

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Математика и суперкомпьютерное моделирование»

Курсовая работа

по дисциплине: «Уравнения с частными производными»

на тему: «Распределение ТЕ-волн в диэлектрическом слое»

Направление подготовки—01.03.01 Математика

Профиль подготовки—Вычислительная математика и компьютерные
науки

Выполнил студент: Яковлева А. Д.

Группа: 19ВМ1

Руководитель: к.ф-м.н., доцент Смолькин Е.Ю.

Работа защищена с оценкой:_____

Преподаватель:_____

Дата защиты:_____

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

«УТВЕРЖДАЮ»

Зав. кафедрой МиСМ

_____Смирнов Ю.Г.

ЗАДАНИЕ

на курсовую работу по дисциплине

«Уравнения с частными производными»

На тему: «Распределение ТЕ-волн в диэлектрическом слое»

- 1)Рассмотрим задачу распространения ТЕ-поляризованных электромагнитных волн в диэлектрическом слое.
- 2)Предложим численный метод расчета постоянных распространения таких волн.
- 3)Произведём ряд численных экспериментов со слоем, заполненным диэлектриком с поглощением.
- 4)Проведём классификацию волн, существующих в исследуемой структуре.

Руководитель работы к. ф.-м. н., доцент

Смолькин Е.Ю.

СОДЕРЖАНИЕ

1. Введение	4
2. Постановка задачи	6
3. Численный метод	13
4. Численные результаты	20
5. Заключение	21
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ	22

ВВЕДЕНИЕ

Очень многие области науки и техники связаны с волновыми процессами. При исследовании особенностей распространения волн в различных средах приходится решать большое количество различных задач. Для объяснения волновых процессов потребовалось привлечение многих математических понятий и методов. В настоящее время теория волновых процессов вполне определилась как дисциплина, посвященная изучению общих закономерностей распространения волн различной природы в различных средах.

Задачей физики диэлектриков прежде всего является установление закономерностей и создание теории взаимодействия электромагнитного поля и вещества, на основе которой можно не только объяснять сами явления этого взаимодействия, но и прогнозировать свойства и поведение диэлектриков при изменении параметров состояния, а также разрабатывать различные материалы с заранее заданными свойствами.

Термин «диэлектрик» впервые ввел М. Фарадей в 1837 для характеристики веществ, в которые проникает электрическое (электромагнитное) поле. Чаще всего под диэлектриками понимают вещества, через которые в идеальном случае не проходит, а на практике плохо проходит электрический ток. Электрические свойства диэлектриков определяются их способностью к поляризации во внешнем электрическом поле. Исследование диэлектрических свойств касается хранения и рассеивания электрической и магнитной энергии в материалах. Понятие «диэлектрик» важно для объяснения различных явлений в электронике, оптике, физике твердого тела и клеточной биофизике.

Диэлектрический слой - покрытие, состоящее из нескольких диэлектрических материалов-слоев, в котором интерференционные свойства структуры, составленной из материалов с различными показателями отражения, используются для отражения, пропускания или поглощения в различных диапазонах длин волн. Диэлектрический слой - понятие, относящееся к структурам, состоящим из более чем четырех слоев диэлектрика или композиционных слоев в структуре диэлектрик - металл. Фактически диэлектрический слой является самым простым волноводом (с геометрической точки зрения).

Диэлектрический волновод - стержень из диэлектрика или канал внутри диэлектрической среды, вдоль которых могут распространяться направляемые ими электромагнитные волны. В

диапазоне сантиметровых и миллиметровых волн диэлектрический волновод обычно применяют в качестве коротких трактов, связывающих отдельные функциональные элементы установок (например, для подвода электромагнитной энергии к излучателям - антеннам).

Форма диэлектрического волновода может быть произвольной, но наиболее часто изготавливают диэлектрические волноводы круглого, эллиптического и прямоугольного сечений. Многие диэлектрические волноводы, особенно это характерно для применяемых в волоконной оптике световодов, имеют неоднородную по поперечному сечению диэлектрическую проницаемость, как правило, монотонно убывающую от центральной оси к периферии. Диэлектрические волноводы встречаются и в природных условиях благодаря возникновению естественного неоднородного профиля диэлектрической проницаемости, например, из-за неоднородности распределения концентрации плазмы в ионосфере, что обеспечивает сверхдальнее распространение радиоволн с малым ослаблением сигнала. При облучении нелинейного диэлектрика или плазмы мощными электромагнитными волнами внутри этих сред могут образовываться самоподдерживающиеся диэлектрические волноводы, но они не обладают достаточным запасом устойчивости и их трудно использовать для направленной передачи энергии.

Важный класс существенно векторных электродинамических задач – это задачи о распространении волн в волноведущих структурах. В курсовой работе изучаются процессы распространения комплексных волн в диэлектрике с поглощением. Актуальной задачей при изучении волноводов является классификация волн, существующих в структуре.

В теоретической части работы я расскажу об основных понятиях и определениях, связанных с распространением электромагнитных волн, ТЕ-волн, с уравнениями Максвелла, дифференциальными уравнениями, методом пристрелки.

