

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение  
высшего образования**

**«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО**

Факультет физико-математических и  
естественных наук

Кафедра  
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: заочная

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**

бакалаврская работа на тему:

**«Методические аспекты изучения темы «Подобные треугольники» в рамках учебного  
курса «Геометрия» на уровне основного общего образования»**

Студент

Ели 25.05.26  
(подпись, дата)

Елизарова Ольга Андреевна  
(ФИО полностью)

Руководитель

Ср 25.05.26  
(подпись, дата)

Сорокина М.В.  
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

Ж 30.06.26  
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.  
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.2026 № 10 )

И.о. заведующего кафедрой

Асб 01.06.26  
(подпись, дата)

Паньженский В.И.  
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 08.07.26 № 1 )

Секретарь ГЭК

Ж 08.07.26  
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.  
(фамилия, инициалы)

Пенза 2026

## СОДЕРЖАНИЕ

|                                                                                                                   |           |
|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>ВВЕДЕНИЕ.....</b>                                                                                              | <b>3</b>  |
| <b>ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ<br/>«ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ<br/>ГЕОМЕТРИИ.....</b> | <b>5</b>  |
| 1.1 Место темы в школьной программе (анализ рабочих программ).....                                                | 5         |
| 1.2 Содержание школьных учебников по рассматриваемой теме .....                                                   | 8         |
| 1.3 Анализ заданий по теме в структуре ОГЭ.....                                                                   | 15        |
| <b>ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО ТЕМЕ «ПОДОБНЫЕ<br/>ТРЕУГОЛЬНИКИ».....</b>                                   | <b>28</b> |
| 2.1 Технологические карты уроков по теме «Подобные треугольники» .....                                            | 28        |
| 2.2 Методические разработки самостоятельных и контрольных работ .....                                             | 57        |
| <b>ЗАКЛЮЧЕНИЕ .....</b>                                                                                           | <b>64</b> |
| <b>СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ .....</b>                                                                     | <b>65</b> |
| <b>Приложение 1 .....</b>                                                                                         | <b>67</b> |
| <b>Приложение 2 .....</b>                                                                                         | <b>68</b> |
| <b>Приложение 3 .....</b>                                                                                         | <b>69</b> |
| <b>Приложение 4 .....</b>                                                                                         | <b>70</b> |

## ВВЕДЕНИЕ

Изучение геометрии в основной школе играет фундаментальную роль в формировании логического мышления, пространственного воображения и умения решать практические задачи и у школьников. Одной из ключевых тем в этом курсе является тема «Подобные треугольники», поскольку она не только является основой для дальнейшего изучения геометрии, но и имеет широкое применение в различных областях, таких как архитектура (масштабирование), физика (подобие фигур в линзах), техника (черчение и моделирование) и картография (масштаб и измерение расстояний).

Актуальность данной темы обусловлена несколькими факторами:

— тема «Подобные треугольники» у многих учеников вызывает затруднения, что приводит к проблемам в последующем изучении курса геометрии;

— задачи на применение признаков подобия треугольников активно используются в ОГЭ.

Целью исследования является изучение методических аспектов темы «Подобные треугольники» и разработка конспектов уроков по данной теме.

**Объект исследования** — процесс обучения геометрии на уровне основного общего образования.

**Предмет исследования** — методические аспекты изучения темы «Подобные треугольники».

**Гипотеза исследования** — разработанные конспекты урока поспособствуют улучшению усвоения темы «Подобные треугольники».

**Задачи:**

— проанализировать место темы в школьной программе геометрии на разных уровнях обучения (базовый уровень, углубленный уровень);

— провести сравнительный анализ содержания школьных учебников (Атанасян, Погорелов, Волчкевич, Шарыгин, Мерзляк);

- исследовать содержание заданий по теме в структуре ОГЭ;
- разработать технологические карты уроков;
- разработать методические рекомендации по составлению самостоятельных и контрольных работ.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложений.

В первой главе рассматриваются теоретические основы изучения темы «Подобные треугольники».

Во второй главе разработаны конспекты уроков, контрольные и самостоятельные работы.

# **ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ**

## **1.1 Место темы в школьной программе (анализ рабочих программ)**

Тема «Подобные треугольники» является одной из основ для понимания более сложных геометрических и не только задач. В рамках Федерального государственного образовательного стандарта данная тема изучается на базовом и углубленном уровне. В ходе анализа двух уровней обучения можно выделить существенные различия и, несмотря на разный уровень глубины изучения, имеется что-то общее.

Рассмотрим сходства программ:

- подобные треугольники начинают изучать в 8 классе и продолжают в 9;
- в 8 классе данная тема появляется в середине второй четверти (конец ноября);
- по ФГОС изучаются следующие темы: подобные треугольники, коэффициент подобия, признаки подобия треугольников, применение подобных методов при решении геометрических и практических задач [1];
- 1 контрольная работа в 8 классе;
- проверяемые элементы содержания [3]: в 8 классе — подобные треугольники, коэффициент подобия, признаки подобия треугольников, применение подобия при решении практических задач, в 9 классе — преобразование подобия, дополнительные соответствующие элементы.

Различия представлены в виде таблицы [3].

Таблица 1 — Различия рабочих программ

| <b>Критерий<br/>сравнения \ Уровень</b> | <b>Базовый</b>                                                                            | <b>Углубленный</b>                                                                                                                                                                                                                              |
|-----------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Программа 9 класса                      | Преобразование подобия и подобие соответствующих элементов                                | Хорды и подобные треугольники в окружности, теоремы Чевы и Менелая                                                                                                                                                                              |
| Предметные результаты                   | Применять признаки подобия треугольников в определении геометрических задач               | Владеть понятиями подобия треугольников, коэффициентом подобия, соответствующими элементами подобных треугольников, доказать и применить соотношение пропорциональности в прямоугольных треугольниках, применять подобие в практических задачах |
| Практическое применение                 | Решение однотипных задач для закрепления темы, доказательство некоторых простейших теорем | Решение нестандартных задач, где подобие используется как вспомогательный элемент, доказательство более сложных теорем, введение тригонометрических функций                                                                                     |

Также различия есть и в количестве уроков, отведенных для изучения тем, которые представлены в виде таблицы.

Таблица 2 — Различия в количестве уроков

| <b>Тема \ Уровень</b>                                                               | <b>Базовый</b>          | <b>Углубленный</b>      |
|-------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------|-------------------------|
| Теорема Фалеса                                                                      | 1 урок                  | 2 урока                 |
| Пропорциональные отрезки                                                            | 2 урока                 | 2 урока                 |
| Центр массы                                                                         | 1 урок                  | 1 урок                  |
| Подобные треугольники                                                               | 1 урок                  | 2 урока                 |
| Признаки подобия треугольников                                                      | 4 урока                 | 6 уроков                |
| Площади подобных фигур                                                              | 2 урока                 | 3 урока                 |
| Соответственные элементы                                                            | 2 урока                 | 0 уроков                |
| Теорема о произведении отрезков хорд и секущих в окружности, о квадрате касательной | 3 урока                 | 7 уроков                |
| Теоремы Чевы и Менелая                                                              | 0 уроков                | 3 урока                 |
| Гомотетия                                                                           | 1 урок                  | 1 урок                  |
| Общее количество уроков для решения задач                                           | 3 урока                 | 6 уроков                |
| Количество контрольных работ                                                        | 2 контрольные (2 урока) | 2 контрольные (2 урока) |
| Всего уроков                                                                        | 22 урока                | 35 уроков               |

## 1.2 Содержание школьных учебников по рассматриваемой теме

В рамках данной работы был проведен анализ учебников следующих авторов: Атанасян Л.С., Волчкевич М.А., Мерзляк А.Г. (углубленный уровень), Погорелов А.В., Шарыгин И.Ф. В структуру анализа входит сравнение учебников по критериям: последовательность изложения, количество и уровень сложности задач, соответствие рабочей программе, сходства и различия учебников.

Чтобы сделать вывод о соответствии учебников рабочей программе, нужно рассмотреть, какие темы включены в нее и в какой последовательности они расположены. Тема «Подобные треугольники» начинает изучаться в 8 классе и продолжается в 9.

В 8 классе (базовый уровень) изучаются темы [3]:

- теорема Фалеса и выводы и пропорциональных отрезках;
- средняя линия треугольника;
- средняя линия трапеции;
- пропорциональные отрезки;
- центр массы в треугольнике;
- подобие фигур;
- три признака подобия треугольников;
- площади подобных фигур.

В 9 классе (базовый уровень) изучаются темы [3]:

- понятие о преобразовании подобия;
- соответственные элементы в подобных треугольниках;
- теорема о произведении отрезков хорд и секущих в окружности
- теорема о квадрате касательной;
- теоремы, обратные теоремам о произведении отрезков хорд и секущих в окружности;
- понятие о гомотетии.

В 8 классе (углубленный уровень) изучаются темы [3] (теорема Фалеса и пропорциональные отрезки изучаются в теме «Четырехугольники»):

- подобие треугольников;
- коэффициент подобия;
- признаки подобия треугольников;
- введение понятия преобразования подобия и подобных фигур;
- площади подобных фигур.

В 9 классе (углубленный уровень) изучаются темы [3]:

- хорды и подобные треугольники в окружности;
- теорема о произведении отрезков хорд;
- теоремы о произведении отрезков секущих;
- теорема о квадрате касательной;
- теоремы Чева и Менелая;
- понятие о гомотетии.

У каждого автора своя методика обучения, поэтому и учебники очень сильно отличаются. Рассмотрим каждый учебник и выделим отличительные черты.

**Атанасян Л.С.** Тема «Подобные треугольники» начинает изучаться в 8 классе с пропорциональных отрезков, затем вводится понятие подобных треугольников и коэффициента подобия. Отношение площадей подобных треугольников идет сразу после этой темы, а не в конце 8 класса, как предусмотрено рабочей программой. Затем вводятся 3 признака подобия и формулируется доказательство каждого и дается 15 задач, 5 из которых на доказательство. Далее доказывается теорема о средней линии треугольника и о делении медиан в отношении 2:1 (центр масс). В следующем параграфе изучаются пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике и выводится формула высоты, проведенная к гипотенузе. Выделяются отдельные параграфы «Метод подобия в задачах на построение» и «Применение подобия треугольников в измерительных работах на местности», в которых

рассматриваются одна и три задачи соответственно, которые помогут ученикам лучше понять, где человек может использовать данную тему. Изучение темы заканчивается 55 задачами разного типа и уровня сложности. Далее подобные треугольники используются для доказательства основного тригонометрического тождества и выражению «если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы, косинусы и тангенсы этих углов равны» [8]. В конце 9 класса начинается раздел «Преобразование подобия и подобие фигур», в котором рассматриваются подобные многоугольники, теоремы о периметрах и площадях подобных многоугольников, гомотетия и ее свойства, подобие произвольных фигур. Далее доказываются теоремы об отрезках хорд, об отрезках касательной и секущей, о двух секущих. После изучения тем идут 17 задач, 26 дополнительных задач и 8 задач повышенной трудности. В целом учебник Атанасяна Л.С. соответствует рабочей программе, но в нем теорема Фалеса рассматривается в блоке «Четырехугольники» как задача с решением, доказательство теоремы о средней линии трапеции отсутствует (предлагается доказать самостоятельно), а также сначала вводятся признаки подобия треугольников и после них теорема о средней линии треугольника, а в рабочей программе наоборот.

**Погорелов А.В.** В 8 классе теорема Фалеса, средняя линия треугольника и трапеции и пропорциональные отрезки изучается в разделе «Четырехугольники», здесь же доказываются свойства медиан (пересекаются в одной точке и делятся в отношении 2:1), после чего идет 30 задач [11]. В 9 классе изучение геометрии начинается сразу же с подобия: рассматривается гомотетия и ее свойства, вводится понятие подобных фигур (в частности треугольников). После введения понятия вводятся признаки подобия треугольников и их доказательство. Отличительной особенностью является то, что признаки хоть и идут по очереди, но им не присваивается номер (первый признак, второй признак, третий признак). Также рассматривается признак подобия прямоугольных треугольников, выводится формула высоты, проведенная к

гипотенузе, и доказывается свойство биссектрисы. Сразу же следует изучение пропорциональности отрезков хорд и секущих окружности. В конце главы есть 52 задачи. В конце учебника есть параграф про площади подобных фигур и 3 задачи к нему. Данный учебник не соответствует рабочей программе: почти все темы изучаются в 9 классе, последовательность не сохранена.

**Шарыгин И.Ф.** Изучение темы начинается в 8 классе с теоремы Фалеса, затем идет доказательство теорем о средней линии треугольника и трапеции, о пропорциональных отрезках. После параграфа даются 64 задачи. В этом учебнике рядом с номером некоторых задач в скобках пишется буква т, п, н или в, которые обозначают что задача является трудной, полезной, начальной и важной соответственно, что помогает разобраться с тем, какие задачи нужно рассмотреть в первую очередь, а какие можно отложить или решить тем, кто лучше понял тему и хочет решать более сложные задачи. Далее вводится понятие подобных треугольников, коэффициента подобия и основная теорема о подобных треугольниках. Отличительной чертой является последовательность признаков подобия треугольников и их доказательство. Во всех рассматриваемых учебниках доказательство проводится после каждого признака подобия, а здесь сначала даются все три признака подобия, и только потом доказательство. Само доказательство тоже отличается: «Начало доказательства одинаково для всех признаков. Рассмотрим два треугольника  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ , для которых выполняется одно из трех сформулированных условий...» [13], далее кратко доказывается каждый признак. Затем рассматривается свойство подобных фигур, после чего идет 51 задача. В конце 8 класса формулируется теорема о медианах треугольника без доказательства и определение прямой Эйлера с доказательством, свойство биссектрисы с доказательством и выводится формула длины биссектрисы, свойство трапеции (прямая, проходящая через точку пересечения диагоналей трапеции и точку пересечения продолжений ее боковых сторон, делит основания трапеции пополам). В конце 9 класса изучается гомотетия и дается 7 задач на эту тему. Данный учебник соответствует

программе только в 8 классе, в 9 классе отсутствуют темы, связанные с окружностью.

**Волчкевич М.А.** Изучение подобных треугольников начинается с практической задачи: задается вопрос: как разделить отрезок на 3 равные части, далее идет построение и упражнение на доказательство, что описанное построение действительно приводит к делению данного отрезка. Только после постановки проблемы формулируется теорема Фалеса и ее доказательство, в конце дается 6 упражнений, одно из которых практическое, которое помогает лучше понять данную теорему. Далее изучается теорема о пропорциональных отрезках, теорема о пропорциональных отрезках в треугольнике, свойство диагоналей трапеции, свойство биссектрисы треугольника и теоремы, обратные данным. Далее рассматривается решение некоторых задач разного уровня сложности и предлагается решить 23 задачи. Уровень сложности в данном учебнике отмечается одной, двумя или тремя звездами, почти к каждой задаче прилагается цветной рисунок. В следующем параграфе рассматриваются подобные фигуры. Главное отличие этого учебника заключается в том, что автор вводит понятия, опираясь на предметы в жизни: «макет здания, модель самолета или машины —это всегда уменьшенная копия реального объекта» [5]. После объяснения даются 6 упражнений на распознавание подобных фигур, которые также содержат красочные картинки. Далее объясняется, что происходит с углами в подобных фигурах на наглядном примере (с помощью лупы), рассматривается признак подобия многоугольников и упражнение на клетчатой бумаге, вводится понятие коэффициента подобия. Следующий пункт параграфа снова рассматривает подобие в жизни: формат листов бумаги, что, кстати, очень нужно для подготовки к ОГЭ. В этом пункте дается 3 упражнения, которые тоже связаны с окружающими нас предметами: листы бумаги, картины и банковские карты. Когда у учеников сформировано представление о подобии и подобных фигурах, начинает изучаться тема «Подобные треугольники». Перед признаками подобия автор поясняет, как правильно записывать элементы подобных

треугольников и отношение соответственных сторон. Еще одно отличие этого учебника заключается в том, что автор формулирует признак подобия треугольника и его доказательство, а затем дает упражнения в виде картинок, где нужно найти подобные треугольники на каждом чертеже и вычислить отрезок, обозначенный буквой  $x$ . Таких упражнений 28, что достаточно для понимания и закрепления первого признака подобия. Формулирование второго и третьего признака имеет ту же структуру, только после второго признака 8 упражнений, а вот после третьего упражнений нет. Вместо упражнений рассказывается о значении третьего признака: подобие не изменяет углов геометрических фигур, о чем говорилось ранее. Далее рассматриваются решения нескольких задач и дается 31 упражнение, 14 из которых связаны с окружающими нас предметами. В конце 8 класса изучается теорема о площади подобных треугольников и ее доказательство, дается 21 задача. В 9 классе раздел «Подобие» начинается с повторения (что является еще одним отличием) определения подобных фигур, коэффициента подобия, признака подобия фигур и 7 упражнений на повторение материала 8 класса [6]. После повторения изучается подобие, связанное с основанием высот, теоремы о том, что фигура подобная отрезку, является отрезком и фигура, подобная углу, является равным ему углом и проводится доказательство этих теорем с последующими 6 упражнениями. Далее рассматривается соответствие в подобных фигурах. Автор поясняет, что не все одинаковые по форме предметы могут быть подобными, в подобных фигурах соответственные элементы должны относиться друг к другу с коэффициентом подобия, отличным от единицы. Также он приводит наглядные примеры: бутылки разного объема, но с одинаковым размером крышки, дозаторы для мыла с одинаковым диаметром горлышка. Далее идут 3 упражнения, где нужно объяснить почему предметы (лампочки, прищепки, шестеренки) подобны/ не подобны. Затем доказывается, что в подобных фигурах существует соответствие между всеми точками этих фигур, и дается 5 упражнений, рассматривается замечательное свойство трапеции и 3 упражнения. После изучения этих тем

дается 39 задач. Гомотетия, которая входит в рабочую программу, изучается в разделе «Для тех, кто хочет знать больше». Далее формулируются и доказываются теоремы Чевы и Менелая, обратная теорема Менелая, обобщенная теорема Менелая, теорема Бланшета, теорема о шарнирах. После изучения теорем предлагается 27 упражнений и 25 задач. Следующий параграф называется «Подобные треугольники в окружности». Здесь изучаются: произведение отрезков хорд, произведение отрезков секущих, квадрат отрезка касательной, обратные теоремы; даются 23 упражнения и 45 задач. Данный учебник соответствует рабочей программе, кроме темы о средней линии треугольника и трапеции. Здесь они изучаются до подобия в отдельном параграфе и средних линиях. К сожалению, отсутствуют задачи на построение.

