

Аннотация.

Актуальность и цели

В современном мире существует множество задач электродинамики, решение которых является актуальными. Одной из таких задач является задача поиска неоднородности внутри тела. Данная задача является обратной и встречается во многих важнейших областях, например в дефектоскопии, в задачах идентификации объектов и диагностике рака молочной железы. По статистике ежегодно раком молочной железы заболевают более 20% женщин. Большинство из существующих методов диагностики являются дорогими и небезопасными. Одним из перспективных направлений в диагностике рака молочной железы является метод СВЧ – томографии. Данное направление требует развития эффективных численных методов, алгоритмов. Мы предлагаем неинвазивный метод, который позволяет определять неоднородность внутри тела не требуя точного начального приближения.

Материалы и методы

Данный метод может быть применен в других областях науки и техники, например для идентификации взрывчатых и наркотических веществ, дефектоскопия и т.д. Задача решается в два этапа. На первом этапе получаем значения поля во внешних точках (точках наблюдения). Используя полученные значения, решается линейное интегральное уравнение первого рода и производится вычисление неоднородности по явной формуле. Такое разделение позволяет избавиться от нелинейности исходной задачи и необходимости выбора начальных приближений. Метод позволяет определить геометрию фигуры. В работе рассматривается метод, который позволяет решать задачу на больших расчетных сетках.

Результаты

Исследована обратная задача восстановления диэлектрической проницаемости неоднородного тела в свободном пространстве. Получено дифракционное поле в точках наблюдения, необходимое для дальнейшего решения исследуемой задачи, которое также может быть получено экспериментальным путем. Далее пришли к нахождению неоднородности тела.

Выводы

При использовании рассмотренного метода не требуется выбор начального приближения; также данный метод позволяет работать с большими расчетными сетками и выявлять более 1000 неоднородностей. Предложенный метод также позволяет восстанавливать диэлектрическую проницаемость анизотропного тела и тела, имеющего комплексную диэлектрическую проницаемость.

Ключевые слова:

Задача дифракции, обратная задача, неоднородность тела.

The inverse problem of determining the inhomogeneity parameters of bodies located in free space.

Background

In the modern world, there are many problems of electrodynamics, the solution of which is relevant. One of these problems is the problem of finding inhomogeneity within the body. This task is inverse and is found in many important areas such as testing, in problems of identification and diagnosis of breast cancer. According to statistics, more than 20% of women get breast cancer every year. Most of the existing diagnostic methods are expensive and unsafe. One of the promising directions in the diagnosis of breast cancer is the method of microwave tomography. This direction requires the development of efficient numerical methods and algorithms. We propose a non-invasive method that allows determining for inhomogeneity within the body without requiring an exact initial approximation.

Materials and methods

This method can be used in other fields of science and technology, such as identification of explosives and narcotic substances, defectoscopy, etc. The Problem is solved in two stages. At the first stage we get the field values in the external points (observation points). Using the obtained values, the linear integral equation of the first kind is solved and the inhomogeneity is calculated by an explicit formula. This separation eliminates the nonlinearity of the original problem and the need to select initial approximations. The method allows you to define the geometry of the shape. The paper considers a method that allows solving the problem on large computational grids.

Results

The inverse problem of restoring the dielectric permeability of an inhomogeneous body in free space is investigated. The diffraction field in the observation points necessary for the further solution of the studied problem is obtained, which can also be obtained experimentally. Then came to find the heterogeneity of the body.

Conclusions

When using this method does not require the choice of the initial approximation; also, this method allows you to work with large design grids and detect more than 1000 inhomogeneities. The proposed method also allows restoring the dielectric permeability of an anisotropic body and a body having a complex dielectric permeability.

Key words:

The problem of diffraction, the inverse problem, the inhomogeneity of the body.

Введение

В современном мире существует множество задач электродинамики, решение которых является актуальными. Одной из таких задач является задача поиска неоднородности внутри тела. Данная задача является обратной и встречается во многих важнейших областях, например в дефектоскопии, в задачах идентификации объектов и диагностике рака молочной железы. По статистике ежегодно раком молочной железы заболевают более 20% женщин. Большинство из существующих методов диагностики являются дорогими и небезопасными. Одним из перспективных направлений в диагностике рака молочной железы является метод СВЧ – томографии [1]. Данное направление требует развития эффективных численных методов, алгоритмов. Мы предлагаем неинвазивный метод, который позволяет определять неоднородность внутри тела не требуя точного начального приближения.

