

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Задачи на распознавание функции по её графику»

Студент

 04.05.23
(подпись, дата)

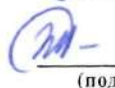
Хатамова Майса Музафаровна
(ФИО полностью)

Руководитель

 04.05.23
(подпись, дата)

Монахова О. А.
(фамилия, инициалы)

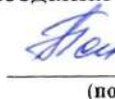
Нормоконтролер

 - 15.06.23
(подпись, дата)

Журавлева Е. Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 24.05.23 № 12)

Заведующий кафедрой

 24.05.23
(подпись, дата)

Паньженский В. И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с отметкой

хорошо

(протокол заседания ГЭК от 23.06.23 № 17)

Секретарь ГЭК

 - 23.06.23
(подпись, дата)

Журавлева Е. Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2023

Содержание

Введение	3
Глава 1. Основные понятия	5
1.1 Изучение функциональной линии в курсе математики средней школы 5	
1.2 Подходы и этапы изучения функциональной линии	8
1.3 Изучение классов функций	16
1.4 Основные задания в экзаменах на тему: «Распознавание функции по ее графику»	22
Глава 2. Конспекты уроков по теме «Решение задач на распознавание функции по ее графику»	32
2.1 Конспект урока по теме: «Квадратичная функция и её график».	32
2.2 Конспект по теме: «Функция $y = kx$, её свойства и график»	38
Заключение.....	45
Список литературы	46

Введение

Понятие функции возникло у человека вместе с осознанием того, что в окружающем человека мире многие явления и процессы взаимосвязаны. Например, древние ученые заметили пропорциональность площади круга квадрату радиуса этого круга, они предполагали, что коэффициент пропорции примерно равен 3. Понятие функции прошло долгий путь развития и уточнения с древних времен до современного состояния. Это был путь от табличного задания функции, примером могут служить астрономические таблицы древних, через словесное описание зависимостей, к строгому определению, формирование которого было заложено в 17 веке.

При изучении процессов реального мира (физических, химических, биологических, экономических и всевозможных других) ученые встречались с характеризующими их величинами, меняющимися в течение рассматриваемых процессов. При этом они замечали, что изменению одной величины сопутствует изменение другой или даже, более того, изменение одной величины является причиной изменения другой.

Взаимосвязанные изменения числовых характеристик рассматриваемых величин приводят к их функциональной зависимости в соответствующих математических моделях. Поэтому понятие функции является одним из самых важных понятий в математике и ее приложениях.

Изучение поведения функций и построение их графиков является важным разделом математики. Свободное владение техникой построения графиков часто помогает решить многие задачи и порой является единственным средством их решения. Кроме того, умение строить графики функций представляет большой самостоятельный интерес.

Школьный курс характеризуется содержательным раскрытием понятий, утверждений и методов, относящихся к началам анализа, выявлением их практической значимости. При изучении вопросов анализа широко используются наглядные соображения: уровень строгости изложения

определяется с учётом общеобразовательной направленности изучения начал анализа и согласуется с уровнем строгости приложений изучаемого материала в смежных дисциплинах [5].

Целью изучения курса алгебры и начала анализа в 10-11 классах является систематическое изучение функций как важнейшего математического объекта средствами алгебры и математического анализа, раскрытие прикладного значения общих методов математики, связанных с исследованием функций, подготовки необходимого аппарата для изучения геометрии и физики. На основании всего выше сказанного можно сделать вывод, что *тема данной работы актуальна.*

Целью данной работы является описание методики обучения решению задач на распознавании функции по её графику. Исходя из поставленной цели, в ходе работы необходимо решить *следующие задачи:*

- рассмотреть функциональную линию в курсе математики средней школы на основе анализа учебников РФ, Туркменистана, Узбекистана;
- познакомиться с методикой введения понятия функция;
- проанализировать основные задания ЕГЭ по теме «Функция»;
- разработать конспекты уроков по теме «Решение задач на распознавание функции по ее графику».

Объектом исследования выступает процесс обучения решению задач на распознавание функции по её графику.

Предмет исследования: методика обучения учащихся распознаванию функции по ее графику.

Работа состоит из введения, 2 глав, заключения и списка используемой литературы.

Глава 1. Основные понятия

1.1 Изучение функциональной линии в курсе математики средней школы

Величины, участвующие в одном и том же явлении, могут быть взаимосвязаны, так что изменение одних из них влечёт за собой соответствующее изменение других. В таких случаях говорят, что между переменными величинами существует функциональная зависимость, причем одну величину называют функцией, или зависимой переменной (её часто обозначают буквой y), а другую аргументом, или независимой переменной (её обозначают буквой x). При выделении обязательных задач по теме «Функции», следует ориентироваться на то, что обучение в VI—VIII классах представляет собой не завершающий, а промежуточный этап в системе математического образования каждого школьника. На базе полученной им математической подготовки строится его дальнейшее обучение. Поэтому для определения реально необходимого уровня сформированности умений по каждому вопросу, в первую очередь, следует проанализировать характер и уровень использования этих умений на следующих ступенях обучения. Кроме того, важное значение имеет характер применения математических знаний учащихся в смежных школьных предметах.

Применительно к функциональному материалу естественным представляется проанализировать характер его применения в курсе алгебры и начал анализа и геометрии. Анализ теоретического и задачного материала этих курсов позволяет выделить две группы умений, за формированием которых следует тщательно следить при изучении всех видов конкретных функций,— умения работать с формулой, задающей функцию, и умения работать с графиком этой функции.

К умениям работать с формулами относятся следующие. Опишем эти умения на примере элементарных функций, изучаемых в средней школе.

Если функции вида $y=kx+b$, $y=\frac{k}{x}$, $y=ax^2+bx+c$, $y=x^3$, $y=\sqrt{x}$ заданы формулами с конкретными значениями параметров, то обучающиеся должны уметь:

- указать область определения функции;
- вычислить значение функции, соответствующее заданному значению аргумента;
- вычислить значение аргумента, при котором функция принимает заданное значение;
- определить, принадлежит ли точка с заданными координатами графику функции.

Все эти умения широко используются в разной деятельности учащихся, входят в качестве составных в большое число других умений. Так, например, умение найти значение функции при заданном значении аргумента используется при построении графиков функций, нахождении наибольшего и наименьшего значений функции, вычислении пределов функций, интегралов и др.

Особое внимание стоит уделить квадратичной функции и её графику - параболе, поскольку именно на этой функции удобно «иллюстрировать» преобразования графика. Кроме того, квадратичная функция имеет разнообразные «приложения» от решения квадратных уравнений и неравенств до более сложных задач, сводящихся с помощью замены к рассмотрению функции $y=ax^2+bx+c$. При работе с квадратичной функцией учащиеся должны уметь:

- определять направление ветвей графика функции в зависимости от значения старшего коэффициента;
- определять точки пересечения графика функции с координатными осями;
- находить координаты вершины параболы.

Полезно сформировать у учащихся навык выделения полного квадрата в выражении $ax^2 + bx + c$.

Это умение позволит обучать построению параболы с помощью геометрических преобразований графика «исходной» функции, вершина которой совпадает с началом координат.

Функциональная линия – одна из ключевых содержательных линий математики. Функциональная линия реализуется как в исследовании вопросов, которые напрямую относятся к понятию функции, так и в придании многим понятиям математики функциональной направленности.

В федеральном государственном образовательном стандарте основного общего образования [20] утверждается, что результаты изучения предметной области «Математика» должны отражать:

1) формирование представлений о математике как о методе познания действительности, позволяющем описывать и изучать реальные процессы и явления;

2) развитие умений работать с учебным математическим текстом, точно и грамотно выражать свои мысли с применением математической терминологии и символики, проводить классификации, логические обоснования, доказательства математических утверждений;

3) овладение символьным языком алгебры, приёмами выполнения тождественных преобразований выражений, решения уравнений, систем уравнений, неравенств и систем неравенств; умения моделировать реальные ситуации на языке алгебры, исследовать построенные модели с использованием аппарата алгебры, интерпретировать полученный результат;

4) овладение системой функциональных понятий, развитие умения использовать функционально-графические представления для решения различных математических задач, для описания и анализа реальных зависимостей;

5) овладение простейшими способами представления и анализа статистических данных; формирование представлений о статистических закономерностях в реальном мире и о различных способах их изучения, о простейших вероятностных моделях; развитие умений извлекать информацию, представленную в таблицах, на диаграммах, графиках, описывать и анализировать массивы числовых данных с помощью подходящих статистических характеристик, использовать понимание вероятностных свойств окружающих явлений при принятии решений;

6) развитие умений применять изученные понятия, результаты, методы для решения задач практического характера и задач из смежных дисциплин с использованием при необходимости справочных материалов, компьютера, пользоваться оценкой и прикидкой при практических расчётах.

Функциональная линия в школьном курсе математики занимает ведущее место. Изучение функции имеет дидактическое, развивающее и мировоззренческое значение.

Понятие функции, в системе формирования которого должны присутствовать задания на распознавание функции по её графику выступают в курсе математики как определённая математическая модель, что и является мотивировкой для углублённого изучения.

В учебниках алгебры разных авторов место изучения функционального материала, как и его содержание различно. Имеет отличия и порядок изучения основной функциональной терминологии.

1.2 Подходы и этапы изучения функциональной линии

Существуют два подхода к определению понятия функция, которые в разное время используют в школе и приняты в математике:

Первый подход - классический (генетический).

Он объединяет в себе определение функции, опирающееся на понятие переменной величины, числовой значение которой изменяется в зависимости от числового значения другой величины. При таком подходе подчеркивается динамический характер функциональной зависимости, легко выявляется модельный аспект. Учитель показывает, что математика служит моделью многих физических процессов, выделяет роль математики в обработке информации об окружающем мире, процессах и закономерностях в нем. Функции являются моделью многих реальных процессов, и изучение их свойств позволяет познавать явления окружающего мира, развивать личность ученика. Основным недостатком этого подхода является ограниченность функции только числовыми примерами.

Второй подход более современный - логический или (теоретико-множественный). Функция определяется в теоретико-множественной терминологии. Это означает, что функция выступает в виде отношения специального вида между двумя множествами, и удовлетворяет условию функциональности, то есть, каждому элементу одного множества сопоставляется единственный элемент другого множества.