**Мерзляк А.Г.** (углубленный уровень). Глава «Подобие треугольников» начинается с изучения теоремы Фалеса, теоремы о пропорциональных отрезках, хотя в рабочей программе эти темы изучаются в разделе «Четырехугольники». Далее предлагается решить 21 задачу [9]. Задачи в этом учебнике разделены по уровню сложности и отмечены одной, двумя или тремя ромбами, также есть задания, которые отмечены ключом, что обозначает, что задача является ключевой и ее результат можно использовать для решения других задач и академической шапочкой— эти задания имеют повышенный уровень сложности. Затем изучается теорема о медианах и биссектрисе треугольника и дается 24 упражнения, вводится определение подобных треугольников, лемма о подобных треугольниках и 22 упражнения. После этого начинают изучаться признаки подобия треугольников. В этом учебнике тоже есть небольшое отличие в структуре. Первый признак: формулируется признак подобия и его доказательство, затем дается 5 задач с решением, 3 задача — свойство пересекающихся хорд, 4 задача — свойство касательной и секущей, рассматривается теорема Птолемея, одна задача с решением и 53 задачи для самостоятельного решения, теорема Менелая и Чевы и 19 упражнений, вводится определение прямой Эйлера, окружности девяти точек и 15 упражнений. Далее

рассматриваются второй и третий признаки подобия с доказательством, 3 задачи с решением и 25 упражнений без решения. В 9 классе изучается гомотетия и теорема об отношении площадей подобных многоугольников [10]. После изучения решаются 4 задачи, 16 практических заданий и 58 задач для самостоятельного решения. Учебник не соответствует рабочей программе только потому, что большинство тем, пройденных в 8 классе, должны были начать изучаться в 9, а также теорема Фалеса и теорема о пропорциональных отрезках должна изучаться в разделе «Четырехугольники».

Несмотря на разное мнение авторов о том, в каком порядке должен быть изложен материал, есть общие черты: определение подобных треугольников вводится через равные соответственные углы и пропорциональные соответственные отрезки, формулируются три признака подобия их доказательство, задачи разного вида (на построение, на вычисление, на доказательство, практические) и разной сложности (от простой к сложной).

### **1.3 Анализ заданий по теме в структуре ОГЭ**

В кодификаторе проверяемых требований к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования и элементов содержания для проведения основного государственного экзамена по математике [2] указано требование (код 10): умение оперировать понятиями: подобие фигур, подобные треугольники; умение распознавать подобие фигур в окружающем мире. Это означает, что ученик должен знать определение подобных треугольников и их свойства, уметь находить пару подобных треугольников, применять признаки подобия и решать задачи на нахождение длин сторон, площадей и других величин с использованием подобия. В обобщенных формулировках требований к предметным результатам из ФГОС указывается метапредметный результат: формирование систематических знаний о плоских фигурах и их свойствах; развитие умений моделирования реальных ситуаций на языке геометрии, исследования построенной модели с

использованием геометрических понятий и теорем, аппарата алгебры, решения геометрических и практических задач.

Согласно спецификации контрольных измерительных материалов для проведения основного государственного экзамена по математике в 2026 году [2] задания на подобие треугольников может встречаться как в первой, так и во второй части экзамена.

В первой части (задания с кратким ответом) задачи связаны с нахождением длины отрезка по готовому чертежу с использованием пропорций в подобных треугольниках, вычислением отношения площадей двух подобных треугольников. Такие задачи представлены в 15 задании, но могут встречаться в 17 и 18. В 19 задании, где нужно выбрать верные утверждения из нескольких предложенных, встречаются варианты, связанные с подобием треугольников. Например: отношение площадей подобных треугольников равно коэффициенту подобия; все равнобедренные треугольники подобны; если два угла одного треугольника равны двум углам другого треугольника, то такие треугольники подобны; любые два равносторонних треугольника подобны, все прямоугольные треугольники подобны.

Задачи из ОГЭ 1 часть [7, 12] (15 задание):

1. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AB=9$ ,  $AC=18$ ,  $MN=8$ . Найдите  $AM$  (рис.1). Задача является основной при изучении темы, поэтому ученики с легкостью должны определить подобные треугольники, составить пропорцию и найти коэффициент подобия.

2. Точки  $M$  и  $N$  являются серединами сторон  $AB$  и  $BC$  треугольника  $ABC$ ,  $AB=35$ ,  $BC=38$ ,  $AC=40$ . Найдите  $MN$  (рис.1). Эта задача интересна тем, что в ней подразумевается использование подобных треугольников, но из-за того, что в 8 классе доказывается свойство средней линии (параллельность), поэтому здесь можно опустить поиск подобных треугольников и сразу выполнить действие: средняя линия равна половине параллельной стороны.

3. В треугольнике  $ABC$  известно, что  $MN$  — средняя линия. Площадь треугольника  $BMN$  равна 22. Найдите площадь треугольника  $ABC$  (рис.1). Здесь ученик должен знать, что площадь подобных фигур равна квадрату коэффициента подобия, после нахождения коэффициента подобия, площадь треугольника делится на его квадрат. Но также можно взять длины параллельных сторон и высоты, проведенные к этим сторонам, например, за  $x$  и  $y$ , написать формулу площади для маленького треугольника, затем для большого, из формулы площади маленького треугольника найти, чему равно  $x \cdot y$  и подставить это значение в формулу площади большого треугольника. В этом решении используется и теорема о пропорциональных отрезках (для высоты).

4. В треугольнике  $ABC$  отмечены середины  $M$  и  $N$  сторон  $AB$  и  $BC$  соответственно. Площадь треугольника  $BMN$  равна 77. Найдите площадь четырехугольника  $AMNC$  (рис.1). Данная задача аналогичная предыдущей, только в ней нужно от площади большого треугольника отнять площадь меньшего.

5. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно,  $AC=20$ ,  $MN=12$ . Площадь треугольника  $ABC$  равна 100. Найдите площадь треугольника  $BMN$  (рис.1). Задача также аналогична третьей, только здесь важно понимать, что если дана площадь большого треугольника, то на квадрат коэффициента надо умножать, а не делить.

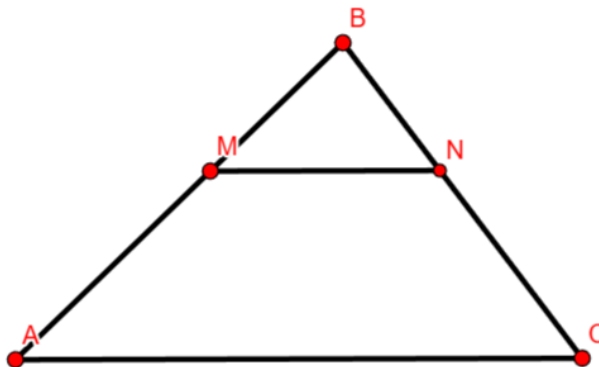


Рисунок 1

6. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $K$  и  $M$  соответственно. Найдите  $AC$ , если  $BK:KA=2:3$ ,  $KM=28$  (рис.2). Задача предполагает умение работать уже с готовым отношением, но здесь нужно обратить внимание на то, что дано отношение двух отрезков, на которые параллельная прямая делит две другие стороны. Поэтому для начала нужно выяснить отношения двух сторон треугольников, а затем уже использовать его для нахождения длины стороны  $AC$ .

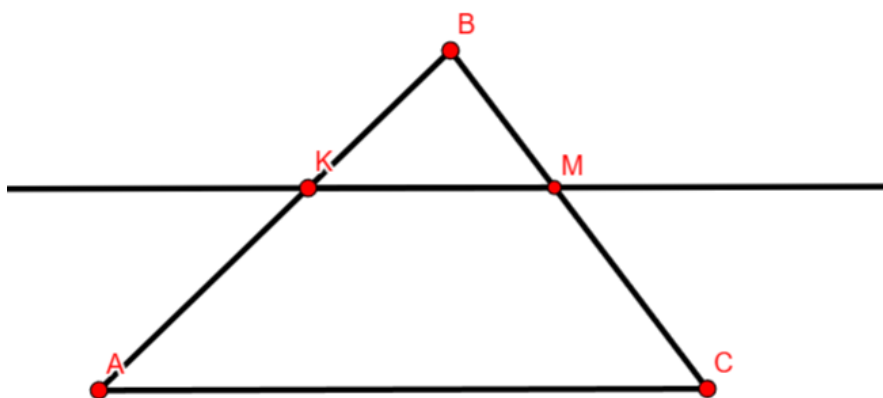


Рисунок 2

7. На гипотенузу  $AB$  прямоугольного треугольника  $ABC$  опущена высота  $CH$ ,  $AH=2$ ,  $BH=8$ . Найдите  $CH$  (рис. 3). Задача решается по формуле длины высоты через составные отрезки гипотенузы, которая выводится на занятиях при изучении данной темы с помощью подобия треугольников. Для первой части экзамена достаточно знания готовой формулы, чтобы сократить время на решение задачи.

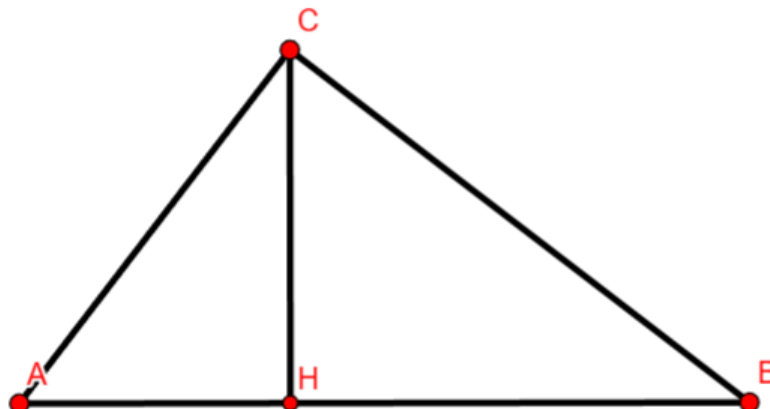


Рисунок 3

8. Точка  $H$  является основанием высоты, проведенной из вершины прямого угла  $B$  треугольника  $ABC$  к гипотенузе  $AC$ . Найдите  $AB$ , если  $AH=7$ ,  $AC=28$  (рис. 4). Эта задача предполагает умение находить пары подобных треугольников и определять пары соответственных сторон.

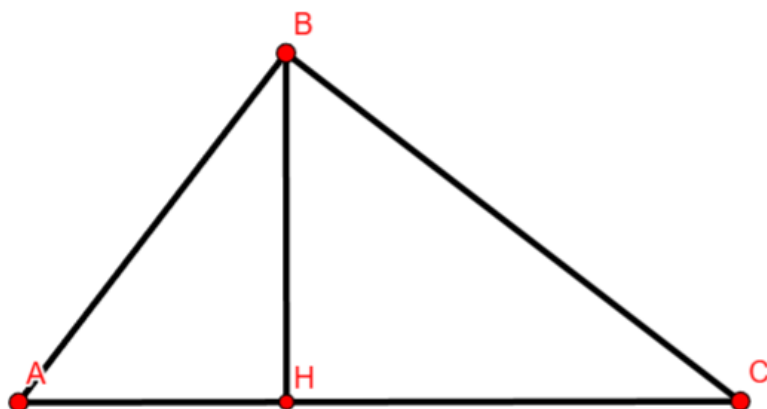


Рисунок 4

Задачи из ОГЭ 1 часть [7, 12] (17 задание):

1. Диагонали  $AC$  и  $BD$  трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ ,  $BC=6$ ,  $AD=18$ ,  $AC=16$ . Найдите  $AO$  (рис. 5). Здесь для выявления пары подобных треугольников нужно использовать накрест лежащие и вертикальные углы. После этого задача предполагает умение находить длины отрезков, когда есть длина всего отрезка и отношение (в предыдущих задачах этого не требовалось).

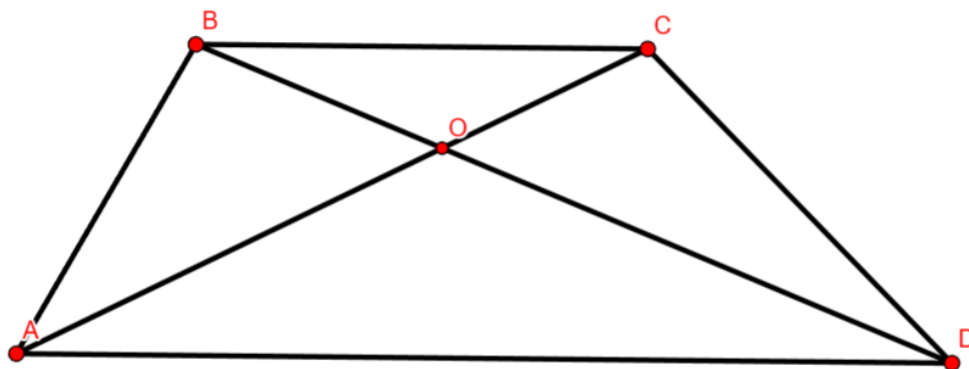


Рисунок 5

Задачи из ОГЭ 1 часть [7, 12] (18 задание):

1. На клетчатой бумаге изображен треугольник  $ABC$ . Во сколько раз отрезок  $BM$  короче отрезка  $CM$  (рис. 6). Здесь задача уже сложнее. На рисунке нет других треугольников кроме  $ABC$ , поэтому задача заключается в построении подобных треугольников так, чтобы было удобно посчитать коэффициент подобия, после чего по нему определяется, во сколько раз отрезок короче.

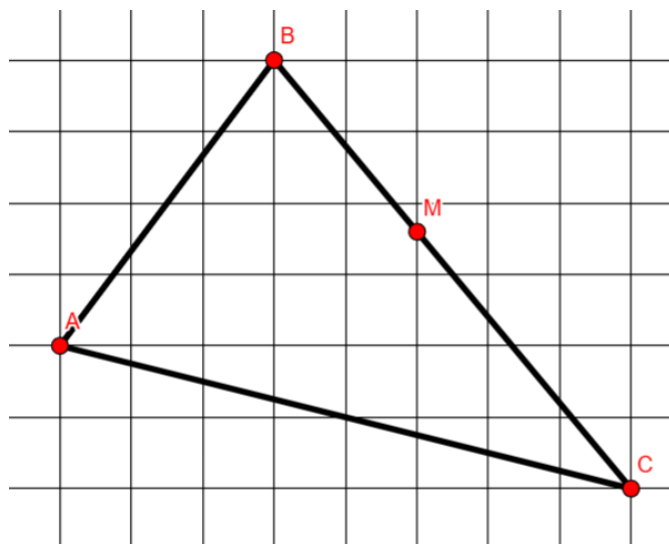


Рисунок 6

2. На клетчатой бумаге изображен треугольник  $ABC$ . Во сколько раз отрезок  $AM$  длиннее отрезка  $BM$  (рис. 7). Задача является аналогичной первой, только нужно определить, во сколько раз отрезок длиннее.

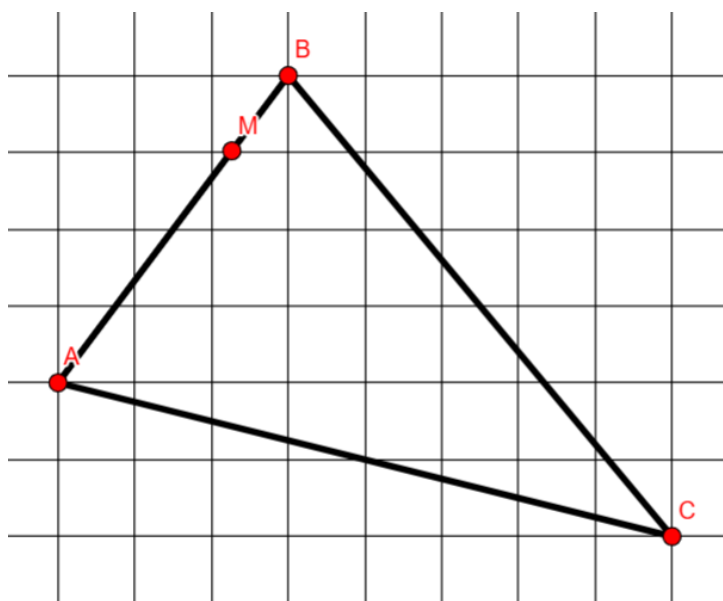


Рисунок 7

Эти две задачи предполагают не только умение самостоятельно достраивать подобные треугольники, но и работу с коэффициентом, то есть, если коэффициент подобия, например,  $1/5$ , то это не значит, что отрезок в 5 раз длиннее/короче. Здесь важно рассматривать, сколько частей принадлежит каждому отрезку, так как рассматриваются не стороны подобных треугольников, а отрезки, на которые точка делит сторону треугольника.

3. На клетчатой бумаге изображена фигура. Найдите длину отрезка  $AB$  по данным чертежа (рис. 8). В этой задаче тоже нужно самостоятельно достроить чертеж так, чтобы получилась пара подобных треугольников (соединить концы отрезков, выходящих из одной вершины), но здесь сложность заключается в том, что, чтобы найти коэффициент подобия, нужно (как один из вариантов) построить высоту, проведенную к полученному отрезку, и по тому, на какие части отрезок  $AB$  ее делит, определить коэффициент подобия.

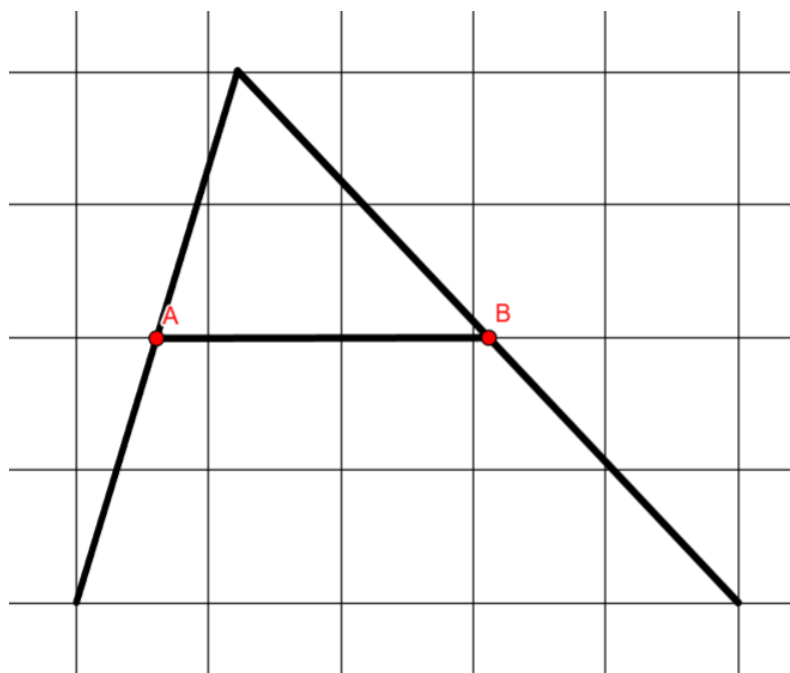


Рисунок 8

Во второй части (задания с развернутым ответом) представлены более сложные задачи, требующие:

— самостоятельного построения чертежа и выявления пар подобных треугольников;

— доказательства подобия треугольников с помощью дополнительного построения (окружности, параллельные прямые);

— применение подобия с другими геометрическими теоремами/свойствами (свойство средней линии треугольника/трапеции, пропорциональные отрезки в прямоугольном треугольнике).

Данные задачи проверяют не только базовые умения, которые нужны и для решения заданий из первой части (умение применять стандартные формулы и признаки, владение понятием подобия), но и умение доказывать и обосновывать каждый свой шаг в ходе решения, а также направлены на проверку понимания и владения материалом на повышенном уровне.

