ученики уяснили содержание изучаемого понятия. При подборе таких объектов важно, чтобы в них повторялись существенные признаки понятия и варьировались несущественные признаки. В противном случае это может привести к ошибкам в усвоении понятия уравнение.

Для уяснения понятия обучающимся необходимо предлагать упражнения на распознавание уравнений. К сожалению, не во всех учебниках можно встретить такие задания. В то время, как упражнения такого вида позволяют детям уяснить существенные признаки понятия уравнение такие, как:

- является равенством;
- содержит переменную, значение которой неизвестно и его надо найти.

А также варьируют несущественными признаками понятия «уравнение» такими, как:

- числа;

- буква, обозначающая переменную;
- знаки арифметических действий.

После знакомства учеников с понятием «уравнение» и овладением знаний о существенных признаках понятия, учитель показывает разные формы чтения, учит записывать уравнения по диктовку и разбирает понятие «решение уравнения». Как уже отмечалось ранее это понятие рассматривается с двух точек зрения. В данном случае имеем в виду процесс решения уравнения.

Первоначально дети при решении уравнений используют способ подбора. Ведь именно этот способ позволяет понять обучающимся смысл понятия «корень уравнения». Позднее дети знакомятся с другими способами решения уравнений. Наиболее распространенным из них является способ, основанный на взаимосвязи компонентов и результата действий. Для того, чтобы ученикам легко было справляться с решением уравнений на первых уроках, целесообразно вместе с ними составить памятку объяснения решения уравнения, которая может иметь такой вид:

1. Читаю уравнение...
2. Вспоминаю правило, как найти неизвестное число...
3. Вычисляю...
4. Проверяю...
5. Называю ответ...

Эффективным показателем усвоения понятия, является, то, что обучающиеся полностью овладеют содержанием понятия, знанием его связей и отношений с другими понятиями, а также умением оперировать полученными знаниями в решении задач.

На этапе закрепления повышается самостоятельность учащихся при решении уравнений. Усложняется структура уравнений и включаются задания, содержащие разные виды уравнений.

На этом этапе обучающиеся дополняют алгоритм объяснения решения уравнения в зависимости от его вида, выполняют такие предметные учебные действия, как:

- распознавание уравнения.

Например, найди и выпиши уравнения: $9 + 7 = 16$, $x - 9 = 5$, $7 + 6 < 16$, $14 - k = 8$, $15 - 8 < 10$, $a + 3 = 12$;

- сравнение с равенствами, неравенствами и другими уравнениями.

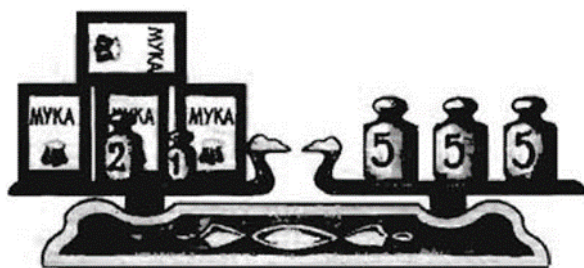
Например, $7 + 6 < 16$, $14 - k = 8$, $9 + 7 = 16$. Подумай и скажи, чем похожи эти записи и чем они отличаются;

- решение уравнений.

Например, реши уравнения: $x + 12 = 24$, $x + 40 = 56 + 32$, $5 \cdot x - 10 = 290$;

- составление уравнений по схеме, картинке, задаче.

Например, составь уравнение по рисунку и реши его.



- проверка правильности решения уравнения.

Например, Миша решил уравнение: $8 \cdot 3 + x = 26$

$$(26 - x) : 3 = 8$$

$$26 - x = 8 \cdot 3$$

$$26 - x = 24$$

$$x = 2.$$

Докажи или опровергни, что его решение верное.

Все они направлены на закрепление знаний о понятии уравнение.

Приведем примеры фрагментов уроков, на которых начинается знакомство обучающихся с понятием уравнение.

На уроке, перед введением понятия «уравнение» обучающиеся знакомятся с понятием «выражение с переменной». Познакомить можно следующим образом.

- Ребята, прочитайте текст учебника: «Миша поймал 15 карасей, а кот Барсик опрокинул ведро, и несколько карасей снова оказались в воде».

- Можем ли мы сказать, сколько карасей осталось в ведре? А сколько карасей оказалось в воде?

- Что в тексте сказано про карасей, оказавшихся в воде? Можем ли мы сказать сколько их? (нет)
- Да, это число мы не знаем и не можем узнать с помощью пересчета. Это неизвестное нам число.
- Неизвестное в математике принято обозначать с помощью латинских букв.
- Какие мы знаем буквы латинского алфавита? (a, b, c, d, e, f ...)
- Сколько карасей поймал Миша? (15)
- Сколько карасей уплыло, когда Барсик опрокинул ведро? (неизвестно)
- Обозначим это число латинской буквой c, значит сколько карасей уплыло? (c)
- Как на языке математики мы можем записать эту ситуацию? ($15 - c$)
- Такую запись в математике принято называть «выражение с переменной».
- Чем такое выражение отличается от числового выражения? (содержит букву)
- Как можно обозначить неизвестное число? (буквой)
- Потренируемся записывать такие выражения.
- Запишите сумму, в которой: *первое слагаемое равно 345, а второе неизвестно; оба слагаемых неизвестны, но равны между собой.*
- Запиши разность, в которой: *уменьшаемое равно 286, а вычитаемое неизвестно; уменьшаемое неизвестно, а вычитаемое равно 459; уменьшаемое и вычитаемое неизвестны, но равны между собой.*
- Чему равно значение последней разности?

Обучающиеся также учатся находить значения выражений с переменной при заданном значении буквы.

На уроке знакомства с понятием уравнение работу можно провести следующим образом.

- Чаще всего для обозначения неизвестного числа используют букву x.
- Запишите в рабочих тетрадях выражение: 1-ое слагаемое неизвестно, второе 15.
($x + 15$)
- Как можно назвать это выражение? (Сумма)
- Как еще? (выражение с переменной)
- Почему? (в его записи есть неизвестное слагаемое)
- Дополните эту запись, чтобы она стала равенством.

- Как вы можете это сделать? (Поставить знак равенства и записать после знака «=» число.

- Какие числа можем записать?

Дети могут предложить разные варианты. Поэтому целесообразно уточнить у них:

- Любое ли число можно записать после знака равенства?

- Можем ли мы дополнить запись числом 10, 13? Почему?

- Каким должно быть это число?

Тем самым показать, что результат сложения не может быть меньше одного из слагаемых.

- Давайте выберем одно из предложенных вами чисел.

$$(x + 15 = 40)$$

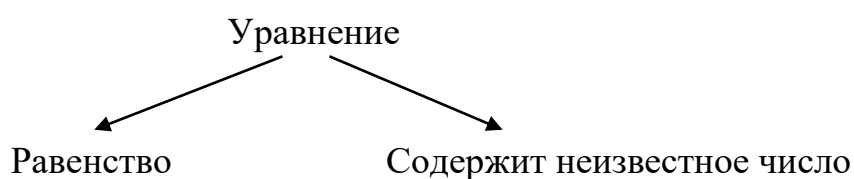
- Можно ли сказать, что данная запись является числовым равенством? (нет)

- Почему? (В его записи есть неизвестное.)

- Как же тогда назвать такое равенство, в котором есть неизвестное? (равенство с неизвестным)

- В математике для таких записей есть специальное название. Равенство, содержащее неизвестное, называется уравнением.

- Давайте составим памятку, которая поможет нам находить уравнения среди других математических записей.



- По каким признакам мы с вами будем узнавать уравнение?

(Является равенством и содержит неизвестное, которое надо найти.)

- А теперь скажите, как вы поняли, что такое уравнение?

- Посмотрите на доску. $7 + x < 16$. Могу ли я такую запись назвать уравнением?

- Почему? (запись – не равенство)

- $7 + 9 = 16$. Могу ли я эту запись назвать уравнением? Почему?

(нет неизвестного)

- Как одним словом можно назвать следующие записи? (уравнения)

$$5 + x = 9 \quad d + 13 = 25$$

$$y - 7 = 8 \quad 25 - c = 18$$

- Чем похожи эти записи? (все равенства, содержащие неизвестное число)
- Такие признаки принято считать важными, существенными признаками уравнения.
- Чем отличаются? (в их записи разные буквы, числа, знаки)
- Эти признаки для уравнения не важны. Если мы изменим в уравнении букву на другую, или поменяем числа, оно не перестанет от этого быть уравнением.
- Значит, по каким признакам мы будем отличать уравнения от других записей? (по существенным признакам)
- Вернемся к уравнению, которое мы составили в начале $x + 15 = 40$.
- Чему в уравнении равен x ? (25)
- Почему? (Когда поставили его на место неизвестного, получили верное числовое равенство.)
- Такие числа принято называть корнем уравнения.
- Подумайте и сформулируйте, что такое корень уравнения.
- Корень уравнения – это число, при подстановке которого в уравнение вместо x получается верное числовое равенство.
- Посмотрите на доску. $38 - d = 20$
- Что на ней вы видите? (уравнение)
- Докажите, что это уравнение. (называют существенные признаки)
- Какое из чисел – 8 или 18 – является корнем этого уравнения?
- Что для этого нужно сделать? (Подставить вместо d эти числа.)
- Каким должен быть результат? (Должно получиться верное числовое равенство.)
- При подстановке какого из этих чисел в уравнение получилось верное равенство?
- Назовите число, которое является корнем этого уравнения.
- Сравните два уравнения, с которыми мы работали сегодня на уроке.

$$x + 15 = 40 \text{ и } 38 - d = 20.$$

- Чем они отличаются?
(Содержат разные буквы, числа, знаки.)

- А чем похожи?

(Есть неизвестное, оба являются равенствами.)

- Какие из этих признаков важны нам для распознавания уравнения среди других математических записей?

- Давайте сделаем вывод.

- Чем же похожи все уравнения и чем они отличаются?

Таким образом, мы проанализировали этапы работы с понятием уравнение и показали, как на уроках можно организовать работу по знакомству с этим понятием. На первых уроках очень важно, чтобы дети уяснили существенные признаки понятия «уравнения» и научились распознавать уравнения, пользуясь этими признаками. Учителю необходимо продумать те объекты и методические приемы, которые он будет использовать на этих уроках, не забывая при этом варьировать несущественными признаками рассматриваемого понятия.