В практической части будет рассмотрен численный метод расчета постоянных распространения ТЕ-поляризованных волн в слое, заполненном диэлектриком с поглощением. Расчеты будут произведены на разных частотах. В итоге курсовой работы будут найдены: комплексные и распространяющиеся вытекающие волны, комплексные и распространяющиеся поверхностные волны.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Рассмотрим трехмерное пространство $\mathbb{R}^3$, с декартовой системой координат $Oxyz$ и заполненное изотропной средой без источников, имеющей диэлектрическую проницаемость $\varepsilon_c \varepsilon_0 \equiv \text{const}$ и магнитную проницаемость $\mu_0 \equiv \text{const}$, где ε_0 и μ_0 - диэлектрическая и магнитная проницаемости вакуума. Мы рассматриваем электромагнитные волны, распространяющиеся через слой

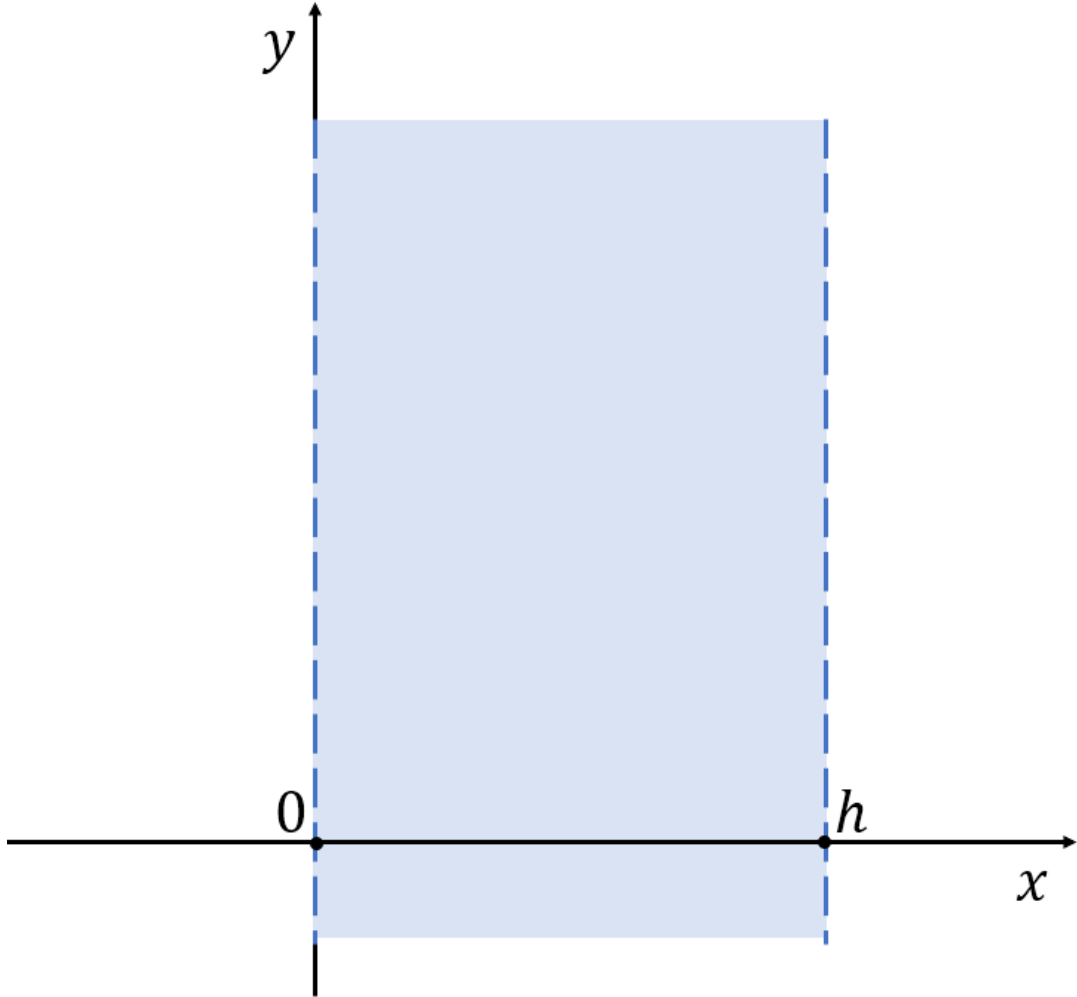


Рис. 1. Геометрия задачи. Слой. Граница $x = 0$ и $x = h$ - проекция диэлектрической поверхности.

Мы предполагаем, что поля гармонически зависят от времени как $e^{-i\omega t}$, где $\omega > 0$ - круговая частота. Будем рассматривать электромагнитные поля вида

$$\begin{aligned}\mathbf{E} &= (E_x(x)e^{i\gamma z}, E_y(x)e^{i\gamma z}, E_z(x)e^{i\gamma z}), \\ \mathbf{H} &= (H_x(x)e^{i\gamma z}, H_y(x)e^{i\gamma z}, H_z(x)e^{i\gamma z}),\end{aligned}$$

где γ - неизвестный комплексный (спектральный) параметр.