Данный метод может быть применен в других областях науки и техники, например для идентификации взрывчатых и наркотических веществ, дефектоскопия и т.д. Задача решается в два этапа. На первом этапе получаем значения поля во внешних точках (точках наблюдения). Используя полученные значения, решается линейное интегральное уравнение первого рода и производится вычисление неоднородности по явной формуле. Такое разделение позволяет избавиться от нелинейности исходной задачи и необходимости выбора начальных приближений. Метод позволяет определить геометрию фигуры. В работе рассматривается метод, который позволяет решать задачу на больших расчетных сетках.

Обратная задача определения параметров неоднородности тела расположенных в свободном пространстве.

Постановка задачи

Пусть тело, $Q \in R^3$ расположенное в свободном пространстве, имеет диэлектрическую проницаемость, характеризующуюся функцией $\varepsilon(x)$, и кусочно-гладкую границу ∂Q (рис. 1). Рассмотрим задачу дифракции электромагнитного поля на теле Q . Вне тела Q диэлектрическая проницаемость $\varepsilon = \varepsilon_0$, где ε_0 - диэлектрическая проницаемость свободного пространства. Источник поля $J_E^0 \in R^3 / \bar{Q}$ находится за пределами $\bar{Q}$.

Падающее поле выражается через ток J_E^0 [1].

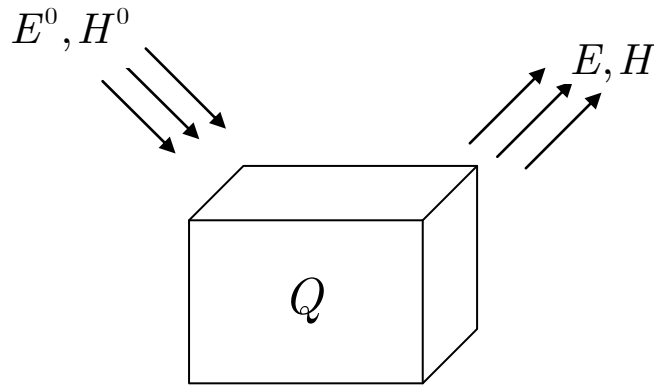


Рис. 1 Дифракция электромагнитных волн на неоднородном теле

Данная задача описывается системой уравнений Максвелла:

$$\begin{aligned} \operatorname{rot} \mathbf{H} &= -i\omega \hat{\varepsilon} \mathbf{E} + \vec{j}_E^0 \\ \operatorname{rot} \mathbf{E} &= i\omega \mu_0 \mathbf{H}. \end{aligned} \quad (1)$$

Для полей $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ должны выполняться краевые условия на границе тела

$$[\mathbf{E}_\tau]_{|\partial \bar{Q}} = 0, \quad [\mathbf{E}_\tau]_{|\partial \bar{Q}} = 0, \quad (2)$$

где $[\cdot]$ - скачек предельных значений.

Для полей $\mathbf{E}, \mathbf{H}$ должно выполняться краевые условия излучения на бесконечности

$$\left(\frac{\partial \mathbf{E}}{\partial r} - ik\mathbf{E} \right) = o\left(\frac{1}{r} \right), \quad \left(\frac{\partial \mathbf{H}}{\partial r} - ik\mathbf{H} \right) = o\left(\frac{1}{r} \right), \quad r \rightarrow \infty \quad (3)$$

Рассматриваемая задача (1)-(3) является векторной и может быть сведена к объемному дифференциальному уравнению [1] следующего вида:

$$\xi \ x \ \vec{J} \ x - k_0^2 \int_Q G \ r \left(\left(\frac{\varepsilon \ y}{\varepsilon_0} - 1 \right)^{-1} \vec{E} \ y \right) dy - \text{grad div} \int_Q G \ r \left(\left(\frac{\varepsilon \ y}{\varepsilon_0} - 1 \right)^{-1} \vec{E} \ y \right) dy = \vec{E}^0 \ x, \ x \in Q \quad (4)$$

Здесь $G \ x, y$ - функция Грина вида:

$$G \ x, y = \frac{e^{ik|x-y|}}{|x-y|},$$

$\vec{E}^0 \ x$ - падающее поле, $\vec{J} \ x$ - токи поляризации внутри тела, $\xi \ x = \left(\frac{\varepsilon \ x}{\varepsilon_0} - 1 \right)^{-1}$ и

$$\vec{J} \ x = \left(\frac{\varepsilon \ x}{\varepsilon_0} - 1 \right)^{-1} \vec{E} \ x.$$

Требуется определить электромагнитное поле $\mathbf{E}, \mathbf{H} \in L_2^3 \ Q = L_2(Q) \times L_2(Q) \times L_2(Q)$.