Задачи из ОГЭ 2 часть [7, 12] (23 задание):

1. Прямая, параллельная стороне  $AC$  треугольника  $ABC$ , пересекает стороны  $AB$  и  $BC$  в точках  $M$  и  $N$  соответственно. Найдите  $BN$ , если  $MN=12$ ,  $AC=42$ ,  $NC=25$  (рис. 9). Задача похожа на те, что были в первой части, но здесь нужно уметь не только искать подобные треугольники, но и выражать стороны с помощью переменных, так как в задаче не дана сторона  $BC$  полностью, а лишь ее часть.

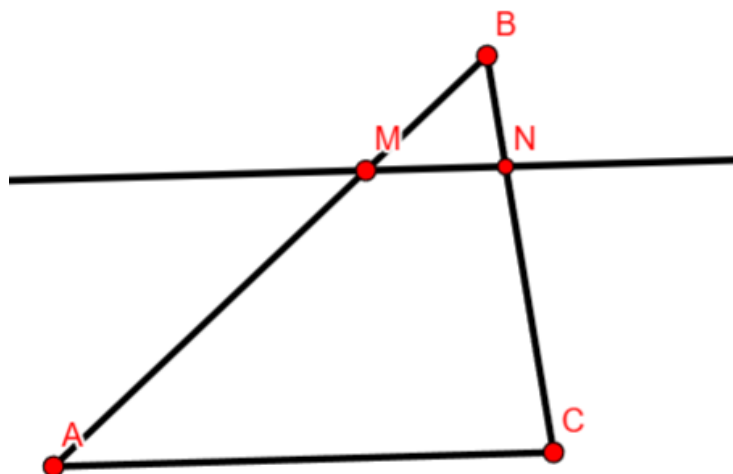


Рисунок 9

2. Отрезки  $AB$  и  $CD$  лежат на параллельных прямых, а отрезки  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $M$ . Найдите  $MC$ , если  $AB=11$ ,  $CD=55$ ,  $AC=30$  (рис. 10). Эта задача также похожа на задачу из первой части (с трапецией). Так как это вторая

часть, здесь важно оформление, нужно уметь внимательно записывать, какие стороны пропорциональны, почему треугольники подобны и по какому признаку.

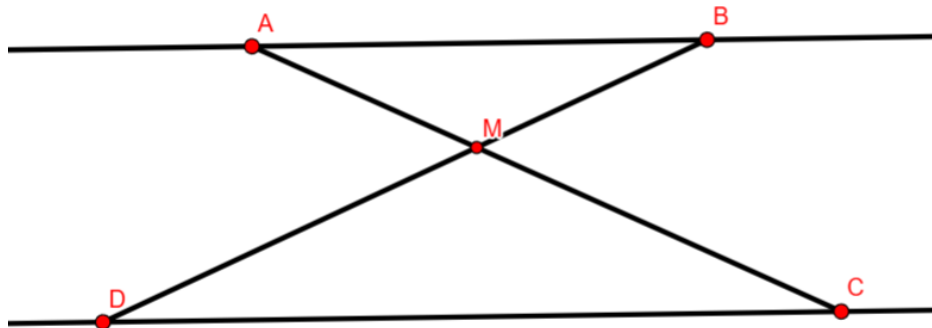


Рисунок 10

3. Прямая, параллельная основаниям трапеции  $ABCD$ , пересекает ее боковые стороны  $AB$  и  $CD$  в точках  $E$  и  $F$  соответственно. Найдите длину отрезка  $EF$ , если  $AD=33$ ,  $BC=18$ ,  $CF:DF=2:1$  (рис. 11). На первый взгляд задача не подразумевает использование подобных треугольников, но без них эту задачу не решить. Из точки  $C$  проводится прямая, параллельная стороне  $AB$ . Справа получаются 2 подобных треугольника и уже с помощью них находится искомый отрезок. Второй вариант решения задачи: проведение диагонали  $AC$ , здесь уже получаются две пары подобных треугольников. Но для этого решения надо использовать еще и теорему о пропорциональных отрезках, так как в задаче дано отношение отрезков только на стороне  $CD$ . Данная задача предполагает, что учащийся умеет не только находить подобные треугольники в готовых чертежах, но и самостоятельно проводить дополнительное построение.

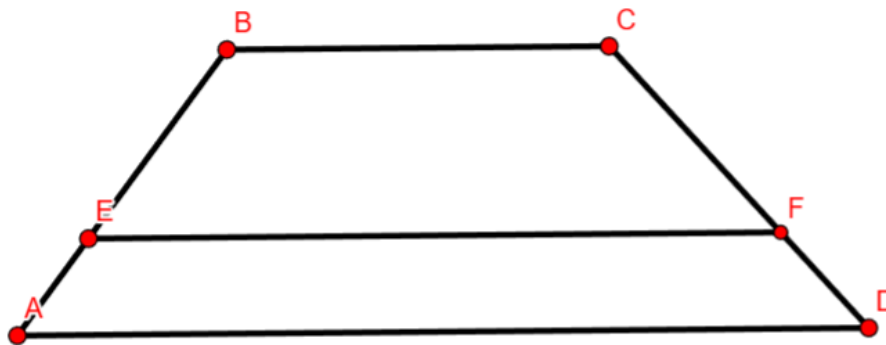


Рисунок 11

4. Окружность пересекает стороны  $AB$  и  $AC$  треугольника  $ABC$  в точках  $K$  и  $P$  соответственно. Найдите длину отрезка  $KP$ , если  $AK=6$ , а сторона  $AC$  в 1,2 раза больше стороны  $BC$  (рис. 12). Главной проблемой этой задачи является доказательство подобия треугольников. Для этого нужно воспользоваться свойством вписанного четырехугольника и свойством смежных углов, для того чтобы найти равные углы, после чего задача решается путем составления пропорции.

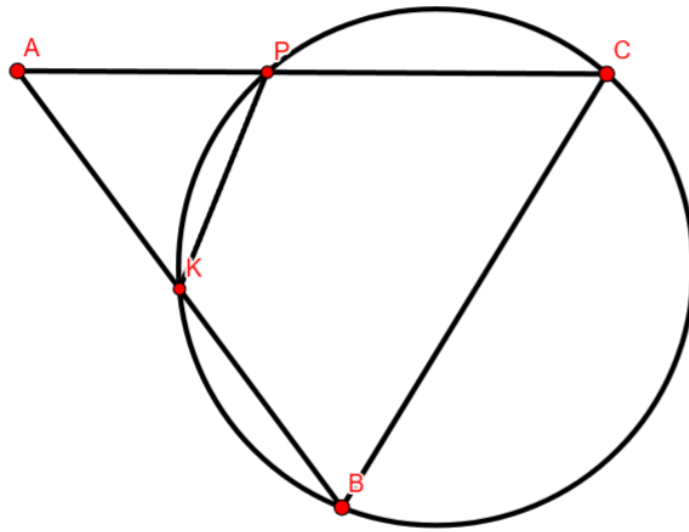


Рисунок 12

5. Катеты прямоугольного треугольника  $ABC$  равны 15 и 8. Найдите высоту, проведенную к гипотенузе (рис. 13).

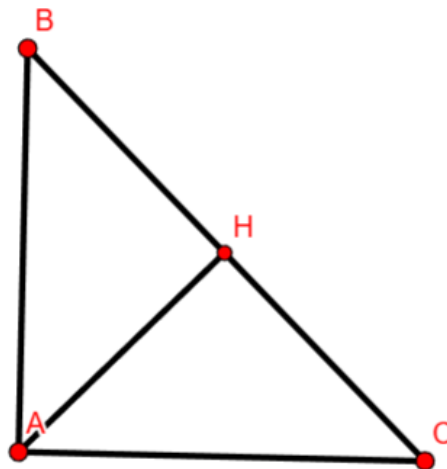


Рисунок 13

Рассмотрим решение этой задачи. Эта задача может быть решена несколькими способами: с помощью площади треугольника  $ABC$  через полупроизведение основания (гипотенузы) и высоты; с помощью произведения катетов, деленного на гипотенузу (формула выводится из формул площадей треугольника  $ABC$ ). Все эти решения так или иначе связаны с подобием треугольников, поэтому в рамках данной темы рассматривается следующее решение: по теореме Пифагора находится гипотенуза, затем доказывается подобие треугольников  $ABC$  и  $HAC$  (по двум углам) и, используя пропорцию, находится высота. Ученикам не всегда видно подобие треугольников в данном чертеже, поэтому эта задача является наглядным примером того, что в прямоугольном треугольнике с высотой, проведенной к гипотенузе, всегда будут подобные треугольники. Также рассматриваемую задачу можно использовать на нескольких уроках: для упражнения на нахождение пар подобных треугольников и составление пропорций, для выведения формул высоты.

Задачи из ОГЭ 2 часть [7, 12] (24 задание):

1. Основания  $BC$  и  $AD$  трапеции  $ABCD$  равны соответственно 6 и 24,  $BD=12$ . Докажите, что треугольники  $CBD$  и  $BDA$  подобны (рис. 14). В предыдущих задачах для решения требовалось сначала доказать подобие треугольников, а затем составить пропорцию. Здесь же, наоборот, для доказательства подобия треугольников нужно уметь выявлять сходственные стороны.

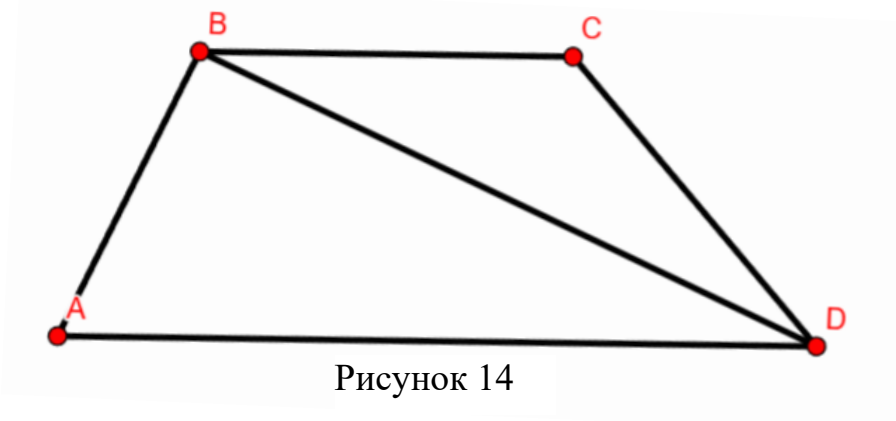


Рисунок 14

2. В треугольнике  $MPK$  с тупым углом  $MKP$  проведены высоты  $MM_1$  и  $PP_1$ . Докажите, что треугольники  $M_1P_1K$  и  $MPK$  подобны (рис. 15). Решение задачи сводится к построению окружности с диаметром  $MP$  и рассмотрению вписанных углов, опирающихся на одну дугу. После чего делается вывод о подобии треугольников по двум углам. Решение подразумевает нахождение равных углов в нестандартной ситуации, когда нет параллельных прямых, как в предыдущих задачах.

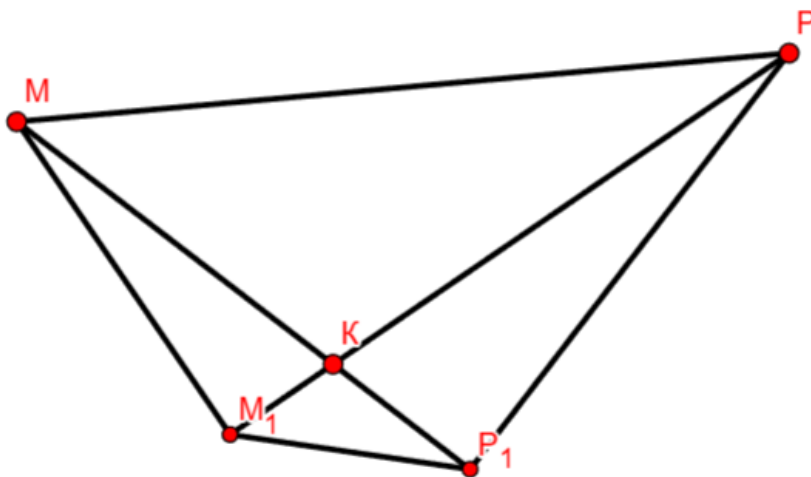


Рисунок 15

3. Окружности с центрами в точках  $R$  и  $S$  не имеют общих точек, ни одна из них не лежит внутри другой, а их радиусы относятся как  $c:d$ . Докажите, что внутренняя общая касательная к этим окружностям делит отрезок, соединяющий их центры в отношении  $c:d$  (рис. 16). Так как в условии дана пропорция, то явно нужно пользоваться подобными треугольниками, поэтому для решения нужно построить эти треугольники и доказать их подобие.

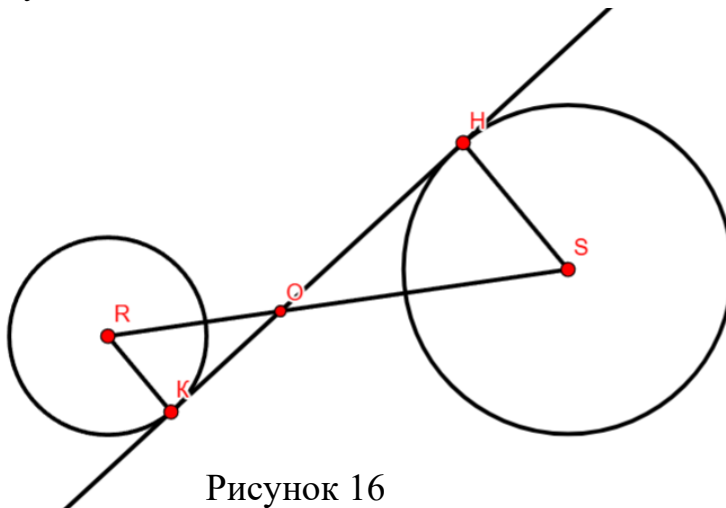


Рисунок 16

Задачи из ОГЭ 2 часть [4] (25 задание):

1. Четырехугольник  $ABCD$  со сторонами  $AB=12$  и  $CD=30$  вписан в окружность. Диагонали  $AC$  и  $BD$  пересекаются в точке  $K$ , причем  $\angle AKB=60^\circ$ . Найдите радиус окружности, описанной около этого четырехугольника (рис. 17). Чтобы решить эту задачу, нужно построить подобные треугольники с помощью дополнительного построения (строится хорда, равная хорде  $CD$ ).

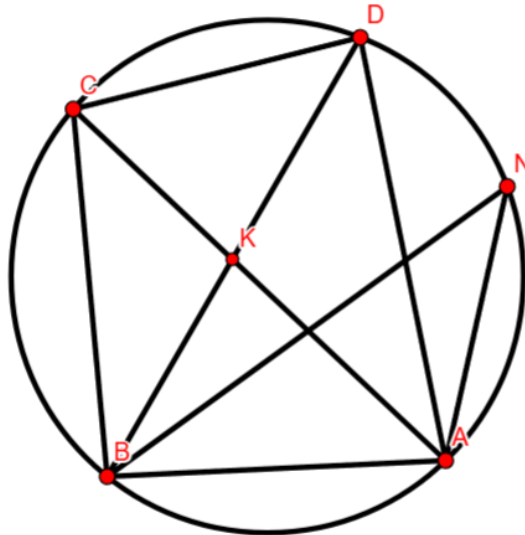


Рисунок 17

2. В остроугольном треугольнике  $ABC$  проведены высоты  $AK$  и  $CM$ . из точки  $M$  на сторону  $BC$  опущен перпендикуляр  $ME$ , а из точки  $K$  на сторону  $AB$  опущен перпендикуляр  $KH$ . Найдите  $\angle ENB$ , если  $\angle CAB=68^\circ$  (рис. 18). Решение предполагает умение видеть из большого количества треугольников нужные подобные и находить сходственные сторон.

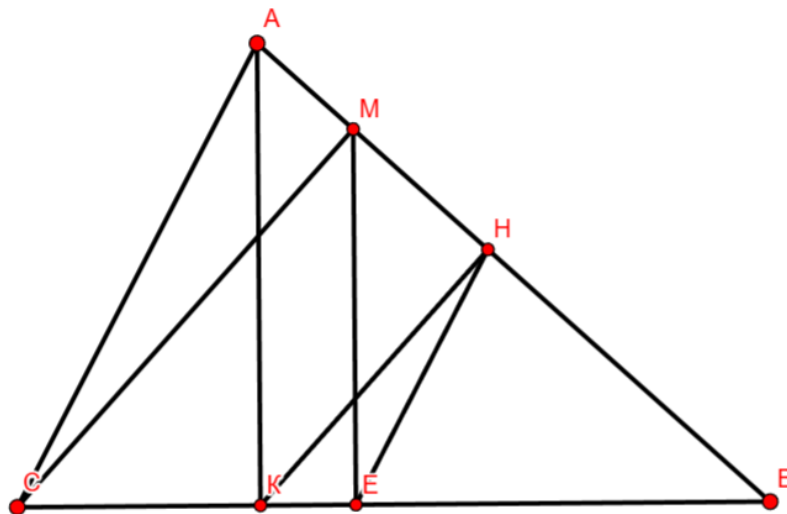


Рисунок 18

## ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО ТЕМЕ «ПОДОБНЫЕ ТРЕУГОЛЬНИКИ»

### 2.1 Технологические карты уроков по теме «Подобные треугольники»

#### Технологическая карта урока «Введение подобных треугольников»

|                             |                                                                                               |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------|
| Предмет                     | Геометрия                                                                                     |
| Класс                       | 8                                                                                             |
| Тип урока                   | Открытие нового знания                                                                        |
| Технология построения урока | Системно-деятельностный подход                                                                |
| Тема                        | Введение подобных треугольников                                                               |
| Цель                        | Создать условия для открытия понятия «Подобные треугольники»                                  |
| Основные термины, понятия   | Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, коэффициент подобия, соответственные стороны |

#### Планируемый результат

|                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Предметные умения</b><br><br>Распознавать подобные треугольники среди заданных геометрических фигур на основе визуального сравнения и предварительных представлений о подобии. | <i>Личностные УУД:</i> способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело.<br><br><i>Регулятивные УУД:</i> работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение.<br><br><i>Познавательные УУД:</i> уметь отличать новое от уже известного; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений. |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                                |                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                                | <i>Коммуникативные УУД:</i> уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.   |
| <b>Организация пространства</b>                |                                                                                                                                                                                                                        |
| <b>Формы работы</b>                            | <b>Ресурсы</b>                                                                                                                                                                                                         |
| Фронтальная, работа в группах, индивидуальная. | <i>Книгопечатная продукция</i><br><br>Математика. Геометрия; 7-9-е классы: базовый уровень / Л. С. Атанасян [и др.].<br><br><i>Технические средства обучения</i><br><br>мультимедиа-проектор, карточка для заполнения. |

### Дидактические задачи этапов урока

|                                                            |                                                                                                                 |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Этапы урока</b>                                         | <b>Дидактические задачи</b>                                                                                     |
| Организационный (2 мин)<br>(этап мотивации)                | включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне                                          |
| Актуализация опорных знаний и умений (2 мин)               | готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия                                |
| Формулирование проблемы, планирование деятельности (3 мин) | постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств, ее реализации                                    |
| Открытие нового знания (23 мин)                            | построение и фиксация нового знания                                                                             |
| Первичная проверка понимания (5 мин)                       | применение нового знания в типовых заданиях                                                                     |
| Рефлексия учебной деятельности (5 мин)                     | соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания |

### Технология изучения

| Этап урока                           | Формируемые умения                                                                                                                                     | Деятельность учителя                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Деятельность обучающихся                               |
|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------|
| Организационный                      | Слушать и понимать речь других.                                                                                                                        | Здравствуйте, ребята! Как вы знаете, математика встречается в нашей жизни намного чаще, чем кажется.<br>Сегодня мы побудем в роли геодезистов и проведем интересное исследование, в конце которого сделаем важный геометрический вывод.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           | Настраиваются на урок, фокусируют внимание на учителе. |
| Актуализация опорных знаний и умений | Уметь оформлять свои мысли в устной форме; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно. | Перед началом исследования нам нужно повторить, что мы проходили на предыдущем занятии.<br><br>Дайте определение отношения отрезков и пропорциональных отрезков.<br><br>Молодцы!                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Дают изученные определения.                            |
| Формулирование проблемы              | Высказывать свое предположение; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                                             | У вас лежат 2 карты (приложение 2) разного размера, каждый выбирает себе одну, на которой он будет производить необходимые измерения.<br><br>На ваших столах лежит еще и таблица (приложение 1), которую вы должны заполнить в ходе работы со своим соседом по парте.<br><br>Верхняя строчка будет заполняться тем, кто взял карту поменьше, нижняя — тем, у кого карта больше.<br><br>Для необходимых измерений вам понадобятся линейка и транспортир. Итак, начнем мы с вопроса: можно ли найти расстояние между городами с помощью карты?<br>Предположим, что можно. Но как нам это проверить?<br><br>Для этого и нужно провести исследование. | Предполагают, что можно.                               |

Ответственность за общее дело; высказывать свое предположение; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; уметь оформлять свои мысли в устной форме; строить логическую цепочку рассуждений; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.