5. Анализ учебников по математике с точки зрения изучения понятия уравнение

Формирования представлений о понятии уравнение, правильное усвоение школьниками содержания понятия и использование полученных знаний в своей учебной деятельности заложены во все УМК начального образования, кроме УМК «Перспектива» (автор Дорофеев Г.В.). Как уже отмечалось ранее, отношение авторов учебников начального курса математики к методике изучения понятия уравнение неоднозначно.

В процессе своего исследования мы провели анализ некоторых учебников (Моро М.И., Аргинская И.И., Истомина Н.Б.), выбрав для этого следующие критерии:

- время знакомства с понятием;
- методические приемы знакомства с уравнением;
- действия, направленные на усвоение понятия;
- предлагаемые способы решения уравнений.

Ниже рассмотрим результаты проведенного анализа вышеперечисленных программ.

В учебнике Моро М.И. (УМК «Школа России») в первом классе учащиеся знакомятся с таким важным математическим понятием, как переменная в теме "Числа от 1 до 10", после введения названий компонентов и результатов сложения и вычитания. Во втором классе, вводится буквенное обозначение переменной и само понятие уравнение. Постепенно, во втором классе, решая так называемые "примеры с окошком" вида: $\square + 2 = 6$, $\square - 3 = 6$ или $10 - \square = 5$, учащиеся знакомятся с простейшими уравнениями.

Как мы отмечали ранее, в основном программы при знакомстве с понятием уравнение используют прием перехода от решения задания с «окошком» к введению нового термина. И в данном учебнике знакомство с понятием происходит в процессе выполнения задания: «К какому числу надо прибавить 4, чтобы получилось 12». Составляется равенство с «окошком» $\square + 4 = 12$. Дается определение: «Уравнение – это равенство, содержащее неизвестное число, которое надо найти». Объясняется, что вместо «окошка» в математике принято писать латинскую букву.

В рассматриваемой программе идёт поэтапное формирование понятия уравнение:

1 класс. В качестве обозначения компонентов действий сложения и вычитания используется пустое «окошко». Решаются деформированные задания вида: $\square + 3 = 7$, $8 - \square = 2$, $1 + \square = 6$.

2 класс. Решение уравнений вида $58 - x = 27$, $x - 36 = 23$, $x + 38 = 70$ на основе знания взаимосвязей между компонентами и результатами действий.

3 класс. Решение уравнений вида $x \cdot 6 = 72$, $x : 8 = 12$, $64 : x = 16$ на основе знания взаимосвязей между результатами и компонентами действий.

4 класс. Решение уравнений вида $x + 312 = 654 + 79$, $360 : x = 360 : 7$ на основе взаимосвязей между компонентами и результатами действий.

На основе вышесказанного можно сделать вывод, что при решении разного вида уравнений в данной программе основным является способ, основанный на взаимосвязи компонентов и результата действий.

Продemonстрируем, какие задания, раскрывающие действия, направленные на усвоение понятия уравнение представлены в учебнике Моро М.И. и их количественное соотношение.

Действия, направленные на усвоение понятия уравнение	Количество заданий (шт.)		
	2 класс	3 класс	4 класс
Распознавание	2	1	1
Сравнение уравнений с неравенствами и другими уравнениями	4	13	6
Решение уравнений	5	44	15
Проверка правильности решения уравнения	4	5	5
Составление уравнений	2	4	
Получение следствий		4	3

Приведем примеры вышеперечисленных упражнений из учебника М.И.

Моро:

- найди среди записей уравнение и реши его: $34 + x$, $78 - 25 = 53$, $x + 3 > 2$, $x - 19$, $x - 6 = 54$.

- сравни уравнения каждой пары. В каком из них значение x будет больше.

$$x \cdot 2 = 8$$

$$x : 2 = 7$$

$$x : 2 = 18$$

$$x \cdot 2 = 14$$

- выпиши и реши те уравнения, которые решаются сложением.

$$\begin{array}{l} x - 18 = 29 \\ x + 15 = 25 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 64 - a = 52 \\ 17 + b = 28 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} x - 23 = 57 \\ 48 - x = 20 \end{array}$$

- реши уравнения, в которых неизвестное число можно найти вычитанием:

$$x - 480 = 520$$

$$540 - x = 260$$

$$290 + x = 760$$

$$x - 420 = 20$$

- из чисел 7, 5, 1, 3 подбери для каждого уравнения такое значение x , при котором получится верное равенство: $9 + x = 14$, $x + 7 = 10$, $x + 5 = 6$, $x + 3 = 4$

- реши уравнения, подбирая значения x .

$$24 + x = 25$$

$$18 : x = 3$$

$$7 \cdot x = 14$$

- реши уравнения: $48 : x = 92 : 46$ $x : 10 = 600 + 60$

- найди уравнения, которые ты пока не можешь решить. Исправь их и реши.

$$78 + x = 40 \quad x - 23 = 60 \quad 50 - x = 64$$

- найди значения x в уравнениях.

$$\begin{array}{ll} x + x + x = 30 & x - 18 = 16 - 16 \\ x \cdot 43 = 43 : x & x + 20 = 12 + 8 \end{array}$$

- объясни решение уравнения и его проверку: $x : 5 = 15$

$$x = 15 \cdot 5$$

$$\underline{x = 75}$$

$$75 : 5 = 15$$

$$15 = 15;$$

- выпиши те уравнения, решением которых будет число 10: $x + 8 = 18$, $y - 3 = 7$, $47 - y = 40$, $50 - x = 40$, $y - 8 = 2$, $x + 3 = 13$;

- проверь, правильно ли решены уравнения:

$$x + 6 = 38$$

$$x : 6 = 18 \cdot 5$$

$$x = 38 - 6$$

$$x : 6 = 90$$

$$\underline{x = 32}$$

$$x = 90 \cdot 6$$

$$\underline{x = 540}$$

- какие числа надо записать в окошки, чтобы получить уравнения, которые ты сможешь решить? $x + \square = 36$;

- используя числа 12, x и 9, составь различные уравнения и реши их.

Также в учебнике встречаются задания, направленные на отработку правил, которые используют при решении уравнений. Например:

Вспомни, как можно узнать неизвестное слагаемое, уменьшаемое, вычитаемое, и реши уравнения.

$$30 + x = 56 \quad m - 14 = 80 \quad 70 - k = 47$$

Встречаются также задания на обобщение теоретических знаний. Например:

Сначала объясни, в каком из уравнений каждой пары значение x будет больше, а потом проверь вычислением.

$$\begin{array}{lll} 400 - x = 170 & x - 80 = 90 \cdot 7 & x : 6 = 56 + 44 \\ 400 - x = 270 & x - 80 = 90 \cdot 5 & x : 6 = 156 + 44 \end{array}$$

Но таких упражнений в учебнике М.И. Моро крайне мало.

В данном учебнике наиболее распространенными являются задания: «Реши уравнения», как видно из вышеприведенной таблицы. Задания, раскрывающие другие действия, направленные на усвоение понятия уравнение, встречаются реже.

Аргинская И.И. (УМК Л.В.Занкова) с первого класса предлагает пронаблюдать за изменением результата изученных арифметических действий при изменении одного или двух компонентов этих действий, как элемент алгебраической пропедевтики. Учащиеся учатся находить пропущенные, неизвестные числовые значения движением по натуральному ряду, подбором, с помощью таблицы сложения, на основе связи между сложением и вычитанием.

Обучающиеся знакомятся с понятием «уравнение» во втором классе путем выполнения задания: «Составь по рисункам математический рассказ о карандашах. Запиши действие и его результат». Сравнивают свои записи с образцом учебника $3 + \square = 9$, определяют наличие в выражении неизвестного числового значения. Неизвестные числа обозначают буквами x, y, z . Уравнение определяется как равенство, в котором есть неизвестное число, обозначенное буквой. Постепенно учатся решать уравнения вида: $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$.

Данной программа имеет следующее содержание:

1 класс. Введение деформированных заданий, в которых, в качестве обозначения компонентов действий сложения и вычитания используется пустое «окошко» или «*».

2 класс. Решение уравнений вида: $x + a = b$, $a - x = b$, $x - a = b$ различными способами (подбором, движением по натуральному ряду, с помощью таблицы сложения). Решение уравнения вида: $a \cdot x = b$, $a : x = b$, $x : a = b$ в пределах табличных случаев.

3 класс. Знакомство с уравнениями вида: $a \pm x \pm b = c$ и другими такого же уровня сложности. Знакомство с уравнениями вида: $a \cdot x \pm b = c$, $(a \pm b) : x = c$ и другими такого же уровня сложности.

4 класс. Изучение свойств равенств и их использование для решения уравнений. Знакомство с уравнениями, содержащими неизвестное в обеих частях. Решение таких уравнений.

На основе вышесказанного можно сделать вывод, что при решении разного вида уравнений в данной программе используются способ, основанный на взаимосвязи результата и компонентов действий, способ подбора, а в четвертом классе вводится способ, основанный на свойствах числовых равенств. Последний способ используется в начальном курсе математики только в системе Занкова.

Продemonстрируем, разнообразие заданий, раскрывающих действия, направленные на усвоение понятия уравнение представлены в учебнике Аргинской И.И. и их количественное соотношение.

Действия, направленные на усвоение понятия уравнение	Количество заданий (шт.)		
	2 класс	3 класс	4 класс
Подведение под понятие	1	4	5
Распознавание	3	2	1
Сравнение	8	18	12
Решение уравнений	23	29	42
Составление уравнений	17	11	10
Проверка правильности решения уравнения	2	12	16
Получение следствий	14	22	17

Подробнее рассмотрим примеры таких заданий:

- подчеркни в каждом уравнении неизвестные числа:

$$16 - e = 9 \quad 12 - x = 4 \quad 17 - n = 9$$

Как называется каждое из них;

- сравни пары уравнений.

$$9 + x = 19$$

$$y + 7 = 15$$

$$e + 4 = 11$$

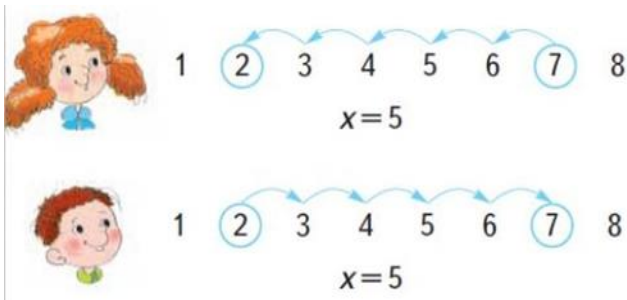
$$19 - x = 9$$

$$15 - y = 7$$

$$11 - e = 4$$

Какая связь между ними? Реши верхние уравнения каждого столбика. Найденные числа будут решениями нижних уравнений в столбиках? Проверь;

- найди и выпиши уравнения $9 + 7 = 16$, $x - 9 = 5$, $7 + 6 < 16$, $14 - k = 8$, $15 - 8 < 10$, $a + 3 = 12$;
- найди уравнения, которые имеют одинаковые корни: $19 - x = 17$, $a + 3 = 12$, $28 - c = 19$, $25 : y = 5$;
- Посмотри, как Таня и Юра решали уравнение $2 + x = 7$.



