

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Кейс-технологии в процессе обучения школьников основам теории графов»

Студент

Кленкова 07.06.2021
(подпись, дата)

Кленкова Галия Хайдаровна
(ФИО полностью)

Руководитель

Глебова 07.06.2021
(подпись, дата)

Глебова М.В.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

Журавлева 06.07.2021
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 18.06.2021 № 9)

Заведующий кафедрой

Паньженский 18.06.2021
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 3/удовл (протокол заседания ГЭК от 14.07.2021 № 3)

Секретарь ГЭК

Журавлева 14.07.2021
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2021

Оглавление

Введение	3
Глава 1. Теоретические аспекты использования кейс технологий в образовательном процессе.....	5
1.1. Понятие кейс-технологий, виды.....	5
1.2. Кейс-технологии в образовательном процессе.....	7
1.3. Содержание, принципы создания и методы кейс-технологий.....	11
Глава 2. Методические особенности применения кейс-технологий в процессе обучения школьников основам теории графов	16
2.1. Анализ учебной литературы, относительно темы исследования ...	16
2.2. Олимпиадные задания на тему графы	23
2.3. Разработка факультативного курса “Таинственные графы”	29
2.4. Разработки кейсов для проведения занятий по курсу “Графы”	30
2.5. Технологическая карта занятия	46
Заключение.....	57
Список литературы	58

Введение

Актуальность исследования. Школьный курс по математике не предусматривает основательного изучения основ теории графов. Лишь в нескольких учебниках имеются задания, решение которых основано на представлении данных задачи в виде графов. Но даже и эти задачи, содержащиеся в этих учебниках в очень малом количестве и в основном в виде дополнительной информации. Несмотря на это, задания, решаемые с помощью графов, очень часто встречаются в олимпиадах по математике. В связи с этим, становится явным наличие проблемы, в том, что графы недостаточно рассмотрены в школьном курсе математики, для успешного участия на олимпиаде. Следовательно, возникают вопросы, как и когда можно осуществить обучение учащихся основам теории графов? Как заинтересовать школьников в изучении этого материала? Самой действенной формой организации таких занятий являются факультативы. Одним из эффективных педагогических технологий в этом случае будет использование кейсов при изучении этой темы. При использовании метода кейс-технологий школьники имеют возможность развития коммуникативных навыков, умения творчески мыслить, умения работать и по самостоятельному заданию и в команде, умения действовать и принимать решения в условиях недостатка или, наоборот, избытка информации. При этом главное достоинство метода кейс-технологии не только в том, что он позволяет показать взаимосвязь между теоретическими знаниями и умениями, но и в умении научиться применять полученные теоретические знания на в реальной жизни, повышая тем самым и мотивацию в изучении данной темы.

При всех преимуществах применения данного метода в образовании, разработанных кейсов по теме «Графы» очень мало, что обуславливает актуальность выбранной темы исследования: «Кейс-технологии процессе обучения школьников основам теории графов».

Объект исследования: процесс обучения основам теории графов.

Предмет исследования: кейс-технологии в процессе обучения основам теории графов в 9 классе.

Цель данного исследования: разработать факультатив по теме «Основы теории графов» с применения метода кейс-технологий.

Задачи:

- изучить литературу по теме исследования,
- проанализировать учебники и математические олимпиады на предмет наличия задач, решаемых с помощью графов,
- разработать факультативный курс по теме «Занимательные графы» с использованием кейс-технологий,
- дать методические рекомендации по применению кейс-технологий в процессе обучения основам графов в 9 классе.

Научная новизна проведенного исследования заключается в разработке факультативного курса “Занимательные графы” с применением кейс-технологий.

Практическая значимость обусловлена возможностью использования методических разработок в процессе обучения девятиклассников с целью увеличения мотивации в изучении графов, эффективности занятий и повышения качества знаний учащихся.

Глава 1. Теоретические аспекты использования кейс технологий в образовательном процессе

1.1. Понятие кейс-технологий, виды

Рассмотрим определение «кейс-технологии» данное разными авторами. Например, по мнению Деркача А. М. кейс–технология – это «активный метод обучения, основанный на организации преподавателем в группе обучающихся обсуждения задания, представляющего собой описание конкретной ситуации с явной или скрытой проблемой» [3, с.22].

Абдукадыров А.А. определяет кейс – технологию как «современную образовательную технологию, основанную на анализе проблемной ситуации, сочетающей в себе одновременно ролевые игры, проектные методы, и ситуационный анализ» [10, с. 659].

Шимутина Е.В. дает следующее определение: кейс–технология – «это технология взаимодействия для краткосрочного обучения на основе вымышленных или реальных ситуаций, направленная не только на усвоение знаний, но и на формирование у обучающихся новых качеств и умений» [17, с. 174]. Главная цель этой технологии – развить умение работать с различными проблемами и находить их решения.

Кейс–технология, с точки зрения большинства исследователей, представляет собой анализ конкретной ситуации, которая заставляет поднять пласт приобретенных знаний и применить его на практике.

Следовательно, понятие кейс–технология можно рассматривать как современную интерактивную технологию краткосрочного обучения, основанную на анализе проблемных ситуаций и направленную не только на приобретение знаний обучающимися, но и на формирование у них новых качеств и умений.

Основные виды кейсов по признакам классификации представлены в

таблице1.

Таблица1–Виды кейсов

По целям обучения			
кейс направленный на развитие оценочной и аналитической деятельности	кейс, который направлен на развитие умения как принимать решение, так и находить решение проблемы		кейс, служащий в качестве иллюстрацией к проблеме и способу ее решения
По сочетанию приемов и средств обучения			
<u>кейс-изложение.</u> Этот кейс, который представлен в виде рассказа о ситуации и возможных действиях в условиях этой ситуации, а также о выводах по итогам решения ситуации.	<u>кейс-иллюстрация.</u> Этот кейс имеет ряд сведений, на основе которых можно создать свое решение.	<u>кейс–практи- ческая задача</u> В этом кейсе содержится информация, предполагающее всесторонний анализ ее и поиск наиболее эффективного решения.	<u>кейс с вопросами</u> В этом кейсе обязательно имеются структурирование заданий в виде вопросов после основного объема информации.
По приближенности к практической деятельности			
практические кейсы		научно-исследовательские кейсы	
По типу получаемого результата кейсы подразделяются на			
<u>проектные</u> В этом случае в качестве результата получают программу действий по преодолению проблемы, сложившейся в ситуации.		<u>проблемные.</u> В этом случае результатом работы над кейсом является определение и формулирование проблемы и обязательно оценка сложности решения.	
По источнику информации			
<u>реальные.</u> За основу кейса берется реальная ситуация в реально существующей компании, информация о которой получается непосредственно	<u>условно реальный.</u> В основе кейса лежит найденная, отобранная и структурированная в кейс информация, которая появляется в СМИ: газетах,		<u>вымышленный.</u> Ситуации, которые являются условными, разработанными учителями в дидактических целях

из источника в ходе целе- направленного сбора информации.	журналах, новостных порталах, буклетах, информации с презентаций и выставок, а также на сайтах самих организаций	
---	--	--

1.2. Кейс-технологии в образовательном процессе

Впервые работа с кейс-технологиями в рамках образовательного процесса была реализована в Гарвардской школе бизнеса в 1908 г.

В России данная технология стала использоваться недавно, лишь в последние три, четыре года.

Кейс-технологии являются одним из методов, которые помогает школьникам справиться с разрывом между теорией и практикой, между устаревшими программами обучения и жизненными ситуациями.

Этот метод в последнее время стал широко использоваться и в школьном образовании.

«Эта технология развивает у учащихся креативное и логическое мышление, умение выслушивать альтернативную точку зрения и формировать собственную, применять и анализировать эффективность применения собственных логических, аналитических и творческих способностей и навыков; а также, развивает умение коммуникации и работы в команде для поиска наиболее рационального решения»[14, С. 42]. Этот метод сейчас широко распространен в практике обучения в среднем и высшем звене образования, и может быть успешно применен и для обучения по разным дисциплинам в школе, в т.ч. для преподавания математике.

«Школьники, особенно в старших классах, позитивно относятся к этому методу, кейс-технология позволяет им сформировать, показать и доказать свое мнение, что способствует становлению личности, формирует

позитивное отношение и мотивацию к обучению.

Кейс-метод подразумевает изучение опыта конкретной организации и применение тех или иных решений при возникновении определенной задачи, а также изучение абстрактной ситуации и ее анализ. Кейс-метод не всегда подразумевает творческую работу по поиску самого решения или альтернативного решения, в то время как метод конкретных ситуаций подразумевает не только анализ конкретной ситуации и разбор ее решения сотрудниками организации, но и выработку собственного решения.

Кейс-метод подразумевает применение вымышленных ситуаций для того, чтобы научиться решать наиболее типичные, в методе конкретных ситуаций вымышленные случаи, как правило, не используются, берутся только действительно произошедшие, т.е. конкретные ситуации»[5, С. 32].

Кейс-метод может не подразумевать наличия готового решения в принципе, либо опираться на уже имеющееся решение, в методе конкретных ситуаций решение всегда есть, поскольку ситуация произошла и была решена сотрудниками организации, однако в кейс-методе ученики либо предлагают решение, либо анализируют принятое, в методе конкретных ситуаций они анализируют принятое решение, разбирают и ситуацию, и решение, ищут недостатки и достоинства в принятом решении и вырабатывают свою версию.

Отметим основные преимущества и недостатки применения метода кейс-технологий в обучении представлены в таблице 2.

Таблица 2 – Преимущества и недостатки

Преимущества	Недостатки
1. Кейс-технологии имеют ярко выраженную практическую направленность, поскольку обучающийся, на какое то время становится руководителем данной ситуации и полностью сам управляет ей.	1. Кейс может иметь несколько вариантов решения, а не одно, конкретного решения и учителю непросто оценить решение ученика или найти компромисс между запланированным и предложенным

	решением кейса
2. Обучающиеся за счет применения кейс-технологий не только изучают, но и применяют изученную теорию на конкретных практических примерах, отрабатывают как стандартные, так и нестандартные схемы решений различных проблем, а также учатся находить альтернативы типовым решениям.	2. На разработку кейсов у учителя обычно уходит много времени.
3. Учащийся получает возможность в свободной форме осуществлять общение со всеми участниками в процессе дискуссии, а также ему предоставляется возможность выразить свою точку зрения на решение в данной ситуации.	3. Не все темы, изучаемые в школьной программе могут быть описаны с помощью кейсов
4. У учителя появляется возможность системной оценки знаний, умений и навыков школьников как на основе наблюдения за дискуссиями, так и на основе защиты докладов по решению кейса. Также он получает возможность использовать коллективный разум и практический опыт, полученный самими школьниками в процессе решения кейса.	4. Постоянное применение кейсов может привести к тому, что обучающиеся могут привыкнуть к постоянной яркой мотивации в изучении и потеряют совсем интерес к темам, которые преподаются без кейс-технологий.
5. Использование кейсов экономит учебное время, так как кейсы, обычно, выдаются школьникам до начала занятия.	

Выделим некоторые особенности кейс-метода:

1. Этот метод является одной из разновидностей исследовательской деятельности, а также его можно отнести и к одной из разновидностей проектной технологии, поскольку он предполагает выработку алгоритма решения проблемы, изложенной в кейсе. То есть кейс в данном случае выступает и как проблема исследования, и как источник информации для создания плана действий как в проектной деятельности.

2. Кейс-метод может быть применен как для коллективного так и для

индивидуального обучения.

3. Кейс-метод способствует созданию ситуации успеха. А в свою очередь, ситуация успеха служит основой для формирования позитивной мотивации к учебной деятельности, познавательной и исследовательской активности.

Конечно, главная задача учителя при применении данного метода – это создать максимально интересную для обучающихся ситуацию.

Кейс-технологии позволяют развивать следующие навыки:

- *аналитические навыки*: умение отличать данные от информации, классифицировать, выделять существенную и несущественную информацию, анализировать, представлять и добывать ее, находить пропуски информации и уметь восстанавливать их, мыслить ясно и логично.

- *практические навыки*: пониженный специально по сравнению с реальной ситуацией уровень сложности проблемы, представленной в кейсе способствует более легкому формированию на практике навыков использования теории, методов и принципов, позволяет преодолевать барьер трудности теории.