Первое задание: соединить города Кузнецк-Пенза-Никольск и Нижний Ломов-Наровчат-Заметчино дорогами (рис. 19), измерить расстояние между городами и записать результаты в таблицу.

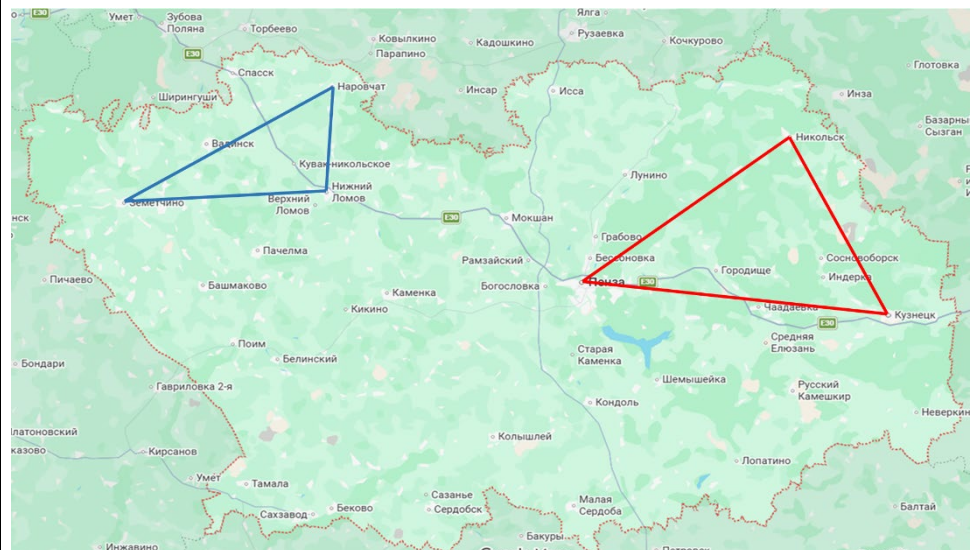


Рисунок 19

После полученных измерений посмотрим на длины дорог, сравним их с таблицей на слайде (рис. 20). Возможно, ваши измерения будут отличаться, но это ничего страшного.

Рассмотрим первый опыт.

Как вы думаете, как могут быть связаны расстояние на большой карте и расстояние на маленькой?

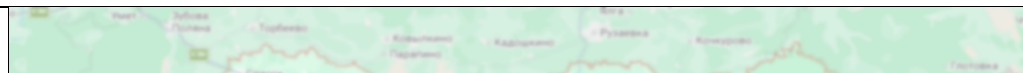
Остановимся на варианте (гипотеза): составив отношения длин дорог, получатся пропорциональные отрезки, если длину меньшей дороги поделить на длину дороги с большой карты, то получается число. Оно одинаково для всех трех дорог —  $2/3$ .

Проверим нашу гипотезу на втором опыте.

Выполняют задание.

Высказывают свои варианты.

Проверяют гипотезу на втором опыте.



| № опыта | Расстояние между городами Пензенской области |                    |                        | Угол между двумя дорогами в город Пензенской области |          |           |
|---------|----------------------------------------------|--------------------|------------------------|------------------------------------------------------|----------|-----------|
|         | Кузнецк-Пенза                                | Пенза-Никольск     | Никольск-Кузнецк       | Кузнецк                                              | Пенза    | Никольск  |
| №1      | 6 см.                                        | 5,2 см.            | 4,2 см.                |                                                      |          |           |
|         | 9 см.                                        | 7,8 см.            | 6,3 см.                |                                                      |          |           |
| №2      | Нижний Ломов-Наровчат                        | Наровчат-Заметчино | Заметчино-Нижний Ломов | Нижний Ломов                                         | Наровчат | Заметчино |
|         | 2,4 см.                                      | 4,8 см.            | 4 см.                  |                                                      |          |           |
|         | 3,6 см.                                      | 7,2 см.            | 6 см.                  |                                                      |          |           |

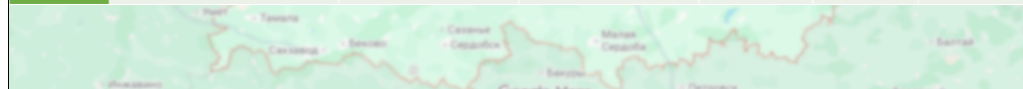


Рисунок 20

Результат такой же, значит делаем вывод, что наша гипотеза верна. Понемногу мы подходим к нашей теме урока. Какие фигуры получились из проведенных дорог?

Все верно, это треугольники. Рассмотрим треугольник Кузнецк-Пенза-Никольск на двух картах. В чем их особенности? Отличительные черты? Сходства?

Мы с вами сейчас открыли новый вид пар треугольников. В математике они носят специальное название — подобные треугольники.

То число, которое мы обнаружили при делении расстояний, называется коэффициентом подобия. А пропорциональные отрезки, из которых составляли отношения, называются сходственными сторонами.

Давайте проведем аналогию с другими ранее изученными треугольниками. На что похоже?

Правильно! Есть что-то общее с равными треугольниками. Вспомним, как относятся элементы равных треугольников.

Получились треугольники.

Разного размера, но одной формы.

Похожи на равные треугольники.

Элементы равны.

Значит, что в равных треугольниках равные стороны, а в подобных — пропорциональные.

А что же нам делать с углами? Будут ли они равны в наших треугольниках? Или будут также пропорциональны?  
Для этого снова обратимся к нашим картам. Измерим углы между городами и запишем результаты в таблицу (рис. 21).



| № опыта | Расстояние между городами Пензенской области |                    |                        | Угол между двумя дорогами в город Пензенской области |          |           |
|---------|----------------------------------------------|--------------------|------------------------|------------------------------------------------------|----------|-----------|
|         | Кузнецк-Пенза                                | Пенза-Никольск     | Никольск-Кузнецк       | Кузнецк                                              | Пенза    | Никольск  |
| №1      | 6 см.                                        | 5,2 см.            | 4,2 см.                | 55°                                                  | 43°      | 79°       |
|         | 9 см.                                        | 7,8 см.            | 6,3 см.                | 55°                                                  | 43°      | 79°       |
| №2      | Нижний Ломов-Наровчат                        | Наровчат-Заметчино | Заметчино-Нижний Ломов | Нижний Ломов                                         | Наровчат | Заметчино |
|         | 2,4 см.                                      | 4,8 см.            | 4 см.                  | 95°                                                  | 57°      | 28°       |
|         | 3,6 см.                                      | 7,2 см.            | 6 см.                  | 95°                                                  | 57°      | 28°       |



Рисунок 21

К какому выводу можем прийти?

Давайте попробуем сформулировать определение подобных треугольников с помощью наших выводов.

Равенство треугольников мы записываем в виде  $\triangle ABC = \triangle A_1 B_1 C_1$ , у подобия тоже есть свой знак и подобные треугольники будем записывать вот так:  $\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$ .

Высказывают предположения.

Выполняют измерения и приходят к выводу, что углы равны.

Формулируют определение.

Высказывать свое предположение;  
оценивать правильность выполнения действий;  
уметь отличать новое от уже известного;  
использовать знаково-символические средства;  
строить логическую цепочку рассуждений.

Теперь вернемся к нашему вопросу: можно ли узнать расстояние по карте.  
На уроках географии вы много раз видели карту мира, карту страны и везде пишется вот так: 1:15000000 или 1:100000. Это масштаб и если перевести это слово на математический язык, то это и будет коэффициент подобия.  
Для того чтобы узнать расстояние между городами в жизни, нужно расстояние на карте умножить на масштаб. Теперь используя полученные знания, вам нужно заполнить таблицу с опытом №3 (рис. 22). Масштабы карт представлены на слайде. Полученные числа округлить до целого.

| Масштаб                   | Маленькая карта |                | Большая карта    |  |
|---------------------------|-----------------|----------------|------------------|--|
|                           | 1:1785714       |                | 1:1171875        |  |
| №3                        | Кузнецк-Пенза   | Пенза-Никольск | Никольск-Кузнецк |  |
|                           |                 |                |                  |  |
| Расстояние между городами | Кузнецк-Пенза   | Пенза-Никольск | Никольск-Кузнецк |  |
|                           |                 |                |                  |  |

Рисунок 22

Сверим ваши ответы и реальные расстояния между городами (рис. 23). Погрешности также могут присутствовать.  
Итак, теперь, зная масштаб карты и измерив нужное расстояние, мы можем определить расстояние между населенными пунктами и не только.

Выполняют задание и сверяются с ответом на слайде.

|           |                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                  |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------|
|           |                                                                                                                                                      |  <p>Рисунок 23</p> <p>Последнее задание на сегодня: определить, подобны ли треугольники <math>ABC</math> и <math>DEF</math>, если да, то составить отношения сходственных сторон и определить коэффициент подобия. Если <math>AB=8</math>, <math>BC=5</math>, <math>AC=9</math>, <math>DE=16</math>, <math>EF=10</math>, <math>FD=18</math>.</p> | Выполняют задание: треугольники подобны, коэффициент подобия: 2. |
| Рефлексия | Способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело; уметь оформлять свои мысли в устной форме. | <p>Мы подходим к концу нашего урока.</p> <p>Домашним заданием будет узнать расстояние между городами Нижний Ломов-Наровчат-Заметчино.</p> <p>Предлагаю ответить вам на вопросы: что нового вы узнали? какой этап урока вам запомнился больше всего? с какими трудностями вы столкнулись?</p> <p>На этом изучение подобных треугольников не заканчивается, продолжим изучать на следующем уроке. До новых встреч!</p>               | Отвечают на вопросы.                                             |

### Технологическая карта урока «Первый признак подобия треугольников»

|                             |                                                                                                                       |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Предмет                     | Геометрия                                                                                                             |
| Класс                       | 8                                                                                                                     |
| Тип урока                   | Открытие нового знания                                                                                                |
| Технология построения урока | Системно-деятельностный подход                                                                                        |
| Тема                        | Первый признак подобия треугольников                                                                                  |
| Цель                        | Создать условия для открытия первого признака подобия треугольников                                                   |
| Основные термины, понятия   | Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, коэффициент подобия, соответственные стороны, первый признак подобия |

#### Планируемый результат

|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Предметные умения</b>                               | <p><i>Личностные УУД:</i> способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело.</p> <p><i>Регулятивные УУД:</i> работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение.</p> <p><i>Познавательные УУД:</i> уметь отличать новое от уже известного; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений.</p> <p><i>Коммуникативные УУД:</i> уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> |
| Уметь применять первый признак подобия в решении задач |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

### Организация пространства

| Формы работы                 | Ресурсы                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Фронтальная, индивидуальная. | <i>Книгопечатная продукция</i><br><br>Математика. Геометрия; 7-9-е классы: базовый уровень / Л. С. Атанасян [и др.].<br><br><i>Технические средства обучения</i><br><br>мультимедиа-проектор, доска. |

### Дидактические задачи этапов урока

| Этапы урока                                                | Дидактические задачи                                                                                            |
|------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный (1 мин)<br>(этап мотивации)                | включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне                                          |
| Актуализация опорных знаний и умений (3 мин)               | готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия                                |
| Формулирование проблемы, планирование деятельности (3 мин) | постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств, ее реализации                                    |
| Открытие нового знания (15 мин)                            | построение и фиксация нового знания                                                                             |
| Первичная проверка понимания (15 мин)                      | применение нового знания в типовых заданиях                                                                     |
| Рефлексия учебной деятельности (3 мин)                     | соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания |

## Технология изучения

| Этап урока                              | Формируемые умения                                                                                                                                     | Деятельность учителя                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Деятельность обучающихся                                                                                                                                   |
|-----------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организа-<br>ционный                    | Слушать и понимать речь других.                                                                                                                        | Здравствуйте, ребята. Сегодня мы продолжаем погружаться в интересный мир геометрии. Готовы ли вы к сегодняшнему уроку? Так давайте же начнем!                                                                                                                                                                                                                         | Настраиваются на урок.                                                                                                                                     |
| Актуализация опорных<br>знаний и умений | Уметь оформлять свои мысли в устной форме; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно. | Перед изучением нового нужно повторить пройденное. Нам нужно вспомнить, что же мы проходили на предыдущем уроке. Сформулируйте определение подобных треугольников. Что мы про них уже знаем? Сохраняется ли форма? А размеры?                                                                                                                                         | Вспоминают про подобные треугольники и дают определение, повторяют, что такое коэффициент подобия, пропорциональные стороны и равные углы в треугольниках. |
| Формулирование<br>проблемы              | Высказывать свое предположение; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                                             | Мы повторили, что в подобных треугольниках соответственные углы равны, а соответственные стороны пропорциональны. Давайте подумаем, нужно ли будет проверять все 6 элементов, чтобы доказать подобие?<br>В 7 классе мы изучали равные треугольники и говорили про то, что это не обязательно. Можем ли мы сказать то же самое и про подобные? Давайте же это выясним! | Высказывают свои варианты.<br><br>Предполагают, что можем.                                                                                                 |
| Открытие нового<br>знания               | Ответственность за общее дело; высказывать свое предположение; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность                     | На партах у каждого лежат 5 треугольников (приложение 3). Посмотрите на них. Есть ли похожие? В чем различия? Ваша задача: выбрать 2 треугольника, которые на ваш взгляд кажутся похожими, доказать их подобие путем измерения углов и сторон.                                                                                                                        | Изучают треугольники. Выполняют задание. Взяли треугольники 3 и 4, измерили углы и стороны. Углы равны,                                                    |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; уметь оформлять свои мысли в устной форме; строить логическую цепочку рассуждений; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> | <p>Итак, какие треугольники вы взяли? Что измерили? Какие выводы сделали? (Если взяли другие треугольники, то должны прийти к выводу, что треугольники не подобны). Давайте подумаем, какие измерения нам точно нужны для доказательства подобия? Остановимся на углах: нужно ли измерять все три угла или достаточно будет только одного? Рассмотрим треугольники №1 и №2. Измерим его углы. Какие углы получились? Все ли равны? Какой же вывод можем сделать?</p> <p>Молодцы! А теперь подумаем, нужно ли измерять все три угла для доказательства? Так давайте же это докажем! Рассмотрим два наших треугольника, которые мы считаем подобными (№3 и №4). Если мы знаем в них по два угла, можем ли мы найти третий? Будет ли третий угол равен в этих треугольниках? К какому выводу можем прийти? А что нам делать со сторонами? Нужны ли они для доказательства? Давайте это выясним, используя площадь треугольника. Какие формулы площади треугольника вы знаете? Отлично! Попробуем записать отношение площадей с помощью известных нам двух углов и сторон, которые образуют эти углы. Назовем наши треугольники <math>ABC</math> и <math>A_1B_1C_1</math>: <math>\angle A = \angle A_1 = 70^\circ</math>, <math>\angle B = \angle B_1 = 45^\circ</math>. Один ученик пробует записать отношение площадей на доске, остальные в тетради. Какие выводы мы можем сделать? Нужны ли нам стороны для доказательства подобия? Отлично! Мы сейчас с вами доказали первый признак подобия треугольников.</p> | <p>а стороны пропорциональны. Высказывают варианты.</p> <p>Измеряют углы, получился один равный угол. Делают вывод, что одного угла недостаточно. Предполагают, что достаточно и двух равных углов. Третий угол можно найти: <math>180^\circ - 45^\circ - 70^\circ</math>. Если два угла равны, то и третий будет равен. Вспоминают формулу <math display="block">S = \frac{a \cdot b \sin \alpha}{2}.</math> Записывают отношение площадей, делают вывод, что стороны пропорциональны. Стороны не нужны, достаточно двух равных углов.</p> |
|--|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                              |                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |                                                                |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------|
|                              |                                                                                                                                                                                                          | Давайте его сформулируем.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Формулируют признак подобия.                                   |
| Первичная проверка понимания | Высказывать свое предположение; оценивать правильность выполнения действий; уметь отличать новое от уже известного; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений. | <p>Чтобы закрепить изученную тему, решим несколько задач. Желающие выходят к доске по 2 человека, решают, затем по очереди объясняют решение, остальные решают в тетрадях.</p> <p>1. Доказать, что <math>\triangle ABC \sim \triangle MNT</math>, если <math>\angle A = 70^\circ</math>, <math>\angle B = 50^\circ</math>, <math>\angle M = 70^\circ</math>, <math>\angle N = 50^\circ</math>.</p> <p>2. Треугольники <math>ABC</math> и <math>KLM</math> (<math>AC</math> и <math>KM</math> основания) равнобедренные. Доказать, что они подобны, если <math>\angle B = 80^\circ</math>, <math>\angle L = 80^\circ</math>.</p> <p>3. Треугольники <math>ABC</math> и <math>KLM</math> (<math>AC</math> и <math>KM</math> основания) равнобедренные. Доказать, что они подобны, если <math>\angle B = 30^\circ</math>, <math>\angle K = 75^\circ</math>.</p> <p>4. Доказать, что <math>\triangle ABC \sim \triangle DRP</math>, если <math>\angle A = 40^\circ</math>, <math>\angle B = 20^\circ</math>, <math>\angle D = 40^\circ</math>, <math>\angle P = 120^\circ</math>.</p> <p>А теперь я раздам вам листочки для самостоятельной работы №1 (см. параграф 2.2).</p> | <p>Решают задачи.</p> <p>Выполняют самостоятельную работу.</p> |
| Рефлексия                    | Способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                     | <p>Итак, мы подходим к концу нашего занятия. Давайте подведем итоги. Что вы сегодня узнали? Что было интересно? Какие важные выводы мы сделали? Как вы думаете, если мы изучили первый признак подобия треугольников, то могут ли быть еще признаки? Сколько их может быть?</p> <p>Об этом вы узнаете на следующем занятии. А сейчас записываем домашнее задание: для любой задачи, которую вы сегодня решили, попробовать записать пропорциональные стороны.</p> <p>Наш урок завершен. Вы большие молодцы! До скорых встреч!</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                         | Отвечают на вопросы, записывают домашнее задание.              |

