

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего
образования**

**«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО**

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: очная

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
бакалаврская работа на тему:**

«Задачи на составление уравнений в школьном курсе»

Студент	<u> 15.05.26</u> (подпись, дата)	<u>Сухарева Марина Сергеевна</u> (ФИО полностью)
Руководитель	<u> 15.05.26</u> (подпись, дата)	<u>Никитина О. Г.</u> (фамилия, инициалы)
Нормоконтролёр	<u> 15.06.26</u> (подпись, дата)	<u>Журавлева Е. Г.</u> (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.2026 № 10)

И. о. заведующего кафедрой  01.06.2026 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 26.06.26 № 22)

Секретарь ГЭК  - 26.06.26 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1 ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	5
1.1 История возникновения уравнений.....	5
1.2 Анализ школьных учебников.....	7
1.3 Основные этапы работы над задачей	9
1.4 Задачи на составление уравнений в составе ОГЭ.....	12
1.5 Примеры ошибок в решении 21 задания ОГЭ	14
1.6 Текстовые задачи в олимпиадах для школьников	18
ГЛАВА 2 НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ	22
2.1 Технологическая карта урока для 5 класса	22
2.2 Технологическая карта урока для 6 класса	26
2.3 Памятка для подготовки к решению 21 задания из ОГЭ.....	32
2.4. Итоги апробации урока (по технологической карте 2.2.)	34
2.5. Отзыв учителя на урок.....	35
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	37
Список используемой литературы	39
Приложение 1	41
Приложение 2	44
Приложение 3	45
Приложение 4	47
Приложение 5	50
Приложение 6	51

ВВЕДЕНИЕ

В современных условиях развития образования особое значение приобретает формирование у обучающихся не только предметных, но и универсальных учебных действий, позволяющих применять полученные знания в практической деятельности. Одним из важнейших направлений школьного курса математики является обучение решению текстовых задач, в том числе задач на составление уравнений. Данный вид задач способствует развитию логического мышления, умения анализировать условия, устанавливать взаимосвязи между величинами и переводит реальные ситуации на язык математики.

Актуальность выбранной темы обусловлена тем, что задачи на составление уравнений занимают важное место в школьном курсе математики и являются, в частности, неотъемлемой частью основного государственного экзамена (ОГЭ). При этом практика показывает, что именно данный тип задач вызывает у учащихся наибольшие затруднения, связанные с анализом условия, построения математической модели и выбором способа решения. Это определяет необходимость поиска эффективных методических подходов к обучению решению подобных задач.

Цель: изучение методических особенностей обучения решению задач на составление уравнений в школьном курсе математики.

Объект исследования – процесс обучения математике в школе.

Предмет исследования – методика обучения решению задач на составление уравнений.

Задачи данной работы:

- 1) рассмотреть исторические аспекты возникновения уравнений;
- 2) проанализировать содержание школьных учебников по теме «решение задач с помощью уравнений»;
- 3) изучить основные этапы работы над текстовой задачей;

4) рассмотреть место задач на составление уравнений в структуре ОГЭ и типичные ошибки обучающихся;

5) разработать и апробировать технологические карты уроков по теме «решение задач с помощью уравнений»;

6) проанализировать результаты проведенной апробации.

Практическая значимость заключается в возможности использования полученных результатов при работе в школе, так как были разработаны технологические карты уроков и методические рекомендации, направленные на повышение эффективности обучения решению текстовых задач с помощью уравнений.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, основной части (две главы), приложения, заключения и списка литературы.

Основная часть состоит из двух глав. В первой части рассмотрены исторические факты возникновения уравнений, место задач на составление уравнений в школьном курсе математики. Был осуществлен анализ школьных учебников и типичных ошибок учащихся при выполнении 21 задания ОГЭ и олимпиадных задач.

Во второй главе были разработаны технологические карты уроков по теме «Решение задач с помощью уравнений», а также проведен анализ апробации одного из уроков.

ГЛАВА 1 ЗАДАЧИ НА СОСТАВЛЕНИЕ УРАВНЕНИЙ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 История возникновения уравнений

Уравнение – это равенство, содержащее неизвестное число, которое надо найти. Неизвестные числа в уравнениях принято обозначать с помощью маленьких латинских букв, например, x , y , z и т.п.

Задачи, приводящие к решению простейших уравнений, люди решали на основе логики. Самыми первыми упоминаниями об уравнениях были найдены на Вавилонских глиняных табличках. Тогда не было букв, но были задачи вида: «Я прибавил к числу его треть, получил 40. Найди число». В настоящее время подобное уравнение было бы записано следующим образом: $x + \frac{x}{3} = 40$.

Математика как наука родилась в Древней Греции. Греки унаследовали знания египтян, и пошли дальше. Алгебраические уравнения 1-й степени с одним неизвестным решали уже в Древнем Египте и Древнем Вавилоне. Вавилонские писцы умели решать и квадратные уравнения, а также простейшие системы линейных уравнений и уравнений 2-й степени. С помощью особых таблиц они решали и некоторые уравнения 3-й степени. В Древней Греции квадратные уравнения решали с помощью геометрических построений. Греческий математик Диофант (III в.) разработал методы решения алгебраических уравнений и систем таких уравнений со многими неизвестными в рациональных числах. Например, он решил в рациональных числах уравнение, систему уравнений, и т.д. (см. Диофантовы уравнения).

Большой вклад в развитие решения уравнений внес узбекский математик и астроном Мухаммед аль Хорезми (IX век). Кстати, название «алгебра» пошло от названия трактата Мухаммеда аль-Хорезми «Китаб аль-джебр валь-мукабала», где он дал общие правила для решения уравнений первой степени. Слово «аль-джебр» (восстановление), от которого алгебра получила своё название, означало перенос отрицательных членов уравнения из одной его

части в другую с изменением знака. В алгебраическом трактате аль-Хорезми дается классификация линейных и квадратных уравнений.

Многие математики занимались решением уравнений. Одним из них был французский математик Франсуа Виет. Франсуа Виет жил в XVI веке. Он внес большой вклад в изучение различных проблем математики, астрономии, ввел буквенные обозначения в уравнении. Громкую славу Ф.Виет получил при короле Генрихе III во время франко-испанской войны. Испанские инквизиторы изобрели сложную тайнопись, благодаря которой они вели переписку с врагами Генриха III даже в самой Франции. Никто не мог найти шифр. Тогда обратились к Виету. Виет нашел за две недели непрерывной работы ключ к шифру, после чего Франция стала неожиданно выигрывать у Испании одно сражение за другим. Инквизиторы, будучи уверенными, в том, что шифр разгадать невозможно, обвинили Виета в связи с дьяволом и приговорили к сожжению на костре. К счастью, он не был выдан инквизиторам и вошел в историю как великий математик. Более подробно школьники знакомятся с некоторыми результатами, полученными Виетом в старших классах.

Алгебра как искусство решать уравнения зародились очень давно в связи с потребностью практики, в результате поиска общих приёмов решения однотипных задач. Самые ранние дошедшие до нас рукописи свидетельствуют о том, что в Древнем Вавилоне и Древнем Египте были известны приёмы решения линейных уравнений. Нильс Хенрик Абель (1802 – 1829) внес важный вклад в теорию уравнений. В 1824 году он опубликовал доказательство неразрешимости в радикалах общего буквенного выражения пятой степени.

Сейчас алгебра как наука значительно расширилась и усложнилась. Однако элементарная алгебра по-прежнему, как и во времена древних египтян, является наилучшим тренажёром для развития мышления.

1.2 Анализ школьных учебников

С понятием «уравнение» школьники уже встречались в начальной школе, в связи с чем, они приходят в 5 класс с базовым набором необходимых знаний о данном понятии и примитивных методах решения уравнений.

В соответствии с ФГОС в школах введены единые учебники для каждого года обучения: 5 класс - Н. Я. Виленкин в 2-х частях (Математика), 6 класс - Н. Я. Виленкин в 2-х частях (Математика), 7-9 класс - Ю. Н. Макарычев (Алгебра), 10-11 класс - Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева и др. (Алгебра и начала математического анализа).

Рассмотрим изменения в структуре, видах и особенностях уравнений на протяжении обучения в средней школе.