Ядро уравнения (4) имеет особенность и является гиперсингулярным [2]. Для задачи (1) - (2) справедливо утверждение о единственности [3].

Свойство аппроксимации и теорема о сходимости.

Рассмотрим метод Галеркина для поставленной задачи. Для уравнения $A\varphi = f$, $(\varphi, f \in X)$ с линейным ограниченным оператором $A: X \rightarrow X$ в гильбертовом пространстве X метод Галеркина формулируется следующим образом.

Приближенное решение $\varphi_n \in X_n$ определяется из уравнения $P_n A \varphi_n = P_n f$. Здесь $\varphi_n \in X_n$ (X_n есть n -мерное подпространство пространства X), $P_n: X \rightarrow X_n$ - оператор ортогонального проектирования на конечномерное подпространство. Пусть подпространства X_n являются линейными оболочками базисных функций: $X_n = \text{span}\{v_1, \dots, v_n\}$. Потребуем, чтобы для выбранных базисных функций выполнялось условие аппроксимации

$$\forall x \in X \quad \lim_{n \rightarrow \infty} \inf_{\bar{x} \in X_n} |x - \bar{x}| = 0. \quad (5)$$

Уравнение $P_n A \varphi_n = P_n f$ эквивалентно следующему:

$$(A \varphi_n, v_l)_X = (f, v_l)_X, l = 1, \dots, n. \quad (6)$$

где $(\cdot, \cdot)_X$ – скалярное произведение в X . Представим приближенное решение в виде линейной комбинации базисных функций: $\varphi_n = \sum_{k=1}^n c_k v_k$. Подставив это представление в (6), получим систему линейных алгебраических уравнений для отыскания неизвестных коэффициентов c_k :

$$\sum_{k=1}^n c_k (Av_k, v_l)_X = (f, v_l)_X, \quad l = 1, \dots, n.$$

Рассмотрим тело Q являющееся параллелепипедом $Q = \{x : a_1 < x_1 < a_2, b_1 < x_2 < b_2, c_1 < x_3 < c_2\}$. Произведем дискретизацию задачи. Разобьем тело Q на элементарные параллелепипеды “конечные элементы”

$$\Pi_{klm}^1 = \{x : x_{1,k-1} < x_1 < x_{1,k+1}, x_{2,l} < x_2 < x_{2,l+1}, x_{3,m} < x_3 < x_{3,m+1}\}$$

$$x_{1,k} = a_1 + \frac{a_2 - a_1}{n} k, \quad x_{2,l} = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{n} l, \quad x_{3,k} = c_1 + \frac{c_2 - c_1}{n} m,$$

где $k, l, m = 0, \dots, n-1$. Носителем для данной задачи будет являться один из конечных элементов. Каждый носитель будет ориентирован вдоль одной из координатных осей. Определим базисные функции v на носителях.

Обозначив $h^j := |x_{1,k} - x_{1,k-1}|$, получим формулы для v^j :

$$v^j = \begin{cases} 1, & x \in \bar{\Pi}^j \\ 0, & x \notin \bar{\Pi}^j \end{cases},$$

здесь $j = 0, 1, 2$. Построенное множество базисных функций удовлетворяет требуемому условию аппроксимации в $L_2^3 = L_2 \times L_2 \times L_2$.

Перенумеруем базисные функции: $v_k^1, v_k^2, v_k^3, \dots, v_N^3$, где N – общее количество носителей. Рассматриваемые базисные функции удовлетворяют условию аппроксимации в пространстве L_2^3

$$\forall x \in X \lim_{n \rightarrow \infty} \inf_{\bar{x} \in X_n} \|x - \bar{x}\| = 0.$$

Утверждение 1 [3]. Пусть однородное уравнение (4) имеет только тривиальное решение и тензор диэлектрической проницаемости таков, что

$$\operatorname{ess\,sup}_{x \in Q} \left| \frac{\varepsilon(x)}{\varepsilon_0} - 1 \right| < \left(1 + \sqrt{\frac{1}{2}} \right)^{-1},$$

и выполнено условие аппроксимации. Тогда для любой правой части $E^0 \in L_2^3(Q)$ метод Галеркина сходится для уравнения (4).