Основное достоинство этого подхода состоит в обобщенности понятия функции. Функция может быть задана графически или с помощью таблицы. Этот подход позволяет сформировать у учащихся практическое понимание функции, обогащает процесс обучения практическими приложениями, дает уверенность в необходимости изучения этого понятия, создает необходимую мотивацию обучения. В современной школе используют генетический подход.

В учебниках алгебры разных авторов место изучения функционального материала, как и его содержание различно. Имеется отличие и порядок изучения основной функциональной терминологии.

В математическом образовании школьников выделяют некоторые этапы изучения функциональной линии, они связаны с возрастными особенностями обучающихся и их способностью понять глубину понятия функция, а также в

целом с логикой построения курса математики, и последовательностью введения в рассмотрение различных числовых множеств. Выделяют 3 основных этапа.

1. Пропедевтический этап (5-6 классы). Само понятия функции не изучается, но осуществляется всяческая подготовительная работа к восприятию данного понятия учащимся.

В соответствие с программой в 5-6 классах предполагается изучение ряда вопросов, подготавливающих школьников к изучению определения функции, её графика и свойств, способов её задания.

Первое направление: знакомство школьников с выражениями, содержащими переменные. При этом учащимся предлагается вычислить значение выражения при заданных значениях переменных.

Основная цель таких упражнений состоит в том, чтобы показать ученикам зависимость между компонентами и результатами действий. Учителю необходимо подчеркнуть, что каждому значению переменной соответствует единственное значение выражения.

Второе направление: изучение столбчатых и круговых диаграмм. Формируется понятие о графическом представлении зависимостей. Подчеркивается наглядность такого представления, «легкость» работы с графически заданными функциональными зависимостями, практическая значимость.

Третье направление: знакомство с элементами метода координат (координатные лучи, координатная плоскость) построение точек по их координатам.

Четвертое направление: в конце в 6 класса школьники встретятся с графиками некоторых реальных зависимостей и начинают знакомиться с элементами

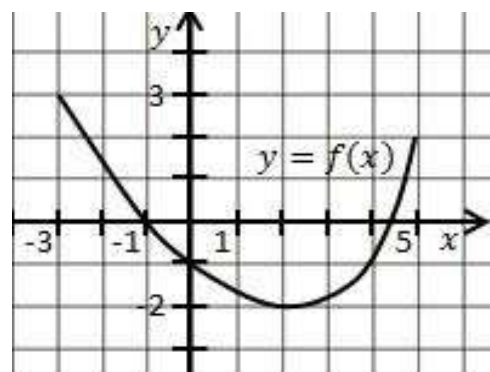


Рисунок 1

исследования функции по графику, в частности, учатся определять значение функции по значению аргумента и наоборот, определять промежутки знакопостоянства функции.

Рассмотрим задачи на описание свойств функций на основе изучения поведения их графиков.

Задача 1. Графиком функции $y = f(x)$, где $-3 \leq x \leq 5$, служит кривая (Рис. 1). Найдите по графику:

- а) значение функции y , если $x = -1; -2; 5$;
- б) область значений функции;
- в) наибольшее значение функции;
- г) наименьшее значение функции

Задача 2. По графику функции (Рис. 2) найдите:

Ox Oy ;

- 1) точки пересечения графика с координатными осями;
- 2) наибольшее/наименьшее значение функции;
- 3) значения x , при которых $y > 0$
- 4) промежутки возрастания и убывания функции.

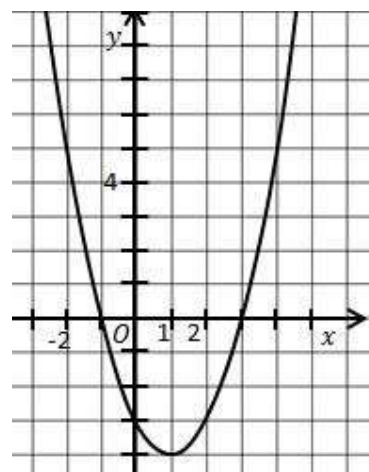


Рисунок 2

А также задачи, направленные на понимание функции как важнейшей математической модели для описания процессов и явлений окружающего мира, применение языка функций для описания и исследования зависимостей между физическими величинами. На Рисунке 3 построены графики движения пешехода (отрезок OB) и велосипедиста (отрезок OA). Определите:

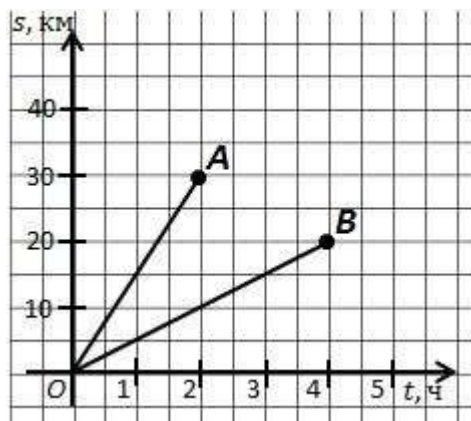


Рисунок 3

- а) какое время был в пути пешеход и какое время – велосипедист;
- б) какой путь проделал пешеход и какой путь проехал велосипедист;
- в) с какой скоростью двигался пешеход и с какой – велосипедист;
- г) во сколько раз путь, который проехал за 2 ч велосипедист, больше пути, пройденного за то же время пешеходом?

2. Основной этап (7-9 класс). Введение понятия функции, изучение свойств функций и исследование функций элементарными средствами (без использований производной).

3. Завершающий этап (10-11 класс). Изучается показательная, логарифмическая и тригонометрические функции и исследование функции с помощью производной.

В 7-11 классе изучение функции развивается по трем направлениям:

- 1) Введение понятие функции и сопутствующих понятий. Изучение различных общих свойств функций;
- 2) Изучение отдельных видов функций;
- 3) Использование функционального аппарата при рассмотрении частных алгебраических вопросов.

Введение понятия функции осуществляется в 7 классе поэтапно конкретно-индуктивным путем с помощью задач, цель которых состоит в формировании представлений о функции, как о зависимости переменных величин. Желательно, чтобы каждая задача соответствовала определенному

способу задания функции. На первом этапе осуществляется мотивация введения функции, здесь надо подчеркнуть практическую значимость понятия, на практике мы часто встречаемся с зависимостями между различиями величинами.

Пример. Площадь круга зависит от его радиуса, масса металлического бруска зависит от его объема и плотности металла. Объем прямоугольного параллелепипеда зависит от его длины, ширины, высоты.

На рисунке 4 изображены графики функций $y = \frac{1}{x^2 + 1}$, $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$, $y = \frac{3}{x^2 + 1}$ и $y = -\frac{3}{x^2 + 1}$. Для каждого графика укажите соответствующую формулу.

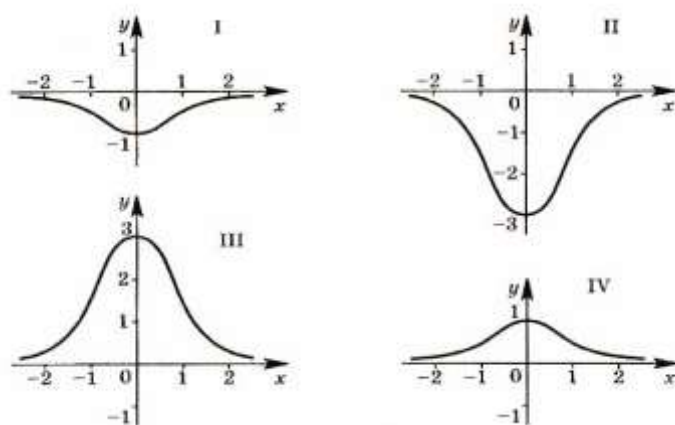


Рисунок 4

Чтобы соотнести график с соответствующей ему функцией, нужно использовать разные признаки. Так, график I целиком расположен ниже оси x . Это означает, что при всех значениях аргумента функция принимает отрицательные значения. Значит, этому графику может соответствовать одна из формул $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$ или $y = -\frac{3}{x^2 + 1}$ (выражения, стоящие в правых частях, принимают отрицательные значения при всех значениях x). Чтобы выбрать из них нужную, вычислим ординату точки пересечения соответствующего

формуле графика с осью y . Получим, что график функции $y = -\frac{1}{x^2 + 1}$ проходит через точку $(0; -1)$. Значит, графику I соответствует именно эта формула. Графику II соответствует формула $y = -\frac{3}{x^2 + 1}$, графику III — формула $y = \frac{3}{x^2 + 1}$ и графику IV — формула, $y = \frac{1}{x^2 + 1}$.

Выше показаны примеры задач на изучение функции по ее графику, используемые в процессе обучения математике согласно Федеральному государственному стандарту Российской Федерации.

Далее рассмотрим примеры задач по данной теме в процессе обучения математике согласно образовательному стандарту Туркменистана. Государственный образовательный стандарт по предмету «Математика» в 5-9 классах Туркменистана включает изучение следующих вопросов по теме «Функция»:

- область определения и множество значений функции,
- график функции, построение графиков функций, заданных различными способами;
- свойства функций: монотонность, четность и нечетность, периодичность, ограниченность; промежутки возрастания и убывания, наибольшее и наименьшее значения, точки экстремума (локального максимума и минимума);
- графическая интерпретация; примеры функциональных зависимостей в реальных процессах и явлениях;
- построение графиков многочленов и простейших рациональных функций с использованием аппарата математического анализа [10].

Как можно заметить из вышеперечисленного, цели и задачи курсов математики в средней школе РФ и Туркменистана совпадают. В конце главы

будут рассмотрены примеры задач, предлагаемых на экзамене на рассматриваемую тему в туркменском учебнике.

1.3 Изучение классов функций

1. Линейные функции

Для изучения класса линейных функций в совокупности его общих свойств перед учащимися ставится познавательная задача исследовать класс функций $y=kx+b$ в зависимости от параметров. Здесь лучше всего рассмотреть несколько функций с различными параметрами, например: построить графики функций $y=0,5x$; $y=0,5x+0,5$; $y=1,5x$; $y=1,5x+0,5$.

Далее необходимо их сравнить, обращая внимание на особенности, связанные с числовыми значениями коэффициентов. Например, изучая геометрический смысл коэффициентов при переменной x , необходимо отметить одинаковость углов наклонов к оси Ox , чем меньше этот коэффициент по модулю, тем меньший угол наклона образует прямая с осью. После этого формулируется вывод о зависимости рассмотренного угла от коэффициента и вводится понятие «угловой коэффициент».