В начале 5 класса ученики повторяют и более серьезно закрепляют все знания, приобретенные в начальной школе по теме «Уравнения». Главная цель, научить обозначать неизвестное буквой «х», составлять простые выражения по условию задачи и решать уравнения простейших видов ($a + x = b$, $x - a = b$, $x \cdot a = b$, $x : a = b$). [6]

В 6 классе ученики знакомятся с понятием дробь, видами дробей и их свойствами. Изучают, как выполняются все возможные вычислительные действия с ними. В соответствии с чем, знакомятся с дробно - рациональными уравнениями. Когда учащиеся полноценно познакомились с понятием «дробь», вводится понятие «процент», а также появляются задачи на составление уравнений, связанные с процентами. [7]

В 7 классе ученики знакомятся с понятием «тождество» и «тождественные выражения», что помогает в дальнейшем детям решать уравнения с помощью применения новых знаний. Данные действия помогают ускорить процесс решения длинных уравнений. К тому же ученики изучают понятие «подобные слагаемые», которое неотъемлемо является незаменимым помощником для решения задач, где одна неизвестная встречается два и более

раз. С уравнениями, где впервые встречаются две переменных, учащиеся знакомятся в теме «Линейные уравнения». После изучения темы «Степень», учащиеся переходят степенным (показательным) уравнениям. Не менее важными являются и новые формулы – формулы сокращенного умножения. Можно отметить, что они применяются при решении некоторых заданий ОГЭ. Помимо этого, в 7 классе знакомятся с различными типами задач, решаемых с помощью составления уравнений: задачи на движение (по реке, навстречу и т.п.) на совместную работу, на нахождение процентов от числа. [3]

В 8 классе учащиеся переходят уравнениям более высокой сложности. Сначала изучаются дробно-рациональные уравнения и, соответственно, вводится понятие «область допустимых значений (ОДЗ)». Далее они знакомятся с квадратным корнем и его свойствами. На данном году обучения появляется пять новых видов уравнений:

- 1) неполное квадратное уравнение;
- 2) квадратное уравнение;
- 3) уравнение с двумя переменными;
- 4) неравенство с одной переменной;
- 5) система неравенств с одной переменной.[4]

В 9 классе некоторая часть материала является повторением уже изученного материала. Несмотря на это вводятся и новые темы. Появляется метод интервалов, который помогает при решении неравенств с одной переменной. Происходит полноценное знакомство с уравнениями с двумя переменными: решение уравнений и систем уравнений, а также неравенств и систем неравенств с двумя переменными.[5]

В учебнике 10-11 класса в первых трех главах дается повторение ранее изученного материала, но с более усложненными уравнениями. Далее учащиеся знакомятся с логарифмом, его свойствами. После чего переходят к решению логарифмических уравнений и неравенств. В четвертой и пятой главах изучаются тригонометрические тождества, а от них происходит плавный

переход к уравнениям вида: $\cos x = a$, $\sin x = a$, $\operatorname{tg} x = a$, и, в последствии, к решению тригонометрических уравнений и простейших неравенств. Помимо этого, затрагиваются темы «производная» и «интеграл». Можно выделить несколько новых типов задач, решаемых с помощью уравнений: экономические задачи (кредиты, оптимизация) и задачи на составление уравнений с параметром.

1.3 Основные этапы работы над задачей

Деятельность по решению задачи арифметическим методом включает следующие основные этапы: анализ задачи, схематическая запись условия задачи, поиск способа решения, план решения, осуществление плана решения, анализ решения, исследование задачи, проверка правильности решения и формирование ответа. Схематически это можно представить следующим образом.

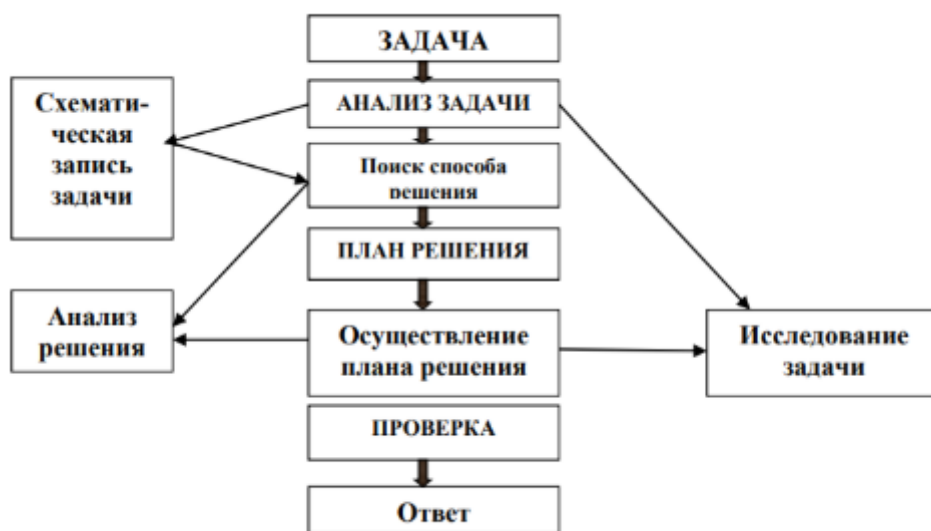


Рисунок 1 – Схема анализа задачи

В реальном учебном процессе не все этапы, представленные в таблице, всегда исполняются в полной мере.

Основные задачи первого этапа (анализ задачи) – понять смысл задачи, выделить условия и требования, назвать неизвестные и известные объекты, выделить все отношения между ними.

Задачи второго этапа (поиск способа решения) – уловить связь между данными и исходными объектами, сориентировать последовательность действий. Для разбора задачи могут быть использованы следующие традиционные методы:

- разбор от вопроса;
- разбор от числовых данных.

Разбор задачи от вопроса – смысл данного метода состоит в том, чтобы, задавая себе вопрос: «Как я могу найти то, что мне необходимо?», прийти до известных величин.

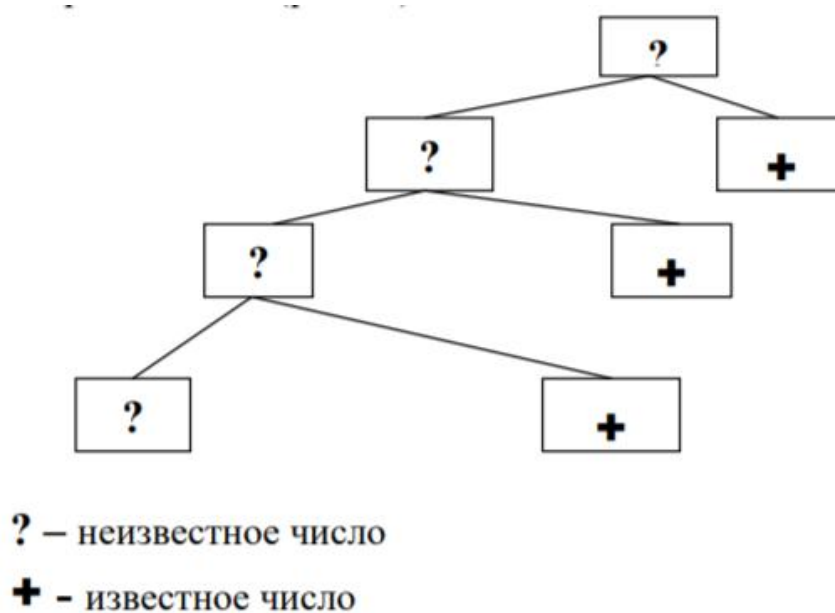


Рисунок 2 – Схема разбора задачи

В результате разбора задачи данным методом учащиеся учатся находить связь между неизвестными и известными величинами.

Разбор задачи от числовых данных состоит в том, чтобы, задавая вопрос: «Что я могу найти, зная эти величины?», за один или несколько действий прийти до главного вопроса задачи.

В методической литературе разбор задачи от числовых данных называется «системным методом», а разбор задачи от вопроса – «аналитическим методом». Оба метода являются анализом условия задачи, поскольку они направлены на разбиение главной задачи на более простые.

1. Главной сложностью в решении задач является перевод текстовой задачи с естественного языка на математический. Чтобы облегчить данный процесс существуют различные вспомогательные модели. [11]

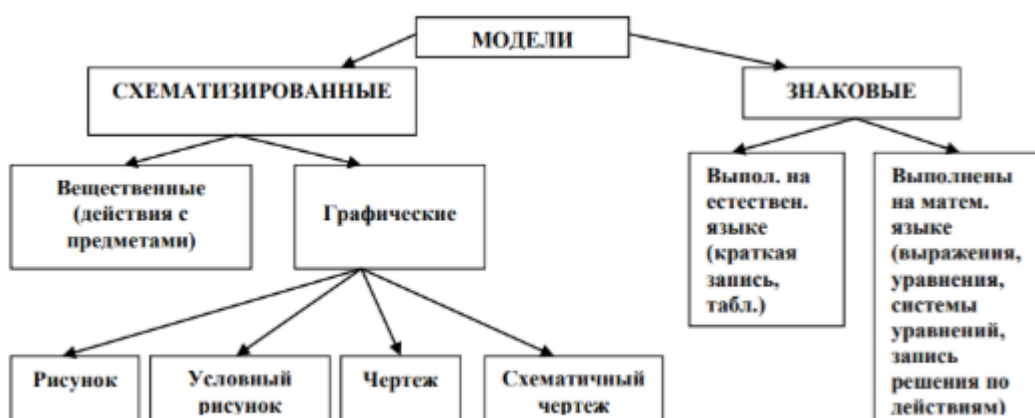


Рисунок 3 – Классификация вспомогательных моделей.