Решение задачи на экране канонической формы.

Пусть тело $\Pi = \{x : a_1 < x_1 < a_2, \quad b_1 < x_2 < b_2, \quad c_1 < x_3 < c_2\}$ является прямоугольным параллелепипедом. Построим на Π равномерную сетку, т.е. разобьем Π на элементарные подобласти Π_i с кусочно-гладкими границами $\partial\Pi_i$ так, чтобы выполнялись условия $\Pi_i \cap \Pi_j = \emptyset$ при $i \neq j$ и $\overline{\Pi} = \bigcup_i \overline{\Pi_i}$ (2).

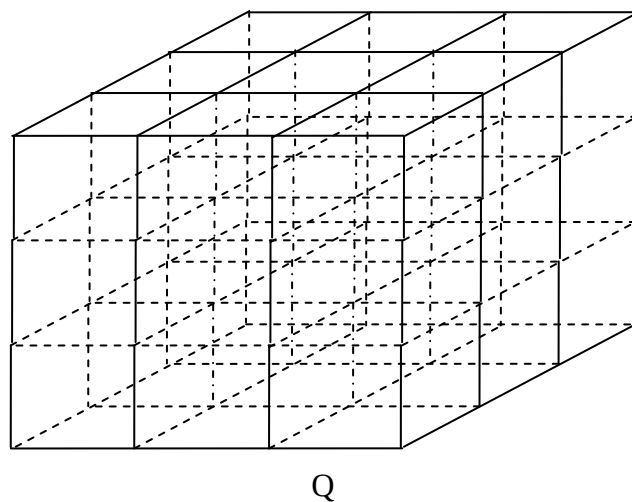


Рис. 2 Тело Q разбитое на элементарные параллелепипеды

Применим метод Галеркина описанный выше для решения задачи. Расширенную матрицу для нахождения неизвестных коэффициентов a_k, b_k, c_k удобно представить в блочной форме:

$$\left(\begin{array}{ccc|c} A_{11} & A_{12} & A_{13} & B_1 \\ A_{21} & A_{22} & A_{23} & B_2 \\ A_{31} & A_{32} & A_{33} & B_3 \end{array} \right)$$

элементы колонок B_k и матриц A_{kl} определяются из соотношений:

$$B_k^i = (E_0^k, f_i^k) \quad (7)$$

$$A_{kl}^{ij} = (\xi_{kl} v_j^l, v_i^k) - \delta_{kl} k_0^2 \left(\int_Q G(x, y) v_j^l(y) dy, v_i^k \right) - \left(\frac{\partial}{\partial x_k} \int_Q \frac{\partial}{\partial x_l} G(x, y) v_j^l(y) dy, v_i^k \right), \quad (8)$$

$$k, l = 1, 2, 3; \quad i, j = 0, \dots, N-1.$$

Предложенный метод Галеркина реализован для решения ряда задач дифракции [4]. Приведем результаты решения интегрального уравнения на каноническом кубе с размерной сеткой $12 \times 12 \times 12$. Волна падает вдоль оси OX . Правая часть матричного уравнения равна единице для первой компоненты и нулю для всех остальных. На (рис. 3) представлены значения модуля первой компоненты электрического поля на первом, четвертом, восьмом и двенадцатом слоях соответственно.