- *творческие навыки*: чтобы решить ситуацию очень важны также умения применять творческие навыки в генерации альтернативных решений.

- *коммуникативные навыки*: умение вести дискуссию, убеждать окружающих, защищать собственную точку зрения, убеждать оппонентов, составлять краткий, убедительный отчет.

- *социальные навыки*: умение слушать, поддерживать в дискуссии или аргументировать противоположное мнение, контролировать себя и т.д.

- *самоанализ*: несогласие в дискуссии способствует осознанию и анализу мнения других и своего собственного.

Таким образом, образовательный эффект кейс-метода заключается в следующем (рисунок1):



Рисунок 1 – Образовательный эффект кейс-метода

1.3. Содержание, принципы создания и методы кейс-технологий

Содержание кейсов.

В комплектацию кейса для образовательного процесса должно входить следующее:

- текст с ситуацией, проблемой для обсуждения,
- если необходимо, то приложения, в которых представлена дополнительная информация,
- выводы в виде предлагаемого решения и возможные последствия принятого решения,
- методические пояснения для учителя, а также приведен разбор ситуации с точки зрения автора.

Принципы создания кейса.

Можно выделить несколько этапов при организации занятий с использованием кейс-технологий: подготовительный и этап проведения, который подразделяется на ознакомительный, аналитический и итоговый, они представлены на рисунке 2.



Рисунок 2 – Этапы организации занятий с применением кейс-метода

Рассмотрим подробнее.

На подготовительном этапе учителя создают кейс, а именно: формулируется само задание, описывается ситуация в этом задании, а также формируются ее обучающие основы и разрабатываются методические рекомендации к решению этого кейса и его оцениванию.

Затем преподаватель составляет суть проблемной ситуации в виде основного вопроса или списка вопросов, на которые ученикам предстоит найти ответ.

На этапе проведения сначала проходит ознакомление с кейсом. Учитель погружает обучающихся в ситуацию, описанную в кейсе и стимулирует решить ее.

Решение кейса обычно проводится в таком порядке:

1. Ознакомление с ситуацией, погружение в сюжет.
2. Нахождение основной проблемы ситуации – самым преподавателем или группами учеников в ходе дискуссии (где в ситуации

есть противоречия, в чем сложность проблемы).

3. Формулировка проблемы и отбор наиболее точных представлений о проблеме в итоге фронтального мозгового штурма и дискуссии.

4. Поиск гипотетических решений и выходов из ситуации на основе мозгового штурма и презентаций решений от малых групп.

5. Проверка представленных рабочих гипотез в ходе фронтальной дискуссии под контролем и при участии преподавателя. Поиск дополнительной информации из других источников, если это необходимо – преподаватель должен учитывать необходимость предоставления дополнительных пособий, литературы, справочников. Иногда дополнительная информация распечатывается заранее и предлагается учащимся в тот момент, когда они доходят логическим анализом до необходимости ее запроса.

6. Принимается общее коллективное решение.

7. Проводится его доказательство и аргументация.

8. Проводится рефлексия хода решения кейса.

Использование кейсов в процессе обучения требует подготовленности обучающихся, наличия у них навыков самостоятельной работы, умения работать с текстом, коммуникативного взаимодействия, навыков решения проблемных вопросов. Неподготовленность обучающихся, неразвитость их мотивации может приводить к поверхностному обсуждению кейса.

Приемы и средства обучения при применении метода кейсов.

Существует 3 возможные стратегии применения сочетания различных приемов и средств обучения, применяемых преподавателя:

1. Преподаватель будет давать ключи к разгадке в форме дополнительных вопросов или (дополнительной) информации в процессе работы учащихся над кейсом.

2. Преподаватель будет сам давать ответ или подтверждать, верно ли

выбранное направление действий учащихся.

3. Преподаватель предоставляет учащимся полную свободу действий, и оценивает решение кейса на этапе его презентации и рефлексии.

Итак, можно сказать о том, что кейс-технология представляет собой инструмент для применения теоретических знаний, умений и навыков к решению практических задач с помощью задействования освоенных на определенном уровне ключевых компетенций. Эта технология развивает у учеников готовность и способность мыслить креативно и нестандартно, умение высказывать и выслушивать мнение, преподносить и аргументировать выводы. Кейс-технология способствует освоению оценочной, аналитической, исследовательской и познавательной активности и деятельности, развивает умение работать в команде и искать наиболее эффективный и рациональный путь решения представленной задачи.

Для средней школы **основными методами** кейс-технологий являются следующие методы (рисунок 3):



Рисунок 3 – Основные методы кейс-технологий

В центре внимания **метода инцидентов** находится процесс получения информации. Его целью является поиск информации самим учеником: сбором, систематизацией и анализом информации. Школьникам выдается кейс не в полном объеме. Оно может быть устным или письменным,

например, «Случилось...» или «Произошло...».

Основой **метода разбора деловой корреспонденции** является работа с официальными бумагами, документами, относящимися к той или иной организации, ситуации.

Участники получают от учителя папки с одинаковым набором документов. Основная его цель — занять позицию человека, ответственного за работу с «входящими документами», и справиться со всеми задачами, которые эта работа подразумевает.

Целью кейса **игрового проектирования** является процесс создания или совершенствования проектов.

Участников разбивают на группы, и каждой группой разрабатывается свой проект, причем проекты могут быть разного типа: исследовательский, поисковый, творческий, аналитический, прогностический.

Ситуационно-ролевая игра

Целью ситуационно-ролевой игры является то, чтобы в виде инсценировки создать перед аудиторией ситуацию, а после дать возможность оценить поступки и поведение участников игры.

Самым распространенным видом этого метода является ролевая игра.

Метод дискуссии представляет собой обмен мнениями по какому-либо вопросу в соответствии с более или менее определёнными правилами процедуры. Групповые и межгрупповые дискуссии относятся к интенсивным технологиям обучения.

Глава 2. Методические особенности применения кейс-технологий в процессе обучения школьников основам теории графов

2.1. Анализ учебной литературы, относительно темы исследования

Несмотря на то что, использование графов при решении задач позволяет решение оформить более наглядно, в большинстве школьных учебников не содержатся сведений о графах. Только в некоторых учебниках представлены задания, решение которых осуществляется посредством графов, но эти математические объекты никак не обозначены. Поэтому ученики даже не подозревают о существовании графов.

Приведем обзор учебников, включивших в себя задания, решение которых происходит посредством графов.

В учебнике **Н.Я. Виленкина “Математика 5 класс”** имеется задача №228: «Сколько трехзначных чисел можно составить из цифр 2, 4, 6, 8, если цифры в записи числа не повторяются?» [7; с.39].

Решение, которое представлено в этом учебнике, базируется на изображении всевозможных комбинаций в виде графа, называемом деревом (рисунок 4).

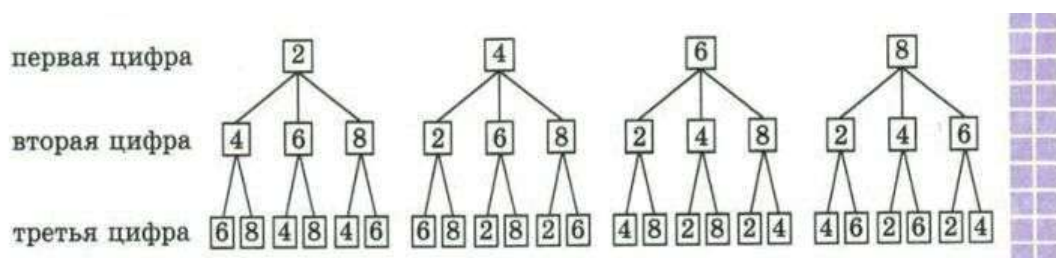


Рисунок 4 – Граф, к решению задачи №228

Ответ. 24.

Здесь же есть задача № 388:

«Из села Аникеево в село Большово ведут четыре дороги, а из села Большово в село Виноградово – три дороги как изображено на рисунке 5. Сколькими способами можно добраться из Аникеева в Виноградово через село Большово?» [7; с.63].

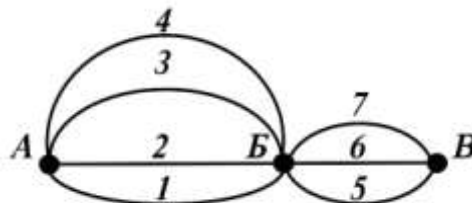


Рисунок 5 – Задача № 388

В решении этой задачи можно воспользоваться следующим представлением пути в виде графа, изображенного на рисунке 6:

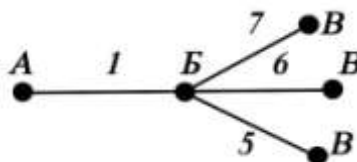


Рисунок 6 – Путь в виде графа

Аналогично проводятся рассуждая для других дорог, делается вывод, что всего получается $4 \times 3 = 12$ способов.

В этом же учебнике решение задачи № 694 также удобнее изобразить в виде графа-дерева:

«Семье, состоящей из бабушки, папы, мамы, дочери и сына, подарили 5 разных чашек. Сколькими способами можно разделить чашки между членами семьи?» [7; с.106].

Варианты выбора чашек всем членами семьи можно изобразить в виде следующего графа (рисунок 7).

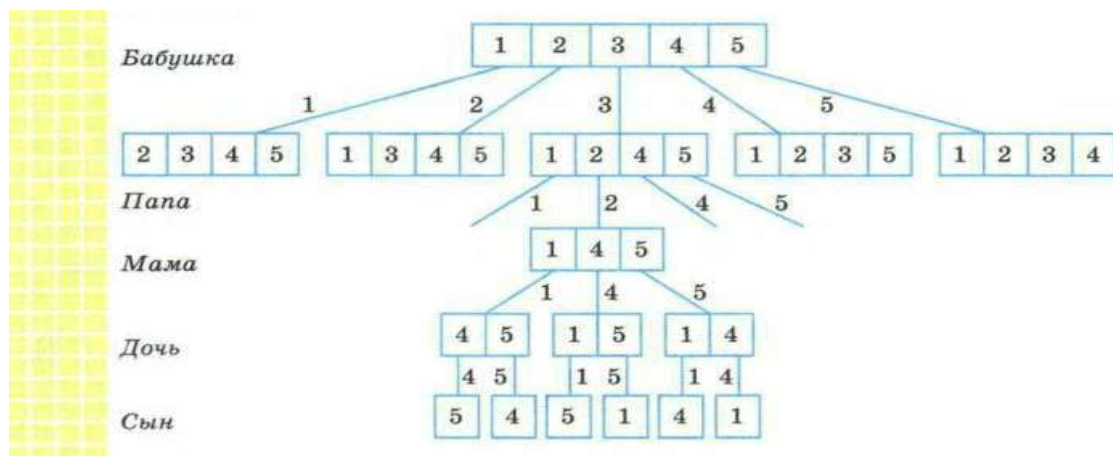


Рисунок 7 – Граф – дерево, к решению задачи

Получаем, $5 \times 4 \times 3 \times 2 \times 1 = 120$ способа.

В учебнике этого же автора Н.Я. Виленкина для 6 класса также имеются задачи, в решении которых используются графы.

Задача №512: “Нужно срочно доставить 9 пакетов в пункты, указанные на плане, изображенного на рисунке 8, звездочкой. Посыльный, посмотрев на план, быстро сообразил, как ему ехать. Он вручил пакеты, объехав пункты, ни разу не проезжая дважды одним и тем же путем. Какой маршрут выбрал посыльный?” [9; с.83].

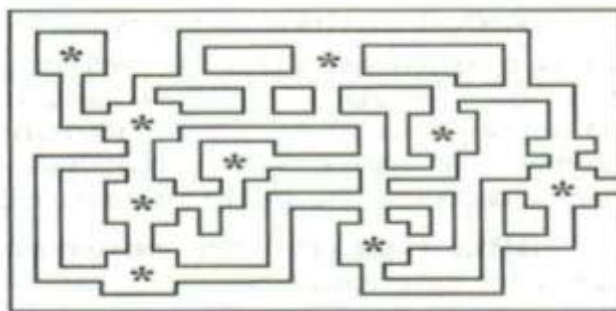


Рисунок 8– План к задаче №512

Задача №585: “На озере находятся 7 островов, которые соединены между собой мостами так как показано на рисунке 9. На какой остров должен доставить катер путешественников, чтобы они могли пройти по каждому мосту и только один раз? С какого острова катер должен снять этих людей? Почему нельзя доставить путешественников на остров 1?” [9; с.95].