Закрепляющие упражнения: на одном и том же чертеже изображены графики функций $y=3x+2$; $y=3/4x+2$. Построить на этом чертеже графики функций $y=3x-1$; $y=3/4x-1$; объяснить построение.

Величина k в формуле линейной функции $y = kx+b$ называется угловым коэффициентом прямой

Если $k>0$, линейная функция возрастает. Чем больше x , тем больше y , то есть график идет вправо и вверх.

Если $k<0$, линейная функция убывает. Чем больше x , тем меньше y , то есть график идет вправо и вниз.

Угловой коэффициент k равен тангенсу угла наклона графика линейной функции к положительному направлению оси Ox . ($k = tg\alpha$).

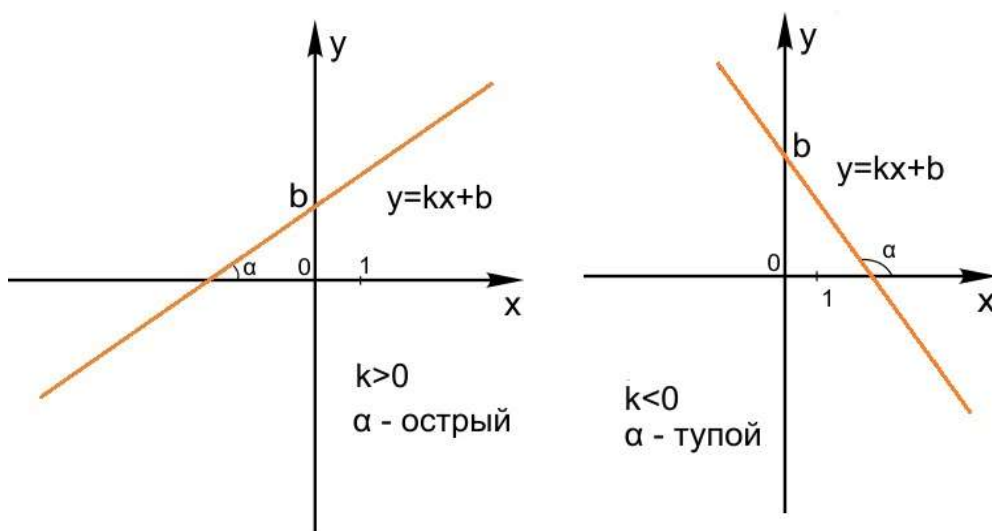


Рисунок 5

Пусть $k > 0$. Чем больше k , тем больше вверх идет график функции.

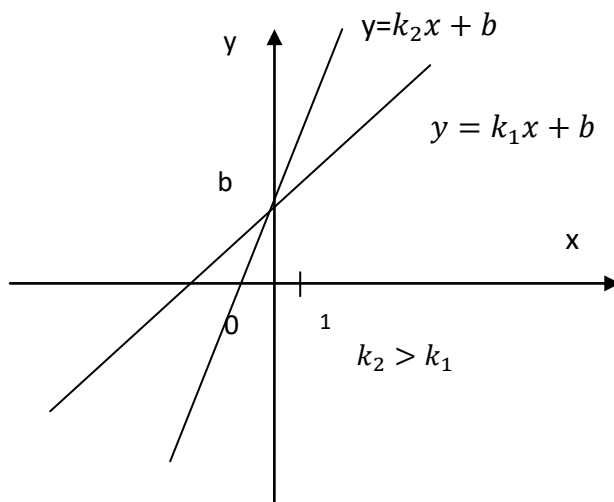


Рисунок 6

А что же будет, если $k=0$? Мы получим горизонтальную прямую $y = b$. На рисунке 8 показан график функции $y = 3$.

Заметим, что прямая $x = 3$ (также изображенная на рисунке 8) не является графиком функции. В самом деле — мы помним, что функция — это соответствие между двумя множествами, причем каждому элементу множества X соответствует один и только один элемент множества Y .

Для прямой $x=3$ это не выполняется: значению $x=3$ соответствует бесконечно много значений y .

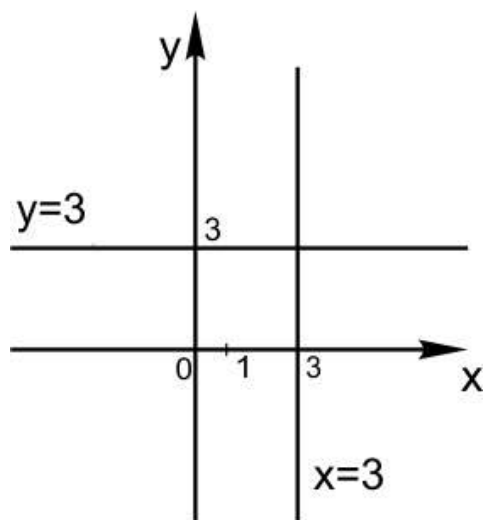


Рисунок 7

Если $k_1 = k_2$, прямые параллельны.

При этом, чем больше b , тем выше расположен на координатной плоскости график функции.

Например, прямые $y = 4x + 3$ и $y = 4x + 9$ параллельны. Их угловые коэффициенты равны.

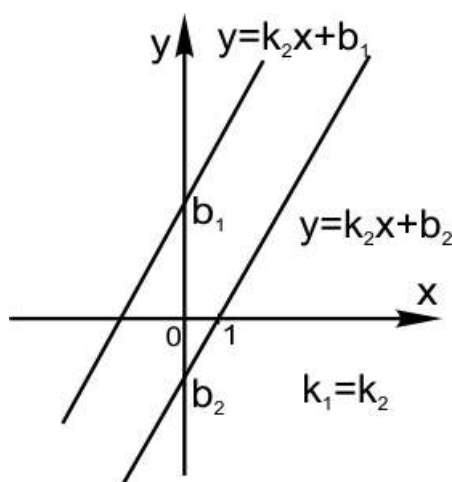


Рисунок 8

Если $k_1 k_2 = -1$, прямые перпендикулярны. Например, прямые $y = 4x + 3$ и $y = -0,25x - 1$ пересекаются под прямым углом. Произведение их угловых коэффициентов равно -1 .

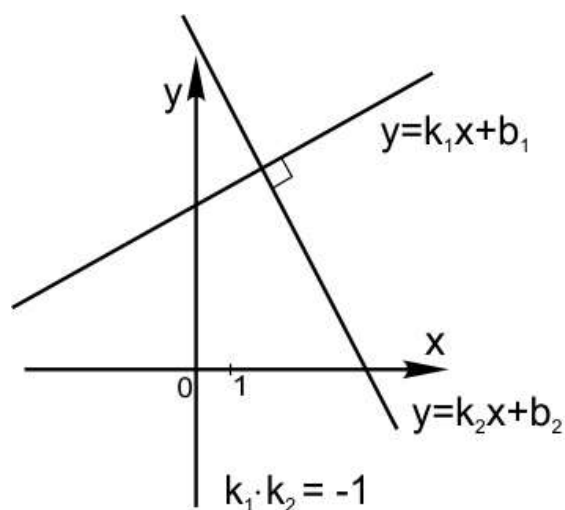


Рисунок 9

2. Квадратичные функции

Изучение квадратных функций основано на преобразовании квадратного трехчлена к виду: $a(x-b)^2+c$, и использовании геометрических преобразований для построения графика произвольной квадратичной функции из параболы стандартного положения графика функции $y=ax^2$, $a \neq 0$. Квадратичная функция вводится и изучается в тесной связи с квадратными уравнениями и неравенствами.

Первая функция этого класса $y=x^2$. Эта функция не монотонна на области определения. Если учащимся предложить найти область значения функции на $[-2,3]$, то в большинстве случаев они записывают $[4,9]$, что является ошибкой, которой можно избежать, используя график функции.

Характер изменения значений функции неравномерный, что можно показать при построении графиков: а) в крупном масштабе на $-1 \leq x \leq 1$; б) в мелком масштабе на $-3 \leq x \leq 3$. Важно отметить свойство параболы – симметричность относительно оси ординат.

Класс квадратичных функций продолжается изучением функции $y = ax^2$ и выяснения геометрического смысла коэффициента a . Затем вводятся функции вида ax^2+c и выясняется смысл второго коэффициента (например, как перенос по оси y).

Например: задан график функции $y=x^2$. Построить на этом чертеже график функции $y=x^2+1$. Достаточно сравнить значения этих функций при одних и тех же значениях аргумента. В дальнейшем это свойство можно обобщить: чтобы построить график функции $y=f(x)+C$ по известному графику функции $y=f(x)$, можно произвести параллельный перенос второго графика на C единиц вдоль оси ординат.

Итак, первый коэффициент при x^2 влияет на направление ветвей, свободный член – означает параллельный перенос, выяснение значения коэффициента при x затруднено, поэтому используют обходной маневр и рассматривают функции вида $y=a(x-b)^2$. При построении графика такого вида функции используют понятие параллельного переноса графика вдоль оси Ox . При $b>0$, график функции $y=a(x-b)^2$ оказывается смещенным влево относительно графика $y=ax^2$. При $b<0$, происходит соответствующее смещение вправо.

При изучении функций можно использовать системы заданий, имеющих цель – дать представление о тех или иных чертах данной функции или чисел без указания точного значения величин, связанных с рассматриваемым вопросом.

Пример. На рисунке изображен график функции $y=x^2+1$, $-2 \leq x \leq 2$. Пользуясь этим чертежом изобразить от руки график функции $y=x^2+0,3$. Проверить правильность сделанного эскиза: вычислить значения функции $y=x^2$ при $x=\pm 0,5$, $x=\pm 1,5$ и отметить эти точки графика. Каким преобразованием можно перенести график функции $y=x^2+1$ в график функции $y=x^2$? Цель задания – согласовать зрительный образ графика, его геометрические свойства и форму.

3. Функция $y = \frac{k}{x}$

Логика изучения этого класса функций совпадает с логикой изучения квадратичной функцией. Опишем кратко: рассматривается обратная пропорциональность $y = \frac{k}{x}$ и ее графическое представление, отмечаются

свойства. Затем постепенно вводятся параметры- коэффициент растяжения/сжатия графика функции, особое внимание уделяется отрицательным значениям этого коэффициента, параметры горизонтального и вертикального сдвига графика функции.