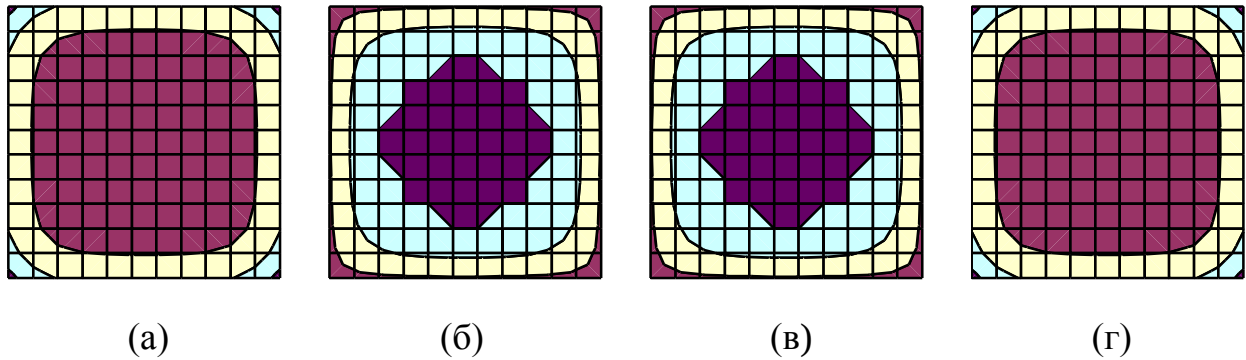


Рис. 3 Решение задачи на первом четвертом, восьмом и двенадцатом слоях куба, сетка $12 \times 12 \times 12$, $X_i = 1.5$, $k = 1.0$, волна $(1, 0, 0)$

Обратная задача дифракции

Рассмотрим обратную задачу восстановления диэлектрической проницаемости неоднородного тела в свободном пространстве. Подобные задачи имеют практическое значение, например, в задачах идентификации объектов, контроле износа материала, дефектоскопии, медицине, при выявлении онкологических заболеваний и других важных областях науки [5]. Данная задача состоит в определении диэлектрической проницаемости тела по результатам измерения параметров поля вне тела. Для этого выбираем точки наблюдения (x_c), расположенные за пределами тела.

Проведем дискретизацию задачи. Будем предполагать, что тело Q содержится в параллелепипеде $Q \subset \Pi$,

$$\Pi = \{x : a_1 < x_1 < a_2, \quad b_1 < x_2 < b_2, \quad c_1 < x_3 < c_2\} \\ 0 \leq a_1 < a_2 \leq a, \quad 0 \leq b_1 < b_2 \leq b, \quad c_1 < x_3 < c_2 \quad ,$$

Выберем равномерную прямоугольную сетку в Π , имеющую размер $N_1 \times N_2 \times N_3$ и образованную параллелепипедами

$$\Pi_{klm} = \{x: x_{1,k} < x_1 < x_{1,k+1}, x_{2,l} < x_l < x_{2,l+1}, x_{3,m} < x_3 < x_{3,m+1}\}$$

$$x_{1,k} = a_1 + \frac{a_2 - a_1}{N_1}k, \quad x_{2,l} = b_1 + \frac{b_2 - b_1}{N_2}l, \quad x_{3,m} = c_1 + \frac{c_2 - c_1}{N_3}m,$$

где $k = 0, \dots, N_1 - 1, l = 0, \dots, N_2 - 1, m = 0, \dots, N_3 - 1$.

Пусть тело Q состоит из q подобластей Q_j таких, что $Q = \bigcup_j Q_j$, $Q_i \cap Q_j = \emptyset, i \neq j$.

Кроме того, пусть подобласти Q_j состоят из объединения элементарных параллелепипедов (ячеек) сетки $Q_j = \bigcup_l \Pi_l$.

Внутри каждой ячейки будем считать диэлектрическую проницаемость постоянной. Падающее поле генерируется точечным источником, который расположен за пределами тела в точке $y_0 = (y_0^1, y_0^2, y_0^3)$ и имеет вид $\mathbf{E}^0(x) = \frac{e^{ik|x-y_0|}}{|x-y_0|}$.

Окружим тело Q точками наблюдения рисунок 4, расположенными на некотором удалении от тела Q . Будем предполагать, что они так же расположены в некотором объеме от тела Q , поскольку плоское расположение являются вырожденным случаем.

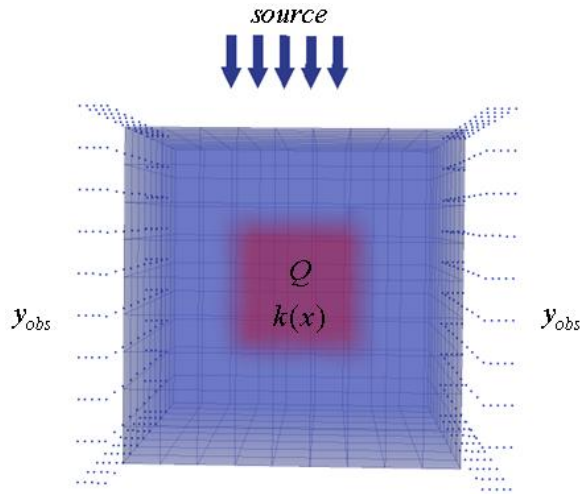


Рис. 4. Вариант расположения точек наблюдения x_c

В реальных условиях значение поля в точках наблюдения измеряется при помощи различных устройств. В связи отсутствием соответствующего оборудования будем моделировать поведение поля в точках наблюдения. Рассчитаем дифракционное поле в точках наблюдения. Для этого решим прямую

