

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Решение квадратных неравенств в курсе алгебры основной школы»

Студент

 25.05.26 Пендюрина Александра
(подпись, дата) Сергеевна
(ФИО полностью)

Руководитель

 25.05.26 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

 30.06.26 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

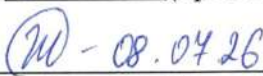
Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.26 № 10)

И.О. заведующего кафедрой

 01.06.26 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 08.07.26 № 9)

Секретарь ГЭК

 08.07.26 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ.....	5
1.1 Место и роль темы «Квадратные неравенства» в школьном курсе математики.....	5
1.2 Сравнительный анализ методических подходов к изучению квадратных неравенств в школьных учебниках	15
1.3 Методы и приемы решения квадратных неравенств в школьных учебниках	22
1.4 Трудности изучения темы.....	29
ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ» ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ.....	33
2.1 Теоретическое обоснование и концепция элективного курса.....	33
2.2 Содержание и тематическое планирование элективного курса.....	36
2.3 Методические разработки занятий элективного курса (фрагменты)	45
2.4 Дидактические материалы и средства контроля в рамках элективного курса.....	71
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	75
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ	77
ПРИЛОЖЕНИЯ	81

ВВЕДЕНИЕ

Математическое образование является одним из основных в образовательном учреждении и способствует формированию и развитию логического мышления и аналитических способностей учащихся. В курсе алгебры тема «Квадратные неравенства» занимает важное место, так как служит базой для дальнейшего изучения элементов математического анализа, решения задач с параметрами и построения графиков функций в старших классах. В настоящее время мотивация учащихся и качество усвоения данной темы заметно снизились, что привело и к снижению уровня знаний и способностей.

Изучение квадратных неравенств имеет важное значение для систематизации знаний учащихся о квадратной функции, корнях квадратного трехчлена и числовых промежутках. При решении таких неравенств школьники учатся устанавливать связь между алгебраической записью, графическим представлением и множеством решений. Это позволяет не только закрепить ранее изученный материал, но и подготовить учащихся к более осознанному применению различных способов решения неравенств.

Актуальность исследования связана с необходимостью совершенствования методики обучения решению квадратных неравенств. На практике многие учащиеся испытывают трудности при изучении этой темы, что приводит к формальному усвоению материала. Поэтому важно подобрать такие методы обучения, которые будут способствовать более глубокому пониманию темы, развитию математического мышления и повышению интереса школьников к изучению математики.

Цель исследования: повышение эффективности обучения учащихся 8-9 классов решению квадратных неравенств на основе разработки и внедрения специального элективного курса.

Объект исследования: процесс обучения решению квадратных неравенств в основной школе.

Предмет исследования: методика обучения решению квадратных неравенств в рамках элективного курса.

Задачи исследования:

1. Провести теоретико-методический анализ проблемы обучения решению квадратных неравенств.
2. Выявить типичные трудности и ошибки обучающихся при изучении данной темы.
3. Разработать программу и содержание элективного курса по решению квадратных неравенств.
4. Создать методическое обеспечение курса (дидактические материалы, система заданий).

Практическая значимость исследования заключается в том, что разработанные программа и методические материалы элективного курса могут быть использованы в школьной практике работы учителей математики для достижения планируемых результатов ФГОС в рамках урочной деятельности и дополнительного математического образования.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИКО-МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ РЕШЕНИЮ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ В ОСНОВНОЙ ШКОЛЕ

1.1 Место и роль темы «Квадратные неравенства» в школьном курсе алгебры

Представления о сравнении величин, а также понятия «больше» и «меньше» сформировались еще в глубокой древности, когда у людей возникла необходимость вести счет и сопоставлять различные величины. Постепенно эти простые практические действия получили математическое обоснование. Значительный вклад в развитие идей, связанных с неравенствами, внесли древнегреческие ученые. Одним из них был Архимед, в трудах которого встречались первоначальные упоминания определения «неравенство». Он выявил, что «периметр всякого круга равен утроенному диаметру с избытком, который меньше седьмой части диаметра, но больше десяти семьдесят первых», тем самым установив границы числа π . В символической записи данный вывод выглядит следующим образом:

$$\frac{223}{71} < \pi < \frac{8}{7}.$$

Так же, неравенства упоминаются и в исторических работах Евклида. Он приводил доказательства того, что «среднее геометрическое двух тел не больше их среднего арифметического». В символической записи данный вывод выглядит следующим образом:

$$\overline{cd} \leq \frac{c+d}{2}.$$

Стоит отметить, что использование латинского алфавита и некоторой математической символики, началось с XV века. До этого многие рассуждения,

доказательства и выводы, включая упомянутые, приводились в словесной форме, из-за чего математику тех лет называют риторической [21].

Важным этапом в развитии математики стало формирование символического языка. В XVI веке английский математик Роберт Рекорд ввел знак равенства «=». Выбор такого обозначения он объяснял тем, что две параллельные линии одинаковой длины лучше всего передают идею равенства. Однако широкое распространение этот символ получил лишь к началу 19 столетия.

Знаки строгих неравенств «>» и «<» появились в XVII веке и связываются с именем Томаса Гарриота. Он, так же, как и Роберт привел объяснение своего выбора данных символов: если пара объектов являются разными по своей величине, то отрезки, употребленные в знаке равенства, уже не могут быть параллельны. Они должны пересекаться».

Далее, свой вклад в развитие символики неравенств внес Джон Валлис. Он предложил к использованию знаки « $\leq$ » и « $\geq$ ». Это способствовало дальнейшему развитию теории. Систематическое же изучение неравенств, в том числе и квадратных, как самостоятельного раздела математики началось лишь в XX веке.

В современной российской школьной методике материал, связанный с неравенствами, собран в содержательно-методическую линию, которая пронизывает весь курс математики – от начальной до старшей школы. Она отличается богатством содержания, разнообразием методов и приемов решения, а также широким применением в изучении других математических дисциплин, например, таких как математический анализ и теория вероятностей. Это объясняется тем, что уравнения и неравенства - ключевые инструменты в математике, которые используются для решения различных прикладных задач, где соотношения между величинами далеко всегда описываются строгими равенствами.

К основным классам неравенств, которые изучаются в школе, относят: линейные, квадратные, дробно-рациональные, показательные и логарифмические неравенства.

Квадратные неравенства занимают в этой системе центральное положение, выступая связующим звеном между линейными неравенствами и более сложными – рациональными, иррациональными, показательными и логарифмическими. Их изучение является логическим продолжением темы «Квадратные уравнения» и служит основой для формирования у учащихся системного подхода к решению различным математических задач. Таким образом, квадратные неравенства служат мостом для понимания общей теории неравенств и способствует развитию функционального мышления и алгоритмической культуры школьников.

Современный образовательный процесс в соответствии с Федеральными государственными образовательными стандартами (ФГОС) нацелен не на простую трансляцию знаний от учителя к ученику, а на развитие способности учащегося самостоятельно ставить учебные цели, проектировать пути их достижения, контролировать и оценивать свои результаты. В связи с этим, изучение темы «Квадратные неравенства» направлено на формирование комплекса универсальных учебных действий (УУД). В этом контексте тема «Квадратные неравенства» занимает исключительно важное место, выступая не только как объект усвоения конкретных математических фактов, но и как эффективная модель для достижения всего спектра образовательных результатов, заложенных в ФГОС.

Изучение данной темы направлено на достижение комплекса целей, которые можно разделить в соответствии с группами результатов: личностные, предметные и метапредметные (познавательные, регулятивные, коммуникативные).

Личностные цели и результаты связаны с формированием ценностно-смысловых установок ученика, его гражданской и мировоззренческой позиции. В рамках темы «Квадратные неравенства» это достигается через:

1. Формирование научного мировоззрения: учащиеся на конкретном примере убеждаются в универсальности математических методов для описания и преобразования окружающего мира. Они видят, что абстрактная алгебраическая модель $ax^2 + bx + c > 0$ может описывать реальные процессы: расчет прибыли, определение траектории движения, анализ физических явлений. Это способствует пониманию идеи математизации знания как мощного инструмента познания.

2. Развитие интеллектуальной честности и критического мышления: процесс решения квадратных неравенств, требует осознанного выбора стратегии, проверки и анализа результатов. Ученик учится не просто применять алгоритм, а отвечать на вопросы: «Почему здесь интервал, а не точка?», «Как изменится решение, если знак неравенства поменяется?». Это воспитывает привычку к самоконтролю и ответственности за полученный результат.

3. Воспитание настойчивости и целеустремленности: решение квадратных неравенств часто представляет собой нетривиальную задачу, требующую усидчивости и концентрации. Успешное освоение темы дает учащимся чувство уверенности в своих силах, формирует «математическую выносливость».

Метапредметные результаты предполагают освоение универсальных учебных действий (УУД), которые делятся на познавательные, регулятивные и коммуникативные.

Познавательные УУД. Это ядро метапредметных результатов при изучении математики. Они проявляются через:

1. Смысловое чтение: умение понять условие задачи, выделять в тексте ключевую информацию и необходимые для решения данные.

2. Знаково-символические действия: преобразование неравенства к стандартному виду, использование графика параболы для определения промежутков знакопостоянства функции.

3. Структурирование знаний: учащиеся устанавливают связь между изученными понятиями и видят, что квадратное неравенство связано с квадратным уравнением и квадратичной функцией, а его решение опирается на свойства функции.

4. Выбор эффективных способов решения: сравнение аналитического метода интервалов и графического метода, их сильных и слабых сторон.

5. Анализ: разбиение задачи на этапы (анализ дискриминанта, корней, направления ветвей параболы).

6. Синтез: объединение полученных на каждом этапе данных в целостный ответ (интервал или объединение интервалов)

7. Установление причинно-следственных связей: понимание, что от знака старшего коэффициента и дискриминанта напрямую зависит множество решений неравенства.

8. Построение логической цепи рассуждений: последовательное выполнение действий, при котором каждый следующий шаг основывается на предыдущем и имеет необходимое обоснование.

Регулятивные УУД. Эти действия обеспечивают организацию и коррекцию учебной деятельности:

1. Целеполагание и планирование: ученик учится ставить перед собой конкретную задачу («решить неравенство», «определить область определения функции») и выстраивать последовательность действий для ее достижения (например, алгоритм: 1) найти корни квадратного трехчлена; 2) отметить их на числовой оси; 3) определить знаки на интервалах; 4) записать ответ).

2. Прогнозирование и контроль: на этапе выбора метода (аналитический, графический) учащийся прогнозирует, какой из них будет более рациональным в данной ситуации. После получения ответа он осуществляет контроль, подставляя пробные значения из полученного интервала в исходное неравенство.

3. Коррекция: обнаружив ошибку ученик должен вернуться к определенному этапу решения и исправить ее, тем самым корректируя свою деятельность

Коммуникативные УУД реализуются при коллективном обсуждении различных методов решения, ведении дискуссии о рациональности выбора того или иного способа, взаимной проверке решений и оказании поддержки одноклассникам.

Конкретные предметные цели изучения темы включают:

- усвоение определения квадратного неравенства;
- выведение и понимание алгоритмов решения квадратных неравенств;
- формирование умения решать квадратные неравенства различными методами: графическим, методом интервалов, с помощью схематичного построения параболы;
- формирование умения выбирать рациональный способ решения в зависимости от конкретного вида неравенства;
- развитие навыка графической иллюстрации решения для его интерпретации и проверки.

Изучение темы «Квадратные неравенства» решает комплекс дидактических задач:

1. Формирование алгоритмической базы: ученики отрабатывают навыки решения, анализируя график квадратичной функции и свойства квадратного трехчлена.

2. Развитие функционального мышления: учащиеся учатся интерпретировать неравенства с точки зрения поведения функций, что является основой для высшей математики.

3. Подготовка к изучению сложных тем: понимание учениками методов решения квадратных неравенств является базисом для успешного усвоения последующего учебного материала.

Логико-дидактический анализ темы и ее место в учебном процессе

Изучение темы «Квадратные неравенства» является важным этапом в формировании математической культуры школьников. Логически эта тема базируется на ранее изученном материале.

Внутрипредметные связи:

1. Квадратные уравнения. Понятие дискриминанта и корней квадратного уравнения является основополагающим для нахождения критических точек квадратного трехчлена, что необходимо для обоих основных методов решения неравенств.

2. Квадратичная функция. Графический метод решения неравенств напрямую опирается на понимание свойств квадратичной функции: направление ветвей параболы, координаты вершины, точки пересечения с осью абсцисс. Без четкого представления о графике функции решение неравенства теряет наглядность и содержательность.

3. Линейные неравенства и метод интервалов. Решение квадратных неравенств методом интервалов обобщает и расширяет идеи, заложенные при решении линейных неравенств и их систем.

4. Последующее изучение математики. Уверенное владение техникой решения квадратных неравенств служит фундаментом для изучения рациональных, показательных, логарифмических неравенств в старших классах,

а также используется в задачах с параметрами, в математическом анализе для нахождения промежутков возрастания/убывания функции.

Межпредметные связи:

1. Физика. Квадратные неравенства возникают при анализе движения тела по вертикали, равновесия тел, оптики.

2. География и экология. Расчёты площадей зон загрязнения, которые иногда выражаются через квадратичные функции; моделирование роста или уменьшения популяций, если зависимость содержит квадратичный член.

3. Экономика. Квадратные неравенства встречаются в оптимизационных задачах — определение диапазона значений, при которых прибыль > 0 ; анализе функции издержек, когда себестоимость имеет квадратичную зависимость; расчётах предела рентабельности.

4. Химия. При моделировании реакций: определение диапазона концентраций, при которых реакция протекает стабильно; анализ скоростей реакций, когда зависимость квадратичная.

5. Техника и инженерия. Прочность материалов: расчёт диапазона нагрузок, при которых конструкция выдерживает давление/вес. Электротехника: условия устойчивости цепи могут приводить к квадратным неравенствам.

Тема «Квадратные неравенства» является одной из ключевых в содержательно-методической линии уравнений и неравенств школьного курса алгебры. Ее изучение приходится на основной этап — 8-9 классы, что подчеркивается последовательным возрастанием доли материала, связанного с неравенствами: от 20% в 7 классе до 25% в 8 классе и 30% в 9 классе. Эта динамика отражает не только возрастающую роль, но и возрастающую сложность данной темы.

Изучение квадратных неравенств опирается на стройную систему пропедевтики и предварительных знаний, которая выстраивается на протяжении

всего школьного обучения. Этот процесс можно разделить на три основных этапа.

1. Пропедевтический этап (1–6 классы)

Закладка фундамента для понимания неравенств начинается еще в начальной школе, где формируются первоначальные представления о понятии «неравенство» через сравнение чисел и выражений. В 5-6 классах эта работа систематизируется: учащиеся учатся записывать результаты сравнения натуральных чисел и дробей с помощью знаков «<» и «>», а в 6 классе для сравнения рациональных чисел активно используется координатная прямая и вводится понятие модуля числа. Хотя на этом этапе термины «решение неравенства» еще не формализуются, у учащихся формируются навыки работы с числовыми неравенствами.

2. Основной этап (7–9 классы): систематическое изучение и выход на квадратные неравенства

Этот этап, непосредственно предшествующий и включающий изучение квадратных неравенств, является центральным для основной школы. Он структурирован следующим образом:

7 класс: происходит систематическое изучение числовых неравенств и их свойств, а также линейных неравенств с одной переменной и их систем. Это создает базовую алгебраическую и логическую основу.

8 класс: углубляются знания о методах работы с неравенствами. Учащиеся знакомятся с различными методами их доказательства (на основании определения, метод от противного и др.). Ключевым же элементом этого года является интенсивное изучение квадратных уравнений, без которого решение квадратных неравенств невозможно.