Проверь решения Тани и Юры. Реши уравнения способом Тани или Юры

$$5 + y = 9 \quad z + 3 = 8;$$

- реши уравнение $7 + x = 9$, используя отрезок натурального ряда чисел;
- выпиши из таблицы сложения равенства, которые помогут решить уравнение $3 + z = 6$;
- по проверке: $35 : (15 - 64 : 8) = 5$, $5 = 5$, составь уравнение и реши его;
- Красная Шапочка предложила Волку отгадать загадку: «Я нарвала в подарок бабушке цветы – ромашки и васильки. В букете 11 цветов, из них 3 ромашки. Сколько васильков в букете?»

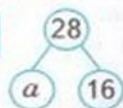
Волк не смог отгадать. А ты?

Составь к загадке уравнение и реши его;

- составь уравнения по рисункам и найди массу животных;



- составь уравнения по схеме и реши их.



2) Обменяйтесь составленными уравнениями и решите их.

- не решая уравнения, запиши их в порядке уменьшения корней $x - 5 = 14$, $a - 5 = 12$, $z - 5 = 17$, $c - 5 = 9$. Проверь себя найди корни;

- как связаны между собой уравнения?

$$9x - 2x = 84, (9 - 2)x = 84, 7x = 84$$

Какое свойство умножения здесь использовано.

Также в учебнике Аргинской И.И. встречаются упражнения, связанные с применением правил нахождения компонентов действий и порядка выполнения действий, задания, направленные на повторение свойств арифметических действий и свойств равенств. Например:

1) Сравни пары уравнений. Какая между ними связь?

$$9 + x = 19$$

$$19 - x = 9$$

$$y + 7 = 15$$

$$15 - y = 7$$

$$e + 4 = 11$$

$$11 - e = 4$$

Реши верхние уравнения каждого столбика.

Найденные числа будут решениями нижних уравнений? Проверь.

Чтобы найти неизвестное вычитаемое, нужно из уменьшаемого вычесть значение разности.

1) Реши уравнение $(75 - 59) \cdot 3 : 8 \cdot e = 1680$.

2) Сколько действий пришлось выполнить при решении уравнения? Преобразуй уравнение так, чтобы количество действий уменьшилось, а корень уравнения не изменился.

2) Реши уравнения, используя первое свойство равенств.

$$16x + 5 = 133$$

$$42k - 28k + 180 = 600$$

3) Реши уравнения, используя второе свойство равенств.

$$8y \cdot 5 = 56 \cdot 5$$

$$146a - 97 = (9 + 26) \cdot 7$$

Истомина Н.Б. (УМК «Гармония») знакомит детей с понятием уравнение в четвёртом классе, так как считает, что приступать к решению уравнений нужно после того, как учащиеся усвоят необходимую терминологию и те правила, которыми они будут пользоваться для решения уравнений.

При знакомстве с понятием «уравнение» автор использует прием перехода от решения задания с «окошком» к введению нового термина. В данном учебнике знакомство с понятием происходит в процессе выполнения задания: «Света задумала число. Если это число:

- уменьшить на 12, то получится 78;
- увеличить в 5 раз, то получится 450;
- увеличить на 12, то получится 102.

Какое число задумала Света?» Сравнивают свои записи с образцом учебника, где задуманное число, обозначено «квадратиком». Заменяют его буквами x , y , a и т.д. Строгое определение понятия «уравнение» не дается, однако в дальнейшем, учащиеся знакомятся с понятиями – «корень уравнения» и «решение уравнения».

После решения простых уравнений, в которых буквой обозначено неизвестное слагаемое (уменьшаемое, вычитаемое, множитель, делимое, делитель), автор вводит усложненные и сложные уравнения.

Более позднее изучение уравнений, по мнению Истоминой Н.Б., позволяет:

1. Использовать в уравнениях многозначные числа и ранее изученные понятия.

Например: Запиши каждое предложение уравнением и реши его.

- а) Неизвестное число уменьшили на 708 и получили 1200.
- б) Число 1208 уменьшили в несколько раз и получили 302.
- в) Неизвестное число увеличили в 7 раз и получили 1449.

Запись таких предложений в виде уравнений со слов автора обычно не вызывает у детей затруднений, а их решение позволяет повторить не только знания о взаимосвязи компонентов и результатов действий, но и поупражняться в вычислениях.

2. Познакомить учащихся с уравнениями, в которых неизвестный компонент представлен в виде буквенного выражения:

- а) $5 \cdot x - 10 = 290$
- б) $5 \cdot (x - 10) = 290$
- в) $(10838 - x) : 342 = 31$

Решают усложненные уравнения опираясь на правила порядка выполнения действий.

3. Познакомить учащихся с решением задач способом составления уравнений.

При этом Истомина Н.Б. отмечает, что можно возвратиться к тем задачам, которые они решали ранее арифметическим способом. И обращается внимание на задания, где соотносятся вербальные, предметные, схематические и символические модели.

В данном учебнике рассматриваются большинство действий, используемых при формировании понятия. Продемонстрируем, разнообразие заданий, раскрывающих эти действия и их количественное соотношение.

Действия, направленные на усвоение понятия уравнение	Количество заданий (шт.)
	4 класс
Подведение под понятие	1
Распознавание	2
Сравнение	7
Решение уравнений	19
Составление уравнений	12
Проверка правильности решения уравнения	10
Получение следствий	8
Подтверждение или опровержение утверждений с использованием анализа	14

Отметим, что данное количество упражнений, в отличии от учебников предыдущих авторов, подсчитано за один класс и одну часть.

Приведем примеры заданий, предлагаемых в учебнике Н.Б. Истоминой:

- отметить математические записи, которые можно назвать уравнениями;

1) $(x + 20) - 4$

3) $467 + 3008$

5) $1200 - x + 387$

7) $x + 15 > 7$

9) $2 \cdot x + 3 \cdot 4 = 84$

2) $532 \cdot a = 2128$

4) $8000 + 60 = 8060$

6) $(y - 3) \cdot 5 - 875 = 210$

8) $x + (30 + 45)$

10) $x = 15 \cdot 17$

- одинаковы ли уравнения: $x \cdot 5 + 60 \cdot 5 = 500$ и $5 \cdot x + 300 = 500$;

- найди уравнения, которые имеют одинаковые корни;

$$x + 34 = 60 \quad x - 60 = 34$$

$$60 - x = 34 \quad 34 + x = 60$$

- отметь уравнение, в котором значение x будет наибольшим:

$$52\,385 - x = 385 \quad 52\,385 - x = 388$$

$$52\,385 - x = 386 \quad 52\,385 - x = 387$$

- используя запись деления с остатком, составь два уравнения $59 : _ = 8$ (ост.3);

- составь уравнение к задаче: «За месяц магазин продал 54 велосипеда, среди которых были трехколесные и двухколесные. Сколько велосипедов каждого вида продал магазин, если трехколесных велосипедов было на 8 меньше, чем двухколесных?»

Миша составил такое уравнение:

$$x + (x + 8) = 54$$

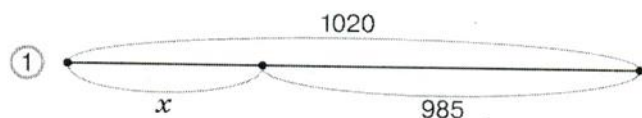
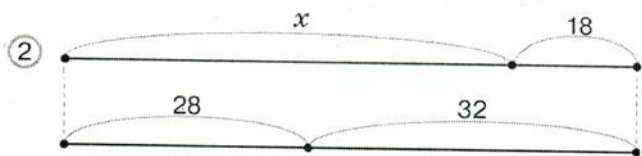
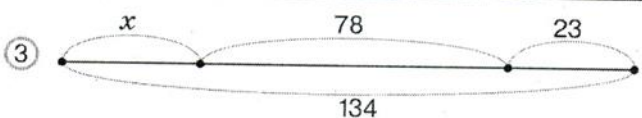
Маша составила такое уравнение:

$$x + (x - 8) = 54$$

Что обозначил буквой x Миша? Что обозначила буквой x Маша?

- верхний отрезок состоит из частей $56 + 32$, нижний – из частей $x + 40$. Длины верхнего и нижнего отрезков одинаковы. Найти x ;

- составь к схемам уравнения и реши их;



- рассмотри уравнение $508 \cdot 4 = 508 : 4 + x$. На сколько больше произведение чисел 508 и 4, частного этих же чисел;
- алгоритмы нахождения корней уравнений прописаны в рассуждениях Миши и Маши.



$$\begin{array}{l} 1) \ x - 12 = 78 \\ x = 78 + 12 \\ \underline{x = 90} \\ 90 - 12 = 78 \\ 78 = 78 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 2) \ y \cdot 5 = 450 \\ y = 450 : 5 \\ \underline{y = 90} \\ 90 \cdot 5 = 450 \\ 450 = 450 \end{array}$$



$$\begin{array}{l} 3) \ a : 2 = 45 \\ a = 45 \cdot 2 \\ \underline{a = 90} \\ 90 : 2 = 45 \\ 45 = 45 \end{array}$$

$$\begin{array}{l} 4) \ c + 12 = 102 \\ c = 102 - 12 \\ \underline{c = 80} \\ 80 + 12 = 92 \\ 92 < 102 \end{array}$$

Какое уравнение они решили неверно? В чем ошибка?

- верно ли утверждение, что корни уравнений одинаковы?

$$1) \ x \cdot (35 + 4) = 234$$

$$2) \ x \cdot (34 + 5) = 210 + 24$$

$$3) \ x \cdot (30 + 9) = 200 + 34$$

$$4) \ (29 + 9) \cdot x = 234$$

Исходя из вышесказанного можно отметить, что в данном учебнике задания направлены не только на формирование понятия «уравнение», но и на повторение и обобщение знаний, полученных обучающимися до изучения темы «уравнение».

