

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

**«Методические особенности изучения темы «Фигуры вращения» в
класса различного профиля обучения»**

Студент

 06.06.24.
(подпись, дата)

Киреева Наталия Валерьевна
(ФИО полностью)

Руководитель

 6.06.24
(подпись, дата)

Сорокина М.В.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

 24.06.24
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 07.06.24 № 12)

Заведующий кафедрой

07.06.24 
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 24.06.24 № 3)

Секретарь ГЭК

 24.06.24
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2024

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1. ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ФИГУРЫ ВРАЩЕНИЯ» В КЛАССАХ РАЗЛИЧНОГО ПРОФИЛЯ ОБУЧЕНИЯ.....	5
1.1 Понятие фигуры вращения.....	5
1.2 Место темы в школьной программе.....	18
ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ФИГУРЫ ВРАЩЕНИЯ» НА УРОКАХ ГЕОМЕТРИИ.....	29
2.1 Конспект урока в 11 классе на тему: «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра».....	31
2.2 Конспект урока в 11 классе на тему: «Конус. Усеченный конус».....	38
2.3 Конспект нестандартного урока по геометрии в 11 классе на тему: «Объем тел вращения».....	44
2.4 Методическая разработка игры «Математический бой» по геометрии в 11 классе на тему: «Тела вращения вокруг нас».....	48
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	55
БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК.....	57
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	

ВВЕДЕНИЕ

Современная система школьного образования интегрирует множество учебных дисциплин, в числе которых геометрия выделяется как дисциплина первостепенной важности. Задача геометрии заключается не только в осмыслении устройства окружающего макро- и микромира, но также и в обучении методам его геометрического моделирования. Освоение геометрических форм, демонстрация применимости математических знаний в повседневной жизни и составляют основные задачи школьного курса математических дисциплин [15].

Середина XX столетия заметно подчеркнула значимость класса пространственных фигур, известных как тела вращения, примеры которых пронизывают многие области знаний, от физики до инженерии, и видны во множестве привычных объектов, вроде колес транспортных средств.

Тема «Фигуры вращения» является ключевым элементом в программе школьного курса геометрии и отличается повышенной сложностью как при овладении теоретическим материалом, так и при решении практических задач. Следовательно, актуально создание и внедрение методик обучения, которые способствовали бы более эффективному и глубокому усвоению учащимися данных аспектов науки [10].

Также в контексте школьной программы по геометрии пространственное мышление играет не второстепенную, а центральную роль, обеспечивая учащимся способность ориентации в реальном трехмерном пространстве, где плоские объекты, рассматриваемые в рамках планиметрии, не встречаются.

Таким образом, тема выпускной квалификационной работы представляется нам актуальной.

Целью выпускной квалификационной работы является исследование методических особенностей изучения темы «Фигуры вращения» в классах различного профиля обучения и последующая разработка уроков по теме.

Ключевыми задачами, исходя из цели исследования, являются:

1. Рассмотреть понятие фигуры вращения;
2. Обозначить место темы в школьной программе;
3. Подготовить конспект урока в 11 классе на тему: «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра»;
4. Подготовить конспект урока в 11 классе на тему: «Конус. Усеченный конус»;
5. Представить конспект нестандартного урока по геометрии в 11 классе на тему: «Объем тел вращения»
6. Описать методическую разработку игры «Математический бой» по геометрии в 11 классе на тему: «Тела вращения вокруг нас».

Объект исследования – процесс обучения математике в средней школе.

Предмет исследования – изучение темы «Тела вращения» в средней школе с учетом практической и прикладной направленности.

В работе нами применялись методы, как теоретические – анализ научной литературы и периодических изданий по проблематике обучения теме «Фигуры вращения»; так и эмпирические – наблюдение, эксперимент, сравнение и тестирование.

Исследование имеет практическую значимость, поскольку разработанные нами методические рекомендации по теме «Тела вращения» могут быть использованы учителем математики при подготовке к проведению уроков в классах различного профиля обучения.

Структура выпускной квалификационной работы состоит из следующих элементов: введение, основная часть, заключение, библиографический список и приложения.

Глава 1. Теоретические основы изучения темы «Фигуры вращения» в классах различного профиля обучения

1.1 Понятие фигуры вращения

Важным классом фигур в пространстве, помимо многогранников, является класс фигур, называемых фигурами вращения.

Прежде чем дать определение фигуры вращения, рассмотрим понятие поворота в пространстве вокруг прямой, которое является аналогом понятия поворота на плоскости вокруг точки [2].

Пусть в пространстве задана прямая a и точка A , не принадлежащая этой прямой (рис. 1). Через точку A проведем плоскость α , перпендикулярную прямой a , и точку пересечения α и a обозначим O . Говорят, что точка A' пространства получается из точки A поворотом вокруг прямой a на угол φ , если в плоскости α точка A' получается из точки A поворотом вокруг центра O на угол φ .

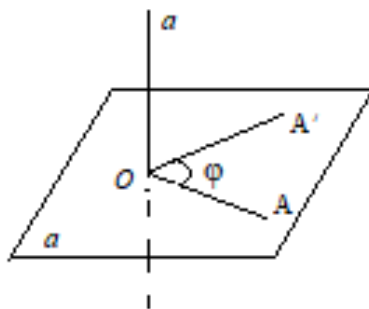


Рисунок 1 – Пространство с прямой a и точкой A

Преобразование пространства, при котором точки прямой a остаются на месте, а все остальные точки поворачиваются вокруг этой прямой (в одном и том же направлении) на угол φ называется поворотом или вращением. Прямая a при этом называется осью вращения [3].

Говорят, что фигура Φ в пространстве получена вращением фигуры F вокруг оси a , если точки фигуры Φ получаются всевозможными

поворотами точек фигуры F вокруг оси a . Фигура Φ при этом называется фигурой вращения.

Например, при вращении точки A вокруг прямой a (рисунок 2) получается окружность с центром в точке O , являющейся пересечением прямой a с плоскостью, проходящей через точку A и перпендикулярной прямой a .

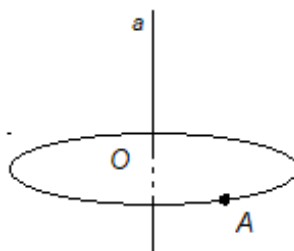


Рисунок 2 – Окружность с центром в т. O

Таким образом, вращение — это круговое движение объекта вокруг центра (или точки) вращения. Трехмерный объект всегда можно вращать вокруг бесконечного числа воображаемых линий, называемых осями вращения. Если ось проходит через центр масс тела, тело вращается. Фигуры вращения — это геометрические тела, образованные вращением геометрической фигуры вокруг оси.

Рассмотрим геометрические фигуры вращения и их особенности.

Цилиндр — геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими её. Это фигура, которая получается путем вращения прямоугольника вокруг одной из его сторон, которая становится осью цилиндра [30].

Цилиндром (круговым цилиндром) называется фигура, которая состоит из двух кругов, которые совмещаются при помощи параллельного переноса. Эти круги являются основаниями цилиндра. А линии (прямые отрезки), которые связывают соответствующие точки, называются «образующими».

Цилиндр может иметь не только замкнутую форму [11].

Помимо кругов, основаниями цилиндров могут быть эллипсы, или другие замкнутые фигуры. Например, основанием цилиндра может быть

парабола или гипербола. Такой цилиндр будет открытым или же развернутым. По углу наклона образующих к основаниям цилиндры могут быть прямыми или наклонными [2].

Образующие у прямого цилиндра строго перпендикулярны основаниям. Если же данный угол не равен 90° , то тогда цилиндр будет наклонным.

Рассмотрим элементы цилиндра.

Высотой цилиндра называется отрезок, перпендикулярный основаниям и имеющий своими концами точки, которые лежат в плоскостях оснований цилиндра. Любая образующая цилиндра является его высотой. Ось также является высотой цилиндра (рисунок 3).

Радиусом цилиндра называется радиус его основания. Сечением цилиндра плоскостью, параллельной его оси, является прямоугольник. Сечением цилиндра плоскостью, параллельной основанию цилиндра, является круг, радиус которого равен радиусу основания.

Прямой круговой цилиндр является наиболее часто используемой поверхностью вращения в технике. Иногда по техническим показаниям применяется коническая, шарообразная и некоторые другие типы поверхностей, но 99% всех вращающихся валов, осей и т. д. выполнены в виде цилиндров.

Предположим, что имеется некая прямая a , расположенная вертикально. ABCD – прямоугольник, одна из сторон которого лежит на прямой a . Если мы будем вращать прямоугольник вокруг прямой, как показано на рисунке ниже, объем, который он займет, вращаясь, будет нашим телом вращения – прямым круговым цилиндром с высотой $H = AB = DC$ и радиусом $R = AD = BC$.

В данном случае, в результате вращения прямоугольника получается цилиндр (рисунок 3).

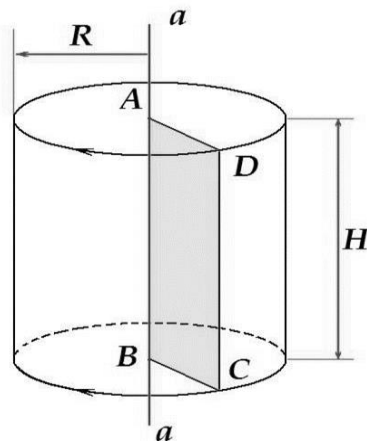


Рисунок 3 – Поверхность вращения цилиндра

Для того чтобы вычислить площадь поверхности обычного прямого кругового цилиндра, необходимо подсчитать площади оснований и боковой поверхности.

Вначале рассмотрим, как вычисляют площадь боковой поверхности. Площадь боковой поверхности - это произведение длины окружности на высоту цилиндра. В то же время, длина окружности равняется удвоенному произведению числа π на радиус окружности. Площадь круга, как нам известно, равняется произведению π на квадрат радиуса. В итоге, сложив формулы для площади определения боковой поверхности с удвоенным выражением площади основания и произведя некоторые алгебраические преобразования, получаем итоговое выражение для вычисления площади поверхности цилиндра (рисунок 4).

Объем цилиндра определяется так: площадь основания цилиндра умножается на его высоту (рисунок 4).

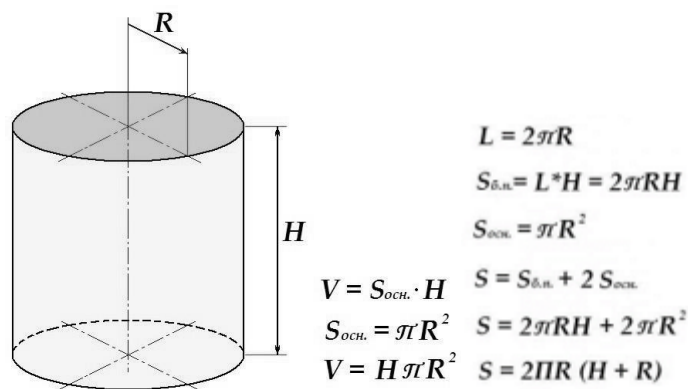


Рисунок 4 – Определение объема цилиндра

Конечная формула для объема цилиндра выглядит следующим образом: искомое определяется произведением высоты тела на число π и квадрат радиуса основания. Полученная формула, стоит отметить, применима для решения различных типов задач. Например, так же, как объем цилиндра, определяется объем проводки. Нужно рассчитать массу проводов. Формула представлена ниже (1):

$$V = (LN \pi)/(d^2/4) \quad (1)$$

Различия в формуле заключаются только в том, что вместо радиуса одного цилиндра стоит деленный надвое диаметр жилы проводки и в выражении появляется число жил в проводе N . Кроме того, длина провода используется вместо высоты. Таким образом, рассчитывается объем «цилиндра» не одного, а по количеству проводов в оплетке [16, 28]. Такие расчеты часто применяются на практике. Действительно, значительная часть сосудов для воды выполнена в виде трубы. Часто необходимо рассчитать объем цилиндра даже в домашнем хозяйстве. Однако, как мы уже говорили, форма цилиндра может быть другой. И в некоторых случаях необходимо рассчитать, чему равен объем наклонного цилиндра. Разница заключается в том, что площадь поверхности основания умножается не на длину образующей, а на расстояние между плоскостями – перпендикулярный отрезок, построенный между ними (рисунок 5).

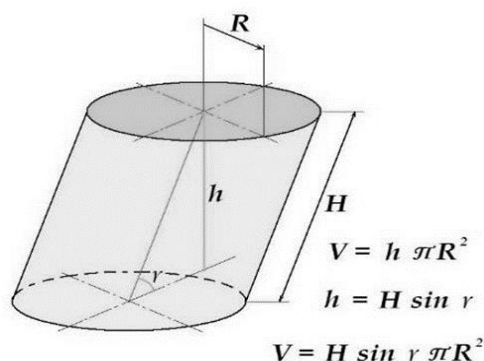


Рисунок 5 – Случай, когда отрезок равен произведению длины образующей на синус угла наклона образующей к плоскости

Рассмотрим еще одну фигуру вращения – конус.