2. Задача третьего этапа (осуществление плана решения задачи) - найти ответ на вопрос задачи, выполнить все действия, продуманные в предыдущем этапе. [13]

Для текстовых задач, решаемых арифметическим способом, применяются следующие приемы:

- запись по действиям;
- запись в виде выражения.

Задача четвертого этапа (проверка решения задачи) – определить правильность или ошибочность выполненного решения.

Некоторые примы, помогающие установить верность решения задачи:

- установление соответствия между результатом и условиями задачи;
- решение задачи способом, отличающимся от изначального;
- составление обратной задачи.

Хочется отметить, что решение задачи — это достаточно творческий процесс. Задача учителя организовать и направить этот процесс. При этом необходимо стимулировать и поощрять поиски не только одного метода решения, но и нескольких, а также правильно оценивать оптимальность и эффективность.

1.4 Задачи на составление уравнений в составе ОГЭ

В основном государственном экзамене (ОГЭ) одним из заданий, где нужно непосредственно самому ученику составить уравнение при решении задачи является задание №21 входящего в состав второй части экзамена.

Рассмотрим критерии к оформлению задания №21 основного государственного экзамена по нормам ФИПИ:

- 1) решение должно быть:
 - a) математически грамотным;
 - b) завершённым;
 - c) с понятным ходом рассуждений (возможна краткая запись без подробного описания);
 - d) с содержанием всех основных шагов решения;
 - e) без неверных утверждений.
- 2) баллы не снижаются за:
 - a) описки (не влияющие на ход решения и ответ);
 - b) неточности в терминологии и обозначениях;
 - c) избыточное рассуждение;
 - d) рассуждения без доказательств и являющихся общепринятыми (Например: утверждение о подобии треугольников по трём углам);
 - e) отсутствие комментариев к составлению уравнения;
 - f) отсутствие ограничений на переменные, если это явно прописано в условии задачи.

Если решение задания удовлетворяет этим требованиям, то за него следует выставить 2 балла.

1 балл выставляется в случае, если эксперт делает вывод, что задача решена, но не доведена до правильного численного результата или допущена незначительная вычислительная ошибка (не влияющая на ход решения, или имеются несущественные недостатки).

0 баллов начисляется экзаменуемому в случае, если:

- 1) решение отсутствует;
- 2) решение не структурировано (состоит из фрагментных записей);
- 3) содержит существенную математическую ошибку;
- 4) незначительная описка или ошибка привели к изменению задачи.

Задачи на составление уравнений в составе ОГЭ делятся на следующие виды:

- движение по прямой;
- движение по окружности;
- средняя скорость;
- движение протяженных тел;
- движение по воде;
- проценты;
- работа.

Примеры заданий из экзаменов в разные годы.

2025 год

1) (задача на проценты) Свежие фрукты содержат 80 % воды, а высушенные фрукты содержат 14%. Сколько сухих продуктов должно получиться из 129 кг свежих фруктов?

2) (задача на движение протяженных тел) Поезд, равномерно движется со скоростью 70 км/ч, проезжает мимо пешехода, движущегося на встречу поезду параллельно путям со скоростью 5 км/ч, за 30 секунд. Найдите длину поезда в метрах.

2024 год

1) (задача на движение по прямой) Два автомобиля отправляются в 400-километровый пробег, одновременно. Второй едет со скоростью на 20 км/ч быстрее, чем первый, и прибывает к финишу на 1 час быстрее. Найдите скорость второго автомобиля.

2) (задача на трубы) Первая труба пропускает на 16 литров воды в минуту меньше, чем вторая труба. Сколько литров воды в минуту пропускает первая труба, если резервуар объемом 105 литров она заполняет на 4 минут дольше, чем вторая?

2023 год

1) (задача на движение по воде) Моторная лодка проплыла против течения реки 192 км и вернулась обратно, затратив на обратный путь на 4 часов меньше, чем на путь против течения. Чему равна скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 2 км/ч?

2) (задача на движение по прямой) Из городов М и К одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь, а второй проехал первую половину пути со скоростью, меньшей скорости первого автомобиля на 6 км/ч, а вторую половину пути со скоростью 45 км/ч, в результате чего прибыл в город К одновременно с первым автомобилистом. Найдите скорость первого автомобилиста, если известно, что она больше 35 км/ч.

1.5 Примеры ошибок в решении 21 задания ОГЭ

Пример 1. Моторная лодка прошла против течения реки 210 км и вернулась в пункт отправления, затратив на обратный путь на 4 часа меньше, чем на путь против течения. Найдите скорость лодки в неподвижной воде, если скорость течения реки равна 3 км/ч.

$$\begin{array}{l} \text{по теч.} \quad 210 \quad x+3 \quad \frac{210}{x+3} \\ \text{против теч.} \quad 210 \quad x-3 \quad \frac{210}{x-3} \end{array}$$

$$\frac{210}{x+3} - \frac{210}{x-3} = 4 \quad x+3 \neq 0 \quad x-3 \neq 0 \quad x \neq -3 \quad x \neq 3$$

$$210x - 630 - 210x + 630 = 4x^2 - 36$$

$$4x^2 = 36$$

$$x^2 = 9$$

$$x = 3 \quad \text{неверно}$$

решения нет

Рисунок 4 – решение ученика 1

Главной ошибкой, повлекшей за собой неверное решение задачи, является невнимательность или непонимание условий задачи, в результате чего экзаменуемый получил 0 баллов за решение данной задачи. В задаче было сказано, что на путь по течению реки было затрачено меньше времени, в соответствии с чем, нужно было из времени, потраченного на обратный путь, вычесть время, потраченное на первоначальный путь:

$$\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} = 4.$$

Решение задачи.

	V	t	S
По течению	$x+3$	$\frac{210}{x+3}$	210
Против течения	$x-3$	$\frac{210}{x-3}$	210
V(течения) – 3км/ч V(лодки) – x км/ч			

Пусть x – скорость лодки ($x \geq 0$), тогда составим уравнение и решим его:

$$\frac{210}{x-3} - \frac{210}{x+3} = 4;$$

$$\frac{210(x+3) - 210(x-3)}{x^2 - 3^2} = 4;$$

$$\frac{210(x+3 - x+3)}{x^2 - 3^2} = 4;$$

$$\frac{210 \cdot 6}{x^2 - 3^2} = 4;$$

$$\frac{1260}{x^2 - 3^2} = 4;$$

Перед тем, как перейти к дальнейшим преобразованиям, необходимо оговорить, что

$$x^2 - 3^2 \neq 0,$$

$$x^2 \neq 3^2,$$

$$x \neq 3, x \neq -3.$$

Тогда

$$x^2 - 3^2 = \frac{1260}{4};$$

$$x^2 - 3^2 = 315;$$

$$x^2 = 324;$$

$$x = 18, x = -18.$$

Условиям задачи удовлетворяет значение $x = 18$ км/ч.

Ответ: 18 км/ч.

Пример 2. Два велосипедиста одновременно отправляются в 224-километровый пробег. Первый едет со скоростью на 2 км/ч большей, чем второй, и прибывает к финишу на 2 часа раньше второго. Найдите скорость велосипедиста, пришедшего к финишу вторым.

Пусть скорость первого велосипедиста равна x км/ч. Тогда скорость второго велосипедиста равна $(x-2)$ км/ч. Тогда время, за которое прибудет до финиша первый велосипедист, равно $\left(\frac{224}{x}\right)$ ч. Тогда второй велосипедист прибудет до финиша за $\left(\frac{224}{(x-2)}\right)$ ч. По условию задачи известно, что первый велосипедист прибывает к финишу на 2 часа раньше.

Составим и решим уравнение:

$$\frac{224}{x-2} - \frac{224}{x} = 2$$

$$\frac{x(x-2) \cdot 224}{x-2} - \frac{x(x-2) \cdot 224}{x} = 2x(x-2)$$

$$224x - 224(x-2) = 2x(x-2)$$

$$224x - 224x + 448 = 2x^2 - 4x$$

$$-2x^2 + 4x + 448 \quad | : (-2)$$

$$x^2 - 2x - 224 = 0$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-224) = 4 + 896 = 900$$

$$x_1 = \frac{-(-2) + \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{2 + 30}{2} = 16$$

$$x_2 = \frac{-(-2) - \sqrt{900}}{2 \cdot 1} = \frac{2 - 30}{2} = -\frac{28}{2} = -14$$

Условию задачи удовлетворяет x_1 .
 Ответ: 16 км/ч.