Рассмотрим изучение темы «Функция $y=\frac{k}{x}$, ее свойства и график» в туркменском учебнике алгебры 8 класса авторов Ш.А. Алимов, А.Р. Халмухамедов, М.А. Мирзахмедов на примере решения следующей задачи на странице 37 учебника: «Постройте график функции $y=\frac{2}{(x-1)} - 2$. График функции $y=\frac{2}{(x-1)} - 2$ можно получить из графика функции $y=\frac{2}{x}$ (рисунок 10), сдвинув его на одну единицу вправо вдоль оси Ox и две единицы вниз вдоль оси Oy (рисунок 11).

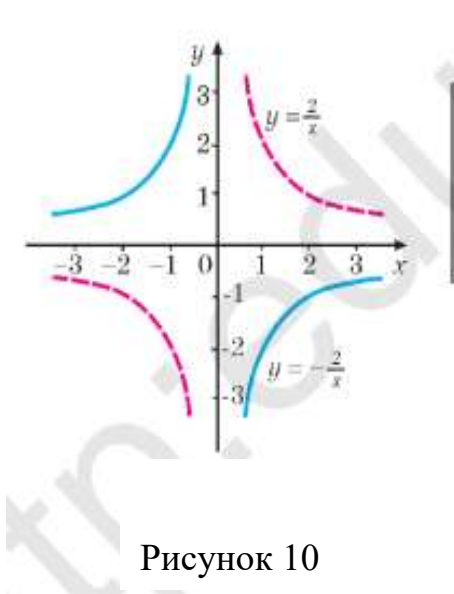


Рисунок 10

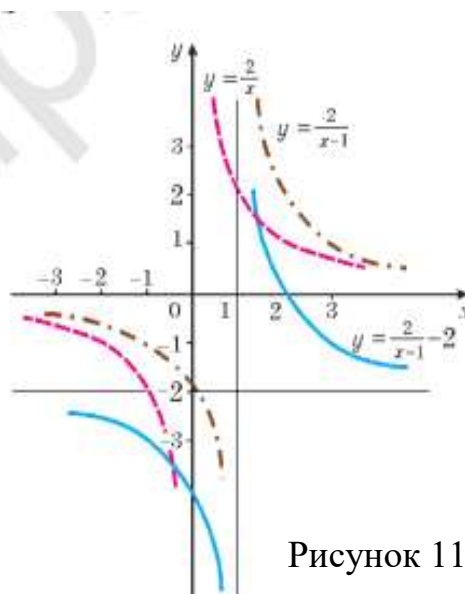


Рисунок 11

Таким образом, можно сделать вывод, что схема изучения функций и решение задач по данной тематике в программе русского учебника и туркменского совпадают.

Таким образом, мы рассмотрели основные этапы методики введения понятия функции на примере русского учебника и туркменского. Первое направление знакомит школьников с выражениями, содержащие переменные. Основная цель таких упражнений состоит в том, чтобы показать ученикам зависимость между компонентами и результатами действий. Второе

направление изучает столбчатые и круговые диаграммы. Третье направление знакомит с элементами или методами координат, построением точек по координатам заданной точки.

1.4 Основные задания в экзаменах на тему: «Распознавание функции по ее графику»

Далее рассмотрим основные задания в экзаменах на тему «Распознавание функции по ее графику». Обратимся к основным заданиям по данной теме на экзамене ЕГЭ. По графику функции, который дается в условии, ученикам нужно определить неизвестные параметры в ее формуле. Или необходимо найти значение функции в некоторой точке или координаты точки пересечения графиков функций. Чтобы выполнить это задание, ученику нужно знать, как выглядят и какими свойствами обладают графики, то есть получать из них необходимую информацию. Например, определять формулу функции по ее графику. Задачи разделены на соответствующие темы. Задачи из любой темы вполне реально встретить на настоящем экзамене ЕГЭ.

Пример 1. На рисунке изображен график функции $f(x) = kx + b$. Найдите значение x , при котором $f(x) = -13,5$.

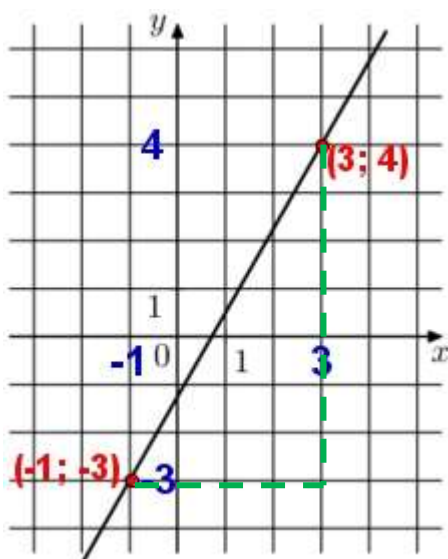


Рисунок 12

Решение. Найдем, чему равны k и b . График функции проходит через точки $(3;4)$ и $(-1;-3)$. Подставив по очереди координаты этих точек в уравнение прямой $y=kx+b$, получим систему:

$$\begin{cases} 3k + b = 4 \\ -k + b = -3 \end{cases}$$

Вычтем из первого уравнения второе. Уравнение прямой имеет вид: $y = \frac{7}{4}x - \frac{5}{4}$. Найдем, при каком x значение функции равно $-13,5$, из уравнения $-13,5 = \frac{7}{4}x - \frac{5}{4}$, следует, что $x = -7$.

При решении задач, содержащих линейные функции можно использовать описанный в предыдущем примере алгоритм. Но если функций несколько, то процесс решения становится громоздким. В этом случае, а также с целью упрощения решения задачи можно предложить обучающимся другой алгоритм, он является более частным и подходит не для всех типов задач. В этом алгоритме угловой коэффициент линейной функции определяется как тангенс угла наклона прямой к положительному направлению оси абсцисс. Необходимо обратить внимание на случай тупого угла, тангенс будет отрицательный. Тангенс угла наклона прямой или смежного с ним угла вычисляется из прямоугольного треугольника с вершинами в точках с целочисленными координатами. На рисунке 8 катеты нужного прямоугольного треугольника выделены зеленым цветом. Из рисунка 8 замечаем, что $k = \frac{7}{4}$. В некоторых случаях параметр b также можно найти из рисунка – он совпадает с ординатой точки пересечения прямой с осью ординат. Но такой подход можно реализовать, если ордината целочисленная и это явно видно на рисунке. Если же в этом нет уверенности, или ордината точно не является целым числом, используем координаты точек, через которые проходит данная прямая. В этом случае достаточно одной точки, задача сводится к решению уравнения, а не системы.

Пример 2. На рисунке 13 изображен график функции $y = (x - c)^2$.
Найдите c .

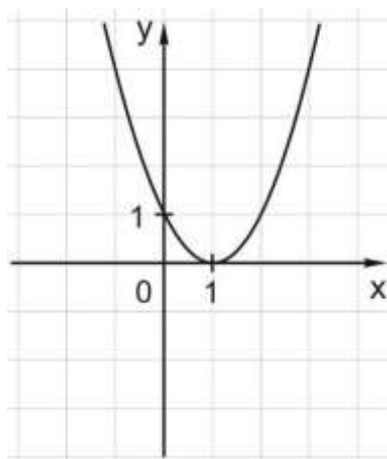


Рисунок 13

Решение. На рисунке 13 изображена парабола, ветви которой направлены вверх, значит, коэффициент при x^2 положительный. График сдвинут относительно графика функции $y = x^2$ на 1 единицу вправо вдоль оси Ox . Формула функции имеет вид $y = (x - 1)^2$. Значит, $c = 1$.

Пример 3. На рисунке 14 изображен график функции $f(x) = ax^2 - 3x + c$. Найдите $f(-4)$.

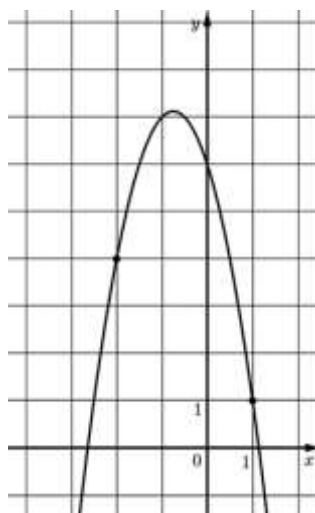


Рисунок 14

Решение. Найдем коэффициенты a и c уравнения параболы $f(x) = ax^2 - 3x + c$, подставив две выделенные точки графика: $(-2; 4)$ и $(1; 1)$. Решим систему уравнений: $4 = 4a - 3 \cdot (-2) + c$, $1 = a - 3 + c$. Отсюда

получаем, что $a = -2$. Теперь подставим $a = -2$ во второе уравнение и найдем c : $c = 6$.

Получили уравнение параболы: $y = -2x^2 - 3x + 6$. Теперь найдем $f(-4)$, подставив в полученное уравнение $x = -4$: $f(-4) = -14$.

При работе с квадратичной функцией, также как и с линейной можно использовать геометрический смысл коэффициентов функции. Коэффициент c совпадает с ординатой точки пересечения графика с осью ординат. На рисунке 15 видно, что $c = 6$.

В некоторых случаях, когда вершина имеет целочисленные координаты можно использовать этот факт. Рассмотрим на примере.

Пример 5.

На рисунке изображён график функции $f(x) = ax^2 - 4x + c$. Найдите $f(-3)$.

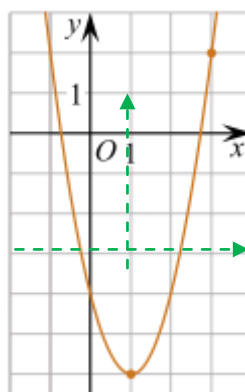


Рисунок 15

Решение. На рисунке 15 пересечение с осью ординат в точке с целыми координатами, значит, параметр c можно найти по рисунку, $c = -4$. Коэффициент растяжения a также можно определить из рисунка. Для этого переместим систему координат в вершину параболы и в новой системе координат вычислим ординату точки с абсциссой равной 1, значение a равно этой ординате. На рисунке 16 «новая» система координат выделена зеленым цветом, значение a равно 2. Тогда функция имеет вид $f(x) = 2x^2 - 4x - 4$, вычислим значение $f(-3) = 26$.

Пример 6. На рисунке 16 изображен график функции

$f(x) = \frac{k}{x} + a$. Найдите $f(-12)$.