Конус в геометрии — это трехмерное тело, которое образуется в

результате вращения прямоугольного треугольника вокруг одного из его катетов. Это тело ограничено круглым основанием и наклонной поверхностью, которая сходится в одной точке, называемой вершиной конуса. Если ось вращения совпадает с высотой, то конус называется прямым, в противном случае — наклонным.

Конус — это геометрическое тело, получающееся путем вращения прямоугольного треугольника вокруг его катета (рисунок 6).

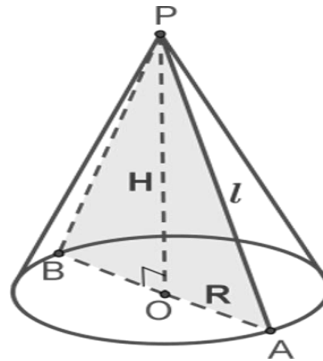


Рисунок 6 – Изображение конуса

Треугольник POA вращается вокруг стороны PO.

P — вершина конуса.

PO — ось конуса и высота конуса. PA — образующая конуса.

Круг с центром в точке O — основание конуса. AO — радиус основания конуса.

Осевое сечение конуса — это сечение конуса плоскостью, которая проходит через ось PO конуса.

Равнобедренный треугольник — это осевое сечение конуса APB — осевое сечение конуса.

$\angle PAO = \angle PBO$ — углы между образующими и основанием конуса.

Прямой конус - это конус, основание которого имеет центр симметрии, и ортогональная проекция вершины конуса на плоскость основания совпадает с этим центром. В этом случае прямая линия, соединяющая центр основания и вершину, является осью конуса.

Прямой круговой конус, или же просто конус, можно получить путем вращения прямоугольного треугольника вокруг прямой, содержащей катет. Эта прямая является осью конуса.

Конус, у которого ортогональная проекция вершины на основании не совпадает с его центром симметрии, называется наклонным конусом (Рисунок 7).



Рисунок 7 – Наклонный конус

Есть конусы, которые основаны на эллипсе, параболе или гиперболе. Эти конусы называются эллиптическими, параболическими и гиперболическими конусами соответственно. Параболические и гиперболические конусы имеют бесконечный объем [11].

Формулы для вычисления объема конуса:

- 1) Объем конуса равен трети произведения площади основания на высоту.
- 2) Объем конуса равен трети произведения числа π на квадрат радиуса основания на высоту.

Формула объема данной геометрической фигуры представлена в формулах 2-3:

$$V=(h/3)S , \quad (2)$$

$$V = (h/3) \pi r^2, \quad (3)$$

где: V - объем конуса;

S - площадь основания конуса;

h - высота конуса π - число пи (3,14);

r - радиус конуса.

Следующими фигурами вращения, требующими внимания с целью изучения проблематики исследования являются сфера, шар и их элементы [8, 16].

Сфера в геометрии описывается как множество точек в трехмерном пространстве, которые равноудалены от одной заданной точки, именуемой центром сферы (т. O). Это расстояние, одинаковое для всех точек поверхности сферы, называется радиусом (R). Важно отметить, что сфера – это только поверхность без внутреннего содержимого. Фигура сферы представлена на рисунке 8.

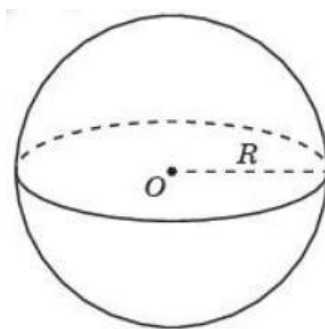


Рисунок 8 - Сфера

Отрезок, соединяющий произвольные две точки сферы, называется хордой этой сферы. Хорда, проходящая через центр сферы, называется диаметром этой сферы. Окружность, являющаяся сечением сферы плоскостью, проходящей через ее центр, называется большой окружностью или экватором.

Фигуры, такую как сфера, можно получить путем вращения окружности вокруг прямой, содержащей ее диаметр (рисунок 9).

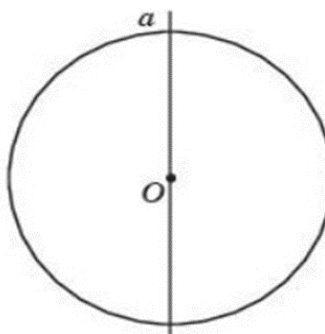


Рисунок 9 – Образование сферы

Шар, в свою очередь, представляет собой тело в трехмерном пространстве, ограниченное сферой, то есть включает в себя все точки внутри сферы и на ее поверхности. Шар можно также охарактеризовать как геометрическое место точек, расстояние от которых до центра меньше либо равно радиусу (отрезку, соединяющему центр шара и какую-нибудь точку его поверхности).

Сфера с тем же центром и того же радиуса, что и данный шар, называется поверхностью шара.

Уравнение сферы представлено в виде формулы 4.

$$(x - x_0)^2 + (y - y_0)^2 + (z - z_0)^2 = R^2, \quad (4)$$

уравнение сферы радиуса R и с центром $C(x_0; y_0; z_0)$.

Рассмотрим особенности сферы как геометрической фигуры вращения.

Обычно сфера изображается так (рисунок 11):

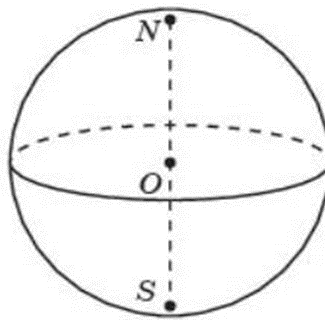


Рисунок 10 –Изображение сферы

На рисунке 11, помимо окружности, изображены:

- а) сечение сферы плоскостью, проходящей через центр сферы, которое называется большой окружностью или экватором;
- б) прямая, проходящая через центр сферы и перпендикулярная плоскости экватора, которая называется осью сферы;
- в) точки пересечения оси со сферой, которые называются полюсами сферы.

Иногда, кроме экватора, на изображении сферы рисуют параллели – сечения сферы плоскостями, параллельные оси экватора, и меридианы –

сечения сферы плоскостями, проходящими через ось сферы. Именно так обычно изображается глобус земного шара (рисунок 12) [30].

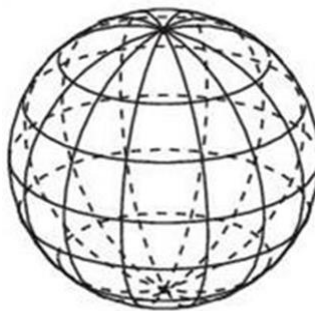


Рисунок 11 – Изображение сферы с изображением параллелей

Рассмотрим нахождение площади сферы и её частей [9].

Определение площади сферы аналогично определению длины окружности. Длиной окружности считают число, к которому стремятся периметры правильных многоугольников, описанных около этой окружности, при увеличении числа их сторон. Рассмотрим правильный многоугольник, описанный около окружности, и фигуру, образованную вращением этого многоугольника вокруг прямой, содержащей диаметр PQ окружности (Рисунок 13).

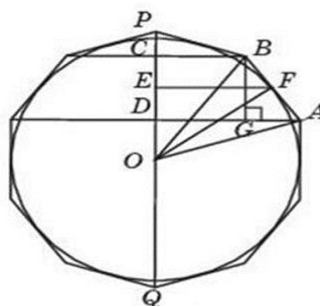


Рисунок 12 – Случай, когда правильный многоугольник описан около окружности

В поверхность этой фигуры могут входить боковые поверхности конусов, усеченных конусов, цилиндров. Площадь этой поверхности равна сумме площадей входящих в нее боковых поверхностей конусов, усеченных конусов и цилиндров.

Площадью сферы, полученной вращением окружности, считается число, к которому стремятся площади поверхностей фигур, образованных вращением

правильных многоугольников, описанных около этой окружности, при увеличении числа их сторон.

Нашей задачей является нахождение формулы площади сферы радиусом R . Площадь сферы называется также площадью поверхности шара, ограниченного этой сферой.

Рассмотрим поверхность, полученную вращением стороны AB правильного многоугольника M , описанного около окружности. Она представляет собой боковую поверхность усеченного конуса, полученного вращением прямоугольной трапеции $ABCD$ вокруг прямой CD (рис.). Площадь $S(AB)$ этой поверхности равна произведению длины окружности, радиусом которой является средняя линия EF , и боковой стороны AB трапеции, то есть $S(AB) = (2\pi \cdot EF \cdot AB)$. Имеем $CD = BG = AB \cdot \sin \angle BAD$. Следовательно, $S(AB) = (2\pi \cdot EF \cdot CD) / (\sin \angle BAD)$.

Учитывая, что угол BAD равен углу EOF (как углы с соответственно перпендикулярными сторонами), получаем:

$$S(AB) = (2\pi \cdot EF \cdot CD) / (\sin \angle BAD) = (2\pi \cdot EF \cdot CD) / (\sin \angle EOF) = 2\pi \cdot OF \cdot CD = 2\pi R \cdot CD.$$

Аналогичные формулы имеют место для площадей поверхностей, полученных вращением других сторон многоугольника M . Складывая эти площади, получим формулу площади $S(M)$ поверхности вращения многоугольника M (формула 5):

$$S(M) = 2\pi \cdot OF \cdot PQ = 2\pi R \cdot 2R = 4\pi R^2, \quad (5)$$

Площадью сферы считается число, к которому стремятся площади поверхностей вращения правильных многоугольников, описанных около окружности, при увеличении числа их сторон. Таким образом, для площади S сферы имеет место формула: $S = 4\pi R^2$.

Шаровым сегментом называется меньшая часть шара, отсекаемая от него какой-нибудь плоскостью, не проходящей через центр шара (Рисунок 14).

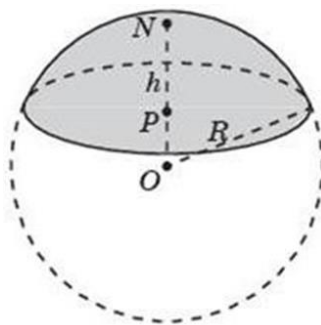


Рисунок 13 – Изображение шарового сегмента

Круг, образованный сечением шара этой плоскостью, называется основанием шарового сегмента.

Меньшая часть поверхности шара, отсекаемая от шара этой плоскостью, называется боковой поверхностью шарового сегмента.

Основание шарового сегмента и его боковая поверхность вместе составляют поверхность шарового сегмента.

Часть радиуса шара, лежащая внутри шарового сегмента и перпендикулярная его основанию, называется высотой шарового сегмента.

Шаровым поясом называется часть шара, заключенная между двумя параллельными плоскостями, пересекающими этот шар (рисунок 15).

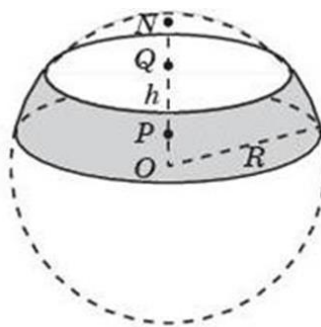


Рисунок 14 – Изображение шарового пояса

Круги, образованные сечениями шара этими плоскостями, называются основаниями шарового пояса. Часть поверхности шара, заключенная между этими плоскостями, называется боковой поверхностью шарового пояса.

Основания шарового пояса и его боковая поверхность вместе составляют поверхность шарового пояса.

Часть диаметра шара, лежащая внутри шарового пояса и перпендикулярная его основаниям, называется высотой шарового пояса.

Приведенный выше вывод формулы площади сферы можно применить для шарового сегмента и шарового пояса. В результате получим следующие формулы площади $S_{\text{сегмента}}$ боковой сегментной поверхности шарового сегмента (6) и площади $S_{\text{пояса}}$ боковой поверхности шарового пояса (7):

$$S_{\text{сегмента}} = 2\pi R \cdot h, \quad (6)$$

$$S_{\text{пояса}} = 2\pi R \cdot h, \quad (7)$$

где R – радиус шара, h – высоты шарового сегмента и шарового пояса.

Шаровым сектором называется тело, полученное вращением кругового сектора с углом, меньшим 90° , вокруг прямой, содержащей один из ограничивающих круговой сектор радиусов. Шаровой сектор состоит из шарового сегмента и конуса (рисунок 16).

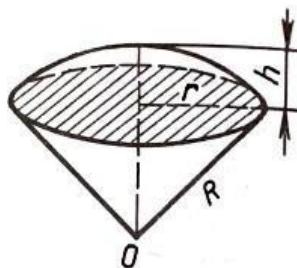


Рисунок 15 – Изображение шарового сектора

Объем шара вычисляется по приведенной ниже формуле 14.

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3, \quad (14)$$

где V – объем шара, R – радиус шара, $\pi = 3,14$

Таким образом, сделаем вывод о том, что под фигурами вращения мы понимаем тело, получаемое в результате вращения плоской фигуры вокруг какой-либо прямой (оси вращения), лежащей в той же плоскости. Эта прямая не обязательно должна проходить непосредственно через фигуру, но каждая точка вращаемой фигуры описывает окружность, центры которых лежат на оси вращения, а радиусы равны расстоянию до этой оси. Примерами фигур вращения являются шар, цилиндр, конус и тор, каждый из которых образуется путем вращения круга, прямоугольника, треугольника и кругового сегмента соответственно.