В методическом пособии для учителей начальных классов Н.Б. Истомина говорит о том, что дети, овладевая способом решения уравнений в начальном курсе математики, создают прочную основу для дальнейшего обучения.

В ходе анализа мы выяснили, что практически в каждом анализируемом учебнике встречается всё разнообразие упражнений, направленных на усвоение понятия «уравнение». Однако, отличаются учебники количеством таких заданий. Например, в учебнике М.И. Моро в основном встречаются задания на решение уравнений. Задания на составление и проверку встречаются гораздо реже. Упражнения, в которых требуется обобщить знания при решении уравнений практически отсутствуют. В то время, как в учебниках И.И. Аргинской и Н.Б. Истоминой количество разных упражнений, направленных на формирование понятия уравнение гораздо больше. В этих учебниках задания

направлены еще и на то, чтобы обобщить знания, полученные до изучения данной темы.

Время знакомства с понятием в программах также различается. И хотя все авторы используют прием перехода от решения задания с «окошком» к введению термина «уравнение», происходит это у каждого по-разному.

6. Комплекс заданий, направленных на формирование понятия уравнение

В процессе исследования мы составили комплекс заданий, направленных на усвоение понятия уравнение, формирование умений, решать уравнения и обобщение знаний, полученных учащимися в процессе изучения начального курса математики.

Он включает в себя следующие виды заданий.

Задания на распознавание:

** Найди среди предложенных записей уравнения.*

$$\begin{array}{ccccccccccc} x - 1 = 5 & 3 + 4 = 7 & 5 \cdot 2 > 9 & 7 \cdot 5 + 4 & f + 8 & e + 6 = 10 & 6 \cdot 2 = 12 \\ 12 = c + 3 & 15 : m > 2 & 17 - p & 12 - 7 & 16 : n = 4 \end{array}$$

Запиши их _____

** Все ли записи можно назвать равенствами?*

$$9 + 7 = 16, \quad x - 9 = 5, \quad 7 + 6 < 16, \quad 14 - k = 8$$

Выпиши верное числовое равенство _____

Можем ли мы изменить какие-то записи, чтобы верных числовых равенств стало больше?

Задания на действие подведения под понятие.

** Докажи, что представленные записи являются уравнениями:*

$$\begin{array}{ccc} 10 - x = 7 & 8 + t = 9 & 9 = a + 3 - 2 \\ z - 3 = 0 & 4 = c - 4 & 5 + r = 5 \\ y + (8 - 6) = 9 & 8 - (x + 2) = 6 & 5 \cdot f - 10 > 290 \\ 10 - 7 = 8 - g & (4 + 3) - y = 0 & \end{array}$$

Выбери и реши те уравнения, которые сможешь.

** Обоснуй, почему записи $k - 7$; $16 : 4 = 4$; $65 = 30 \cdot 2 + 5$ не являются уравнениями.*

Задания, направленные на получение следствий.

** Не решая уравнения, запиши их в порядке уменьшения корней:*

$$x - 5 = 14, \quad a - 5 = 12, \quad z - 5 = 17, \quad c - 5 = 9.$$

** Уравнение имеет вид $10 - x = 5$. Какие значения может принимать x ?*

Укажите все значения x , при которых получится:

а) Верное равенство;

б) Не верное равенство.

** Можно ли найти корни уравнений, не выполняя арифметических действий?*

$$15 \cdot a = 15 + 15 + 15 + 15$$

$$613 : c = 613$$

$$203 - k = 203 - 63$$

$$p + 98 : 14 = 98 : 14 + 10$$

Как ты рассуждал?

Задания на сравнение уравнений между собой.

** Сравни пары уравнений. Какая между ними связь?*

$$9 + x = 18 \quad y + 7 = 15 \quad e + 4 = 11$$

$$18 - x = 9 \quad 15 - y = 7 \quad 11 - e = 4$$

** Чем похожи и чем различаются уравнения?*

$$f - 352 = 924 - 289$$

$$f - (197 + 155) = 924 - 289$$

** Сравни уравнения. Могут ли уравнения первого столбика помочь в решении уравнений второго?*

$$31 + x = 23 + 18$$

$$(31 + x) - 18 = 23$$

$$19 - a = 30 - 18$$

$$(19 - a) + 18 = 30$$

$$12 + y = 64 - 19$$

$$64 - (12 + y) = 19$$

** Чем похожи и чем отличаются уравнения каждой строки:*

$$a + 254 = 645$$

$$g + 423 = 342 + 546$$

$$f - 444 = 484$$

$$e - 453 = 132 + 451$$

$$765 - r = 369$$

$$398 - c = 465 - 354$$

Задания, на формирование умения решать уравнения.

** Найди ошибки при решении и поясни, почему они допущены:*

$$21 - z = 14 \quad p + 9 = 63 \quad 10 + b = 100$$

$$z = 21 + 14 \quad p = 63 + 9 \quad b = 100 - 10$$

** Проверь, правильно ли решены уравнения:*

$$x - 20 = 7 \quad y + 9 = 17 \quad a \cdot 6 = 48 \quad 56 : c = 7$$

$$x = 9 \quad y = 8 \quad a = 7 \quad c = 49$$

** Реши уравнение: $(h + 160) + 70 = 280$.*

Маша решила уравнение так:

$$(d + 160) + 70 = 280$$

$$d + (160 + 70) = 280$$

$$d + 230 = 280$$

$$d = 280 - 230$$

$$d = 50.$$

Сравни свое решение с решением Маши. Скажи, кто из вас прав.

** Догадайся, по какому признаку уравнения разбили на группы. Реши уравнения:*

$$h + 3 = 6 \quad n - 14 = 12 \cdot 3 \quad 13 - (e + 2) = 6$$

$$x \cdot 9 = 90 \quad 5 + b = 24 : 4 \quad (24 + d) : 8 = 7$$

** Найди решение уравнения, записанного в обобщенном виде: $\square - m = \Delta$*

$$m = \square : \Delta \quad m = \Delta - \square \quad m = \Delta \cdot \square \quad m = \square + \Delta \quad m = \square - \Delta$$

Составьте по модели уравнение и решите его.

** Выпиши и найди корни тех уравнений, которые ты уже хорошо умеешь решать.*

$$67 + 4x = 67 \quad 36 - c = 14 \quad 7 + d = 24 \quad 35 : n = 5 \quad 789 + r = 1679 \quad h \cdot 12 = 24$$

$$71 - x = 17 \quad k \cdot 7 = 434 + 21 \quad 26 - x + 12 = 27 \quad x + 678 = 710 \quad 26 : k - 4 = 9$$

Последнее упражнение позволяет учителю провести диагностику сформированности понятия уравнение, понять какие уравнения ученики научились решать, а в решении каких затрудняются. Учитель может оценить знания детей об арифметических действиях и уровень их усвоения.

Задания, на формирование умения делать проверку.

*Выполните проверку, и найдите ошибку: $x + 10 = 26$

$$x = 26 + 10$$

$$x = 36.$$

* Маша и Миша решали уравнения. На черновиках осталась только проверка:

$$20 \cdot (2 + 2) = 80 \quad 64 - 17 = 47$$

$$80 = 80 \quad 47 = 47$$

Какие уравнения могли решать Маша и Миша?

Задания на составление уравнений:

* Закончи решение уравнения:

$$125 - 2 \cdot k = 27$$

$$2 \cdot k = _ - _$$

$$2 \cdot k = _$$

$$k = _$$

* Построй схему к каждому уравнению. Какие ещё уравнения можно составить по этой же схеме?

$$1) a + x = b$$

$$2) c - y = k$$

$$3) z - m = n$$

* Дети решали уравнения и записали, как найти x :

$$1) x = 216 + 837$$

$$2) x = 699 + 1301.$$

Запиши, какие уравнения они могли решать? Вычисли, чему равен x .

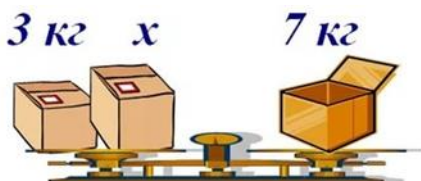
* Дополни каждое уравнение так, чтобы его корнем было число 10.

$$\square - b = \square$$

$$\square + a = \square$$

$$y - \square = \square$$

* Составьте уравнение по рисунку. Посмотрите, какое из нижеприведенных уравнений верное.



$$\underline{3} + \underline{x} = \textcircled{7}$$

$$x = 7 - 3$$

$$x = 4$$

$$x + 3 = \textcircled{7}$$

$$x = 7 - 3$$

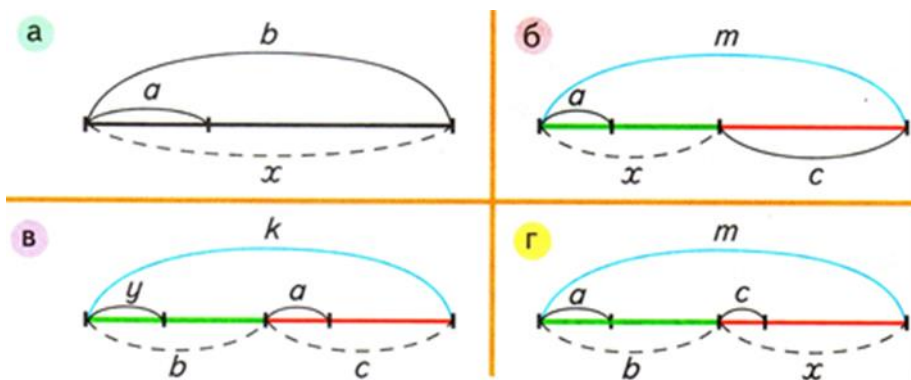
$$x = 4$$

Объясните, как составили эти уравнения.

* Составь задачу по рисунку и реши ее с помощью уравнения:



* По каждой схеме составь несколько уравнений. Реши два любых уравнения.



* Составь уравнения и реши их.

1. Разность 37 и неизвестного числа уменьшили в 2 раза и получили 10.
2. Когда неизвестное число умножили на 2 и прибавили 7, то получилось 27.
3. Когда неизвестное число увеличили в 3 раза и из результата вычли 13, то получили 17.

* Составь уравнения с данными числами и реши их.

- 1) 328 и 5193 2) 1500 и 83.

* Составь уравнения, в которых нужно найти неизвестный компонент сложением и вычитанием.

Реши свои уравнения.