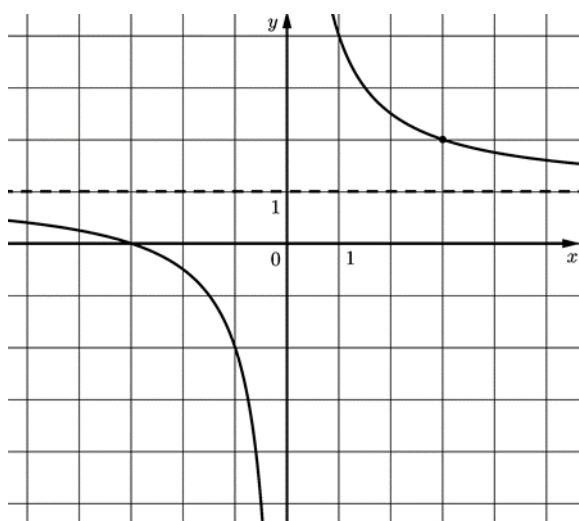


Рисунок 16

Решение. Заметим, что график имеет горизонтальную асимптоту $y=1$, а из теории нам известно, что гипербола вида $y = \frac{k}{x} + a$ имеет горизонтальную асимптоту $y=a$, то есть $a=1$. Найдём k . Для этого подставим в уравнение $y = \frac{k}{x} + 1$ выделенную точку графика $(3; 2)$. Получили уравнение функции в виде $y = \frac{3}{x} + 1$. Подставим $x = -12$ и получим $f(-12) = \frac{3}{(-12)} + 1 = \frac{3}{4} = 0,75$.

В место точки $(3; 2)$ можно было подставить любую целочисленную точку, например, $(-2, -1)$ или $(-3, 0)$. Можно было взять любые две из этих точек, подставить в уравнение гиперболы, получить систему из двух уравнений и решить ее. Главное — быть уверенным в том, что выбранные точки действительно имеют целочисленные координаты.

В других заданиях, содержащих изображение гиперболы, предполагается перенос вертикальной оси. Рассмотрим пример.

Пример 7. На рисунке 17 изображён график функции вида

$f(x) = \frac{k}{x+a}$. Найдите значение x , при котором $f(x) = 0,2$.

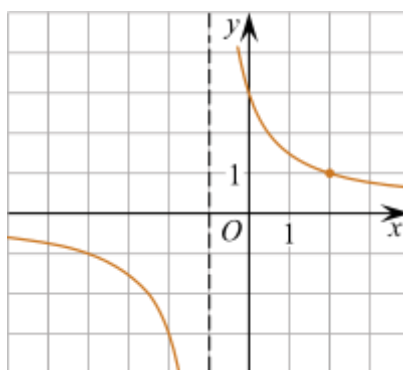


Рисунок 17

Решение. На рисунке 17 показано смещение вертикальной асимптоты графика функции на 1 влево, значит, параметр a в уравнении этой функции равен $+1$. Параметр k можно определить, подставив координаты выделенной точки $(2; 1)$ в уравнение $y = \frac{k}{x+1}$. Получим $1 = \frac{k}{3}$, следовательно. $k = 3$. Уравнение функции, изображенной на рисунке 13, имеет вид $f(x) = \frac{3}{x+1}$. Решим уравнение $0,2 = \frac{3}{x+1}$, получим $x = 14$.

Пример 8. На рисунке 18 изображен график функции.

$f(x) = a \cos x + b$. Найдите a .

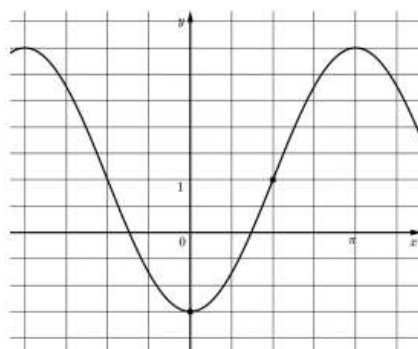


Рисунок 18

Найдем уравнение косинусоиды. Подставим в уравнение $f(x) = a \cos x + b$ выделенные точки графика $(\frac{\pi}{2}; 1)$ и $(0; -\frac{3}{2})$. Решим систему:

$$1 = 0 \cdot a + b;$$

$$-\frac{3}{2} = a + b.$$

Из первого уравнения $b = 1$. Подставим $b = 1$ во второе уравнение системы и найдем a : $a = -\frac{3}{2} b = -\frac{3}{2} \cdot 1 = -\frac{5}{2}$. Получили уравнение

$$f(x) = -\frac{5}{2} \cos x + 1. \text{ Значит, } a = -\frac{5}{2}.$$

Рассмотрим более сложное задание.

Пример 9.

На рисунке 19 изображён график функции вида $f(x) = a \cos(b\pi x + c) + d$, где числа a, b, c и d — целые. Найдите $f(\frac{100}{3})$.

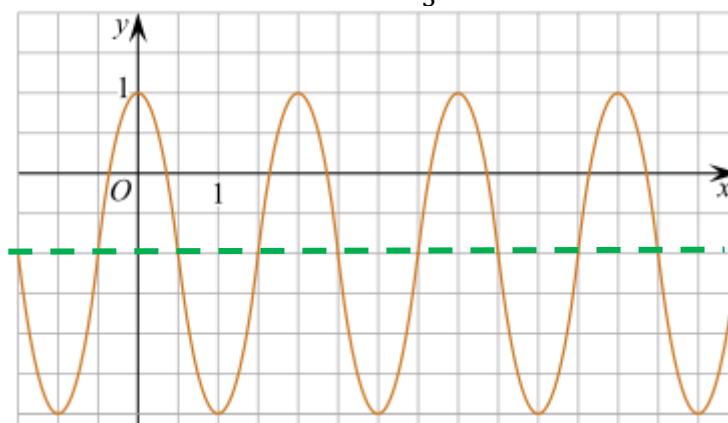


Рисунок 19

Решение. Определим некоторые параметры из рисунка. Найдём горизонтальную ось симметрии графика функции, на рисунке 20 она выделена зеленым цветом. У графика косинусоиды эта ось симметрии совпадает с осью абсцисс, сдвиг оси говорит о вертикальном смещении графика, значит, параметр $d = -1$, поскольку смещение идет вниз на 1. Коэффициент растяжения/сжатия графика функции a определяется, расстоянием от горизонтальной оси симметрии графика до самой высокой точки графика, $a = 2$. Нужно обратить внимание, происходит ли зеркальное отображение графика относительно горизонтальной оси. При положительном a график функции пересекает ось ординат в верхней полуплоскости, при отрицательном — в нижней относительно горизонтальной оси симметрии. Параметр $b\pi$ — сжатия/растяжения вдоль горизонтальной оси можно определить исходя расстояния T между двумя ближайшими самыми высокими точками графика функции, это расстояние равно «новому» периоду функции, связанному с

периодом 2π формулой $T = \frac{2\pi}{|b\pi|}$. На рисунке 20 значение $T = 2$, значит, $b = 1$.

Параметр смещения вдоль горизонтальной оси, он равен $\frac{c}{b\pi}$, тоже можно увидеть по графику. По абсолютной величине он равен расстоянию от ближайшей самой высокой точки графика до оси ординат, по знаку противоположен абсциссе этой точки, на рисунке 20 значение $c = 0$. Тогда уравнение функции $f(x) = 2 \cos(\pi x) - 1$, $f\left(\frac{100}{3}\right) = 2 \cos\left(\frac{100\pi}{3}\right) - 1 = 2 \cos\left(32\pi + \frac{4\pi}{3}\right) - 1 = -2$.

Рассмотрим задания, содержащие кусочно-линейную функцию.

Пример 10. На рисунке 21 изображён график функции вида $f(x) = ax + |bx + c| + d$ где числа a, b, c и d — целые. Найдите корень уравнения $ax + d = 0$.

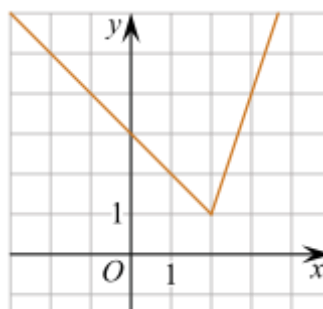


Рисунок 20

Решение. Будем рассматривать раскрытие модуля со знаком «плюс» и «минус». Не теряя общности рассуждений, можно считать, что коэффициент $b > 0$. Тогда раскрытие модуля со знаком «плюс» соответствует правой ветке график, с «минусом» — левой. Правая ветвь это прямая с угловым коэффициентом $k = 3$, (легко определяется из графика) и свободным членом равным -5 , который можно «угадать», продолжив график до пересечения с осью ординат. Левая ветвь графика имеет угловой коэффициент равный -1 , свободный член равен 3 . Запишем равенства при раскрытии модуля со знаком плюс:

$$ax + bx + c + d = 3x - 5.$$

$$\text{Со знаком минус: } ax - bx - c + d = -x + 3.$$

Составим две системы уравнений, приравнявая угловые коэффициенты, получим систему $\begin{cases} a + b = 3, \\ a - b = -1; \end{cases}$ приравнявая свободные члены уравнений

прямых систему $\begin{cases} c + d = -5, \\ -c + d = 3. \end{cases}$ Решая системы, получим

$$a = 1, b = 2, d = -1, c = -4.$$

Корень уравнения $x - 1 = 0$ равен 1.

Таким образом, можно сделать вывод, что задания на распознавание функции по ее графику достаточно разнообразны по содержанию и по сложности. Все рассмотренные задания являются примерами заданий ЕГЭ по профильной математике в 2022-2023 учебном году предлагавшиеся в контрольно-измерительных материалах под номером 10.

В ходе работы были также проанализированы варианты экзаменационных заданий в туркменской школе. Некоторые из них предлагают графически решить комбинированное уравнение, в разных частях которого находятся квадратичная зависимость и обратная пропорциональность.

Пример 11.

Deňlemäni grafiki usulda çözüň: $\frac{4}{x} = 3x - x^2$.

Решите графически уравнение: $\frac{4}{x} = 3x - x^2$.

В других вариантах необходимо построить графики функций и определить их точки пересечения.

Пример 12.

Funksiýalaryň grafikleriniň we ol grafikleriň kesişme nokadynyň koordinatalaryny görkeziň: $y = -\frac{6}{x}$ we $y = -2x + 4$.