задачу дифракции (1) – (3) и определим числовые характеристики поля $\mathbf{E}(x)$ внутри тела Q , решая следующее уравнение:

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x) = \mathbf{E}^0(x) + k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(x, y) \left(\frac{\hat{\varepsilon}(y)}{\varepsilon_0} - \hat{I} \right) \mathbf{E}(y) dy + \\ + \text{grad div} \int_Q \hat{G}_E(x, y) \left(\frac{\hat{\varepsilon}(y)}{\varepsilon_0} - \hat{I} \right) \mathbf{E}(y) dy, \quad x \in Q \end{aligned} \quad (9)$$

Используя найденные значения поля $\mathbf{E}(x)$, вычислим значение поля в точках наблюдения x_c по формуле

$$\begin{aligned} \mathbf{E}(x_c) = \mathbf{E}^0(x_c) + k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(x_c, y) \mathbf{J}(y) dy + \\ + \text{grad div} \int_Q \hat{G}_E(x_c, y) \mathbf{J}(y) dy, \quad x_c \notin Q, \end{aligned} \quad (10)$$

и затем решаем его относительно неизвестной функции

$$\mathbf{J}(y) = \left[\frac{\hat{\varepsilon}(y)}{\varepsilon_0} - \hat{I} \right] \mathbf{E}(y). \quad (11)$$

Таким образом, мы рассчитали дифракционное поле в точках наблюдения [6], необходимое для дальнейшего решения исследуемой задачи, которое также может быть получено экспериментальным путем. Далее переходим ко второму этапу решения задачи, который заключается в нахождении неоднородности тела.

Для этого решаем уравнение:

$$\begin{aligned} \frac{\mathbf{J}(x_c)}{\left(\frac{\hat{\varepsilon}(x)}{\varepsilon_0} - \hat{I} \right)} - \mathbf{E}^0(x_c) = k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(x_c, y) \mathbf{J}(y) dy + \\ + \text{grad div} \int_Q \hat{G}_E(x_c, y) \mathbf{J}(y) dy, \quad x_c \notin Q. \end{aligned} \quad (12)$$

Уравнение (12) является интегральным уравнением первого рода. Именно в решении данного уравнения состоит наиболее сложная часть решения обратной задачи восстановления диэлектрической проницаемости тела. Для повышения эффективности решения уравнения можно применять различные методы регуляризации или предобуславливания.

Из уравнения (12) находим $\mathbf{J}(x)$ и определяем диэлектрическую проницаемость тела $\hat{\varepsilon}(y)$ в каждой ячейке, используя уравнение:

$$\frac{\mathbf{J}(x)}{\left(\frac{\hat{\varepsilon}(y)}{\varepsilon_0} - \hat{I}\right)} - \left(k_0^2 \int_Q \hat{G}_E(x, y) \mathbf{J}(y) dy + \text{grad div} \int_Q \hat{G}_E(x, y) \mathbf{J}(y) dy \right) = \mathbf{E}^0(x), \quad x \in Q \quad (13)$$

В качестве примера приведем визуализацию результатов определения диэлектрической проницаемости тела в свободном пространстве. Размеры тела равны, $a = 0.3$ м, $b = 0.3$ м, $c = 0.3$ м, $k_0 = 2$ м⁻¹. Размер расчетной сетки $12 \times 12 \times 12$.

На рисунке 5 представлено исходное значение модуля диэлектрической проницаемости тела, полученное в результате моделирования.