9 класс: на этом этапе происходит непосредственное формирование умения решать квадратные неравенства. Основным методом, изучаемым в основной

школе, является графический метод, опирающийся на сведения о графике квадратичной функции (параболе). Учащиеся учатся анализировать расположение параболы относительно оси абсцисс в зависимости от знака дискриминанта и старшего коэффициента. Кроме того, в 9 классе вводится мощный метод интервалов, который сначала применяется к квадратным неравенствам, а затем переносится на решение дробно-рациональных неравенств, что демонстрирует его универсальность и завершает линию неравенств в основной школе.

3. Завершающий этап (10–11 классы)

Хотя этот этап выходит за рамки основной школы, он важен для понимания перспективы развития темы. В старших классах метод интервалов становится основным инструментом для решения более сложных неравенств: иррациональных, показательных, логарифмических и тригонометрических.

Таким образом, тема «Квадратные неравенства» является системообразующим элементом в курсе алгебры основной школы. Ее изучение регламентировано требованиями ФГОС и направлено на достижение не только предметных результатов (овладение конкретными методами решения), но и на развитие личностных и метапредметных качеств ученика. Поскольку данная тема рассматривается после квадратных уравнений и квадратичной функции, она опирается уже на изученный материал и помогает установить между этими понятиями прочные внутрипредметные связи. Помимо этого, работа с квадратными неравенствами способствует формированию логического мышления, умения анализировать, сравнивать, выбирать способ решения и делать обоснованные выводы, что указывает на значительный развивающий потенциал данной темы. Все это позволяет рассматривать изучение квадратных неравенств как важное средство развития математической культуры школьников и достижения целей современного математического образования.

1.2 Сравнительный анализ методических подходов к изучению квадратных неравенств в школьных учебниках алгебры

Переход от рассмотрения фундаментального места и ключевой роли темы «Квадратные неравенства» в системе математического образования закономерно подводит нас к необходимости детального анализа того, как эта важнейшая содержательно-методическая линия реализована в конкретных учебных пособиях. Понимание теоретической значимости темы является необходимой предпосылкой для критической оценки инструментов, предлагаемых для ее освоения. Ведь именно от методологического подхода, структуры изложения и дидактического аппарата учебника во многом зависит, состоится ли для ученика переход от механического заучивания алгоритма к глубокому, осознанному пониманию сути неравенств и их графической интерпретации.

С целью выявления специфических методических стратегий и дидактических акцентов, далее проводится сравнительный анализ четырех широко распространенных и авторитетных учебных комплексов, каждый из которых обладает ярко выраженной авторской концепцией. Объектами нашего исследования стали:

- учебник «Алгебра. 9 класс» под редакцией Ю. Н. Макарычева;
- учебник «Алгебра. 8 класс» авторов Ш. А. Алимова и др.;
- учебно-методический комплекс «Алгебра 8–9» А. Г. Мордковича;
- учебник «Алгебра. 9 класс» С. М. Никольского и др.;
- учебник «Алгебра. 9 класс» авторов А. Г. Мерзляк и др.

Сравнительное исследование, представленное в таблице 1, будет сосредоточено на таких ключевых аспектах, как логика структурирования темы, характер задачного материала, методические особенности введения нового

знания и содержательная глубина его раскрытия. Это позволит не только систематизировать их характерные черты, но и выявить дидактический потенциал каждого пособия для решения конкретных учебных задач.

Таблица 1 - Сводная таблица анализа учебников

Критерий анализа	Макарычев Ю.Н. (9 кл.)	Алимов Ш.А. (8 кл.)	Мордкович А.Г. (8-9 кл.)	Никольский С.М. (9 кл.)	Мерзляк А.Г. (9 кл.)
1. Структура и место темы					
Место темы в курсе	9 класс, в главе «Неравенства». Преемственность с линейными неравенствами и.	8 класс, отдельная заключительная глава. Опирается на квадратные уравнения и функцию.	Двухэтапное изучение: 8 класс (графический метод), 9 класс (метод интервалов). Спиральное построение.	9 класс, в начале главы «Неравенства». Логичное продолжение темы линейных неравенств.	9 класс, после изучения квадратичной функции (§11). Естественная опора на график.
Структура параграфа	Четкая: теория → примеры → упражнения (от простых к сложным) → самоконтроль.	Дробная: пункты внутри параграфа (теория → примеры → блоки задач).	Теория и практика чередуются. Задачник имеет жесткую уровневую дифференциацию (А, Б, В).	Методическая цепочка: мотивация → теория → пример → задачи на закрепление.	Системная: мотивация (график функции) → теория + таблица-памятка → «Решаем вместе» → упражнения.
2. Задачный материал					
Классификация заданий	Имплицитная (неявная) уровневая сложность. Есть базовые, контекстные и	Сериализация: обязательные, дополнительные, трудные задачи. Присутствуют	Явная уровневая дифференциация (А, Б, В). Богатый спектр: от алгоритмов до	Разнообразие: устные задания, тренировочные, повышенной сложности (в	Строгое усложнение. Межпредметные связи, логический анализ, задачи

Продолжение таблицы 1

	задачи с параметрами.	прикладные задачи.	олимпиадных и с параметрами.	т.ч. на соответствие графиков и решений).	с параметрами и модулями.
Форма представления задач	Строгая математическая форма, есть контекстные задачи.	Сочетание математической и сюжетной форм (с чертежами).	Строгая, лаконичная форма. Много задач на анализ графиков.	Различные формы: от алгебраических до занимательных и прикладных.	Строгая математическая форма, лаконичные контекстные задачи, работа с чертежами.
3. Методические особенности					
Характер изложения	Дедуктивный (от общего правила — к частным примерам). Четкий алгоритм.	Конкретно-индуктивный (от частных примеров и мотивационной задачи — к общему правилу).	Индуктивный (от анализа проблемной ситуации — к «открытию» правила). Требуется активности.	Дедуктивный (строгое теоретическое обоснование → примеры). Высокая математическая культура.	Визуально-дедуктивный. Теория в готовом виде, но с мощной визуальной опорой (таблицы, схемы).
Наглядность	Ключевые элементы выделены. Активное использование графического метода.	Цвет, рамки, схемы алгоритмов, рисунки парабол.	Система визуальных ориентиров. Графический метод и метод интервалов — основные.	Строгое оформление, выделения. Центральная роль «метода парабол»	Полужирный шрифт, обобщающие таблицы, схематические графики.
Организация повторения	Системная: вопросы после параграфа, обобщающий раздел главы.	Рубрика «Запомните главное», задания для самопроверки, итоговые контрольные.	Специальные рубрики: «Повторение», «Для любознательных». Требуется	Интегрировано в систему упражнений. Контроль через специальные работы.	Многоуровневая система: блоки «Повторение» и «Готовимся к новой теме». Итоговый

Продолжение таблицы 1

			активной роли учителя		контроль организует учитель.
4. Содержательный анализ темы					
Мотивация	Сравнение значений квадратного трехчлена, подводящее к поиску промежутков знакопостоянства.	Практическая задача (площадь прямоугольника), создающая проблемную ситуацию.	Обращение к графику квадратичной функции, создание визуальной опоры.	Задача на анализ расположения параболы (поиск промежутков знакопостоянства).	Демонстрация универсальности графического метода на примере произвольной функции.
Опорный алгоритм	1. Привести к виду $ax^2+bx+c > 0$. 2. Найти корни. 3. Схематически построить параболу. 4. Выбрать промежутки.	Аналогичен макарычевскому, с акцентом на связь с квадратным уравнением.	Отсутствие жесткого единого алгоритма. Акцент на взаимосвязи методов (графический, интервалов, разложения)	«Метод параболы»: 1. Эскиз графика. 2. Интервалы выше/ниже оси. 3. Ответ.	Ориентация на таблицу «знак a / D ». Сопоставление условия со схемой в таблице для определения промежутков.

Представленная таблица наглядно демонстрирует, что имея общую цель - научить решать квадратные неравенства - каждый авторский коллектив предлагает свой уникальный методический маршрут. Поэтому выбор того или иного учебника должен определяться не только личными предпочтениями учителя, но и типом образовательного учреждения, уровнем подготовки класса и целями обучения, заложенными в рабочей программе.

В контексте требований Федерального государственного образовательного стандарта (ФГОС), который ориентирует на формирование функциональной грамотности, развитие познавательных действий и умение применять знания на практике, все рассмотренные учебники могут быть использованы, однако их дидактический потенциал в этом ключе различен. Учебник Ш. А. Алимова наиболее полно отвечает идее доступности и связи с жизнью, что важно для мотивации учащихся базового уровня. Его индуктивный подход, когда новое знание выводится из конкретной задачи, отлично вписывается в логику системно-деятельностного подхода, требуемого ФГОС. Учебник А. Г. Мерзляка, благодаря четкой структуре, обилию визуальных опор (таблицы-памятки) и богатой системе упражнений, включающей прикладные и межпредметные задачи, представляется универсальным инструментом для достижения образовательных результатов в массовой школе. Он удачно балансирует между фундаментальностью и современными требованиями к практическим навыкам.

С точки зрения типологии образовательных учреждений, можно сделать следующие выводы. Для общеобразовательной школы (базовый уровень) наиболее предпочтительными являются учебники Ю. Н. Макарычева и Ш.А. Алимова. Макарычев Ю. Н. обеспечит надежную, проверенную временем систему знаний, а Алимов Ш. А. поможет вовлечь в работу менее мотивированных учеников благодаря понятным объяснениям и связи с практикой. Учебник А. Г. Мерзляка также отлично подойдет для сильного базового класса, ориентированного на сдачу ОГЭ, так как его задачный материал включает множество прототипов экзаменационных заданий.

Для классов с углубленным изучением математики, лицеев и гимназий безусловным лидером является учебник А. Г. Мордковича. Его двухэтапное изучение, проблемный метод изложения, богатейший задачник с задачами высокого уровня сложности и элементами олимпиадной математики позволяют в полной мере развить логическое и аналитическое мышление учащихся. Он требует от учеников высокой познавательной активности и отлично готовит к

продолжению образования в технических вузах. Учебник С.М. Никольского также наилучшим образом раскрывается именно в сильных классах, где учащиеся способны воспринять строгую логику доказательств и обладают достаточными графическими навыками для свободного оперирования «методом параболы». Этот учебник формирует высокую математическую культуру, что особенно ценно для будущих математиков и физиков.

Таким образом, сравнительный анализ показывает, что методика обучения квадратным неравенствам не является статичной. Выбор подхода варьируется от традиционного, четко алгоритмизированного (Макарычев Ю. Н., Мерзляк А. Г.) до более гибкого, проблемно-ориентированного (Мордкович А. Г.) или строго академичного (Никольский С. М.). В то время как Алимов Ш. А. и Мерзляк А. Г. делают ставку на доступность и наглядность, Мордкович А. Г. и Никольский С.М. требуют от ученика более высокого уровня абстрактного мышления и самостоятельности. Понимание этих различий позволяет учителю конструировать учебный процесс наиболее эффективным образом, комбинируя сильные стороны различных УМК для достижения главной цели — формирования у учащихся глубокого и осознанного понимания темы.

При детальном рассмотрении дидактического аппарата каждого УМК отчетливо проявляются их сильные и слабые стороны, что необходимо учитывать при планировании учебного процесса.

Учебник Макарычева Ю. Н., будучи классическим и надежным, отличается четкостью изложения и богатой системой упражнений, однако его дедуктивный подход и недостаток мотивационного контекста (фокус на «чистой» математике) могут создать трудности для слабых учащихся, которым часто не хватает детализированных подсказок при решении сложных задач.

Алимов Ш. А., напротив, делает ставку на доступность и ясность. Достоинствами данного учебника являются индуктивный подход, постепенная подача материала и практическая ориентация с современным визуальным

оформлением. Учебник ориентирован преимущественно на базовый уровень, испытывая недостаток задач высокой сложности и параметров, а также отличается минимализмом в области исторического контекста.

Мордкович А. Г. В своем учебнике предлагает глубину и системность, реализует двухэтапное изучение и предлагает богатейший задачный материал для профильной подготовки, что развивает логическое мышление. Однако высокая плотность и сложность материала, отсутствие прикладной составляющей и неудобство разделения на учебник и задачник могут стать препятствием для менее подготовленных учеников.

Учебник Никольского С. М. отличается фундаментальностью и научностью. Центральная роль уделяется графической интерпретации и сбалансированной системе упражнений. Это формирует строгое математическое мышление у школьников. Недостатками здесь являются высокий порог входа (требуются уверенные графические навыки) и неявная структура повторения.

Учебник А. Г. Мерзляка имеет четкую структуру и последовательную подачу. Графические пояснения, таблицы-памятки и связь с другими темами помогают постепенно осваивать материал. При этом в пособии не всегда явно представлен пошаговый алгоритм решения, а альтернативные способы и текстовые задачи раскрыты ограниченно.

Понимание этих достоинств и недостатков позволяет учителю конструировать учебный процесс наиболее эффективным образом, комбинируя сильные стороны различных УМК для достижения главной цели — формирования у учащихся глубокого и осознанного понимания темы.

Каждый из анализируемых учебников представляет собой законченную методическую систему с ярко выраженной авторской концепцией.

1.3 Методы и приемы решения квадратных неравенств в школьных учебниках алгебры

Перед тем как рассматривать способы решения квадратных неравенств, необходимо сначала уточнить, какие неравенства относятся к данному виду. Учащиеся должны уметь по записи распознавать квадратное неравенство и отличать его от линейных, дробно-рациональных и других типов неравенств.

Определение: Квадратное неравенство – это неравенство вида

$$ax^2 + bx + c < 0$$

(знак неравенства может быть любой $<, \leq, >, \geq$), где a, b и c – некоторые числа, причем $a \neq 0$, x – переменная (переменная может быть обозначена и любой другой буквой).

Квадратное неравенство также называют неравенством второй степени. Это связано с тем, что в левой части неравенства $ax^2 + bx + c < 0$ содержится многочлен второй степени - квадратный трехчлен. В школьных учебниках могут использоваться разные формулировки: например, в учебниках алгебры Ю.Н. Макарычева используется термин «неравенства второй степени», тогда как А.Г. Мордкович придерживается названия «квадратные неравенства».

Иногда можно встретить и выражение «квадратичные неравенства», однако его нельзя считать вполне точным. Определение «квадратичная» применяется по отношению к функции, заданной уравнением вида $y = ax^2 + bx + c$. Поэтому корректнее говорить о квадратных неравенствах и квадратичных функциях.

Заметим, что в определении квадратного неравенства коэффициент a при x^2 считается отличным от нуля. Это и понятно, равенство коэффициента a нулю фактически «уберет» квадрат, и мы будем иметь дело с линейным неравенством вида $bx + c > 0$ без квадрата переменной. А вот коэффициенты b и c могут быть равными нулю, причем как по отдельности, так и одновременно. Вот

примеры таких квадратных неравенств: $x^2 - 5 \geq 0$, здесь коэффициент b при переменной x равен нулю; $-3x^2 - 0,6x < 0$, здесь $c=0$

Теперь можно озадачиться вопросом: «Как решать квадратные неравенства?»

В основном для решения используются четыре основных метода:

1. Метод решения квадратных неравенств с помощью «схематичного» построения параболы.

2. Графический способ (или, как у А. Г. Мордковича, функционально-графический).

3. Метод интервалов.

4. Решение квадратных неравенств через выделение квадрата двучлена в левой части.

1. Метод решения квадратных неравенств с помощью «схематичного» построения параболы.

Для решения квадратного неравенства с помощью «схематичного» построения параболы необходимо построить примерный график функции $y = ax^2 + bx + c$. Для этого определяют направление ветвей параболы, находят точки ее пересечения с осью x , если они существуют, а затем по рисунку устанавливают, на каких промежутках значения функции являются положительными или отрицательными. В ответ записывают значения, удовлетворяющие условию задачи. Покажем применение этого способа на конкретном примере.