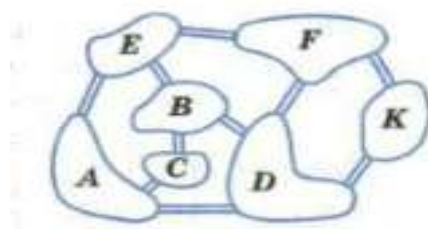


Рисунок 9 – Расположение островов

В упражнении 1220 школьники впервые узнают о таких понятиях как «граф», «вершина графа», «ребро графа». “Решать некоторые математические задачи помогают специальные схемы, состоящие из точек и соединяющих их дуг или стрелок. Такие схемы называют графами, точки называют вершинами графа, а дуги – ребрами графа. Ответьте на вопросы, используя графы.

а) В спортивном зале собрались Витя, Коля, Петя, Сережа и Максим (рисунок 10.а). Оказалось, что каждый из мальчиков знаком только с двумя другими. Кто с кем знаком? (Ребро графа означает “мы знакомы”).

б) Во дворе гуляют братья и сестры одной семьи. Кто из этих детей мальчики, а кто девочки (рисунок 10.б)? (Пунктирные ребра графа исходят от сестер, сплошные - от братьев).” [9; с.210].

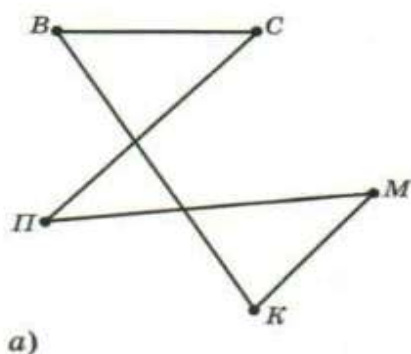
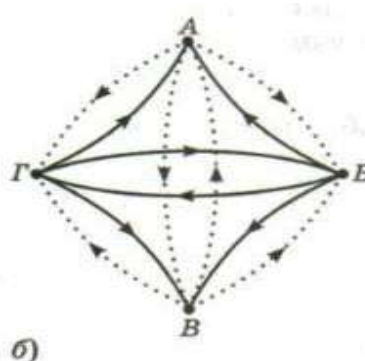


Рисунок 10 – Специальные схемы

Рассмотрим учебник “Математика. 5 класс” под редакцией Г.Б. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина.

В разделе “для тех, кому интересно” рассматривается обрисовка фигуры непрерывной линией, то есть «одним росчерком».

Задание №67: “1) назовите все узлы линии, изображенной на рисунке 11.а), начав с которых ее можно обвести одним росчерком. Начертите в тетради эту линию одним росчерком, отметьте начало движения и покажите стрелками направление движения. 2) Выполните такое же задание для линий, изображенных на рисунке 11.б) и 11.в)” [8; с.20].

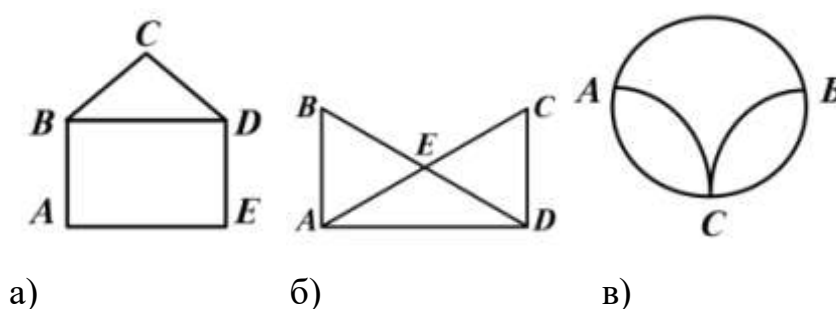


Рисунок 11 – Задача № 67

№ 68. “Начертите непрерывной линией звезду несколько раз, начиная движение из разных узлов, изображенную на рисунке 12.” [8; с.20].



Рисунок 12

– Задача № 68

№70. “Начертите одним росчерком линию, изображенную на рисунке 13.”[8; с.20].

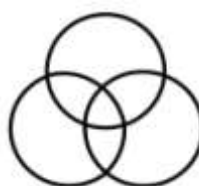


Рисунок 13 – Задача №70

В этом же учебнике имеются также как и у Н.Я. Виленкина задачи на перебор различных вариантов. Это № 162: “Сколько новых чисел можно получить из числа 546, переставляя его цифры?” [8; с.41], аналогично упражнение № 165.

Есть задачи на раскраску графов. Например, № 173: “Начертите окружность и отметьте на ней три точки. Обведите получившиеся при этом дуги карандашами разных цветов. Сколько карандашей вам потребовалось? Сколько дуг у вас получилось?” [8; с.43].

В учебнике “Геометрия 7-9 класс” И.М. Смирнова, В.А. Смирнов теории графов посвящено три параграфа, это 24, 25 и 26. В них рассматриваются основные понятия графов, теорема Эйлера и проблема четырех красок. Содержатся значительное количество увлекательных задач, среди которых определить какие из изображенных графов являются уникурсальными (рисунок 14), нарисовать фигуры, изображенные на картинке одним росчерком (рисунок 15), раскрасить карты, а также различные задачи на доказательства.

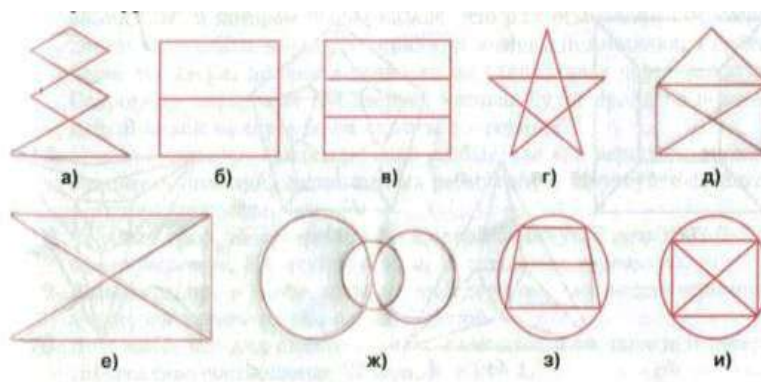


Рисунок 14 – Найти уникурсальные графы.

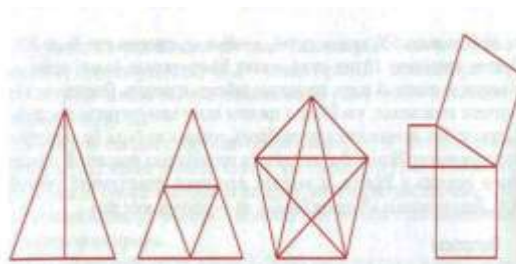


Рисунок 15 – Нарисовать одним росчерком.

Задачи.

1. “Сможет ли экскурсовод провести посетителей по выставке так, чтобы они побывали в каждом зале только один раз? Соответствующий граф приведен на рисунке 16. Вершины графа – это вход, выход, двери, соединяющие залы, перекрестки, а ребра – залы и коридоры. Где на выставке следовало бы сделать вход и выход, чтобы можно было провести экскурсию по всем залам, побывав в каждом из них в точности один раз?” [16; с.109].

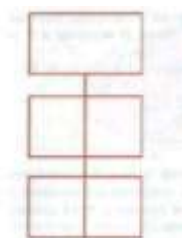


Рисунок 16 – Соответствующий граф к задаче 1

2. “Возьмите карту Санкт–Петербурга и определите, можно ли, прогуливаясь по городу, обойти все дворовые мосты ровно по одному разу?” [16; с.109].

3. “На рисунке 17 изображен план подземелья, в одной из комнат которого скрыты богатства рыцаря. После его смерти наследники нашли завещание, в котором было сказано, что для отыскания сокровищ достаточно войти в одну из крайних комнат подземелья, пройти через все двери, причем в точности по одному разу через каждую. Сокровища скрыты за той дверью, которая будет пройдена последней. В какой комнате были скрыты сокровища?” [16; с.109].

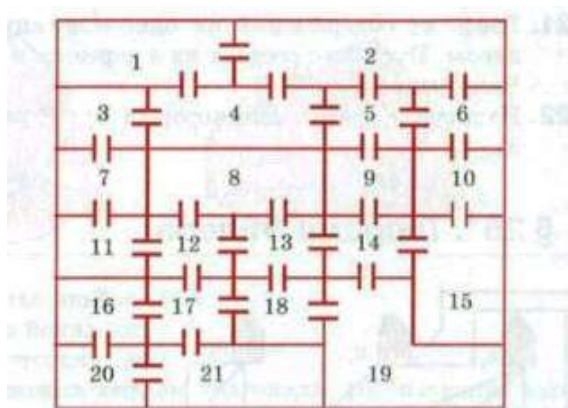


Рисунок 17– План подземелья к задаче 3. Учебник “Геометрия 7-9 класс”

2.2. Олимпиадные задания на тему графы

Проанализировав всевозможные олимпиады школьников, было замечено, что почти в каждой олимпиаде найдется хотя бы одна задача, решение которой основано на использовании графов.

Рассмотрим некоторые из них:

Задача 1. «В классе 28 человек. Каждая девочка дружит с 4 мальчиками, а каждый мальчик – с 3 девочками. Сколько в классе мальчиков и девочек?» [6] (Международный математический конкурс-игра «Кенгуру», 2013-2014, 9 кл.)

Варианты ответа:

- А) 16 –девочек и 12 мальчиков,
- Б) 18 –девочек и 10 мальчиков,
- В) 12 –девочек и 16 мальчиков,
- Г) 10 –девочек и 18 мальчиков,
- Д) 14 –девочек и 14 мальчиков.

Комментарий к решению. Надо ввести две переменных: первая – количество девочек, вторая – количество мальчиков. Пусть дети соответствуют вершинам графа, а их дружба – ребрам графа. Далее составить систему из двух уравнений, в первом подсчитываем количество вершин, а во втором – количество. Ответ. А).

Задача 2. «В компании 100 детей, некоторые дети дружат. Известно, что при выделении любого ребенка оставшиеся 99 детей можно разбить на 33 группы по три человека так, что в каждой группе все трое попарно дружили. Найдите наименьшее возможное количество пар дружащих детей» (Региональный этап Московской математической олимпиады, 2017–2018 уч. г., 9 кл.) [12].

Комментарий к решению. Ребенка обозначим вершиной графа, а наличие дружбы между ними обозначать будем ребром. Далее рассматриваются частные случаи: когда имеется только одна «тройка» дружащих детей, потом рассматривается две таких «тройки» дружащих детей и после выдвинуть гипотезу о том, что если граф содержит n «троек» дружащих детей, то в нем будет $3n+1$ вершин и $6n$ ребер ($3n$ ребер в n «тройках» и одна вершина, соединенная со всеми другими вершинами дает еще $3n$ ребер). Данная гипотеза доказывается методом математической индукции. После доказательства данное утверждение применяется при $n=33$.
 Ответ. 198.

Задача 3. «В области 15 деревень, каждая деревня соединена дорогами не менее, чем с семью другими. Докажите, что из каждой деревни можно добраться в любую другую.» [15] (Санкт-Петербургская олимпиада школьников по математике, 2012 г., 9 кл.)

Комментарий к доказательству. Доказательство проводится методом от противного. Пусть A и B – две произвольных деревни. Строят часть графа, соответствующего условию задачи (рисунок 18).

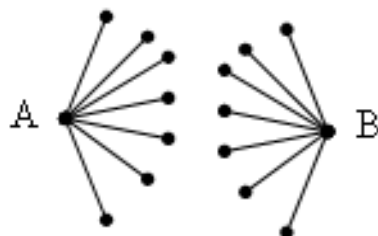


Рисунок 18 – Часть графа, соответствующий условию задачи

Получают противоречие, что в районе должно быть не менее 16 различных деревень, что противоречит условию задачи. Делают вывод, что предположение не верно.