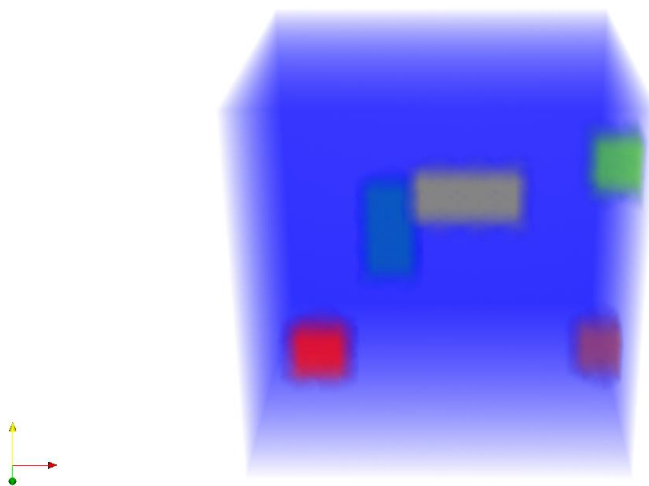


Рис. 5. Исходное значение модуля диэлектрической проницаемости тела

На рисунке 6 представлено восстановленное значение модуля диэлектрической проницаемости тела.

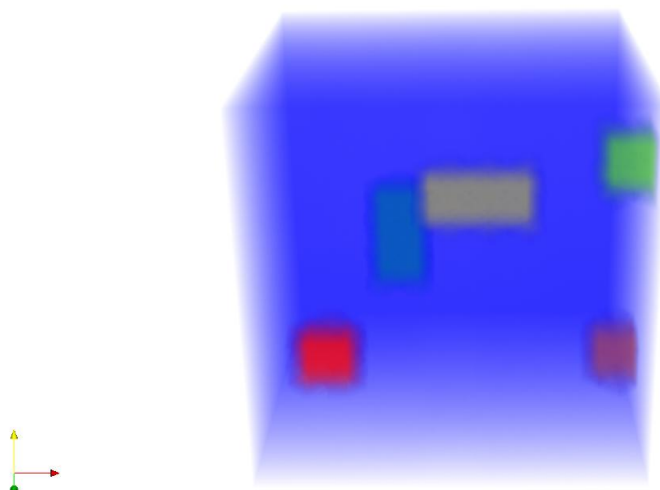


Рис. 6. Восстановленное значение модуля диэлектрической проницаемости тела

Максимум модуля разности между исходным и восстановленным значением диэлектрической проницаемости не превышает 10^{-5} . Для восстановления данных о неоднородности тела были использованы исходные значения без внесения погрешности.

Метод лупы

Данная задача и ряд других обратных задач задачи акустики и электродинамики имеет плохую обусловленность. Это приводит к тому, что данные задачи решаются либо на очень маленьких расчетных сетках либо в узком диапазоне частот. Плюс ко всему задачи становятся сверхчувствительными к малым изменениям входных данных. Попытка решения таких задач на больших расчетных сетках приводит к развалу решения или же решение получается недостаточно точным.

Всевозможные итерационные методы направленные на уточнение решения не дают желаемого результата, так как требуют очень точного начального приближения. Попытка улучшить решение за счет увеличения количества точек наблюдения и применения метода наименьших квадратов дает несущественный выигрыш в решение задачи, так как не избавляет нас от главной проблемы плохой обусловленности задачи. Подобные задачи улучшают свое поведение, если производить их регуляризацию или предобуславливание. В методах регуляризации требуется найти эффективный критерий выбора параметра регуляризации. Расчет параметра регуляризации зачастую ограничен размером вещественной части числа хранящейся в компьютере. Предобуславливание задачи сопряжено с трудностями построения предобуславливателя. Однако и в том и другом случае в процесс решения вносится погрешность, т.е. по сути, решается некоторая другая задача со схожим поведением.

С проблемой плохой обусловленности можно эффективно бороться используя разноразмерные расчетные сетки. Будем условно называть данный метод «методом линзы». Он основан на том факте, что даже «плохие» (имеющие плохую обусловленность) задачи при достаточно малой расчетной сетке имеют приемлемое для решения число обусловленности. Решим задачу на «базовой» (грубой)

расчетной сетке, приводящей к двумерной СЛАУ имеющей размерность N . Добавим в задачу еще один элемент не принадлежащей «базовой» расчетной сетке. Это изменит размерность СЛАУ на единицу. Будем называть такую задачу «расширенной». Подобное действие не сильно изменит число обусловленности матрицы. Равномерно добавляя различные элементы к базовой расчетной сетке в пределах определенного носителя можно получить решение задачи на данном носителе. Для этого потребуются решить серию однотипных «расширенных» задач. Т.е мы можем уточнять решение на требуемых носителях с необходимой для нас точностью. Отсюда и название метода «метод линзы». Перебрав все носители можно получить решение задачи на произвольной расчетной сетке.