Рисунок 5 – решение ученика 2

При решении данной задачи ученик в ходе отметил за неизвестную скорость первого велосипедиста, в то время как в ответе просили найти скорость второго велосипедиста. Я предполагаю, что ученик забыл, что за « x » он обозначил скорость, не являющуюся ответом задачи. Таким образом, он допустил ошибку, не совершив переход от скорости первого велосипедиста к скорости второго велосипедиста.

Решение задачи.

	V	t	S
--	---	---	---

1 велосипедист	x	$\frac{224}{x}$	224 км
2 велосипедист	$x - 2$	$\frac{224}{x - 2}$, на 2 ч больше 1 – го	224 км

$$\begin{aligned} \frac{224}{x - 2} - \frac{224}{x} &= 2; \\ \frac{224x - 224(x - 2)}{x(x - 2)} &= 2; \\ \frac{224x - 224x + 2 \cdot 224}{x(x - 2)} &= 2; \\ \frac{2 \cdot 224}{x(x - 2)} &= 2 \quad (x(x - 2) \neq 0); \\ x(x - 2) &= 224; \\ x^2 - 2x &= 224; \\ x^2 - 2x - 224 &= 0; \\ D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-224) &= 900 = 30^2; \\ x_1 = \frac{2+30}{2 \cdot 1} &= 16; \\ x_2 = \frac{2-30}{2 \cdot 1} &= -14. \end{aligned}$$

Условиям задачи удовлетворяет значение неизвестной равное 16 км/ч. 16 км/ч – скорость первого велосипедиста. Скорость второго велосипедиста:

$$16 - 2 = 14 \text{ км/ч}$$

Ответ: 14 км/ч.

1.6 Текстовые задачи в олимпиадах для школьников

Помимо школьной программы, уравнения часто встречаются в различных олимпиадах для школьников.

Рассмотрим олимпиаду «Покори Воробьёвы горы». Задача для 11 класса (2024 года).

5. Рыбак на катере плыл против течения реки, у моста с катера в реку упала пустая фляга. Проплыв после этого a минут против течения реки, рыбак заметил свою потерю и поплыл в обратном направлении, чтобы догнать флягу. Какова скорость течения реки, если рыбак догнал флягу в n километрах ниже по течению от моста? В ответе укажите найденное значение в километрах в час, при необходимости округлив его до двух знаков после запятой.

$$a = 20, n = 2.$$

Рисунок 6 – Условие задачи

Решение. Пусть x км/ч – скорость течения реки;

$\frac{a}{60}$ часа – рыбак догоняет флягу;

$\frac{2a}{60}$ часа – время нахождения фляги в воде;

x км/ч – скорость течения реки и скорость фляги

n км – расстояние, пройденное флягой.

Тогда

$$\frac{2a}{60} \cdot x = n.$$

Подставим известные значения, данные в задаче:

$$\frac{x \cdot 2 \cdot 20}{60} = 2,$$

$$x = 3.$$

Ответ: 3 км/ч.

Задача по своей структуре не являет повышенного уровня. Отметим главные сложности, с которыми могут столкнуться ученики при её решении.

1) Незнание того факта, что если объект потерян в воде, то время потраченное на погоню будет равно времени, прошедшему до возврата(т. к. при подсчёты скорости движения по течению реки, мы прибавляем скорость течения, а при движении против течения реки мы вычитаем из скорости лодки скорость течения реки, таким образом и получаем $v_l + v_t + v_l - v_t$, где v_l –

скорость лодки, v_t – скорость течения реки. Преобразовав выражение, получаем $2v_l$).

2) Могут забыть про необходимость перевода времени (перевод минут в часы).

3) Могут посчитать, что n – это расстояние, пройденное катером, а не флягой.

Данную задачу можно скорее отнести к обычным задачам, чем к олимпиадным. Поскольку основная идея её решения не является затруднительной для понимания.

Рассмотрим пример задачи математической олимпиады имени Леонарда Эйлера для учащихся 8 классов.

У реки живет племя Мумбо-Юмбо. Однажды со срочным известием в соседнее племя одновременно отправились молодой воин Мумбо и мудрый шаман Юмбо. Мумбо побежал со скоростью 11 км/ч к ближайшему хранилищу плотов, и затем поплыл на плоту в соседнее племя. А Юмбо, не торопясь, со скоростью 6 км/ч, пошел к другому хранилищу плотов и поплыл в соседнее племя оттуда. В итоге Юмбо приплыл раньше, чем Мумбо. Река прямолинейна, плоты плывут со скоростью течения. Эта скорость всюду одинакова и выражается целым числом км/ч, не меньшим 6. Каково наибольшее возможное её значение?

Решение. Обозначим место обитания племени Мумбо-Юмбо через O , хранилище, к которому побежал Мумбо, через M , а хранилище, к которому пошел Юмбо, через U . Очевидно, что M находится выше по течению, чем O , а U ниже. Пусть расстояния от O до M и U равны x и y км соответственно ($x < y$), скорость реки равна v км/ч. На путь от O до U Юмбо затратил $\frac{y}{6}$ часов, а Мумбо $\frac{x}{11} + \frac{(x+y)}{v}$ часов. Ясно, что в соседнее племя Юмбо приплывает раньше Мумбо тогда и только тогда, когда $\frac{y}{6} < \frac{x}{11} + \frac{(x+y)}{v}$. Так как $x < y$, из этого неравенства следует, что $\frac{y}{6} < \frac{y}{11} + \frac{(y+y)}{v}$. Сократив на y и преобразовав, получаем $v < 26.4$.

Осталось проверить, что скорость реки могла равняться 26 км/ч. Для этого в неравенстве $\frac{y}{6} < \frac{x}{11} + \frac{(x+y)}{v}$ положим $v = 26$ и равносильно преобразуем его к виду $\frac{y}{x} < \frac{111}{110}$. Последнее возможно (например, при $y = 1,12$ км, $x = 1,11$ км), что и завершает решение.

Первая сложность, с которой сталкивается ученик при решении данной задачи, это непонимание расстояния между участниками движения. Данный аспект может повлечь неправильное решение задачи. Ученику необходимо понять, что ключевым является не само расстояние, как величина, а соотношение между данными величинами. Чтобы прийти к подобному выводу необходимо представлять правильную картину событий в голове, т.е. понять, что Мумбо двигался вдоль по течению к хранилищу и расстояние, пройденное Мумбой, было меньше того, что пробежал Юмбо, и составить неравенство ($x < y$).

По мере раздумий над задачей так же можно заметить, что данная задача не решается с помощью стандартной таблицы на скорость, время и расстояние. Что так же может вызвать затруднения в решении у учащегося.

Если ученик сумел построить правильную модель происходящих действий, то записать время персонажей в пути не составит сложности. На данном этапе важно, чтобы ученик перешел к неравенству $t_{\text{Юмбо}} < t_{\text{Мумбо}}$.

Так же нужно принимать во внимание сложность работы с параметром v – скорость течения реки. Необходимо учитывать, что скорость должна быть целым числом большим или равным шести.

Для решения данной задачи необходима комбинация знаний учащегося в алгебре (решения неравенств) и логике.

Если говорить о сложности, то для базового учащегося 8 класса данная задача практически не решается, для среднего ученика очень сложная, для сильного ученика решается, для занимающегося в олимпиадном кружке стандартная.

ГЛАВА 2 НЕКОТОРЫЕ МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ШКОЛЬНИКОВ РЕШЕНИЮ ТЕКСТОВЫХ ЗАДАЧ

2.1 Технологическая карта урока для 5 класса

Предмет: Математика.

Класс: 5.

Учебник: Математика 5 класс: учеб. в 2-х ч. / Н. Я. Виленкин [и др.] ; Допущено Министерством просвещения Российской Федерации. 3-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2024.

Тема урока: Решение текстовых задач с помощью уравнений.

Тип урока: Урок совершенствования умений и навыков.

Оборудование: Компьютер, проектор, доска, презентация «Решение текстовых задач», раздаточный материал для обучающихся.