Задача 4. «В сказочном государстве от одного города до другого можно добраться только на самолете. Известно, что из столицы выходит 2011 авиалиния, из города N – одна, а из всех остальных городов, – по 20.

Докажите, что из столицы можно долететь в город N .» [15] (Санкт-Петербургская олимпиада, городской тур, 8кл., 2011г.)

Комментарий к доказательству. Доказательство основывается на использовании понятия связности графа и использовании теоремы о четном числе нечетных вершин.

Задача 5. «В стране 100 городов. Между любыми двумя городами либо нет соединения, либо налажено авиасообщение, либо есть железная дорога (одновременно и авиасообщение, и железной дороги быть не может). Известно, что если два города соединены с третьим железной дорогой, то между ними есть авиалиния, а если два города соединены с третьим авиалиниями, то между ними есть железная дорога. Из-за стихийного бедствия отменила все авиарейсы в стране. Правительство постановило в некоторых городах разместить центры гуманитарной помощи, причем так, чтобы из каждого города можно было добраться в подобный центр. Докажите, что необходимо открыть хотя бы 20 таких центров.» [12] (Школьный тур Московской олимпиады по математике, 2018-19 уч.г., 9 кл.)

Комментарий к доказательству. Сначала доказывается методом от противного, что никакой город не соединен железной дорогой более чем с 2-мя городами другими. Про такие города связанные железной дорогой будем говорить, что они соединены «цепочкой». Далее доказывается, что такие «цепочки» состоят не более 5 вершин. И делается вывод, что чтобы из каждого города можно было добраться до гуманитарного центра, его необходимо открыть в каждой такой «цепочке». Значит, этих центров надо хотя бы 20.

Задача 6. В квадрате отметили 40 точек и соединили их непересекающимися отрезками друг с другом и с вершинами квадрата, так что квадрат разбился на треугольники. Сколько треугольников получилось? (Международный математический конкурс-игра «Кенгуру», 2016г., 9-10 кл.)
Варианты ответа:

А)1200 Б)10 В)12 Г) 82 Д) 120. [7]

Комментарий к решению. Пусть заданные точки и вершины квадрата являются вершинами графа, а ребрами будут являться отрезки соединяющие их и стороны квадрата. Поскольку граф является плоским, то для него справедлива теорема Эйлера. Ответ. Г).

Задача 7. «Сидор- сын брата жены Петра. Тогда Петр –Выберите правильный вариант ответа:

- а) отец жены брата Сидора,
- б) отец брата жены Сидора,
- в) отец мужа сестры Сидора,
- г) муж сестры матери Сидора,
- д) муж сестры отца Сидора» [7].

(Международный математический конкурс-игра «Кенгуру», 2018г., 7-8 кл.)

Комментарий к решению. Строим граф-дерево, соответствующее генеалогическому древу данной семьи. По этому графу-дереву видно, что Петр- муж сестры отца Сидора. Ответ. Д).

Задача 8. “На вечеринке собралось 24 человека. Гость считается интровертом, если у него не более трех знакомых среди остальных гостей. Оказалось, что у каждого гостя не менее трех знакомых – интровертов. Какое количество интровертов могло быть на вечеринке? Приведите все ответы и докажите, что других нет” [13]. (Олимпиада школьников Курчатова по математике, 2019 год, заключительный этап, 9 класс).

Задача 9. “В королевстве живут графы, герцоги и маркизы. Однажды каждый граф сразился на дуэли с тремя герцогами и несколькими маркизами. Каждый герцог сразился на дуэли с двумя графами и шестью маркизами. Каждый маркиз сразился на дуэли с тремя герцогами и двумя графами. Известно, что все графы сразились с равным числом маркизов. Со сколькими маркизами сразился каждый граф?” [2].(Всероссийская олимпиада

школьников по математике, школьный этап ВсОШ для Москвы, 2020 год, 6 класс).

Комментарий к решению. Последовательно строится граф встреч, в котором графам сопоставим вершины A_n , герцогам – B_n , маркизам – C_n , удовлетворяющий условию задачи. (рисунок 19 а)-д).

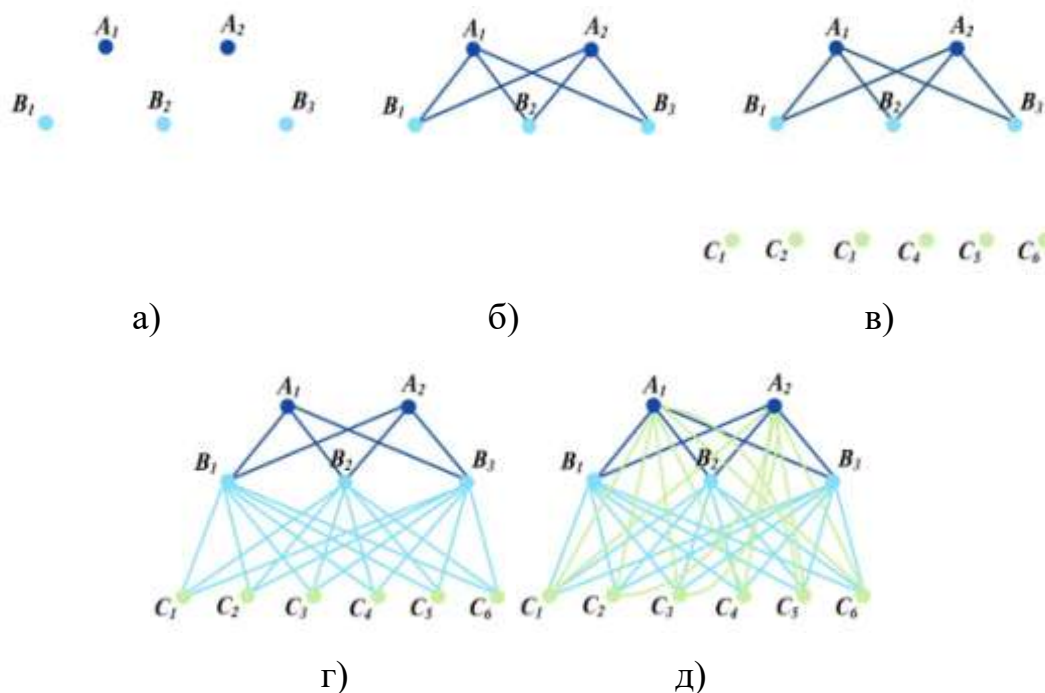


Рисунок 19– Граф встреч

Из данного графа, получаем ответ – 6.

Задача 10. “У Кощея Бессмертного есть 11 больших сундуков. В некоторых из них лежит по 8 средних сундуков. А в некоторых средних лежит по 8 маленьких сундуков. В сундуках больше ничего не лежит. Всего у Кощея 102 пустых сундука. Сколько всего сундуков у Кощея?” [2]. (Всероссийская олимпиада школьников по математике, школьный этап ВсОШ для Москвы 14 – 20 октября 2019 года, 7 класс).

Задача 11. “Архипелаг состоит из нескольких малых островов и одного большого. Было решено построить мосты между островами так, чтобы большой остров соединялся с каждым малым островом двумя мостами, а любые два малых острова были соединены одним мостом.

К 1 ноября были построены все мосты между малыми островами и несколько (не менее одного) мостов, ведущих на большой остров, – всего 28 мостов. Сколько всего островов в архипелаге?” [2]. (Всероссийская олимпиада школьников по математике, школьный этап ВсОШ для Москвы 14 – 20 октября 2019 года, 8 класс).

Комментарий к решению. Решение, основано на том, что для графа, построенного по данной этой задаче, применяется теорема о том, что сумма степеней всех вершин графа равна удвоенному количеству всех ребер. Поскольку ребер, соответствующих количеству мостов, по условию 28, то удвоенное их количество, это 56. Следовательно, сумма степеней всех вершин полного графа так же равна произведению 8 и 7. Поскольку в полном графе каждая из 7 вершин не может иметь степень равную 8, то граф состоит из 8 вершин. Подтверждается это построением такого графа (рисунок 20).

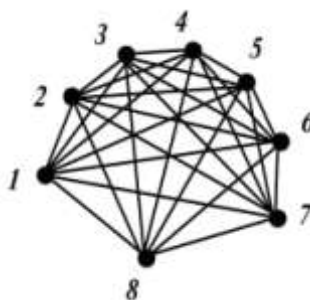


Рисунок 20 – Граф, обозначающий острова архипелага

Задача 12. “Полина хочет раскрасить восемь кружков на рисунке в три цвета так, чтобы любые два кружка, соединенные отрезком, были покрашены в разные цвета. Какие два кружка на рисунке 21 будут обязательно покрашены в один цвет?” [6]. (Международный математический конкурс – игра “Кенгуру”, 21 марта 2019 год, 9 класс).

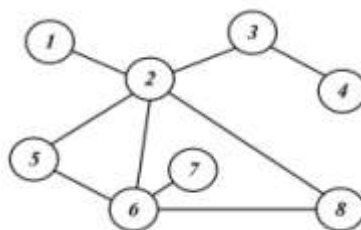


Рисунок 21– Схема к задаче

Комментарий к решению. Решение основано на подсчете степеней каждой вершины и проверки выполнения условия задачи. И доказывается, что при любых комбинациях окраски, одновременно в один и тот же цвет будут окрашены вершины под номером пять и номером восемь. После можно привести следующие примеры раскраски (рисунок 22):

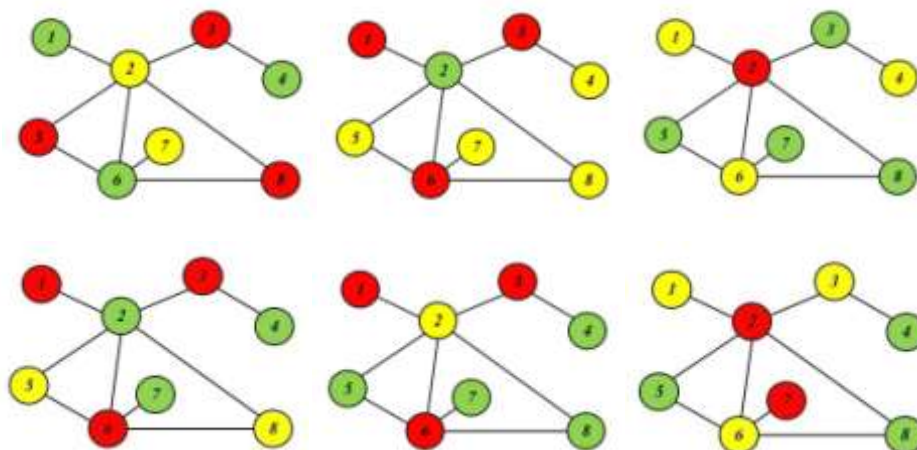


Рисунок 22 – Варианты раскраски графа

2.3. Разработка факультативного курса “Таинственные графы”

Факультатив “Таинственные графы” рассчитан для обучающихся 9 класса общеобразовательных школ рассчитан на 10 занятий. Причем каждое занятие проводится обязательно с использованием кейс-метода.

Цель курса: познакомить с основными терминами и фактами из теории графов, а также показать их возможную практическую направленность и применение в жизни.

Задачи:

- обучение решению задач с использованием теории графов;
- развитие абстрактного мышления, воображения;
- формирование аналитических навыков.

Формы организации деятельности учащихся: групповые и индивидуальные.

Темы, предлагаемые для рассмотрения на данном факультативе не входят в школьную программу.

Тематическое планирование предлагаемого курса приведено в таблице 1.

Таблица 1 – Тематическое планирование факультативного курса

Учебно-тематический план

№ п/п	Тема занятия	Кол-во часов
1.	Граф и его элементы. Некоторые свойства и теоремы.	2
2.	Обходы графов. Эйлеров и гамильтонов циклы. Задачи о мостах. Рисование фигур единым росчерком.	2
3.	История лабиринтов. Геометрическая постановка задачи о лабиринте. Способы прохождения лабиринта. Лабиринты и графы.	2
4.	Графы и правильная раскраска карты. Задача четырех красок. Графы с цветными ребрами.	2
6.	Дерево и лес. Применение деревьев в решении различных задач.	2
7.	Графы и логические задачи.	2
9.	Применение теории графов в различных областях науки и техники.	2
10.	Квест.	4

2.4. Разработки кейсов для проведения занятий по курсу “Графы”

Занятие 1. *Граф и его элементы. Некоторые свойства и теоремы.*

Ориентированные графы.