Пример 1. Решить неравенство: $3x^2 - 7x + 4 < 0$

Приравняем левую часть неравенства к нулю и решим квадратное уравнение $3x^2 - 7x + 4 = 0$

$$a = 3, b = -7, c = 4,$$

$$D = b^2 - 4ac = (-7)^2 - 4 \cdot 3 \cdot 4 = 49 - 48 = 1$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 + 1}{2 \cdot 3} = \frac{8}{6} = \frac{4}{3}$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{7 - 1}{2 \cdot 3} = \frac{6}{6} = 1$$

Отмечаем два найденных корня на числовой прямой, проводим схематично параболу через эти точки, ветви параболы направлены вверх (рисунок 1).

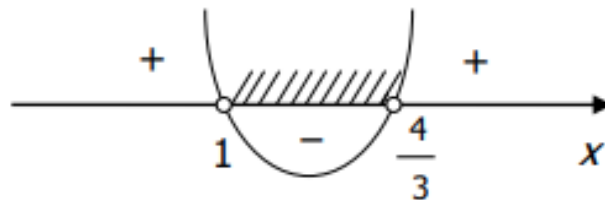


Рисунок 1 – Рисунок для примера 1.

По схеме графика видим, что отрицательные значения функция принимает на промежутке $1; \frac{4}{3}$

Ответ: $1; \frac{4}{3}$

Однако квадратное уравнение не во всех случаях имеет два несовпадающих действительных корня.

Теорема 1. Если квадратное уравнение не имеет действительных корней, и $a > 0$, то при любых значениях x выполняется неравенство

$$ax^2 + bx + c > 0$$

Теорема 2. Если квадратное уравнение не имеет действительных корней, и $a < 0$, то при любых значениях x выполняется неравенство

$$ax^2 + bx + c < 0$$

Рассмотрим случай, когда дискриминант отрицательный.

Пример 2. Решить неравенство: $2x^2 + x + 67 > 0$

Приравняем левую часть к нулю и находим корни уравнения.

$$2x^2 + x + 67 = 0$$

$$a = 2, b = 1, c = 67,$$

$$D = b^2 - 4ac = 1^2 - 4 \cdot 2 \cdot 67 = 4 - 536 = -532$$

В дискриминанте получили отрицательное число, значит, квадратное

уравнение не имеет действительных корней. Следовательно, график функции не пересекается с осью x . Ветви параболы направлены вверх. Сделаем схематичный набросок графика этой функции (рисунок 2).

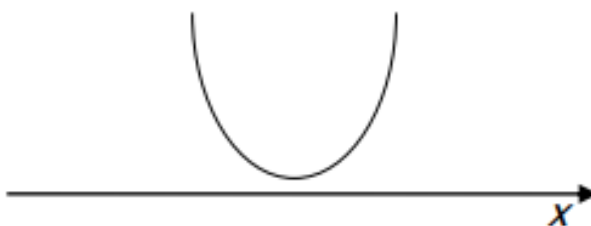


Рисунок 2 - Рисунок для примера 2

По графику видим, что при любом значении x график функции расположен выше оси x , следовательно, при любых значениях x выполняется неравенство $2x^2 + x + 67 > 0$

Ответ $(-\infty; +\infty)$

Таким образом, при решении квадратных неравенств с помощью схематичного построения параболы мы используем следующий алгоритм:

1. Находим корни квадратного трехчлена;
2. Схематично строим график квадратичной функции через точки пересечения или касания с осью x ;
3. По графику находим промежутки, на которых функция принимает значение, удовлетворяющее условию задачи.

II Графический способ.

Следует отметить, что данный способ решения квадратных неравенств в школьных учебниках алгебры не называют графическим. Тем не менее по своему содержанию он фактически связан именно с использованием графика. Как правило, первое знакомство учащихся с графическим способом решения неравенств происходит при изучении квадратных неравенств.

При графическом решении квадратных неравенств необходимо построить график квадратичной функции и по графику найти значения, удовлетворяющие условию задачи. Отличительной особенностью этого метода является то, что решать квадратное уравнение не надо, но нужно построить точный график.

При построении графика необходимо учитывать знак старшего коэффициента квадратичной функции, так как он определяет направление ветвей параболы. Для этого во многих учебниках есть готовая схема, в которой приведены случаи решения квадратного неравенства (рисунок 3).

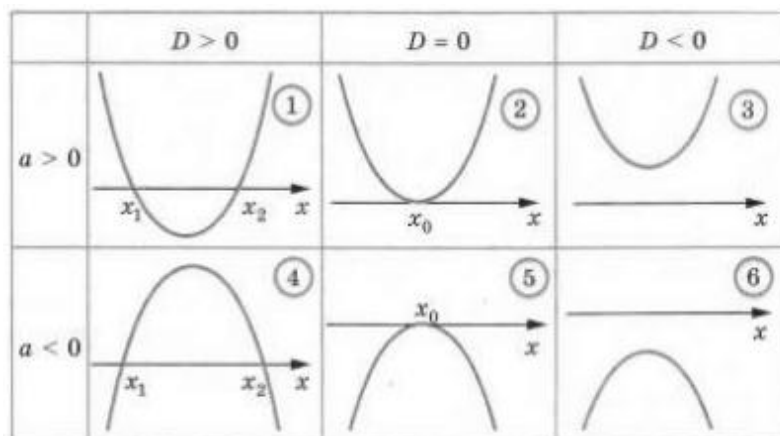


Рисунок 3 - Схема случаев решения квадратного неравенства.

В результате выполнения ряда определенных упражнений и заданий ученики привыкают пользоваться данной схемой и потом применяют ее мысленный образ при решении квадратных неравенств.

Пример 3. Решить неравенство графически: $x^2 - 2x - 3 \leq 5$

Построим графики функции $y = x^2 - 2x - 3$ и $y = 5$ (рисунок 4).

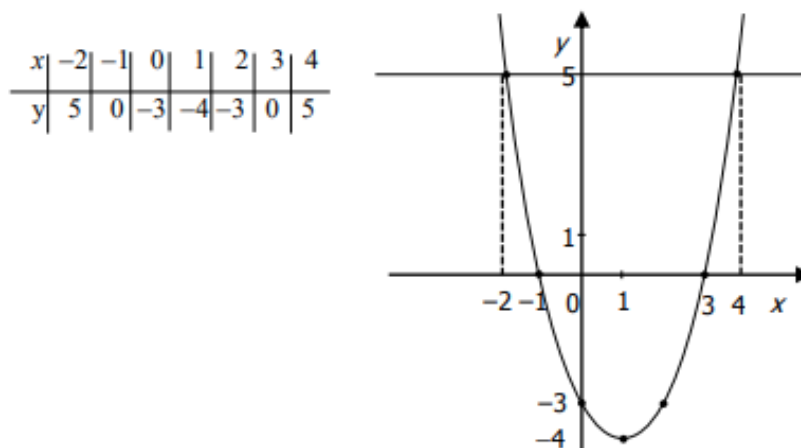


Рисунок 4 - Рисунок для примера 3

По графику определим промежуток, исходя из условия задачи.

Ответ: $[-2; 4]$

Алгоритм решения квадратного неравенства с помощью графика квадратичной функции:

1. Определить направление ветвей параболы по знаку первого коэффициента квадратичной функции;
2. Найти действительные корни соответствующего квадратного уравнения или установить, что их нет;
3. Построить график квадратичной функции, используя точки пересечения (или касания) с осью Ox , если они есть;
4. По графику определить промежутки, на которых функция принимает нужные значения.

III. Метод интервалов.

Наряду с графическим способом при решении квадратных неравенств с одной переменной широко применяется метод интервалов. Он считается достаточно удобным и универсальным и может использоваться не только для квадратных, но и для других видов неравенств.

Суть метода интервалов, по отношению к решению квадратных неравенств $ax^2 + bx + c < 0$ ($\leq$, $>$, $\geq$), состоит в определении знаков, которые имеют значения квадратного трехчлена $ax^2 + bx + c$ на промежутках, на которые разбивается координатная ось нулями этого трехчлена (при их наличии). Промежутки со знаками минус составляют решения квадратного неравенства $ax^2 + bx + c < 0$, со знаками плюс – неравенства $ax^2 + bx + c > 0$, а при решении нестрогих неравенств к указанным промежуткам добавляются точки, отвечающие нулям трехчлена.

Для решения неравенства методом интервалов используем такой алгоритм:

1. Находим нули функции и отмечаем их на числовой прямой;
2. Получив числовую прямую, разбитую на промежутки, определяем знак функции на каждом из промежутков;
3. Выбираем только те промежутки, в которых функция принимает значение, удовлетворяющее условию задачи.

Рассмотрим решение квадратного неравенства с помощью метода интервалов на примере.

Пример 4. Решить неравенство методом интервалов.

$$x^2 - 5x + 4 \geq 0$$

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$$a = 1, b = -5, c = 4$$

$$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$$

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + 3}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - 3}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

Отметим точки $x=1$ и $x=4$, они разбивают числовую ось на три промежутка. Расставим знаки на каждом интервале, подставляя любое значение из интервала в заданную функцию (рисунок 5).



Рисунок 5 - Рисунок для примера 4

В ответ выбираем интервалы, на которых функция положительна.

Ответ: $(-\infty; 1] \cup [4; +\infty)$.

IV. Метод выделения полного квадрата.

Помимо графического метода и метода интервалов, для решения квадратных неравенств применяются и другие подходы. Один из таких подходов связан с преобразованием левой части неравенства путем выделения полного квадрата двучлена.

Принцип этого способа решения квадратных неравенств состоит в выполнении равносильных преобразований, позволяющих перейти к решению более удобного равносильного неравенства.

Рассмотрим этот метод на примере.

Пример 5. Решить неравенство с помощью метода выделения полного квадрата:

$$x^2 + 6x + 11 > 0$$

$$x^2 + 6x + 11 = (x^2 + 6x + 3) + 2 = (x + 3)^2 + 2$$

Нам нужно найти значения больше нуля. Проанализировав полученное выражение, видим, что при любых x будет выполняться неравенство

$$(x + 3)^2 + 2 > 0$$

Ответ: $(-\infty; +\infty)$.

Стоит отметить, что в учебниках общеобразовательной школы при изучении темы «Квадратные неравенства» этот метод не рассматривается, однако его можно использовать на факультативных занятиях, особенно при работе с учениками, имеющими более высокий уровень подготовки.

1.4 Трудности изучения темы

Формальные алгоритмы решения квадратных неравенств, основанные на рассмотренных методах, кажутся четкими и понятными. Однако на практике между знанием теории и её безошибочным применением лежит зона типичных затруднений у учеников.

А. В. Боровских в своей статье «Предметные и метапредметные проблемы школьного курса математики. Тема неравенства» образно сопоставляет задания с неравенствами с лабиринтом, из которого школьникам очень сложно выбраться. Автор выделяет проблему о смене представлений школьников при изучении темы «Неравенства». Возникает сразу несколько трудностей, например переход от оперирования числами к переменным величинам [20].

Другая проблема заключается в задании «решить» неравенство. У учеников создается устойчивое мнение, что «решить» — значит выполнить действия по заранее известному алгоритму и получить ответ. Однако с усложнением заданий увеличивается и разнообразие способов их решения, поэтому запомнить все возможные алгоритмы практически невозможно.

Поэтому нужно не только обучать решать неравенства по алгоритму, но и самостоятельно искать новые пути решения.

Ещё одна проблема заключается в том, что правила равносильных преобразований неравенств не всегда очевидны для учеников. При изучении свойств и теорем по теме нужно объяснять их наглядно.

М. В. Фалилеева подчеркивает, что в школе не выделяется отдельно понятие неравенство с параметром: «Ни в энциклопедии элементарной математики, ни государственном образовательном стандарте нет понятия «неравенство с параметром», не представлены методы их решения. Поскольку параметризовать можно любую математическую задачу, получаем, что все уравнения и неравенства делятся на две группы – без параметров и с параметрами». В своей статье «Методические аспекты обучения решению уравнений и неравенств с параметрами» она говорит, что решение задач с параметрами является обобщением и систематизацией знаний и опыта учащихся на более высоком уровне деятельности. Именно поэтому задачи с параметрами должны быть в каждой теме, включая квадратные неравенства, с разобранными примерами и системой упражнений [33].

В статье «Об обучении решению квадратных уравнений без использования формулы корней» Коржевина Е. К. пишет на основе своего опыта работы экспертом на едином государственном экзамене, о том, что учащиеся, решая квадратные уравнения, совершают много вычислительных ошибок и описок из-за невнимательности. Возможность быстро и правильно решить квадратное уравнение очень важно при решении квадратных неравенств и более сложных задач. «Все полные квадратные уравнения, корни которых являются рациональными числами можно решать без использования формулы корней». В своей статье Коржевина Е. К. приводит три теоремы, на которых основан этот подход, и рассматривает несколько примеров с решением. Также приводится эксперимент, в результате которого делается вывод о том, что при отработке

способов решения квадратных уравнений без использования формулы корней повышается эффективность обучения [24].

Таким образом при изучении темы «Квадратные неравенства» можно выделить типичные проблемы учащихся:

1. Формальное усвоение алгоритмов. Учащиеся заучивают последовательность действий без понимания ее логики, что приводит к ошибкам при малейшем отклонении от стандартной ситуации.

2. Неумение проводить доказательные рассуждения. Школьникам сложно объяснить, почему знак квадратного трехчлена меняется или не меняется на разных интервалах, и как это связано с графиком функции.

3. Трудности с выбором метода решения. Столкнувшись с неравенством, ученик часто не может самостоятельно определить, какой метод (графический или метод интервалов) будет более эффективным и наглядным в данном конкретном случае.

4. Ошибки в применении алгоритмов в измененной ситуации. Например, учащиеся путаются при решении неравенств, где старший коэффициент отрицателен, или неверно определяют интервалы для неполного квадратного трехчлена (например, когда $D = 0$ или $D < 0$).

5. Несформированность связи между аналитической и графической моделями. Ученик может правильно решить неравенство аналитически, но не сможет изобразить его решение на координатной плоскости, или наоборот.

Развивающий потенциал темы, однако, чрезвычайно высок. Преодоление указанных трудностей напрямую способствует развитию у школьников:

– логического и алгоритмического мышления. Четкое следование алгоритму, понимание условий его применимости и логическая обоснованность каждого шага;

– функциональной грамотности. Умение видеть за алгебраической записью ее геометрический образ (график) и переходить от одной формы представления к другой;

– исследовательских умений. Решение квадратного неравенства по своей сути является мини-исследованием поведения функции на различных промежутках;

– математической культуры. Формирование точной и строгой математической речи, умения аргументировать свое решение и критически оценивать полученные результаты.

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА И АПРОБАЦИЯ ЭЛЕКТИВНОГО КУРСА «ПРАКТИКУМ ПО РЕШЕНИЮ КВАДРАТНЫХ НЕРАВЕНСТВ» ДЛЯ УЧАЩИХСЯ 8-9 КЛАССОВ

2.1 Теоретическое обоснование и концепция элективного курса

Данный параграф посвящен обоснованию необходимости введения элективного курса «Практикум по решению квадратных неравенств» в образовательный процесс основной школы, а также формулировке его концептуальных основ. Разработка курса опирается на результаты теоретико-методического анализа проблемы обучения решению квадратных неравенств, проведенного в первой главе, и на требования современных образовательных стандартов.

Актуальность разработки курса продиктована ключевым противоречием, выявленным во введении к данной работе: между фундаментальной значимостью темы «Квадратные неравенства» для дальнейшего математического образования и недостаточной эффективностью традиционных методов обучения, которые зачастую носят репродуктивный характер и не обеспечивают глубокого понимания материала. Как справедливо отмечают А. В. Боровских и В. Е. Веревкина, изучение темы «Неравенства» сопряжено с рядом предметных и метапредметных проблем, ведущих к формальному усвоению знаний. Учащиеся механически запоминают алгоритм (найти корни, построить параболу, выбрать интервал), но не осознают логических связей между свойствами квадратичной функции, знаком дискриминанта и множеством решений неравенства. Это препятствует формированию прочной базы для освоения курса математического анализа в старших классах и успешной итоговой аттестации [20].