Цель урока	Формирование у обучающихся умения и навыком решения текстовых задач.
Задачи урока	<i>Дидактическая:</i> стимулировать учащихся к овладению навыками решения задач; <i>Развивающая:</i> развивать математическую грамотность учащихся, мышление, память, познавательный интерес. Продолжить формирование математической речи, вырабатывать умение анализировать и сравнивать; <i>Воспитательная:</i> воспитывать толерантность, побуждать учащихся к самоконтролю, самоанализу своей учебной деятельности.
Планируемые	<i>Личностные:</i> повышение уровня самообразования, качества знаний, решение творческих задач, формирование

результаты	<p>интереса к математике, развитие ответственности за результат работы;</p> <p>Метапредметные: развитие логического мышления, формирование умений работать с информацией;</p> <p>Предметные: умение анализировать условия задачи, выделять известные и неизвестные величины, составлять краткую запись, решать текстовые задачи.</p>
-------------------	--

Этап урока	Содержание педагогического взаимодействия		Формируемые УУД
	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	
1. Организационный этап	<p>Приветствие, проверка готовности обучающихся к началу занятия, координация внимания детей.</p> <p>Учитель: здравствуйте, ребята! Подготавливаемся к уроку, достаем тетради, учебники, письменные принадлежности.</p>	<p>Настрой на работу на уроке.</p>	<p>Коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и одноклассниками.</p> <p>Регулятивные: организация своей учебной деятельности</p> <p>Личностные: мотивация на обучение</p>
2. Актуализация знаний	<p>Узнает, все ли справились с домашним заданием, есть ли вопросы, на которые они не смогли самостоятельно найти решение. По необходимости решение некоторых заданий у доски. Собирает тетради с домашним заданием для проверки.</p> <p>Учитель:</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя.</p> <p>Сдают тетради с домашним заданием.</p>	<p>Коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и одноклассниками</p> <p>Регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Личностные: оценивание усваиваемого материала,</p>

	<p>- Все выполнили домашнее задание? У кого остались вопросы? Какие задания вам были не понятны?</p> <p>- Сейчас я соберу тетради с домашним заданием для проверки.</p>		структурирование собственных знаний.
3. Постановка цели и задачи урока. Мотивация учебной деятельности обучающихся.	<p>Предлагает посмотреть небольшой мультфильм и подумать: о чем идет речь, и чем мы будем заниматься на уроке, определить вид задачи из мультфильма.</p> <p>Учитель: давайте посмотрим видео на доске. Что вы увидели? Как вы думаете, о чем идет речь в данном мультфильме? Давайте попробуем сформулировать, что мы будем изучать на сегодняшнем уроке и попробуем поставить цель нашего урока.</p>	Просматривают видео фрагмент. Отвечают на вопросы учителя.	<p>Коммуникативные: умение вступать в диалог, учувствовать в коллективном обсуждении вопроса.</p> <p>Регулятивные: целеполагание.</p> <p>Личностные: умение правильно формулировать мысли и идеи.</p>
4. Основной этап	<p>После просмотра и обсуждения задачи раздает карточки с текстовым оформлением задачи из мультика, а также другими заданиями. (приложение 1)</p> <p>Учитель: давайте прочитаем задачу из мультика, на листочках, которые я раздала, и посмотрим, правильно ли мы с вами рассуждали, правильно ли поняли суть задачи и поставили цели</p>	Работают в паре, изучают полученные задания.	<p>Коммуникативные: умение слушать, понимать, и обрабатывать мысли других учеников.</p> <p>Регулятивные: планирование своей деятельности для достижения поставленных задач и контроль полученного материала.</p> <p>Личностные: формирование</p>

	урока.		готовности к самообразованию.
5. Физкультминутка	Сменить деятельность, обеспечить эмоциональную разгрузку учащихся (приложение 2)	Учащиеся сменили вид деятельности и снова готовы к работе.	
6. Закрепление знаний и умений	<p>Вызывает учащегося к доске для решения задачи из мультфильма (приложение1)</p> <p>Учитель: Саша, пойдем к доске, попробуем составить условия задачи и решить ее.</p> <p>Таким же образом провешиваются все задания из раздаточного материала.</p>	Один из учащихся выходит к доске для решения задачи, остальные внимательно слушают и также решают задачу.	<p>Коммуникативные: владеть устной и письменной речью, оказывать необходимую взаимопомощь.</p> <p>Регулятивные: умение анализировать правильность своих действий и вносить необходимые коррективы.</p> <p>Личностные: умение выражать свое мнение, формулировать свои мысли.</p>
7. Информация о домашнем задании	Учитель: ребята, запишите домашнее задание. Номера №2.202(а,б,в) , 2.206(а) из учебника.	Записывают домашнее задание.	Личностные: готовность и способность к выполнению школьных норм и требований.
8. Рефлексия (подведение итогов урока)	<p>Подводит итоги урока.</p> <p>Учитель:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Какие задачи у вас вызвали затруднения? - Что было самым интересным? <p>После вопросов учитель предлагает (на заранее подготовленном рисунке</p>	Отвечают на вопросы учителя и выражают свое мнение в удобном формате (устно беседуют с учителем, воздерживаются от комментариев и просто	Личностные: умение оценивать собственные достижения на уроке.

	<p>аквариума и заготовленными рыбками (приложение 3)</p> <p>Учитель: ребята я предлагаю вам выбрать рыбку в зависимости от настроения и понимания урока в целом, вы можете выразить свои эмоции с помощью рыбок:</p> <p>красная рыбка- урок не понравился (было скучно и не интересно)</p> <p>желтая рыбка – остались вопросы</p> <p>зеленая рыбка – все понравилось, было очень интересно</p>	<p>прикрепляют рыбку, соответствующую их эмоциям от урока, или выполняют оба действия)</p>	
--	--	--	--

2.2 Технологическая карта урока для 6 класса

Предмет: Алгебра.

Класс: 6.

Учебник: Математика 6 класс : учеб. в 2-х ч. / Н. Я. Виленкин [и др.] ; Допущено Министерством просвещения Российской Федерации. 3-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2024.

Тема урока: Решение текстовых задач с помощью уравнений.

Тип урока: Урок совершенствования умений и навыков.

Оборудование: Компьютер, проектор, доска, презентация «Решение текстовых задач», раздаточный материал для обучающихся.

Цель урока	Формирование у обучающихся умения и навыком решения текстовых задач.	
Задачи урока	<p>Дидактическая: закрепить навыки и умения применять алгоритмы при решении текстовых задач.</p> <p>Развивающая: способствовать развитию творческой активности учащихся; повысить познавательных интерес к предмету; развитие навыков и способностей критического мышления; развитие не только логического, но и обратного мышления, фантазии детей и из способностей рассуждать.</p> <p>Воспитательная: умение слушать и вступать в диалог; формировать внимательность и аккуратность в вычислениях; воспитывать чувство взаимопомощи; уважительное отношение к чужому мнению; требовательное отношение к себе и своей работе.</p>	
Планируемые результаты	<p>Личностные: умение работать в парах, слушать собеседника и вести диалог, аргументировать свою точку зрения.</p> <p>Метапредметные: уметь обрабатывать информацию, формировать коммуникативную компетенцию учащихся, выбирать способы решения задач в зависимости от конкретных условий, контролировать и оценивать процесс и результаты своей деятельности.</p> <p>Предметные: уметь в процессе реальной ситуации использовать навыки решения текстовых задач.</p>	
Этап урока	Содержание педагогического взаимодействия	
	Действия учителя	Действия обучающихся
Формируемые УУД		

1. Организационный этап	<p>Приветствие, проверка готовности обучающихся к началу занятия, координация внимания детей.</p> <p>Учитель: здравствуйте, ребята! Подготавливаемся к уроку, достаем тетради, учебники, письменные принадлежности.</p>	Настрой на работу на уроке.	<p>Коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и одноклассниками.</p> <p>Регулятивные: организация своей учебной деятельности</p> <p>Личностные: мотивация на обучение</p>
2. Актуализация знаний	<p>Учитель: ребята у вас на партах есть флажки двух цветов. Сейчас на слайде будут примеры. Если согласны с данным решением, то поднимаете зеленый флажок, если нет, то красный.</p> <p>$20 + 7 = 27$ (Зеленый)</p> <p>$-30 + 17 = 25$ (Красный)</p> <p>$-5 \cdot 7 = 30$ (Красный)</p> <p>$-(-28) : (-7) = 4$ (Красный)</p> <p>$(-4)^2 \cdot (-2) = -32$ (Зеленый)</p> <p>Молодцы, а теперь давайте решим уравнения:</p> <p>Вариант 1</p> <p>$24x + 8 = 15x - 100$</p> <p>Решение:</p>	Учувствуют в работе по повторению: беседа с учителем, ответы на задаваемые вопросы.	<p>Коммуникативные: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и одноклассниками.</p> <p>Регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Личностные: оценивание усваиваемого материала, структурирование собственных знаний.</p>