Для решения обратных задач на расчетных сетках важно эффективно выбрать точки наблюдения. Пусть тело Q имеет форму прямоугольного параллелепипеда в R^3 . Расположим точки наблюдения для «базовой» расчетной сетке с двух сторон от противоположных граней куба в плоскостях равноудаленных друг от друга. Число плоскостей определяется числом носителей расположенных по одной из граней прямоугольного параллелепипеда. Дополнительные точки наблюдения для расширенных задач будем выбирать в плоскостях параллельных неиспользованной (свободной) паре граней аналогичным способом.

Пусть тело является фигурой сложной формы состоящей из носителей (элементарных ячеек). В этом случае у тела существует шесть ориентированных поверхностей. Точки наблюдения можно расположить в несколько слоев. Первый слой располагается на границе тела ориентированной вдоль одной из сторон тела. Остальные слои могут быть получены удалением первого слоя от тела на одинаковое расстояние. Хочется заметить, что это лишь один из возможных вариантов расположения точек наблюдения.

Любая измерительная установка вносит свою погрешность в процесс измерения. Поэтому входные данные приходят к нам с некоторой пусть и не большой погрешностью. В этом случае при решении задач могут возникать артефакты. В нашей задаче под артефактами мы понимаем носители, на которых неправильно идентифицирована неоднородность. Если таких неоднородностей не много, то можно их определить путем смещения точек наблюдения и положения источника. В этом случае истинные значения неоднородности остаются на прежних

местах, а артефакты появляются на новых позициях. Таким образом бороться с внесением небольших погрешностей в исходные данные.

Заключение

Таким образом, нелинейная задача восстановления диэлектрической проницаемости неоднородного тела в волноводе сведена к решению линейной задачи и пересчета функции диэлектрической проницаемости уравнения, соответственно, предложенный алгоритм реализуется в два шага.

Среди преимуществ данного метода можно указать, что при его использовании не требуется выбор начального приближения; также данный метод позволяет работать с большими расчетными сетками и выявлять более 1000 неоднородностей. Предложенный метод также позволяет восстанавливать диэлектрическую проницаемость анизотропного тела и тела, имеющего комплексную диэлектрическую проницаемость.

Литература

- 1 T.M.Grzegorzczyc, P.M.Meaney, P.A. Kaufman, Roberta M. diFlorio-Alexander, K.D.Paulsen "Fast 3-D tomographic microwave imaging for breast cancer detection."// IEEE Transactions on medical imaging. Vol.3, Num.8, pp.1584-1592, 2012.
- 2 Самохин А.Б. Интегральные уравнения и итерационные методы в электромагнитном рассеянии. М.: Радио и связь, 1998.
- 3 Смирнов Ю.Г. Применение ГРИД-технологий для решения нелинейного объемного сингулярного интегрального уравнения для определения эффективной диэлектрической проницаемости наноматериалов. Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Физико-математические науки. 2008. №3 с.39-55.
- 4 Медведик М.Ю. Применение субиерархического метода в задачах электродинамики. // Вычислительные методы и программирование. 2012. Т.13. с. 87-97.
- 5 Медведик М.Ю., Смирнов Ю.Г. Обратные задача восстановления диэлектрической проницаемости неоднородного тела в волноводе. Пенза: Издательство ПГУ, 2014.
- 6 Смирнов Ю.Г. Математическая теория дифракции акустических и электромагнитных волн на системе экранов и неоднородных тел: монография / Ю.Г. Смирнов, А.А. Цупак. - Москва: РУСАЙНС, 2016. - 226с.

Медведик Михаил Юрьевич

Пензенский государственный университет

Кандидат физико-математических наук, доцент.

36 80 96

_medv@mail.ru

Евстегнеев Роман Олегович

Roman_cezar@mail.ru

Аспирант, младший научный сотрудник НИЦ «суперкомпьютерное моделирование в элеткродинамике»

Гундарев Евгений Андреевич

Пензенский государственный университет

Студент (5 курс)

89996117327

psu.gun@mail.ru