Сначала выполняем с учащимися задания, решение которых основано на графическом представлении данных в виде графа. Обращаем внимание школьников на то, что при использовании графического представления решение задачи очень легкое.

Далее даем определение графа, объясняем учащимся, что такое вершины и ребра графа. Закрепляем информацию жизненными примерами использования графов (транспортные сети, социальные отношения и др.)

После можно дать краткую историческую справку о графах.

Далее вводим определение пустого графа. Некоторые вершины пустого графа соединяем ребрами и добавляем понятия смежных вершин. Соединяем оставшиеся вершины и получаем полный граф. Затем, учим определять степень вершины на примерах полных графов.

Решаем кейс – задачу о шахматном турнире, представленный на слайде, изображенном на рисунке 23.

В школе между учениками 9 класса проводится шахматный турнир по круговой системе.
Каждая пара игроков встречается между собой ровно один раз.
В турнире участвуют семь школьников.
Известно, что Ваня сыграл шесть партий, Толя – пять, Леша и Дима – по три, Семен и Илья – по две, Женя – одну” .

Задание.

Необходимо определить с кем играл каждый участник.



Рисунок 23 – Кейс – задача о шахматном турнире

Ожидаемое решение.

В ходе решения школьники составляют граф встреч, в котором 1 соответствует Ване, 2 – Толе, 3 и 4 – Леше и Диме, 5 и 6 – Семену и Илье, 7 – Жене. Из графа школьникам видно, что Ваня играл с каждым из ребят. Толя играл со всеми, кроме Жени. Леша и Дима играли друг с другом, а так же с Ваней и Толей. Семен и Илья играли друг с другом, а так же с Ваней и Толей. Женя играл только с Ваней. Получаем граф, изображенный на рисунке 24.

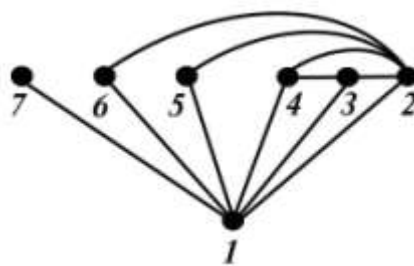


Рисунок 24 – Связный граф

Добавляем к изученным понятиям связный граф.

Затем знакомим школьников с леммой о рукопожатии.

На этом же занятии можно рассмотреть и понятие о двудольном графе (строим граф $K_{3,3}$, а так же $K_{1,p}$ называемый звездой).

Затем школьники, разделившись на группы, выполняют следующее кейс – задание.

“В соревновании по круговой системе с двенадцатью участниками провели все встречи. Сколько встреч было сыграно?” [10, с.42].

Ожидаемое решение.

Учащиеся находят количество ребер в графе с 12 вершинами. Далее вычисляют $\frac{12 \times 11}{2} = 66$ ребер, соответствующие 66 встречам).

После этого, в группе выполняется следующая кейс – задача:

“В теннисном турнире каждый игрок команды “синих” встречается с каждым игроком команды “красных”. Число игроков в командах одинаково и не больше восьми. “Синие” выиграли в четыре раза больше встреч, чем “красные” [10, с. 43]. Необходимо найти из какого числа игроков состоит каждая команда и графически изобразить рукопожатие всех членов команды с соперниками.

Ожидаемое решение.

Сначала находим число ребер в графе n^2 . Следовательно, $4x + x = n^2$. Отсюда получаем, что $n = 5$. Школьники составляют двудольный граф, представляющий дружеское рукопожатие обеих команд (рисунок 25) и повторяют его так, как указано в графе.

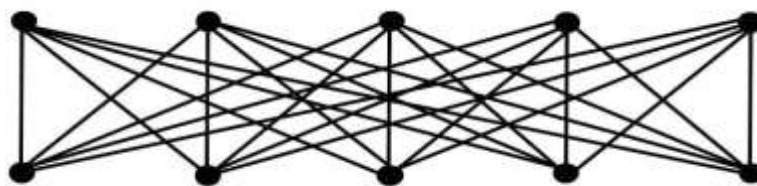


Рисунок 25– Граф $K_{5,5}$, изображающий состав команд

На этом занятии учителю можно для самостоятельного выполнения предложить школьникам решить следующий практический кейс – изложение метода инцидента. Он предлагает школьникам помочь решить проблему, возникшую у директора кафе, связанную с рассадкой гостей. Информацию по этому кейсу учитель школьникам дает в виде следующего слайда (рисунок 26)

г. Пенза. Кафе “Удача”. 18:00.

Управляющий: Елизавета Викторовна, я подготовил отчет за прошлый месяц.

Директор: Ну, что же тут у нас? Да, кафе переживает не лучшее время.

Управляющий: Несмотря на постоянные акции, клиентов совсем мало. Кризис. Еще и заказ на проведение мероприятия отменили. Правда, сегодня приходил один человек, но он готов заказать столик только при одном условии.

Директор: Интересно, каком же?

Управляющий: Он сказал, что в их компании будет двенадцать человек. Но среди трех любых человек из этой компании двое будут знакомы друг с другом и двое увидятся впервые. А каждый из них хочет сидеть за столом рядом со своим знакомым. Если мы сумеем рассадить их так за нашими крупными столами, то можем рассчитывать на заказ. Для его подтверждения мы должны предоставить план рассадки гостей.

Директор: Учитывая сложившуюся ситуацию, мы должны очень постараться, но не упустить этот заказ.

Задание.

Покажите, существует ли вариант рассадки компании за круглым столом, так чтобы по обе стороны от каждого человека сидели его знакомые.

Рисунок 26 – Граф построения рассадки гостей

Ожидаемое решение.

Для нахождения нужной заказчику рассадки гостей построим граф, в котором люди обозначены вершинами, а ребра соединяют вершины – знакомства соответствующих гостей. По условию задачи подграф (трех вершин) не может быть ни полным, ни пустым. Так как среди любых трех

гостей двое знакомы (соединяем две соответствующие вершины графа), а двое нет (переходим к другим двум вершинам), то получаем граф, рассадки гостей по кругу. Следовательно, гостей можно рассадить, как просит заказчик.

Вводить понятие ориентированного графа можно с решения следующего кейса. После решения этого кейса учащиеся сами увидят главное отличие неориентированного графа от ориентированного.

Кейс – задание для введения понятия ориентированного графа представлено на слайде, изображенного на рисунке 27.

**На улице сильная гроза.
Вы – комментатор.
Идет хоккейный матч.
На льду находятся пять игроков.
Хоккеист №1 сделал передачу, далее игру перехватили другие хоккеисты команды (каждый из них сделал один удар по шайбе), так, что в результате гол забил хоккеист №5. Но из-за погодных условий трансляция прервалась, и зрители не знают, как происходил розыгрыш.**

Задание.
Предложите болельщикам вариант передачи шайбы, изобразив схему розыгрыша .



Рисунок 27 – Ориентированный граф

При решении передачи от одного хоккеиста к другому в этой задаче уже надо изобразить с помощью ребра, с указанием направления. В результате школьники получают изображение ориентированного графа.

Занятие 2. Понятие дерева и леса.

Далее вводим определение дерева (даем примеры использования такого графа: генеалогическое древо, описание алгоритмов и др.). Учим определять число ребер в дереве. Даем определение висячей вершины дерева.

Для этого можно предложить задачу о тропинках в парке, прилагается схема этого парка. И поставить вопрос: можно ли обойти все тропинки только по одному разу и вернуться обратно ко входу в парк?.

Вводим понятие дерева. Знакомим учащихся с алгоритмом Краскала (кейс – задача, решение которого связано с построением остова дерева и применением алгоритма Краскала).

Это практический кейс – иллюстрация, метод ситуативного анализа. Описание кейса имеется на слайде, изображенного на рисунке 28.

Строительная компания "Триумф" возводит жилой комплекс, состоящий из 14 домов. Семь из них уже построены, а оставшиеся семь находится на этапе строительства. В построенных домах завершилась прокладка основных коммуникаций, и теперь, компании предстоит проложить интернет – кабель, соединяющий все уже построенные дома. Чтобы кабель случайно не повредили во время строительных работ, сделать это нужно вдоль дорог. Также, компания заинтересована в том, чтобы проложить интернет – кабель с наименьшими затратами. Схема участка предоставлена на рисунке (числа, стоящие в скобках, показывают расстояние между домами).

Задание.

Предложите компании схему проведения интернет – кабеля, чтобы его длина при этом была минимальной.

Рисунок 28 – Схема участка

Ожидаемое решение.

Для решения этой задачи сначала надо построить граф, отражающий схему данного участка. Вершинами этого графа – дома, построенные на участке, а ребра являются имеющиеся там дороги. Получится граф, изображенный на рисунке 29а.

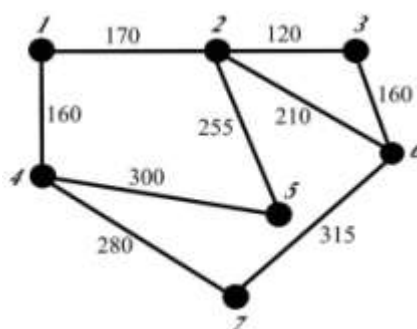


Рисунок 29а– Граф, отражающий схему дорог

После этого надо построить минимальное остовное дерево, используя алгоритм Краскала.

Для этого, берем ребро с минимальной длиной, в нашей задаче это (2, 3).

Вторым и третьим ребрами, соответственно, берем (3, 6) и (1, 4), в любом порядке, поскольку их длины равны. 4-ым ребром выберем ребро (1, 2), 5-ым – ребро (2, 5), 6-ым – ребро (4, 7). На рисунке 29б показан граф, на котором выделены ребра полученного минимального остовного дерева. Итак, получаем схему минимального интернет – кабеля.

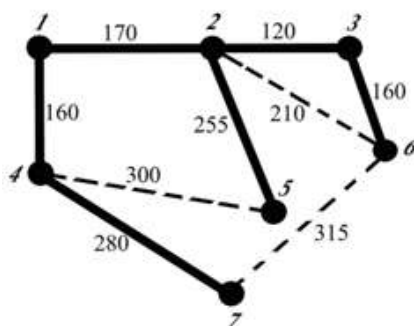


Рисунок 29б – Граф, отражающий схему минимального остовного дерева

Занятие 3. Обходы графов

Даем определение эйлера графа. Вводим понятие эйлера цикла. Затем разбираются основные способы решения задач о лабиринтах и задач о мостах.

Далее учитель предлагает решить практический кейс– иллюстрацию метода ситуативного анализа. Условие этого кейса и задание к нему представлены на слайдах, изображенных на рисунке 30 и 31.

В городе есть парк культуры и отдыха, расположенный на шести островах, соединенных мостами.

В праздничные дни в парке проходит развлекательное мероприятие, где на каждом острове представлен свой вид деятельности (танцы, спектакль, кинопросмотр, аква–гримм, спортивные соревнования, кулинарное шоу).

Для того, чтобы попасть на мероприятие нужно приобрести специальный пропуск, дающий право единожды пройти по каждому из мостов архипелага.

Владельцы парка задались вопросом, смогут ли посетители опробовать все развлечения на празднике?

Схема парка представлена на рисунке.

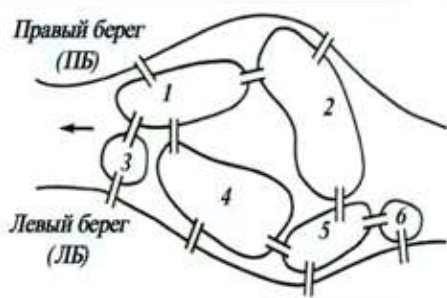


Рисунок 30 – Условие к кейсу о парке культуры и отдыха

Задание.

- 1. Определите, смогут ли посетители, начав с одного из островов парка, побывать на всех развлечениях, представленных на празднике, и вернуться на исходный остров.**
- 2. В случае отрицательного ответа, определите, какое количество мостов нужно построить владельцам парка, чтобы у посетителей появилась такая возможность.**
- 3. Обрисуйте маршрут посетителя парка в этом случае.**



Рисунок 31– Задание к кейсу о парке культуры и отдыха

Ожидаемое решение.