Как мы уже отмечали ранее, подход методистов к обучению решению уравнений разный. Тема уравнение на взгляд некоторых методистов, например, Н.Б. Истоминой является таким материалом, на котором можно обобщить и уточнить многие знания: понятия, способы выполнения действий, правила, которые изучаются в начальной школе.

В общей сложности при работе с уравнениями закрепляются знания о порядке выполнения действий, соотношения части и целого, формируются

вычислительные навыки и понимание взаимосвязи компонентов действий, идет работа над развитием правильной математической речи. Часто дети знают формулировку правил, но не всегда могут их применить. Чтобы проверить насколько хорошо дети усвоили эти знания целесообразно использовать такую тему как уравнение.

С этой целью мы предлагаем задания, которые можно использовать на уроках математики.

Задания на обобщение знаний об арифметических действиях:

** Объясни, как не решая уравнение нашли его корень:*

$$9y - y = 18 \cdot 8$$

$$y = 8.$$

Рассуждения: т.к. в левой части число y взяли слагаемым 9 раз без одного раза, т.е. 8 раз, столько же, сколько раз взяли в правой части 18. А если это верное равенство, значит $y = 18$.

** Найди корень уравнения, не решая его:*

$$15 : 5 + x = 34 + 15 : 5$$

** Вычисли корни уравнений. Придумай и запиши задачу для любого из них:*

$$(x - 4) \cdot 2 = 10 \qquad 2 \cdot x + 3 \cdot 4 = 84 \qquad (y - 3) \cdot 5 - 875 = 210$$

** Угадай корни уравнений:*

$$n + n + n + n = 4 \cdot 752 \qquad (f + 7) \cdot 5 = 8 \cdot 5 + 7 \cdot 5$$

$$n = \qquad f =$$

** Не решая уравнения выбери то, решением которого является число 32.*

$$67 - x = 24 \qquad x + 56 = 98 \qquad y - 5 = 27$$

** Сравни уравнения: $24x = 264$*

$$24x + 96 = 264$$

$$24x - 96 = 264$$

Какое из них решается проще других? Объясни почему.

Реши уравнения. Какие знания ты при этом использовал?

** Соедини линией уравнения, у которых одинаковые корни:*

$$5x + 3x = 60$$

$$5 \cdot (x + 3) = 60$$

$$3x + 15 = 60$$

$$3 \cdot (x + 5) = 60$$

$$8 \cdot x = 60$$

$$(5 + 3) \cdot x = 60$$

$$5 \cdot x + 5 \cdot 3 = 60$$

$$15 + 5 \cdot x = 60$$

Мог ли ты сделать это не решая?

** Реши уравнения.*

$$7x = 672 \quad 29349 : k = 9 \quad r : 387 = 49 \quad e \cdot 351 = 1755$$

Какие знания тебе потребовались при решении?

** Соедините уравнения с правилами, с помощью которых вы их решите:*

$$30 - (13 + k) = 15$$

Для того, чтобы умножить сумму на число, нужно умножить на это число каждое слагаемое и полученные результаты сложить.

$$y : 12 = 3$$

Чтобы найти неизвестное вычитаемое надо, из уменьшаемого вычесть разность.

$$m \cdot (2 + 4) = 24$$

Чтобы найти неизвестное делимое, надо частное умножить на делитель.

$$16 - z = 9$$

Чтобы из числа вычесть сумму 2х чисел, нужно из этого числа вычесть 1-ое слагаемое, а затем из полученной разности вычесть 2-ое слагаемое.

$$30 : a = 3$$

Чтобы найти неизвестный делитель, надо делимое разделить на частное.

** Реши любое уравнение.*

$$(328 + 432) \cdot 9 + y = 7000$$

$$(800 + 10) + y = 100 + 10$$

** Можно ли утверждать, что корни уравнений в столбике одинаковы? Почему?*

$$840 : f = 7$$

$$420 \cdot 2 : f = 5 + 2$$

$$(240 + 600) : f = 7$$

$$840 : f = 15 - 8$$

$$(1020 - 180) : f = 7$$

** Докажи, что корни уравнений в каждой паре одинаковы.*

$$x + (9 - 4 + 5) = 14 \qquad 3 \cdot (a + 4) + 7 = 37 \qquad 6 \cdot y \cdot 2 = 72$$

$$(4 + 6) + x = 14 \qquad 3a + 12 + 7 = 37 \qquad 12y = 72$$

** Одинаковы ли корни этих уравнений? Ответь на вопрос не решая уравнения.*

$$z : 27 = 120 + 29$$

$$z : (3 \cdot 9) = 130 + 270$$

$$z : (9 \cdot 3) = 400$$

$$z : (54 : 2) = 200 \cdot 2$$

Какие знания помогли тебе при ответе на вопрос?

Вышеперечисленные упражнения обогатят представление детей о видах уравнений, углубят знания о конкретном смысле арифметических действий, помогут вспомнить свойства арифметических действий, свойства умножения на 1 и 0. С помощью этих заданий можно проверить на сколько хорошо дети усвоили правило о порядке выполнения арифметических действий.

Ученики, выполняя такие упражнения анализируют, сравнивают, выполняют вычислительные действия и упражняются в решении уравнений.

Задания на обобщение знаний о взаимосвязи результата и компонентов арифметических действий.

** Продолжи вывод:*

Чтобы найти неизвестное делимое, нужно

Чтобы найти неизвестный множитель, нужно

Чтобы найти неизвестный делитель, нужно

** Женя задумала число. Если это число:*

- уменьшить на 12, то получится 78;

- увеличить в 5 раз, то получится 450;

- увеличить на 12, то получится 102.

Какое число задумала Женя?

** Соедини линиями соответствующие части определений:*

Чтобы найти неизвестный
множитель, надо

частное умножить на делитель

Чтобы найти неизвестное делимое
надо,

к разности прибавить вычитаемое

Чтобы найти неизвестное
уменьшаемое надо,

произведение разделить на другой
множитель

** Запиши каждое предложение уравнением, и найди его корень:*

1) Неизвестное число увеличили в 5 раз и получили 275.

2) Число 1208 уменьшили в несколько раз и получили 302.

3) Неизвестное число увеличили в 7 раз и получили 1449.

4) Неизвестное число уменьшили на 203 и получили 18007.

** Восстанови уравнение по его корню.*

$$z \dots 5 = 8$$

$$h \dots 5 = 8$$

$$20 \dots f = 20$$

$$20 \dots d = 70$$

$$z = 13$$

$$h = 3$$

$$f = 0$$

$$d = 50$$

** Дана запись:*

$$\begin{array}{r} x \quad 32 \\ \quad 23 \\ \hline + \quad 96 \\ \quad 64 \\ \hline 736 \end{array}$$

Не решая уравнения, напишите, чему равен x:

$$32 \cdot x = 96 \quad x =$$

$$x + 640 = 736 \quad x =$$

$$x \cdot 20 = 640 \quad x =$$

$$736 : x = 23 \quad x =$$

$$64 : x = 2 \quad x =$$

** Реши задачу, составив уравнение.*

У Вани было 48 руб. После покупки 2 ручек и одного карандаша за 12 руб. у него осталось 10 рублей. Сколько Ваня заплатил за одну ручку?

** Вставь пропущенные слова:*

Чтобы найти неизвестное _____, нужно из суммы вычесть известное _____.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно к вычитаемому _____ разность.

Чтобы найти вычитаемое, нужно из _____ вычесть _____.

Чтобы найти неизвестный множитель, нужно _____ разделить на известный _____.

** Составь уравнения, содержащие операцию умножения или деления, и реши их.*

Используй числа: - 8, 56 и х.

- 6, 42 и а.

- 3, 69 и g.

** Не решая уравнения, расположи их в порядке возрастания корней.*

$$a \cdot 2 = 808 \quad g \cdot 8 = 808 \quad k \cdot 1 = 808 \quad z \cdot 4 = 808$$

Объясни, как ты это сделал.

Реши уравнения, проверь, правильно ли ты их расположил.

Во сколько раз каждый следующий корень больше предыдущего?

Сравни найденные корни. Как они изменяются?

При выполнении данных упражнений мы решаем несколько задач.

Формируем понятие уравнение с помощью действий, направленных на правильное усвоение понятия, учим решать уравнения разного вида. Проверяем на сколько усвоены теоретические знания об арифметических действиях, формируем умение рассуждать и обосновывать свое утверждение, решаем уравнение. То есть проверяем как предметные, так и метапредметные результаты.

В начальной школе дети должны не только научиться решать уравнения, но и понимать, зачем мы их решаем и для чего. Где можем использовать полученные знания. Успешность ребенка, его навык при решении уравнений и дальнейшем применении полученных теоретических знаний об арифметических действиях будут зависеть от того, может ли он оперировать отношениями между величинами с помощью схемы, с помощью формулы, с помощью рисунка, с помощью геометрических фигур или с помощью текстовых заданий. Сможет ли ребенок провести аналитическую работу с некоторым контекстом в ходе которой раскроет содержание понятия.

Именно эти операции являются теми основными умениями и знаниями, которые дают возможность решать любые уравнения начальной школы и используются при изучении более сложных математических операций в старших классах.

7. Апробация предложенного комплекса заданий

За время прохождения практики на базе Многопрофильной гимназии №13 мы провели исследование, в процессе которого были апробированы упражнения, входящие в комплекс заданий, представленный в параграфе 6.

Исследование проводилось в 3 классе, с учениками, которые обучаются по УМК «Школа России». Класс состоит из 25 человек. Из них 13 девочек и 12 мальчиков. Стоит отметить, что в данном классе учитель, работая по учебнику М. И. Моро, активно использует в своей работе и учебник Петерсон Л. Г.

Наше исследование состояло из трех этапов.

1 этап – констатирующий. На этом этапе была проведена диагностика обучающихся, с целью выявления уровня усвоения понятия «уравнение».

2 этап – формирующий. На этом этапе на уроках математики, предлагали работу с заданиями, описанными в пункте 6.

3 этап – контрольный. На этом этапе была проведена самостоятельная работа, включающая в себя задания, аналогичные тем, которые были приведены на констатирующем этапе.

Опишем каждый этап более подробно.

1 этап. На констатирующем этапе мы выявляли уровень усвоения понятия «уравнение». С этой целью ученикам была предложена диагностическая работа, которая состояла из трех заданий алгебраического характера.