### Технологическая карта урока «Второй признак подобия треугольников»

|                             |                                                                                                                       |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Предмет                     | Геометрия                                                                                                             |
| Класс                       | 8                                                                                                                     |
| Тип урока                   | Открытие нового знания                                                                                                |
| Технология построения урока | Системно-деятельностный подход                                                                                        |
| Тема                        | Второй признак подобия треугольников                                                                                  |
| Цель                        | Создать условия для открытия второго признака подобия треугольников                                                   |
| Основные термины, понятия   | Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, коэффициент подобия, соответственные стороны, второй признак подобия |

### Планируемый результат

|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Предметные умения</b>                               | <p><i>Личностные УУД:</i> способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело.</p> <p><i>Регулятивные УУД:</i> работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение.</p> <p><i>Познавательные УУД:</i> уметь отличать новое от уже известного; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений.</p> <p><i>Коммуникативные УУД:</i> уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> |
| Уметь применять второй признак подобия в решении задач |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

| Организация пространства     |                                                                                                                                                                                                             |
|------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Формы работы                 | Ресурсы                                                                                                                                                                                                     |
| Фронтальная, индивидуальная. | <p><i>Книгопечатная продукция</i></p> <p>Математика. Геометрия; 7-9-е классы: базовый уровень / Л. С. Атанасян [и др.].</p> <p><i>Технические средства обучения</i></p> <p>мультимедиа-проектор, доска.</p> |

### Дидактические задачи этапов урока

| Этапы урока                                                   | Дидактические задачи                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный (1 мин)<br>(этап мотивации)                   | включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне                                          |
| Актуализация опорных знаний и умений<br>(3 мин)               | готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия                                |
| Формулирование проблемы,<br>планирование деятельности (3 мин) | постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств, ее реализации                                    |
| Открытие нового знания (15 мин)                               | построение и фиксация нового знания                                                                             |
| Первичная проверка понимания (15 мин)                         | применение нового знания в типовых заданиях                                                                     |
| Рефлексия учебной деятельности (3 мин)                        | соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания |

### Технология изучения

| Этап урока                           | Формируемые умения                                                                                                                                     | Деятельность учителя                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                             | Деятельность обучающихся                                                                                                                   |
|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный                      | Слушать и понимать речь других.                                                                                                                        | Здравствуйте, ребята! Рада вас видеть на уроке. Как ваше настроение? Надеюсь, что сегодняшний урок будет полезен для вас. Давайте же приступим!                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  | Настраиваются на урок, фокусируют внимание на учителе.                                                                                     |
| Актуализация опорных знаний и умений | Уметь оформлять свои мысли в устной форме; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно. | Наш урок мы начинаем с повторения.<br>Какие треугольники называются подобными? Что такое коэффициент подобия? Сформулируйте первый признак подобия треугольников.<br>Даны стороны треугольника $ABC$ : 3,4,5 и стороны треугольника $KPM$ : 6,8,10. Чему равен коэффициент подобия?<br>Отлично!                                                                                                                                                                                                  | Отвечают на вопросы, решают задачу.                                                                                                        |
| Формулирование проблемы              | Высказывать свое предположение; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                                             | Сегодня мы продолжаем изучать подобные треугольники. На прошлом занятии я задала вам вопрос: могут ли быть еще признаки подобия, если есть первый. Думали ли вы над этим вопросом? какие предположения у вас возникли? Те, кто подумал о том, что могут быть еще и другие признаки, правы. Давайте же перейдем к одному из них.                                                                                                                                                                  | Отвечают на вопросы, высказывают свое мнение.                                                                                              |
| Открытие нового знания               | Ответственность за общее дело; высказывать свое предположение; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность                     | На предыдущем уроке мы выяснили, что для доказательства подобия достаточно двух равных углов, но можно ли использовать стороны?<br>У каждого на партах лежат 4 треугольника (приложение 4). Рассмотрим треугольники №1 и №2. Проверим, будут ли они подобны? Используя первый признак, делаем вывод, что подобны. А если нам будут даны стороны? Можно ли их использовать для доказательства? Достаточно ли будет одной стороны?<br>Для этого возьмем треугольники №1 и №3. Измерим его стороны. | Предполагают, что можно.<br><br>Проверяют равенство двух углов.<br>Высказывают мнения.<br>Измеряют стороны, коэффициент пропорциональности |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                     |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                           |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>выполнения действий;<br/>планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей;<br/>самостоятельно создавать алгоритм деятельности;<br/>вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок;<br/>уметь оформлять свои мысли в устной форме; строить логическую цепочку рассуждений;<br/>слушать и понимать речь других;<br/>совместно договариваться о правилах поведения и следовать им;<br/>уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> | <p>Обнаружили, что при составлении пропорций, получается разный коэффициент подобия. Можем ли мы из этого сделать вывод, что треугольники подобны?</p> <p>Вы правы, треугольники не подобны, так как его стороны не пропорциональны. Значит, одной стороны точно будет мало. Теперь проверим треугольники №1 и №4. Также измерим его стороны.</p> <p>Теперь есть две пропорциональные стороны, но обратите внимание на форму треугольников. Похожи ли они?</p> <p>Не похожи. Проверим равенство углов. Выяснили, что есть только один равный угол, но прилежащий только к одной из пропорциональных сторон. Получается, что двух сторон вроде бы достаточно, но не хватает еще одного элемента. Как вы думаете, какого?</p> <p>Верно! Нам не хватает угла между пропорциональными сторонами, чтобы форма треугольников была одинаковая. Проверим это на треугольниках №1 и №2.</p> <p>Мы сейчас открыли второй признак подобия треугольников. Давайте его сформулируем. А теперь нам необходимо доказать этот признак. Рассмотрим 2 треугольника <math>ABC</math> и <math>HKO</math>. Нам даны пропорциональные стороны <math>\frac{AB}{HK} = \frac{AC}{ON}</math> и <math>\angle BAC = \angle KHO</math>. Мы уже изучили первый признак подобия, но для его использования нам нужно два равных угла, а у нас только один. Тогда что нам нужно будет доказать, чтобы использовать первый признак подобия? Верно. Давайте же попробуем это сделать.</p> <p>На стороне <math>HO</math> треугольника <math>HKO</math> построим треугольник <math>HMO</math> с такими углами: <math>\angle OHM = \angle BAC</math>, <math>\angle HOM = \angle BKA</math>. Что мы можем сказать про треугольники <math>ABC</math> и <math>HMO</math>?</p> <p>Если треугольники подобны, то мы можем записать пропорциональные стороны. Назовите мне их.</p> <p>Теперь обратите внимание на равенство, которое нам дано, и на равенство, которое мы получили. Какой вывод вы можете сделать?</p> <p>Правильно! Тогда что мы теперь можем сказать о треугольниках <math>HKO</math> и <math>HMO</math>?</p> | <p>разный, треугольники не подобны.</p> <p>Измеряют стороны. Разная форма треугольников, вряд ли подобны.</p> <p>Обнаружили один равный угол.</p> <p>Делают вывод, что не хватает угла между пропорциональными сторонами.</p> <p>Измеряют 2 стороны и угол между ними.</p> <p>Формулируют второй признак подобия.</p> <p>Нужно доказать, что <math>\angle C = \angle O</math>.</p> <p>Треугольники подобны по двум равным углам.</p> <p>Называют <math>\frac{AB}{HM} = \frac{AC}{HO}</math>.</p> <p>Вывод: <math>HK = HM</math>.</p> <p>Треугольники равны по двум равным сторонам и углу между ними.</p> |
|--|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                              |                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                         |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                              |                                                                                                                                                                                                                 | <p>Все верно! А если треугольники равны, то равны все его соответственные элементы. Назовем их.</p> <p>Итак, мы обнаружили, что в треугольниках <math>ABC</math> и <math>HKO</math> есть 2 равных угла, а что же это значит?</p> <p>Молодцы! Сегодня мы доказали, что для выявления подобия нужны всего лишь 2 пропорциональные стороны и равный угол между ними.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | <p>Называют равные стороны и углы, среди которых <math>\angle C = \angle O</math>.</p> <p>Треугольники подобны по первому признаку.</p> |
| Первичная проверка понимания | <p>Высказывать свое предположение; оценивать правильность выполнения действий; уметь отличать новое от уже известного; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений.</p> | <p>Итак, закрепим наши знания задачами. Желающие по очереди выходят к доске, поясняя свое решение, остальные решают в тетради и при необходимости смотрят на доску.</p> <p>1. Докажите, что треугольники <math>ABC</math> и <math>KPM</math> подобны, если <math>AB=4</math>, <math>AC=6</math>, <math>KP=6</math>, <math>KM=9</math>, <math>\angle A=60^\circ</math>, <math>\angle K=60^\circ</math>.</p> <p>2. Докажите, что треугольники <math>HTC</math> и <math>KPM</math> подобны, если <math>HT=3</math>, <math>HC=5</math>, <math>KP=6</math>, <math>KM=10</math>, <math>\angle H=45^\circ</math>, <math>\angle K=45^\circ</math>.</p> <p>3. Докажите, что треугольники <math>FQD</math> и <math>BNV</math> подобны, если <math>FQ=4</math>, <math>QD=5</math>, <math>BN=6</math>, <math>NV=9</math>, <math>\angle Q=30^\circ</math>, <math>\angle B=30^\circ</math>.</p> <p>4. Докажите, что равнобедренные треугольники <math>ABC</math> и <math>MPK</math> с основаниями <math>AC</math> и <math>MK</math> подобны, если <math>AB=3</math>, <math>\angle ABC=70^\circ</math>, <math>MP=6</math>, <math>\angle MPK=70^\circ</math>.</p> <p>5. Докажите, что равнобедренные треугольники <math>ABC</math> и <math>MPK</math> с основаниями <math>AC</math> и <math>MK</math> подобны, если <math>AB=7</math>, <math>\angle ABC=50^\circ</math>, <math>MP=21</math>, <math>\angle PMK=65^\circ</math>.</p> <p>Выполним самостоятельную работу №2 (см. параграф 2.2).</p> | <p>Решают задачи.</p> <p>Выполняют самостоятельную работу.</p>                                                                          |
| Рефлексия                    | <p>Способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело; уметь оформлять свои мысли в устной форме.</p>                                                     | <p>Ребята, в ходе нашей практической работы мы выяснили, что достаточно проверки трех элементов для доказательства подобия. Давайте повторим эти элементы.</p> <p>Домашнее задание: №660 и №666. Сегодня мы добавили в наш багаж знаний второй признак подобия треугольников. Было ли вам интересно? Какие трудности возникли?</p> <p>На следующем уроке мы узнаем последний, третий признак, и сможем решать задачи любой сложности. Всем спасибо за работу! До свидания!</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   | <p>Называют две пропорциональные стороны и угол между ними.</p> <p>Записывают домашнее задание и отвечают на вопросы.</p>               |

### Технологическая карта урока «Третий признак подобия треугольников»

|                             |                                                                                                                                                                       |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Предмет                     | Геометрия                                                                                                                                                             |
| Класс                       | 8                                                                                                                                                                     |
| Тип урока                   | Открытие нового знания                                                                                                                                                |
| Технология построения урока | Системно-деятельностный подход                                                                                                                                        |
| Тема                        | Третий признак подобия треугольников                                                                                                                                  |
| Цель                        | Создать условия для открытия третьего признака подобия треугольников                                                                                                  |
| Основные термины, понятия   | Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, коэффициент подобия, соответственные стороны, первый признак подобия, второй признак подобия, третий признак подобия |

### Планируемый результат

|                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |
|--------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <b>Предметные умения</b>                               | <p><i>Личностные УУД:</i> способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело.</p> <p><i>Регулятивные УУД:</i> работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение.</p> <p><i>Познавательные УУД:</i> уметь отличать новое от уже известного; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений.</p> <p><i>Коммуникативные УУД:</i> уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> |
| Уметь применять третий признак подобия в решении задач |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |

### Организация пространства

| Формы работы                 | Ресурсы                                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Фронтальная, индивидуальная. | <p><i>Книгопечатная продукция</i></p> <p>Математика. Геометрия; 7-9-е классы: базовый уровень / Л. С. Атанасян [и др.].</p> <p><i>Технические средства обучения</i></p> <p>мультимедиа-проектор, доска</p> |

### Дидактические задачи этапов урока

| Этапы урока                                                   | Дидактические задачи                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный (1 мин)<br>(этап мотивации)                   | включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне                                          |
| Актуализация опорных знаний и умений<br>(3 мин)               | готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия                                |
| Формулирование проблемы,<br>планирование деятельности (3 мин) | постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств, ее реализации                                    |
| Открытие нового знания (15 мин)                               | построение и фиксация нового знания                                                                             |
| Первичная проверка понимания (15 мин)                         | применение нового знания в типовых заданиях                                                                     |
| Рефлексия учебной деятельности (3 мин)                        | соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания |

### Технология изучения

| Этап урока                           | Формируемые умения                                                                                                                                     | Деятельность учителя                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Деятельность обучающихся                                                                                                                                                                                                                                                                    |
|--------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный                      | Слушать и понимать речь других.                                                                                                                        | Здравствуйте, ребята! Сегодня мы продолжим развивать математическое мышление. Пусть каждая задача станет для вас не испытанием, а вызовом – интересным, полезным и вдохновляющим. Помните: умение решать математические задачи – это умение решать жизненные. Давайте же начнем!                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              | Настраиваются на урок.                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Актуализация опорных знаний и умений | Уметь оформлять свои мысли в устной форме; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно. | Для начала мы повторим изученное. Какую тему мы изучаем? Что такое подобные треугольники? Какие признаки подобия мы уже изучили? Как мы доказывали первый признак подобия? как мы доказывали второй признак подобия? Что такое коэффициент подобия? Как его найти?                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                            | Отвечают на вопросы.                                                                                                                                                                                                                                                                        |
| Формулирование проблемы              | Высказывать свое предположение; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                                             | <p>А теперь предлагаю решить вам вот такую задачу. Строительная компания разрабатывает детскую горку. Инженеры подготовили два макета в форме треугольника. Один макет в натуральную величину, а второй – уменьшенную копию для демонстрации. Размеры горки первого макета: 6 м., 4,5 м., 7,5 м. Размеры горки второго макета: 40 см., 30 см., 50 см. Определить, точно ли макет воспроизводит форму полноразмерной горки.</p> <p>Как вы думаете, что нам предстоит сделать, чтобы ответить на заданный вопрос?</p> <p>Правильно! Что нам известно и как мы можем это использовать для доказательства?</p> <p>Попробуем составить пропорцию, чтобы понять, верна ли ваша теория.</p> <p>Итак, мы выяснили, что стороны пропорциональны, а значит, что можем предположить?</p> | <p>Изучают условие задачи, предполагают, что нужно доказать подобие треугольников.</p> <p>Даны стороны треугольников, предполагают, что стороны пропорциональны.</p> <p>Составляют пропорцию, из которой делают вывод, что теория верна.</p> <p>Предполагают, что треугольники подобны.</p> |

|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>Можем ли мы уже сейчас точно сказать подобны или нет? Если подобны, то по какому признаку? Если не подобны, то каких данных не хватает?</p> <p>Все верно! Сейчас мы пришли к необходимости отыскать еще один признак подобия. Как вы думаете, каким он будет? Да, вы правы. Но нам придется доказать, что для выявления подобия нам хватит трех сторон и углы будут не нужны.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | <p>Не хватает данных для доказательства подобия, нужен хотя бы один угол.</p> <p>Предполагают, что признак по трем пропорциональным сторонам.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
| Открытие нового знания | <p>Ответственность за общее дело; высказывать свое предположение; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; уметь оформлять свои мысли в устной форме; строить логическую цепочку рассуждений; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> | <p>Итак, для доказательства подобия двух треугольников нам нужно их название. Пусть один треугольник со сторонами 6 м., 4,5 м., 7,5 м. будет <math>ABC</math>, а второй – со сторонами 40 см., 30 см., 50 см. – будет <math>MHK</math>. Что нам дано?</p> <p>Какие признаки подобия нам могут пригодиться?</p> <p>Да, верно. Если мы используем второй признак подобия для доказательства третьего, что нам не хватает?</p> <p>Тогда для доказательства третьего признака подобия, что нам нужно сделать?</p> <p>Мы уже знаем, как доказывать второй признак подобия. на его основе будем доказывать и третий. Что нам для этого нужно?</p> <p>Молодцы! На стороне <math>MK</math> строим треугольник <math>MTK</math> с углами: <math>\angle KMT = \angle A</math>, <math>\angle MKT = \angle C</math>.</p> <p>Что мы можем сказать про треугольники <math>ABC</math> и <math>MTK</math>?</p> <p>Если треугольники подобны, то что можем сделать?</p> <p>Вернемся к пропорции, которая была дана и сравним ее с полученной. К какому выводу можем прийти?</p> <p>Тогда что мы можем сказать про треугольники <math>MHK</math> и <math>MTK</math>?</p> <p>Если треугольники равны, то равны и все его соответственные элементы. А что же это значит?</p> <p>Тогда как мы можем связать это с треугольниками <math>ABC</math> и <math>MHK</math>?</p> <p>Молодцы! Сейчас мы доказали третий признак подобия треугольников.</p> | <p>Даны пропорции сторон <math>\frac{AB}{MH} = \frac{BC}{HK} = \frac{AC}{MK}</math>.</p> <p>Предполагают, что второй признак.</p> <p>Не хватает угла между сторонами.</p> <p>Нужно найти один равный угол в треугольниках.</p> <p>Нужно построить вспомогательный треугольник на стороне <math>MK</math> с углами, равными углам в треугольнике <math>ABC</math>.</p> <p>Треугольники подобны по двум углам. Можем составить пропорцию <math>\frac{AB}{MT} = \frac{BC}{TK} = \frac{AC}{MK}</math>.</p> <p>Вывод: <math>MH = MT</math> и <math>HK = TK</math>.</p> <p>Треугольники равны по трем сторонам.</p> <p>Значит, что и углы равны.</p> <p>Так как <math>\angle KMT = \angle KMH</math> и <math>\angle KMT = \angle A</math>, то получается, что <math>\angle KMH = \angle A</math> и треугольники подобны.</p> |

|                              |                                                                                                                                                                                                          |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                    |
|------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                              |                                                                                                                                                                                                          | Давайте его сформулируем.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | Формулируют признак подобия.                                                                                                                                                       |
| Первичная проверка понимания | Высказывать свое предположение; оценивать правильность выполнения действий; уметь отличать новое от уже известного; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений. | Вернемся к нашей задаче. Задание было такое: определить, точно ли макет воспроизводит форму полноразмерной горки. Каков же ответ?<br>Для закрепления знаний решим несколько задач. Желающие выходят к доске. Остальные решают в тетради.<br>1. Доказать, что треугольники со сторонами 5,7,9 и 10,14,18 подобны.<br>2. Доказать, что треугольники со сторонами 6;10;13 и 9;15;19,5 подобны.<br>3. Доказать, что два равнобедренных треугольника с основаниями 3 и 6,3 и боковыми сторонами 6 и 12,6 подобны.<br>4. Доказать, что треугольники со сторонами 1,3,5 и 2,6,10 подобны.<br>5. Доказать, что два равносторонних треугольника подобны.<br>И теперь решаем самостоятельную работу №3 (см. параграф 2.2). | Макет точно воспроизводит форму полноразмерной горки, так как треугольники подобны.<br><br>Решают задачи.<br><br><br><br><br><br><br><br><br><br>Выполняют самостоятельную работу. |
| Рефлексия                    | Способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                     | Наш урок подходит к концу, записываем домашнее задание: из учебника №667 и еще одно задание: с помощью третьего признака доказать, что средняя линия треугольника образует два подобных. И предлагаю вам ответить на вопросы: что нового я узнал? Что больше всего запомнилось? Какие вопросы возникли? Остались ли вопросы в конце урока? Вы все большие молодцы! Всем спасибо за работу. До свидания!                                                                                                                                                                                                                                                                                                          | Записывают домашнее задание.<br><br><br><br><br><br><br>Отвечают на вопросы.                                                                                                       |

### Технологическая карта урока «Площадь подобных треугольников»

|                             |                                                                                                           |
|-----------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Предмет                     | Геометрия                                                                                                 |
| Класс                       | 8                                                                                                         |
| Тип урока                   | Открытие нового знания                                                                                    |
| Технология построения урока | Системно-деятельностный подход                                                                            |
| Тема                        | Площадь подобных треугольников                                                                            |
| Цель                        | Узнать, как относятся площадь подобных треугольников и уметь применять это в решении геометрических задач |
| Основные термины, понятия   | Подобные треугольники, пропорциональные отрезки, коэффициент подобия, соответственные стороны, площадь    |

### Планируемый результат

|                                                                                                                  |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                      |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| <p><b>Предметные умения</b></p> <p>Уметь применять отношение площадей подобных треугольников в решении задач</p> | <p><i>Личностные УУД:</i> способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело.</p> <p><i>Регулятивные УУД:</i> работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение.</p> <p><i>Познавательные УУД:</i> уметь отличать новое от уже известного; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений.</p> |
|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                                 |                                                                                                                                                                                                                      |
|---------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                                 | <i>Коммуникативные УУД:</i> уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно. |
| <b>Организация пространства</b> |                                                                                                                                                                                                                      |
| Формы работы                    | Ресурсы                                                                                                                                                                                                              |
| Фронтальная, индивидуальная.    | <i>Книгопечатная продукция</i><br><br>Математика. Геометрия; 7-9-е классы: базовый уровень / Л. С. Атанасян [и др.].<br><br><i>Технические средства обучения</i><br>мультимедиа-проектор, доска.                     |

#### Дидактические задачи этапов урока

| Этапы урока                                                   | Дидактические задачи                                                                                            |
|---------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный (1 мин)<br>(этап мотивации)                   | включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне                                          |
| Актуализация опорных знаний и умений<br>(3 мин)               | готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия                                |
| Формулирование проблемы,<br>планирование деятельности (3 мин) | постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств, ее реализации                                    |
| Открытие нового знания (15 мин)                               | построение и фиксация нового знания                                                                             |
| Первичная проверка понимания (15 мин)                         | применение нового знания в типовых заданиях                                                                     |
| Рефлексия учебной деятельности (3 мин)                        | соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания |

## Технология изучения

| Этап урока                           | Формируемые умения                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                    | Деятельность учителя                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | Деятельность обучающихся                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
|--------------------------------------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| Организационный                      | Слушать и понимать речь других.                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       | Здравствуйте, ребята! Сегодня мы продолжаем погружаться в интересный мир геометрии. Как ваше настроение? Готовы к получению новых знаний? Тогда начнем!                                                                                                                                                                                                                                                                              | Фокусируют внимание на учителе, отвечают на вопросы.                                                                                                                                                                                                                                                                |
| Актуализация опорных знаний и умений | Уметь оформлять свои мысли в устной форме; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.                                                                                                                                                                                                | Сегодня мы продолжаем изучать площади фигур и наше занятие мы начнем с повторения ранее изученной темы «Подобные треугольники». Давайте вспомним, что же мы смогли выучить. Молодцы!                                                                                                                                                                                                                                                 | Вспоминают пройденный материал.                                                                                                                                                                                                                                                                                     |
| Формулирование проблемы              | Высказывать свое предположение; уметь оформлять свои мысли в устной форме.                                                                                                                                                                                                                                                                            | Мы сейчас повторили подобные треугольники. Но как вы думаете, зачем нам это в нашем изучаемом разделе «Площади»?<br>Вы правы! Сегодня мы узнаем, можно ли посчитать площадь подобных треугольников, если известна площадь одного из них.                                                                                                                                                                                             | Высказывают свои мнения.                                                                                                                                                                                                                                                                                            |
| Открытие нового знания               | Ответственность за общее дело; высказывать свое предположение; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его | Итак, начнем с небольшой задачи: в треугольнике $ABC$ на серединах сторон $AB$ и $BC$ отмечены точки $M$ и $K$ соответственно. $AC=12$ , $AB=BC=10$ . Найти площадь треугольника $MBK$ .<br>В тетрадях записываем условия и делаем чертеж. Давайте подумаем, с чего нам нужно начать решение?<br><br>Как мы можем ее найти?<br><br>Хорошо! Мы нашли площадь треугольника $ABC$ . Но как же нам прийти к площади треугольника $MBK$ ? | Записывают условие и делают чертеж в тетрадях.<br><br>Найти площадь треугольника $ABC$ . Провести высоту из угла $B$ , она будет являться медианой, так как $\triangle ABC$ равнобедренный с основанием $AC$ . Потом по теореме Пифагора найти высоту $\triangle ABC$ и с помощью формулы полупроизведения высоты и |

|  |                                                                                                                                                                                                                                                                                    |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                       |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|  | <p>оценки и учета характера сделанных ошибок; уметь оформлять свои мысли в устной форме; строить логическую цепочку рассуждений; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно.</p> | <p>Давайте рассмотрим <math>\triangle ABC</math> и <math>\triangle MBK</math>. Мы не зря повторяли подобие треугольников. Подумайте, могут ли они быть подобными? Правильно. А это значит, что мы можем найти коэффициент подобия. Подумаем, как мы это сделаем.</p> <p>Если мы знаем коэффициент подобия, то что мы можем найти в треугольнике <math>MBK</math>? Все верно! Мы получим высоту в треугольнике <math>MBK=4</math>.</p> <p>Теперь сможем найти площадь треугольника <math>MBK</math>. Молодцы! Мы не зря решали эту задачу. Давайте подумаем, как могут быть связаны площади подобных треугольников и их коэффициент подобия? Давайте найдем отношение площадей наших треугольников из задачи.</p> <p>Теперь обратим внимание на полученное число и на коэффициент подобия. Как могут быть связаны числа и какой вывод мы можем из этого сделать? Молодцы! Можем ли мы утверждать, что это будет работать всегда? Или все зависит от исходных данных треугольников?</p> <p>Чтобы в этом убедиться, нам нужно провести доказательство. Возьмем два подобных треугольника <math>ABC</math> и <math>A_1B_1C_1</math> с коэффициентом подобия <math>k</math>. Их площади возьмем за <math>S</math> и <math>S_1</math>. Так как в нашем утверждении есть слово «отношение», что мы должны составить?</p> <p>Какие формулы площадей треугольников вы знаете? Какую формулу можем использовать для доказательства?</p> <p>Все верно. Запишем отношение площадей уже с использованием этой формулы и возьмем равные углы <math>A</math> и <math>A_1</math>.</p> | <p>основания найти площадь <math>\triangle ABC</math>. <math>S_{ABC}=48</math>.</p> <p>Предлагают варианты. Отвечают, что могут, они подобны по двум углам.</p> <p><math>MK</math> является средней линией, поэтому коэффициент подобия <math>\frac{1}{2}</math>.</p> <p>Сможем найти высоту, умножив высоту <math>\triangle ABC</math> на <math>\frac{1}{2}</math>.</p> <p>С помощью той же формулы находим <math>S_{MBK}=12</math>.</p> <p>Предлагают варианты. Считают отношение и получают <math>\frac{1}{4}</math>.</p> <p>Приходят к выводу, что отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия.</p> <p>Предполагают, что всегда, но нужно доказать.</p> <p>Должны составить отношение площадей <math>\frac{S}{S_1}</math>.</p> <p>Вспоминают формулы площадей и предполагают, что можно использовать формулу с синусом угла.</p> |
|--|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|

|                              |                                                                                                                                                                                                                 |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                              |
|------------------------------|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
|                              |                                                                                                                                                                                                                 | <p>Молодцы. Что можем сократить?</p> <p>Что же тогда остается? Давайте разделим на произведение двух дробей.</p> <p>Чем можем заменить каждую дробь? Почему?</p> <p>Что же получается при умножении и к какому выводу мы приходим?</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                 | <p>Записывают отношение</p> $\frac{\frac{1}{2}AB \cdot AC \cdot \sin A}{\frac{1}{2}A_1B_1 \cdot A_1C_1 \cdot \sin A_1}$ <p>Сокращаем <math>\frac{1}{2}</math> и синус, так как углы <math>A</math> и <math>A_1</math> равны, то и их синусы равны. Остаются только стороны и получается <math>\frac{AB}{A_1B_1} \cdot \frac{AC}{A_1C_1}</math>.</p> <p>Каждую дробь заменим на <math>k</math>, так как <math>\frac{AB}{A_1B_1} = k; \frac{AC}{A_1C_1} = k</math>, что следует из подобия треугольников. Получается <math>k \cdot k = k^2</math>, делаем вывод, что отношение площадей подобных треугольников равно квадрату коэффициента подобия всегда.</p> |
| Первичная проверка понимания | <p>Высказывать свое предположение; оценивать правильность выполнения действий; уметь отличать новое от уже известного; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений.</p> | <p>Сегодня мы узнали еще один интересный факт о подобных треугольниках. Давайте закрепим полученные знания на практике, решив 2 задачи. Два ученика выходят к доске по очереди, комментируя свое решение, остальные решают в тетрадах.</p> <p>1. Два треугольника подобны. Коэффициент подобия равен 3. Площадь меньшего треугольника составляет <math>5 \text{ см}^2</math>. Найдите площадь большего треугольника.</p> <p>2. Соответственные стороны двух подобных треугольников равны 8 см и 4 см. Площадь большего треугольника — <math>64 \text{ см}^2</math>. Найдите площадь меньшего треугольника.</p> <p>3. В треугольнике <math>ABC</math> проведена средняя линия <math>MK</math>. Точка <math>M</math> лежит на стороне <math>AB</math>, точка <math>K</math> на стороне <math>BC</math>. Площадь треугольника <math>BMK</math> равна <math>8 \text{ см}^2</math>. Найдите площадь треугольника <math>ABC</math>.</p> <p>4. В треугольнике <math>ABC</math> проведена прямая <math>KT</math> параллельно стороне <math>AC</math>. Прямая <math>KT</math> пересекает стороны <math>AB</math> и <math>BC</math> в точках <math>K</math> и <math>T</math> соответственно.</p> | <p>Решают задачи у доски и в тетрадах.</p>                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                   |

|           |                                                                                                                                                      |                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                |                                   |
|-----------|------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------|
|           |                                                                                                                                                      | <p>Найдите площадь треугольника <math>BKT</math>, если площадь треугольника <math>ABC</math> равно <math>45 \text{ см}^2</math> и <math>AK:KB=1:2</math>.</p> <p>5. Даны два равносторонних треугольника. Сторона одного треугольника равна 3. Найдите площадь второго треугольника, если коэффициент подобия равен 4.</p> <p>Также сейчас попробуйте самостоятельно решить 4 задачи (самостоятельная работа по теме «Площади подобных треугольников» (см. параграф 2.2)).</p> | Выполняют самостоятельную работу. |
| Рефлексия | Способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности; ответственность за общее дело; уметь оформлять свои мысли в устной форме. | <p>В конце нашего урока попрошу вас ответить на вопросы:</p> <p>—Сегодня я узнал(а), что...</p> <p>—Теперь я могу...</p> <p>—Мне еще нужно разобраться в...</p> <p>—На следующем уроке я хотел(а) бы...</p> <p>Всем спасибо за работу! До свидания!</p>                                                                                                                                                                                                                        | Отвечают на вопросы.              |

## 2.2 Методические разработки самостоятельных и контрольных работ

### Самостоятельные работы по теме «Признаки подобия треугольников»:

Самостоятельная работа №1 проверяет умение находить длины отрезков, используя первый признак подобия (найти длину красного отрезка) (рис.24, рис. 25). Цель: обучающая.

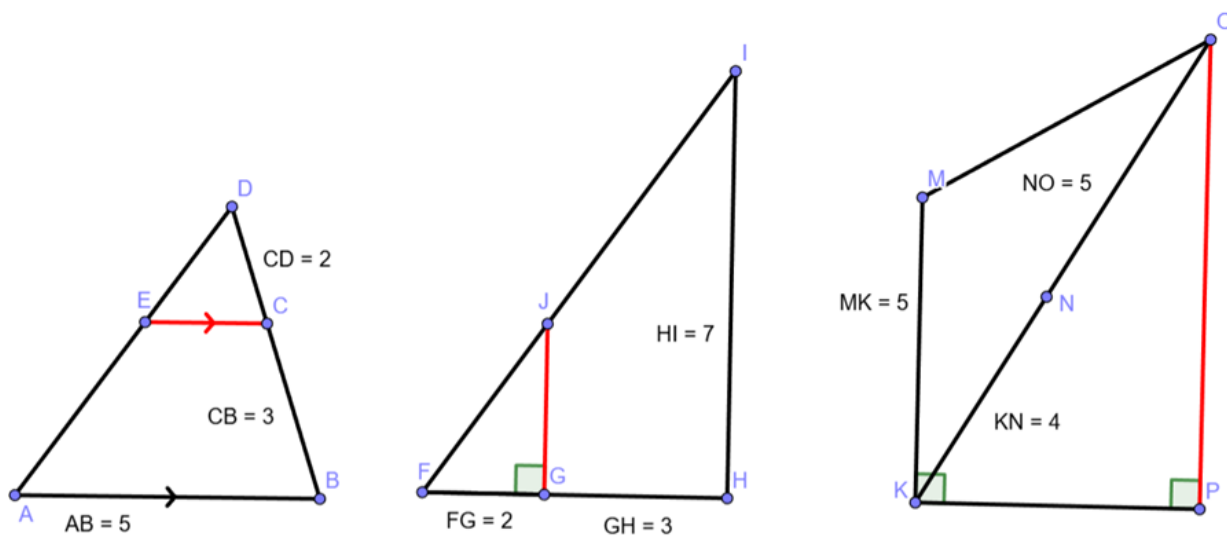


Рисунок 24

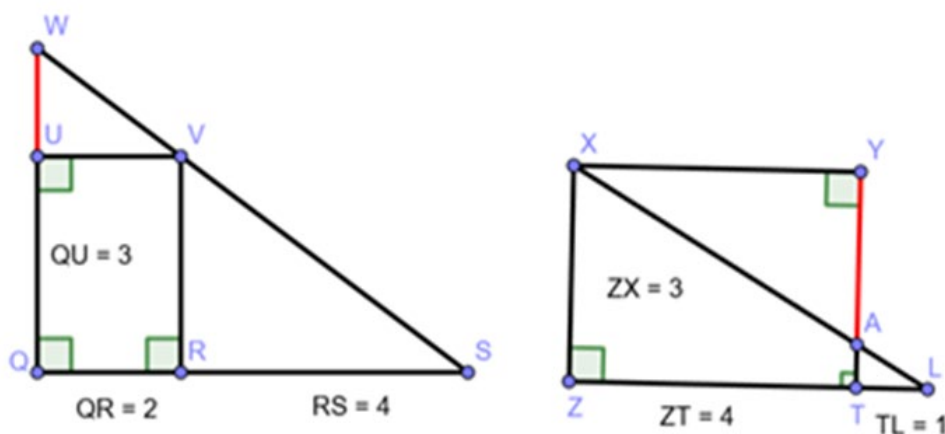


Рисунок 25

Самостоятельная работа №2 проверяет умение пользоваться вторым признаком подобия (найти длину красного отрезка) (рис. 26, рис. 27). Цель: обучающая.

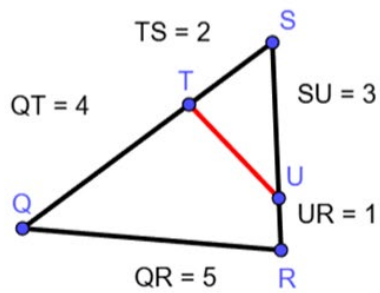


Рисунок 26

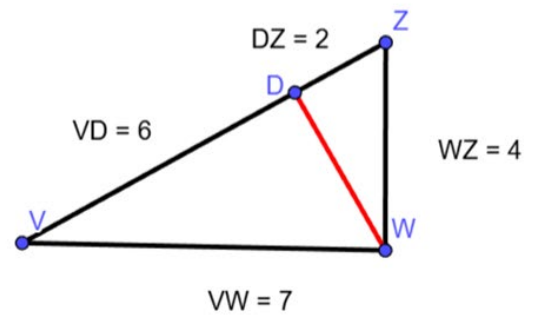
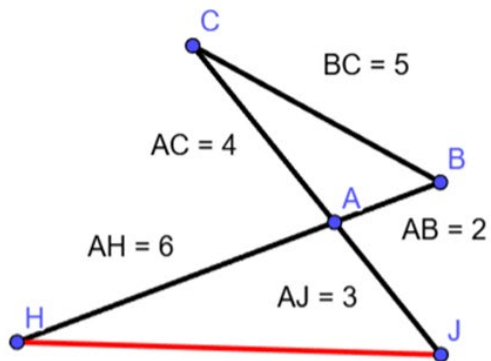
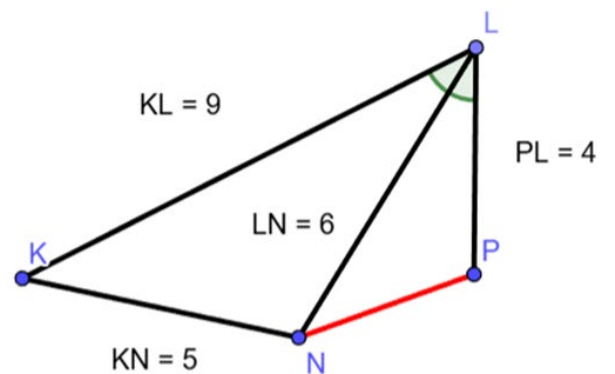


Рисунок 27

Самостоятельная работа №3 проверяет умение использовать третий признак подобия в простейших задачах, а также вычислять длины отрезков и периметр подобных треугольников. Цель: обучающая.