1) Сначала учащиеся строят граф, соответствующий условию (рисунок 32), где острова обозначаются вершинами, мосты – ребрами.

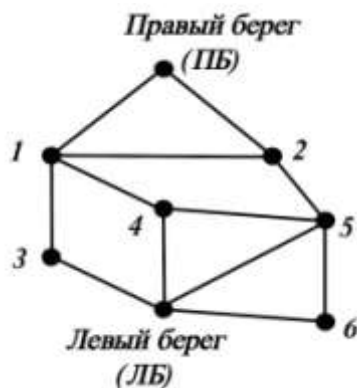


Рисунок 32 – Граф, соответствующий схеме дорог парка

Вопрос задачи перефразируется как: «Является ли этот граф эйлеровым или нет?». Для этого на основании теоремы просто надо выяснить: каждая ли у него вершина четной степени? Выясняют, что он не эйлеровый. Значит, делают вывод, что не смогут.

2) Чтобы у посетителей появилась такая возможность надо чтобы все вершины были четными. Для этого необходимо соединить вторую и четвертую вершину ребром. Полученный граф изображен на рисунке 33

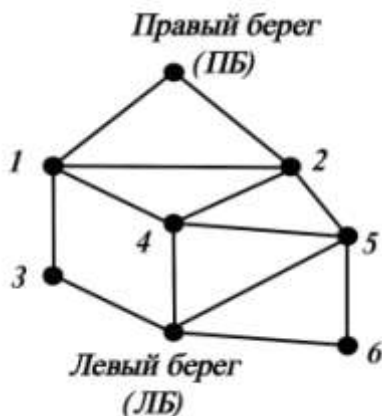


Рисунок 33 – Количество мостов

Ответ: надо построить один мост.

3) Ученики обрисовывают новый маршрут (рисунок 34)

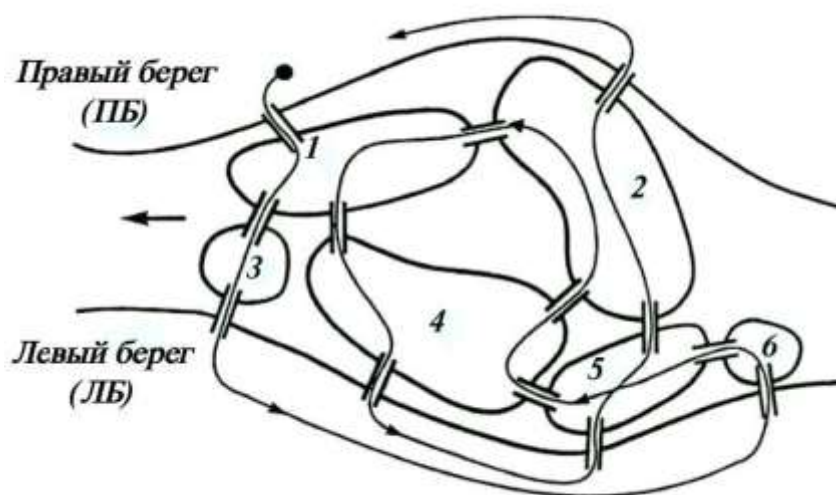


Рисунок 34– Маршрут посетителя парка

На этом же занятии можно рассмотреть практические задания по обрисовке фигур одним росчерком. И предложить обрисовать фигуры, показанных на рисунке 35 одним росчерком (уникурсальные графы).

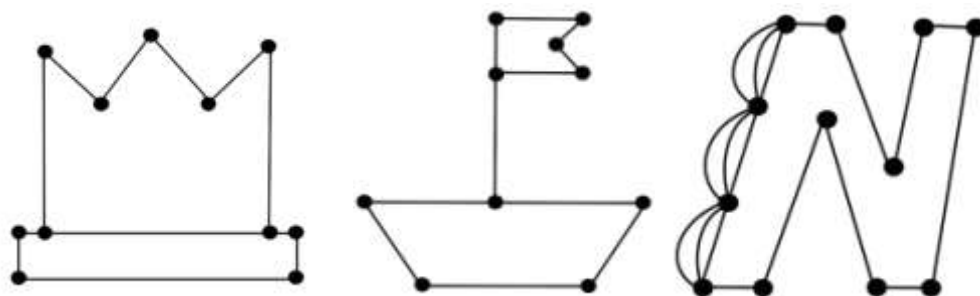


Рисунок 35– Задание по обрисовке фигур одним росчерком

Занятие 4. Расположение графов.

На данном занятии интуитивно вводим понятие гомеоморфных графов, обязательно рассматриваем это понятие на примерах. Далее вводим понятие плоский или планарный граф. Обязательно все сопровождаем примерами.

После предлагается кейс №1: “Имеются три дома и три колодца. Каждый хозяин пользуется любым из трех колодцев. В некоторый момент обитатели домов поссорились и решили проложить свои дорожки до колодцев так, чтобы дорожки не пересекались” [11, с.52].

Задание к кейсу №1: выясните, возможно ли, соседям найти пути от их дома до колодца, не пересекаясь с соседями.

Решение основывается на доказательстве того, что граф не планарный, значит, это не возможно.

Далее можно рассмотреть со школьниками с теорему Понтрягина – Куратовского. Рассмотрение графа K_5 и $K_{3,3}$.

Кейс №2: Изобретатель Сидоров А.П. создал плату, содержащую 9 приборов и 17 проводников. Схема изобретения представлена на рисунке 36.

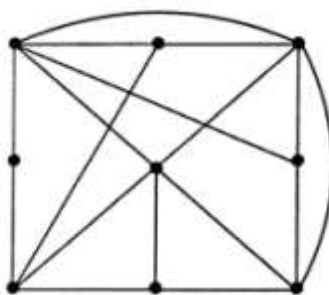


Рисунок 36– Схема изобретения

Сидоров А.П. планирует модернизировать свое изобретение так, чтобы все ее проводники находились по одну сторону.

Задание к кейсу №2: выясните, возможно ли, появление этого изделия.

Для того, чтобы решить этот кейс надо доказать, что граф не является планарный. Следовательно, появление изделия невозможно.

Далее закрепления теоремы Эйлера можно предложить следующий кейс.

Кейс №3: “Мэрия решили построить в каждом квартале города, имеющего 155 перекрестков и 260 отрезков улиц между перекрестками, универсамами” [11, с. 113].

Задание к кейсу №3: найти количество построенных универсамов.

Комментарий к решению. Если предположить, что мы построили граф, соответствующий карте города, то этот граф будет плоским. А значит к нему можно применить теорему Эйлера: $f = m - n + 2 = 260 - 155 + 2 = 106$. Ответ: 106.

Также на этом занятии со школьниками можно рассмотреть метод «поиска в ширину».

Для закрепления использования этого метода предлагается следующий практический кейс–задача, метод деловой переписки. Условие и задание, представлено на слайдах (рисунок 37, 38).

Уважаемый, Волков А.В.!

Спешим сообщить, что Вы успешно прошли все этапы собеседования и приняты на должность распределителя космических групп.

К своим должностным обязанностям Вы можете приступить прямо сейчас.

Уведомляем Вас, что 10 космонавтам нашей компании предстоят две экспедиции на Международную Космическую Станцию.

В силу того, что членам экипажа доведется провести на МКС 6 месяцев, причем, в небольшом и замкнутом пространстве, то при формировании группы необходимо учитывать психологическую совместимость участников команды.

По этой причине, штатом психологов компании был проведен ряд психологических тестов для кандидатов.

Заключение наших психологов мы направляем Вам в виде таблицы.



Рисунок 37– Условие к кейсу– задаче о деловой переписки

Знак «–», находящийся на пересечении *i* – строки и *j* – столбца означает, что космонавты под номерами *i* и *j* психологически несовместимы и их объединение в одну группу нежелательно.

	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
1		–	–	–						
2	–				–					
3	–						–			
4	–					–				
5		–						–		
6				–						–
7			–					–		–
8					–		–		–	
9								–		
10						–	–		–	

Ваше должностное задание.

Сформировать две группы космонавтов для участия в экспедиции, с учетом результатов их психологического тестирования.



Рисунок 38 – Задание к кейсу, о объединении в одну группу космонавтов

Ожидаемое решение.

Составляется граф, где каждому космонавту ставится в соответствие вершина графа и если оба они несовместимы то вершины соединяются ребром. Получится граф, представленному на рисунке 39.

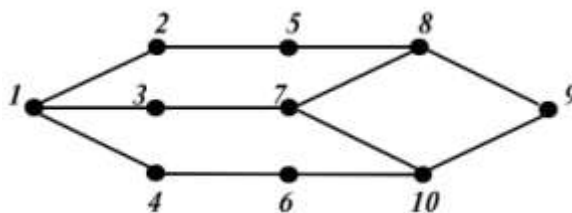


Рисунок 39 – Двудольный граф

После школьники делят космонавтов на две группы, причем, так чтобы граф получился двудольный, для этого надо, чтобы каждое ребро соединяло вершины из разных групп.

Для построенного графа применим метод «поиска в ширину». Вершину №1 определим к группе I, а смежные с ней вершины (т.е. №2, №3 и №4) – к группе II. Вершины №5, №6 и №7 (заметим, что они смежные с вершинами №2, №3 или №4) добавляем в группу II. Алгоритм повторяется до тех пор, пока все вершины графа не будут распределены по группам. В результате получаем в группе I вершины 1, 5, 7, 6 и 9, в группе II – 2, 3, 4, 8 и 10. Предлагаемый граф показан на рисунке 40. Использование графа делает наглядным и удобным решением этого кейса.

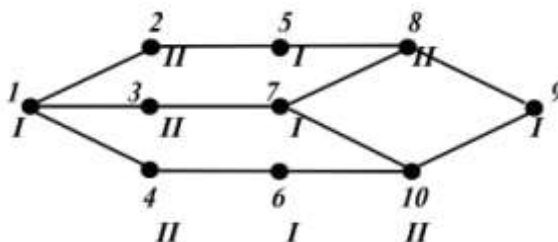


Рисунок 40 – Граф, показывающий деление вершин на группы.

Занятие 5. Краски. Графы с цветными ребрами.

На данном занятии вводят понятие минимальной раскраски, а также на примерах рассматриваются основные принципы решения задач на раскраску карт и плоского графа.

Интересным для школьников, возможно, будет задание на составление расписаний занятий.

Для этого дадим им кейс – практическая задача, метод: ситуативного анализа, представленного на слайде (рисунок 41).

Школа иностранных языков «Skyeng» в г. Пензе арендует помещения в бизнес – центре для проведения своих занятий.

В понедельник проходят семь занятий, каждая из которых длится один час.

Список изучаемых языков: греческий, английский, французский, немецкий, китайский, итальянский и польский языки.

Некоторые из них проводит один и тот же преподаватель, так же есть слушатели, которые посещают несколько разных лекций и др.

В результате есть занятия, которые не могут читаться одновременно.



Рисунок 41 – Задача на раскраску карт и плоского графа

Задание и таблица совместимости проведения занятий представлена на следующем слайде (рисунок 42):

Школа иностранных языков «Skyeng» в г. Пензе.

Занятия которые не могут читаться одновременно
в таблице совместимости обозначены, знаком «--».

Задание.
Определите минимальное
количество времени,
за которое пройдут все
занятия в понедельник.

	Греч.	Англ.	Франц.	Немец.	Китайс.	Итальян.	Польск.
Греческий		–		–			–
Англ.	–		–		–	–	
Франц.		–			–	–	–
Немецкий	–				–	–	
Китайский		–	–	–		–	
Итальян.		–	–	–	–		
Польский	–		–				

Рисунок 42 – Задание и таблица совместимости проведения занятий

Ожидаемое решение.

По данной таблице построим граф G , показывающий занятия, которые нельзя вести одновременно, где вершины представляют собой занятия, а ребра - .несовместимые занятия. Возможный полученный граф, представлен на рисунке 43.