Ученикам были предложены следующие виды заданий:

Найди уравнения и реши их:

$$30 < 6 \cdot x \quad 35 = b \cdot 7 \quad x + 45 \quad 13 + g = 40 \quad 12 : a = c \quad g \cdot 4000 \quad 34 + f > 56$$
$$15 = 15 \quad x - 195 = 239 \quad 38 \cdot 10 = 380$$

На какие группы можно разбить уравнения? Реши одно любое уравнение:

$$48 : x = 6 \quad (x + 12) + 20 = 7 \cdot 6$$
$$x \cdot 4 = 24 + 16 \quad x - 180 = 240 : 3$$

Реши задачу, составив уравнение:

Сумма неизвестного числа и числа 340 равна произведению чисел 70 и 6. Найди это число.

Критерии оценок результатов:

1. Задание выполнено правильно - 3 балла;
2. Задание выполнено с недочетами - 2 балла;
3. Задание выполнено с грубыми ошибками - 1 балл;
4. Задание не выполнено - 0 баллов.

Максимальное количество баллов, которое мог набрать ученик – 9 баллов.

Уровни усвоения школьниками понятия «уравнение»:

- низкий уровень (от 1 до 4 баллов)
- средний уровень (от 4 до 7 баллов)
- высокий уровень (от 7 до 9 баллов).

Результаты эксперимента представлены в таблице, а также в диаграмме ниже.

Таблица 1.

№	Фамилия, имя	Зад. 1	Зад. 2	Зад.3	Итоги
1	Елизавета А.	2	2	1	5
2	Тимофей А.	3	3	1	7
3	Михаил Б.	3	2	1	6
4	Тимофей Б.	1	1	1	3
5	Владимир Б.	3	2	1	6
6	Валерия Б.	1	2	1	4
7	Татьяна В.	1	2	1	4
8	Дмитрий Д.	3	3	1	7
9	Полина Д.	1	2	1	4
10	Виктория Д.	1	2	1	4
11	Александр Е.	1	2	1	4
12	Тимофей Ж.	1	1	1	3
13	Михаил Ж.	3	2	2	7
14	Виктория К.	2	2	1	5
15	Иван К.	1	2	1	4
16	София Л.	2	1	0	3
17	Эльвира Л.	2	1	0	3
18	Александр М.	1	1	1	3
19	Яна Н.	3	2	2	7
20	Полина П.	3	2	2	7
21	Ольга Р.	1	1	1	3
22	Анастасия Р.	1	1	1	3
23	Александр С.	1	1	1	3
24	Дарья Х.	1	2	1	4
25	Иван Ш.	2	1	1	4

Итог					4,68
------	--	--	--	--	------

По результатам диагностики на констатирующем этапе, который проводился с целью установления уровня усвоения понятия уравнение, можно сделать вывод, что обучающиеся находятся на границе *среднего и низкого* уровней усвоения понятия. Итоговый средний балл составил 4,68.

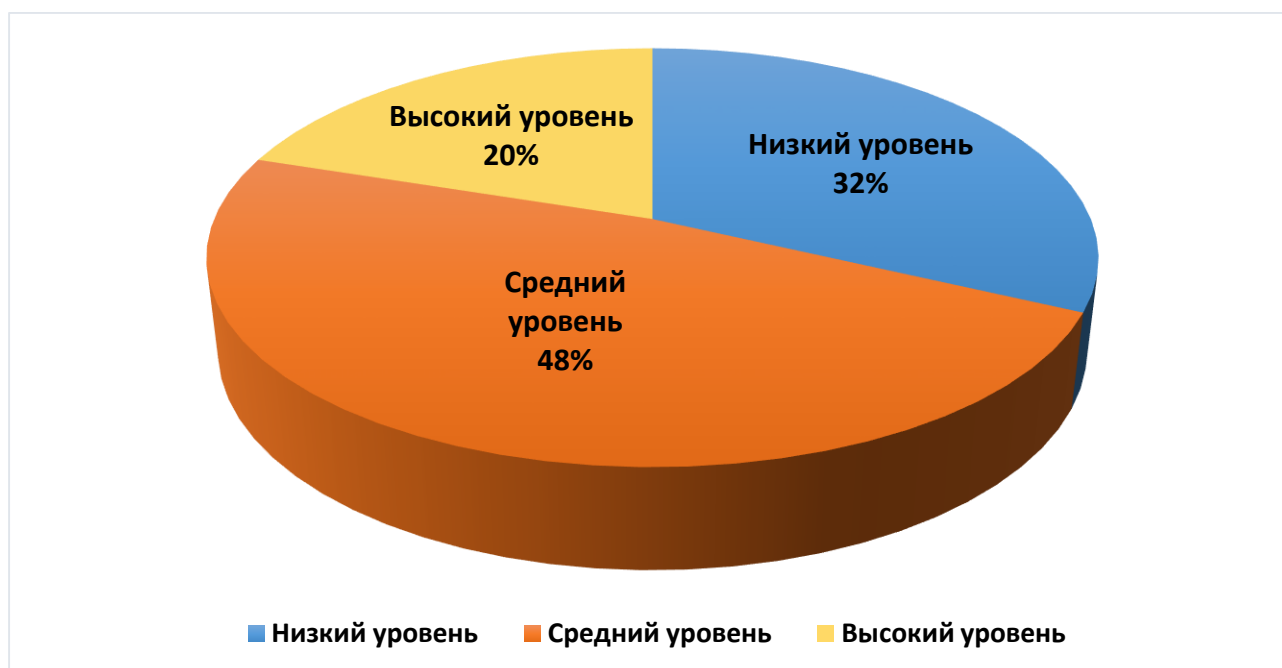
Высокий уровень показали – 5 человек – 20 % учащихся.

Средний уровень показали – 12 человек – 48 % учащихся.

Низкий уровень показали – 8 человек – 32 % учащихся.

Результаты проведенной работы отражены в диаграмме.

Рисунок 1.



На основе полученных данных, можно сказать, что у учащихся недостаточно сформировалось представление об уравнении. Проверка работ показала, что в 1 задании обучающиеся допускают ошибки, часто связанные с тем, что дети не до конца усвоили существенные признаки понятия, а несущественные признаки стали существенными.

Во многих случаях ошибки в заданиях 2 и 3 были связаны с тем, что дети не всегда правильно использовали правила, зависимости между результатом и компонентами действия, правила порядка выполнения действий. В решении и

составлении уравнений обучающиеся испытывают затруднения. Они не уяснили, что неизвестный компонент может быть выражен не только буквой, но и выражением. Естественно допускались различные вычислительные ошибки.

Также сказались на результатах недостаток работы над заданиями, где уравнение представлено в текстовой форме.

2 этап. На основе результатов диагностической работы мы провели формирующий этап, в процессе проведения которого мы использовали упражнения из разработанного нами комплекса заданий. Они были направлены как на формирование понятия «уравнение», так и на решение уравнений и умение делать проверку.

При выполнении учащимися предложенных упражнений происходило совершенствование навыков решения уравнений разными способами и более подробное знакомство с существенными и несущественными признаками понятия.

Так как больше всего ошибок дети допустили при выполнении заданий на решение и составление уравнений, мы уделили им особое внимание.

Для формирующего этапа мы использовали задания из 6 параграфа.

Покажем, пример работы с некоторыми заданиями из комплекса, проводимой на уроках математики.

**Найди ошибки при решении уравнений и поясни, почему они допущены:*

$$21 - x = 14 \qquad x + 9 = 63$$

$$x = 21 + 14 \qquad x = 63 + 9$$

- Прочитайте задание, что нужно сделать?
- Как мы можем доказать, что допущены ошибки? (решить самим)
- Хорошо, решаем первое уравнение.

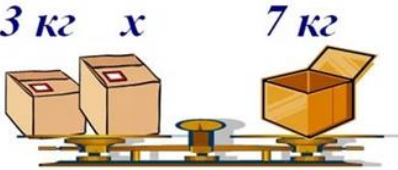
Приведем пример рассуждения учеников:

В уравнении $21 - x = 14$ неизвестно вычитаемое. Чтобы найти неизвестное вычитаемое, надо из уменьшаемого вычесть разность. Из 21 вычитаем 14, получаем $x = 7$.

- Если этот ученик решал уравнение, рассуждая как мы, в чем могла заключаться его ошибка? (Не знает правило нахождения неизвестного вычитаемого. Не усвоил связь между результатом и компонентами действий.)
- Скажите, можно ли доказать неправильность решения, не решая уравнение?
- Что можете сказать об известных компонентах? (числа 21 и 14)
- Какой компонент действия вычитания обозначен числом 21? (уменьшаемое) Какой числом 14? (разность)
- Какой из этих компонентов обозначает целое? (21)
- Назовите части в этом уравнении входящие в состав этого целого. (14 и x)
- Может ли неизвестное число быть больше 21? (нет)
- Можем ли мы находить часть, складывая известную часть и целое? (нет)

Аналогичную работу проводим со вторым уравнением.

** Составьте задачу по рисунку. Посмотрите на решения этой задачи, какое из них верное.*



$$\begin{array}{l} \underline{3} + \underline{x} = \textcircled{7} \\ x = 7 - 3 \\ x = 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} x + 3 = \textcircled{7} \\ x = 7 - 3 \\ x = 4 \end{array}$$

- Внимательно посмотрите на рисунок. Что на нем изображено?
- В каком положении находятся две чаши весов? Перевешивает ли одна из них другую? (нет)
- Какой можем сделать вывод? (масса предметов одинакова)
- Что знаем про массу коробки на правой чаше весов? (7 кг)
- Что можете сказать о массе коробок на левой части весов?
- Какова масса первой коробки? (3 кг)
- Что скажете про массу второй? (неизвестна)
- Как можно выразить отношения масс коробок на левой части весов? ($3 + x$)
- Чему равна масса левой части весов, если масса правой равна 7 кг. ?
- Запишем $3 + x = 7$.

- Мы составили уравнение по рисунку. Давайте решим его!
- Что брали за x ? (массу второй коробки)
- Чему равна масса второй коробки? (4 кг)
- Могли ли мы решить задачу с помощью уравнения $x + 3 = 7$? (да)
- Какое свойство здесь применили? (От перестановки мест слагаемых сумма не меняется.)

Как уже отмечалось, одной из распространенных ошибок при решении уравнений была ошибка, связанная с неправильным использованием правил, то мы включили упражнения на повторение и уяснения этих правил. Например:

** Вставь пропущенные слова:*

Чтобы найти неизвестное _____, нужно из суммы вычесть известное _____.