В соответствии с ФГОС ООО, результат обучения предполагает не только решение типовых задач, но и сформированность функциональной грамотности, логического мышления и навыков применения знаний в нестандартных ситуациях. Анализ содержания темы в УМК (Мордкович, Макарычев, Никольский и др.) показывает, что отводимого на отработку навыков времени часто недостаточно: базовая программа сосредоточена на алгоритмах, оставляя мало места для задач с параметрами и нестандартных неравенств. Это подтверждает необходимость элективного курса для углубления знаний учащихся, проявляющих интерес к математике или нуждающихся в дополнительной подготовке [2].

Концепция элективного курса базируется на следующих теоретических положениях и принципах:

1. *Деятельностный подход.* В основе курса лежит не пассивное усвоение готовых знаний, а активная познавательная деятельность самого ученика. Как подчеркивает Г. И. Саранцев в своей методике обучения математике, эффективное усвоение возможно лишь тогда, когда учащийся является субъектом учебного процесса. В рамках «Практикума...» это реализуется через решение специально подобранных задач, исследовательские задания и самостоятельное «открытие» методов решения [28].

2. *Принцип вариативности и разноуровневости.* Курс предназначен для учащихся 8-9 классов с разным уровнем математической подготовки. Содержание и система заданий должны быть выстроены таким образом, чтобы каждый ученик мог работать в зоне своего ближайшего развития. Это предполагает наличие задач разной степени сложности: от обязательного уровня (отработка базового алгоритма) до повышенного (неравенства с модулями, параметрами, задачи на обобщение). Данный подход согласуется с идеями дифференциации обучения, представленными в работах по методике [27].

3. *Принцип преемственности и преемственности.* Элективный курс призван не дублировать базовую программу, а углублять её. В 8-м классе основной акцент делается на графическом методе, основанном на свойствах квадратичной функции, что создает прочную наглядную основу. В 9-м классе вводится и совершенствуется метод интервалов, являющийся универсальным для решения рациональных неравенств и играющий ключевую роль при подготовке к ОГЭ. Тем самым обеспечивается преемственность между этапами обучения и подготовка к изучению более сложных тем.

4. *Принцип систематизации и обобщения.* Одной из ключевых целей курса является преодоление формализма в знаниях. Для этого необходимо не просто натаскивание на выполнение действий по шаблону, а выстраивание целостной системы понятий. Учащиеся должны осознать взаимосвязь между такими понятиями, как квадратичная функция, квадратное уравнение, дискриминант и квадратное неравенство. Как отмечает В. И. Рыжик, логическая составляющая в математическом образовании является основополагающей, поэтому в курсе особое внимание уделяется логике рассуждений, обоснованию выбора метода и анализу полученного решения [31].

5. *Практико-ориентированная направленность.* Содержание курса тесно связано с итоговой аттестацией (ОГЭ) и перспективами изучения математики в старшей школе. Значительная часть заданий подбирается из открытых источников (например, Образовательный портал «РЕШУ ОГЭ» [30]), что повышает мотивацию учащихся, так как они видят практическую значимость изучаемого материала.

Целью элективного курса «Практикум по решению квадратных неравенств» является углубление и систематизация знаний учащихся по теме, формирование осознанных и прочных навыков решения квадратных неравенств различными способами (аналитическим, графическим, методом интервалов), а также развитие логического и вариативного мышления школьников.

Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

- актуализировать и расширить знания о свойствах квадратичной функции и её графике;
- сформировать умение свободно применять алгоритмы решения квадратных неравенств в стандартных и модифицированных ситуациях;
- обучить рациональному выбору метода решения в зависимости от вида неравенства;
- развить навыки самоконтроля и исследования математических объектов;
- подготовить учащихся к успешной сдаче ОГЭ и продолжению математического образования.

Таким образом, теоретическое обоснование подтверждает целесообразность создания элективного курса. Концепция курса строится на идеях деятельностного подхода, дифференциации и системности обучения, что позволяет не только ликвидировать пробелы в знаниях, но и вывести понимание темы «Квадратные неравенства» на качественно новый уровень. В следующем параграфе будет представлена конкретная программа, разработанная на основе изложенных концептуальных положений.

2.2 Содержание и тематическое планирование элективного курса

Разработка содержания элективного курса «Практикум по решению квадратных неравенств» опирается на концептуальные положения, изложенные в параграфе 2.1., и на результаты анализа типичных затруднений учащихся. Основная цель курса – не просто ликвидировать пробелы в знаниях, а выстроить целостную систему понятий, связанных с квадратичной функцией и

неравенствами, сформировать осознанные и гибкие навыки решения задач различного уровня сложности.

2.2.1 Пояснительная записка к программе курса

Курс «Практикум по решению квадратных неравенств» предназначен для учащихся 8-9 классов и носит практико-ориентированный характер. Он может быть реализован как в рамках предпрофильной подготовки, так и в качестве дополнительных занятий для углубления знаний по ключевой теме алгебры.

Цели курса:

1. Образовательная: систематизировать, обобщить и углубить знания учащихся о способах решения квадратных неравенств, сформировать прочные навыки их применения в стандартных и нестандартных ситуациях.

2. Развивающая: развивать логическое и вариативное мышление, алгоритмическую культуру, навыки самоконтроля и исследовательской деятельности, умение анализировать и обобщать математический материал.

3. Воспитательная: формировать устойчивый интерес к математике, способствовать осознанному выбору профиля дальнейшего обучения, готовить к успешной итоговой аттестации.

Задачи курса:

– актуализировать и расширить знания о свойствах квадратичной функции, ее графике и зависимости расположения параболы от коэффициентов;

– отработать алгоритмы решения квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов, добиваясь их осознанного применения;

– научить учащихся определять наиболее рациональный метод решения в зависимости от вида неравенства;

– подготовить учащихся к решению задач повышенного уровня сложности, включая неравенства с модулями и параметрами (на пропедевтическом уровне);

– развить навыки самоанализа и рефлексии через систему специально подобранных заданий.

Общая структура элективного курса представлена в таблице 2. Курс является сквозным и рассчитан на 2 года обучения (8–9 классы) общим объемом 29 часов, что позволяет выстроить обучение с учетом возрастных особенностей и преемственности: в 8-м классе закладывается наглядная основа (графический метод), в 9-м – вводится универсальный инструментарий (метод интервалов) и рассматриваются усложненные задачи.

Таблица 2 - Общая структура элективного курса

Класс	Разделы курса	Количество часов
8	Раздел 1. Графический метод решения квадратных неравенств	10
8	Итоговое занятие	1
9	Раздел 2. Метод интервалов и обобщение материала	14
9	Итоговое занятие (зачет/конференция)	2
Итого		29

2.2.2 Содержание разделов курса

Раздел 1 Графический метод решения квадратных неравенств (8 класс, 10 часов)

Тема 1.1 Повторение свойств квадратичной функции (2 часа). Квадратичная функция, ее график (парабола). Влияние коэффициентов a , b , c на положение параболы. Нахождение координат вершины, оси симметрии. Понятие дискриминанта. Количество корней квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ и его геометрический смысл (точки пересечения параболы с осью Ox).

Тема 1.2 Алгоритм графического решения неравенств (2 часа). Постановка задачи: решение неравенств $ax^2 + bx + c > 0$ и $ax^2 + bx + c < 0$. Вывод алгоритма: определение направления ветвей параболы, нахождение корней квадратного трехчлена (если они есть), схематическое построение параболы, выбор промежутков на оси Ox , удовлетворяющих знаку неравенства. Акцент на понимании, почему выбираются именно эти промежутки.

Тема 1.3 Решение типовых неравенств (3 часа). Отработка алгоритма на примерах с положительным и отрицательным старшим коэффициентом. Рассмотрение случаев, когда $D > 0$, $D = 0$ и $D < 0$. Формирование навыка записи ответа в виде числовых промежутков.

Тема 1.4 Неравенства, приводимые к квадратным (2 часа). Решение неравенств, требующих предварительных преобразований: раскрытие скобок, приведение подобных слагаемых, перенос всех членов в левую часть. Простейшие дробно-рациональные неравенства, сводящиеся к квадратным (с использованием правила знаков).

Тема 1.5 Обобщающее занятие (1 час). Самостоятельная работа, включающая задания разного уровня сложности. Анализ типичных ошибок.

Итоговое занятие (1 час)

Практикум-рефлексия «Мои первые шаги в мире квадратных неравенств». Учащиеся анализируют результаты контрольной работы, обсуждают типичные ошибки. Обучающиеся предоставляют мини-портфолио с успешно выполненными заданиями курса и примером самостоятельно составленного квадратного неравенства с решением.

Раздел 2 Метод интервалов и обобщение материала (9 класс, 14 часов)

Тема 2.1 Понятие о методе интервалов (2 часа). Актуализация знаний о разложении квадратного трехчлена на линейные множители (через корни). Переход от неравенства $ax^2 + bx + c > 0$ к неравенству $a(x - x_1)(x - x_2) > 0$.

Идея метода интервалов: определение знака выражения на каждом промежутке, чередование знаков.

Тема 2.2 Алгоритм метода интервалов (3 часа). Отработка алгоритма: найти корни, нанести их на числовую ось, определить знак на одном из интервалов (подстановкой пробного значения), расставить знаки на остальных интервалах с учетом чередования (или его отсутствия для корней четной кратности). Решение неравенств вида $(x - x_1)(x - x_2) \dots > 0$ и дробно-рациональных неравенств.

Тема 2.3 Решение неравенств методом интервалов (4 часа). Решение разнообразных неравенств: квадратных, дробно-рациональных, неравенств высоких степеней, сводящихся к произведению линейных и квадратичных множителей. Особое внимание уделяется случаям, когда дискриминант равен нулю (корень четной кратности) и отрицателен (не раскладываемый множитель всегда положительного знака).

Тема 2.4 Нестандартные и комбинированные задачи (3 часа). Решение неравенств, содержащих модуль (простейшие случаи, сводящиеся к совокупности неравенств). Пропедевтика решения неравенств с параметром: например, «При каких значениях параметра a неравенство $x^2 + ax + 1 > 0$ выполняется для всех x ?». Задачи на нахождение области определения функции, содержащей квадратный корень.

Тема 2.5 Обобщающее повторение (2 часа). Систематизация знаний по теме, решение заданий из материалов ОГЭ (№13).

Итоговое занятие (2 часа)

Итоговая конференция, на которой учащиеся презентуют свой проект и представляют «Папку достижений» (портфолио) с самостоятельно решенными задачами, в том числе составленными или найденными в дополнительной литературе.

2.2.3 Тематическое планирование

Ниже, в таблице 3 и таблице 4, представлено развернутое тематическое планирование курса, отражающее распределение часов и формы проведения занятий. Такой подход соответствует принципам системности и наглядности в организации учебного процесса.

Таблица 3 - Тематическое планирование элективного курса (8 класс)

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Форма проведения	Деятельность учащихся
Раздел 1		10		
1.1	Квадратичная функция и ее график. Влияние коэффициентов.	1	Беседа, практикум	Анализ графиков, установление соответствия «функция – график».
1.2	Расположение параболы в зависимости от дискриминанта.	1	Лекция, работа с опорным конспектом	Заполнение таблицы «Расположение параболы при $D>0$, $D=0$, $D<0$ »
1.3	Алгоритм графического решения квадратных неравенств	1	Лекция с элементами эвристической беседы	Совместное «открытие» алгоритма, составление блок-схемы.
1.4	Решение неравенств со старшим коэффициентом $a>0$	1	Практикум	Решение типовых задач по алгоритму у доски и самостоятельно.
1.5	Решение неравенств со старшим коэффициентом $a<0$	1	Практикум	Преобразование неравенства (умножение на -1), самостоятельная работа.
1.6	Особые случаи: $D=0$ и $D<0$.	1	Практикум, анализ	Разбор примеров, запись ответов (пустое множество, все числа, одно число).

Продолжение таблицы 3

1.7	Неравенства, требующие преобразований.	1	Практикум	Приведение неравенств к стандартному виду $ax^2 + bx + c > 0$.
1.8	Простейшие дробно-рациональные неравенства.	1	Лекция, практикум	Сведение неравенства $\frac{f(x)}{g(x)} > 0$ к системе или к квадратному.
1.9	Обобщающий урок по теме	1	Семинар	Решение разноуровневых заданий, работа в парах
1.10	Контрольная работа №1.	1	Индивидуальная работа	Выполнение заданий базового уровня.
Итоговое занятие		1		
1.11	Практикум-рефлексия «Мои первые шаги в мире квадратных неравенств»	1	Диагностический практикум, рефлексия	Анализ результатов, предоставление мини-портфолио, заполнение листа рефлексии.

Таблица 4 - Тематическое планирование элективного курса (9 класс)

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов	Форма проведения	Деятельность учащихся
Раздел 2		14		
2.1	Разложение квадратного трехчлена на множители. Повторение.	1	Беседа	Выполнение упражнений на нахождение корней и разложение.
2.2	Идея метода интервалов.	1	Исследование	Вывод метода от графического к аналитическому.

Продолжение таблицы 4

2.3	Алгоритм метода интервалов для неравенств с кратными корнями	1	Лекция, составление алгоритма	Фиксация порядка действий, понятие «кратность корня».
2.4	Решение квадратных неравенств методом интервалов	1	Практикум	Сравнение графического метода и метода интервалов, выбор рационального способа
2.5	Решение дробно-рациональных неравенств методом интервалов.	1	Практикум	Нахождение ОДЗ, приведение к общему знаменателю, решение методом интервалов.
2.6	Решение дробно-рациональных неравенств (усложненные примеры)	1	Практикум	Решение неравенств с многочленами 3-й и более высоких степеней.
2.7	Обобщающий урок по теме «Метод интервалов».	1	Семинар	Разбор трудных случаев, взаимопроверка
2.8	Неравенства, содержащие модуль (пропедевтика)	1	Лекция, практикум	Решение неравенств вида $(f(x) < a)$ и $(f(x) > a)$, связь с квадратными неравенствами
2.9	Решение неравенств с модулем.	1	Практикум	Отработка навыков.
2.10	Элементы решения неравенств с параметрами.	1	Исследование	Решение простейших задач, например: «При каких a неравенство не имеет решений?»
2.11	Решение задач с параметром графическим способом.	1	Практикум	Использование геометрической интерпретации

Продолжение таблицы 4

2.12	Квадратные неравенства в заданиях ОГЭ	1	Аналитический практикум	Разбор прототипов задач №13, №20 из ОГЭ, работа с открытым банком заданий.
2.13	Обобщающее повторение материала 8-9 классов	1	Практикум с элементами исследования	Решение комплексных заданий, работа в группах.
2.14	Итоговая контрольная работа №2	1	Индивидуальная работа	Выполнение заданий повышенного уровня.
Итоговое занятие		2		
2.15	Конференция «Мир квадратных неравенств».	1	Защита проектов/ Презентация портфолио	Представление самостоятельно решенных задач, проектов.
2.16	Анализ итоговых работ. Подведение итогов.	1	Рефлексия	Самооценка, обсуждение результатов.

2.2.4 Планируемые результаты освоения курса

В результате изучения элективного курса учащиеся должны:

Знать/понимать:

- определение и свойства квадратичной функции, влияние коэффициентов на расположение ее графика;
- алгоритмы решения квадратных неравенств графическим методом и методом интервалов;
- условия, при которых квадратное неравенство не имеет решений, имеет одно решение или выполняется для всех действительных значений переменной;

– способы решения простейших неравенств с модулем и задач с параметрами, связанных с квадратичной функцией.

Уметь:

– уверенно решать квадратные неравенства любого типа (с $D > 0, D = 0, D < 0$);

– раскладывать квадратный трехчлен на линейные множители и использовать это для решения неравенств методом интервалов;

– решать дробно-рациональные неравенства, сводящиеся к квадратным;

– определять знаки корней квадратного трехчлена (на пропедевтическом уровне);

– интерпретировать неравенства с параметром как семейство неравенств и решать простейшие из них с помощью графических соображений;

– применять полученные знания при решении практико-ориентированных задач и заданий из материалов ОГЭ.