Постройте графики функций и укажите координаты точек пересечения этих графиков: $y = \frac{6}{x}$ и $y = 2x - 4$.

Встречаются задания с параметром, связанные с построением графика функции.

Пример 13.

$y = \frac{1}{2}x^2 + bx + \frac{1}{2}$ funksiýanyň grafiginiň $M(-1; -2)$ nokadyň üstünden geçýändigini belli, onuň grafigini gurun.

Постройте график функции $y = \frac{1}{2}x^2 + bx + \frac{1}{2}$, если известно, что он проходит через точку $M(-1; -2)$.

Общий вывод: учащимся необходимо зрительно запоминать, как выглядят графики основных элементарных функций. Также необходимо знать особенности графиков, чтобы не перепутать, например, параболу с синусоидой. Каждый ученик должен представлять, какие действия нужно сделать с формулой функции, чтобы сдвинуть ее график по горизонтали или по вертикали, растянуть или перевернуть. Решая подобные задачи, ученику необходимо обращать внимание на то, как находятся точки пересечения графиков или неизвестные параметры в формуле функции. Такие элементы решения встречаются также в задачах с параметрами.

Глава 2. Конспекты уроков по теме «Решение задач на распознавание функции по ее графику»

2.1 Конспект урока по теме: «Квадратичная функция и её график».

Цели урока:

- знакомство учащихся с квадратичной функцией, её графиком и свойствами;
- развитие мыслительных способностей учащихся;
- воспитание у учащихся организованности.

Задачи: Образовательная – актуализовать ранее полученные знания о функции и ее графике, дать определение квадратичной функции, сформулировать свойства.

Развивающая – развить навыки анализа и аналогии проведения исследования функции, продолжать развивать грамотную математическую речь.

Воспитательная – воспитывать трудолюбие, умение выслушать, применять знания.

Тип урока: урок изучения нового материала.

Решаемые проблемы: каковы свойства и график функции $y = ax^2 + bx + c$.

Формируемые понятия: квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$, парабола, вершина параболы, ось симметрии параболы.

Предметные результаты: получить представление о квадратичной функции, ее графике и свойствах, научиться строить график функции, заданной формулой.

Личностные результаты: формирование мотивации к проблемно-поисковой деятельности.

Оборудование: доска, проектор, презентация с рисунками.

Ход урока:

1. Организационный момент

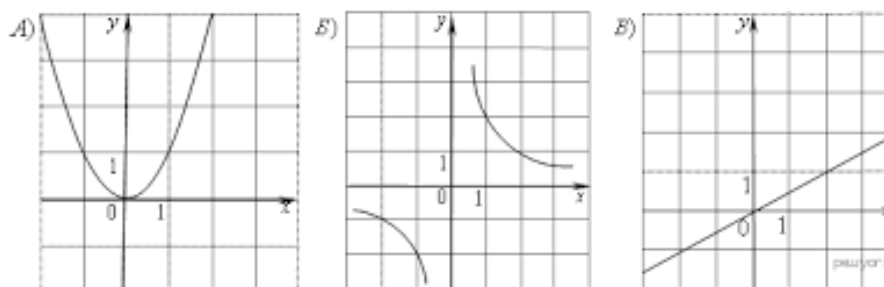
2. Актуализация знаний и создание условий для осознанного восприятия нового материала

Фронтальная работа

Ребята, сформулируйте определение понятия функция.

Функцией называют такую зависимость переменной y от переменной x , при которой каждому значению переменной x соответствует единственное значение переменной y .

Посмотрите на рисунок, как называются изображенные на нем объекты?
(Графики функций)



Сформулируйте понятие графика функции.

Графиком функции называют множество всех точек координатной плоскости, абсциссы которых равны значениям аргумента, а ординаты – соответствующим значениям функции.

С графиками каких функций вы познакомились на предыдущих уроках?

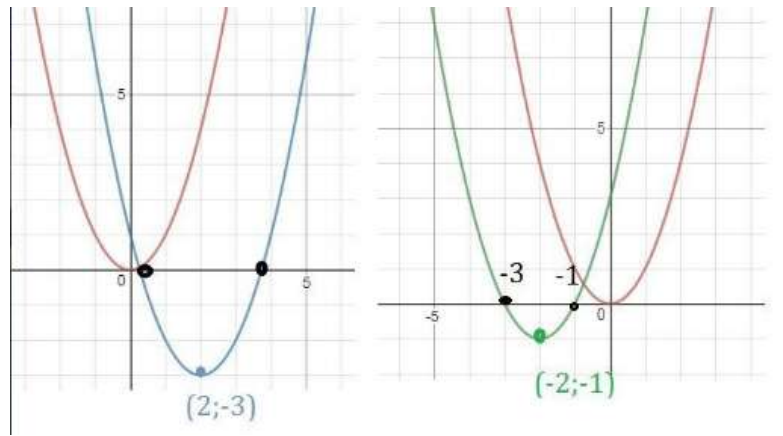
$y = x^2$ $y = kx + b$ $y = x^3$ $y = \frac{b}{x}$. Графики каких функций представлены на рисунке? Дайте названия изображенных графиков, назовите функции, чьи графики вы видите.

На следующем рисунке представлены параболы и даны три квадратичных функции:

1) $y = (x + 2)^2 - 1$, 2) $y = x^2 - 4x + 1$

можете ли вы сопоставить график и аналитическое задание для каждой из них?

Возникла проблема, как выглядит график функции $y = x^2 - 4x + 1$?



Сегодня мы познакомимся с графиком квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$ и научимся строить их.

Вернемся к функции $y = x^2 - 4x + 1$, давайте выделим полный квадрат трехчлена $x^2 - 4x + 1 = y = x^2 - 4x + 4 - 3 = (x - 2)^2 - 3$.

Теперь мы можем определить вид графика этой функции?

3. Изучение нового материала

Рассмотрим общий случай - квадратичную функцию $y = ax^2 + bx + c$.

Выделим полный квадрат в аналитическом представлении функции.

$$\begin{aligned} ax^2 + bx + c &= a \left(x^2 + \frac{b}{a}x + \frac{c}{a} \right) = a \left(x^2 + 2x \frac{b}{2a} + \frac{b^2}{4a^2} - \frac{b^2}{4a^2} + \frac{c}{a} \right) = \\ &= a \left(\left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2} \right) = a \left(x + \frac{b}{2a} \right)^2 - \frac{b^2 - 4ac}{4a^2}. \end{aligned}$$

Мы получили формулу вида $y = a(x - m)^2 + n$, где

$m = -\frac{b}{2a}$, $n = -\frac{b^2 - 4ac}{4a^2}$. Значит, график функции $y = ax^2 + bx + c$ есть парабола,

которую можно получить из графика функции $y = ax^2$ с помощью двух параллельных переносов - сдвига вдоль оси x и сдвига вдоль оси y . Вершиной параболы является точка $(m; n)$.

Квадратичной функцией называется функция, которую можно задать формулой вида $y = ax^2 + bx + c$, где x - независимая переменная, a, b и c - некоторые числа, причем $a \neq 0$. Для построения графика квадратичной

функции выражение $y = ax^2 + bx + c$ нужно привести с помощью выделения полного квадрата к виду $y = a(x - m)^2 + n$ – в этом уравнении $(m; n)$ – координаты вершины параболы,

Алгоритм построения графика $y = a(x - m)^2 + n$:

- 1) Определить направление ветвей параболы;
- 2) Найти координаты вершины параболы и отметить ее на координатной плоскости, определить ось симметрии параболы;
- 3) Найти нули функции.
- 4) Если нулей функции нет, то определить точки пересечения с осью ou , отметить ей симметричную.
- 5) Соединить вершину параболы с отмеченными точками плавной кривой.

Свойства функции $y = ax^2 + bx + c$ при $a > 0$ ($a < 0$):

1. Ветви параболы направлены вверх(вниз).
2. Областью определения является множество действительных чисел.
3. Областью значений функции является промежуток $[y_0; +\infty)$ ($(-\infty; y_0]$).
4. Функция возрастает(убывает) в промежутке $(x_0; +\infty)$ и убывает (возрастает) на промежутке $(-\infty; x_0)$.
5. Наименьшее (наибольшее) значение функция принимает в точке x_0 , наибольшего(наименьшего) значения функция не имеет.
4. Функция возрастает (убывает) в промежутке $(-\infty; x_0]$ и убывает (возрастает) на промежутке $[x_0; +\infty)$.
5. Наибольшее значение функция принимает в точке x_0 , наименьшего значения функция не имеет.

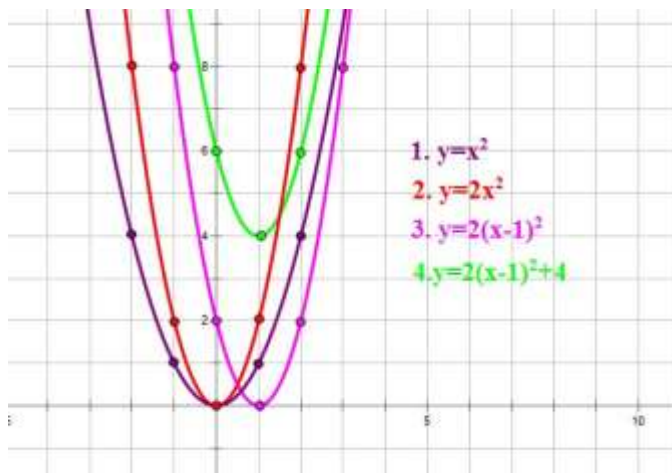
4. Закрепление новых знаний

Построим график функции $y = 2x^2 - 4x + 6$.