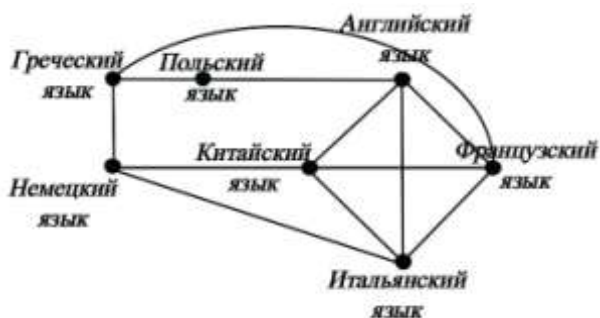


Рисунок 43– Граф несовместимых занятий

В данной задаче любая правильная раскраска определяет какое-либо расписание занятий: если вершины окрашены в одинаковый цвет, то соответствующие им лекции – совместимы. Обратное утверждение также справедливо: любое расписание задает правильную раскраску вершин графа. Минимальное количество часов, необходимых для проведения занятий, равно $X(G)$. Так как граф G содержит полный подграф K_4 , то его вершины

невозможно правильно раскрасить менее, чем в четыре цвета. На рисунке 44 указан один из возможных вариантов раскраски.

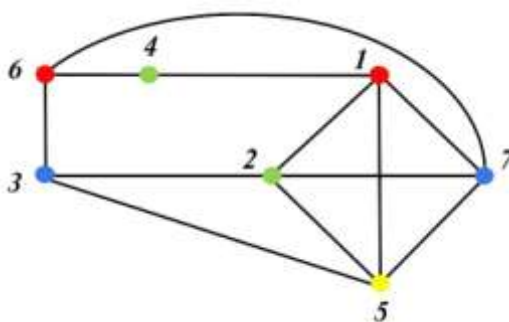


Рисунок 44– Вариант раскраски

Следовательно, все запланированные занятия в понедельник можно провести минимум за четыре часа.

2.5. Технологическая карта занятия

Технологическая карта факультативного занятия по теме

“Понятие дерева и леса в теории графов”

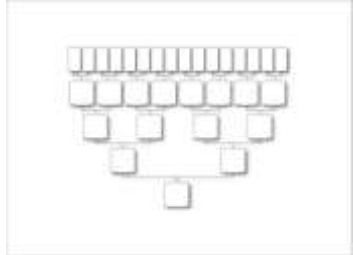
Тема занятия	Понятие дерева и леса в теории графов
Цель занятия	<p><u>Образовательная</u>: знакомство, понимание школьниками понятий “дерева”, “леса”, “алгоритм Краскала”.</p> <p><u>Развивающая</u>: формирование умения отыскания графов в условиях задач и применения на практике; формирование интереса к отрасли дискретной математики.</p> <p><u>Воспитательная</u>: развитие навыка самостоятельной учебной деятельности, навыков коммуникации, самооценивания.</p>
Задачи	<p><u>Образовательные</u>: сформулировать базовые определения; привести примеры дерева и леса в теории графов, познакомить с алгоритмом Краскала, формировать навык перевода информации из словесного описания условия задачи на язык теории графов.</p> <p><u>Развивающие</u>: развивать абстрактное мышление, грамотную речь учащихся; способствовать мыслительной деятельности школьников, мотивируя при этом каждый этап учебного процесса; благоприятствовать развитию мыслительными операциями, анализом и синтезом, умением делать выводы; создать условия для включения каждого ученика в активную учебно-познавательную деятельность.</p> <p><u>Воспитательные</u>: развивать культуру общения учащихся; воспитывать желание школьников совершенствовать имеющиеся у них знания и получение новых знаний.</p>
Планируемые результаты	<p><u>Личностные</u>: понимание учениками важности и практической направленности математических знаний.</p> <p><u>Предметные</u>: знать базовые определения теории графов; уметь применять полученные знания при решении задач</p>

обучения	<p>по математике; уметь применять полученные знания в некоторых жизненных ситуациях; уметь выявлять закономерности.</p> <p><u>Метапредметные</u>: умение определять её цели и задачи своей деятельности; умение правильно распределять время на выполнение задания; умение самостоятельно производить поиск, анализ, сбор необходимой информации; умение вести деятельность, как в коллективе, так и самостоятельно;</p>
Компетенции	Коммуникативные, учебно-познавательные, информационные.
УУД	<p><u>Личностные УУД</u>: развитие познавательных интересов, учебных мотивов, понимания важности изучения математики, расширение знаний о возможных способах решения задач, уважительное отношение к окружающим; формирование самооценки.</p> <p><u>Регулятивные УУД</u>:</p> <p>целеполагание – умение отделять уже изученный материал от того неизведанного;</p> <p>планирование – умение определять разумную очередность поставленных целей, задач и действий для получения финального результата;</p> <p>самооценка - осознание уровня собственных знаний и умений;</p> <p>определяют цель учебной деятельности с помощью учителя и самостоятельно, выполняют действия по нахождению средств её достижения.</p> <p><u>Коммуникативные УУД</u>: развитие навыка работы в коллективе, умение выслушать собеседника и ввести культурно диалог, умение аргументировать свою точку зрения.</p> <p><u>Познавательные УУД</u>: умение анализировать, сравнивать, классифицировать и обобщать; производить поиск и выделение информации, необходимой для выполнения поставленной задачи; делать выбор подходящего способа действия; умение целенаправленно применять полученные знания на практике.</p>

Основные понятия	“дерево”, “лес”, “алгоритм Краскала”.
УМК	Мельников О.И. Теория графов в занимательных задачах. – М.: Книжный дом “ЛИБРОКОМ”, 2009. – 232 с.
Тип занятия	Открытие новых знаний
Формы работы	Фронтальная, групповая, индивидуальная
Необходимые средства обучения	Мультимедийное оборудование, кейсы, классная доска, мел.

Технология изучения

Этапы	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	<p><i>Метапредметные (УУД):</i></p> <p><i>регулятивные:</i></p> <p>организация своей учебной деятельности.</p> <p><i>коммуникативные:</i> планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.</p>	<p>Приветствие, проверка подготовленности к учебному занятию, организация внимания детей.</p> <p>- Здравствуйте, ребята. Проверьте, все ли у вас готово к занятию.</p>	<ul style="list-style-type: none"> приветствуют учителя, проверяют готовность к занятию, включаются в деловой ритм занятия.

<p>Актуализация опорных знаний и умений</p>	<p><i>Метапредметные (УУД):</i></p> <p><i>познавательные:</i> структурирование собственных знаний</p> <p><i>регулятивные:</i> контроль и оценка процесса и результатов деятельности.</p> <p><i>коммуникативные:</i></p> <p>организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.</p>	<p>Вам на дом было дано задание – составить родословную до четвертого поколения рода.</p> <p>На что похоже изображение вашей родословную?</p> <p>– А кто знает, как иначе называется составление родословной?</p>	<p>Учащиеся демонстрируют домашнее задание</p> <p>Например,</p>  <p>и устно отвечают на вопросы.</p> <p>– На дерево.</p> <p>– Генеалогическое дерево.</p>
---	---	---	--

<p>Постановка цели и задач урока.</p> <p>Мотивация учебной деятельности учащихся</p>	<p><i>Метапредметные (УУД):</i></p> <p><i>познавательные:</i> умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной форме</p> <p><i>регулятивные:</i> уметь проговаривать последовательность действий.</p> <p><i>личностные:</i> самоопределение</p> <p><i>коммуникативные:</i> проявление активности во взаимодействии для решения познавательных задач; умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса.</p>	<p>– Совершенно верно, а ключевым словом является слово дерево.</p> <p>– На прошлом занятии мы изучали графы и говорили о том, что графы являются одной из составляющих дискретной математики.</p> <p>– А как вы думаете, изображение генеалогического дерева является ли графом?</p> <p>– Все верно, значит дерево является графом.</p> <p>Итак, тема занятия «Понятие дерева и леса в теории графов».</p> <p>Откроем тетради и запишем тему урока.</p> <p>А теперь попробуйте сформулировать цель нашего урока.</p> <p>– Молодцы, да, мы сегодня разберемся, что такое дерево, с математической точки зрения.</p> <p>–Цель занятия: познакомится с понятиями дерева, леса в теории графов, рассмотреть алгоритмы «Краскала» и научиться применять их для решения задач</p>	<p>Отвечают на вопросы:</p> <p>– Да, является графом.</p> <p>Учащиеся записывают в тетради тему занятия.</p> <p>- Знакомство с новым видом графов – деревьями</p>
--	---	--	---

Предметные: уметь применять теоретические знания из различных тем и разделов математики для решения практических задач.

Метапредметные (УУД):

познавательные: формирование интереса к данной теме, умение находить верную информацию, преобразовывать ее из одной формы в другую.

Математическое понятие дерева было впервые предложено Кирхгофом, для исследования электрических цепей. Давайте заслушаем доклад об этом великом ученом. Один ученик делает доклад.

После этого учитель формулирует основные понятия с примерами с использованием следующих слайдов.



Учащийся делает доклад о великом немецком физике Густав Роберт Кирхгоф.

Остальные ученики слушают доклад

Учащиеся конспектируют информацию со слайда себе в тетрадь.

регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.

личностные: формирование готовности к самообразованию

коммуникативные:

взаимодействовать с партнерами по группе и учителем, выслушивать разные мнения своих сверстников, корректировать свое мнение

Высота и количество уровней дерева

Уровнем вершины v_i в корневом дереве называется длина пути от корня дерева до данной вершины. Корень имеет уровень, равный нулю.

Высотой h корневого дерева T называется величина, равная максимальному из уровней вершин.

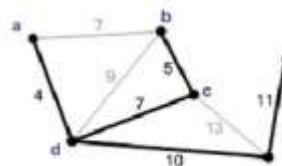
Глубина (количество уровней) d дерева T равняется количеству вершин, которые лежат на максимальной ветви от корня к листьям.

$h_D = 1$	$h_I = 2$
$h_E = 2$	$h_J = 1$
$h_F = 3$	$h_K = 2$
$h_G = 2$	$h_H = 2$
$h_I = 2$	$h = 3$
$h_J = 1$	$d = 4$

Далее рассмотрим алгоритм Краскала на конкретном задании, после формулируется постановка задачи и дается описание алгоритма решения.

АЛГОРИТМ КРАСКАЛА

Остов графа (стягивающее дерево, spanning tree) – дерево, полученное из графа, выбрасыванием части ребер.

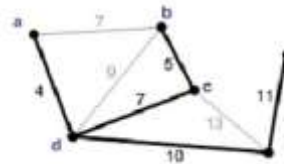


Имеется n сельских домов, которые нужно объединить в единую компьютерную сеть. Для этого достаточно проложить $(n-1)$ линий между домами. Как соединить дома так, чтобы суммарная стоимость соединений (кабеля) была минимальна?

Учащиеся конспектируют информацию со слайда себе в тетрадь.

ПОСТАНОВКА ЗАДАЧИ

Дан связный неориентированный граф $G(V;E)$, и каждой его дуге e сопоставлено некоторое число, называемое **весом** или **длиной** этой дуги. Сумму весов дуг дерева в дальнейшем будем называть весом дерева или его множества дуг. Требуется найти такое остовное дерево T , содержащего **все вершины** графа G , у которого вес был бы минимален. Такое дерево будет называться **минимальным остовным деревом**.



Суммарный вес равен
 $4 + 7 + 5 + 10 + 11 = 37$

ОПИСАНИЕ АЛГОРИТМА

1. Вначале текущее множество рёбер устанавливается пустым.
2. Затем, **пока это возможно**, проводится следующая операция:
из всех рёбер, добавление которых к уже имеющемуся множеству **не вызовет появления в нём цикла**, выбирается ребро минимального веса и добавляется к уже имеющемуся множеству.

Когда таких рёбер больше нет, алгоритм завершён. Подграф данного графа, содержащий все его вершины и найденное множество рёбер, является его остовным деревом минимального веса

Учащиеся конспектируют
информацию со слайда себе в
тетрадь

Метапредметные (УУД):

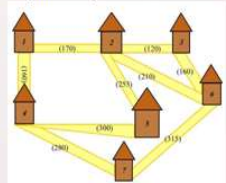
познавательные: уметь анализировать, обобщать, делать выводы; строить логически обоснованные рассуждения.

регулятивные: уметь выбирать пути и средства достижения цели, работать по плану.