Разработанное содержание и тематическое планирование позволяют реализовать цели курса, создать условия для осознанного усвоения материала и преодоления формализма в знаниях учащихся. В следующем параграфе будет представлено методическое обеспечение разработанного курса, включающее систему дидактических материалов и примеры конспектов занятий.

2.3 Методические разработки занятий элективного курса (фрагменты)

После определения содержания курса и его тематического планирования (параграф 2.2) закономерно встает вопрос о том, как именно выстроить процесс обучения, чтобы он соответствовал современным требованиям системно-

деятельностного подхода. Простая трансляция готовых алгоритмов решения неравенств, к сожалению, не формирует у учащихся глубокого понимания материала и устойчивых навыков. Гораздо продуктивнее организовать учебную деятельность так, чтобы ученики самостоятельно «открывали» математические закономерности и способы действий.

В связи с этим целью данного параграфа является демонстрация фрагментов занятий элективного курса, построенных на основе проблемно-исследовательской технологии. Основная методическая идея, объединяющая эти разработки, заключается в создании условий, при которых учащиеся становятся активными участниками познавательного процесса: они анализируют, выдвигают гипотезы, ищут пути решения и сами формулируют алгоритмы.

Для иллюстрации данного подхода были выбраны четыре ключевых занятия:

1. *«Алгоритм графического решения квадратных неравенств»* (8 класс, тема 1.3 планирования). Данное занятие призвано научить школьников «считывать» информацию с графика параболы для определения знаков функции, тем самым закладывая базу для понимания связи алгебраических выражений и их геометрической интерпретации.

2. *«Решение квадратных неравенств, требующих алгебраических преобразований»* (8 класс, тема 1.7 планирования). Если первое занятие носило проблемно-исследовательский характер, то данный урок является этапом рефлексии и отработки умений. На этом этапе школьники учатся видеть структуру неравенства, применять графический метод в нестандартных ситуациях, когда неравенство не приведено к виду $ax^2 + bx + c > 0$ изначально. Это формирует гибкость мышления и навыки алгебраической дисциплины.

3. *«Идея метода интервалов»* (9 класс, тема 2.2 планирования). Это занятие демонстрирует переход от графического метода к более универсальному аналитическому, позволяя учащимся самостоятельно обнаружить

неэффективность старого способа при решении неравенств высоких степеней и открыть для себя новый, более мощный инструмент.

4. *«Обобщающее повторение по теме «Квадратные неравенства и неравенства высших степеней»* (9 класс, тема 2.13 планирования). Данный урок является итогом изучения блока. Это занятие систематизирует знания о различных методах (графический и метод интервалов) и позволяет перенести освоенный алгоритм на решение неравенств высших степеней и дробно-рациональных неравенств. Урок-практикум с элементами исследования здесь необходим для того, чтобы ученики осознали границы применимости каждого метода и выстроили целостную картину темы в своей голове.

При разработке данных занятий особое внимание уделялось организации подводящего диалога и групповых форм работы, что позволяет вовлечь в исследовательскую деятельность максимальное количество учащихся. Полное описание этих занятий в форме технологических карт представлено ниже.

Методическая разработка №1

Занятие: Тема 1.3. «Алгоритм графического решения квадратных неравенств»

Класс: 8.

Тип урока: Урок «открытия» нового знания (проблемно-исследовательский).

Технологическая карта занятия

Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Мотивационный (2 мин)	Предметные: Актуализация понятия функции. Метапредметные: <i>Регулятивные:</i> Самоорганизация, волевая саморегуляция. <i>Коммуникативные:</i> Умение слушать, настрой на сотрудничество.	Приветствует класс, создает положительный эмоциональный фон. «Ребята, сегодня мы продолжим открывать секреты математики. У каждого из вас есть шанс сделать маленькое, но важное открытие».	Настраиваются на работу, проверяют готовность к уроку.
Актуализация опорных знаний (5 мин)	Предметные: Знание свойств квадратичной функции, расположения графика в зависимости от коэффициента	Организует устную работу. На доске: выражения: 1) $2x+3$; 2) $-x+4$; 3) x^2-4x+3 . 1. Найдите значение выражений при $x=5$	Отвечают на вопросы: 1. Считают устно: 13 и 3; -1 и 4; 8 и 3.

	<p>*а* и дискриминанта, умение находить нули функции.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i></p> <p>Структурирование знаний, осознанное построение речевого высказывания.</p> <p><i>Коммуникативные:</i></p> <p>Участие в устной работе, выражение своих мыслей.</p>	<p>и $x=0$.</p> <p>2. Какая из данных функций является квадратичной? Назовите ее коэффициенты.</p> <p>3. Как вы думаете, где расположен график этой функции (ветви вверх/вниз)? Почему?</p> <p>4. Найдите нули этой функции (решите уравнение $x^2-4x+3=0$). Что это за точки для графика?</p>	<p>2. Определяют: №3, коэффициенты $a=1$, $b=-4$, $c=3$.</p> <p>3. Ветви вверх, т.к. $a>0$.</p> <p>4. Решают уравнение устно (по т. Виета или через D). Находят корни: $x=1$, $x=3$.</p> <p>Вспоминают, что это точки пересечения графика с осью OX.</p>
Создание проблемной ситуации (3 мин)	<p>Предметные:</p> <p>Осознание недостаточности имеющихся знаний для решения новой задачи.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i></p> <p>Постановка и формулирование проблемы, выдвижение гипотез.</p> <p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Принятие учебной задачи.</p>	<p>Создает ситуацию "разрыва" в знаниях. «Отлично. А теперь скажите, можем ли мы вот так же быстро, устно, определить, при каких x выражение $x^2 - 4x + 3$ будет больше нуля, а при каких — меньше?»</p> <p>(Выслушивает предположения: «Можно подставить много чисел», «Это долго»).</p> <p>«Верно, подставлять все числа на свете невозможно. Это и есть наша проблема:</p>	<p>Осознают противоречие: есть отдельные точки (корни), но нужно описать целые промежутки. Предыдущего опыта (подстановки) недостаточно.</p> <p>Приходят к мысли, что информацию может дать график.</p>

		как быть, если нужно решить неравенство $x^2 - 4x + 3 > 0$, то есть найти все такие иксы ? Есть ли у нас инструмент, который показывает поведение выражения сразу для всех точек?»	
Планирование деятельности. Постановка целей (3 мин)	<p>Предметные: Понимание связи между графиком и решением неравенства.</p> <p>Метапредметные: <i>Регулятивные:</i> Целеполагание, планирование собственной деятельности, прогнозирование. <i>Коммуникативные:</i> Умение формулировать и озвучивать цель</p>	<p>Организует подводящий диалог для формулировки темы и цели. «Итак, график — наш помощник. Тема урока? (записывает на доске). — Что мы должны научиться «читать» на графике, чтобы решить неравенство? (Где функция выше оси ($y > 0$), а где ниже ($y < 0$)). — Какова цель? (Составить алгоритм действий для решения любого квадратного неравенства с помощью графика и научиться его применять)».</p>	<p>Формулируют тему: «Графическое решение квадратных неравенств».</p> <p>Формулируют цель урока: «Научиться по графику параболы определять промежутки знакопостоянства функции (где она положительна и отрицательна) и на этой основе решать неравенства».</p>
Открытие нового знания (исследовательская работа) (12 мин)	<p>Предметные: «Открытие» алгоритма решения квадратных неравенств. Установление связи между</p>	<p>Делит класс на 4 группы. Выдает карточки с заданиями. Инструктирует: построить график и ответить на вопросы, подготовить выступающего.</p>	<p>1. Работа в группах: Строят графики (по точкам или схематично), обсуждают наблюдения, заполняют карточки.</p>

	<p>знаком первого коэффициента, дискриминантом, расположением графика и решением неравенства.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i> Исследование, анализ, сравнение, обобщение, построение логической цепи рассуждений, доказательство.</p> <p><i>Коммуникативные:</i></p> <p>Учебное сотрудничество в группе, умение договариваться, приходить к общему мнению.</p> <p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Выполнение пробных действий, фиксация затруднений, самоконтроль.</p>	<p>Карточка 1: $y=x^2-4x+3$ (ветви вверх, $D>0$). Вопросы: Где график выше оси ОХ ($y>0$)? Где ниже ($y<0$)?</p> <p>Карточка 2: $y=-x^2+4x-3$ (ветви вниз, $D>0$). Вопросы те же.</p> <p>Карточка 3: $y=x^2-4x+4$ (ветви вверх, $D=0$). Вопросы: Есть ли точки, где $y<0$? Где $y>0$?</p> <p>Карточка 4: $y=x^2-4x+5$ (ветви вверх, $D<0$). Вопросы: Пересекает ли ось ОХ? Где находится график относительно оси?</p> <p>После завершения организует обсуждение и помогает сформулировать общий алгоритм.</p>	<p>2. Обсуждение: Представители групп выходят к доске, показывают графики и отвечают на вопросы.</p> <p>3. Обобщение: Под руководством учителя формулируют шаги алгоритма:</p> <ul style="list-style-type: none"> * Определить направление ветвей ($a>0$ вверх, $a<0$ вниз). * Найти точки пересечения с ОХ (решить уравнение). * Схематично изобразить параболу. * Если неравенство >0 — берем промежутки, где график над осью; если <0 — где график под осью. * Записать ответ, обращая внимание на строгость неравенства (включение корней или нет).
--	--	--	--

Физкультминутка (2 мин)	Метапредметные: <i>Личностные:</i> Установка на здоровый образ жизни. <i>Регулятивные:</i> Смена вида деятельности, релаксация.	Проводит гимнастику для глаз и снятия мышечного напряжения. «Нарисуйте глазами самую большую параболу (вверх, вниз). А теперь носом в воздухе напишите слово "ПЛЮС" и "МИНУС"»	Выполняют упражнения.
Самостоятельная работа с проверкой по эталону (8 мин)	Предметные: Умение применять алгоритм при решении типовых заданий. Метапредметные: <i>Регулятивные:</i> Самоконтроль, коррекция (умение исправлять ошибки), самооценка.	Предлагает выполнить самостоятельную работу. На доске или карточках задания двух уровней (А и Б). Уровень А: 1) $x^2 - 3x + 2 > 0$; 2) $-x^2 + x + 2 \leq 0$. Уровень Б: 1) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$; 2) $-x^2 + 3x - 5 > 0$. После выполнения открывает на доске готовые решения (эталон) для самопроверки. «Проверьте себя. Если есть ошибки, попробуйте понять, на каком шаге алгоритма вы ошиблись».	Выполняют работу в тетрадях. По окончании сверяют с эталоном, проводят самооценку (ставят «+» за верное решение, «?» за сомнение или ошибку). Анализируют свои ошибки.
Рефлексия (5 мин)	Предметные:	Подводит итог, возвращаясь к проблеме и цели.	Отвечают на вопросы учителя.

	<p>Обобщение материала, фиксация алгоритма.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Оценка результатов деятельности, осознание уровня усвоения.</p> <p><i>Коммуникативные:</i></p> <p>Умение с достаточной полнотой выражать свои мысли.</p> <p><i>Личностные:</i></p> <p>Смыслообразование (понимание практической значимости)</p>	<p>«Справились ли мы с проблемой? Научились ли читать ответ по графику?»</p> <p>Организует рефлексию с помощью незаконченных предложений:</p> <p>Сегодня я понял, что график помогает...</p> <p>Чтобы решить квадратное неравенство, нужно... (называют шаги алгоритма).</p> <p>У меня лучше всего получилось...</p> <p>Мне было трудно...</p>	<p>Анализируют свою деятельность, заканчивают предложения устно или письменно в тетради.</p> <p>Соотносят поставленную в начале урока цель с полученным результатом.</p>
--	--	--	--

Методическая разработка №2

Занятие: Тема 1.7. «Решение квадратных неравенств, требующих алгебраических преобразований»

Класс: 8.

Тип урока: Урок отработки умений (решение учебных задач).

Технологическая карта занятия

Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Актуализация знаний (5 мин)	<p>Предметные:</p> <p>Воспроизведение алгоритма решения квадратного неравенства графическим методом, нахождение корней квадратного трехчлена.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i></p> <p>Анализ объектов с целью выделения признаков (определение типа неравенства).</p> <p>Структурирование знаний.</p> <p><i>Регулятивные:</i></p>	<p>Учитель: "Ребята, мы научились решать квадратные неравенства, где левая часть уже готова. Но в реальности задачи редко выглядят так аккуратно. Посмотрите на доску. Даны два неравенства. Какое из них вам знакомо, а какое вызывает сомнение?"</p> <p><i>На доске:</i></p> <p>1) $x^2 - 5x + 6 > 0$</p> <p>2) $x(x - 4) < 2x + 5$</p> <p>Учитель: "Хорошо. Давайте быстро вспомним алгоритм решения первого"</p>	<p>Отвечают: первое — знакомое, второе — не похоже на стандартный вид.</p> <p>Вспоминают и проговаривают алгоритм: 1) Приравнять к 0, найти корни.</p> <p>2) Отметить на оси.</p> <p>3) Провести параболу (с учетом ветвей).</p> <p>4) Записать ответ.</p>

	Способность к волевому усилию при вспоминании материала.	неравенства (фронтальный опрос). Какие этапы?"	
Мотивация и создание проблемной ситуации (5 мин)	<p>Предметные:</p> <p>Осознание структуры квадратного трехчлена ($ax^2 + bx + c$).</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i></p> <p>Формулирование познавательной цели; постановка проблемы.</p> <p>Выдвижение гипотез.</p> <p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Целеполагание (преобразование как цель).</p>	<p>Учитель: "Второе неравенство: $x(x - 4) < 2x + 5$. Это квадратное неравенство? Где здесь $ax^2 + bx + c$?"</p> <p>Учитель: "Проблема: у нас есть отличный алгоритм, но неравенство не соответствует шаблону. Что делать? Если мы хотим использовать наш графический метод, какое единственное условие должно выполняться для левой части?"</p> <p>Учитель (наводящий вопрос): "Верно! Она должна быть квадратным трехчленом. Значит, наша первая задача —...?"</p>	<p>Ученики высказываются, что оно похоже на квадратное, но записано иначе.</p> <p>Ответ: "Левая часть должна быть вида $ax^2 + bx + c$, а справа — ноль".</p> <p>Ответ: "Преобразовать неравенство к нужному виду!"</p>
Этап "открытия" нового приема и первичное закрепление (12 мин)	<p>Предметные:</p> <p>Умение выполнять тождественные преобразования (раскрытие скобок, перенос слагаемых, приведение подобных) для приведения неравенства к виду $ax^2 + bx + c > 0$.</p>	<p>Учитель: "Итак, работаем в парах. У вас на столах карточки с заданием №1. Преобразуйте неравенство $x(x - 4) < 2x + 5$ к виду $ax^2 + bx + c > 0$ и решите его, комментируя каждый шаг соседу".</p> <p><i>(Учитель ходит по классу, слушает диалоги, выявляет типичные ошибки.)</i></p>	<p>Учащиеся в парах выполняют преобразования:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Раскрывают скобки: $x^2 - 4x < 2x + 5$. 2. Переносят всё влево: $x^2 - 4x - 2x - 5 < 0$. 3. Приводят подобные: $x^2 -$