Задача 1. Доказать подобие треугольников (рис. 28).

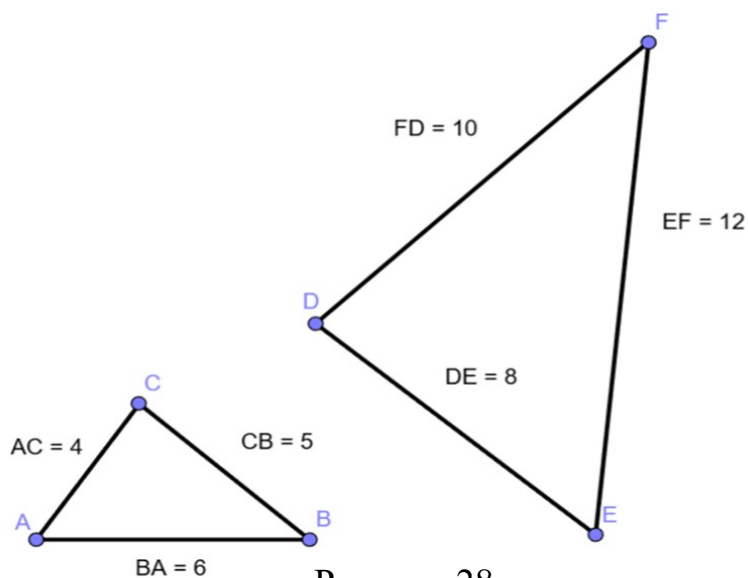


Рисунок 28

Задача 2. Доказать подобие треугольников и найти отношение периметров (рис. 29).

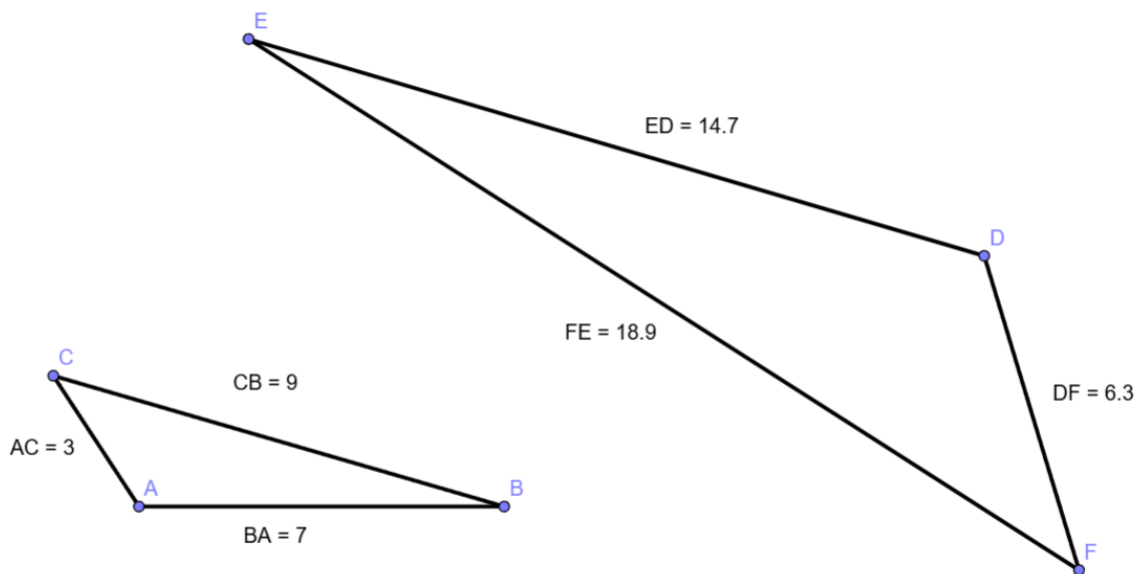


Рисунок 29

Задача 3. Даны два подобных треугольника. Найти длину отрезка EF. (рис. 30).

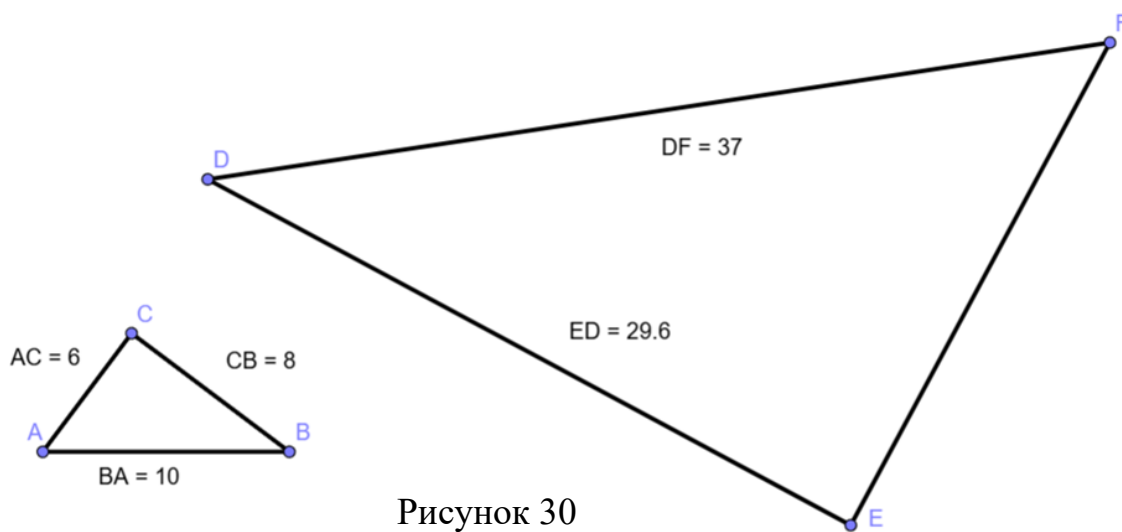


Рисунок 30

### Контрольная работа по теме «Подобные треугольники»:

Легкий уровень проверяет: умение определять подобные треугольники, находить коэффициент подобия, базовое умение в вычислении пропорциональных сторон и периметров. Цель: контролирующая.

1. Определите, подобны ли треугольники  $ABC$  и  $A_1B_1C_1$ , если  $\angle A=40^\circ$ ,  $\angle B=60^\circ$ ,  $\angle C_1=80^\circ$ ,  $\angle A_1=40^\circ$ . Ответ обоснуйте. Решение: в треугольнике  $ABC$  найти угол  $C$ , так как в треугольнике  $A_1B_1C_1$  известны углы  $A_1$  и  $C_1$ . После нахождения угла  $C$  становится ясно, что треугольники подобны по первому признаку.

2. Стороны треугольника  $ABC$  равны 6, 8, 10. Стороны треугольника  $A_1B_1C_1$  равны 9, 12, 15. Найдите коэффициент подобия. Решение: треугольники подобны по третьему признаку, так как  $\frac{6}{9} = \frac{8}{12} = \frac{10}{15} = \frac{2}{3}$ . Коэффициент подобия равен  $\frac{2}{3}$ .

3. Треугольники  $MNK$  и  $M_1N_1K_1$  подобны.  $MN=5$ ,  $M_1N_1=10$ . Найдите отношения периметров треугольников. Решение: отношение периметров подобных треугольников равно коэффициенту подобия. Так как в условии уже сказано, что треугольники подобны, поэтому коэффициент подобия равен  $\frac{5}{10} = \frac{1}{2}$ .

4. В треугольниках  $ABC$  и  $DEF$ :  $\angle A=\angle D$ ,  $\angle B=\angle E$ .  $AB=4$ ,  $DE=8$ . Найдите  $k$ . Решение: треугольники подобны по второму признаку. поэтому коэффициент подобия равен  $\frac{4}{8} = \frac{1}{2}$ .

5. Треугольники  $XYZ$  и  $X_1Y_1Z_1$  подобны.  $XY=7$ ,  $X_1Y_1=21$ . Найдите отношение высот, проведенных к этим сторонам. Решение: доказывать подобие треугольников не нужно, так как это прописано в условии. Высоты в подобных треугольниках относятся также, как стороны, то есть  $\frac{7}{21} = \frac{1}{3}$ .

6. В треугольнике  $ABC$  проведена средняя линия  $MN$  ( $M$  — середина  $AB$ , а  $N$  — середина  $AC$ ). Докажите, что  $\triangle AMN \sim \triangle ABC$ . Решение: доказывать подобие треугольников можно с помощью любого признака. По первому признаку: один общий угол и два равных соответственных угла при параллельных прямых (по свойству средней линии). По второму признаку: один общий угол и две пропорциональные стороны с коэффициентом  $\frac{1}{2}$  (по определению средней

линии). По третьему признаку: по трем пропорциональным сторонам с коэффициентом  $\frac{1}{2}$  (по свойству и определению средней линии).

7. Треугольники  $PQR$  и  $P_1Q_1R_1$  подобны.  $PQ=6$ ,  $PR=9$ ,  $P_1Q_1=12$ . Найдите  $P_1R_1$ . Решение: с помощью составления пропорции  $\frac{PQ}{P_1Q_1} = \frac{PR}{P_1R_1}$  находится  $P_1R_1=18$ .

8. Треугольники  $KLM$  и  $K_1L_1M_1$  подобны. Периметр  $\triangle KLM=20$ , периметр  $\triangle K_1L_1M_1=40$ . Найдите  $k$ . Решение: периметры подобных треугольников относятся как коэффициент подобия, поэтому  $k = \frac{20}{40} = \frac{1}{2}$ .

Усложненный уровень. Проверяет: навыки работы с пропорциональными отрезками, способность решать задачи на нахождение элементов через подобие, способность к доказательству с использованием подобия.

1. В треугольнике  $ABC$  точки  $D$  и  $E$  лежат на  $AB$  и  $AC$  соответственно,  $DE \parallel BC$ .  $AD:DB=2:3$ ,  $AE=8$ . Найдите  $AC$ . Решение: доказывается подобие треугольников  $ABC$  и  $ADE$  (по первому признаку). Так как дано отношение частей стороны  $AB$ , нужно найти отношение сторон  $AB$  и  $AD$ , то есть  $2:5$ . Далее составляется пропорция  $\frac{AD}{AB} = \frac{AE}{AC}$ , из которой находится сторона  $AC=20$ .

2. Треугольники  $ABC$  и  $DEF$  подобны.  $AB:DE=3:5$ ,  $BC=9$ . Найдите  $EF$ . Решение: составить пропорцию  $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ , из которой найти  $EF=15$ . Сложность заключается лишь в том, что некоторых учеников пугает непривычная запись пропорции  $AB:DE=3:5$  вместо  $\frac{AB}{DE} = \frac{3}{5}$ , из-за чего решение кажется невозможным.

3. В треугольнике  $PQR$  точка  $S$  делит  $PQ$  в отношении  $2:3$ , точка  $T$  делит  $PR$  в отношении  $2:3$ . Докажите, что  $ST \parallel QR$ . Решение: доказательство проводится с помощью теоремы о пропорциональных отрезках. Сложность в том, в основном в задачах даются параллельные прямые и из этого находятся длины пропорциональных отрезков. В этой задаче, наоборот, даны одинаковые отношения отрезков из чего делается вывод о параллельности прямых  $ST$  и  $QR$ .

4. В равнобедренном треугольнике  $ABC$  ( $AB=BC$ ) проведена биссектриса  $BD$ . Докажите, что  $\triangle ABD \sim \triangle CBD$ . Решение: используя свойство биссектрисы, проведенной к основанию равнобедренного треугольника (является медианой), а также свойство углов, прилежащих к основанию равнобедренного треугольника (равны), можно сделать вывод о подобии треугольников по двум пропорциональным сторонам и равному углу между ними. Можно добавить, что коэффициент подобия равен одному, а значит треугольники равны. Доказательство можно проводить и с помощью свойства биссектрисы  $\frac{AD}{DC} = \frac{AB}{BC}$  или  $\frac{AD}{AB} = \frac{CD}{BC}$ .

5. В трапеции  $ABCD$  ( $AD \parallel BC$ ) диагонали пересекаются в точке  $O$ . Докажите, что  $\triangle AOD \sim \triangle COB$ . Решение: для доказательства нужно использовать первый признак подобия, а для этого нужно вспомнить углы при параллельных прямых (накрест лежащие) и вертикальные углы.

6. В прямоугольном треугольнике  $ABC$  ( $\angle C=90^\circ$ ) проведена высота  $CH$ . Докажите, что  $CH^2=AH \cdot HB$ . Решение: данная формула может выводиться на уроках, поэтому ученики должны лишь вспомнить ход доказательства. Если же доказательство не проводится и дается готовая формула, то ученику необходимо с помощью подобия треугольников вывести эту формулу самостоятельно. При этом затруднение может вызвать поиск подобных треугольников ( $CHB$  и  $AHC$ ), так как в условии нет равных углов и пропорциональных сторон.

7. Треугольники  $MNK$  и  $M_1N_1K_1$  подобны.  $MN:M_1N_1=3:4$ , периметр треугольника  $MNK=36$ . Найдите периметр треугольника  $M_1N_1K_1$ . Решение: сложность задачи заключается лишь в том, что ученики могут перепутать деление и умножение на коэффициент подобия, так как в простейших задачах для нахождения периметра или длин сторон нужно использовать умножение на коэффициент. Здесь же, наоборот, нужно делить. Поторопившись, можно дать неверный ответ, хотя задача не совсем трудная.

Самостоятельная работа по теме «Площадь подобных треугольников» проверяет умение находить площади с помощью коэффициента подобия. Цель:

обучающая. Данные задачи также могут быть включены в контрольную работу по теме «Площади фигур».

1. Даны два подобных треугольника. Площадь первого  $12 \text{ см}^2$ , площадь второго  $48 \text{ см}^2$ . Найдите  $k$ .

2. Треугольники  $MNK$  и  $M_1N_1K_1$  подобны.  $MN:M_1N_1=2:3$ , площадь  $\triangle MNK=16 \text{ см}^2$ . Найдите площадь  $\triangle M_1N_1K_1$ .

3. В треугольнике  $ABC$  взяты точки  $M$  и  $N$  на сторонах  $AB$  и  $BC$  соответственно.  $BM:AB=1:2$ ,  $\angle BMN=\angle BAC$ , площадь треугольника  $ABC$  равна  $36 \text{ см}^2$ . Найдите площадь треугольника  $BMN$ .

4. Треугольники  $ABC$  и  $DEF$  подобны.  $AB:DE=5:8$ , площадь  $\triangle ABC=50 \text{ см}^2$ . Найдите площадь  $\triangle DEF$ .

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе исследования темы «Подобные треугольники» в рамках школьного курса геометрии выполнена комплексная работа, позволившая выявить методические особенности ее изучения на разных уровнях общего образования.

Анализ рабочих программ и учебников показал, что данная тема является неотъемлемой частью учебного процесса. Несмотря на различные подходы авторов учебников к последовательности и глубине материала, у всех прослеживается общий принцип изложения: введение понятия через равенство углов и пропорциональность сторон, введение и доказательство трех признаков подобия и применение полученных знаний при решении задач различного уровня.

При изучении заданий основного государственного экзамена было выявлено, что учащиеся должны уметь не только применять базовые знания (нахождение подобных треугольников и длин их сторон с помощью пропорции) в решении стандартных задач, но и уметь использовать полученные знания в задачах повышенного уровня, требующих проведения дополнительного построения и доказательства подобия.

Целью данной работы было изучение методических аспектов и разработка конспектов урока по данной теме.

В первой главе были проанализированы рабочие программы базового и углубленного уровня и определено место в школьной программе, разобраны задачи из ОГЭ разного уровня сложности и рассмотрены различные подходы авторов учебников по геометрии к изложению материала.

Во второй главе разработаны технологические карты, а также самостоятельные и контрольные работы по теме «Подобные треугольники».

Цель данной работы выполнена. Методические разработки могут быть использованы учителями при планировании уроков геометрии, а также для подготовки учащихся к основному государственному экзамену.

## СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

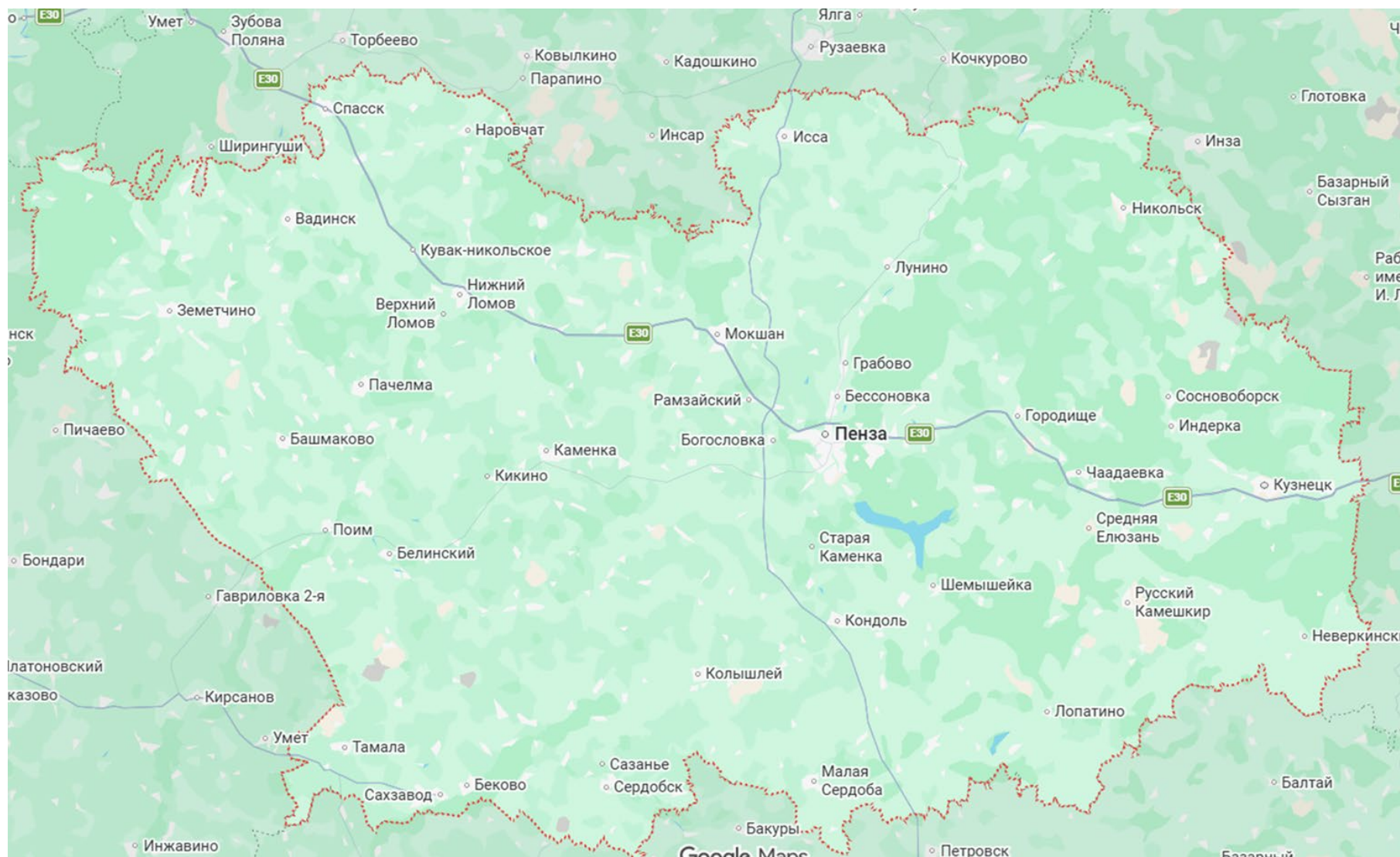
1. Федеральный государственный образовательный стандарт (ФГОС). URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo/> Заглавие с экрана (дата обращения: 01.11.2025).
2. Федеральный институт педагогических измерений. URL: <https://fipi.ru/oge/demoversii-specifikacii-kodifikatory#!/tab/173801626-2> Заглавие с экрана (дата обращения: 21.11.2025).
3. Конструктор рабочих программ. URL: <https://workprogram.edsoo.ru/> Заглавие с экрана (дата обращения: 01.11.2025).
4. Валишин Р. Р., Долговец М. А. Геометрическая задача повышенной сложности №25 в ОГЭ по математике // Молодой ученый. 2023. №2 (65). С. 1-4.
5. Волчкевич М. А. Математическая вертикаль. Геометрия. 8 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2020. 287 с.
6. Волчкевич М. А. Математическая вертикаль. Геометрия. 9 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2020. 317 с.
7. Задачи для экзамена. URL: <https://time4math.ru/oge> Заглавие с экрана (дата обращения: 06.12.2025).
8. Математика. Геометрия. 7-9-е классы: базовый уровень / Л. С. Атанасян [и др.]. 14-е изд. перераб. М. : Просвещение, 2023. 416 с.
9. Мерзляк А. Г., Поляков В. М. Геометрия. 8 класс. Углубленный уровень : учебное пособие. М. : Вента-Граф, 2019. 224 с.
10. Мерзляк А. Г., Поляков В. М. Геометрия. 9 класс. Углубленный уровень : учебное пособие. М. : Вента-Граф, 2019. 306 с.
11. Погорелов А. В. Геометрия. 7-9 классы : учебник. 11-е изд., стер. М. : Просвещение, 2022. 239 с.
12. Решу ОГЭ. URL: <https://oge.sdamgia.ru/> Заглавие с экрана (дата обращения: 05.12.2025).

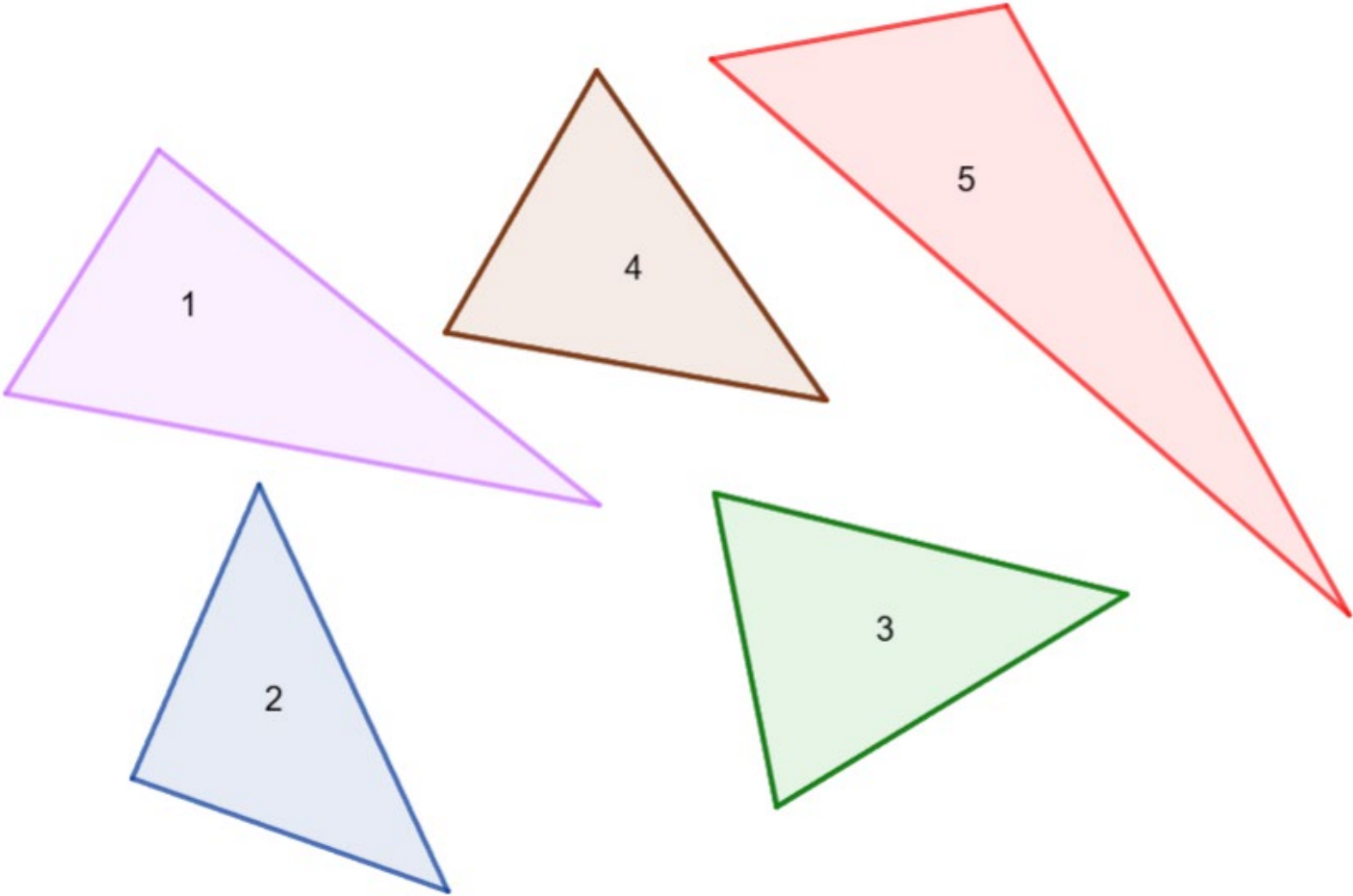
13. Шарыгин И. Ф. Геометрия : 7-9-е классы : учебник. 9-е изд., стер. М. : Просвещение, 2022. 462 с.

Приложение 1

| № опыта | Расстояние между городами Пензенской области |                    |                        | Угол между двумя дорогами в город Пензенской области |          |           |
|---------|----------------------------------------------|--------------------|------------------------|------------------------------------------------------|----------|-----------|
|         | Кузнецк-Пенза                                | Пенза-Никольск     | Никольск-Кузнецк       | Кузнецк                                              | Пенза    | Никольск  |
| №1      |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |
|         |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |
|         |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |
| №2      | Нижний Ломов-Наровчат                        | Наровчат-Заметчино | Заметчино-Нижний Ломов | Нижний Ломов                                         | Наровчат | Заметчино |
|         |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |
|         |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |
| №3      | Кузнецк-Пенза                                | Пенза-Никольск     |                        | Никольск-Кузнецк                                     |          |           |
|         |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |
|         |                                              |                    |                        |                                                      |          |           |

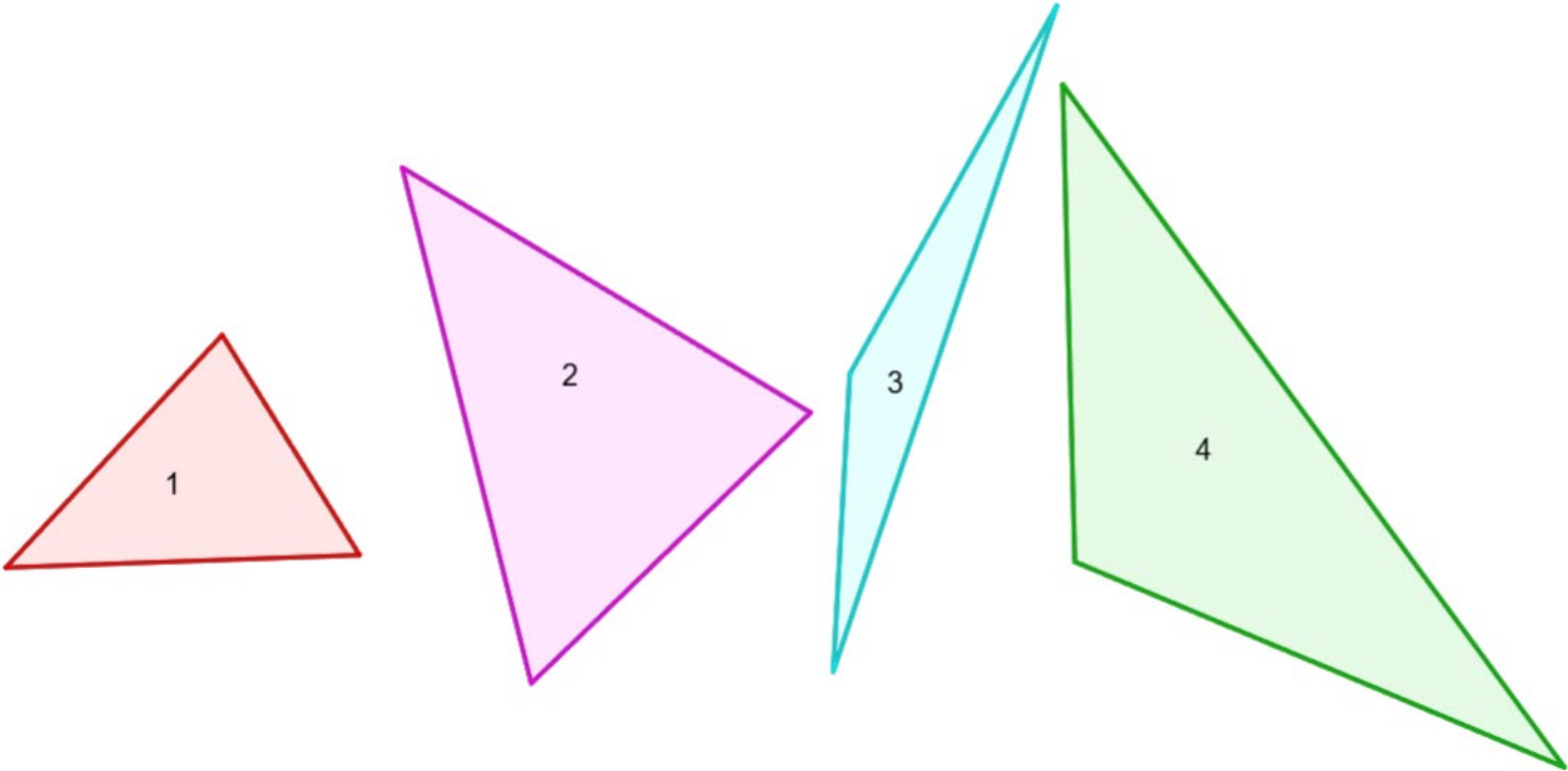
## Приложение 2





Приложение 4

70



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических  
и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки  
44.03.01 Педагогическое образование  
Профиль подготовки «Математика»  
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой  
« 22 » 09 2025 г.  
Паньженский В.И.

Задание

по ВКР студента Елизаровой Ольги Андреевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Методические аспекты изучения темы «Подобные треугольники» в рамках  
учебного курса «Геометрия» на уровне основного общего образования»

Утверждена приказом по университету от « 25. 09 » 20 25 г. № 1102/0

Срок сдачи студентом законченной работы « 25 » 09 20 26 г.

### КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

| №<br>п/п | Перечень подлежащих<br>разработке вопросов          | Сроки<br>выполнения    | Примечания |
|----------|-----------------------------------------------------|------------------------|------------|
| 1.       | Подбор и изучение литературы.                       | Октябрь 2025 г.        | выполнено  |
| 2.       | Проведение анализа рабочих программ по теме.        | Ноябрь 2025 г.         | выполнено  |
| 3.       | Изучение содержания школьных учебников геометрии.   | Декабрь 2025 г.        | выполнено  |
| 4.       | Проведение анализа заданий по теме в структуре ОГЭ. | Январь 2026 г.         | выполнено  |
| 5.       | Разработка технологических карт.                    | Февраль – март 2026 г. | выполнено  |
| 6.       | Разработка самостоятельных и контрольных работ.     | Апрель 2026 г.         | выполнено  |
| 7.       | Систематизация материала.<br>Оформление работы.     | Май 2026 г.            | выполнено  |

Дата выдачи задания « 11 » 09 2025 г.

Руководитель  Сорокина М.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению  
 Елизарова О.А.  
(подпись) (Ф.И.О.)

И.о. ректора Пензенского  
государственного университета  
Васину С.М.  
студентки 5 курса ФФМЕН  
заочной формы обучения  
Елизаровой Ольги Андреевны

### ЗАЯВЛЕНИЕ

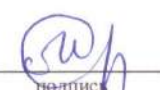
Я, Елизарова Ольга Андреевна, студентка 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Методические аспекты изучения темы «Подобные треугольники» в рамках учебного курса «Геометрия» на уровне основного общего образования» выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

  
подпись  
25.05.2026  
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 25.05.2026  
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  подпись  
М.В. Сорокина  
И.О.Ф.

Протокол  
проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ» выпускной  
квалификационной работы на тему  
«Методические аспекты изучения темы  
«Подобные треугольники» в рамках учебного курса «Геометрия»  
на уровне основного общего образования»  
студентки 5 курса Елизаровой Ольги Андреевны  
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,  
профиль подготовки «Математика»  
Руководитель ВКР Сорокина Марина Валерьевна

## Отчет о проверке

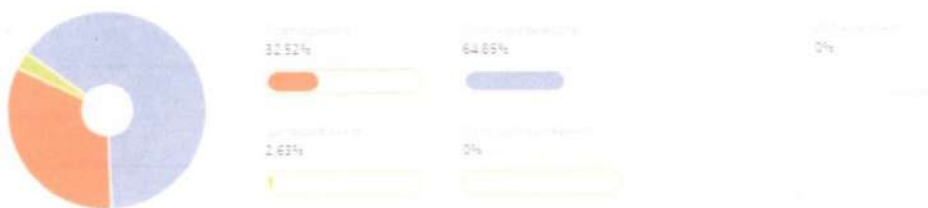
Автор: Елизарова ОА

Название документа: уч\_Елизарова\_кура\_1

Проверяющий: Сорокина Марина Валерьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный университет»

### РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



1 «Совпадения», «Цитирование», «Самодублирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

1 Проверено: 94.51% текста документа, исключено из проверки: 5.49% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Титульный лист, Содержание, Библиография, Приложение.

- Совпадения** – Фрагменты проверенного текста, совпадающие с текстом оригинала (фрагменты, выделенные фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический). Показатель «Совпадения» – это доля фрагментов, совпадающих с текстом оригинала, выделенных фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический.
- Самодублирование** – Фрагменты проверенного текста, совпадающие с самим собой (фрагменты, выделенные фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический). Показатель «Самодублирование» – это доля фрагментов, совпадающих с самим собой, выделенных фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический.
- Цитирование** – Фрагменты проверенного текста, совпадающие с текстом оригинала, выделенные фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический. Показатель «Цитирование» – это доля фрагментов, совпадающих с текстом оригинала, выделенных фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический.
- Текстовое пересечение** – Фрагменты проверенного текста, совпадающие с текстом оригинала, выделенные фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический.
- Источники** – Фрагменты проверенного текста, совпадающие с текстом оригинала, выделенные фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический.
- Оригинальный текст** – Фрагменты проверенного текста, не совпадающие с текстом оригинала, выделенные фрагментами, в которых совпадают хотя бы два из трех критериев: морфологический, лексический, синтаксический.

Объясните: Если вы видите, что текст не совпадает с оригиналом, то это означает, что текст оригинала не был проверен на оригинальность. Если вы видите, что текст совпадает с оригиналом, то это означает, что текст оригинала был проверен на оригинальность.

### ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 117

Тип документа: Не указано

Дата проверки: 25.05.2026 13:48:22

Дата корректировки: 25.05.2026 14:36:17

Количество страниц: 70

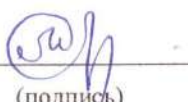
Символов в тексте: 90858

Слов в тексте: 12025

Число предложений: 2230

25.05.2026

(дата)



(подпись)

М. В. Сорокина

(ИОФ руководителя ВКР)

**ОТЗЫВ**  
**РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**  
**на тему: «Методические аспекты изучения темы**  
**«Подобные треугольники» в рамках учебного курса «Геометрия»**  
**на уровне основного общего образования»**  
**студентки Елизаровой Ольги Андреевны**  
**факультета физико-математических и естественных наук направления**  
**подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки**  
**«Математика», гр. 213ФПМ1**

Понятие подобия фигур – одно из фундаментальных в курсе геометрии. Линия изучения подобных треугольников проходит практически через весь материал 8-9 класса основной школы.

Выпускная квалификационная работа Елизаровой О.А. посвящена рассмотрению методических аспектов изучения темы «Подобные треугольники» и разработке методических материалов.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений. В первой главе проведен анализ федеральных рабочих по математике для базового и профильного уровней. Рассмотрено изложение материала, касающегося изучения подобных треугольников в различных учебниках по геометрии. Приведены примеры задач, встречающихся в ОГЭ в заданиях разного уровня сложности, при решении которых необходимо усвоение материала по исследуемой теме.

Во второй главе представлены методические разработки: технологические карты уроков, тексты самостоятельных и контрольных работ.

Работа Елизаровой О.А. является самостоятельным исследованием. Текст работы, список литературы, доклад и презентация оформлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к выпускным квалификационным работам. Представленные результаты могут быть использованы в работе учителя математики.

Выпускная квалификационная работа заслуживает оценки «отлично».

Научный руководитель,  
доцент кафедры «МО»,  
к.ф.м.н., доцент



М.В. Сорокина