1.2 Место темы в школьной программе

Известно, что успех в преподавании геометрии во многом зависит от содержания и структуры используемого учебника. Обучающимся нравится работать по некоторым учебникам (читать, проверять рисунки, активно выполнять предложенные задания). Другие учебники воспринимаются совсем по-другому [9].

Чтобы сравнить содержание различных школьных учебников по геометрии, в первую очередь важно сосредоточиться на том, какие цели и характеристики преподавания геометрии были наиболее актуальны в последние годы. Также важно изучить федеральный список учебников на 2023-2024 учебный год.

Полагаем, что на данный момент ключевой целью при исследовании курса геометрии в школьной программе кроме становления логики мышления школьников, всё более популярными являются и задачи разного рода, как общекультурные, так и как прикладные, в том числе и научные. Обращаясь к теме исследования в современных учебниках, важно обратить внимание на момент того, что каждая книга обязательно отвечает настоящим целям, а также задачам в обучении геометрии, что будет соответствовать федеральным стандартам .

Отметим, что тема фигур вращения занимает принципиальное место в школьном курсе геометрии, поскольку углубляет понимание учащимися основ математического анализа и стереометрии, обеспечивая тем самым более глубокое и систематическое изучение математических дисциплин.

Работа с фигурами вращения стимулирует абстрактное мышление и способствует развитию навыков решения нестандартных задач, что является неотъемлемой частью интеллектуального развития личности [7].

Также значительное внимание уделяется в теме по причине того, что у обучающихся закладывается фундамент пространственного мышления,

понимания сложных трехмерных форм, которые широко распространены в природе, в науке, инженерной сфере.

Обратимся к анализу содержания ФГОС по математике для учащихся средней школы. Так, для разных уровней существуют свои требования. Программа базового уровня математики ориентирована на формирование у учащихся общего математического кругозора, необходимого для успешной социализации и функционирования в современном обществе. Она включает в себя изучение основных математических понятий, принципов и методов, которые применимы в повседневной жизни и других неспециализированных областях знаний.

Профильный уровень предназначен для углубленного изучения дисциплины, такой как математика, и ориентирован на учащихся, планирующих продолжить образование в вузах на математических, естественнонаучных, инженерных и других специальностях, где требуется высокий уровень математической подготовки. Программа профильного уровня включает более сложные темы, такие как продвинутая алгебра, начала математического анализа, глубокое изучение геометрии и статистики.

Принципиальное различие между базовым и профильным уровнями заключается в глубине и сложности изучаемого материала. Профильный уровень предполагает более высокую степень абстракции, использование продвинутых математических моделей и методов решения задач.

Сходства между уровнями заключаются в том, что оба направлены на развитие логического мышления, аналитических способностей и способности к математическому моделированию [9].

Таким образом, базовый уровень обеспечивает необходимый минимум для понимания математики в повседневной жизни и профессиональной деятельности, не связанной непосредственно с математикой, в то время как профильный уровень подготавливает к более глубокому пониманию и использованию математики в специализированных областях.

Проанализируем содержание программ ФГОС базового и профильного уровня по темам «Тела вращения». Так, в профильном уровне разделу уделяется 24 часа, когда в базовом – всего 12.

Во ФГОС базового уровня по математике методисты пишут о том, что моменту окончания школы учащийся научится:

«оперировать понятиями: цилиндрическая поверхность, образующие цилиндрической поверхности, цилиндр, коническая поверхность, образующие конической поверхности, конус, сферическая поверхность;

распознавать тела вращения (цилиндр, конус, сфера и шар); объяснять способы получения тел вращения;

классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости;

оперировать понятиями: шаровой сегмент, основание сегмента, высота сегмента, шаровой слой, основание шарового слоя, высота шарового слоя, шаровой сектор;

вычислять объёмы и площади поверхностей тел вращения, геометрических тел с применением формул;

оперировать понятиями: многогранник, вписанный в сферу и описанный около сферы, сфера, вписанная в многогранник или тело вращения;

вычислять соотношения между площадями поверхностей и объёмами подобных тел

изображать изучаемые фигуры от руки и с применением простых чертёжных инструментов;

выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения»

В профильном уровне к ЗУН учащихся к концу окончания школы добавляются – свободно оперировать понятиями, связанными с цилиндрической, конической и сферической поверхностями, объяснять способы получения; классифицировать взаимное расположение сферы и плоскости; вычислять величины элементов многогранников и тел вращения, объёмы и площади поверхностей многогранников и тел вращения,

геометрических тел с применением формул; изображать изучаемые фигуры, выполнять (выносные) плоские чертежи из рисунков простых объёмных фигур: вид сверху, сбоку, снизу, строить сечения тел вращения и т.д.».

При анализе программ ФГОС мы видим, что содержание описываемых навыков относительно темы фигур вращения довольно-таки схож. На базовом уровня учащиеся приобретают основу темы тел вращения, а на профильном – расширяют и углубляют знания, которые пригодятся для дальнейшего поступления, к примеру, в технический ВУЗ. Так, ко многим описанным навыкам добавляются слова «свободно оперировать понятиями», идет расширение выполняемых действий с фигурами вращения при черчении, вычислении площадей, объема и т.д.

Таким образом, базовый уровень обеспечивает необходимый минимум для понимания темы фигур вращения в повседневной жизни и профессиональной деятельности, не связанной непосредственно с математикой, в то время как профильный уровень подготавливает к более глубокому пониманию и использованию тел вращения в специализированных областях [8].

В таблице 1 нами проанализировано наличие понятийного аппарата авторами учебников геометрии.

Таблица 1 – Анализ понятийного аппарата в учебниках геометрии на тему «Фигуры вращения» [6-9,14]

	Базовый уровень			Профильный уровень	
	Атанасян Л.С., Бутузов В. Ф., Кадомцев В. Б. тдр. (базовый и углубленный уровень; 10-11 класс)	Погорелов А.В. (базовый и углубленный уровень; 10-11 класс)	Смирнов В.А., Смирнова И.М.(10 класс)	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик А.И. (10 класс)	Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. (10 класс)
Определение поверхности	+	-	+	+	+
Изображение поверхности	+	-	+	+	+
Определение Конуса	+	+	+	+	+
Определение Цилиндра	+	+	+	+	+
Определение Шара	+	+	+	+	+
Определение сферы	+	+	+	+	+
Иллюстрации	+	+	+	+	+
Сечение поверхностей	+	+	+	+	+
Итоги	8	6	8	8	8

Таким образом, анализируя понятийный аппарат учебников геометрии, как базового, так и профильного уровня, мы обратили внимание на то, что в учебниках А. В. Погорелова 10-11 классов базового и углубленного уровня отсутствуют определение поверхности, изображение поверхности. В книгах других авторов (Л. С. Анасяна, В. Ф. Бутузова, В. Б. Кадомцева; В. А. и И. М. Смирновых, А. Д. Александрова, А. Л. Вернера; В. Потоскуева и Л. И. Звавич) представлены и определения, и изображения, относящиеся к той или иной изучаемой теме, среди них - поверхности, конус, цилиндр, шар, сфера, сечение поверхности. Мы решили представить сравнение учебных программ в балльной системе, что наглядно позволит обратить внимание на преимущества/недостатки учебников. Так, учебник А. В. Погорелова из-за нехватки некоторой информации мы оценили на 6 баллов, другие представленные книги «получили» отметку в 8 баллов [6-9, 14].

В таблице 2, в свою очередь, нами приведён анализ содержания теорем и свойств ранее представленных учебниках.

Таблица 2 – Анализ содержания теорем и свойств учебников [6-9,14]

	Базовый уровень			Профильный уровень	
	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др.. (базовый и углубленный уровень; 10 - 11класс)	Погорелов А.В. (базовый и углубленный уровень; 10 - 11 класс)	Смирнов В.А., Смирнова И.М (10 класс)	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И.(10 класс)	Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. (10 класс)
Площади поверхности Цилиндра	+	+	-	+	+
Площади поверхности конуса	+	+	-	+	+
Площадь боковой поверхности усеченного конуса	+	-	-	+	+
Вывод уравнения сферы	+	+		+	+
Свойства касательной	+	+	-	+	+

Также мы пришли к выводу о том, что именно у А. Д. Александра фигуры рассматриваются в порядке:

1. Шар;
2. Цилиндр;
3. Конус.

Данный факт объясним тем, что определение сферы и шара представляется базовыми и популярными при обучении школьников ключевым понятиям рассматриваемой темы программы [4]. Понятие цилиндра, конуса в том числе разнятся от общепринятых учебников. Так, цилиндр представляет собой объединение параллельных отрезков, которые идут из всех точек некоторой плоской фигуры до плоскости, параллельной плоской фигуры.

При анализе определений понятия цилиндра и конуса учебников разного профиля нами выявлено, во-первых, ярко выраженного и строгого понятия в учебниках не имеется, но присутствует описание. Во-вторых, в данных книгах при описании цилиндра или конуса школьников принято обучать тому, что это - геометрическое тело, следовательно, ограниченное пространственная область с границей. Одновременно с этим положением выделяются 3 ключевых отличных друг от друга методических векторов к определению цилиндра (конуса) [1].

Так, автор А. В. Погорелов под цилиндром имеет в виду фигура, которая заключено между двумя параллельными плоскостями, отрезками всех параллельных прямых, которые пересекаются в круг в одной плоскости [9]. Л. С. Атанасян в своём курсе считает, что вначале необходимо познакомить школьников с понятием границы, под которым понимается цилиндрическая поверхность и 2 круга, расположенных в определённым образом относительно данной поверхности, то есть ограниченное пространство области, далее цилиндр определяется как тело, которое ограничено вышеупомянутой поверхностью [8].

Заключительная третья позиция исследователей в том, что цилиндр изначально рассматривается в школьном курсе как тело вращения.

Также в некоторых программах обучающиеся изучают тему, такую как прямой круговой цилиндр.

По нашему мнению, рассмотренные позиции являются логичными, имея преимущества. Это заключается в наглядности и ясности первого мнения (А. В. Погорелов) [9], Л. С. Атанасян вводит понятия удобные при последующем применении в программе боковой поверхности цилиндра [8]. Таким образом, понятие цилиндра в виде фигуры вращения необходимо исследовать при любом изложении темы, при любой программе.

В таблице 3 мы сравниваем учебные пособия на наличие задач по теме исследования.

Таблица 3 – Учебные пособия по решению задач разных уровней [6-9,14]

	Базовый уровень			Профильный уровень	
	Атанасян Л.С., Бутузов В.Ф., Кадомцев С.Б. и др. (базовый и углубленный уровень; 10 - 11класс)	Погорелов А.В. (базовыйи углубленный уровень; 10 - 11 класс)	Смирнов В.А., Смирнова И.М (10 класс)	Александров А.Д., Вернер А.Л., Рыжик А.И (10 класс)	Потоскуев Е.В., Звавич Л.И. (10 класс)
Задачи на усвоение понятия и егоопределения	+	+	+	+	+
Задачи на усвоение теоремы и ее свойства	+	+	+	+	+

Исходя из проведенного анализа учебников, можно заключить о том, что в учебнике под редакцией Л. С. Атанасяна тема «Фигуры вращения» представлена доступным образом, так как в данном пособии по геометрии Представлен принцип последовательности отечественной системы образования. Выявлено что при описании теории о фигурах вращения сохраняются принципы логики и систематики. Для пособий характерно наличие типовых заданий, которые подобраны весьма эффективно. Визуализация темы представлена в книгах очень хорошо - емко оформлены иллюстрации, чертежи и таблицы, что позволяет учащимся в наглядном усвоении материала программы.

Глава 2. Методические разработки изучения темы «Фигуры вращения» на уроках геометрии

В настоящее время в науке обучения математике актуализируются разработки концепции метода и его конкретизация. Так, метод обучения представляет собой способ совместной коллективной работы педагога с учащимися, направленный на решение дидактических задач.

Прием обучения – понятие операционного уровня, его можно определить, как разновидность выполнения дидактической операции.

С целью успешной разработки занятий на тему «Фигуры вращения» для учащихся на уроках геометрии, считаем необходимым рассмотреть некоторые приемы обучения, которые мы будем использовать – ассоциативные схемы, мозговой штурм, диктант для шпионов, найди ошибку, лото.

Первый прием – ассоциативные схемы. Отметим, что принято полагать, что новый материал по дисциплинам лучше всего запоминается в письменной форме. Так, мозг запоминает информацию, когда она представлена в виде определенных моделей, схем и ассоциаций.

1. Начните диаграмму в центре листа с основного элемента, лучше всего символа, от которого отходят другие элементы.
2. Напишите только одно слово или символ, чтобы указать элемент, который вы хотите запомнить – главную тему для каждой ветви.
3. Для похожих тем используйте карандаши или маркеры одного цвета.
4. Нарисуйте как можно больше рисунков и символов.
5. Когда вы закончите рисовать ветвь, обведите ее цветной линией.

Дополняйте каждую схему регулярно. Проще начать с общего и создать ассоциативную схему, переходя к конкретному, когда вы узнаете что-то новое по этой теме.

Второй прием – это мозговой штурм. Суть данного приема заключена в коллективной творческой работе. Целью является решение проблемы определенной сложности. Всех учащихся объединяет коллективная работа над

поиском истины. Учащиеся предлагают всевозможные варианты решения поставленной перед ними проблемы из которых выбирается наиболее актуальный.