коммуникативные: умение полно и точно выражать свои мысли

Кейс–задача, решение которого связано с построением остоного дерева и применением алгоритма Краскала. Это практический кейс – иллюстрация, метод ситуативного анализа. Описание кейса имеется на слайде

Строительная компания "Триумф" возводит жилой комплекс, состоящий из 14 домов. Семь из них уже построены, а оставшиеся семь находится на этапе строительства. В построенных домах завершилась прокладка основных коммуникаций, и теперь, компании предстоит проложить интернет – кабель, соединяющий все уже построенные дома. Чтобы кабель случайно не повредили во время строительных работ, сделать это нужно вдоль дорог. Также, компания заинтересована в том, чтобы проложить интернет – кабель с наименьшими затратами. Схема участка предоставлена на рисунке (числа, стоящие в скобках, показывают расстояние между домами).



Задание.

Предложите компании схему проведения интернет – кабеля, чтобы его длина при этом была минимальной.

Предложите решение этого задания. С чего начнем?

Теперь построим минимальное остоное дерево, используя алгоритм Краскала.

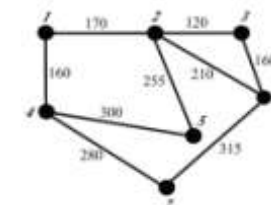
С какое ребро выберем первым?

В результате получаем граф, на котором выделены ребра полученного минимального остоного дерева.

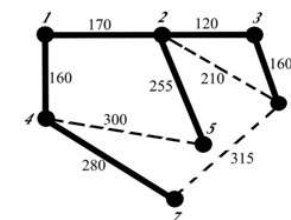
Итак, получили схему минимального интернет – кабеля.

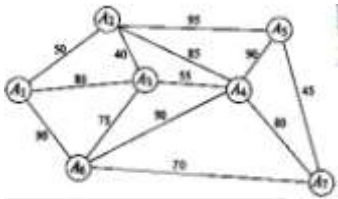
Учащиеся предлагают сначала построить граф, отражающий схему данного участка, где вершинами этого графа–дома, ребра–имеющиеся дороги.

Получится



Первым берем ребро с минимальной длиной, в нашей задаче это (2, 3). 2-ым берем (3, 6), 3-им– (1, 4), в любом порядке, поскольку их длины равны. 4-ым ребром выберем ребро (1, 2), 5-ым – ребро (2, 5), 6-ым – ребро (4, 7).



<p>Домашнее задание</p>	<p><i>Метапредметные (УУД):</i></p> <p><i>регулятивные:</i> уметь прогнозировать и корректировать свои действия</p> <p><i>коммуникативные:</i></p> <p>умение слушать и понимать речь других</p>	<p>Дает комментарий к домашнему заданию</p> <p>Домашнее задание: Используя алгоритм Краскала, постройте минимальное остовное дерево</p> 	<p>Записывают домашнее задание.</p>
-------------------------	---	--	-------------------------------------

Метапредметные УУД:
познавательные: рефлексия.
регулятивные: оценивание
 собственной деятельности
личностные: самооценка
коммуникативные: умение
 анализировать собственные успехи,
 неудачи, определять пути коррекции.

Подведение итогов занятия

Каждому ученику раздается рабочая карта урока, на которой представлены фразы для рефлексии

Рабочая карта к уроку

ученика(ще) _____

тема урока _____

Рефлексия деятельности на уроке

1	Сегодня я узнал	
2	Было интересно	
3	Было трудно	
4	Я научился	
5	У меня получилось	

После этого ученики заполняют дерево успеха листочками. Каждый листочек имеет свой определенный цвет: зеленый — все задание сделал легко, желтый — встретились трудности, красный — сложно. Каждый ученик наряжает дерево на классной доске соответствующими листочками.

Отвечают на поставленные вопросы, анализируют результаты работы, делают выводы

Задают вопросы учителю

Заключение

Школьный курс по математике не предусматривает основательного изучения основ теории графов. Лишь в нескольких учебниках имеются задания, решение которых основано на представлении данных задачи в виде графов. Несмотря на это, задания, решаемые с помощью графов, очень часто встречаются в олимпиадах по математике. Использование графов при решении задач, дают простоту, доступность и наглядность решению. В повседневной жизни люди часто используют графы, не догадываясь об этом, например, изображая какие-либо города или села на картах в виде точек, а маршруты между ними с помощью линий. По этой причине применение графов школьниками не вызовет у них сложностей, позволит повысить интерес к математике и будет благоприятствовать абстрактной наглядности обучения.

В связи с этим, становится явным наличие проблемы, в том, что графы недостаточно рассмотрены в школьном курсе математики. Самой действенной формой организации таких занятий являются факультативы.

В данной работе разработан факультативный курс для 9 классов «Замечательные графы». Он рассчитан на 10 занятий, каждое из которых проводится с применением кейс – технологии, что позволяет ученикам увидеть практическую направленность графов и в незаурядной форме научиться решать некоторые олимпиадные задачи.

Разработанный факультативный курс может быть использован для проведения учителями математики дополнительных занятий с учениками 9 классов общеобразовательных учреждений.

Таким образом, цель и задачи, которые были поставлены в начале данного исследования, можно считать выполненными.

Список литературы

1. Андюсев Б. Е. Кейс-метод как инструмент формирования компетентностей // Директор школы. 2010. №4. С. 61–69.
2. Всероссийская олимпиада школьников по математике. URL: https://vos.olimpiada.ru/upload/files/Arhive_tasks. Заглавие с экрана (дата обращения: 02.02.2021).
3. Деркач А. М. Кейс-метод в обучении // Специалист. 2010. № 4. С. 22-23.
4. Иванова О. А., Цегельная Н. В., Дементьева О. М. Использование кейс-метода в образовательном процессе // Школа и производство. 2011. № 8. С. 3–7.
5. Кавтарадзе Д. Н. Обучение и игра: введение в интерактивные методы обучения : учебное пособие. 2-е изд. М. : Просвещение, 2009. 173 с.
6. Конкурсы для школьников. Кенгуру. URL: <https://russian-kenguru.ru/konkursy/kenguru/zadachi>. Заглавие с экрана (дата обращения: 02.02.2021).
7. Математика. 5 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин [и др.]. 31-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2013. 280 с.
8. Математика. 5 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / Г. В. Дорофеев [и др.]; под ред. Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина. 12-е изд. М. : Просвещение, 2011. 303 с.
9. Математика. 6 класс : учебник для учащихся общеобразовательных учреждений / Н. Я. Виленкин [и др.];. 30-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2013. 288 с.
10. Матусевич А. П., Коровин С. В. Кейсы и кейс-стади: вопросы методологии : учебно-методическое пособие. М. : Магистр: ИНФРА-М, 2010. 80 с.

11. Мельников О. И. Теория графов в занимательных задачах : учеб.-метод. пособие. 4-е изд., испр. и доп. Минск : Изд-во Ленанд, 2017. 240 с.
12. ММО: Московская математическая олимпиада школьников. URL: <https://olympiads.mccme.ru/mmo/>. Заглавие с экрана (дата обращения: 12.02.2021).
13. Олимпиада “Курчатов” по математике. URL: <http://olimpiadakurchatov.ru>. Заглавие с экрана (дата обращения: 12.02.2020).
14. Педагогические технологии : учебное пособие для студентов педагогических специальностей / В. С. Кукушин [и др.]; под ред. В. С. Кукушина. 4-е изд., перераб. и доп. М. : Издательский центр «МарТ»; Феникс, 2010. 175 с.
15. Петербургская олимпиада школьников по математике URL: <https://pdmi.ras.ru/~olymp/>. Заглавие с экрана (дата обращения: 12.02.2021).
16. Смирнова И. М., Смирнов В. А. Геометрия. 7 – 9 классы : учебник для общеобразовательных учреждений. 10-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2019. 376 с.
17. Шимутина Е. В. Кейс-технологии в учебном процессе // Народное образование. 2009. № 2. С. 172–179.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«25» сентября 2021 г.
Паньженский В. И.

Задание

по ВКР студента Кленковой Галии Хайдаровны.

Тема работы «Кейс- технологии в процессе обучения школьников основам
теории графов».

Утверждена приказом по Университету от «16.11» 2020 г. № 0819/0

Срок сдачи студентом законченной работы «21» 06 2021 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1	Подбор литературы по теме.	сентябрь	выполнено
2.	Теоретические аспекты использования кейс – технологий в образовательном процессе.	октябрь- декабрь	выполнено
3.	Анализ учебной литературы, и олимпиадных заданий.	январь	выполнено
4.	Разработка программы факультатива «Таинственные графы»	февраль	выполнено
5.	Разработки кейсов для занятий	март	выполнено
6.	Разработка технологической карты урока.	апрель	выполнено
7.	Оформление работы.	май	выполнено
8.	Подготовка презентации и выступления.	июнь	выполнено

Дата выдачи задания 25 сентября 2021 г.

Руководитель М.В. Глебова Глебова М.В.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению Г.Х. Кленкова Кленкова Г.Х.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Сверчковой Марины Юрьевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Кленкова Галия Хайдаровна

Ф.И.О. студента

студентка 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Кейс-технологии в процессе обучения школьников основам теории графов», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

Кленкова Г.Х.
подпись

12.06.2021г.
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 12.06.2021г.
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР М.В.Глебова
подпись И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему «*Кейс-технологии в процессе обучения школьников основам теории графов*» студентки 5 курса Кленковой Г.Х. направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР М.В. Глебова

Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: Кленкова Галия Хайдаровна
Проверяющий: Глебова Мария Владимировна (mvmorgun@mail.ru / ID: 271)
Организация: Пензенский государственный университет
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <http://pnzgu.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 50
Начало загрузки: 10.06.2021 20:46:58
Длительность загрузки: 00:00:38
Имя исходного файла: Кейс-технологии в процессе обучения основам графов_1 (1) (1).docx
Название документа: Кейс-технологии в процессе обучения основам графов_1 (1) (1).docx
Размер текста: 1 кБ
Тип документа: Выпускная квалификационная работа
Символов в тексте: 39768
Слов в тексте: 5169
Число предложений: 456

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 12.06.2021 07:15:46
Длительность проверки: 00:00:37
Комментарий: не указано
Поиск с учетом редактирования: да
Модули поиска: ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЭБС, Интернет Плюс, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn), eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ, Медицина, Диссертации НБС, Перефразирование по eLIBRARY.RU, Перефразирование по Интернету, Патенты СССР, РФ, СНГ, Модуль поиска "ПГУ", СМИ России и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство Wiley, Переводные заимствования



ЗАИМСТВОВАНИЯ
22,82%

САМОЦИТИРОВАНИЯ
0%

ЦИТИРОВАНИЯ
19,33%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
57,85%

Дата 12.06.2021 г.

М.В. Глебова

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Кейс-технологии в процессе обучения школьников основам теории графов»
студентки Кленковой Галии Хайдаровны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 163ФПМ51.

Выпускная квалификационная работа Кленковой Г. Х. посвящена процессу обучению учащихся основам теории графов с использованием кейс-технологий. Необходимость обучения учащихся данному способу поиска решения задач, обусловлено тем что, несмотря на то, что тема графов фактически не поднимается в школьном курсе, значительное количество олимпиад включают в перечень своих заданий задачи, решаемые именно с помощью графов.

В первой главе выпускной квалификационной работы на основании анализа педагогической и методической литературы сформулировано определение понятия «кейс-технология», рассмотрены виды и описаны принципы создания кейс-технологий, раскрыта их роль и функции в обучении математике.

Во второй главе проведенный обзор учебников и заданий математических олимпиад на предмет наличия задач, решаемых с помощью графов. Практической частью данной работы стала разработка факультативного курса для 9 классов «Занимательные графы». По каждой теме занятия, включенной в программу факультативного курса, приведены методические разработки с применением кейс – технологии, что позволяет ученикам увидеть практическую направленность графов и в незаурядной форме научиться решать некоторые олимпиадные задачи. Разработана технологическая карта занятия по теме «Понятие дерева и леса в теории графов».

Разработанный факультативный курс может быть использован для проведения учителями математики дополнительных занятий с учениками 9 классов общеобразовательных учреждений.

Выпускная квалификационная работа Кленковой Г. Х. «Кейс-технологии в процессе обучения школьников основам теории графов» заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель ВКР,
Глебова Мария Владимировна,
доцент кафедры «Математическое образование»,
доцент, к.ф.-м. н.


(подпись)