Определение ТЕ-поляризованных волн сводится к нахождению нетривиальных решений системы уравнений Максвелла зависящих от координаты z , вдоль которой структура регулярна, в виде $e^{i\gamma z}$,

$$\begin{cases} \nabla \times \mathbf{H} = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}\mathbf{E}, \\ \nabla \times \mathbf{E} = i\omega\mu_0\mathbf{H}, \end{cases} \quad (1)$$

$$\mathbf{E} = (E_x, E_y, E_z)e^{i\gamma z}, \quad \mathbf{H} = (H_x, H_y, H_z)e^{i\gamma z},$$

где

$$\begin{aligned}E_x &= E_x(x, y, z), \quad E_y = E_y(x, y, z), \quad E_z = E_z(x, y, z), \\ H_x &= H_x(x, y, z), \quad H_y = H_y(x, y, z), \quad H_z = H_z(x, y, z).\end{aligned}$$

Выпишем систему (1) в развернутом виде:

$$\begin{cases} (H_z)'_y - (H_y)'_z = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_x, \\ (H_x)'_z - (H_z)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_y, \\ (H_y)'_x - (H_x)'_y = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_z, \\ (E_z)'_y - (E_y)'_z = i\omega\mu_0H_x, \\ (E_x)'_z - (E_z)'_x = i\omega\mu_0H_y, \\ (E_y)'_x - (E_x)'_y = i\omega\mu_0H_z. \end{cases} \quad (2)$$

В рассматриваемом случае все производные по y обращаются в нуль. Это следует из предположения, что в положительном и отрицательном направлениях оси y волновод (слой) не ограничен, т.е. распределение полей мод в направлении оси y однородно. Тогда система (2) примет вид:

$$\begin{cases} (H_y)'_z = i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_x, \\ (H_x)'_z - (H_z)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_y, \\ (H_y)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_z, \\ (E_y)'_z = -i\omega\mu_0H_x, \\ (E_x)'_z - (E_z)'_x = i\omega\mu_0H_y, \\ (E_y)'_x = i\omega\mu_0H_z. \end{cases} \quad (3)$$

Поскольку производные по y обращаются в нуль, значит, соответствующие функции от y не зависят. Из первой группы уравнений системы (2) видно, что H_z и H_x не зависят от y , тогда и E_y не зависит от y . Из второй группы уравнений системы (2) видно, что E_z и E_x не зависят от y , тогда и H_y не зависит от y .

Перегруппируем уравнения системы (3) таким образом:

$$\begin{cases} (H_y)'_z = i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_x, \\ (E_x)'_z - (E_z)'_x = i\omega\mu_0H_y, \\ (H_y)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_z, \end{cases} \quad (4)$$

$$\begin{cases} (E_y)'_z = -i\omega\mu_0H_x, \\ (H_x)'_z - (H_z)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_y, \\ (E_y)'_x = i\omega\mu_0H_z. \end{cases} \quad (5)$$

Видно, что исходная система (1) распалась на две независимые друг от друга системы (4), (5).

Система

$$\begin{cases} (H_y)'_z = i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_x, \\ (E_x)'_z - (E_z)'_x = i\omega\mu_0H_y, \\ (H_y)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_z, \end{cases}$$

возникает из системы (1), если поля $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ имеют вид:

$$\mathbf{E} = (E_x, 0, E_z)e^{i\gamma z}, \quad \mathbf{H} = (0, H_y, 0)e^{i\gamma z}. \quad (6)$$

Система

$$\begin{cases} (E_y)'_z = -i\omega\mu_0H_x, \\ (H_x)'_z - (H_z)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_y, \\ (E_y)'_x = i\omega\mu_0H_z. \end{cases}$$

возникает из системы (1), если поля $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ имеют вид:

$$\mathbf{E} = (0, E_y, 0)e^{i\gamma z}, \quad \mathbf{H} = (H_x, 0, H_z)e^{i\gamma z}. \quad (7)$$

Волны вида (6) называются ТМ-поляризованными электромагнитными волнами, или волнами электрического типа, или волнами типа E .

Волны вида (7) называются ТЕ-поляризованными электромагнитными волнами, или волнами магнитного типа, или волнами типа H .

Рассмотрим ТЕ-поляризованные волны:

$$\mathbf{E} = (0, E_y, 0)e^{i\gamma z}, \quad \mathbf{H} = (H_x, 0, H_z)e^{i\gamma z}.$$

Подставив поля $\mathbf{E}$ и $\mathbf{H}$ в уравнения Максвелла (1), получим:

$$\begin{cases} (H_z)'_y = 0, \\ (H_x)'_z - (H_z)'_x = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_y, \\ (H_x)'_y = 0, \\ (E_y)'_z = -i\omega\mu_0H_x, \\ (E_y)'_x = i\omega\mu_0H_z. \end{cases} \quad (8)$$

Из первого и третьего уравнений этой системы видно, что H_z и H_x не зависят от y , поскольку E_y выражается через H_z и H_x , то E_y также не зависит от y .

Компоненты полей $\mathbf{E}$, $\mathbf{H}$ имеют представление:

$$E_y = E_y(x)e^{i\gamma z}, \quad H_x = H_x(x)e^{i\gamma z}, \quad H_z = H_z(x)e^{i\gamma z}.$$

Тогда рассмотренная выше система принимает вид:

$$\begin{cases} i\gamma H_x(x) - H_z'(x) = -i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}E_y(x), \\ -i\gamma E_y(x) = i\omega\mu_0H_x(x), \\ E_y'(x) = i\omega\varepsilon_0\tilde{\varepsilon}H_z(x), \end{cases}$$

где γ — неизвестный спектральный параметр (постоянная распространения электромагнитной волны).

После простейших преобразований из системы (8) получаем:

$$\gamma^2 E_y(x) - E_y''(x) = \omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon} E_y(x). \quad (9)$$

С условиями непрерывности тангенциальной составляющей электрического и магнитного поля на поверхности разрыва диэлектрической проницаемости ($x = 0$, $x = h$)

$$[E_y]|_{x=0} = 0, \quad [H_z]|_{x=0} = 0, \quad (10)$$

и

$$[E_y]|_{x=h} = 0, \quad [H_z]|_{x=h} = 0, \quad (11)$$

где $[f]|_{x_0} = \lim_{x \rightarrow x_0-0} f(x) - \lim_{x \rightarrow x_0+0} f(x)$. Мы не будем фиксировать условие излучения на бесконечности, потому что мы хотим рассмотреть проблему для произвольных γ .

Считаем, что относительная диэлектрическая проницаемость во всем пространстве имеет вид

$$\tilde{\varepsilon} = \begin{cases} \varepsilon_c, & x > h, \\ \varepsilon, & 0 \leq x \leq h, \\ \varepsilon_c, & x < 0. \end{cases} \quad (12)$$

Мы также предполагаем, что $\varepsilon(x) > \varepsilon_c$ является непрерывной функцией на отрезке $[0, h]$, т.е. $\varepsilon(x) \in C[0, h]$.

Задача о ТЕ-поляризованных волнах представляет собой задачу на собственные значения для уравнений Максвелла со спектральным параметром γ , который является постоянной распространения волноводной структуры.

Поле нормальной ТЕ-поляризованной волны в волноводе можно представить с помощью одной скалярной функции

$$u := E_y(x). \quad (13)$$

Таким образом, задача сводится к нахождению тангенциальной составляющей электрического поля u .

Принята следующая классификация волн. По параметру γ - постоянной распространения:

- Распространяющаяся волна характеризуется действительным параметром γ .
- Затухающая волна характеризуется чисто мнимым параметром γ .
- Комплексная волна характеризуется комплексным параметром γ таким, что $\operatorname{Re} \gamma \operatorname{Im} \gamma \neq 0$.

По условию на бесконечности:

- Поверхностная волна удовлетворяет условию $u(x) \rightarrow 0, x \rightarrow \infty$.
- Вытекающая волна удовлетворяет условию $u(x) \rightarrow \infty, x \rightarrow \infty$.

Замечание 1. Постоянная распространения γ характеризует поведение волны (распространяющаяся, затухающая, или комплексная) в z -направлении. Классификация волн как поверхностных или вытекающих зависит от поведения в x -направлении.

Мы имеем следующую задачу на собственные значения для касательной компоненты электрического поля u : нужно найти $\gamma \in \mathbb{C}$ такие, что существуют нетривиальные решения дифференциального уравнения

$$u'' + (\omega^2 \mu_0 \varepsilon_0 \tilde{\varepsilon} - \gamma^2) u = 0, \quad (14)$$

удовлетворяющие условиям сопряжения

$$[u]|_{x=0} = 0, \quad [u']|_{x=0} = 0, \quad (15)$$

и

$$[u]|_{x=h} = 0, \quad [u']|_{x=h} = 0. \quad (16)$$

При $x > h$, мы имеем $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon_c$; то из (14) получаем уравнение

$$u'' - \lambda^2 u = 0. \quad (17)$$

Выберем решение этого уравнения в виде

$$u(x; \lambda) = \tilde{A} e^{(h-x)\lambda}, \quad x > h, \quad (18)$$

где $\lambda^2 = \gamma^2 - \omega^2 \varepsilon_0 \mu_0 \varepsilon_c$ и λ – новый (комплексный) спектральный параметр, $\tilde{A}$ – константа.

Замечание 2. Отметим, что предложенная выше квалификация волн по параметру γ , естественно переносится на новый спектральный параметр λ . Если $\operatorname{Re} \lambda > 0$ мы имеем поверхностную волну. Если $\operatorname{Re} \lambda < 0$ мы имеем вытекающую волну.

При $x < 0$, мы имеем $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon(x)_c$; то из (14) получаем уравнение

$$u'' - \lambda^2 u = 0. \quad (19)$$

Выберем решение этого уравнения в виде

$$u(x; \lambda) = A e^{x\lambda}, \quad x < 0, \quad (20)$$

где A – константа.

При $0 < x < h$, мы имеем $\tilde{\varepsilon} = \varepsilon(x)i$; тогда из (14) получаем уравнение

$$u'' + (\omega^2 \epsilon - \lambda^2) u = 0, \quad (21)$$

где $\epsilon(x) = \varepsilon_0 \mu_0 (\varepsilon(x) - \varepsilon_c)$.

Определение 1. $\lambda \in \mathbb{C}$ называется характеристическим числом задачи, если существует нетривиальное решение u уравнения (21) при $0 < x < h$, удовлетворяющее (18), (20) и условиям сопряжения (15) и (16).

ЧИСЛЕННЫЙ МЕТОД

Рассмотрим задачу Коши для уравнения

$$u'' + (\omega^2 \epsilon - \lambda^2) u = 0 \quad (22)$$

с начальными условиями для ТЕ-волн

$$u(0) := A, u'(0) := A\lambda. \quad (23)$$

Из условия сопряжения на второй границе h (16) получаем дисперсионное уравнение для ТЕ-волн

$$\Delta(\lambda) \equiv \lambda u(h) + u'(h) = 0. \quad (24)$$

Из формулы (24) ясно, что значение $\Delta(\lambda)$ выражается через значения решения задачи Коши.

Пусть $\lambda = \alpha + i\beta$, где $\alpha, \beta \in \mathbb{R}$. Тогда взяв вещественную и мнимую части от выражения (24), получим систему действительных уравнений для определения вещественной и мнимой частей комплексной частоты λ :

$$\begin{cases} \Delta_1(\alpha, \beta) := \operatorname{Re} \Delta(\lambda) = 0, \\ \Delta_2(\alpha, \beta) := \operatorname{Im} \Delta(\lambda) = 0. \end{cases} \quad (25)$$

Чтобы определить пару (α, β) , мы будем численно решать систему уравнений (25). Решением каждого уравнения в (25) является кривая в плоскости $O\alpha\beta$. Помещая обе кривые на одной плоскости, мы определим точки пересечения кривых; эти точки являются решением исходной задачи.

Разбивая отрезки по α и β на более мелкие отрезки, мы определим сетку, состоящую из узлов $\alpha^{(i)}, \beta^{(j)}$; эти узлы мы используем для метода прелстрелки. Решая задачу Коши (22), (23) для каждого узла сетки, вычисляем величины $u(i, j)(h)$ и $u'(i, j)(h)$ для каждого узла. В силу непрерывной зависимости решения $u(h, \alpha, \beta)$ от параметров α и β следует, что существует точка $(\alpha^{(i)}, \hat{\beta}^{(j)})$ в плоскости $O\alpha\beta$, где $\hat{\beta}^{(j)}$ лежит внутри интервала $(\beta^{(j)}, \beta^{(j+1)})$, такая, что $\Delta_1(\alpha, \beta) = 0$. Чем плотнее сетка, которую мы выбираем, тем более точное решение мы находим. Повторив эту процедуру для всей сетки, мы получим набор пар $(\alpha^{(p)}, \beta^{(q)})$, образующих кривую (синяя кривая на Рис.2), приближенное решение уравнения $\Delta_1(\alpha, \beta) = 0$ в плоскости $O\alpha\beta$.

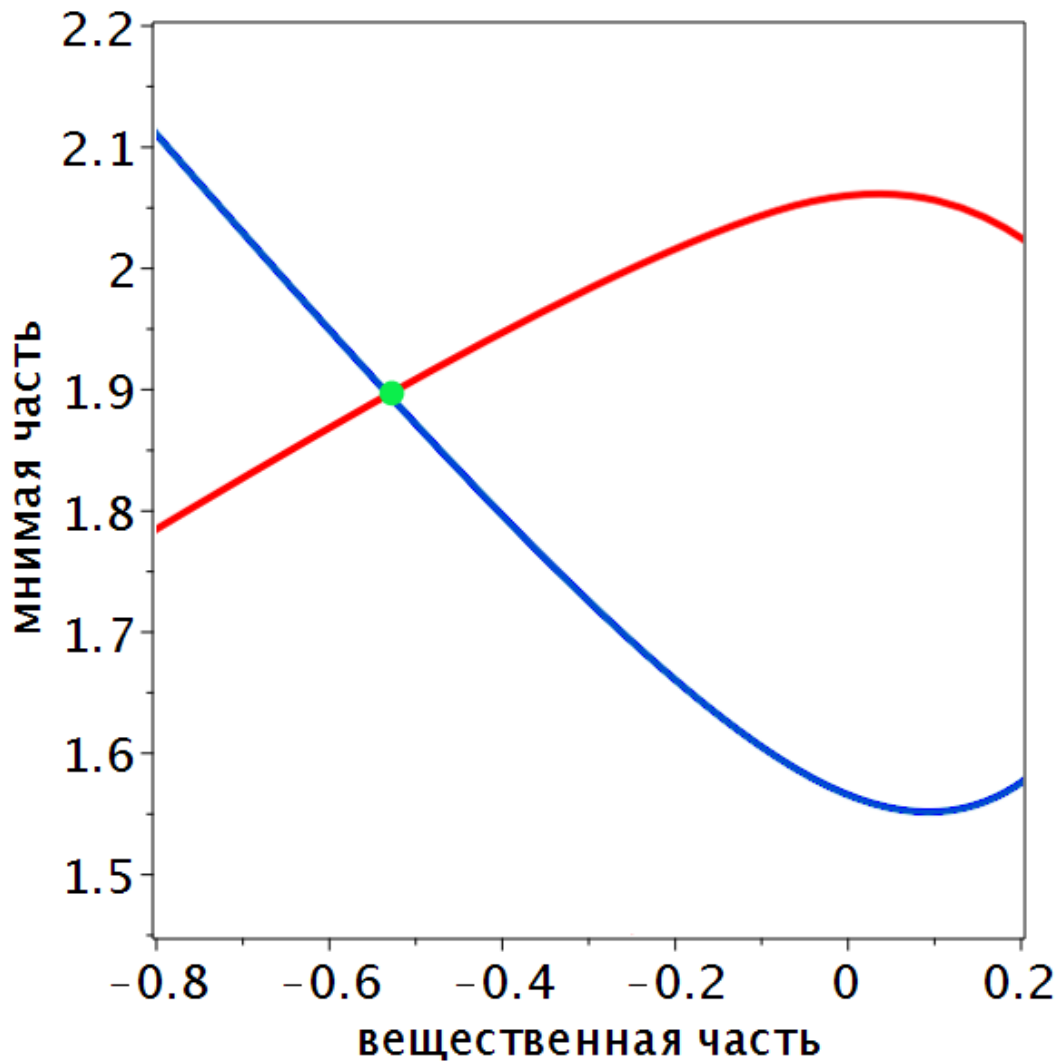


Рис. 2. Численное решение системы (25): синяя кривая – решение первого уравнения системы (25); красная кривая – решение второго уравнения системы (25); точка пересечения синей и красной кривых, обозначенная зеленым цветом, является решением системы (25).

Применяя ту же процедуру к уравнению $\Delta_2(\alpha, \beta) = 0$, мы получаем еще одну кривую (красная кривая на Рис.2) в плоскости $O\alpha\beta$, которая является приближенным решением указанного уравнения. Очевидно, точка пересечения (зеленая точка на Рис.2) расчетных кривых являются приближенными решениями задачи. Делая сетку более плотной, эти решения могут быть сделаны настолько точными, насколько это необходимо.

Рассмотрим случай ТЕ-поляризации в слое, заполненном диэлектриком с поглощением. Определим процедуру, решающую задачу Коши.

```
> restart : with(plots) : with(plottools) : unprotect(lambda) :
> h := 4 : epsilon := 3 + 0.1*I : omega := 0.25 : A := 1 :
> Cauchy_solver := proc(A, omega, lambda, epsilon, h)
    local u1_in, u2_in, eq1, eq2, U, UU, U1, U2;

    u1_in := u1(0) = A :
    u2_in := u2(0) = A*lambda :

    eq1 := diff(u1(x), x) = u2(x) :
    eq2 := diff(u2(x), x) = -(omega^2*epsilon - lambda^2)*u1(x) :

    U := dsolve({eq1, eq2, u1_in, u2_in}, maxfun = 1000000, numeric, [u1(x), u2(x)]) :
    UU := U(h) :
    U1 := subs(UU, u1(x)) :
    U2 := subs(UU, u2(x)) :

    evalf(lambda*U1 + U2) :

end proc:
```

Для того чтобы вычислить значение дисперсионного уравнения, вызовем процедуру Cauchy-solver.

```
> lambda := 1 + 0.2*I : Cauchy_solver(A, omega, lambda, epsilon, h);
```

36.99343998 + 66.85920750I

Если нужно определить вещественные характеристические числа задачи в некотором диапазоне, можно воспользоваться следующим циклом.

```
> l1 := -4 : l2 := 4 : lh := 0.001 :

Delta_init := Cauchy_solver( A, omega, l1, epsilon, h ) :

for li from l1 + lh to l2 by lh do

    Delta_cur := Cauchy_solver( A, omega, li, epsilon, h ) :

    if Delta_init * Delta_cur ≤ 0 then
        print( li );
    end if;

    Delta_init := Delta_cur :

end do:
```

Заметим, что для действительных λ дисперсионное уравнение, также принимает действительные значения. Для расчета комплексных характеристических чисел модифицируем код: введем дополнительный цикл и определим вещественные и мнимые части дисперсионного уравнения. Теперь у нас внешний цикл по вещественной части характеристического числа, внутренний цикл по мнимой части характеристического числа. Решения первого (вещественного) дисперсионного уравнения пишем в массивы вещественной $X1$ и мнимой $Y1$ частей. Решения второго (мнимого) дисперсионного уравнения пишем в массивы вещественной $X2$ и мнимой $Y2$ частей.

```

> p := 0 : s := 0 :

a1 := -h : a2 := h : ah := 0.05 :
b1 := -h : b2 := h : bh := 0.05 :

for ai from a1 to a2 by ah do

lambda := ai + I*b1 :

Delta1_init := Re( Cauchy_solver( A, omega, lambda, epsilon, h ) ) :
Delta2_init := Im( Cauchy_solver( A, omega, lambda, epsilon, h ) ) :

for bi from b1 + bh to b2 by bh do

lambda := ai + I*bi :

Delta1_cur := Re( Cauchy_solver( A, omega, lambda, epsilon, h ) ) :
Delta2_cur := Im( Cauchy_solver( A, omega, lambda, epsilon, h ) ) :

if Delta1_init*Delta1_cur ≤ 0 then
  p := p + 1;
  X1(p) := Vector( [ ai ] ) :
  Y1(p) := Vector( [ bi ] ) :
end if;

if Delta2_init*Delta2_cur < 0 then
  s := s + 1;
  X2(s) := Vector( [ ai ] ) :
  Y2(s) := Vector( [ bi ] ) :
end if;

if Delta2_cur = 0 then
  s := s + 1;
  X2(s) := Vector( [ ai ] ) :
  Y2(s) := Vector( [ bi ] ) :
end if;

Delta1_init := Delta1_cur :
Delta2_init := Delta2_cur :

end do:

print( ai );

end do:

```

Поменяем внешний и внутренний цикл местами, и сделаем еще раз расчет.

```

for  $bi$  from  $b1$  to  $b2$  by  $bh$  do

   $\lambda := a1 + I*bi :$ 

   $\Delta1_{init} := \text{Re}(\text{Cauchy\_solver}(A, \omega, \lambda, \epsilon, h)) :$ 
   $\Delta2_{init} := \text{Im}(\text{Cauchy\_solver}(A, \omega, \lambda, \epsilon, h)) :$ 

  for  $ai$  from  $a1 + ah$  to  $a2$  by  $ah$  do

     $\lambda := ai + I*bi :$ 

     $\Delta1_{cur} := \text{Re}(\text{Cauchy\_solver}(A, \omega, \lambda, \epsilon, h)) :$ 
     $\Delta2_{cur} := \text{Im}(\text{Cauchy\_solver}(A, \omega, \lambda, \epsilon, h)) :$ 

    if  $\Delta1_{init}*\Delta1_{cur} \leq 0$  then
       $p := p + 1;$ 
       $X1(p) := \text{Vector}([ai]) :$ 
       $Y1(p) := \text{Vector}([bi]) :$ 
    end if;

    if  $\Delta2_{init}*\Delta2_{cur} < 0$  then
       $s := s + 1;$ 
       $X2(s) := \text{Vector}([ai]) :$ 
       $Y2(s) := \text{Vector}([bi]) :$ 
    end if;

    if  $\Delta2_{cur} = 0$  then
       $s := s + 1;$ 
       $X2(s) := \text{Vector}([ai]) :$ 
       $Y2(s) := \text{Vector}([bi]) :$ 
    end if;

     $\Delta1_{init} := \Delta1_{cur} :$ 
     $\Delta2_{init} := \Delta2_{cur} :$ 

  end do:

   $\text{print}(bi);$ 

end do:

 $p, s;$ 

```

Для того, чтобы вывести рассчитанные массивы, используем следующий код.

```
> A1 := Vector[row](p) : B1 := Vector[row](p) :
A2 := Vector[row](s) : B2 := Vector[row](s) :

for i from 1 to p by 1 do A1[i] := X1(i)[1] : B1[i] := Y1(i)[1] :end do:
for i from 1 to s by 1 do A2[i] := X2(i)[1] : B2[i] := Y2(i)[1] :end do:

GR1 := plot(A1,B1, style = point, axes = boxed, symbol = solidcircle, symbolsize = 5, labels
= ["вещественная часть", "мнимая часть"], labelfont = ["HELVETICA", 20], axesfont
= ["HELVETICA", 20], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], size = [800, 800],
color = blue) :

GR2 := plot(A2,B2, style = point, axes = boxed, symbol = solidcircle, symbolsize = 5, labels
= ["вещественная часть", "мнимая часть"], labelfont = ["HELVETICA", 20], axesfont
= ["HELVETICA", 20], labeldirections = ["horizontal", "vertical"], size = [800, 800],
color = red) :

LN := line([a1, 0], [a2, 0], color = black, linestyle = dash), line([0, b1], [0, b2], color
= black, linestyle = dash) :

display(GR1, GR2, LN);
```

ЧИСЛЕННЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ

На рисунках ниже представлены результаты расчета постоянных распространения для задачи распространения ТЕ-поляризованных волн в слое заполненном диэлектриком с поглощением.

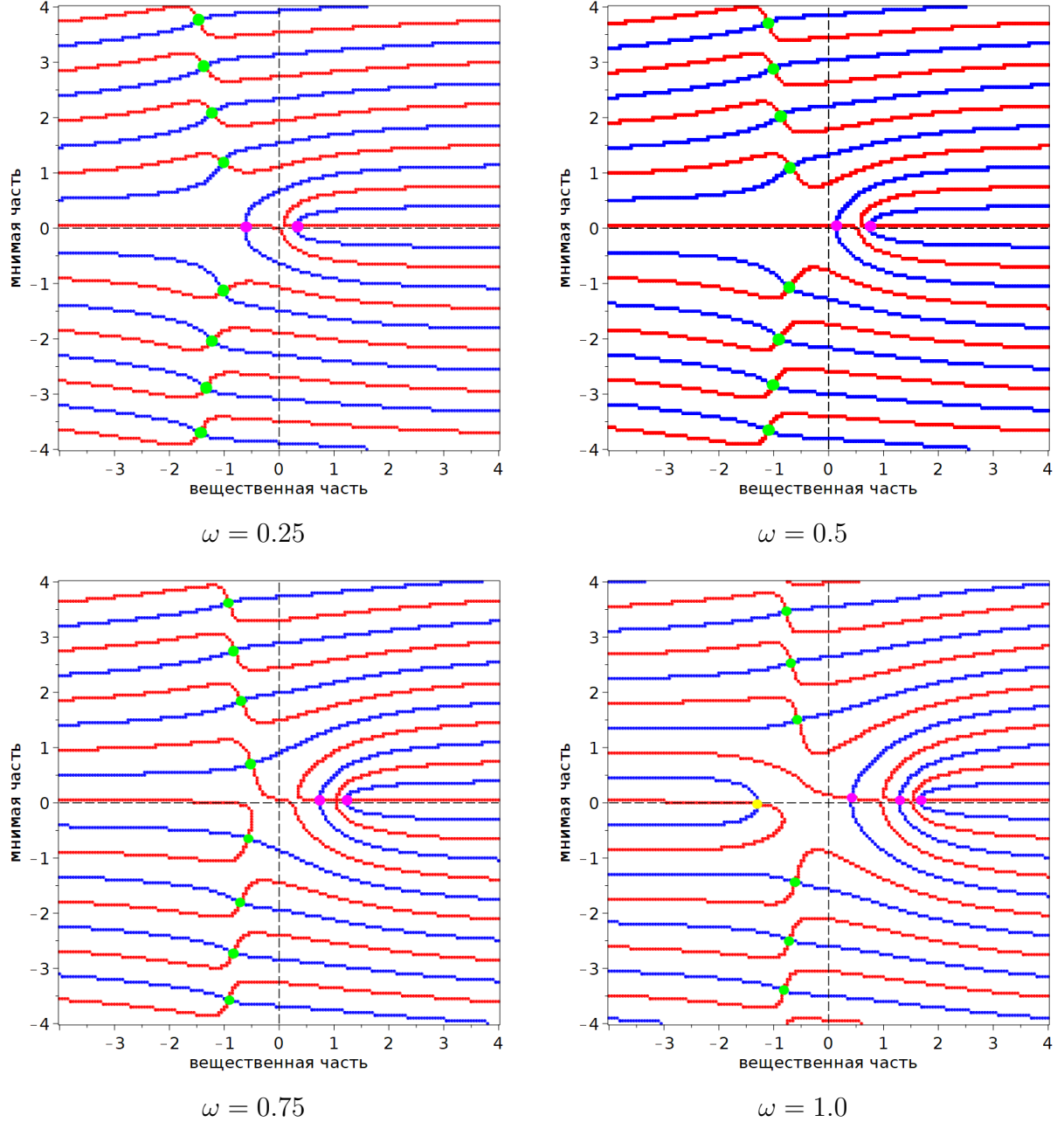


Рис. 3. Диэлектрический слой. Численное решение системы (25): синяя кривая – решение первого уравнения системы (25); красная кривая – решение второго уравнения системы (25); точка пересечения синей и красной кривых, является решением системы (25): т.е., найдены комплексные (зеленые точки) и распространяющиеся (желтые точки) вытекающие волны, распространяющиеся поверхностные (фиолетовые точки) волны. Значения параметров: $h = 4$, $\epsilon = 3 + 0.1 * I$, $A = 1$.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В теоретической части работы я рассказала об основных понятиях и определениях, связанных с распространением электромагнитных волн, ТЕ-волн, с уравнениями Максвелла, дифференциальными уравнениями, методом пристрелки.

В практической части был рассмотрен численный метод расчета постоянных распространения ТЕ-поляризованных волн в слое, заполненном диэлектриком с поглощением. Расчеты были произведены на разных частотах. Таким образом были найдены: комплексные и распространяющиеся вытекающие волны, комплексные и распространяющиеся поверхностные волны.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

- [1] Адамс, М. Введение в теорию оптических волноводов / М. Адамс. — М. : Мир, 1984. — 521 с.
- [2] Вайнштейн, Л. А. Электромагнитные волны / Л. А. Вайнштейн. — М. : Радио и связь, 1988. — 440 с.
- [3] Валовик, Д. В. Распространение электромагнитных волн в нелинейных слоистых средах: монография / Д. В. Валовик, Ю. Г. Смирнов. — Пенза : Изд-во ПГУ, 2010. — 264 с.
- [4] Кравченко, И. Т. Теория волных процессов — М.: УРСС, 2011. — 249с.
- [5] Маркузе, Д. Оптические волноводы / Д. Маркузе; под ред. В. В. Шевченко. — М. : Мир, 1974. — 576 с.
- [6] Смолькин, Е. Ю. Численное исследование ТЕ-поляризованных комплексных электромагнитных волн в открытом неоднородном слое / Е. Ю. Смолькин, М. О. Снегур // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. — 2021. — № 1. — С. 10-19.
- [7] Снайдер, А. Теория оптических волноводов / А. Снайдер, Дж. Лав. — М. : Радио и связь, 1987. — 656 с.