Выделим полный квадрат

$$2x^2 - 4x + 6 = 2(x^2 - 2x) + 6 = 2(x^2 - 2x + 1) - 2 + 6 = 2(x - 1)^2 + 4.$$

Вспомним линейные преобразования графиков функций. Чтобы построить график функции $y = 2(x-1)^2 + 4$, нужно сначала построить график функции $y = x^2$, затем ординаты всех точек графика умножить на 2, затем сдвинуть его вдоль оси OX на 1 единицу вправо, а затем вдоль оси OY на 4 единицы вверх:



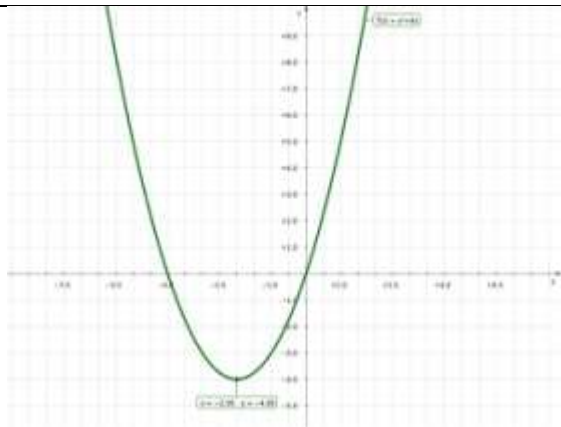
Задания.

Используя шаблон параболы $y = x^2$, постройте график функции:

а) $f(x) = x^2 - 3$; б) $f(x) = -x^2 + 4$; в) $f(x) = x^2 + 4x + 4$; г) $f(x) = x^2 + 4x$.

Таблица 1-задания

План исследования функции	Пример решения
1. Определить вид функции, если возможно.	<p>Дана функция вида $f(x) = x^2 + 4x$. Выделим полный квадрат. $f(x) = x^2 + 4x + 4 - 4 = (x+2)^2 - 4$</p> <p>Графиком функции $f(x) = x^2 + 4x$ является парабола, ветви которой направлены вверх так как $a > 0$, вершина находится в точке с координатами $(-2; -4)$.</p>
2. Найти область определения функции.	$D(y) \in (-\infty; +\infty)$
3. Найти область значения функции	$E(y) \in (-4; +\infty)$

4. Найти нули функции (точки пресечения с осью x), если возможно.	$y=0,$ $x^2 + 4x = 0$ $x(x + 4) = 0$ $x_1=0$ или $x+4=0$ $x_2= -4$
5. Определить, при каких значениях аргумента x значения функции $y>0$, при каких значениях аргумента $y < 0$.	$y>0$ при $x< -4$ $y < 0$ при $x>0$
6. Определить, является ли функция возрастающей (убывающей) или указать промежутки возрастания (убывания).	Вершина параболы имеет координаты $(-2; -4)$. Следовательно, функция убывает на промежутке $(-\infty; -2]$, возрастает на промежутке $[-2; +\infty)$
7. Начертить график.	

5. Подведение итогов урока

Сегодня мы узнали как можно построить график квадратичной функции. Ребята, где в жизни мы встречаемся с параболой, на что она похожа? (*Похожа на радугу, траекторию полета мяча, на арку моста*)

Информация о домашнем задании.

1. Построить график функции $y= 0,5 (x-1)^2$ и описать ее свойства.

2. Определить область значений функций:

а) $y = -2x^2 + 4x - 5$; б) $y = 2x^2$.

2.2 Конспект урока по теме: «Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график»

Цели урока: изучить понятие обратной пропорциональности, познакомиться со свойствами функции $y = \frac{k}{x}$ и ее графиком.

Задачи урока:

- *обучающая:* повторить понятие функции, их виды и графики, научить находить значение функции и аргумента по формуле $y = \frac{k}{x}$, строить график обратной пропорциональности и «читать» его;
- *развивающая:* продолжить развитие познавательного интереса к изучению алгебры; развивать умение анализировать, наблюдать, сопоставлять, логически мыслить; продолжить развитие элементов творческой деятельности учащихся, через вовлечение их в работу частично поискового характера, развитие навыков взаимоконтроля и самоконтроля;
- *воспитывающая:* воспитание умения слушать и слышать другого, уважение к мнению товарища; воспитание у учащихся таких нравственных качеств, как настойчивость, аккуратность, инициативность, точность, привычка к систематическому труду, самостоятельность, активность; воспитание культуры общения;

Формы работы: индивидуальная, фронтальная.

Оборудование: персональный компьютер, мультимедийный проектор, экран, авторская презентация, карточки с заданиями, учебник «Алгебра» 8 класс, Ю.Н., Миндюк Н.Г. и др.

Ход урока:

1. Организационный момент (1 мин)

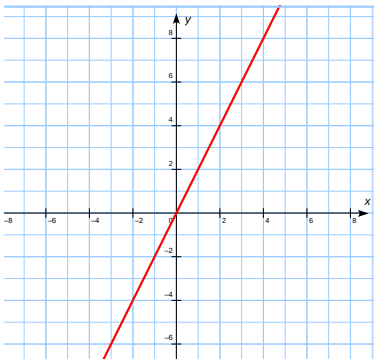
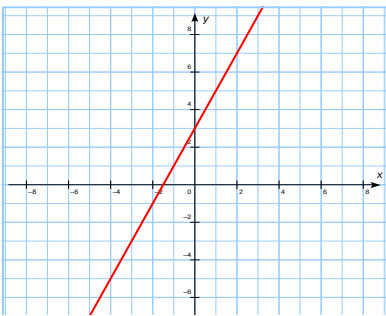
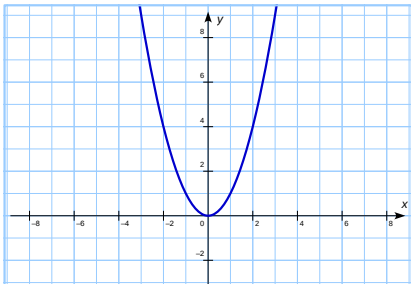
Сегодня на уроке мы с вами повторим основные понятия по теме «Функция», познакомимся с функцией обратной пропорциональности, научимся строить ее график. Какие у вас вопросы по домашнему заданию. Если у вас нет вопросов, то давайте поработаем устно.

2. Устная работа (5 мин)

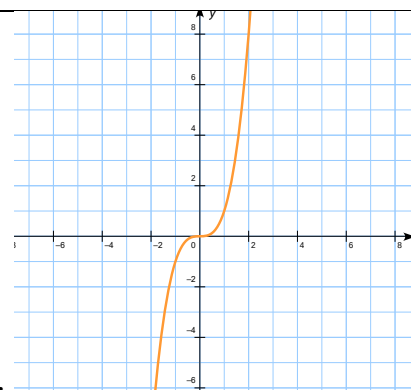
1. Проверить устно, правильно ли выполнены действия. Если нет, скажите верный ответ. *Задания для устного счета*

2. Как называется данная функция, указать область определения: $D(y)$ и что представляет собой их график. Установите соответствие между функциями и их графиками.

Таблица 2-функции

1. $y = 2x + 3$, (Линейная функция, $D(y)(-\infty + \infty)$ график: прямая)	<p>А.</p> 
2. $y = x^3$, (Кубическая функция, $D(y)(-\infty; +\infty)$ график: кубическая парабола)	<p>Б.</p> 
3. $y = x^2$, (Квадратичная функция, $D(y)(-\infty; +\infty)$ график: парабола)	<p>В.</p> 

4. $y = 2x$, (Прямая пропорциональность,
 $D(y)(-\infty; +\infty)$, график: прямая,
 проходящая через начало координат)



Г.

Таблица соответствий:

1.	2.	3.	4.
Б.	Г.	В.	А.

1) $y = 2x + 3$

2) $y = x^2$,

3) $y = x^3$.

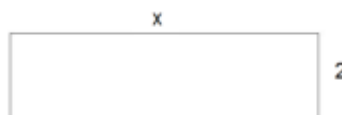
4) $y = 2x$,

3. Подготовка к изучению нового материала (3 мин)

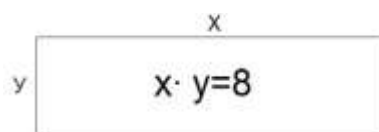
(Записываем в тетрадь число, классная работа, тема «Функция $y = \frac{k}{x}$, ее свойства и график»)

Нам известно, что функции описывают какие-то процессы, происходящие в окружающем нас мире. Давайте рассмотрим следующую задачу:

Дан прямоугольник со сторонами 2 и x . Как найти площадь данного прямоугольника? ($S = 2x$). Что будет происходить с площадью, если неизвестную сторону x увеличить в 2 раза? Как называется данная зависимость? (Функция), где x – независимая переменная, а S – зависимая переменная. Как называется данная функция? (Прямая пропорциональность)



А теперь другая задача: Дан прямоугольник со сторонами x , y и площадью равной 8 кв. единицам. Запишите формулу площади прямоугольника? (Спросить у детей, кто что написал.) ($x \cdot y = 8$)



Если мы с вами увеличим одну сторону в 2 раза, что произойдет с другой стороной, при условии, что площадь останется той же? (*Ответ детей*)

А теперь эту сторону уменьшить в два раза?

Какой же можно сделать вывод?

Вывод: что при увеличении одной переменной в несколько раз вторая переменная уменьшается во столько же раз. И наоборот, при уменьшении одной переменной в несколько раз вторая переменная увеличивается во столько же раз. Выразим переменную y через x . $y = \frac{8}{x}$.

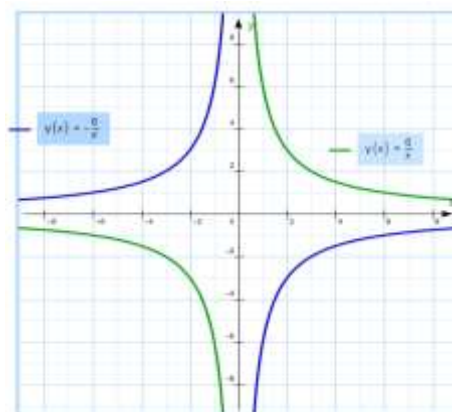
8 – число, заменим его на k . Получим: $y = \frac{k}{x}$.

Такую зависимость переменных можно назвать обратной пропорциональностью. Как вы думаете, может ли k равняться нулю? (Может, тогда подставим. Получаем $y=0$, а это есть ось абсцисс) Что такое x ? А какие значения она может принимать? А может ли $x =$ нулю. $D(y)$? А y ? (Нет, так как $k \neq 0$ и $x \neq 0$). А что такое y ?