	$24x + 8 = 15x - 100$ $24x - 15x = -100 - 8$ $9x = -108$ $x = \frac{-108}{9}$ $x = -12$ Вариант 2 $76 - 45x = 94x - 341$ Решение: $76 - 45x = 94x - 341$ $-45x - 94x = -341 - 76$ $-139x = -417$ $x = \frac{-417}{-139}$ $x = 3$ А теперь обменяйтесь тетрадями с соседом по парте и карандашом поставьте оценку.		
3. Постановка цели и задачи урока. Мотивация учебной деятельности обучающихся.	Мотивирует учащихся, вместе с ними определяет цель урока, акцентирует внимание учащихся на значимости темы. Учитель: молодцы, теперь давайте попробуем решить задачу. В классе 33	Предлагают варианты решения задачи. Определяют тему и цели урока.	Коммуникативные: умение вступать в диалог, участвовать в обсуждении. Регулятивные: целеполагание Личностные: самоопределение

	<p>ученика, причем мальчиков на 7 меньше, чем девочек. Сколько учеников в классе мальчиков и девочек?</p> <p>Учитель соглашается с учащимися, но выделяет среди всех ответов: решение задачи с помощью уравнения, если подобный вариант был не предложен, то он предлагает его сам.</p> <p>Учитель: ребята, давайте попробуем сформулировать цель нашего урока.</p>		
4. Основной этап	<p>Учитель: ребята, я раздала вам карточки с заданиями (приложение 4). Учитель вызывает учеников к доске для решения задач.</p>	Выполняют задания учителя.	<p>Коммуникативные: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и одноклассниками.</p> <p>Регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Личностные: оценивание усваиваемого материала, структурирование собственных знаний.</p>
5. Физкультминутка	<p>Сменить деятельность, обеспечить эмоциональную разгрузку учащихся.</p> <p>(приложение 5)</p>	Учащиеся сменили вид деятельности и готовы продолжить работу.	
6. Закрепление знаний	Организует повторение основных	Отвечают на вопросы	Коммуникативные:

и умений	<p>типов задач, решаемых с помощью составления уравнений.</p> <p>Учитель: ребята, что нового вы сегодня узнали на уроке? С какими видами задач познакомились?</p>	учителя.	<p>организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и одноклассниками.</p> <p>Регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p>Личностные: оценивание усваиваемого материала, структурирование собственных знаний.</p>
7. Информация о домашнем задании	Учитель: откройте дневники и запишите домашнее задание. № 5.102, №5.105	Записывают домашнее задание	Личностные: готовность и способность к выполнению школьных норм и требований.
8. Рефлексия (подведение итогов урока)	<p>Подводит итоги работы групп и класса в целом.</p> <p>Учитель: на доске вы ведете 3 смайлика. Один красный, один желтый, один зеленый. Возьмите ручку и внутри смайлика, соответствующего вашему настроению во время урока, напишите, какие эмоции вы испытали во время урока. (приложение 6)</p>	Сдают карточки с само оцениванием.	<p>Регулятивные: оценивание собственной деятельности на уроке.</p> <p>Личностные: формирование позитивной самооценки.</p>

2.3 Памятка для подготовки к решению 21 задания из ОГЭ



Рисунок 7 - Памятка для подготовки к решению 21 задания из ОГЭ

В данной схеме описан план действий, который поможет ученикам в решении задач, решаемых с помощью уравнений.

На первом этапе необходимо внимательно прочитать условия задачи и понять, о чем идет речь. Как один из методов самопроверки может быть вопрос: могу ли я переформулировать данную задачу так, чтобы не потерялся ее смысл?

На втором этапе необходимо определить тип задачи (движение, взвешивание и т.п.). Данный этап плавно перетекает в следующий.

На нем в зависимости от предыдущего этапа выбирается наиболее удобная схема записи задачи, которая поможет лучше понять условия и правильно составить уравнение для дальнейшего решения задач.

Некоторые примеры кратких записей:

1) для задач на движение

а) таблица

	V	t	S
1 поезд	$x+y$	2	$2(x+y)$
2 поезд	$x-y$	3,5	$3,5(x-y)$

б) «отрезок»

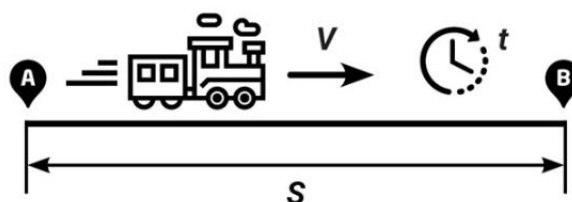


Рисунок 8 – Иллюстрация к условию задачи

2) нахождение величин по их отношению и изменению

1 мешок - x , в 4 раза м.

2 мешок - y

$$x - 40(1 \text{ мешок}) = y + 5(2 \text{ мешок})$$

На четвертом этапе, после оформления краткой записи необходимо определить, сколько переменных имеется в задачи. В зависимости от данного числа выбирается тип решения задачи: решение уравнения с одной переменной или решение системы уравнений.

Одной из самых важных частей является проверка результата. Соответствует ли полученное значение тому, которое подразумевается в задаче под неизвестным, логичен ли ответ (пример: в задаче про количество яблок ответ не может быть равен 3,5. Ответ в данной задаче не может быть не целым числом).

Если полученный результат не является ответом на заданный вопрос задачи, значит необходимо провести дополнительные вычисления. Если ответ не логичен, то необходимо проверить ход решения задачи, не допущена ли в процессе решения ошибка. Так же можно попробовать решить задачу другим способом.

После ответа на поставленные перед собой вопросы, и проверку значения необходимо записать получившийся результат в ответ.

2.4. Итоги апробации урока (по технологической карте 2.2.)

Урок математики по теме «Решение текстовых задач» был проведен в соответствии с требованиями ФГОС.

Структура урока была логичной и последовательной, все этапы были взаимосвязаны и направлены на достижение поставленных целей. На организационном этапе удалось создать рабочую атмосферу, настроить учащихся на продуктивную деятельность.

Этап актуализации знаний был реализован с использованием интерактивного приема «сигнальные флажки», что позволило вовлечь всех обучающихся в работу, а также проверить уровень усвоения ранее изученного материала учащимися, и развить у школьников навыки самоконтроля.

На этапе постановки цели учащиеся были включены в процесс формирования темы и задач урока через проблемную ситуацию. Это повысило их мотивацию и осознанность учебной деятельности.

Основной этап урока был направлен на практическое применение знаний. Задачи в формате мультфильмов, которые они еще часто сами смотрят, вызвали заинтересованность у обучающихся, что так же помогло в повышении мотивации и интереса к уроку. Помимо этого, работа школьников у доски способствовала развитию самостоятельности, логического мышления и коммуникативных навыков. Шестиклассники проявляли активность, умение рассуждать и аргументировать свои решения.

Проведение физкультминутки позволило школьникам снять напряжение и поддержать работоспособность класса.

На этапе закрепления знаний обобщающиеся обобщили полученные знания, смогли выделить основные способы решения задач, что свидетельствует о достижении поставленной цели.

Рефлексию была организована в доступной и понятной форме, что позволило учащимся оценить своё эмоциональное состояние и результаты работы на уроке.

В ходе урока были реализованы личностные, метапредметные и предметные результаты. Школьники продемонстрировали умение учувствовать в диалоге, применять знания в практических ситуациях.

В целом урок я считаю эффективным: поставленные цели достигнуты, задачи реализованы, учащиеся активно включились в работу и показали положительную динамику в освоении материала.

2.5. Отзыв учителя на урок

Учитель присутствовал и наблюдал за ходом урока. По окончании урока был проведен разбор урока с учителем с целью выявления, как положительных моментов, так и недостатков в ходе урока. Учитель отметил соответствие

выполнения всех необходимых этапов урока, интерактивность актуализации знаний, оригинальность задач, присутствие интересной, интерактивной рефлексии.

Так же были и замечания в технологической карте. На раздаточном материале (Задачи) не было задач повышенной сложности для детей, которые самостоятельно решают задания быстрее остальных. Во время урока это не вызвало затруднений по причине достаточного количества задач, но в своей работе я учла данное замечание учителя и добавила задачу со звездочкой (*).

Общее впечатление учителя от урока было положительным, прием повышения мотивации через адаптированные задачи вызвал наибольший интерес. Дети так же положительно отзывались о проведенном уроке, что показала рефлексия и комментарии учеников после урока.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения работы была рассмотрена тема «Задачи на составление уравнений в школьном курсе математики», имеющая важное значение, как для формирования математической грамотности учащихся, так и для развития их логического мышления.

В теоретической части работы был проведен анализ истории возникновения уравнений, а также изучены особенности их изучения в школьном курсе математики на разных этапах обучения. Рассмотрены основные виды уравнений, с которыми знакомятся учащиеся, и показана постепенность усложнения материала в зависимости от класса. Особое внимание было уделено анализу школьных учебников и требованиям ФГОС.

Так же были выделены основные этапы работы над текстовой задачей и рассмотрены методы ее анализа, что позволило определить ключевые трудности, с которыми сталкиваются учащиеся при переводе условия задачи на математический язык. Отдельно проанализированы задачи ОГЭ, в частности задание №21, а также типичные ошибки учащихся при его выполнении.

Практическая часть работы включала разработку технологических карт уроков, направленных на формирование навыков решения текстовых задач с помощью уравнений. В ходе апробации уроков было установлено, что использование разнообразных методических приемов, в том числе интерактивных форм работы, способствует повышению мотивации учащихся и улучшению качества усвоения материала.

Результаты проведенного исследования показали, что систематическая работа с задачами на составление уравнений, использование наглядных моделей, а также организация деятельности учащихся с учетом их уровня подготовки позволяют значительно повысить эффективность обучения.

Таким образом, поставленные цели и задачи работы были достигнуты. Полученные результаты могут быть использованы в практике преподавания

математики в основной школе, а также при подготовке учащихся к основному государственному экзамену.

Список используемой литературы

1. Глейзер Г. И. История математики в школе : учеб. пособие для учителей. М. : Просвещение, 1981. 239 с.
2. Колягин, Ю. М. Задачи в обучении математике. М.: Просвещение, 1977. 110 с.
3. Математика. Алгебра 7 класс : учеб. / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского, 16-е изд., стер. М. : Просвещение, 2024. 255 с.
4. Математика. Алгебра 8 класс : учеб. / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского, 17-е изд., стер. М. : Просвещение, 2024. 319 с.
5. Математика. Алгебра 9 класс : учеб. / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского 15-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2023. 255 с.
6. Математика 5 класс : учеб. в 2-х ч. / Н. Я. Виленкин [и др.] ; Допущено Министерством просвещения Российской Федерации. 3-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2024.
7. Математика 6 класс : учеб. в 2-х ч. / Н. Я. Виленкин [и др.] ; Допущено Министерством просвещения Российской Федерации. 3-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2024.
8. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика: Учеб. пособие для студентов педагогических институтов по физико-математическим специальностям/ Блох. А. Я [и др.]; Сост. В. И. Мишин: М. : Просвещение, 1987. 416 с:
9. Митенева С. Ф. Развитие творческих способностей учащихся в процессе решения нестандартных задач по математике: монография. Вологда, 2008. 150 с.
10. Митенева С. Ф. Роль математики в развитии логического мышления школьников // В сборнике: Современные вопросы науки и образования –XXI век». Часть 5. Тамбов, 2012. С.93-94
11. Стойлова Л. П. Математика: учебник для студ. высш. пед. учеб. заведений. М. : Издательный центр «Академия», 1999. 424 с.

12. Федеральная служба по надзору в сфере образования и науки. URL:<https://fipi.ru/#submenu:oge>. Для предметных комиссий субъектов РФ (дата обращения: 16.12.2026).
13. Фридман Л. М., Турецкий Е. Н. Как научиться решать задачи: пособие для учащихся. М. : Просвещение, 1984. 175 с.
14. Фридман Л. М. Психолого – педагогические основы обучения математике в школе: Кн. для учителей. М. : Просвещение, 1983. 192 с.
15. Фридман Л. М. Сюжетные задачи по математике. История, теория, методика. Учебное пособие для учителей и студентов педвузов и колледжей. М. : Школьная Пресса, 2002. 208 с.
16. Ященко И. В. ОГЭ. Математика: типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов. М. : Издательство «Национальное образование», 2026. 215 с

Задание 1(мультик)

Мама с дочкой набрали вишню, из 6 килограмм вишни они приготовили варенье. Мама решила собрать еще вишни, и принесла еще 7 килограммов вишни, после чего в корзине оказалось 15 килограммов. Сколько вишни было собрано изначально?



Рисунок 9 – Мама с дочкой собирают вишню



Рисунок 10 – Мама с дочкой занесли корзину с вишней и пересыпают ее в более удобную миску



Рисунок 11 – мама с дочкой взвешивают вишню



Рисунок 12 – Мама с дочкой варят варенье



Рисунок 13 – Мама с дочкой взвешивают вишню

Ссылка на видео: https://vkvideo.ru/video458194810_456239931

Задание 2

В трёх автобусах 195 пассажиров, причем в первом автобусе на 8 пассажиров больше, чем во втором, и на 5 меньше, чем в третьем. Сколько пассажиров в каждом автобусе?

Задание 3

Катя придумала число, умножила его на 3 и к произведению прибавила 12. В результате она получила 81. Какое число придумала Катя?

Задание 4

В двух залах кинотеатра 655 места. Сколько мест в малом зале, если известно, что в нём в 5 раз меньше мест, чем в большом зале?

Задание 5

В школе 2529 учащихся. Сколько учащихся в начальных, средних и старших классах, если в средних классах их в 3 раза меньше, чем в младших, и в 2 раза меньше, чем в старших

Физкульт минутка

Вариант 1: Включается небольшое видео, в котором показаны действия, которые ребятам необходимо повторять, учитель вместе с детьми выполняет задания. Например: крутят кистью перед собой, переминаются с ноги на ногу, и т.п. Вставки из видео:



Рисунок 14 – Иллюстрация к физкультминутке



Рисунок 15 - Иллюстрация к физкультминутке

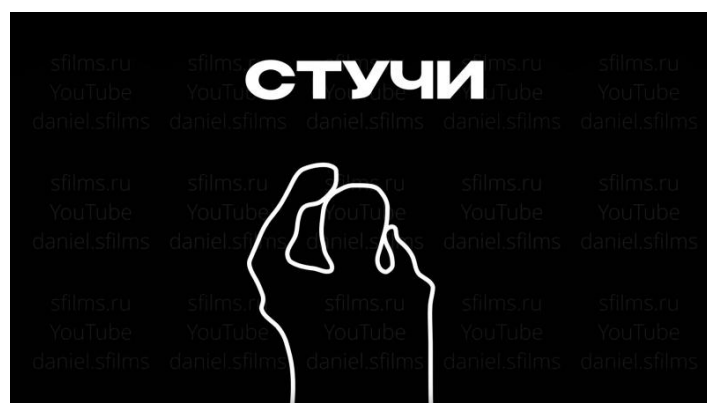


Рисунок 16 - Иллюстрация к физкультминутке

Ссылка на видео: <https://yandex.ru/video/preview/8994528141244218752>

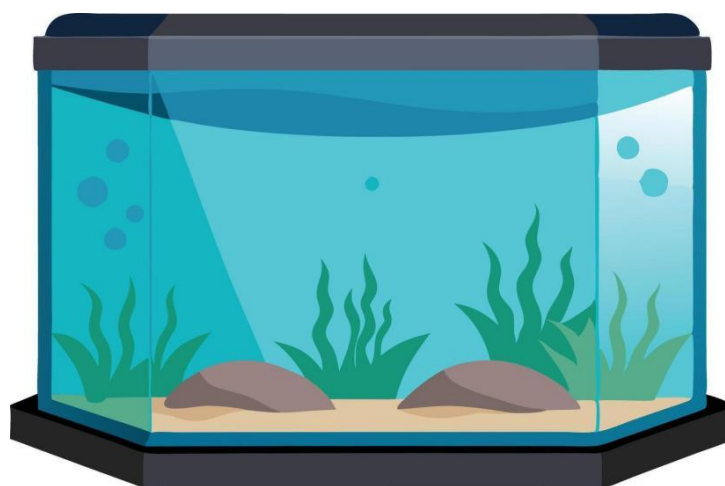


Рисунок 17 – Аквариум для рыбок

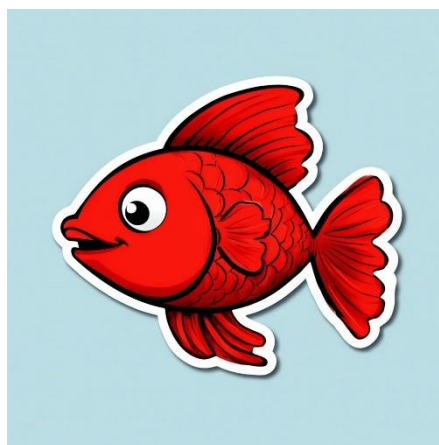


Рисунок 18 – Красная рыбка

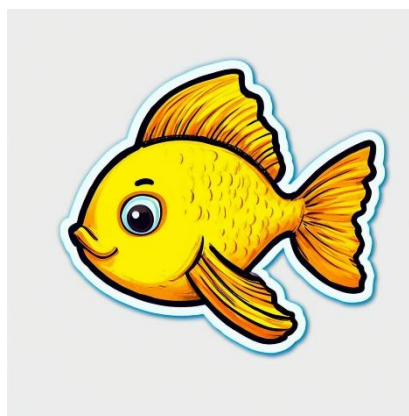


Рисунок 19 – Желтая рыбка



Рисунок 20 – Зеленая рыбка

Задача 1

Олаф решил узнать имена маленьких снеговиков, он выяснил, что трех зовут «снежок», что на три больше, чем с именем «кружок». Снеговиков с именем «кружок» в 9 раз больше, чем с именем «снежинка», и в 4 раза меньше, чем с именем «фонарик». Сколько всего снеговиков?