Третьим приемом является диктант для шпионов. Данный методический прием способствует развитию зрительной памяти, внимательности, а также ответственности за конечный результат. Класс делится на 5-6 команд. На такое же количество делится текст диктанта. Подальше от каждой команды размещаются листы с текстом. Далее каждый из участников выступает в роли «шпиона»: подходит к тексту (такое количество раз, которое потребуется), читает его, запоминает, затем возвращается обратно и диктует своей команде прочитанную часть диктанта. Между командами происходит соревнование. Победу одержит та группа, которая закончит работу раньше остальных и не допустит ошибок (или количество ошибок этой команды окажется наименьшим).

Четвертым видом приемов является – «Найди ошибку». Если тестовый материал хорошо известен учащимся, то этот методический метод способствует появлению ситуации успеха на уроке.

И если материал новый, успешный поиск ошибок, подкрепленный искренней похвалой учителя, заставит детей чувствовать себя исследователями и экспертами.

Учитель в своем сообщении делает ошибки, которые должны быть найдены, или читает тексты, в которых явно искаженная информация или вводящие в заблуждение определения, маршруты, последовательности выставок, герои относятся к чужим мыслям и действиям, и предлагается неправильная интерпретация событий и процессов.

Учитель просит вас найти ошибки в предложенном тексте (задание, задание). Вы можете указать количество ошибок.

Еще одним полезным приемом при обучении геометрии, и математике в целом, является лото. Лото – один из методических приемов, требующий предварительной подготовки. Изученные на предыдущих уроках формулы

записываются большими буквами на листах плотной бумаги или картона. После этого лист бумаги разрезается таким образом, что на каждой части бумаги остаются отдельные цифры, буквы, математические (химические, географические) знаки. Части лото, разрезанные ранее, перемешивают на столе (экземпляров должно быть два). Учитель предлагает двум вызванным ученикам составить формулы или слова из разрезанных частей. Тот, кто справится с заданием быстрее и качественнее выходит победителем. Также в игре может присутствовать рефери. Его задача заключается в оценке и комментировании результатов. Данный прием очень хорошо подходит в рамках индивидуальной работы с учащимися (к примеру, тихий опрос). Если в классе есть учащийся, который стесняется отвечать при других детях, можно проверить его знания, используя метод лото. Для этого нужно разложить перед ним разрезанные карточки и попросить собрать из них формулы или слова за определенное время.

Таким образом, если правильно подобрать методы, формы и приемы обучения можно сделать урок достаточно интересным. В современных условиях особое внимание уделяется применению такого средства наглядности, как компьютер индивидуального пользования. Применение ПК и информационных технологий на уроках позволяют учащимся наглядно увидеть в динамике многие процессы, которые раньше усваивались из текста учебника, дают возможность моделировать определенные процессы и ситуации, выбирать из ряда возможных решений наиболее оптимальные по определенным критериям, то есть значительно расширяют возможности наглядных методов в учебном процессе.

2.1 Конспект урока в 11 классе на тему: «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра»

Учебная программа по геометрии для обучающихся МБОУ СОШ №37 г. Пенза построена на авторской программе «Геометрия, 10-11», авт.

Л. С. Атасян. Следовательно, конспекты, представленные в исследовании, разработаны нами на базе программы Л. С. Атасяна.

Предмет: Геометрия.

Класс: 11

Тема урока: «Цилиндр. Площадь поверхности цилиндра»

Тип урока: Изучение нового материала

Цели урока:

- образовательные: ввести понятие цилиндра; формирование понятия площади полной и боковой поверхности цилиндра; вывести формулы площади поверхности цилиндра и сформировать умения применять их при решении задач; проверить уровень первичного усвоения материала, обучающегося;
- развивающие: способствовать развитию пространственного воображения через умение анализировать геометрическую форму предметов;
- воспитательные: формирование личностных универсальных учебных действий через контроль и самоконтроль изученных понятий и алгоритмов.

Оборудование: компьютер, проектор, презентация.

Методы: фронтальный опрос, индивидуальная работа, рефлексия.

План урока:

1. Организационный момент.
2. Повторение теоретического материала.
3. Этап целеполагания и мотивации.
4. Этап актуализации и пробного учебного действия.
5. Этап первичного закрепления.
6. Этап подведение итогов урока.

Ход урока:

1. Организационный момент: Открываем тетради, записываем число.

2. Повторение теоретического материала.

Учитель:

Дорогие ребята, мы уже знакомы с вами с плоскими геометрическими фигурами. Умеем находить их площади, отдельные элементы. Давайте сейчас посмотрим на экран и выполним следующие задания.

№1 Дано: $d = 9$ м Найти: S круга (рисунок 17).

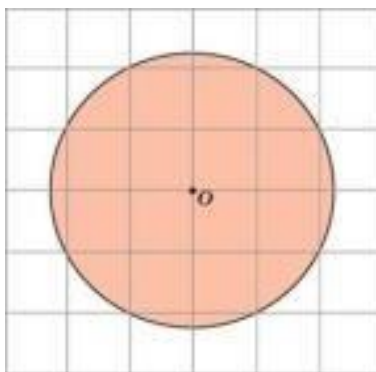


Рисунок 17 – Рисунок к заданию

№2 Дано: $r = 2$. Найти: l

№3. Дано: ABCD – прямоугольник, $CD = 3$, $AC = 5$

Найти: площадь ABCD

Ученик:

№1. 9π

№2. 4π

№3. 12

3. Этап целеполагания и мотивации.

Учитель:

У каждого из вас уже возник вопрос, почему именно эти фигуры мы сегодня с вами вспомнили, а также формулы нахождения площадей. Как думаете, чем мы сегодня будем с Вами заниматься? Какова цель нашего урока?

Ученик:

Ребята предлагают свои варианты

Учитель:

Сегодня наша с вами основная задача познакомиться с таким

геометрическим телом вращения как цилиндр. Как вы думаете, почему цилиндр имеет такое название?

Вы раньше встречались с этим словом?

Ребята, посмотрите на экран, и ответьте на вопрос: что у них общего? Какое геометрическое тело есть на каждом из них?

На рисунке 18 представлены предметы, имеющие форму цилиндра.



Рисунок 18 – Предметы, имеющие форму цилиндра

Ученик:

Выдвигают свои предположения. Одним из которых является, что один вид шляп называю цилиндрами.

Учитель:

Ребята, а почему цилиндр является телом вращения? Что такое тело вращения? Я вижу, что вы затрудняетесь ответить, сегодня мы попытаемся ответить на этот вопрос.

Ученики: затрудняются ответить.

4. Этап актуализации и пробного учебного действия

На слайде представлена анимация, на которой постепенно появляются

элементы цилиндра (рисунок 19).



Рисунок 19 – Пример анимации по теме урока

Учитель:

Ребята, мы с Вами сейчас внимательно рассмотрели и обсудили каждый из элементов цилиндра и этап построения. Сейчас ваша задача в парах составить план построения цилиндра. Ребята составляют план, затем обсуждают, учитель корректирует планы вместе с учениками.

Ученик:

- 1) изобразим $\alpha // \beta$
- 2) рассмотрим окружности $L \in \alpha, L_1 \in \beta$
- 3) проведем прямые $AA_1, BB_1, \dots$ перпендикулярные к α
- 4) концы отрезков прямых заполнят окружности сверху и снизу
- 5) получим цилиндр

Цилиндром называется геометрическое тело, ограниченное цилиндрической поверхностью и двумя параллельными плоскостями, пересекающими ее. А сейчас давайте каждый запишет определение цилиндра, изобразит его и перечислит основные элементы. Как на слайде (рисунок 20).



Рисунок 20 – Цилиндр и его элементы на слайде

Учитель:

Далее наша задача научиться находить площадь цилиндра, площадь его боковой поверхности. Ребята, хочу обратить ваше внимание, что задачи на нахождение площади цилиндра встречаются в ЕГЭ.

Прежде всего давайте разберемся, что представляет собой боковая поверхность цилиндра и как найти ее площадь. Как найти площадь полной поверхности цилиндра. Внимание на слайд (рисунок 21).

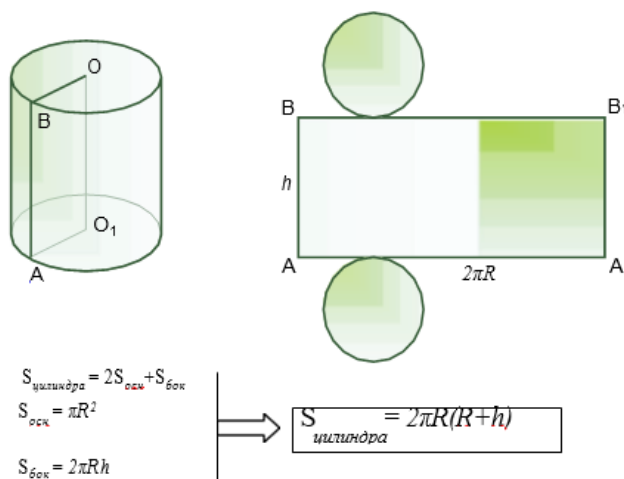


Рисунок 21 – Боковая поверхность цилиндра и ее нахождение

Учитель:

В ходе обсуждений, мы с вами пришли к выводу, что цилиндр можно рассматривать как тело, полученное вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон. А значит разобрались, почему его называют телом вращения (рисунок 22).

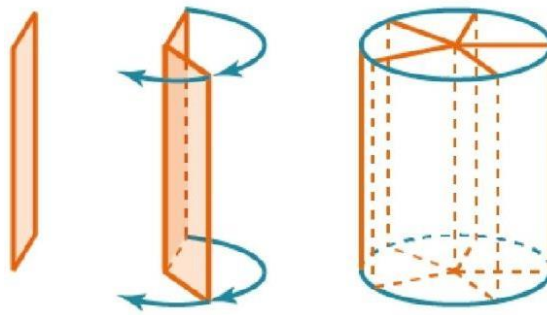


Рисунок 22 – Изображение цилиндра как тела, полученного путем вращения

Учитель:

Далее давайте разберемся с сечениями цилиндра. На партах у вас модели цилиндров. Рассмотрите и подумайте, как можно провести сечения, и какие геометрические фигуры получатся в результате.

Ученик:

В ходе обсуждений ребята приходят к выводу что сечением цилиндра может быть. (Прямоугольник, овал или эллипс, круг.)

Учитель:

Посмотрим на слайд (рисунок 23) и сделаем следующий вывод: 1. Если секущая плоскость проходит через ось цилиндра, то сечение представляет собой прямоугольник. Сечения, параллельные оси цилиндра – прямоугольники. 2. Если же секущая плоскость параллельна основаниям, то сечением будет окружность.

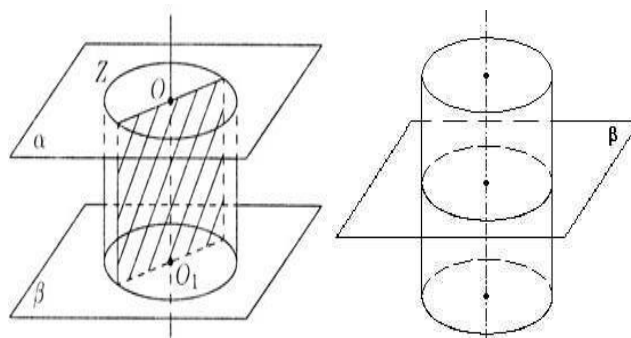


Рисунок 23 – Слайд презентации к уроку

Этап первичного закрепления № 523, №525, №527

Домашнее задание: № 522, №524, №526.

2.2 Конспект урока в 11 классе на тему: «Конус. Усеченный конус»

Предмет: Геометрия.

Класс: 11.

Тема урока: «Конус. Усеченный конус».

Тип урока: Закрепление материала.

Цели урока:

- образовательные: развивать пространственное воображение.

Закрепить основные понятия.

- развивающие: развивать и совершенствовать умения применять накопленные знания в измененной ситуации, делать выводы и обобщения.

- воспитательные: воспитывать настойчивость в достижении поставленной цели, умение отстаивать свои взгляды, самостоятельно решать проблемы.

- Оборудование: компьютер, проектор, презентация.

План урока:

- 1) Организационный момент.
- 2) Этап проверки домашнего задания.
- 3) Этап формирования умений и навыков.
- 4) Этап подведение итогов урока.

Ход урока:

1. Организационный момент: Открываем тетради, записываем число.
2. Этап проверки домашнего задания

Учитель: На прошлом уроке мы с вами познакомились еще с одним телом вращения «Конус», изучили его элементы, способы построения, рассмотрели виды осевых сечений и научились находить площадь полной и боковой поверхности. Сегодня наша с Вами основная задача закрепить полученные знания и научиться применять их при решении разных типов задач.

На экране и в тетради (рисунок 24)

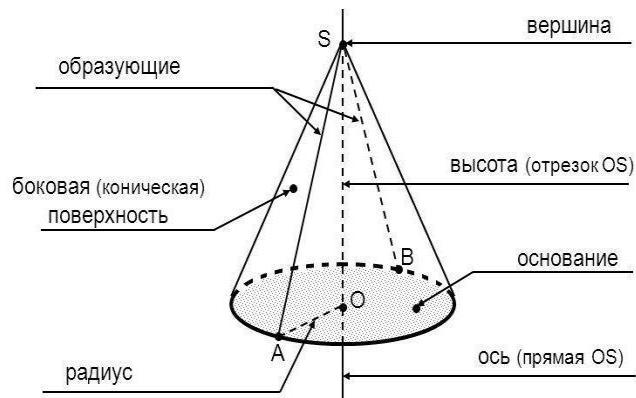


Рисунок 24 – Графический материал по теме «Конус»

Учитель:

Сейчас достаём листочки для проведения математического диктанта. Я буду диктовать вам вопросы, ваша основная задача быстро и кратко дать на них ответ.

На экране и в тетради:

1. Завершить предложение: Конус — это тело, которое состоит из...
2. При вращении какой фигуры получается конус?
3. Сделать чертеж конуса, указать его основные элементы: вершину, основание, образующие, высоту, ось конуса.
4. Как надо пересечь конус плоскостью, чтобы в сечении получить:
а) равнобедренный треугольник б) круг
5. Какой конус является усеченным?
6. Назовите основные элементы усеченного конуса.
7. Как находится площадь полной поверхности конуса?
8. Как находится площадь боковой поверхности конуса?

Учитель:

Сдаем работу на проверку. Правильные ответы я сейчас выведу на экран. Сегодня нам эти знания пригодятся.

На экране и в тетради:

1. Конус — это тело, которое состоит из круга, точки, не принадлежащей плоскости этого круга, и всех отрезков, соединяющих вершину конуса и точки окружности основания.
2. При вращении какой фигуры получается конус? Прямоугольного

треугольника вокруг его катета

3. Как надо пересечь конус плоскостью, чтобы в сечении получить:

- а) равнобедренный треугольник через ось конуса
- б) круг плоскостью перпендикулярно к оси конуса

5. Какой конус является усеченным? Часть конуса, расположенная между его основанием и секущей плоскостью, параллельной основанию.

6. Назовите основные элементы усеченного конуса. Двух оснований, образующая, боковая поверхность.

7. Как находится площадь полной поверхности конуса?

8. Как находится площадь боковой поверхности конуса?

2. Этап формирования умений и навыков.

Задание 1 (рисунок 25).

Дано: усеченный конус, $R_2 = 7$ см, $h = 4$ см, образующая равна 5 см.

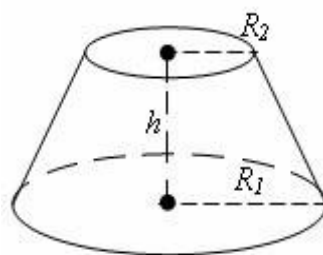


Рисунок 25 – Рисунок к заданию 1

1 вариант: Найти площадь осевого сечения: Осевое сечение представляет собой равнобедренную трапецию, где основания равны $a = 2R_1$ и $b = 2R_2$.

Высота трапеции равна высоте усеченного конуса $S = (a+b)/2 \cdot h$,
 $S = (2 \cdot 7 + 2 \cdot 4)/2 \cdot 4$, $S = 44$

2 вариант: Найти площадь боковой поверхности:

Осевое сечение представляет собой равнобедренную трапецию, где основания равны $a = 2R_1$ и $b = 2R_2$

Высота трапеции равна высоте усеченного конуса $S = (a+b)/2 \cdot h$

$S_{\text{бок.п}} = \pi (R_1 + R_2) L_1$.

Найдем радиус меньшего основания:

(по теореме Пифагора найдем $R_1 - R_2 = 3$), тогда $R_2 = 4$

2. $S = \pi(7+4)5$, $S = 55\pi$ (см) - площадь бок.п.

Задание 2. Обучающиеся получают карточку с пропусками.

Необходимо заполнить пропуски и ответить на вопросы.

Образующая конуса, равная 12 см, наклонена к плоскости основания под углом μ . Найдите площадь основания конуса, если $\mu = 30^\circ$.

Найти: $S_{осн}$, Решение:

1. $\triangle SOB$ – прямоугольный, в нем катеты – (1), гипотенуза – (2)

2. $OB =$ (3),

$OB = R$ (радиус основания)

3. В основании конуса лежит (4)

4. $S =$ (5) (см²)

Образец карточки ответов:

1. SO, OB

2. SB

3. 6

4. Круг

5. 113

Задание 3:

Найдите ошибочную фразу

Образец карточки ответов:

1) усеченным конусом называется часть конуса, ограниченная его основанием и сечением, плоскость которого параллельна плоскости основания;

2) усеченным конусом называется фигура (тело), полученная при вращении равнобедренной трапеции около своей оси;

3) усеченным конусом называется фигура, любое осевое сечение которой равнобедренная трапеция.

Задание 4:

Сечение конуса, проходящее через его вершину, является

равносторонним треугольником. Тогда образующая:

- 1) не больше диаметра основания;
- 2) равна диаметру основания;
- 3) не меньше диаметра основания

Задание 5:

Длины окружностей оснований усеченного конуса равны 4π см и 10π см, а высота конуса 4 см. Найдите площадь поверхности усеченного конуса.

Решение задания представлено на рисунке 26.

2. Дано: усеченный конус, длины окружностей оснований 4π и 10π , $h = 4$.

Найти: $S_{\text{поверх.}}$

Решение:

1) Рассмотрим верхнее основание: $d = 2\pi r$; $4\pi = 2\pi r$; $r = 2$.

2) Рассмотрим нижнее: $d_1 = 2\pi R \Rightarrow 10\pi = 2\pi R \Rightarrow R = 5$.

3) Из $\triangle ABC$: $BC = 5$ ($BA = h = 4$; $AC = R - r = 3$).

4) $S_{\text{полн.}} = \pi r^2 + \pi R^2 + \pi(R + r)l = 4\pi + 25\pi + 35\pi = 64\pi$.

Ответ: 64π .

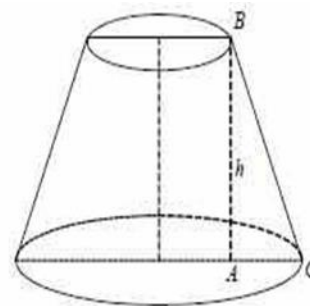


Рисунок 26 – Решение задания 5

Задание 6:

Осевое сечение конуса – правильный треугольник, со стороной $2r$. Найти площадь сечения проведенного через две образующие конуса, угол между которыми равен 60° .

Ответить на вопросы:

1. Какая фигура является сечением конуса плоскостью, проходящей через его вершину?

2. Чему равны стороны SC и SD треугольника CSD ?

3. Выразить площадь треугольника через стороны треугольника и угол между ними.

Чему равна площадь сечения?

Дано: SAB – правильный, $SA=SB=AB=2r$, $\angle CSD = 60^\circ$

Решение:

Образующие (все они равны между собой) будут равняться стороне осевого сечения (треугольника), то есть

Тогда площадь треугольника, состоящего из тех образующих конуса, угол между которыми равен 60° , равна: $S = 2r^2 \sin 60^\circ = r^2 \sqrt{3}$

4. Этап подведение итогов урока.

Ребята, как вы думаете, где в окружающем мире встречаются конусы?

Все верно, ребята. Фламинго из песка строят гнезда в виде усеченного конуса и в верхнем основании делают углубление, в которое откладывают яйца (рисунок 27). Высота гнезда зависит от того, каким будет лето: сухим или дождливым. На Земле ежегодно гибнет большое количество фламинго от разрядов молний. Этого бы не случилось, если бы везде были громоотводы, так как образуется конус безопасности.



Рисунок 27 – Гнездо фламинго в виде усеченного конуса

В геологии существует понятие «конус выноса». Это форма рельефа, образованная скоплением обломочных пород (рисунок 28).

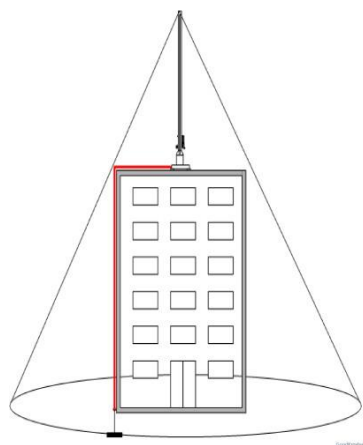


Рисунок 28 – «Конус выноса»

Домашнее задание: №572.

2.3 Конспект нестандартного урока по геометрии в 11 классе на тему: «Объем тел вращения»

Предмет: Геометрия

Класс: 11

Тема урока: «Объем тел вращения»

Цель урока:

- образовательная: повторение и обобщение изучаемого материала, формировать у обучающихся умения находить площадь и объем тел вращения, применять знания при решении нестандартных задач.

- развивающая: развитие логического мышления, воображения, памяти учащихся;

- воспитательная: формирование умения работать в коллективе, привитие интереса к предмету, воспитание аккуратности, активности, самостоятельности.

Тип урока: урок контроля и коррекции знаний и умений

Оборудование: проектор, экран, ПК, карточки-задания для работы в группах.

Ход урока:

I. Вступительное слово

Учитель: Дорогие ребята! Сегодня у нас заключительный урок по теме «Объемы тел вращения». И наша с Вами задача закрепить ваши знания, проработать пробелы, если они имеются. И делать мы это будем, решая различные нестандартные задачи практического и креативного типа. Готовы? Тогда давайте улыбнемся друг другу и с таким же веселым настроением продолжим.

Мы уже не раз говорили с вами о том, что задания на нахождение площадей и объемов тел вращения встречаются в заданиях ЕГЭ, поэтому очень важно, сегодня сконцентрироваться и настроиться на работу. Это отличная возможность закрепить формулы нахождения объемов и площадей.

Также наша задача на сегодня научиться применять изученный нами материал в нестандартных жизненных ситуациях.

За каждое из заданий вы получаете баллы, по итогам которых в конце урока я оценю вашу работу. Успехов!

Задание 1 «Найди лишнее слово» (рисунок 29)

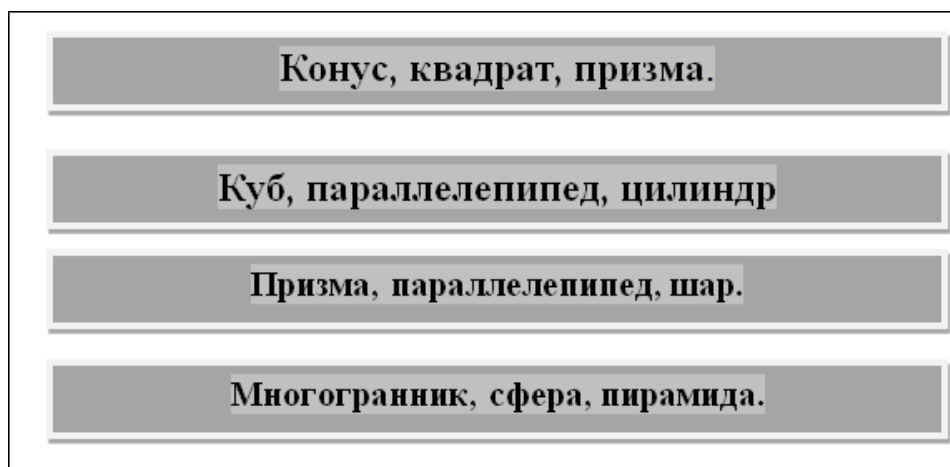


Рисунок 29 – Задание 1

Ответы представлены на рисунке 30.

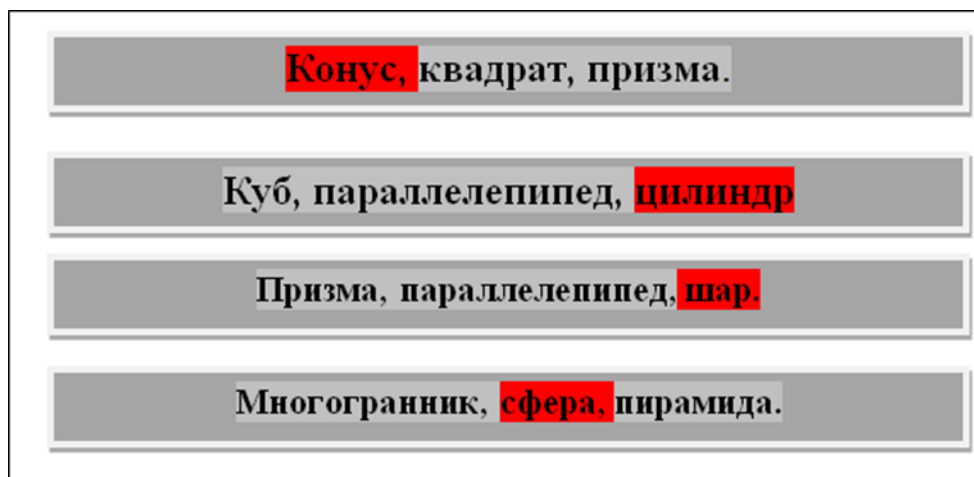


Рисунок 30 – Ответы на задание 1

Учитель: Ребята, а теперь составьте из лишних слов Секретный код нашего сегодняшнего урока

Ученик: Тела вращения

Задание 2 «Экспресс – тест № 1»

Учитель: Чтобы получить доступ к следующему заданию, необходимо пройти тест. (Рисунок 31).

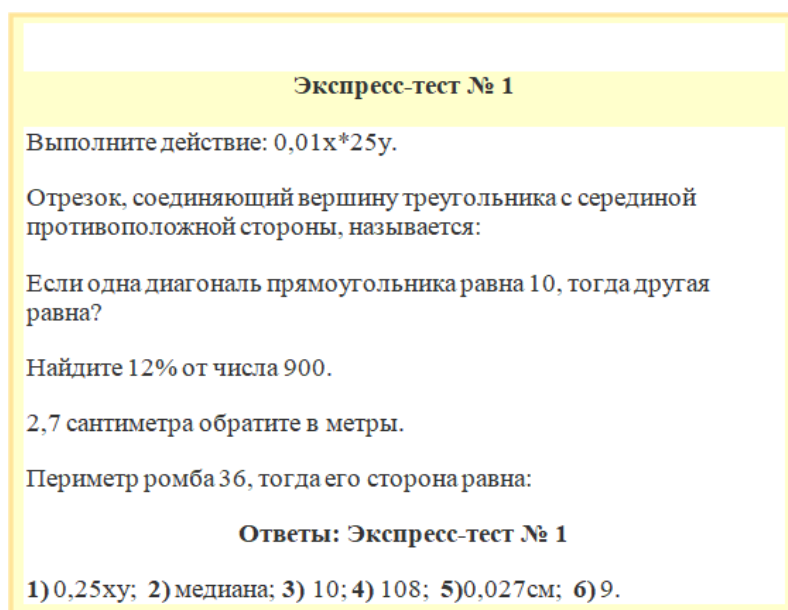


Рисунок 31 – Карточка с заданием 2

Задание 3. «Слепое письмо».

Учитель: Поздравляю. Секретное слово названо. Доступ к секретным материалам получен. Ваша задача заполнить пропуски. (Рисунок 32).

1. - называется фигура, при вращении прямоугольного вокруг одного из катетов.
2. - называется фигура (тело), полученная прямоугольника вокруг из его сторон.
3. - называется фигура, полученная вращением вокруг, ограничивающего этот полукруг.
Ответ
1. <i>Конусом</i> - называется фигура, полученная при вращении прямоугольного треугольника вокруг одного из катетов.
2. <i>Цилиндром</i> - называется фигура (тело), полученная вращением прямоугольника вокруг одной из его сторон.
3. <i>Шаром</i> - называется фигура, полученная вращением полукруга вокруг диаметра, ограничивающего этот полукруг.

Рисунок 32 – Карточка с заданием 3

Задание 4

Учитель: задания следующего конкурса записаны на слайде. Мы с вами попали в лабораторию (работа в группе). Вам даны 3 колбы разных форм. У меня на столе стоит вода в шарообразной колбе. Вы, находите объем 3х колб и объем колбы у меня на столе. Используем циркуль для измерения

Задание 5

Учитель: этот конкурс последний в нашей игре и в нем участвуют только капитаны команд. Капитаны садятся отдельно от своих команд и друг от друга, получают бланки с вопросами, на эти вопросы нужно дать краткий ответ без каких-либо обоснований. (Рисунок 33).

В это время команда должна соорудить конструкцию, используя макеты тел вращения и вычислить её объем.

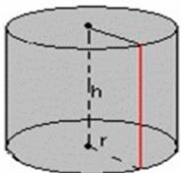
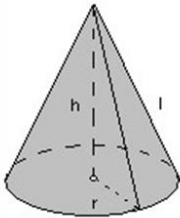
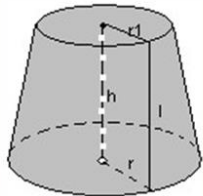
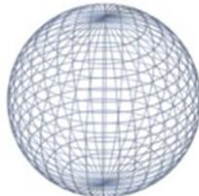
Цилиндр	Конус	Усеченный конус	Шар
 <p> $S_{бок} =$ $S_{пол} =$ $V =$ </p>	 <p> $S_{бок} =$ $S_{пол} =$ $V =$ </p>	 <p> $S_{бок} =$ $S_{пол} =$ $V =$ </p>	 <p> $S_{пов} =$ $V =$ </p>

Рисунок 33 – Карточка с заданием 5

I. Подведение итогов урока:

Учитель: итак, все конкурсы закончены. Подведем итоги.

Учитель сообщает участникам о набранных ими баллах, объявляют оценки.

Учитель: сегодня вы очень продуктивно и творчески поработали, на этом урок окончен, можете быть свободны.

2.4 Методическая разработка игры «Математический бой» по геометрии в 11 классе на тему: «Тела вращения вокруг нас»

Предмет: Геометрия

Класс: 11

Тема урока: «Тела вращения вокруг нас»

Цель урока:

- образовательная: систематизировать знания учащихся по данной теме, показать практическую и прикладную значимость изучаемого материала,
- развивающая: развивать логическое мышление учащихся, их познавательную активность
- воспитательная: формирование умения работать в коллективе, привитие интереса к предмету, воспитание аккуратности, активности, самостоятельности.

Методы обучения: наглядный, практический, проблемно-поисковый, самостоятельной работы.

Тип урока: закрепление изученного материала.

Форма проведения урока: деловая игра.

Подготовительный этап:

Для учителя:

- 1) Выбор темы урока;
- 2) составление предварительного плана мероприятия;

3) ознакомление с методической, научной и научно-популярной литературой по тематике урока;

4) разработка маршрутной карты игры, критериев оценки на каждом этапе и поощрения;

5) составление окончательного плана и сценария урока;

6) подбор литературы для учащихся.

Обучающиеся должны знать:

1) формулы площадей полной и боковой поверхности цилиндра, конуса, шара;

2) определения цилиндра, конуса, шара;

3) Формулы объема цилиндра, конуса, шара.

Обучающиеся должны уметь:

1) вычислять площади полной и боковой поверхности цилиндра, конуса, шара уже изученным формулам;

2) применять формулы вычисления площадей тел при решении задач.

Оборудование: бланки с заданиями для команд, плакаты с иллюстрациями к задачам.

Условия игры:

- Предельное число выходов к доске одного человека - 2 (не считая конкурса капитанов).

- Число минутных перерывов - 3.

- Примерное время на доклад (после которого жюри решает: дать еще время или передать слово оппоненту) - 10 минут (без учета времени ответов на вопросы оппонента).

- Примерное время на дискуссию - 7 минут (без учета времени на рассказ решения докладчиком).

- Какую разницу очков считать ничейной - 3.

- Можно ли пользоваться литературой и калькуляторами во время решения задач - нет.

- Можно ли выходить к доске с записанным решением - нет.

Ход игры:

Вступительное слово

1. Построение и приветствие участникам игры;

2. 2. Объяснение хода игры:

Учитель: Дорогие ребята! Сегодня у нас заключительный урок по теме «Тела вращения». Основная наша задача научиться применять изученный нами материал в нестандартных жизненных ситуациях. Итак, вам нужно разбиться на 2 команды. За каждый конкурс, кроме последнего, можно получить 1 балл. Побеждает та команда, которая наберет наибольшее количество баллов. В последнем конкурсе участвуют только капитаны и за него можно получить максимум 12 баллов. Успехов!

Этап 1 «Конкурс капитанов»

Учитель: Капитаны садятся отдельно от своих команд и друг от друга, получают бланки с вопросами, на эти вопросы нужно дать краткий ответ без каких-либо обоснований. За каждый правильный ответ вы получаете один балл, таким образом, максимальное количество баллов, которое вы можете набрать – 12, на всю работу вам отводится 3 минуты (рисунок 34). Та команда, которая выиграет, получает право начать математический бой и сделать вызов.

цилиндр	конус	шар
<p>Основание:</p> <p>А) окружность</p> <p>Б) круг</p> <p>В) эллипс</p>	<p>Основание:</p> <p>А) окружность</p> <p>Б) круг</p> <p>В) эллипс</p>	<p>1. Граница шара:</p> <p>А) круг</p> <p>Б) сфера</p> <p>В) окружность</p>
<p>2.</p>  <p>Радиус:</p> <p>А) O_1O_2 Б) O_4O_5</p> <p>В) O_2O_3 Г) O_1O_4</p>	<p>2.</p>  <p>Радиус:</p> <p>А) O_1O_2 Б) O_3O_4</p> <p>В) O_2O_3</p>	 <p>Радиус:</p> <p>А) O_1O_4 Б) O_3O_4</p> <p>В) O_2O_3</p>

Рисунок 34 – Блиц-опрос капитанов

Этап 2. Математический бой

Учитель: Участники каждой из команд принимают условия

выполнения заданий, сами упражнения, которые необходимо выполнить за полчаса, после учащиеся с педагогом обсуждают правильное решение и сравнивают результаты. Так, предлагаемое нами мероприятие математический бой представляет из себя 2 части – работа над предложенными задачами и проведение соревнования (боя) в виде анализа результатов.

Чтобы определить, кто какую задачу будет отвечать, команды делают «вызовы»: одна называет номер задачи, решение которой она хочет услышать, а другая сообщает, принят ли вызов.

Если вызванная команда хочет отвечать, то она выставляет докладчика, а другая команда - оппонента для проверки решения. Командам могут даваться минутные перерывы для помощи докладчику или оппоненту.

Капитан вызывающей команды сообщает номер задачи, решение которой команда хочет услышать, а другая команда отвечает, принят ли вызов. Если вызванная команда хочет отвечать, то она сообщает, что вызов принят и выставляет докладчика, а вызывавшая команда - оппонента для проверки решения.

Любое из представленных заданий имеет своеобразную стоимость, равную 12 очкам с целью скрытия информации о трудности и сложности заданий. Баллы в зависимости от правильности решения, аргументации решения, нахождения ошибки в решении распределяются не только между командами, но и среди оппонента, жюри и докладчика. Жюри, в свою очередь, получают остаток от двенадцати баллов. За абсолютно верное решение задач участники команды получают 12 очков, а за наиболее полную оппозицию, в свою очередь, 6 баллов. Такая оппозиция засчитывается, если учащиеся доказали, что у представляющей решение задачи команды нет положительных результатов решения, а также отсутствует научная аргументация и отстаивание своей позиции.

Задания игры:

1. Крыша силосной башни имеет вид конуса. Высота крыши равна 2 м. Диаметр основания башни равен 6 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для покрытия крыши, если лист имеет размеры $0,7 \times 1,4$, а на швы идет 10% требующегося железа?
2. Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, в то же время, вторая кружка в полтора раза шире. Найти отношение объема второй кружки к объему первой.
3. В цилиндрический сосуд, диаметр которого равен 9 см, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 12 см. Найти объем этой детали.
4. Найдите объем кучи песка на строительной площадке, имеющей форму конуса. Измерив метровой лентой длину окружности основания кучи песка, получили 21,6 м. Перекинув метровую ленту через вершину кучи, определили длину двух образующих – 7,8 м
5. Дмитрий хотел изготовить из бумаги 8 головных уборов, имеющих форму конуса, высота которого 8 см, радиус основания - 6 см. Сколько бумаги потребуется для изготовления этих уборов? Ответ дать в см^2
6. Объем первого шара в 27 раз больше объема второго. Во сколько раз площадь поверхности первого шара больше площади поверхности второго?
7. Ведро имеет форму усеченного конуса, радиусы оснований которого равны 15 см и 10 см, а образующая равна 30 см. Сколько килограммов краски нужно взять для того, чтобы покрасить с обеих сторон 100 таких ведер, если на 1 м^2 требуется 150 гр. краски?

II. Подведение итогов урока:

Учитель: итак, все конкурсы закончены. Подведем итоги.

Учитель сообщает участникам о набранных ими баллах, объявляют победившую команду, поздравляет участников.

Учитель: сегодня вы очень продуктивно и творчески поработали.

Ответьте на следующий вопрос: в каких профессиях применяются знания по геометрии, а в частности, знание той темы, которую мы сегодня с вами повторяли?

Обучающиеся: в архитектуре, строительстве, в профессии закройщика, искусстве.

Учитель: верно, а как вы думаете, нужно ли знание геометрии, а в частности данной темы, в повседневной жизни?

Обучающиеся: да.

Учитель: в качестве домашнего задания предлагаю вам вычислить объем и площадь полной поверхности макета фигуры, который вы получите. Задание оформить в рабочей тетради.

Учитель: на этом урок окончен, можете быть свободны.

В процессе исследования нами была проведена частичная апробация игры.

«Математический бой» по геометрии на тему: «Тела вращения вокруг нас».

В игре приняли участие 12 обучающихся 11 «Б» и 11 «В» класса МБОУ СОШ № 37 г. Пенза. За неделю до игры обучающимся было сообщено о проведении игры, от каждого класса необходимо было сформировать команду в составе 6 человек.

В состав жюри включался классный руководитель, и 2 студента-практиканта 5 курса ПГУ.

Так, в процессе игры участникам было предложено к решению 6 задач практического содержания. Игра проводилась в два этапа:

1) Время продолжительности: 45 минут. На данном этапе был проведен конкурс капитанов и решение задач участниками в командах.

2) Время продолжительности: 45 минут. На данном этапе проходит основная часть игры, представление заданий и обсуждение участниками.

По результатам игры победила команда 11 «Б» класса.

Для осознания и анализа выполненной работы по окончанию игры

обучающимся было предложено пройти опрос, используя методику Синквейн. Необходимо было описать игру пятью строками, которые в итоге образовали стихотворение без рифмы.

- 1) 1-ая строка отвечает за основную тему занятия и состоит из ключевого слова
- 2) 2-ая строка — два прилагательных, характеризующих это понятие
- 3) 3-я строка — три глагола, отвечающих за действие
- 4) 4-ая строка — короткое предложение, раскрывающее суть происходящего
- 5) 5-ая строка — синоним главного слова.

По итогам опроса большинство обучающихся охарактеризовали «Тела вращения» как интересные, красивые. Среди глаголов часто встречались «строим», «практикуем», «замечаем». Среди синонимов к «Телам вращения» были выделены «Движение», «Фигура».

Апробация на базе 11 классов показала, что предложенные задания были выполнены успешно, трудностей не возникло, проведение занятий подобного формата оказывает положительное влияние на учебный процесс, у учеников проявляется повышение активности и заинтересованности во время занятия.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В классах с математическим и естественнонаучным профилем изучение фигур вращения позволяет углубить понимание геометрических принципов, формировать навыки работы с трехмерными моделями и аналитическое мышление через решение сложных задач, связанных с вычислением объемов, площадей поверхностей и других характеристик этих тел.

В гуманитарных и социально-экономических классах освоение данной темы способствует развитию логического мышления и визуализации, что является полезным навыком в любой сфере деятельности. Понимание базовых принципов, лежащих в основе фигур вращения, помогает учащимся развивать умение абстрактного мышления и способность адаптировать математические знания для решения практических задач.

Таким образом, независимо от профиля обучения, тема «фигуры вращения» обеспечивает важный инструментарий для развития ключевых когнитивных способностей учащихся, подготавливая их к успешному освоению более сложного материала, формированию кругозора, пространственного мышления.

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы нами были проанализированы федеральные государственные образовательные стандарты, учебная программа и учебники по геометрии, выявлено, что из большого разнообразия наиболее адаптированным учебником для общеобразовательных школ является учебник под редакцией Л. С. Атанасяна. Данный учебник отличается последовательностью изложения материала, системой задач, адаптированной под разные уровни знаний обучающихся.

Работа содержит методические разработки уроков в соответствии с ФГОС, построенные на введении и закреплении темы. Рассмотрено изучение некоторых свойств тел вращения, вывод формул для определения площадей и объемов. Возможность использования обучающимися полученных знаний не только в науке, но и в повседневной жизни, на производстве. Разработанные

уроки направлены на продуктивную деятельность обучающихся, развитие мышления и личностных качеств.

В ходе исследования были рассмотрены различные подходы к определению понятия тел вращения и определено, что целесообразно использовать конструктивный способ для введения понятия.

Практическая значимость выпускной квалификационной работы заключается в перспективе использования разработанных материалов для организации учебного процесса по геометрии в средней школе.

Полученные навыки и результаты мы обязательно будем использовать в своей дальнейшей педагогической деятельности.

БИБЛИОГРАФИЧЕСКИЙ СПИСОК

1. Аксенов Н. А. Методика обучения решению задач стереометрии с применением динамических компьютерных моделей // Проблемы развития современного общества. Юго-Западный государственный университет, 2023. С. 9-12.
2. Аналитическая геометрия в пространстве : учеб. / И. В. Соловкина [и др.]. Горно-Алтайск: Горно-Алтайский государственный университет, 2023. 202 с.
3. Афанасьева У. В., Шеремет Г. Г. Методы построения эллипса с помощью живой геометрии // Актуальные направления научных исследований XXI века : теория и практика. 2015. Т. 3, № 8-4 (19-4). С. 395-398.
4. Бабкина А. А., Мамедова Л. Г. Цилиндрические поверхности в математике // Мировая наука в эпоху социально-политических трансформаций: новые возможности, пути развития. Ставрополь: ООО «Ставропольское издательство «Параграф», 2022. С. 68-69.
5. Геометрия. 10 класс : учеб. углубленный уровень / А. Д. Александров [и др.]. М. : Просвещение. 2021. 272 с.
6. Геометрия. 10-11 классы : учеб. для общеобразовательных учреждений : базовый и профил. уровни / Л. С. Атанасян [и др.]. М. : Просвещение. 2022. 287 с.
7. Геометрия. 10 - 11 классы : учеб. для общеобразоват. организаций : базовый и профильными уровни / А. В. Погорелов [и др.]. М. : Просвещение. 2022. 177 с.
8. Игнатьев С. А., Муратбакиев Э. Х., Воронина М. В. Повышение наглядности представления изучаемых в начертательной геометрии объектов // Геометрия и графика. 2022. Т. 10. № 1. С. 44-53.
9. Малышев И. Г. Красивые задачи на Фигуры вращения // Математика в школе. 2023. № 6. С. 3-8.

10. Маторыкина А. Д. Связь черчения и стереометрии при подготовке к ЕГЭ // Ломоносовские научные чтения. актуальные вопросы фундаментальных и прикладных исследований: сб. тр. Науч.-практ. конф. Петрозаводск: Международный центр научного партнерства «Новая Наука», 2022. С. 119-122.
11. Микацадзе Ю. А. История изучения элементарных тел вращения как одно из средств формирования познавательного интереса при изучении темы «Тела вращения» // Наука Online. 2017. № 1. С. 116-127.
12. Потоскуев Е. В., Звавич Л. И. Математика: алгебра и начала математического анализа, геометрия. Геометрия. 10 класс. Углубленный уровень. учеб. М. : Дрофа. 2022. 223 с.
13. Фрикель Н. А. Методические особенности изучения стереометрии в средней школе // Актуальные вопросы педагогики: сб. тр. науч.-практ. конф. Пенза : «Наука и Просвещение», 2021. С. 55-58.
14. Ярахмедов Г. А. Площади и объемы фигур вращения // Модернизация математического образования в школе и вузе: сб. тр. науч.-практ. конф. Махачкала : Дагестанский государственный педагогический университет, 2021. С. 96-103.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Дифференцированная самостоятельная работа по теме

«Конус» Уровень А

Вариант 1

1. Дан конус с радиусом основания 4 см и его образующей – 8 см. Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.
2. Хорда основания конуса равна 9 см. Она стягивает дугу 90° . Высота конуса равна 6 см. Найдите площадь сечения, проведенного через вершину конуса и данную хорду.
3. Площади оснований усеченного конуса – π и 9π см². Образующая конуса равна 7 см. Найдите площадь осевого сечения.
4. Дмитрий хотел изготовить из бумаги 8 головных уборов, имеющих форму конуса, высота которого 8 см, а радиус основания – 6 см. Сколько бумаги ему потребуется для изготовления этих уборов? Ответ дать в ².
5. Крыша силосной башни имеет вид конуса. Высота крыши равна 2 м. Диаметр основания башни равен 6 м. Сколько листов кровельного железа потребуется для покрытия крыши, если лист имеет размеры $0,7 \times 1,4$, а на швы идет 10% требующегося железа?

Вариант 2

1. Образующая конуса равна 11 см, а его высота – 8 см. Найдите радиус основания конуса и площадь осевого сечения.
2. Радиус основания конуса равен 6 см, а его высота – $\sqrt{7}$ см. Через вершину конуса проведено сечение, пересекающее основание конуса по хорде, стягивающей дугу 60° . Найдите площадь сечения.
Длина окружности большего основания усеченного конуса – 16π см. Образующая и высота конуса равны 8 и 6 см соответственно. Найдите площадь осевого сечения.
3. Осевое сечение конуса – правильный треугольник MNP со стороной 1 см. Найдите длину кратчайшего пути по поверхности этого конуса из точки

М в точку К. Точка К – середина стороны NP.

4. Найдите радиус основания конуса, разверткой боковой поверхности которого является полукруг радиусом 1 дм.

Уровень Б

Вариант 1

1. Расстояние от центра основания конуса до его образующей равно $\sqrt{5}$ см, а угол при вершине осевого сечения -150° . Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.

2. Через вершину конуса с радиусом основания R проведена плоскость, пересекающая основание по хорде, которая видна из центра основания под углом α , а из вершины конуса – под углом β . Найдите площадь полученного сечения.

3. Образующая усеченного конуса равна 8 см и наклонена к плоскости основания под углом 60° . Диагональ осевого сечения делит этот угол пополам. Найдите площадь осевого сечения.

4. Радиусы оснований усеченного конуса равны 6 см и 2 см, высота равна 3 см. Найдите образующую усеченного конуса.

5. Найдите объем и площадь поверхности тела вращения равнобедренной трапеции ABCD с боковыми сторонами AD и BC, равными 1 см, и основаниями AB и CD, равными 2 см и 1 см соответственно, вокруг прямой с, проходящей через середины оснований AB и CD.

Вариант 2

1. Расстояние от центра основания конуса до середины образующей равно 12 см, а угол наклона образующей к плоскости основания -60° . Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.

2. Сечение конуса, проходящее через его вершину, образует с плоскостью основания угол β и отсекает на окружности основания дугу α . Высота конуса равна H. Найдите площадь сечения.

3. Высота усеченного конуса равна $\sqrt{5}$ см. Диагональ осевого сечения конуса образует с плоскостью основания угол 30° и перпендикулярна

образующей. Найдите площадь осевого сечения конуса.

4. Найдите объем и площадь поверхности тела вращения прямоугольного треугольника $NPК$ с катетами $NK = PK = 1$ см вокруг прямой содержащей высоту KL этого треугольника.

5. Воду, заполняющую всю коническую колбу высотой 12 см, перелили в цилиндрический сосуд, радиус основания которого равен радиусу окружности конической колбы. На какой высоте от основания цилиндрического сосуда будет находиться поверхность воды?

Уровень В

Вариант 1

1. Периметр осевого сечения конуса равен P , а угол при его вершине – α . Найдите высоту конуса и площадь осевого сечения.

2. Через вершину конуса проведено сечение под углом γ к плоскости основания конуса. Расстояние от центра основания конуса до плоскости сечения равно d . Найдите площадь данного сечения, если оно отсекает от окружности основания дугу α .

3. Площадь меньшего основания усеченного конуса – 25π см². Отрезок, соединяющий центр большего основания с точкой окружности меньшего основания, равен 10 см и параллелен одной из образующих. Найдите площадь осевого сечения конуса.

4. Объем одного конуса равен 1 м³. Второй конус зеркально симметричен данному относительно плоскости, проходящей через середину высоты и параллельной основанию этого конуса. Найдите объем общей части этих конусов.

5. Объем конуса равен 1 м³. Его высота разделена на три равные части, и через точки деления параллельно основанию проведены плоскости. Найдите объем средней части конуса.

Вариант 2

1. Периметр осевого сечения конуса равен P , а образующая наклонена к плоскости основания под углом α . Найдите высоту конуса и площадь осевого

сечения.

2. Через две образующие конуса, угол между которыми равен α , проведено сечение, составляющее с плоскостью основания конуса угол γ . Расстояние от середины высоты конуса до плоскости сечения равно l . Найдите площадь сечения.

3. Образующая усеченного конуса равна 7 см, а длина окружности большего основания – 18π см. Отрезок, соединяющий центр большего основания с точкой окружности меньшего основания, параллелен одной из образующих. Найдите площадь осевого сечения конуса.

4. Найдите объем кучи песка на строительной площадке, имеющей форму конуса. Измерив метровой лентой длину окружности основания кучи песка, получили 21,6 м. Перекинув метровую ленту через вершину кучи, определили длину двух образующих – 7,8 м.

5. Равносторонний треугольник со стороной 2 см вращается вокруг оси, проходящей через вершину и параллельной высоте треугольника. Найти объем тела вращения.

Дифференцированная самостоятельная работа по теме «Цилиндр»

Уровень А

Вариант 1

1. Длина окружности основания цилиндра равна 8π см, а диагональ осевого сечения – 21 см. Найдите образующую цилиндра.

2. Параллельно оси цилиндра проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу 60° . Радиус цилиндра равен 6 см. Найдите площадь полученного сечения, если высота цилиндра равна 5 см.

3. Разверткой боковой поверхности цилиндра является квадрат площадью 100π см^2 . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

4. В цилиндрический сосуд, диаметр которого равен 9 см, опущена деталь. При этом уровень жидкости в сосуде поднялся на 12 см. Найти объем этой детали.

5. Найдите объем части цилиндра, отсекаемой из цилиндра прямым

двугранным углом. Радиус основания цилиндра равен 2 см, образующая равна 3 см.

Вариант 2

1. Площадь основания цилиндра равна $49\pi^2$, а длина образующей – 28 см. Найдите диагональ осевого сечения цилиндра.
2. Параллельно оси цилиндра на расстоянии 4 см от неё проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу 60° . Найдите площадь полученного сечения, если высота цилиндра равна 10 см.
3. Боковую поверхность равностороннего цилиндра (осевое сечение – квадрат) с высотой 2 см разрезали по образующей. Найдите площадь полученной развертки.
4. Найдите объем фигуры, которая получается при вращении квадрата вокруг его стороны, равной k .
5. Развертка боковой поверхности цилиндра – прямоугольник со сторонами 4 и 5 см. Найдите объем цилиндра.

Уровень Б

Вариант 1

1. Отрезок, соединяющий центр верхнего основания цилиндра с точкой окружности нижнего основания, равен 6 см и образует с плоскостью нижнего основания угол 60° . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
2. Параллельно оси цилиндра проведена плоскость, отсекающая от окружности основания дугу α . Угол между диагональю полученного сечения и образующей цилиндра равен β . Найдите площадь сечения, если радиус цилиндра равен R .
3. Через образующую цилиндра проведены два взаимно перпендикулярных сечения, площади которых 10 и 24^2 . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.
4. В цилиндрическом сосуде уровень жидкости достигает 16 см. На какой высоте будет находиться уровень жидкости, если ее перелить во второй сосуд, диаметр которого в 2 раза больше первого?

5. Во сколько раз объем цилиндра, описанного около правильной четырехугольной призмы, больше объема цилиндра, вписанного в эту же призму?

Вариант 2

1. Отрезок, соединяющий центр верхнего основания цилиндра с серединой радиуса нижнего основания, равен 12 см и образует с осью цилиндра угол 30° . Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

2. Параллельно оси цилиндра проведена плоскость, пересекающая нижнее основание по хорде, стягивающей дугу α . Отрезок, соединяющий центр верхнего основания с концом этой хорды, равен l и образует с плоскостью основания угол β . Найдите площадь сечения.

3. Осевое сечение цилиндра имеет площадь 15^2 . Через одну из образующих этого сечения проведено ещё одно сечение цилиндра площадью 9^2 . Найдите площадь сечения, проходящего через другие образующие данных сечений.

4. В цилиндре высотой 5 и радиусом 6 проведено сечение, параллельное оси и отсекающее дугу в 120° . Определите площадь этого сечения.

5. Длина окружности основания прямого цилиндра равна 8π см, а диагональ осевого сечения – 17 см. Найдите образующую цилиндра.

Уровень В

Вариант 1

1. Отрезок, соединяющий точки окружностей верхнего и нижнего оснований цилиндра, равен 12 см и образует с плоскостью основания угол 60° . Прямая, на которой лежит данный отрезок, удалена от оси цилиндра на 4 см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

2. Параллельно оси цилиндра проведено сечение, пересекающее основание по хорде, которая видна из центра этого основания под углом α , а из центра другого основания – под углом β . Высота цилиндра равна H . Найдите площадь сечения.

3. Два сечения, параллельные оси цилиндра, пересекаются внутри него. Одно из сечений делится прямой пересечения на равные по площади части. Найдите площадь этого сечения, если второе сечение прямой пересечения делится на прямоугольники площадью 4 и 16 см².

4. В шар радиусом R вписан цилиндр наибольшего объема. Найдите высоту цилиндра.

5. В цилиндре параллельно его оси проведено сечение, диагональ которого равна 17 см, высота цилиндра равна 15 см, а радиус основания равен 5 см. На каком расстоянии от оси проведено это сечение?

Вариант 2

1. Отрезок, соединяющий точки окружностей верхнего и нижнего оснований цилиндра, лежит на прямой, удаленной от оси цилиндра на 2 см и образует с плоскостью основания угол 60°. Проекция данного отрезка на плоскость основания равна $\sqrt{7}$ см. Найдите площадь осевого сечения цилиндра.

2. Параллельно оси цилиндра проведено сечение, пересекающее основание по хорде, которая видна из центра этого основания под углом α , а из центра другого основания – под углом β . Диагональ сечения равна d . Найдите его площадь.

3. Два сечения, параллельные оси цилиндра, пересекаются внутри него. Одно из сечений делится прямой пересечения на два равных прямоугольника площадью 6 см². Найдите площадь второго сечения, если прямая пересечения делит его площадь в отношении 1:4.

4. Высота цилиндра равна 3, а радиус основания равен 2. Найдите площадь сечения цилиндра плоскостью, параллельной оси цилиндра и удаленной от нее на расстояние 1.

5. Одна цилиндрическая кружка вдвое выше второй, в то же время, вторая кружка в полтора раза шире. Найти отношение объема второй кружки к объему первой.

Дифференцированная самостоятельная работа по теме «Шар»

Уровень А

Вариант 1

1. Две параллельные плоскости, расстояние между которыми 2, пересекают шар. Одна из плоскостей проходит через центр шара. Отношение площадей сечений шара этими плоскостями равно 0,84. Найдите радиус шара.
2. Расстояние между точками А и В равно 2 см. Найдите наименьший возможный радиус сферы, проходящей через эти точки.
3. Найдите диаметр сферы, если известно, что он на 55 мм больше радиуса.
4. Шар радиусом 5 см пересечен плоскостью, отстоящей от его центра на 3 см. Найдите радиус круга, получившегося в сечении.
5. Радиус сферы равен 3 см. Расстояние от точки до центра сферы равно 5 см. Найдите длину отрезка касательной, проведенной через данную точку к данной сфере.

Вариант 2

1. Вершины прямоугольника лежат на сфере радиуса 10 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости прямоугольника, если его диагональ равна 16 см.
2. Радиус сферы равен 6 см. Расстояние от точки до центра сферы равно 10 см. Найдите длину отрезка касательной.
3. Расстояние от точки до центра сферы равно 13 см. Длина отрезка касательной, проведенной через данную точку к данной сфере, равна 12 см. Найдите радиус сферы.
4. Найдите радиус Земли, зная, что длина Парижского меридиана равна 40 000 км.
5. Радиус сферы равен 4 см. Расстояние от данной точки до центра этой сферы равно 6 см. Найдите наименьшее и наибольшее расстояния от данной точки до точек сферы.

Уровень Б

Вариант 1

1. Наименьшее и наибольшее расстояния от данной точки, расположенной вне сферы, до точек сферы равны 4 см и 6 см. Найдите радиус сферы.

2. Радиус шара равен 2 см. Через конец радиуса проведена плоскость под углом 60° к нему. Найдите площадь сечения.

Диаметр Луны в 4 раза меньше диаметра Земли. Во сколько раз площадь поверхности Луны меньше площади поверхности Земли.

3. Радиус шара равен 2 см. Найдите площадь боковой поверхности шарового сегмента, высота которого равна 1 см.

4. Сечение Шара плоскостью, отстоящей от центра шара на расстоянии 8 см, имеет радиус 6 см. Найдите площадь поверхности шара.

Вариант 2

1. Найдите объем шара, диаметр которого равен 6 см.

2. Найдите площадь поверхности Земли, считая длину Парижского меридиана равной 40 000 км.

3. Площадь сферы равна 225π . Найдите радиус сферы.

4. Стороны треугольника касаются сферы радиуса 5 см. Найдите расстояние от центра сферы до плоскости треугольника, если его стороны равны 10 см, 10 см и 12 см.

5. Вычислите радиус круга, площадь которого равна площади сферы радиуса 5 м.

Уровень В

Вариант 1

1. Сколько кубометров земли потребуется для устройства клумбы, имеющей форму шарового сегмента с радиусом основания 5 м и высотой 60 см.

2. Радиус шара равен 3 см. Найдите площадь боковой поверхности шарового пояса, высота которого равна 1 см.

3. Радиусы трех шаров равны 3 см, 4 см и 5 см. Определите радиус

шара, объем которого равен сумме их объемов.

4. Найдите объем шарового сегмента, если радиус окружности его основания равен 60 см, а радиус шара равен 75 см.

5. Апельсин имеет форму шара. Толщина его кожуры составляет одну пятую часть радиуса. Какую часть объема апельсина составляет его кожура?

Вариант 2

1. Найдите объем шарового пояса, если радиусы его оснований равны 3 см и 4 см, а радиус шара равен 5 см.

2. Найдите объем шарового сектора, если радиус окружности основания соответствующего шарового сегмента равен 60 см, а радиус шара равен 75 см.

3. Сколько нужно взять шаров радиусом 2 см, чтобы сумма их объемов равнялась объему шара радиусом 6 см.

4. Полукруг вращается вокруг своего диаметра. Диаметр равен 14 дм. Вычислить площадь сферы.

5. Шар пересечен плоскостью. Диаметр окружности сечения равен 40 см. Вычислить объем меньшего сегмента, если радиус шара равен 25 см.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»

Утверждаю: зав. кафедрой
« 21 » 09 20 23 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студентки Бузеу Наталии Валерьевны
(ФИО полностью)

Тема работы «Методические особенности изучения темы «Фигуры вращения» в классах
различного профиля обучения»

Утверждена приказом по Университету от « 26 09 » 20 23 г. № 09729/0

Срок сдачи студентом законченной работы « 6 » 06 20 24 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Поиск и исследование литературы по теме работы.	Октябрь 2023	выполнено
2.	Изучение понятия «Фигуры вращения»	Ноябрь 2023	выполнено
3.	Исследование места темы в школьной программе	Декабрь 2023	выполнено
4.	Анализ учебников математики по теме работы	Январь 2024	выполнено
5.	Оформление текста работы первой главы	Февраль 2024	выполнено
6.	Разработка конспектов уроков в 11 классах	Март 2024	выполнено
7.	Описание методической разработки игры на тему: «Тела вращения вокруг нас»	Апрель 2024	выполнено
8.	Оформление текста работы	Май 2024	выполнено
9.	Подготовка презентации и текста выступления	Июнь 2024	выполнено

Дата выдачи задания «18» 09 2023 г.

Руководитель  (подпись) Сорокина М.В. (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

 (подпись) Тузцов Н.В. (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета А.Д.
Гулякову
студента (ки) 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Киреевой Наталии Валерьевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, _____ Киреева Наталия Валерьевна _____,
Ф.И.О. студента

студент (ка) 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Методические особенности изучения темы «Фигуры вращения» в классах различного профиля обучения», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


_____ подпись
07.06.24

ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 07.06.24

ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  _____ М.В. Сорокина
_____ подпись _____
И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ»
выпускной квалификационной работы на тему:
«Методические особенности изучение темы «Фигуры вращения» в классах
различного профиля обучения»
студентки 5 курса Киреевой Наталии Валерьевны
направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Сорокина М.В.

Отчет о проверке

Автор: Киреева Наталия Валерьевна

Название документа: фигуры вращения

Проверяющий: Сорокина Марина Валерьевна

Организация: Пензенский государственный университет

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения
39,34%

Оригинальность
60,66%

Цитирования
0%

Самοцитирование
0%

«Совпадения», «Цитирования», «Самοцитирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

- **Совпадения** — фрагменты проверяемого текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самοцитированию. Показатель «Совпадения» — это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к совпадениям, в общем объеме текста.
- **Самοцитирование** — фрагменты проверяемого текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа. Показатель «Самοцитирование» — это доля фрагментов текста, отнесенных к самοцитированию, в общем объеме текста.
- **Цитирование** — фрагменты проверяемого текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированиям относятся также шаблонные фразы: библиография, фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант, нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирование» — это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- **Текстовое пересечение** — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
- **Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
- **Оригинальный текст** — фрагменты проверяемого текста, не обнаруженные ни в одном источнике и не отнесенные ни одним из модулей поиска. Показатель «Оригинальность» — это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к оригинальному тексту, в общем объеме текста.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые совпадения проверяемого документа с проиндексированными в системе источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности совпадений или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 90

Тип документа: Выпускная квалификационная работа

Дата проверки: 07.06.2024 17:31:03

Дата корректировки: Нет

Количество страниц: 68

Символов в тексте: 81932

Слов в тексте: 10400

Число предложений: 866

Комментарий: не указан

07.06.2024

Сорокина М.В.

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Методические особенности изучения темы «Фигуры вращения»
в классах различного профиля обучения»
студентки Киреевой Наталии Валерьевны
факультета физико-математических и естественных наук направления
подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки
«Математика», гр. 193ФПМ1

Изучение фигур вращения в школьном курсе геометрии играет большую роль. Задания по этой теме присутствуют и в итоговой аттестации. Однако, в современном образовании в рамках разделения изучения математики на профильном и базовом уровне, необходимо учитывать специфику этой дифференциации при изучении каждой темы.

Выпускная квалификационная работа Киреевой Н.В. посвящена изучению методических особенностей изучения темы «Фигуры вращения» в классах разного профиля. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

Первая глава работы носит теоретический характер. В ней проведен анализ действующих учебников по геометрии на предмет соответствия с рабочими программами. Приведен необходимый теоретический материал, касающийся данной темы.

В следующей главе приведены методические разработки, а именно, конспекты нескольких уроков по рассматриваемой теме. Разработана обучающая игра и варианты дифференцированных самостоятельных работ.

Работа Киреевой Н.В. является самостоятельным исследованием. Текст работы, список литературы, доклад и презентация оформлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к выпускным квалификационным работам. Фрагменты работы могут быть использованы в работе учителя математики.

Выпускная квалификационная работа заслуживает оценки «удовлетворительно».

Научный руководитель,
доцент кафедры «МО»,
к.ф.м.н., доцент



М.В. Сорокина