4. Объяснение нового материала (10 мин)

Обратной пропорциональностью называется функция, которую можно задавать формулой вида $y = \frac{k}{x}$, где x – независимая переменная и k – не равное нулю число. Приведите примеры обратно пропорциональной функции. (Записать две-три.) Чтобы было отрицательное число. Давайте построим графики функции $y = \frac{6}{x}$ и $y = -\frac{6}{x}$. Первый вариант вариант будет строить график функции $y = \frac{6}{x}$, а второй функции - $y = -\frac{6}{x}$

Но для начала найдем область определения этих функций $D(y)$. Что называется областью определения функции $D(y)$? ($D(y)$: $x \neq 0$, то есть $D(y)$ – множество всех чисел, отличных от нуля). Для построения графика нам необходима заполнить таблицы значений функции: по вариантам и нанести полученные точки на координатную плоскость.



І вариант

X	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
Y	-1	-2	-3	-6	6	3	2	1

ІІ вариант

x	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
y	1	2	3	6	-6	-3	-2	-1

Один ученик из каждого варианта (а остальные в тетрадях) заполняют таблицу значений функции на доске.

Следующий этап – это построения на координатной плоскости. Наносим получившиеся точки на координатную плоскость. Проверяем!

Соединяем данные точки плавными линиями.

- В каких координатных четвертях расположен график?
- Как вы думаете, отчего зависит расположение графика?

График не пересекает оси координат, так как ни x , ни y не могут равняться нулю.

После построения функций $y = \frac{6}{x}$ и $y = -\frac{6}{x}$ Мы можем сделать выводы, что

1. График не пересекает ни ось абсцисс, ни ось ординат;
2. График расположен в I и III координатных четвертях если $k > 0$ ($y = \frac{6}{x}$) и во II и IV, если $k < 0$. ($y = -\frac{6}{x}$).

Полученная кривая называется гиперболой (записать в тетрадь). Она состоит из двух ветвей.

Ученик. гиперболa в переводе с греческого языка дословно означает «прохожу через что-либо» и с течением времени получило второе смысловое значение «преувеличение». Одним из первых, кто начал изучать эту кривую был ученик знаменитого Платона, древнегреческий математик Менехм в IV в. до н.э., но так и не сумел её полностью изучить.

А вот полностью исследовал свойства гиперболы и дал ей название крупнейший геометр древности Аполоний Пергский в III в. до н.э.

На свойство гиперболы к преувеличению или к преуменьшению обратили внимание поэты и писатели. Так в словаре русского языка Ожегова слово гиперболa трактуется как поэтический приём чрезмерного преувеличения с целью усиления впечатления.

Русский поэт Николай Алексеевич Некрасов тоже любил этот прием и применял его в своих стихах. Например: Пройдёт – словно солнцем осветит: Посмотрит – рублём подарит! ... Я видывал, как она косит: что взмах – то готова копна.)

После столь лирического отступления давайте проверим на сколько вы усвоили тему.

Открываем учебник на 41 странице и читаем определение, обратной пропорциональности.

5. Закрепление материала (13 мин)

Выполнение упражнения на построение графика функции $y = \frac{2}{x}$, $y = \frac{1}{2x}$.

6. Самостоятельная работа (7 мин)

А теперь давайте проверим каждый сам себя, на сколько вы усвоили алгоритм построения графика функции обратной пропорциональности $y = \frac{k}{x}$.

У вас на столе лежат карточки с заданиями по вариантам.

Подпишите: *фамилия и имя*.

Вам нужно заполнить таблицу, построить график соответствующей функции. Проверить, принадлежит ли данная точка графику функции?

Построить график функции $y = -\frac{8}{x}$.

X	-8	-4	-2	-1	1	2	4	8
Y								

Определить, принадлежит ли данная точка С (16; 0,5) графику функции?

Построить график функции $y = \frac{8}{x}$.

X	-6	-3	-2	-1	1	2	3	6
Y								

Определить, принадлежит ли данная точка С (-16; 0,5) графику функции?

Домашнее задание: п. 8, № 182, 184, 190(а, в).

Заключение

В ходе проделанной работы были получены следующие результаты.

1. Проведен анализ учебников по математике РФ, Туркменистана, и Узбекистана.

В результате анализа мы пришли к выводу, что цели и задачи обучения в школах РФ, Туркменистана и Узбекистана по теме «Функции» совпадают.

2. Проанализированы основные экзаменационные задания.

Задания на экзаменах в образовательных учреждениях названных стран также типичные.

3. Разработаны два конспекта уроков, на которых показано применение общей схемы к исследованию функции.

В работе решены типичные задания из учебников и из сборников ЕГЭ.

Полученные результаты могут свидетельствовать о достижении поставленной цели.

Список литературы

1. «Matematika okatmagyn usulyu yeti» учебное пособие для высшего образования/ А. Овезов [и др.]. М. : Изд-во «Наука», 2011. 292 с.
2. Alimov Sh. A., Holmuhamedov O. R., Mirzaahmedov M. A. 8-sinf. Algebra. Учебник по алгебре на узбекском языке, 2019. 240 с.
3. Алгебра 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов [и др.]. М. : Просвещение, 2010. 258 с.
4. Колягин Ю. М. Методика преподавания математики в средней школе М. : «Просвещение», 2013. 462 с.
5. Манвелов С. Г. Конструирование современного урока математики: Книга для учителя. М. : «Просвещение», 2016. 175 с.
6. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / Н. Л. Стефанова [и др.]. М. : Дрофа, 2015. 415 с.
7. Методика обучения математике. Практикум по решению задач : учебное пособие для прикладного бакалавриата / В. А. Далингер [и др.]. 2-е изд., испр. и доп., Москва: Издательство Юрайт, 2019. 271 с.
8. Рахманов И. Я. Методическая подготовка преподавателя математики в Республике Узбекистан Т. 2. С. 158-160. URL: <https://moluch.ru/archive/29/3338/> Заглавие с экрана (дата обращения: 10.05.2023).
9. Сарыев Х. «Matematikany n baslang'yc kursy». Вводный курс по математике. Экспериментальный учебник для учителей и студентов. А.: Изд-во «Наука», 2010 г. 210 с.
10. Теоретические основы обучения математике в средней школе: учебное пособие/ Т. А. Иванова [и др.]. Изд-во Н. Новгород: НГПУ, 2015. 355 с.

11. Тораев Дж. Задание для выпускного экзамена по элементарной алгебре и начала анализа. А.: Туркменская государственная издательская служба, 2022. 120 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой

«20» 09 2022 г.

 Паньженский В. И.

Задание

По ВКР студента Хатамовой Майсы Музафаровны.

Тема работы «Задачи на распознавание функции по её графику».

Утверждена приказом по Университету от «28» сентября 2022 г. № 805/о

Срок сдачи студентом законченной работы «04» мая 2023 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ научной и учебно-методической литературы по теме исследования.	Октябрь- ноябрь 2022	<i>выполнила</i>
2.	Обзор школьных учебников в соответствии с рассматриваемой темой.	Декабрь 2022	<i>выполнила</i>
3.	Описание основных методов решения задач по функции и её графику.	Январь- февраль 2023	<i>выполнила</i>
4.	Разработка конспектов занятий по темам: «Квадратичная функция и её график», «Функция $y = \frac{k}{x}$, её свойства и график».	Март- апрель 2023	<i>выполнила</i>
5.	Оформление текста работы.	Май-июнь 2023	<i>выполнила</i>
6.	Подготовка презентации, выступления.	Июнь 2023	<i>выполнила</i>

Дата выдачи задания «20» сентября 2022г.

Руководитель *ММ* Монахова О.А.
(подпись) (ФИО)

Задание принял к выполнению
ХМ Хатамова М.М.
(подпись) (ФИО)

Ректору Пензенского
государственного университета
А. Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Хатамовой Майсы Музафаровны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Хатамова Майса Музафаровна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему *«Задачи на распознавание функции по её графику»*, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


подпись
07.05.2023
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 07.05.2023

мм.гггг.дд

Руководитель ВКР 
подпись О. А. Монахова

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат, ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему «Задачи на распознавание функции по её графику»

студентки 4 курса Хатамовой Майсы Музафаровны

направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

профиля «Математика»

Руководитель ВКР Монахова Оксана Александровна

Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: Хатамова Майса

Проверяющий: Монахова Оксана Александровна

Организация: Пензенский государственный университет

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <http://pnsu.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 71
Начало загрузки: 07.05.2023 13:12:24
Длительность загрузки: 00:00:11
Имя исходного файла: VKR_хатамова для загрузки.docx
Название документа: VKR_хатамова для загрузки
Размер текста: 40 кБ
Символов в тексте: 41441
Слов в тексте: 5049
Число предложений: 349

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 07.05.2023 13:12:36
Длительность проверки: 00:00:50
Корректировка от 09.06.2023 14:20:28
Комментарии: [Автосохраненная версия]
Поиск с учетом редактирования: да
Проверенные разделы: титульный лист с. 1, содержание с. 2, основная часть с. 3-31, библиография с. 32-33
Модули поиска: ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЗБС, Интернет Плюс*, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ: аналитика, СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация, Медицина, Диссертации НББ, Коллекция НБУ, Перефразирования по eLIBRARY.RU, Перефразирования по Интернету, Перефразирования по Интернету (En), Патенты СССР, РФ, СНГ, Модуль поиска "ПГУ", СМИ России и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство Wiley, Переводные заимствования



СОВПАДЕНИЯ

36,97%

САМОЦИТИРОВАНИЯ

0%

ЦИТИРОВАНИЯ

11,43%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ

51,6%

07.05.2023

дд.мм.гггг. подпись

О.А. Монахова.

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Задачи на распознавание функции по ее графику»
студентки Хатамовой Майсы Музафаровны
факультета физико-математических и естественных наук направления
подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 19ФПМ1

Изучение поведения функций и построение их графиков является важным разделом математики. Свободное владение техникой построения графиков часто помогает решить многие задачи и порой является единственным средством их решения. Кроме того, умение «читать» и строить графики функций представляет большой самостоятельный интерес и является важной составляющей математического образования.

Целью представленной работы является описание методики обучения решению задач на распознавании функции по её графику.

В ходе работы Хатамова М. проанализировала задания, в которых требуется установить аналитическое представление функции по ее графическому представлению. Описала способы решения такого класса задач. Составила конспекты занятий, на которых происходит обучение решению задач такого типа.

Работа заслуживает оценки «удовлетворительно» и может быть использована в учебном процессе учителем.

Руководитель ВКР:
Монахова Оксана Александровна,
кафедра «Математическое образование»
Педагогического института
им. В.Г. Белинского, ПГУ, доцент,
доцент, кандидат физико-математических наук