	<p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i></p> <p>Самостоятельное создание способов решения проблемы. Построение логической цепи рассуждений.</p> <p><i>Коммуникативные:</i></p> <p>Умение работать в паре, слушать партнера, формулировать и аргументировать свою точку зрения.</p> <p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Выполнение пробного учебного действия.</p>	<p><i>Главная ошибка — забывают перенести всё в одну сторону).</i></p> <p>Учитель: "Давайте проверим. Кто расскажет, что у вас получилось? Какой первый шаг?"</p> <p>Учитель (акцент): "Обратите внимание: после приведения подобных, мы получили $x^2 - 6x - 5 < 0$. Знак неравенства изменился? Нет, мы ничего не умножали на -1. Теперь это стандартное неравенство. Решаем его. Корни: $3 \pm \sqrt{14}$. Ветви вверх. Рисуем схематично.</p> <p>Ответ: $x \in (3 - \sqrt{14}; 3 + \sqrt{14})$."</p>	<p>$6x - 5 < 0$.</p> <p>Решают полученное квадратное уравнение и неравенство.</p>
<p>Физкультминутка (2 мин)</p>	<p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Снятие напряжения, переключение внимания.</p>	<p>Учитель: «Встали, отдохнем. Руки вверх — потянулись (вдох), руки вниз (выдох). Еще раз. Теперь руки на пояс, повороты головы: вправо-влево, вправо-влево. Хорошо. Покрутили кистями рук: вперед, назад. Садитесь».</p>	<p>Учащиеся встают, выполняют упражнения за учителем.</p>

<p>Этап включения в систему знаний и повторения (13 мин)</p>	<p>Предметные:</p> <p>Умение применять ФСУ, умение классифицировать неравенство (квадратное или линейное) после преобразований. Учет смены знака неравенства при умножении на отрицательное число.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i></p> <p>Самостоятельное составление алгоритма действий. Выбор наиболее эффективных способов решения.</p> <p><i>Регулятивные:</i></p> <p>Планирование (составление плана действий), прогнозирование (ловушка).</p> <p><i>Коммуникативные:</i></p> <p>Умение выражать свои мысли в соответствии с задачей (составление плана).</p>	<p>Учитель: "А теперь задача со звездочкой (задание №2).</p> <p>Неравенство $(2x + 3)^2 \leq (3x - 2)^2 + 3$.</p> <p>Задание: не спешите решать, сначала составьте план действий. Что сделаем в первую очередь? Во вторую? Какая может быть ловушка?"</p> <p><i>(Учитель фиксирует план на доске)</i></p> <p>Учитель: "Верно. Ловушка — после раскрытия скобок по формулам сокращенного умножения, старший член может сократиться, и мы получим не квадратное, а линейное неравенство! Будьте внимательны. Решаем самостоятельно в тетрадях".</p> <p><i>(Учитель оказывает индивидуальную помощь слабым ученикам).</i></p> <p>Учитель (после решения): "Кто получил линейное неравенство? У кого осталось квадратное? Давайте проверим оба случая".</p>	<p>Учащиеся предлагают план:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Раскрыть скобки (ФСУ). 2. Перенести всё влево. 3. Привести подобные. 4. Посмотреть, что получилось. <p>Выполняют решение:</p> $4x^2 + 12x + 9 \leq 9x^2 - 12x + 4 + 3$ $4x^2 + 12x + 9 - 9x^2 + 12x - 7 \leq 0$ $-5x^2 + 24x + 2 \leq 0$ <p>Умножаем на -1 (меняем знак неравенства!): $5x^2 - 24x - 2 \geq 0$.</p> <p>0. Далее решают квадратное.</p>
--	---	---	--

Самостоятельная работа с самопроверкой (5 мин)	<p>Предметные: Преобразование неравенств к стандартному виду и их решение.</p> <p>Метапредметные: <i>Регулятивные:</i> Контроль (сличение способа действия и его результата с эталоном), коррекция (исправление ошибок), самооценка.</p>	<p>Учитель: "А теперь небольшая самостоятельная работа по вариантам (карточки): В-1: $3x^2 + 1 > 2x$ В-2: $(x - 5)(x + 3) \leq 2x - 10$ Время — 5 минут. Проверьте себя по ответам на обратной стороне доски".</p>	Учащиеся решают самостоятельно в тетрадях, затем поднимают руку, сверяются, исправляют ошибки зеленой ручкой.
Рефлексия (3 мин)	<p>Метапредметные: <i>Познавательные:</i> Рефлексия способов и условий действия. <i>Коммуникативные:</i> Умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли. <i>Личностные:</i> Смыслообразование (каков смысл изучения нового приема?).</p>	Учитель: "Итак, сегодня мы расширили арсенал наших умений. Что нового мы научились делать с неравенствами перед тем, как их решать?"	Отвечают: "Приводить к стандартному виду: раскрывать скобки, переносить, приводить подобные. Следить за знаком при умножении на -1".

Методическая разработка №3

Занятие: Тема 2.2. «Идея метода интервалов»

Класс: 9.

Тип урока: Урок исследовательского типа (переход от известного к новому, более мощному инструменту).

Технологическая карта занятия

Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Мотивационный (1-2 мин)	<i>Личностные:</i> самоопределение, смыслообразование (понимание границ своего знания). <i>Регулятивные:</i> волевая саморегуляция.	Приветствует класс. Создает положительный настрой. Подчеркивает практическую значимость темы: «Сегодня мы станем исследователями и откроем инструмент, который сэкономит вам часы вычислений в будущем. Мы попробуем открыть способ, который позволяет решать квадратные неравенства не только через график, но и через анализ знаков.	Настраиваются на рабочий лад. Включаются в деловой ритм урока.

Актуализация опорных знаний (5-7 мин)	<p>Предметные:</p> <p>Умение решать квадратные неравенства графически, находить корни уравнения.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i> анализ, сравнение, структурирование знаний.</p>	<p>Предлагает задание: решить графически неравенство: $x^2 - x - 6 > 0$. Задает вопросы: «Что нужно сделать сначала?», «Как найти нули функции?», «Где парабола расположена выше оси Ох?» После решения показывает, что это же выражение можно записать так:</p> $(x - 3)(x + 2) > 0.$	<p>Решают квадратное неравенство графически. Находят корни: $x = -2$, $x = 3$. Получают ответ: $(-\infty; -2) \cup (3; +\infty)$. Видят, что стандартный вид $x^2 - x - 6$ можно представить в виде произведения скобок.</p>
Постановка учебной проблемы (2-3 мин)	<p><i>Познавательные:</i> постановка и формулирование проблемы.</p> <p><i>Регулятивные:</i> целеполагание.</p> <p><i>Коммуникативные:</i> умение выражать свои мысли.</p>	<p>Организует диалог: «Мы уже умеем решать такое неравенство графически. Но обязательно ли каждый раз строить параболу? Если выражение уже записано в виде $(x - 3)(x + 2) > 0$, можно ли определить знак произведения проще?»</p>	<p>Осознают учебную проблему: графический способ работает, но можно попробовать найти более короткий путь — через знаки множителей на промежутках. Формулируют вопрос: как решать квадратные неравенства без построения графика?</p>
Планирование деятельности, постановка целей (2 мин)	<p><i>Регулятивные:</i> планирование, прогнозирование.</p> <p><i>Познавательные:</i> самостоятельное выделение познавательной цели.</p>	<p>Подводит к плану исследования: «От чего зависит знак произведения двух скобок? Что происходит со знаком при переходе через корень?»</p>	<p>Предлагают план:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Найти точки, где выражение равно нулю. 2. Разбить числовую ось на промежутки. 3. Проверить знак выражения на каждом промежутке.

			4. Сделать вывод и сформулировать алгоритм.
Этап исследования (7-8 мин)	<p>Предметные: Вычисление знаков числовых выражений.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i> анализ, синтез, сравнение, установление причинно-следственных связей, выдвижение гипотез.</p> <p><i>Коммуникативные:</i> учебное сотрудничество, участие в коллективном обсуждении.</p>	<p>На доске записывает: $(x - 3)(x + 2) > 0$. Отмечает на оси точки -2 и 3.</p> <p>Предлагает проверить знаки на промежутках: $(-\infty; -2)$, $(-2; 3)$, $(3; +\infty)$. Задаёт вопросы: «Возьмем $x = 4$. Какой знак у каждой скобки? Какой знак у произведения?» «Возьмем $x = 0$. Что изменилось?» «Возьмем $x = -3$. Какой знак произведения?»</p>	<p>Подставляют значения. Получают:</p> <p>при $x = 4$: $+\cdot+=+$;</p> <p>при $x = 0$: $-\cdot+=-$;</p> <p>при $x = -3$: $-\cdot- = +$.</p> <p>Делают вывод: знак выражения постоянен на каждом промежутке между корнями.</p>
Этап открытия нового знания (7 мин)	<p>Предметные: Формулировка алгоритма метода интервалов.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i> построение логической цепи рассуждений, доказательство, обобщение.</p> <p><i>Регулятивные:</i> контроль, коррекция.</p>	<p>Формулирует вместе с учащимися: «Мы получили тот же ответ, что и графическим способом, но без построения графика. Такой способ называется методом интервалов».</p> <p>Организует составление алгоритма.</p>	<p>Под руководством учителя формулируют алгоритм метода интервалов:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Привести неравенство к виду произведения скобок или найти корни квадратного трехчлена. 2. Отметить корни на числовой оси. 3. Разбить ось на промежутки. 4. Определить знак выражения на каждом промежутке.

			5. Выбрать промежутки, подходящие под знак неравенства.
Физкультминутка (2 мин)	<i>Регулятивные:</i> Снятие напряжения, переключение внимания.	Проводит короткую разминку: потягивание, движение плечами, наклоны головы, встряхивание кистями.	Встают, выходят из-за парт. Выполняют простые физические упражнения за учителем.
Первичная проверка понимания (5 мин)	Предметные: Применение нового алгоритма в простейших случаях. Регулятивные: контроль, коррекция, оценка. Коммуникативные: умение с достаточной полнотой выражать мысли, владение монологической речью.	Предлагает решить у доски: $(x + 1)(x - 4) < 0$. Просит ученика комментировать каждый шаг. Следит за правильностью применения алгоритма. Предлагает рассмотреть неравенство: $x^2 - 6x + 9 > 0$. Организует преобразование выражения: $x^2 - 6x + 9 = (x - 3)^2$. Задает вопросы: «Какой корень у выражения?» «На какие промежутки точка 3 делит числовую ось?» «Если применить правило чередования, какие знаки мы бы поставили?» «Проверим это подстановкой: возьмем $x = 2$ и $x = 4$. Что получится?» Подводит к выводу:	Находят корни: -1 и 4 . Отмечают их на оси. Проверяют знаки на промежутках. Получают ответ: $(-1; 4)$. Раскладывают квадратный трехчлен на множители. Находят корень $x = 3$. Отмечают его на числовой оси. Делят ось на промежутки: $(-\infty; 3)$ и $(3; +\infty)$. Проверяют знак выражения подстановкой: при $x = 2$: $(2 - 3)^2 = 1 > 0$, при $x = 4$: $(4 - 3)^2 = 1 > 0$. Делают вывод: знак слева и справа от точки 3 не меняется, потому что скобка стоит в квадрате. Формулируют правило: если корень входит в выражение четное число раз, то при переходе через него

		«Что происходит со знаком при переходе через точку $x = 3$? Почему?»	знак не меняется. Записывают ответ: $(-\infty; 3) \cup (3; +\infty)$.
Самостоятельная работа и проверка по эталону (6 мин)	<p>Предметные: Исследование случая четной кратности корня.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Познавательные:</i> анализ, синтез, выявление исключений, доказательство.</p> <p><i>Регулятивные:</i> самоконтроль, коррекция собственных действий.</p>	<p>Дает два задания:</p> <p>1. В виде скобок: $(x - 5)(x + 2) \leq 0$.</p> <p>2. В стандартном виде: $x^2 - 8x + 16 > 0$</p> <p>После выполнения организует проверку.</p>	Решают самостоятельно. Проверяют по эталону на доске либо на экране.
Рефлексия (3 мин)	<p>Личностные: самооценка.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Регулятивные:</i> оценка (выделение и осознание усвоенного).</p> <p><i>Познавательные:</i> рефлексия способов действия.</p>	<p>Задаёт вопросы: «Какую новую идею мы сегодня открыли?» «Чем метод интервалов удобнее графического способа?» «Какие два вида квадратных неравенств мы сегодня решали?»</p> <p>Домашнее задание (творческое): придумать неравенство, которое сложно решить графически, но легко методом интервалов</p>	<p>Отвечают: метод интервалов позволяет решать неравенства по знакам на промежутках без построения графика.</p> <p>Называют два вида: стандартный вид $ax^2 + bx + c$ и вид произведения скобок.</p> <p>Проводят самооценку.</p>

Методическая разработка №4

Занятие: Тема 2.13. «Обобщающее повторение по теме «Квадратные неравенства и неравенства высших степеней»

Класс: 9.

Тип урока: Урок систематизации и обобщения знаний (урок-практикум с элементами исследования).

Технологическая карта занятия

Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Организационный момент и целеполагание (3 мин)	<p>Предметные: Понимание места изучаемой темы в системе математических знаний (связь графического метода и метода интервалов).</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Регулятивные:</i> Целеполагание (постановка учебной задачи на основе соотнесения известного и неизвестного).</p> <p><i>Коммуникативные:</i> Умение слушать</p>	<p>Учитель: "Мы изучили несколько способов решения неравенств: графический (в 8 классе) и метод интервалов (в 9-м). У вас могло сложиться впечатление, что это два разных, изолированных мира. Сегодня наша задача — выстроить мост между ними. Мы должны понять, как эти методы связаны, в чем сила каждого из них и, главное, как не ошибиться в выборе инструмента для решения конкретной задачи".</p>	<p>Слушают, настраиваются на работу.</p> <p>Формулируют цель (с помощью учителя):</p> <p>"Повторить все методы, сравнить их и научиться выбирать самый рациональный".</p>

	и вступать в диалог с учителем. <i>Познавательные:</i> Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели.	Учитель: "Какую цель мы поставим перед собой на этот урок?"	
Актуализация знаний и создание проблемной ситуации (7 мин)	<p>Предметные: Умение классифицировать неравенства по виду (квадратные, с многочленом 3-й степени, дробно-рациональные); знание областей применимости графического метода и метода интервалов.</p> <p>Метапредметные: <i>Познавательные:</i> Анализ объектов с целью выделения признаков; выдвижение гипотез и их обоснование; логические рассуждения. <i>Коммуникативные:</i> Умение с достаточной полнотой выражать мысли, аргументировать свое мнение.</p>	<p>Учитель: "На доске записаны четыре неравенства. Давайте просто назовем их, классифицируем. Какой тип? Какие методы применимы?"</p> <p>На доске:</p> <p>1) $x^2 - 7x + 12 > 0$</p> <p>2) $(x + 4)(x - 1)(x - 3) \leq 0$</p> <p>3) $\frac{(x-2)(x+5)}{x-1} \geq 0$</p> <p>А теперь проблемный вопрос: Почему для неравенства №1 можно использовать оба метода (и графический, и интервалов), а для неравенства №2 графический метод уже либо крайне сложен, либо невозможен?"</p>	<p>Отвечают:</p> <p>1. Квадратное. Можно графически и методом интервалов.</p> <p>2. Неравенство с многочленом 3-й степени. Только метод интервалов (или очень сложное построение графика).</p> <p>3. Дробно-рациональное. Метод интервалов + ОДЗ. Пытаются ответить на проблемный вопрос: "Для первого есть четкое правило — парабола. А для многочлена 3 степени</p>

	<i>Регулятивные:</i> Принятие и сохранение учебной задачи.		график сложно построить без производной".
Этап систематизации теоретических знаний (8 мин)	<p>Предметные: Воспроизведение алгоритмов решения неравенств (графический, метод интервалов); знание особых случаев (четная кратность, знаменатель).</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Коммуникативные:</i> Учебное сотрудничество в парах (умение договариваться, находить общее решение).</p> <p><i>Познавательные:</i> Структурирование знаний; построение логической цепи рассуждений; извлечение необходимой информации из памяти.</p> <p><i>Регулятивные:</i> Планирование своих действий для заполнения схемы; коррекция (исправление ошибок в процессе обсуждения).</p>	<p>Учитель: "Чтобы уверенно решать любые неравенства, нужно держать в голове четкую схему. Сейчас мы составим обобщающую таблицу-алгоритм. Работаем в парах. У вас на столах листы с незаполненной схемой. Вам нужно вписать недостающие элементы: название метода, условие применения и ключевые шаги".</p> <p><i>(Учитель раздает заготовки)</i></p> <p>Содержание таблицы (для заполнения):</p> <p>1. Метод: Графический.</p> <p><i>Применяется:</i> для ... (квадратичной функции, простейших случаев).</p> <p><i>Алгоритм:</i> ... (найти корни, ветви, схематичный рисунок, выбор промежутков).</p> <p>2. Метод: Интервалов.</p> <p><i>Применяется:</i> для ... (любых рациональных неравенств).</p>	<p>Работают в парах, заполняют таблицу, вспоминая алгоритмы. Обсуждают спорные моменты.</p> <p>По окончании несколько пар зачитывают свои варианты, класс корректирует и дополняет.</p>

		<p><i>Алгоритм:</i> ... (привести к виду $f(x) > 0$, найти ОДЗ, найти нули функции, отметить на оси, расставить знаки, записать ответ, учитывая выколотые точки).</p> <p>3. Особые случаи:</p> <p><i>Четная кратность корня:</i> ... (знак не меняется).</p> <p><i>Знаменатель:</i> ... (точки всегда выколоты, если неравенство строгое, если нестрогое — тоже выколоты, но учитываются отдельно в системе).</p>	
Физкультминутка (2 мин)	<i>(Снятие напряжения, переключение внимания, здоровьесбережение)</i>	Учитель: «Встали, отдохнем. Руки вверх — потянулись (вдох), руки вниз (выдох). Еще раз. Теперь руки на пояс, повороты головы: вправо-влево, вправо-влево. Хорошо. Покрутили кистями рук: вперед, назад. Садитесь».	Учащиеся встают выполняют упражнения за учителем.
Этап практической систематизации (решение заданий) (13 мин)	Предметные: Умение решать рациональные неравенства различными способами, выбирать рациональный способ, учитывать ОДЗ и кратность корней.	Учитель: "Теорию мы закрепили. Переходим к практике. Работаем в группах по 4 человека. Каждой группе достается одно из трех заданий (карточки разного цвета). Ваша задача — решить неравенство, но с дополнительным	Работают в группах. Обсуждают решения, фиксируют их на листах, готовят аргументы для выступления.