Чтобы найти неизвестное уменьшаемое, нужно к вычитаемому _____ разность.

Чтобы найти вычитаемое, нужно из _____ вычесть _____.

Чтобы найти неизвестный множитель, нужно _____ разделить на известный _____.

** Продолжи вывод:*

Чтобы найти неизвестное делимое, нужно

Чтобы найти неизвестный множитель, нужно

Чтобы найти неизвестный делитель, нужно

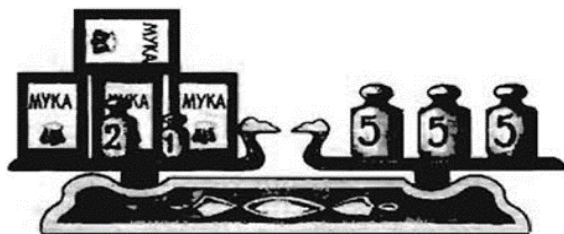
3 этап. На заключительном этапе исследования мы провели диагностическую работу, включающую задания аналогичные первой, с целью, проверить эффективность упражнений, использованных на обучающем этапе. Контрольный этап позволил повторно исследовать уровень усвоения понятия «уравнение».

Обучающимся были предложены задания на выявление уровня овладения понятием, подобные тем, что они выполняли в ходе констатирующего этапа.

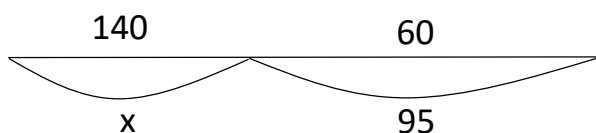
Распредели уравнения в три группы. По каким признакам ты это сделал? Реши уравнения:

$$x + 3 = 6 \quad x \cdot 9 = 90 \quad 5 + b = 24 : 4 \quad (24 + d) : 8 = 7 \quad (t \cdot 3 + 50) : 4 = 8$$

Составь уравнение по рисунку и реши его:



Впиши пропущенный знак, чтобы получилось уравнение, соответствующее данной схеме:



$$x \dots 95 = 140 + 60$$

$$(140 \dots 60) - x = 95$$

Критерии оценок результатов:

1. Задание выполнено правильно - 3 балла;
2. Задание выполнено с недочетами - 2 балла;
3. Задание выполнено с грубыми ошибками - 1 балл;
4. Задание не выполнено - 0 баллов.

Максимальное количество баллов, которое мог набрать ученик – 9 баллов.

Уровни усвоения школьниками понятия «уравнение»:

- низкий уровень (от 1 до 4 баллов)
- средний уровень (от 4 до 7 баллов)
- высокий уровень (от 7 до 9 баллов).

Результаты эксперимента представлены в таблице, а также в диаграмме ниже.

Таблица 2.

№	Фамилия и имя	Задание 1	Задание 2	Задание 3	Итоги
1	Елизавета А.	3	2	2	7
2	Тимофей А.	3	3	2	8
3	Михаил Б.	3	3	2	8
4	Тимофей Б.	3	1	2	6
5	Владимир Б.	3	1	2	6
6	Валерия Б.	3	3	2	8
7	Татьяна В.	2	2	2	6

8	Дмитрий Д.	3	3	2	8
9	Полина Д.	3	3	1	7
10	Виктория Д.	2	3	2	7
11	Александр Е.	1	3	2	6
12	Тимофей Ж.	2	2	2	6
13	Михаил Ж.	3	3	2	8
14	Виктория К.	3	3	2	8
15	Иван К.	3	3	2	8
16	София Л.	2	2	2	6
17	Эльвира Л.	3	1	1	5
18	Александр М.	3	3	2	8
19	Яна Н.	3	3	3	9
20	Полина П.	3	3	2	8
21	Ольга Р.	2	1	1	4
22	Анастасия Р.	2	2	2	6
23	Александр С.	3	1	1	5
24	Дарья Х.	3	3	1	7
25	Иван Ш.	3	3	1	7
Итоги					6,88

На основе полученных данных, можно сказать, что у учащихся представление об уравнении улучшилось. В решении и составлении уравнений учащиеся еще испытывают затруднения, но намного меньше.

По результатам диагностики на контрольном этапе, который использовался для определения уровня усвоения понятия уравнение, можно сказать, что уровень знаний значительно повысился. Ученики находятся на границе *среднего и высокого* уровней усвоения понятия. Итоговый средний балл составил 6,88.

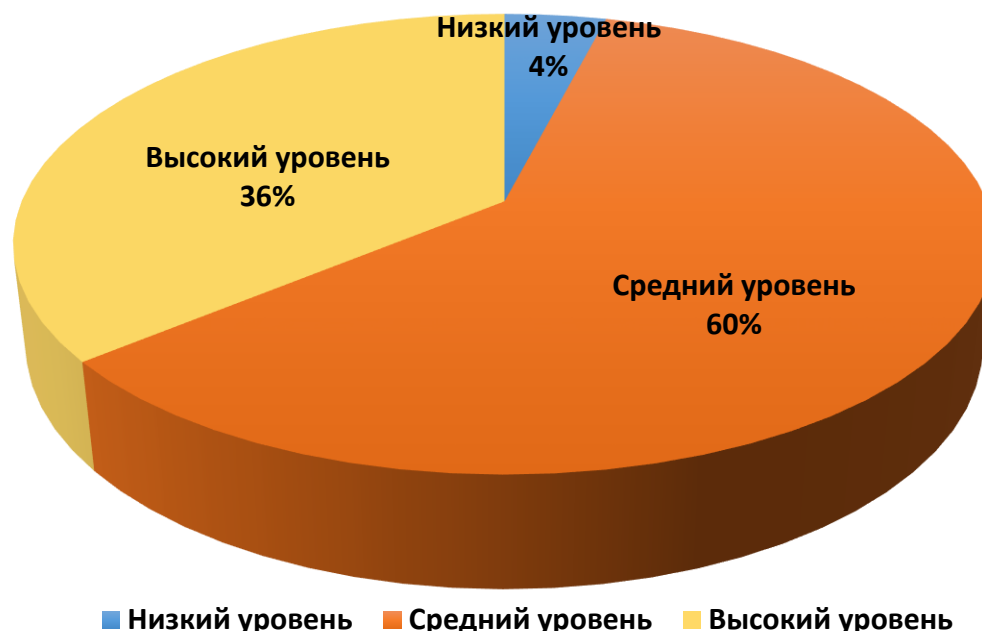
Высокий уровень показали – 9 человек – 36 % учащихся

Средний уровень показали – 15 человек – 60 % учащихся.

Низкий уровень показали – 1 человек – 4 % учащихся.

Результаты проведенной работы отражены в диаграмме.

Рисунок 2.



Результаты констатирующего и контрольного этапов по каждому ученику мы занесли в сравнительную таблицу, чтобы показать, как изменялся их уровень овладения понятием уравнение.

Таблица 3.

№	Фамилия и имя	Результат констатирующего этапа	Уровень	Результат контрольного этапа	Уровень
1	Елизавета А.	5	средний	7	высокий
2	Тимофей А.	7	средний	8	высокий
3	Михаил Б.	6	средний	8	высокий
4	Тимофей Б.	3	низкий	6	средний
5	Владимир Б.	6	средний	6	средний
6	Валерия Б.	4	средний	8	высокий
7	Татьяна В.	4	средний	6	средний
8	Дмитрий Д.	7	высокий	8	высокий
9	Полина Д.	4	средний	7	высокий
10	Виктория Д.	4	средний	7	высокий
11	Александр Е.	4	средний	6	средний
12	Тимофей Ж.	3	низкий	6	средний
13	Михаил Ж.	7	высокий	8	высокий
14	Виктория К.	5	средний	8	высокий

15	Иван К.	4	средний	8	высокий
16	София Л.	3	низкий	6	средний
17	Эльвира Л.	3	низкий	5	средний
18	Александр М.	3	низкий	8	высокий
19	Яна Н.	7	средний	9	высокий
20	Полина П.	7	средний	8	высокий
21	Ольга Р.	3	низкий	4	низкий
22	Анастасия Р.	3	низкий	6	средний
23	Александр С.	3	низкий	5	средний
24	Дарья Х.	4	средний	7	высокий
25	Иван Ш.	4	средний	7	высокий

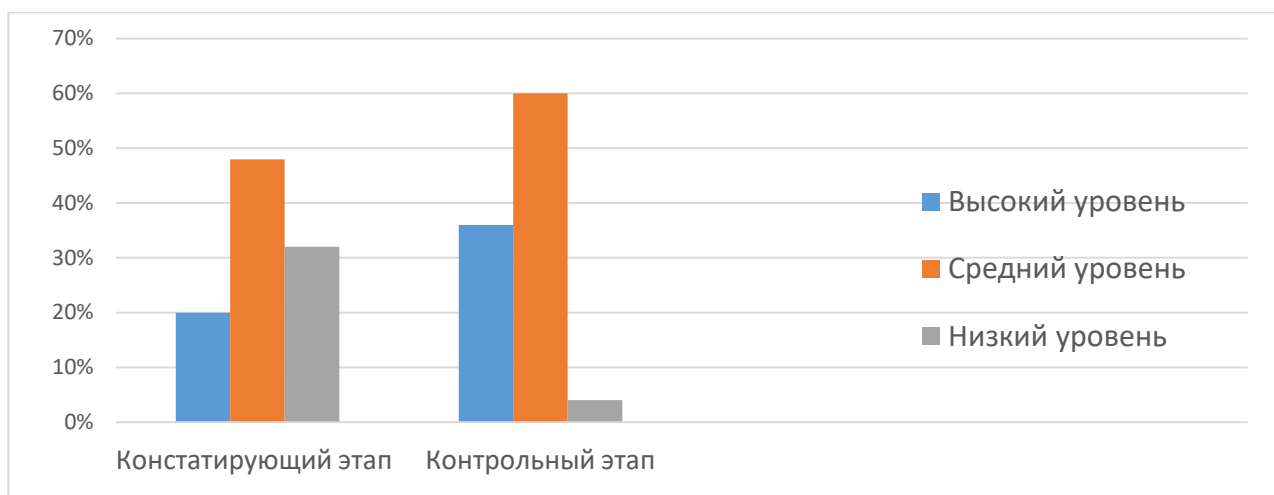
Обобщая результаты эксперимента можем сделать вывод, уровень усвоения понятия уравнение в данном классе стал выше. Покажем изменения в следующей таблице.

Таблица 4.

	Констатирующий этап	Контрольный этап
Низкий уровень	32 %	4 %
Средний уровень	48 %	60 %
Высокий уровень	20 %	36 %

Обобщённые результаты представлены в диаграмме ниже.

Рисунок 3.



Обобщая вышесказанное, отметим, что учащиеся легко справляются с шаблонными заданиями с простыми уравнениями вида: «найди уравнение и реши его», «реши уравнение». Как только учащимся встречаются усложненные задания, задания творческого характера, уравнения более сложного вида они испытывают затруднение не только в выполнении таких заданий, но и при их оформлении.

Исходя из полученных данных, приходим к такому выводу: что составленные нами задания на усвоение понятия «уравнение» эффективны в формировании представлений об уравнении и знаний о решении уравнений. Это доказывают результаты практических работ. Детям интересно выполнять предложенные нами задания на уроках.

На наш взгляд, необходимо вводить при изучении уравнений задания, помимо тех, что предлагают авторы учебников начального курса математики, направленные на уяснение школьниками понятия «уравнение», задания, направленные на усвоение и обобщение теоретических знаний, приобретенных в процессе изучения математики в начальной школе.

Заключение

В своей работе мы остановили внимание на алгебраической линии начального курса математики, конкретно на одном из основных понятий курса алгебры – понятии «уравнение». Изучение уравнений и способов их решения прочно вошли в систему начальной математической подготовки. Уравнения являются одним из средств развития абстрактного мышления, моделирования изучаемых фрагментов реальности, знакомство с ними является существенной частью математического образования.

В данной работе мы рассмотрели методику обучения решению уравнений на уроках математики в начальной школе.

Проанализировав научно-методическую литературу по теме исследования, мы сделали вывод, что отношение авторов учебников начального курса математики к методике изучения понятия уравнение неоднозначно. Существуют разные точки зрения в связи с поиском ответа на вопрос: в каком классе целесообразно познакомить младших школьников с уравнением. Также авторы учебников расходятся во мнении о раскрытии содержания понятия. Учащиеся рассматривают разного вида уравнения и знакомятся с разными способами их решения. Мы считаем, что учитель должен знать, что уровень сложности уравнений и способы их решений зависят не столько от материала учебника, сколько от самого учителя, от его знаний в области математики. И в связи с этим целесообразно было бы не ограничиться предлагаемыми в учебниках способами решения уравнений, но и рассмотреть по мере возможности другие способы.

Рассмотрение уравнений с разных сторон, их решение различными способами оказываются существенными в формировании и закреплении вычислительных навыков, положительно скажется на освоении учащихся соответствующих знаний в средних классах.

Также в начальной школе при работе над уравнением закрепляется соотношение части и целого, порядок действий, формируются вычислительные навыки и понимание взаимосвязи между компонентами действий и умения решать текстовые задачи алгебраическим способом, идет работа над развитием правильной математической речи. На наш взгляд, работу с уравнением можно

использовать как для формирования у учащихся представлений об этом понятия, так и с целью обобщения знаний начального курса математики.

Для этого мы разработали комплекс заданий, направленных на формирование понятия «уравнение», умений, решать уравнения и обобщение знаний, полученных учащимися в процессе изучения начального курса математики.

В процессе работы мы провели исследование, в ходе которого были апробированы упражнения, входящие в комплекс заданий, представленный в параграфе 6.

В результате нашего исследования и внедрения в процесс обучения разработанных нами заданий, мы пришли к выводу, что составленные нами упражнения на усвоение понятия «уравнение» эффективны в формировании представлений об уравнении и знаний о решении уравнений. Это доказывают результаты практических работ. Детям интересно выполнять предложенные нами задания на уроках.

Обобщая вышесказанное, можем отметить, что мы выполнили стоящие перед нами задачи.

Список литературы

1. Абрамова, О.Г. Решение уравнений 1 класс. - Начальная школа. – 1989. – №9. – С. 41-43.

2. Александрова, Э.И. Математика: Учебники для 1- 4 классов начальной школы (система Д.Б. Эльконина – В.В. Давыдова). – М.: Вита – Пресс, 2005.
3. Алимов, Ш.А., Колягин, Ю. М., Сидоров Ю.В., Ткачева, М.В., Федорова, Н.Е., Шабунин, М.И. Алгебра. 7 класс. // Учебник для общеобразовательных учреждений – 18-е изд. – М.: Просвещение, 2011. – 224 с.
4. Амонашвили, Ш.А. Размышления о гуманной педагогике. – М.: Издательский дом. – 2001. – 464 с.
5. Аргинская, И.И., Ивановская, Е.И., Кормишина, С.Н. Математика. 1-4 классы. // Самара: Издательство «Учебная литература»: Издательский дом «Федоров». – 2008.
6. Асмолов, А.Г., Бурменская, Г.В., Володарская, И.А. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе. // От действия к мысли: пособие для учителя. – 2-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – 152 с.
7. Бантова, М.А. Методика преподавания математики в начальных классах. // Учебное пособие для учащихся школ. 2010.
8. Бекаревич А. Б. Уравнения в школьном курсе математики. – М.: 2000.
9. Белошистая, А.В. Методика обучения математике в начальной школе: курс лекций: учебное пособие для студентов вузов. – М.: Гуманитар. изд. Центр ВЛАДОС. – 2007. – С. 241 – 251.
10. Богоявленский, Д.Н. Приемы умственной деятельности и их формирование у школьников. // Вопросы психологии. – 1969. – №2. – С. 26 - 38.
11. Волкова, С.И. Развитие познавательных способностей детей на уроках математики во 2 классе. – М.: Просвещение, 2010.
12. Глейзер, Г.И. История математики в средней школе. – М.: Просвещение. – 1970. – 376 с.
13. Груденов, Я.И. Психолого – дидактические основы методики обучения математики [Электронный ресурс]. // Методическое пособие для учителя начальных классов – 2012. – Режим доступа: <https://old.mgpu.ru>.
14. Давыдов, В.В. Проблемы развивающего обучения: опыт теоретического и экспериментального психологического исследования – М.: Издательство "Академия/Academia", 2004. – 288 с.

15. Дорофеев, Г.В., Суворова, С.Б., Бунимович, Е.А., Кузнецова, Л.В., Минаева, С.С. Алгебра. 7 класс. // Учебник для общеобразовательных учреждений – 6-е изд. – М.: Просвещение, 2010. – С. 95 – 100.
16. Ивашова, О.А., Останина, Е.Е. Технологии начального математического образования. Часть 3. // Учебно-методическое пособие. 2-е изд., испр. и доп. – СПб.: Издательство ВВМ. – 2013. – 191 с.
17. Истомина, Н.Б., Шмырева, Г.В. Методика работы над уравнениями // Начальная школа. 2003. – №3. – С. 45-47.
18. Истомина, Н.Б. Методика обучения математике в начальной школе. Развивающее обучение. – Смоленск: Издательство «Ассоциация XXI век», 2005. – 272 с.
19. Истомина, Н.Б. Активизация учащихся на уроках математики в начальных классах: пособие для учителя [Электронный ресурс]. // Педагогическая библиотека. – 1985г. – Режим доступа: <http://pedlib.ru>.
20. Истомина, Н.Б. Математика. 4 класс. Учебники для четырёхлетней начальной школы. – Смоленск: Ассоциация XXI век, 2013.
21. Коростелева, О.А. Методика работы над уравнением в начальной школе. // Журнал: Начальная школа: плюс – минус. – 2008. – №2. – С 36-40.
22. Крапивина, Е.А. Развитие пространственных представлений у младших школьников Первое сентября. – 2009. – Режим доступа: <http://открытыйурок.рф/статьи/513391/>.
23. Макарычев, Ю.Н., Миндюк, Н.Г., Нешков, К.И., Суворова, С.Б. Алгебра. 7 класс. Учебник для общеобразовательных учреждений. – М.: Просвещение, 2013. – С. 25 – 27.
24. Мижеригов, В.А. Словарь по педагогике / В.А. Мижеригов. – М.: Сфера, 2014.
25. Моргунова, И.А. Формирование понятия уравнения [Электронный ресурс]. // Научная работа. – 2015. Режим доступа: <http://diplomba.ru>.
26. Моро, М.И., Пышкало, А.М. Методика обучения математике в 1 – 3 классах. Пособие для учителя. – М.: Просвещение. – 1978. – 304 с.
27. Моро, М.И. Математика. Учебник 2 класс. – М.: Просвещение. – 2012.

28. Осипова, Н.Н. Изучение математических понятий в начальной школе. // Учебное пособие. – Пенза.: Издательство ПГУ. – 2015. Режим доступа: http://dep_mpmnk.pnzgu.ru/Elektronnaya_biblioteka.
29. Петерсон, Л.Г. Математика 1 – 4 класс. – М.: «С.- Инфо», «Баласс» – 2005.
30. Подласый, И.П. Педагогика. // Учебное пособие для студентов высших педагогических заведений. – М.: Просвещение. – 2013.
31. Самойлова, А.В. Работа над уравнениями в начальной школе [Электронный ресурс]. // Педагогическая библиотека. – 2011. Режим доступа: <http://nsportal.ru/>.
32. Смирнова В.В. Обучение решению уравнений в начальных классах. // Начальная школа: плюс-минус – 2003. – №3. – С. 40-43.
33. Стойлова Л. П. Математика. // Учебное пособие для студентов высших педагогических учебных заведений. – М.: Издательский центр «Академия», 2004. – 424 с.
34. Талызина, Н.Ф. Педагогическая психология: учебник для студентов средних учебных заведений. – 8-е изд. М.: Академия, 2002. – 288 с.
35. Талызина, Н.Ф. Формирование приемов математического мышления. – ТОО «Вентана-Граф». – Москва. – 1995. – 230 с.
36. Федеральный государственный стандарт начального общего образования. / Министерство образования и науки Российской Федерации. – Режим доступа: <http://standart.edu.ru>.
37. Филякина, Л.К. Живые уравнения. // Математические вариации. – Издательство: "МЦНМО, Школьная лига, Образовательные проекты" – 2014.
38. Фридман, Л.М. Психолого-педагогические основы обучения математике в школе: Учителю математики о педагогической психологии. – М.: Просвещение. – 1983. – 160 с.
39. Царева, С.Е. Методика преподавания математики. // Методическое пособие для учителей начальных классов. – 2014.
40. Электронный ресурс: <http://lib.mgppu.ru>.
41. Электронный ресурс: http://www.gumer.info/bibliotek_Buks/Pedagog.