Рисунок 21 – Рисунок к задаче 1

Задача 2

Дружок, Тимоха, Гена и Малыш решили проверить, кто больше раз попадет мячом в ворота. Дружок попал в 3 раза больше, чем Гена, Тимоха попал на 10 раз больше, чем Гена, а Малыш в 4 раза меньше, чем Тимоха. Сколько раз забил Дружок, если все вместе они попали в ворота 107 раз?



Рисунок 22 – Рисунок к задаче 2

Задача 3

От Бараша до Ёжика Крош едет 3 часа. Если он увеличит скорость на 15 км/ч, то ему потребуется 2,4 часа. Определите скорость Кроша и расстояние между домами Бараша и Ёжика.



Рисунок 23 – Рисунок к задаче 3

Задача 4

Чебурашка на лодке отправился по течению реки за апельсинами. За 2 часа он добрался до апельсинов и направился обратно, потратив на дорогу 3 часа. Найдите скорость лодки, если скорость течения реки 2 км/ч.



Рисунок 24 – Рисунок к задаче 4

Задание 5

У Джуди было 900 рублей, а у Ника 630 рублей. После того, как Джуди купила 8 конфет, а Ник купил 5 таких же конфет, денег у них стало поровну. Сколько стоит одна конфета?



Рисунок 25 – Рисунок к задаче 5

Задание 6 * ((*) – задача для учеников, решающих быстрее остальных, для самостоятельного решения).

Кеша позвонил Лисичке в 3 раза больше, чем Тучка. Соня позвонила Лисичке в 5 раз больше, чем Тучка. А Саня сделал Лисичке на 5 звонков больше, чем Тучка. Сколько раз звонил каждый персонаж, если вместе они звонили 35 раз?



Рисунок 26 – Рисунок к задаче 6

Приложение 5

Учитель: ребята, давайте встанем со своих мест и разомнем свои руки и ноги. Исходное положение - основная стойка. На счёт «раз» - руки за голову, локти широко развести, голова наклонена назад. На счёт «два» - локти подаются вперед. На счёт «три» - руки расслабленно опускаются вниз. На счёт «четыре» - принять исходное положение.

Упражнение в медленном темпе повторяется 4-6 раз.

Рефлексия:



Рисунок 27 - Рисунок к рефлексии

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра «Математическое
образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой

«12» 09 2025 г.
Паньженский В.И. Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Сухаревой Марины Сергеевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Задачи на составление уравнений в школьном курсе»

Утверждена приказом по Университету от «25.09» 20 25 г. № 1103/0

Срок сдачи студентом законченной работы «15» 05 20 26 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов:	Сроки выполнения этапов	Примечания
1	Изучение и анализ литературы по теме исследования.	Ноябрь – декабрь 2025 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>
2	Изучение истории возникновения уравнений	Январь 2026 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>
3	Анализ места задач на составление уравнений в составе основного государственного экзамена (ОГЭ).	Февраль – март 2026 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>
4	Анализ методики изучения решения задач с помощью составления уравнений.	Март – апрель 2026 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>
5	Разработка технологических карт урока по теме: «Задачи на составление уравнений»	Апрель 2026 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>
6	Оформление библиографического списка и приложений	Май 2026 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>
7	Оформление работы, подготовка презентации и выступления	Май – июнь 2026 г.	Выполнено <i>Декабрь</i>

Дата выдачи задания «11» 09 2025 г.

Руководитель *Николаева* Никитина О. Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению
Евдокимов Сухарева Мария Сергеевна
(подпись) (Ф.И.О.)

И.о. ректора Пензенского
государственного университета
Васину С.М.

студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения

Сухарева Марина
Сергеевна

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Сухарева Мрина Сергеевна,
Ф.И.О. студента

студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Задачи на составление уравнений в школьном курсе», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.



ПОДПИСЬ

02.05.2026

ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 02.05.2026
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  Гликишина О.Г.
ПОДПИСЬ И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ»
выпускной квалификационной работы на тему «Задачи на составление
уравнений в школьном курсе» студентки 4 курса Сухаревой Марины
Сергеевны
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование» профиля
подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Никитина Ольга Геннадьевна



Отчет предоставлен сервисом
«Антиплагиат» - <http://onugu.antiplagiat.ru>



Отчет о проверке

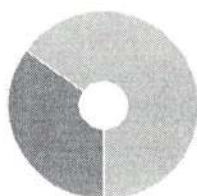
Автор: Сухарева Марина Сергеевна

Название документа: Задачи на составление уравнений в школьном курсе

Проверяющий: Никитина Ольга Геннадьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования "Пензенский государственный
университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
35,19%

Оригинальность:
64,81%

ИИ-контент:
0%

Цитирование:
0%

Самоцитирование:
0%

1 «Совпадения», «Цитирование», «Самоцитирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

1 Проверено: 90,48% текста документа, исключено из проверки: 9,52% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Титульный лист, Содержание, Библиография, Таблицы

- **Совпадения** — фрагменты проверяемого текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самоцитированию. Показатель «Совпадения» — это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к совпадениям, в общем объеме текста.
- **Самоцитирование** — фрагменты проверяемого текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа. Показатель «Самоцитирования» — это доля фрагментов текста, отнесенных к самоцитированию, в общем объеме текста.
- **Цитирование** — фрагменты проверяемого текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированию относятся также шаблонные фразы; библиография; фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант: нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирования» — это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- **Текстовое пересечение** — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
- **Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
- **Оригинальный текст** — фрагменты проверяемого текста, не обнаруженные ни в одном источнике и не отмеченные ни одним из модулей поиска. Показатель «Оригинальности» — это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к оригинальному тексту, в общем объеме текста.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые совпадения проверяемого документа с проиндексированными в системе источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности совпадений или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 132

Тип документа: Выпускная квалификационная работа

Дата проверки: 02.05.2026 15:08:49

Дата корректировки: Нет

Количество страниц: 51

Символов в тексте: 59369

Слов в тексте: 6804

Число предложений: 2245

02.05.2026
ДД.ММ.ГГГГ.

подпись

Никитина О.Г.
Ф.И.О. руководителя ВКР

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Задачи на составление уравнений в школьном курсе»
студентки Сухаревой Марины Сергеевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 22ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Сухаревой Марины Сергеевны посвящена вопросам изучения задач на составление уравнений в школьном курсе математики.

Актуальность темы исследования обусловлена тем, что задачи на составление уравнений занимают важное место в школьном курсе математики. При этом практика показывает, что именно данный тип задач вызывает у учащихся наибольшие затруднения, связанные с анализом условия, построением математической модели и выбором способа решения. Это определяет необходимость поиска эффективных методических подходов к обучению решению подобных задач.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, основной части, заключения, списка использованных источников и приложений.

Основная часть состоит из двух глав. В первой части рассмотрены исторические факты возникновения уравнений, место задач на составление уравнений в школьном курсе математики. Был осуществлен анализ школьных учебников и типичных ошибок учащихся при выполнении 21 задания ОГЭ и олимпиадных задач.

Во второй главе были разработаны технологические карты уроков по теме «Решение задач с помощью уравнений», а также проведен анализ апробации одного из уроков.

Работа Сухаревой М.С. является самостоятельным исследованием. Практическая значимость заключается в возможности использования полученных результатов при работе в школе, так как были разработаны технологические карты уроков и методические рекомендации, направленные на повышение эффективности обучения решению текстовых задач с помощью уравнений.

Выпускная квалификационная работа Сухаревой Марины Сергеевны заслуживает оценки «отлично».

Руководитель ВКР Никитина Ольга Геннадьевна, доцент кафедры
«Математическое образование», к.ф.-м.н. 