	<p>Метапредметные:</p> <p><i>Коммуникативные:</i> Инициативное сотрудничество в группе (распределение ролей, взаимопомощь).</p> <p><i>Познавательные:</i> Выбор наиболее эффективных способов решения задачи; рефлексия способов и условий действия.</p> <p><i>Регулятивные:</i> Планирование последовательности действий; прогнозирование результата.</p>	<p>условием: на отдельном листе А4 вы должны представить решение двумя способами (там, где это возможно) или, если второй способ неприменим, четко обосновать — почему. Защищать свое решение будет один представитель от группы".</p> <p>Карточки:</p> <p>Группа А (зеленая): Решить неравенство $(2x + 1)(x - 4) \leq 0$ <i>Задание:</i> Решить графически и методом интервалов. Какой способ быстрее? Почему?</p> <p>Группа Б (желтая): Решить неравенство $(x + 3)^2(x - 2) > 0$ <i>Задание:</i> Решить методом интервалов. Объяснить "поведение" знака в точке $x = -3$. Почему графический способ здесь неудобен?</p> <p>Группа В (красная): Решить неравенство $\frac{x}{x-5} \leq 0$ <i>Задание:</i> Решить методом интервалов. В чем состоит главная опасность этого неравенства? Показать, что произойдет, если "убрать"</p>	<p><i>Активная деятельность:</i></p> <p>— Гр. А: строят схематичную параболу и решают методом интервалов, делают вывод о рациональности.</p> <p>— Гр. Б: расставляют знаки на интервалах, обращая внимание на четную степень.</p> <p>— Гр. В: аккуратно работают с ОДЗ, показывают классу ошибку при умножении на знаменатель.</p>
--	---	---	--

		знаменатель, умножив обе части на $x - 5$ (разобрать ошибочный путь).	
Этап защиты решений и обобщения (8 мин)	<p>Предметные: Умение аргументированно объяснять выбор метода решения и особенности применения алгоритмов.</p> <p>Метапредметные: <i>Коммуникативные:</i> Умение строить монологическое высказывание; владение диалогической формой речи (ответы на вопросы). <i>Познавательные:</i> Осознанное построение речевого высказывания; доказательство. <i>Регулятивные:</i> Контроль и оценка действий других групп.</p>	<p>Учитель: "Итак, слово группам. Пока одна группа отвечает, остальные фиксируют в тетради основные выводы". <i>(После выступления каждой группы учитель задает уточняющие вопросы, провоцируя дискуссию).</i></p> <p>Учитель (группе А): "Вы сказали, что для квадратного неравенства графический способ быстрее. Всегда ли? А если корни иррациональные и их нужно приближенно отмечать на оси?"</p> <p>Учитель (группе Б): "Как бы выглядел график функции $y = (x + 3)^2(x - 2)$ в окрестности точки -3?"</p> <p>Учитель (группе В): "Как правильно записать ответ для нестрогого дробно-рационального неравенства $\frac{(x-2)(x+1)}{x-1} \geq 0$? Что с точкой $x=1$?"</p>	<p>Представители групп выходят к доске, объясняют решения, отвечают на вопросы. <i>Ответы на вопросы учителя:</i></p> <p>— Если корни иррациональные, на графике их точно не отметить, метод интервалов точнее.</p> <p>— График касается оси в точке -3 и не меняет знак.</p> <p>— $x = 1$ всегда выколота, а числитель может быть равен нулю в нестрогом неравенстве.</p>

Самостоятельная работа с самопроверкой (5 мин)	<p>Предметные: Самостоятельное применение метода интервалов для решения неравенств.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Регулятивные:</i> Контроль и оценка процесса и результатов деятельности; самооценка на основе критерия успешности.</p> <p><i>Познавательные:</i> Рефлексия способов и условий действия.</p>	<p>Учитель: "А теперь проверим, как каждый из вас усвоил систематизацию. Самостоятельная работа на 5 минут по вариантам:</p> <p>В-1: $(x - 2)(x - 4)(x - 6) > 0$</p> <p>В-2: $\frac{(x-3)(x+2)}{x+5} \leq 0$</p> <p><i>(Ответы открываются на доске или через проектор).</i></p>	Выполняют работу в тетрадах. Сверяют с ответами, ставят себе оценку (критерии на доске).
Итог урока и рефлексия (2 мин)	<p>Предметные: Фиксация нового содержания, изученного на уроке.</p> <p>Метапредметные:</p> <p><i>Коммуникативные:</i> Умение с достаточной полнотой выразить свои мысли.</p> <p><i>Регулятивные:</i> Выделение и осознание того, что уже усвоено и что предстоит усвоить.</p> <p><i>Познавательные:</i> Рефлексия способов и условий действия.</p>	<p>Учитель: "Итак, давайте подведем итог. Сегодня мы не просто решали, мы строили систему. Закончите фразу:</p> <p>— "Раньше я думал, что метод интервалов нужен только для..., а теперь знаю, что он применим к ..."</p> <p>— "Графический метод хорош тем, что..., но уступает методу интервалов, когда ..."</p>	Участвуют в рефлексии, формулируют выводы об универсальности метода интервалов и наглядности графического.

2.4 Дидактические материалы и средства контроля в рамках элективного курса

Эффективность реализации элективного курса «Практикум по решению квадратных неравенств» напрямую зависит от качества сопровождающих его дидактических материалов и продуманной системы контроля знаний. Разработанный комплект материалов нацелен не только на проверку предметных результатов, но и на формирование у учащихся 8-9 классов навыков самооценки и рефлексии. В соответствии с тематическим планированием, дидактическое обеспечение структурировано по разделам и уровням сложности.

Для текущего сопровождения занятий мной был разработан банк заданий. Особое место занимают карточки-инструкции, позволяющие учащимся самостоятельно выстраивать алгоритмы действий. Например, к теме 1.2 *«Расположение параболы в зависимости от дискриминанта»* была разработана карточка для заполнения опорного конспекта (Приложение 1).

Для практикумов (темы 1.4–1.6, 2.4–2.6) были составлены наборы разноуровневых заданий (Приложение 2).

В рамках подготовки к государственной итоговой аттестации были разработаны листы с прототипами задач ОГЭ 2025-2026. Материал основан на анализе заданий из открытого банка ФИПИ и включает подборку заданий №13 (квадратные неравенства) и №20 (неравенства повышенной сложности). Пример задания из такого листа (тема 2.12) представлен в приложении 3.

Для организации совместной деятельности на семинарах и деловой игре (темы 1.9, 2.7, 2.13) созданы материалы для парной и групповой работы. Они содержат задания с взаимо- и самопроверкой по эталону. Пример карточки для работы в парах на обобщающем уроке по теме «Метод интервалов» представлен в приложении 4.

Ключевым элементом системы оценивания являются фонды оценочных средств, представленные текстами двух контрольных работ. **Контрольная работа №1** (тема 1.10) предназначена для проверки базового уровня усвоения материала 8 класса и составлена по аналогии с типовыми заданиями, представленными в методической литературе. Она включает задания на решение квадратных неравенств графическим методом (Приложение 5).

Итоговый контроль на завершающем этапе 8 класса (тема 1.11) проводится в форме практикума-рефлексии «Мои первые шаги в мире квадратных неравенств». Учащиеся анализируют результаты контрольной работы №1 и представляют мини-портфолио. Для оценки итоговых результатов разработаны критерии, учитывающие качество выполненных работ (Таблица 5).

Таблица 5 – Таблица оценивания итогового занятия (8 класс)

Критерий	Максимальный балл
Результаты контрольной работы №1	5
Содержание мини-портфолио (полнота и качество представленных материалов)	4
Самостоятельно составленное квадратное неравенство и корректность его решения	4
Оформление материалов (аккуратность, логичность, наглядность)	3
ИТОГО	16

Шкала перевода в оценку:

14-16 баллов → «отлично»

11-13 баллов → «хорошо»

8-10 баллов → «удовлетворительно»

Итоговая контрольная работа №2 (тема 2.14) имеет повышенный уровень и нацелена на проверку умений применять метод интервалов, в том

числе для неравенств с кратными корнями и дробно-рациональных выражений, а также содержит пропедевтические задания с модулем и простым параметром. Структура работы предполагает разноуровневые задания, что соответствует принципам предпрофильной подготовки (Приложение 6).

Итоговый контроль на завершающем этапе (темы 2.15–2.16) реализуется через защиту проектов и презентацию портфолио. Для оценки итоговых результатов разработаны критерии, учитывающие качество выполненных работ (Таблица 6).

Таблица 6 - Критерии оценивания итогового занятия (9 класс)

Критерий	Максимальный балл
Результаты контрольной работы №2	5
Содержание портфолио: полнота, качество самостоятельно решенных задач	4
Глубина раскрытия темы проекта (разнообразие рассмотренных методов, полнота решения)	4
Практическая значимость (самостоятельно составленные задачи, подборка примеров)	4
Качество защиты и презентации (логичность изложения, владение терминологией, ответы на вопросы)	3
Оформление работы (структура, наглядность, аккуратность)	2
ИТОГО	22

Шкала перевода в оценку:

20-22 баллов → «отлично»

17-19 баллов → «хорошо»

14-16 баллов → «удовлетворительно»

Для организации рефлексии на итоговом занятии (тема 2.16) учащимся предлагается заполнить шаблон рефлексивного анализа, позволяющий оценить

собственные достижения и трудности в процессе изучения курса (Приложение 7).

Таким образом, разработанная система дидактических материалов и средств контроля обеспечивает непрерывный мониторинг образовательных достижений школьников, создает условия для индивидуализации обучения и формирует навыки самооценки в рамках элективного курса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы была достигнута поставленная цель: на основе теоретико-методического анализа и выявленных практических трудностей разработан и апробирован элективный курс «Практикум по решению квадратных неравенств», направленный на повышение эффективности обучения учащихся 8-9 классов.

В процессе исследования были решены все поставленные задачи, что позволяет сформулировать следующие основные выводы:

1. *Теоретико-методический анализ* подтвердил фундаментальное значение темы «Квадратные неравенства» в школьном курсе математики. Изучение методической литературы и сравнительный анализ школьных учебников показали многообразие подходов к изложению материала (графический метод, метод интервалов, анализ квадратичной функции). Однако было установлено, что традиционные методы не всегда в полной мере учитывают индивидуальные особенности восприятия учащихся и зачастую ориентированы на механическое запоминание алгоритмов, что приводит к снижению мотивации и формализму знаний.

2. В ходе работы были *выявлены и систематизированы типичные трудности и ошибки* учащихся. К ним относятся: непонимание связи между знаком дискриминанта, положением графика на координатной плоскости и решением неравенства; ошибки при записи ответа (особенно в случаях «пустого множества» или «всех чисел»); трудности при работе с системами и совокупностями неравенств, а также формальное применение метода интервалов без осознания его логической основы. Выявленные трудности стали отправной точкой для разработки содержания элективного курса.

3. Основным результатом практической части работы стала *разработка программы и содержания элективного курса «Практикум по решению квадратных неравенств»* (Глава 2).

4. В рамках курса было *создано методическое обеспечение*, включающее тематическое планирование, конспекты занятий (фрагменты) и комплект дидактических материалов. Особое внимание в разработанной системе заданий уделено не только отработке навыков решения стандартных неравенств, но и заданиям на поиск ошибок, на соответствие, на восстановление алгоритма, а также задачам с параметрами и практико-ориентированным задачам, что способствует развитию математического мышления и повышению интереса к предмету.

Практическая значимость работы заключается в том, что разработанные программа и методические материалы (система заданий, дидактические средства контроля) могут быть использованы учителями математики как для проведения элективных курсов и факультативов, так и для углубленного изучения темы в рамках урочной деятельности, что способствует достижению планируемых результатов ФГОС ООО.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Примерная основная образовательная программа основного общего образования : одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию / М-во образования и науки Рос. Федерации. М. : Просвещение, 2015. 560 с. URL: https://edsoo.ru/wp-content/uploads/2025/07/2025_ooo_frp_matematika-5-9_baza.pdf (дата обращения: 05.12.2025).
2. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования : утв. Приказом Мин-ва образования и науки Рос. Федерации от 17 дек. 2010 г. № 1897. URL: <https://docs.edu.gov.ru/document/8f549a94f631319a9f7f5532748d09fa/> (дата обращения: 05.12.2025).
3. Алгебра. 7–9 классы : метод. пособие для учителя / А. Г. Мордкович. М. : Мнемозина, 2018. 143 с.
4. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1 : учеб. для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. 12-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2010. 215 с.
5. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2 : задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. 12-е изд., испр. и доп. М. : Мнемозина, 2010. 271 с.
6. Алгебра. 8 класс. Учебник для общеобразовательных организаций. Углубленный уровень. В 2 ч. Ч. 1 / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. 15-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2019. 288 с.
7. Алгебра. 8 класс. Учебник для общеобразовательных организаций. Углубленный уровень. В 2 ч. Ч. 2 / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. Стер. М. : Мнемозина, 2019. 351 с.

8. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразовательных организаций / С. М. Никольский [и др.]. М. : Просвещение, 2017. 301 с.
9. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / А. Г. Мерзляк [и др.]. Харьков : Гимназия, 2018. 252 с.
10. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Ш. А. Алимов [и др.]. 19-е изд. М. : Просвещение, 2019. 255 с.
11. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 1 : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович [и др.]. 12-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2010. 224 с.
12. Алгебра. 9 класс. В 2 ч. Ч. 2 : задачник для учащихся общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. 12-е изд., испр. М. : Мнемозина, 2010. 223 с.
13. Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных организаций. Углубленный уровень. В 2 ч. Ч. 1 / А. Г. Мордкович [и др.]. 13-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2019. 288 с.
14. Алгебра. 9 класс. Учебник для общеобразовательных организаций. Углубленный уровень. В 2 ч. Ч. 2 / А. Г. Мордкович [и др.] ; под ред. А. Г. Мордковича. 13-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2019. 287 с.
15. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразовательных организаций / С. М. Никольский [и др.]. М. : Просвещение, 2018. 335 с.
16. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразовательных учебных заведений / А. Г. Мерзляк [и др.]. Харьков : Гимназия, 2017. 304 с.
17. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Ш. А. Алимов [и др.]. 17-е изд. М. : Просвещение, 2021. 287 с.

18. Алгебра. Сборник рабочих программ. 7–9 классы : пособие для учителей общеобразовательных организаций / Т. А. Бурмистрова. М. : Просвещение, 2014. 96 с.
19. Башмаков М. И. Уравнения и неравенства. М. : Наука, 1976. 96 с.
20. Боровских А. В., Вережкина В. Е. Предметные и метапредметные проблемы школьного курса математики. Тема «Неравенства» // Наука и школа. 2015. № 5. С. 77–87. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/predmetnye-i-metapredmetnye-problemy-shkolnogo-kursa-matematiki-tema-neravenstva> (дата обращения: 08.12.2025).
21. Елифанова Н. М. Неравенства в текстовых задачах : учеб. пособие. М. : Изд-во Ассоциации педагогических вузов, 2014. 233 с.
22. Задачи по математике. Уравнения и неравенства : справ. пособие / В. В. Вавилов [и др.]. М. : Наука, 1988. 240 с.
23. Глейзер Г. И. История математики в школе : пособие для учителей. М. : Просвещение, 1964. 375 с.
24. Коржевина Е. К., Марголина Н. Л., Матыцина Т. Н. Об обучении решению квадратных уравнений без использования формул корней // Вестник Костромского государственного университета. Серия: Педагогика. Психология. Социокинетика. 2017. С. 128–130. URL: <https://cyberleninka.ru/article/n/ob-obuchanii-resheniyu-kvadratnyh-uravneniy-bez-ispolzovaniya-formuly-korney> (дата обращения: 08.12.2025).
25. Математика. Алгебра. 8-й класс. Базовый уровень : учебник / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. 16-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2023. 319 с.
26. Математика. Алгебра. 9-й класс. Базовый уровень : учебник / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. 15-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2023. 255 с.

27. Маликова О. Л. Методический анализ содержания темы «Неравенства» в курсе алгебры основной школы // Современное образование : научные подходы, опыт, проблемы, перспективы : сб. ст. XIV междунар. науч.-практ. конф. «Артемовские чтения». Пенза : ПГУ, 2018. Вып. 2. С. 191–194.

28. Саранцев Г. И. Методика обучения математике в средней школе : учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов. М. : Просвещение, 2015. 305 с.

29. Моисеева В. Н. Методика формирования у старшеклассников логических приемов мышления при решении уравнений и неравенств. Астрахань : Астраханский гос. университет, 2010. 25 с.

30. Образовательный портал для подготовки к экзаменам «РЕШУ ОГЭ». URL: <https://oge.sdamgia.ru/> (дата обращения: 12.12.2025).

31. Рыжик В. И. Логика в школьном математическом образовании // Математика в школе. 2017. № 4. С. 29–37.

32. Симанькова М. Л. Обобщающее повторение темы «Решение неравенств и систем неравенств» при подготовке к ОГЭ : учеб. пособие для студентов мат. специальностей пед. вузов и ун-тов. М. : Просвещение, 2021. 305 с.

33. Фалилеева М. В. Методические аспекты обучения решению уравнений и неравенств с параметрами // Фундаментальные исследования. 2013. № 4-5. С. 1230–1235. URL: <http://www.fundamental-research.ru/ru/article/view?id=31396> (дата обращения: 09.12.2025)

ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Карточка-инструкция к теме 1.2 «Расположение параболы в зависимости от дискриминанта»

Задание: Заполните таблицу, установив соответствие между знаком дискриминанта (D), старшего коэффициента (a) и схематическим расположением графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.

	$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
$a > 0$	Место для рисунка	Место для рисунка	Место для рисунка
$a < 0$	Место для рисунка	Место для рисунка	Место для рисунка

Вывод: Если $a > 0$, то ветви параболы направлены _____. Если $a < 0$, то ветви параболы направлены _____. Количество точек пересечения с осью Ox зависит от _____.

Фрагмент разноуровневого набора заданий к теме 1.4 «Решение неравенств со старшим коэффициентом $a > 0$ »

Базовый уровень:

Задание 1. Решите неравенство, используя графический метод:

1) $x^2 - 5x + 6 > 0$ 2) $x^2 - 4x + 4 \geq 0$ 3) $x^2 - 6x + 8 \leq 0$

Задание 2. Какому графику соответствует неравенство $x^2 - 4x + 4 \leq 0$?

- а) парабола касается оси Ox в точке $x = 2$;
- б) парабола пересекает ось Ox в двух точках;
- в) парабола не пересекает ось Ox ;
- г) ветви направлены вниз.

Повышенный уровень:

Задание 3. Укажите, какому неравенству соответствует множество решений $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$.

а) $x^2 - 2x - 8 < 0$

б) $x^2 - 2x - 8 > 0$

в) $x^2 - 2x - 8 \leq 0$

г) $x^2 - 2x - 8 \geq 0$

Задание 4. Приведите неравенство к виду $ax^2 + bx + c > 0$ и решите его:

1. $x^2 \leq 2x + 5$

2. $x(x - 4) \leq -3$

3. $x^2 + 2x > 8$

Тренировочный лист «Готовимся к ОГЭ: Неравенства»

Задание №13 (выбор ответа).

1. Укажите множество решений неравенства $x^2 - 7x + 12 \leq 0$.

- 1) $[3; 4]$ 2) $(-\infty; 3] \cup [4; +\infty)$ 3) $[3; 4]$ 4) $(-\infty; +\infty)$

2. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке? *В ответе укажите номер правильного варианта.*



- 1) $x^2 + 4 < 0$ 2) $x^2 - 4 > 0$ 3) $x^2 + 4 > 0$ 4) $x^2 - 4 < 0$

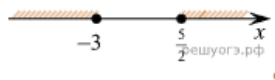
3. На каком рисунке изображено множество решений неравенства

$(2x - 5)(x + 3) \geq 0$? *В ответе укажите номер правильного варианта.*

1)



2)



3)



4)



4. Решите неравенство $-x^2 - 2x \leq 0$. *В ответе укажите номер правильного варианта.*

- 1) $(-\infty; -2) \cup (0; +\infty)$ 2) $(-\infty; 2] \cup [0; +\infty)$ 3) $(-2; 0)$ 4) $[-2; 0]$

Задание №20 (развернутое решение).

1. Решите неравенство $(7x - 5)^2 \leq (5x - 7)^2$

2. Решите неравенство $\frac{-10}{(x-3)^2-5} \geq 0$

3. Решите неравенство $\frac{2x^2-16x+32}{x+6} \leq 0$

Материалы для парной и групповой работы

Инструкция: Каждый ученик решает свое неравенство, затем объясняет партнеру ход решения, после чего происходит взаимопроверка по образцу (выдается учителем после завершения работы).

Вариант 1 (ученик А):

1. Решить неравенство методом интервалов: $4x^2 + 4x - 3 < 0$
2. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?



- 1) $x^2 - 9 > 0$ 2) $x^2 + 9 > 0$ 3) $x^2 - 9 < 0$ 4) $x^2 + 9 < 0$

3. Решите неравенство: $(x + 2)(x - 5)(x - 1) \geq 0$

Вариант 2 (ученик Б):

1. Решить неравенство методом интервалов: $9x^2 + 3x - 2 \geq 0$
2. Решение какого из данных неравенств изображено на рисунке?



- 1) $x^2 - 9 > 0$ 2) $x^2 + 9 > 0$ 3) $x^2 - 9 < 0$ 4) $x^2 + 9 < 0$

3. Решите неравенство: $(x - 3)(x + 4)(x - 2) \leq 0$

Контрольная работа №1 (8 класс, базовый уровень)*Вариант 1*

1. Решите квадратное неравенство графическим способом:

а) $x^2 - 3x - 4 \geq 0$ в) $-x^2 + 2x + 15 < 0$

б) $x^2 + 6x + 9 \geq 0$ г) $x^2 - 2x + 5 < 0$

3. Укажите, какому множеству решений соответствует неравенство

$$x^2 - 2x - 8 \geq 0$$

а) $(-2; 4)$ в) $(-\infty; -2] \cup [4; +\infty)$

б) $[-2; 4]$ г) $(-\infty; -2) \cup (4; +\infty)$

4. Приведите неравенства к виду $ax^2 + bx + c < 0$ и решите:

а) $(2x - 1)(x + 3) < x(x + 5)$

5. Решите дробно-рациональное неравенство: $\frac{(x^2-4)}{(x-1)} \geq 0$

Итоговая контрольная работа №2 (9 класс, повышенный уровень)

Вариант 1

1. Решите квадратное неравенство методом интервалов:

а) $x^2 - 5x + 6 > 0$ б) $-2x^2 + 3x + 2 \geq 0$

2. Решите неравенство методом интервалов:

а) $(x + 3)(x - 5)(2x + 1) < 0$

б) $(-x + 3)(x + 1)(x - 2) \geq 0$

3. Решите дробно-рациональное неравенство:

а) $\frac{x^2-4}{(x-3)} \geq 0$ б) $\frac{x^2-4x+3}{x^2-9} > 0$

4. Решите неравенство с модулем: $|x - 2| \leq 3$

5. Решите неравенство с параметром графическим способом:

$$x^2 - 4x + 3 \leq a$$

Найдите, при каких значениях параметра a неравенство имеет:

а) одно решение;

б) бесконечно много решений;

в) не имеет решений.

Лист рефлексии «Мои итоги изучения элективного курса»

ФИО _____ Класс _____

1. За время изучения курса я научился(ась) лучше всего: _____

2. Самым трудным для меня оказалось: _____

3. Какие темы вызвали наибольший интерес? Почему? _____

4. Где в жизни могут пригодиться полученные знания и умения? _____

5. Моя самооценка за работу на курсе (подчеркнуть):

«Я доволен своей работой» / «Я мог бы работать лучше» / «Мне было
сложно, но я старался»

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
**ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО**

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
« 16 » 04 20 26 г.
Паньженский В.И. *Лес*

Задание

По ВКР студента Пендюриной Александры Сергеевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Решение квадратных неравенств в курсе алгебры основной школы»

Утверждена приказом по Университету от « 17.02 » 20 26 г. № 0152 210

Срок сдачи студентом законченной работы « 25 » 05 20 26 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов:	Сроки выполнения этапов	Примечания
1	Выбор темы, определение цели, задач, объекта и предмета исследования	сентябрь - октябрь 2015	Выполнено
2	Подбор и изучение литературы по теме исследования	октябрь - ноябрь 2015	Выполнено
3	Подготовка введения и теоретической главы ВКР	ноябрь - декабрь 2015	Выполнено
4	Анализ учебников, методов решения квадратных неравенств и трудностей учащихся	декабрь - январь 2016	Выполнено
5	Разработка элективного курса, тематического планирования и дидактических материалов	январь - февраль 2016	Выполнено
6	Подготовка второй главы, заключения, списка литературы и приложений	февраль 2016	Выполнено
7	Редактирование работы, устранение замечаний, подготовка к защите	март 2016	Выполнено

Дата выдачи задания «11» 09 2015 г.

Руководитель


(подпись)

Муромцев Е.2
(ФИО)

Задание принял к исполнению


(подпись)

Александрова А.С.
(ФИО)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студента (ки) 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения

Ленюшкина Александра Сергеевна

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Ленюшкина Александра Сергеевна,
Ф.И.О. студента

студент (ка) 5 курса заочной формы обучения направления
подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки
«Математика» прошу провести проверку с использованием системы
«Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Решение квадратных
неравенств в курсе алгебры основной школы»,
выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а
также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ,
кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета
«Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным
программам высшего образования – программам бакалавриата, программам
специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение
плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из
университета.


подпись
10.03.16
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 10.03.16
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  Е.Г. Журавлева
подпись И.О.Ф.

ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему «Решение квадратных неравенств в курсе алгебры основной школы»

студентки 5 курса Пендюриной Александры Сергеевны
направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование"

профиль подготовки "Математика"

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.



Отчет предоставлен сервисом
«Антиплагиат» - <http://pntgw.antiplagiat.ru>



Отчет о проверке

Автор: Пендюрина Александра Сергеевна

Название документа: Решение квадратных неравенств в курсе алгебры основной школы

Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
18,94%

Оригинальность:
77,81%

ИИ-контент:
0%

Цитирование:
3,25%

Самоцитирование:
0%

❶ «Совпадения», «Цитирование», «Самоцитирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

❶ Проверено: 69,21% текста документа, исключено из проверки: 30,79% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Библиография, Таблицы

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 150

Тип документа: Выпускная квалификационная работа

Дата проверки: 11.03.2026 10:28:10

Дата корректировки: 23.06.2026 12:25:49

Количество страниц: 84

Символов в тексте: 114426

Слов в тексте: 14678

Число предложений: 2876

Комментарий: не указано

Руководитель ВКР

11.03.26

Е.Г. Журавлева

дата, подпись

ОТЗЫВ

РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Решение квадратных неравенств в курсе алгебры основной школы»
студентки Пендюриной Александры Сергеевны

факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 213ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Пендюриной Александры Сергеевны посвящена разработке методического материала по изучению квадратных неравенств в школьном курсе математики.

В курсе алгебры тема «Квадратные неравенства» занимает важное место, так как служит базой для дальнейшего изучения элементов математического анализа, решения задач с параметрами и построения графиков функций в старших классах. Изучение квадратных неравенств имеет важное значение для систематизации знаний учащихся о квадратной функции, корнях квадратного трехчлена и числовых промежутках. При решении таких неравенств школьники учатся устанавливать связь между алгебраической записью, графическим представлением и множеством решений. Это позволяет не только закрепить ранее изученный материал, но и подготовить учащихся к более осознанному применению различных способов решения неравенств.

Выпускная квалификационная работа Антоновой С.А. состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, приложений.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: проведен теоретико-методический анализ проблемы обучения решению квадратных неравенств, выявлены типичные трудности и ошибки обучающихся при изучении данной темы, разработана программа и содержание элективного курса по решению квадратных неравенств, создано методическое обеспечение курса (дидактические материалы, система заданий).

Работа является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован в школе.

Выпускная квалификационная работа Пендюриной А.С. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Решение квадратных неравенств в курсе алгебры основной школы»
студентки Пендюриной Александры Сергеевны

факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 213ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Пендюриной Александры Сергеевны посвящена разработке методического материала по изучению квадратных неравенств в школьном курсе математики.

В курсе алгебры тема «Квадратные неравенства» занимает важное место, так как служит базой для дальнейшего изучения элементов математического анализа, решения задач с параметрами и построения графиков функций в старших классах. Изучение квадратных неравенств имеет важное значение для систематизации знаний учащихся о квадратной функции, корнях квадратного трехчлена и числовых промежутках. При решении таких неравенств школьники учатся устанавливать связь между алгебраической записью, графическим представлением и множеством решений. Это позволяет не только закрепить ранее изученный материал, но и подготовить учащихся к более осознанному применению различных способов решения неравенств.

Выпускная квалификационная работа Пендюриной А.С. состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, приложений.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: проведен теоретико-методический анализ проблемы обучения решению квадратных неравенств, выявлены типичные трудности и ошибки обучающихся при изучении данной темы, разработана программа и содержание элективного курса по решению квадратных неравенств, создано методическое обеспечение курса (дидактические материалы, система заданий).

Работа является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован в школе.

Выпускная квалификационная работа Пендюриной А.С. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева