МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Развитие математической креативности учащихся старших классов при изучении темы «Производная»»

Студент 04.05.23 Мокарева Елена Васильевна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель 04.05.23 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр 15.06.23 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 24.05.2023 № 12)

Заведующий кафедрой 24.05.23 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 23.06.23 № 14)

Секретарь ГЭК 23.06.23 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2023

Оглавление

Введение 3

Глава 1. Теоретические аспекты развития математической креативности на уроках 6

1.1 Понятие «креативность» в научной литературе 6

1.2 Понятие «математическая креативность», показатели, условия формирования 11

1.3 Математическая креативность, как аспект функциональной грамотности 15

1.4 Способы развития математической креативности в ходе образовательного процесса 18

Глава 2. Методические рекомендации по развитию математической креативности 30

2.1 Развитие математической креативности на уроках при изучении темы «Производная» 30

2.2 Технологическая карта урока по теме «Производная» с применением методических разработок по развитию математической креативности 46

Заключение 51

Список литературы 52

Введение

Современные требования к личности выпускника школы предполагают способность к принятию творческих решений, формулировке новых идей, отстаиванию собственной точки зрения и т.п., т.е современный выпускник должен креативной мыслить, творчески реагировать в неопределённой ситуации. Проблема организации творческой деятельности учащихся, формирование ее основных элементов, поиск и создание методического обеспечения данного процесса на сегодняшний день являются актуальными проблемами в педагогической науке. Как отмечают многие исследователи, в большинстве детей с раннего возраста заложена предрасположенность к творчеству, однако не каждый со временем сохраняет потребность и интерес к генерированию своих идей. Многие исследователи говорят о том, что одним из благоприятных возрастных периодов развития креативности является старший школьный возраст. Это подтверждается тем, что необходимая основа для развития креативности – эмоциональная сфера, а подростки отличаются повышенной эмоциональностью, проявляющейся не только во взаимоотношениях со сверстниками, но и по отношению к учебной и другим видам деятельности, в частности к творческой. Однако практических рекомендаций по развитию креативности именно в этом возрасте недостаточно.

Огромным потенциалом для развития креативности обладает математика. Большинство креативных качеств можно сформировать именно в ходе творческой деятельности, направленной на решение математических задач.

Чтобы старшеклассник соответствовал требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования (ФГОС СОО), необходимо подходить к обучению, применяя системное и наглядное освоение сущности сложных математических абстракций на базе интеграции определенных разновидностей творческой креативной деятельности. Для этого необходимо модернизировать содержательное

наполнение математической подготовки старшеклассников, приблизив его к современным требованиям, уделив особое внимание разделам, которые связаны с актуальными научными исследованиями и дают учащимся возможность познакомиться с современными методами математических рассуждений. Одним из таких разделов математики является «Производная». Необходимость в изучении данной темы существует, она является одним из фундаментальных понятий в математике. Действительно, при сдаче ЕГЭ есть вопросы, касающиеся производной, в физике есть задачи, которые решаются только с помощью производной, либо производная существенно облегчает решение задачи. Без знания этой темы невозможно дальнейшее изучение курса математики: математического анализа, дифференциального исчисления и других глав предмета. Многочисленные приложения, разноплановость возникающих задач, от простейших до исследовательских - дают возможность организовать обучение, направленное на формирование и развитие математической креативности, творческой активности школьников. При этом изучение темы «Производная» позволяет не только сформировать креативные качества обучающихся, но и способствует систематизации, углублению и расширению математических знаний, дает учащимся возможность рассмотреть уже известные им математические факты и утверждения на новом содержательном поле, повысить свою математическую и общую культуру.

Объект исследования: процесс обучения математике старшеклассников.

Предмет исследования: процесс формирования и развития математической креативности старшеклассников в процессе изучения темы «Производная».

Цель исследования - разработать методические рекомендации по формированию и развитию математической креативности в процессе изучения темы «Производная».

Задачи:

1. Проанализировать научную литературу по теме исследования.

2. Рассмотреть различные подходы к определению понятий «креативность», «математическая креативность».

3. Выделить теоретические аспекты формирования математической креативности: принципы, условия, методы.

4. Составить методические разработки по формированию математической креативности в ходе изучения темы «Производная».

5. Разработать технологическую карту урока с применением методических разработок по развитию математической креативности.

Теоретическая значимость: исследованы и проанализированы научно-педагогические подходы к терминам "креативность", "математическая креативность", проведено исследование научных трудов по психологии, педагогике, теории и методике преподавания математики для выделения педагогических возможностей обучения старшеклассников теме «Производная», направленной на формирование и развитие их математической креативности.

Практическая значимость заключается в возможности применения предложенных методических рекомендаций и разработок на уроках в школьном курсе математики.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы.

Глава 1. Теоретические аспекты развития математической креативности на уроках

1.1 Понятие «креативность» в научной литературе

В настоящее время в обществе существует запрос на развитие творческой, неординарно мыслящей личности, которая подходит к решению задач, стоящих перед ней, нестандартным образом. То есть развитие креативности у выпускников школы является одной из целей образования.

Как отмечено во ФГОС ООО, выпускник должен быть с нестандартным, креативным мышлением, деятельность которого должна быть направлена на инновационное и творческое решение различных задач.

Что же следует понимать под креативностью? На самом деле, в науке нет точного определения этого понятия, учёные интерпретируют его несколько по-разному, что является показателем различий их подходов к данной проблеме.

Рассмотрим некоторые из определений.

Таблица 1 – Различные подходы к определению понятия «креативность»

Авторы	Подходы к определению «креативности»
Дж. Гилфорд	Мыслить креативно, значит не использовать шаблонные способы мышления. [2]
Е.П. Торренс	Способность к обостренному восприятию недостатков, пробелов в знании, дисгармонии и т. д.[2]
М. А. Холодная	Способность порождать множество оригинальных идей в нерегламентированных условиях деятельности. [2]
Ю. И. Салов и Ю. С. Тюнников	Творческие возможности (способности) человека, которые могут проявляться в мышлении, чувствах, общении, отдельных видах деятельности, характеризовать личность в целом или её отдельные

	стороны, продукты деятельности, процесс их созидания. [2]
Э. Фром	Способность удивляться и познавать, находить решения в нестандартных ситуациях, это нацеленность на открытие нового и способность к глубокому осознанию своего опыта.[2]
Д. Фельдман	Достижение чего-либо значимого и нового.[2]
С. Л. Рубинштейн	Творчество, создающее в деятельности нечто новое, оригинальное, что притом входит не только в историю развития самого творца, но в историю развития науки, искусства и т. д. [2]
Д. Б. Богоявленская	Интеллектуальная активность, способность выходить за пределы заданной ситуации[2]
В. Н. Козленко	Потребность в исследовательской деятельности, которая присуще каждому человеку от рождения и проявляется в форме рефлекса: «что с этим можно сделать? [8]
В. С. Юркевич	Предлагает различать «наивную» креативность как естественную творческую активность маленьких детей, не связанную с преодолением стереотипов, и «культурную» креативность, являющуюся результатом познавательного и личностного развития.[8]
А.М. Матюшкин	Общая одарённость высоким творческим потенциалом, что выражается в исследовательской активности, в меньшей мере, реагирующей на новые внешние стимулы и ситуации. [3]
М. Вертгеймер	Процесс разрушения одной формы в пользу другой.[3]

О. Кипп	Неизвестная комбинация двух идей.[3]
А. Дарсен	Преобразование знаний и идей в новую форму.[3]
Л. Хармон	Процесс, в результате которого возникают новые и полезные продукты, воплощённые в жизнь, то есть создания новых форм при использовании старых элементов.[3]
Б. Гиселин	Процесс изменения, развития в организации субъективной жизни.[3]
В. Ловенфельд	Совокупность фактов, эмоций, чувств в новой форме. [6]
С. Медник	Способность преодолевать стереотипы на конечном этапе мыслительного синтеза в широте поля ассоциаций.[6]
К.В. Тейлор	Творчество, как решение задач [5]
Д.И. Буинов	Психологическое образование, которое состоит из большого количества компонентов и определяет его творческие возможности через специфические когнитивные и мотивационно-личностные свойства. [4]
М.В. Гребнева	Целостное образование психики со сложной организацией, которое отвечает за способность индивида к экспериментам, трансформации представленных или продуманных в голове стандартов, установления между явлениями и предметами новых ассоциативных связей, что активно реализуется как в учебе, так и в жизненном опыте.[4]

В.Г. Рындак и А.В. Московина	Умение создавать новые идеи, отклонятся от привычных схем в решении, быстро и эффективно разбирать проблемные ситуации.[4]

Все определения можно разделить на группы:

- инновационные, которые рассматривают проявление этого качества по новизне продукта;
- эстетические, в которых отражена направленность на самовыражение;
- проблемные, которые определяют подход в решении задачи.

Хочется отметить, что Дж. Гилфорд выделил параметры, отражающие креативность:

- оригинальность;
- семантическая гибкость;
- образная гибкость, которая подстраивается под ситуацию;
- семантическая гибкость, которая выражается неожиданным способом;
- способность обнаружить и сформулировать проблему;
- способность предлагать большое количество идей;
- способность анализировать и синтезировать;
- способность преобразовывать объект, дополняя его новыми деталями.

Обобщая всё вышеизложенное, можно сказать, что креативность – способность личности порождать новые, уникальные, оригинальные идеи для решения задач, которые встают перед личностью.

При изучении понятия креативности может возникнуть вопрос: «Чем же это качество отличается от творчества?»

Единого мнения к определению творчества нет, что непосредственно связано с различием подходов ученых к проблеме. Проанализировав и обобщив

научную литературу, можно сказать, что творчество – это совокупность способностей, среди которых неординарное мышление, беглость, чувственность к новым проблемам, широта ассоциаций. Творческий процесс неразрывно связан с вдохновением, развитым воображением.

В связи с многолетними исследованиями проблем этого термина появилась необходимость выявления людей с высоким уровнем творческих возможностей. Креативность выделили, как способность личности воплощать творческие проявления в жизнь. То есть это понятие отличается целенаправленностью, практическим уклоном, определенным алгоритмом, в отличии от творчества, которое носит более спонтанный характер, зависит от настроения творца, традиций в обществе.

Таким образом, сравнив эти понятия можно сказать, что творческая составляющая в креативном процессе безусловно есть, но этот процесс направлен на практичное решение какой-либо проблемы. Это отражено в определении креативности, изложенном ранее.

1.2 Понятие «математическая креативность», показатели, условия формирования

Как уже было отмечено ранее, современное общество ждёт от общеобразовательной организации творческих, креативных выпускников. Если рассматривать этот запрос с точки зрения учителя математики, то возникает мысль о возможности формирования и развития этих качеств в ходе образовательного процесса.

После анализа литературы по теме исследования было выявлено, что существует понятие «математическая креативность». Рассмотрим подходы к его определению.

Таблица 2 – Различные подходы к определению понятия «математическая креативность»

Авторы	Подходы к определению «математическая креативность»
Дж. Дэвидсон	Повышенная склонность к интуитивному пониманию.[6]
Дж. Эрвинк	Одна из характеристик развитого математического мышления. Способность формулировать математические цели и устанавливать связи между ними.[6]
О. Квон, Дж. Парк, Д. Парк	Создание нового знания, посредством гибкости в решении задач. [6]
С. Чемберлен, С. Мун	Необыкновенная способность порождения новых и полезных решений прикладных задач.[6]

Таким образом, понятие «математическая креативность» можно определить, как способность генерировать различные решения задачи, стоящей перед обучающимся.

С этой точки зрения можно выделить способности обучающегося, которые на это направлены:

- выделения проблемы;
- проведения аналогии;
- моделирования;
- решения нестандартных задач;
- новизны решения математической задачи;
- переключения между решениями задач;
- генерирования большого количества решения задачи, причём быстро;
- эстетического восприятия;
- порождения оригинальных идей.

По уровням развития математической креативности были выявлены: низкий, средний и высокий, критериями которых является уровень самостоятельности, поиск и подбор подходящего варианта для получения результата, новизна продукта.

Но не все учёные с этим согласны. Существует три точки зрения на связь возраста и возможности развития креативности, которые представлены на схеме 1.

Схема 1 – Связь возраста и возможности развития математической креативности

Были выявлены общие способы формирования математической креативности, представленные в таблице 3. [11]

Таблица 3 - Условия формирования математической креативности

Способ	Особенности реализации	Возможности
Творческая образовательная среда	Разнообразие нестандартных решений, которые не порицаются учителем, а наоборот поддерживается.	Дружелюбный психологический климат, который является благоприятствующим фактором развития необходимого качества.
Индивидуальный подход	Учет особенностей, интересов и склонностей каждого обучающегося.	Подбор индивидуальных заданий, которые наиболее результативно повлияют на творчество детей.
Мотивация и самомотивация	Возможность формировать на каждом уроке.	Критерии любого успешного образовательного процесса.
Большое внимание возрастным особенностям обучающихся	Осуществляется через подбор заданий, отвечающих потребностям того или иного возраста.	Наиболее успешное обучение, а также формирование и развитие необходимых качеств.
Безопасное пространство для творчества	Создание условий для творчества, поощрение его со стороны одноклассников, учителя, школы в целом.	Творческий процесс становится наиболее результативным, так как не пресекается окружающими.
Реорганизация технологического	Подбор методов, форм, технологий, способов	Наиболее эффективное формирование

аспекта	обучения.	математической креативности в сравнении со стандартным технологическим аспектом.

1.3 Математическая креативность, как аспект функциональной грамотности

В настоящее время в системе образования достаточно остро поднят вопрос о возможности применения обучающимися в реальной жизни навыков, полученных в учебных заведениях. Это связано с недовольством общества системой образования, которая мало ориентирована на практическое применение. Кроме того, существует запрос на выпускника, который сможет полноценно функционировать в современном обществе, выполняя ряд поставленных перед ним задач из различных сфер деятельности.

Понятие функциональной грамотности можно описать как умение функционировать в современном мире, которое включает в себя аспекты, представленные в таблице 4.

Таблица 4 – Структура функциональной грамотности

Компонент	Описание
Читательская грамотность (или грамотность в чтении)	Умение не только понимать письменные тексты, работать с ними, анализировать, выделять главное, правильно и последовательно воспринимать информацию, но и использовать их для достижения личностных целей.
Математическая грамотность (или грамотность в математике)	Умение правильно употреблять математические термины, применять, при необходимости, знания, использовать математическую креативность в решении поставленных задач из других дисциплин, прогнозировать события.
Естественнонаучная грамотность	Умение решать бытовые задачи естественнонаучной направленности с научной точки зрения, формулировать соображения о ситуациях и явлениях.

Глобальные компетенции	Включают в себе коммуникативные умения, умение находить причинно-следственные связи и формулировать мнение в вопросах, которые касаются мировых проблем.
Финансовая грамотность	Знания обучающихся о правильном распределении бюджета, банковских продуктах, получении выгоды, возможностях улучшить собственное материальное благополучие.
Компьютерная грамотность	Умение искать достоверную информацию в сети Интернет, анализировать её, защищать личные данные, пользоваться сервисами, необходимыми для дальнейшей жизнедеятельности (почта, облачные хранилища, стандартные компьютерные программы)
Креативное мышление	Творческие проявления обучающихся в различных видах деятельности.

В представленной таблице описана структура функциональной грамотности, собранная из различных источников. Это связано с различием подходов к этой теме.

Организация экономического сотрудничества и развития с 2000 года проводит исследования, которые сначала выявили среди компонентов читательскую, математическую и естественнонаучную грамотность, однако в 2012 году ввели финансовую грамотность, в 2015 году – глобальные компетенции, а в 2021 году – креативное мышление. Также известно, что к 2025 году список должен пополниться [9]

Если рассматривать развитие функциональной грамотности в рамках математики, то учителю под силу развивать математическую грамотность и

креативное мышление, которое невозможно без достаточного понимания предмета.

Математическая креативность является компонентом креативного мышления. То есть, при развитии этого качества у обучающихся учитель выполняет запрос на формирование функциональной грамотности.

На сайте https://fg.resh.edu.ru/ представлен банк заданий по развитию функциональной грамотности. После анализа нескольких задач было выявлено, что большинство из них имеют прикладной характер и не слишком эффективно способствуют развитию креативности.

Так как в большинстве школ вводится подотчетное развитие функциональной грамотности, необходимость составления более эффективного банка заданий возросла. Таким образом, задачи, описанные в моей выпускной квалификационной работе могут найти применение на уроках.

1.4 Способы развития математической креативности в ходе образовательного процесса

Образовательный процесс, направленный на развитие математической креативности, должен быть основан на следующих принципах:

1. Создание условий, которые будут способствовать активной интеллектуальной деятельности обучающихся;
2. Раскрытие взаимосвязи математических знаний с другими предметами, с практикой реальной жизни;
3. Правильное формирование у обучающихся абстрактных, сложных понятий, полное раскрытие их содержания;
4. Поддержание высокого уровня сложности обучения, так как именно оно способствует развитию творческой составляющей;
5. Более активное использование на уроках критического мышления, что помогает при выдвижении гипотез, их проверке, а также дальнейшем подтверждении или опровержении;
6. Существование возможности выбора.

На основании этих принципов можно выделить методы, применение которых наиболее эффективно будет способствовать развитию математической креативности:

1. Решение одной задачи разными способами.

Целесообразность использования этого приёма показано в самом определении формируемого понятия, так как обучающиеся после применения стандартных способов решения будут искать новые, нестандартные пути. Это способствует более глубокому анализу задачи, лучшему пониманию материала, а также создает свободу выбора.

Пример 1. Найти стороны равностороннего треугольника, зная, что его высота равна $12\sqrt{3}$. Решить задачу несколькими способами.

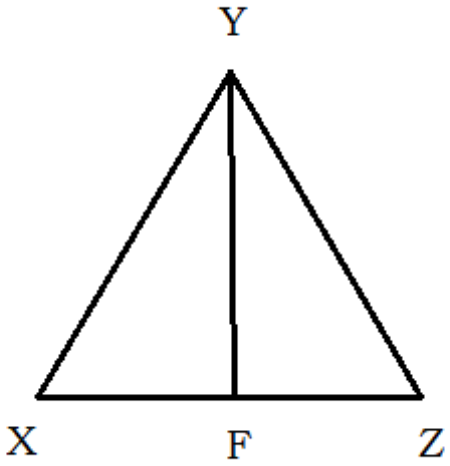


Рисунок 1 – К задаче на нахождение стороны равностороннего треугольника через высоту

Решение 1.

Пусть XF=x, тогда XY=2x

Составим уравнение: $4x^2 = x^2 + (12\sqrt{3})^2$

$$3x^2 = 432$$

$$x^2 = 144$$

$$x = 12$$

Тогда XY=24

Решение 2.

Воспользуемся формулой, представленной в справочных материалах к ОГЭ $h = \frac{\sqrt{3}a}{2}$, подставив вместо h данные из задачи.

$$12\sqrt{3} = \frac{\sqrt{3}a}{2}$$

$$12 = \frac{a}{2},$$

$$a = 24$$

Решение 3.

Рассмотрим решение с использованием понятия синуса угла.

$$sinX = \frac{YF}{XY}$$

Зная, что все углы в равностороннем треугольнике по 60˚, получим следующее

$$\frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{12\sqrt{3}}{XY}$$

$$\frac{1}{2} = \frac{12}{XY}$$

$$XY = 24$$

2. Составление условия задачи с его последующим решением.

Вариаций формулировки этого задания для обучающихся существует множество. Можно предложить составить задачу по теме или предоставить список понятий, которые должны быть применены в задаче. Такой подход способствует раскрытию творческого потенциала, а учителю позволяет пополнить «копилку» методических материалов для дальнейшего применения на уроках [11].

Пример 2. Составить задачу, в решении которой применяется следующее:

1) Накрест лежащие углы при параллельных прямых равны;
2) Сумма углов треугольника равна 180˚;
3) Катет, который лежит напротив угла в 30˚ равен половине гипотенузы.

Решение.

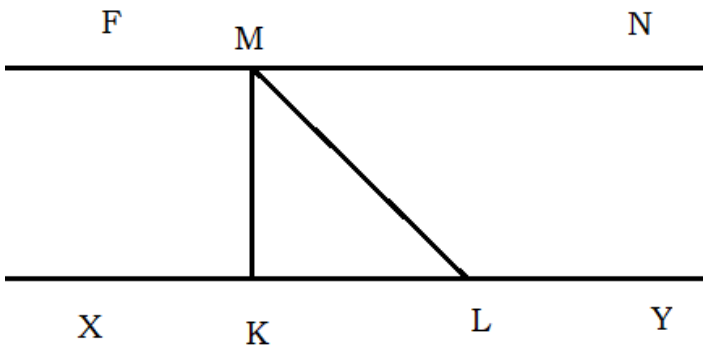


Рисунок 2 – Условие для примера 2

Дано: FN||XY

<FML=60˚

MK⊥XY

ML=24

Найти: KL

Решение: <FML=<MLK=60˚ при FN||XY и секущей ML

<MKL=90˚, так как MK⊥XY

<LMK=180˚ - <MKL - <MLK=180˚- 90˚ - 60˚ = 30˚

KL=ML:2=24:2=12 так как катет, который лежит напротив угла в 30˚ равен половине гипотенузы.

Ответ: 12.

3. Исключение лишнего, добавление собственного примера.

Такие задания способствуют развитию основных мыслительных операций, что непосредственно влияет на формирование необходимой нам способности, так как формируется умение преобразовывать объект и дополнять его новыми деталями.

Пример 3.

Убери из ряда «лишнее» число и составь похожий ряд.

1) 21, 48, 123, *512*, 432;
2) 169, 121, 64, *133*, 9, 225;
3) -8, *42*, -32, 256, -128.

Пример 4.

Продолжи ряд, а затем предложи свой вариант такого задания.

1) 15, 25, 35, 45, 55, … (+10)
2) 45, 42,39,36, 33, … (-3)
3) 2, 5, 10, 17, 26, … ($n^2 + 1$)

4. Вариативные задачи

После решения задачи можно предложить поменять её условие, сохраняя данные. Это помогает рассмотреть различные ситуации, казалось бы, одной и той же задачи. Таким образом, это развивает способность мыслить в различных направлениях, анализировать ситуацию с разных сторон.

Пример 5.

Из двух городов, расстояние между которыми 660 км навстречу друг другу выехали 2 автомобиля. Скорость первого – 60 км/ч, второго – 45 км/ч. Какое расстояние между ними будет через 2 часа? Попробуйте изменить решение, меняя при этом направление движения.

Обучающиеся могут предложить поменять направление их движения, что можно сделать несколькими способами (Например, они едут из одного города, первый едет за вторым, второй едет за первым), что также предоставляет определённую свободу в действиях. Рассмотрим некоторые из возможных изменений решения.

Решение 1.

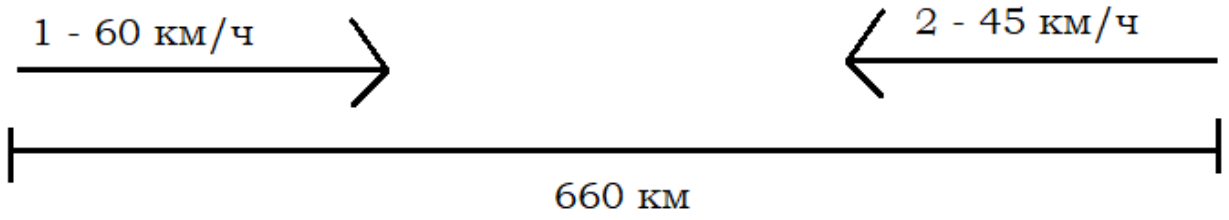


Рисунок 3 – Автомобили едут навстречу друг другу

1) 60×2=120 (км) – проехал 1 автомобиль
2) 45×2=90 (км) – проехал 2 автомобиль
3) 120+90=210 (км) – проехали оба автомобиля за 2 часа
4) 660-210=430 (км) – расстояние между ними

Ответ: 430 км.

Решение 2.

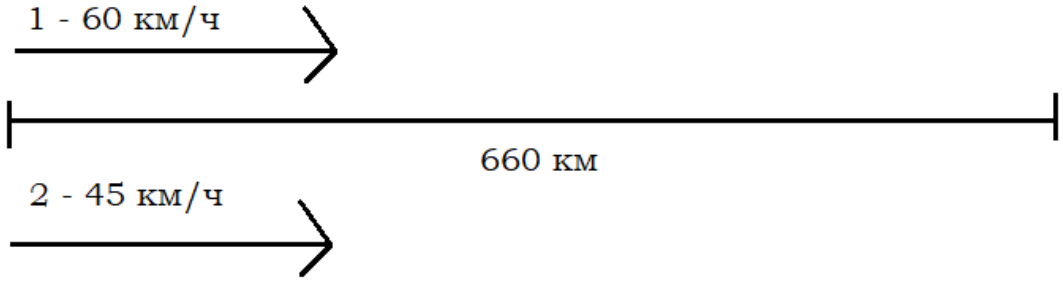


Рисунок 4 – Автомобили выехали из одного города

1) 60×2=120 (км) – проехал 1 автомобиль

2) 45×2=90 (км) – проехал 2 автомобиль

3) 120 – 90=30 (км) – расстояние между автомобилями через 2 часа

Ответ: 30 км.

Решение 3.

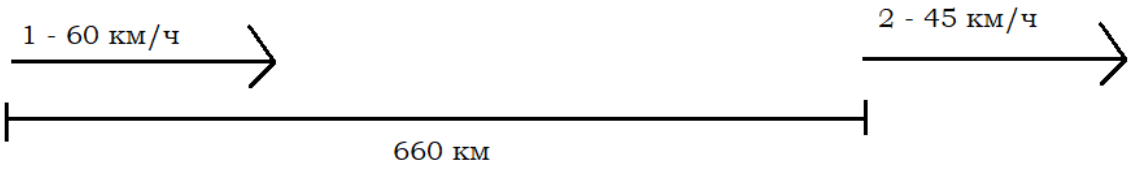


Рисунок 5 – Автомобиль 1 едет за 2

1) 60×2=120 (км) – проехал 1 автомобиль

2) 45×2=90 (км) – проехал 2 автомобиль

3) 660+90-120=630 (км) – расстояние между автомобилями через 2 часа

Ответ: 630 км.

Решение 4.

Рисунок 6 – Автомобиль 2 едет за 1

1) 60×2=120 (км) – проехал 1 автомобиль

2) 45×2=90 (км) – проехал 2 автомобиль

3) 120-90+660=690 (км) – расстояние между автомобилями через 2 часа.

Ответ: 690 км.

5. Обращённые задачи

Их преимущества заключаются в: глубоком понимании взаимосвязи отношений в задаче, её структуры, подталкивании к творчеству посредством рассмотрения проблем при исключении тех или иных данных в задаче, развитии гибкости мышления через преобразования прямого хода мыслей в обратный.

Например, при решении задачи на нахождение площади треугольника, дана сторона и проведённая к ней высота, после решения можно сформулировать задачу с теми же данными, в которой нужно найти сторону или высоту.

После этого целесообразно предложить условие, в котором известна только площадь, но необходимо найти сторону. Обучающиеся должны прийти к выводу, что эта задача с неопределённым условием, её однозначное решение в количественном виде невозможно [1].

6. Модель Фрейер

Этот метод способствует глубокому осознанию и восприятию понятий, где их описание происходит по схеме, представленной на рисунке 7.

Впервые она была предложена Дороти Фрейер в 1969 году. В России этот метод работы пока ещё только набирает популярность в связи с тем, что он способствует формированию и развитию коммуникативных навыков, критического мышления, умения сотрудничать. Кроме того, на многочисленных исследованиях выявлено, что эта модель не только активизирует познавательный интерес, но и способствует развитию креативности обучающихся.

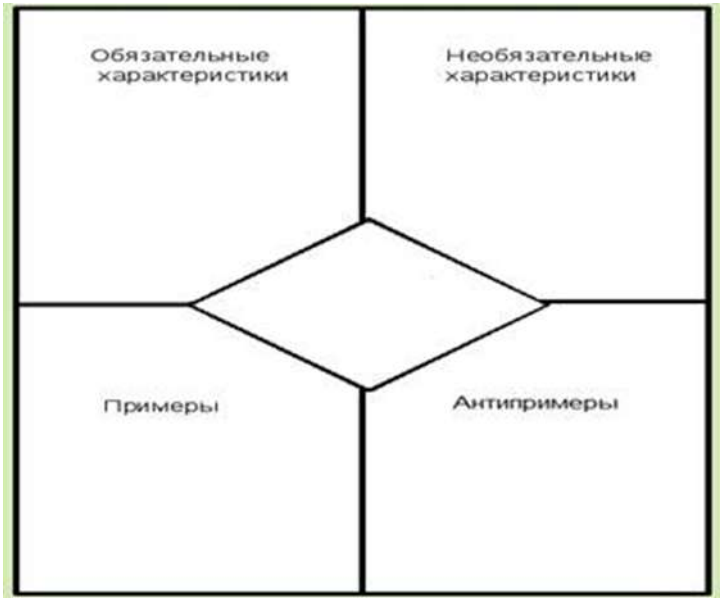


Рисунок 7 – Модель Фрейер

Её можно применять как на уроке открытия новых знаний, постепенно заполняя, так и в обобщении и систематизации [5].

Вариаций работы с этой моделью множество:

1. Угадать понятие по схеме, в которой заполнено все, кроме середины;
2. Дополнить шаблоны, которые, например, заполнил сам учитель. Также можно предложить похожую работу в паре, где после заполнения модели, обучающиеся ими обмениваются;
3. Групповая или парная работа по описанию понятия по описанным выше критериям.

Таким образом, использование этого метода целесообразно при развитии математической креативности обучающихся.

7. Задачи без вопроса

В задачах подобного вида вопрос логически выстраивается из данных, предложенных в условии. Они способствуют обнаружению связей между объектами, что в дальнейшем сказывается на поиске наиболее быстрого и удобного пути решения. [15]

Пример 6.

У бабушки есть синие и зелёные чашки. Вероятность того, что чай для внучки она нальёт в зелёную чашку 0,45.

Решение.

Исходя из условия задачи, мы можем узнать, какова вероятность того, что бабушка нальёт чай для внучки в синюю чашку.

1 – 0,45 = 0,55

Ответ: 0,55.

8. Эвристическая беседа

Она отлично подходит для новых тем, где путём целенаправленно поставленных и логически выстроенных вопросов обучающиеся начинают самостоятельно осмыслять информацию. Учитель при этом является «проводником», подталкивающим к правильному пониманию новой информации.

9. Парная, групповая работа

Удобнее всего заранее подготовить карточки, где будет новая тема в кратком изложении или какая-либо интересная задача, возможно высокого уровня сложности. Задача детей самим разобрать информацию и объяснить её друг другу. Особенность этого метода заключается в возможности детей передавать знания, что способствует не только лучшему усвоению темы, но и учить объяснять так, чтобы донести необходимые сведения.

10. Проблемные задачи

Эти задачи могут быть переформулированы из учебника, но необходимо, чтобы в них отражалась проблема, которая разрешается после получения ответа.

Пример 7.

Турист решил приехать в Пензу к её 360-летию. Для посещения он выбрал несколько музеев, а именно, музей одной картины имени В.Г.

Мясникова, литературный музей и пензенский государственный краеведческий музей.

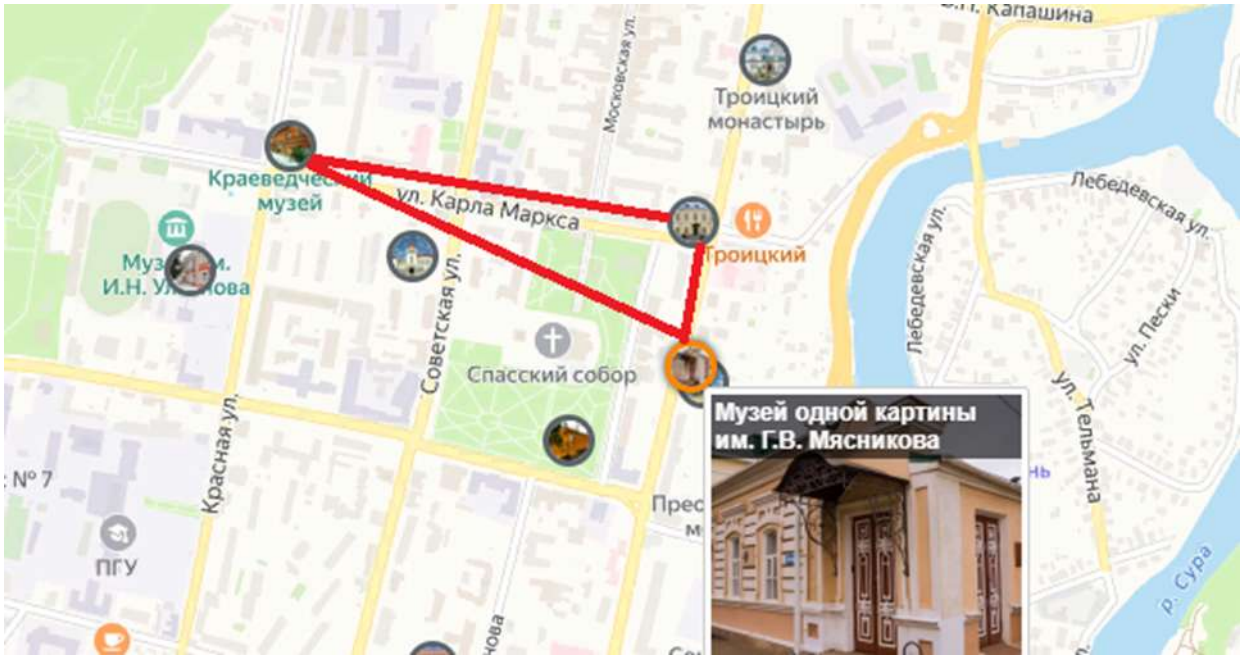


Рисунок 8 – Маршрут туриста

Маршрут турист выбрал следующий:

От музея одной картины до литературного (приблизительно 200 метров)

От литературного музея до краеведческого (около 700 метров)

Ответьте на вопросы задачи.

1) Какое же примерное время было бы затрачено на дорогу напрямую от краеведческого музея до музея одной картины, если учитывать, что средняя скорость туриста 5 км/ч?

2) Турист прибывает в 12:00, а уехать должен в 17:20. Музей одной картины имени В.Г. Мясникова работает с 10:00 до 18:00, продолжительность сеанса 45 минут. Литературный музей работает с 10:00 до 17:00, экскурсия, посвящённая истории «литературного дома» занимает около часа. Режим работы краеведческого музея с 10:00 до 17:00, а обзорная экскурсия по залам занимает около 90 минут. Дорога от автовокзала до музеев и обратно занимает около часа. Успеет ли турист побывать во всех музеях?

Решение.

Вопрос №1.

Сначала нужно найти примерное расстояние от музея одной картины до краеведческого. Применим теорему Пифагора:

1) $200^2 + 700^2 = 530000 \approx 730^2$

Переведем в км:

2) 730:1000=0,73 (км)

Находим время:

3) 0,73:5=0,146 (ч) ≈ 9 (мин)

Вопрос №2

1) 700 м = 0,7 км
2) 200 м = 0,2 км
3) 45 мин = 0,75 ч
4) 90 мин = 1,5 ч
5) 17:20 - 12:00 = 5 ч 20 мин – время пребывания туриста в городе
6) 5 ч 20 мин = 5,3 ч
7) 0,7 : 5 = 0,14 (ч) – время, потраченное на дорогу от литературного до краеведческого музея
8) 0,2 : 5 = 0,04 (ч) – время, потраченное на дорогу от музея одной картины до литературного
9) 0,75+1+1,5+0,14+0,04+1=4,43 (ч) – время, необходимое туристу
10) 5, 3 ч > 4, 43 ч, поэтому турист успеет за это время посетить выбранные им музеи.

Ответ

1) 9 мин
2) Турист успеет побывать во всех музеях

11. Проектная и исследовательская деятельность

Отличный способ формирования математической креативности в связи с тем, что существует возможность выбора темы, способа подачи, оформления, информации, активизируется мыслительная работа, создаётся свобода для творчества [14].

Конечно, существует множество методов формирования и развития математической креативности, даже задачи в учебниках способствуют этому, но я в своей работе стремилась выделить наиболее эффективные для современного учебного процесса.

Во второй главе рассмотрим развитие математической креативности в процессе изучения темы: «Производная».

Глава 2. Методические рекомендации по развитию математической креативности

2.1 Развитие математической креативности на уроках при изучении темы «Производная»

Тема «Производная» достаточно сложная для понимания обучающимися. Это непосредственно связано с абстрактностью данного понятия. Как уже было отмечено ранее, учителю необходимо не только сформировать представление об этом понятии и научиться его использовать в ходе решения задач, но и формировать творчески ориентированную личность. Этого можно достичь посредством формирования математической креативности, используя вышеизложенные рекомендации.

В ходе изучения производной обучающийся должен:

- знать, что является приращением функции и приращением аргумента;
- понимать геометрический и физический смысл производной и возможности их применения;
- уметь дифференцировать;
- знать основные производные элементарных функций;
- уметь дифференцировать комбинации функций и сложные функции.

Покажем, как можно способствовать усвоению этих знаний и умений обучающимися, а также способствовать развитию математической креативности на конкретных примерах [2].

При переходе к этой теме целесообразно использовать мини-исследования, в ходе которых обучающиеся пусть и не будут пока знать, что это за понятие, но уже ознакомятся с ходом его решения.

Пример 1.

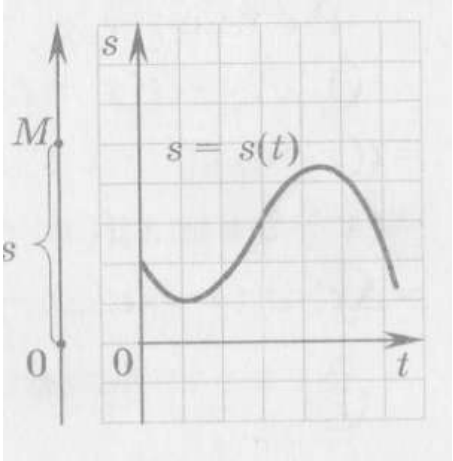


Рисунок 9 – Исследовательская задача

Пусть машина М движется по прямой. За начало отсчёта возьмём точку О. Расстояние, которое проехала машина за какой-то промежуток времени t обозначим s. Тогда движение может быть описано функцией $s = s(t)$, $t[\ t_0\ ;\ t]$.

Найдите:

- среднюю скорость, с которой двигалась машина, за отрезок $[t_0\ ;\ t]$;
- скорость машины в какой-то момент времени t_0 *(мгновенную скорость).*

Решение.

При рассмотрении промежутка времени $t - t_0$ между этими моментами времени машина преодолевает путь $s(t) - s(t_0)$.

Чтобы найти среднюю скорость, необходимо разделить перемещение машины на изменение времени, на протяжении которого ехала машина.

Тогда $v_{ср} = \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$;

Чтобы рассмотреть промежуток времени наиболее точно, нужно взять его наименьшим. Тогда мгновенная скорость стремится к разностному отношению средней скорости машины за тот промежуток времени, в который она ехала от t_0 *до* t при $t \to t_0$.

Тогда $v_{мгн} = \frac{\Delta s(t_0)}{\Delta t}$

Такое мини-исследование познакомит обучающихся с понятием производной ещё до самого введения понятия, что непосредственно повлияет на глубину его восприятия. На основе того, что выявлена связь с физикой, решать эту задачу будет явно проще. Кроме того, эта задача предоставляет обучающимся самостоятельность в ходе её решения.

Здесь же целесообразно использовать и модель Фрейер, отмеченную ранее. Её можно использовать на этапе открытия знания, постепенно заполняя совместно с обучающимися, но лучшим вариантом будет использовать её в обобщении и систематизации для того, чтобы рассмотреть уже известное понятие с другой стороны.

Пример 2.

- Существенные признаки: предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, когда последнее стремится к нулю;
- Несущественные признаки: скорость изменения расстояния или скорости; коэффициент угла наклона касательной, проведённой к данной точке графика, к оси абсцисс.
- Примеры: $y = 6x^2 - 8x$

$y' = 12x - 8$

- Антипримеры: $f(x) = 3x^2 - 4$

$F(x) = x^3 - 4x$

В качестве домашней работы можно предложить задачи, которые решаются несколькими способами, причем в решении не ограничивать обучающихся, то есть дать им возможность проявить свои творческие способности.

Пример 3.

Необходимо построить забор длиной 60 м, который отгородит участок с трёх сторон у реки, но так, чтобы площадь участка была наибольшей.

Решение 1.

Пусть длина равна x, тогда ширина равна 60-2x

Запишем функцию площади $S(x) = x(60 - 2x) = 60x - 2x^2$

Найдём производную функции $S(x)' = 60 - 4x$

Приравниваю к нулю, получим $x = 15$ (м)

Тогда $S(\text{x}) = 450(\text{м}^2)$

Решение 2.

После составления функции площади видно, что это парабола, ветви которой направлены вниз, а, следовательно, самые большие значения абсциссы и ординаты можно найти через формулу вершины параболы.

$$m = \frac{-60}{2(-2)} = 15$$

$$n = 60 \times 15 - 2 \times 225 = 450$$

Перед решением подобных задач необходимо обозначить обучающимся, что решение возможно и через приложения по типу математического конструктора.

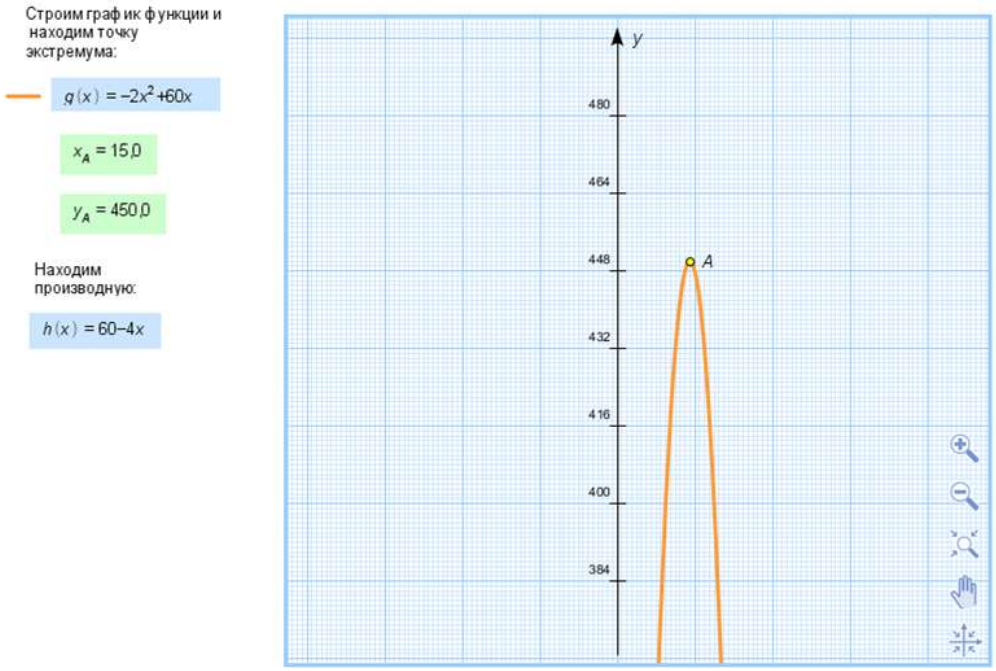


Рисунок 10 – Решение №3 задачи по нахождению наибольшей длины забора с помощью математического конструктора.

Однако стоит учитывать, что обучающиеся должны быть достаточно замотивированы перед этим заданием для того, чтобы на следующий урок они не принесли только по одному решению.

Для формирования математической креативности и разнообразия однотипных заданий можно представить на доске функцию, но без задания. Соответственно, обучающиеся сами формулируют его исходя из того, на какой ступени изучения производной они находятся и какие типовые задания решали до этого. Формулировка задания всем классом не обязательна, каждый это может сделать сам для себя.

Проблемные задачи можно сформулировать прямо на уроке. Тем не менее, это способствует развитию критического мышления обучающихся.

Пример 4.

Существуют ли такие значения x, при которых производная функции $f(x) = 2x^3 + 6x^2 + 9x - 36$ равна нулю?

Решение:

$$f_x' = 6x^2 + 12x + 9$$

$$6x^2 + 12x + 9 = 0$$

Решения нет, так как дискриминат меньше 0, график производной представляет параболу, ветви которой направлены вверх.

Пример 5.

Тела движутся прямолинейно по законам $S(t) = 9t^2 - 6t + 30$ и $S(t) = 2t^2 + 10t + 2$ Наступит ли такой момент времени, когда скорость первого дела превысит в 2 раза скорость второго? Если да, то в какой момент времени это произойдёт?

Решение.

Чтобы найти скорость тел, находим их производные:

$$S_1{}'(t) = 18t - 6 = v_1(t)$$

$$S_2{}'(t) = 4t + 10 = v_2(t)$$

По условию, скорость 1 тела должна быть в 2 раза больше скорости 2, поэтому:

$$v_1(t) = 2v_2(t)$$

Подставляем производные и решаем полученное уравнение:

$$18t - 6 = 2(4t + 10)$$

$$10t = 14$$

$$t = 1{,}4$$

Ответ: 1,4 с.

На этапе актуализации материала удачным будет исключение лишнего из списка или дополнение ряда.

Пример 6.

На рисунках представлены графики некоторых производных функций. Как вы думаете, какой из графиков будет лишним? Предложите ещё один график, соответствующий выделенному условию.

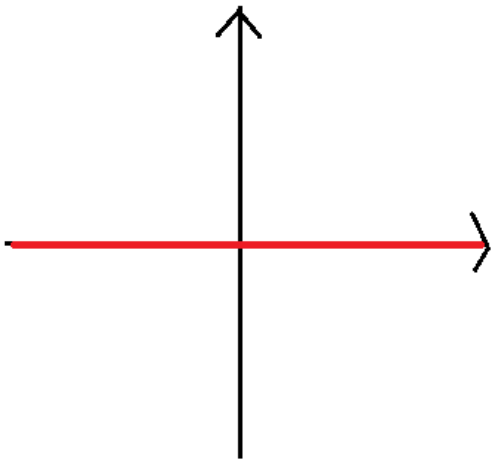


Рисунок 11 – График производной 1

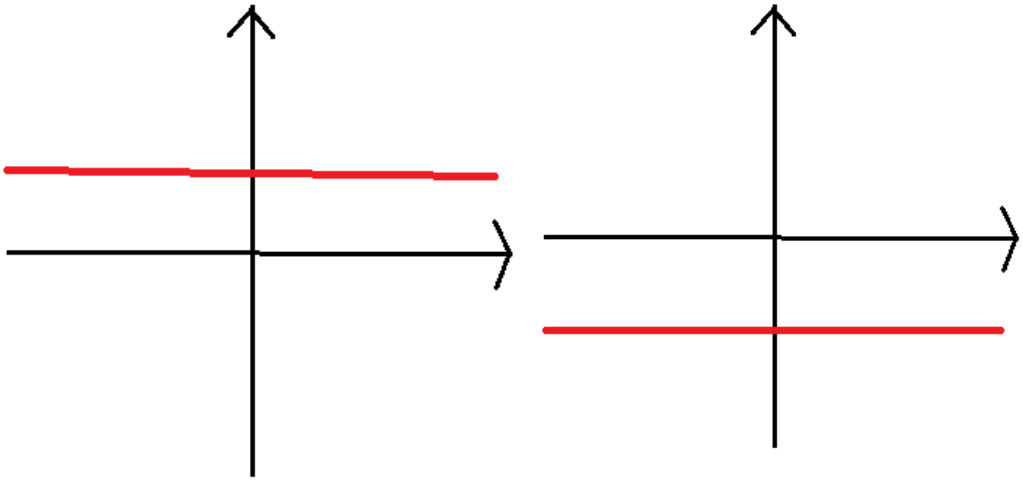


Рисунок 12 – График производной 2 *Рисунок 13 – График производной 3*

Решение.

На рисунке 1 (11) представлен график производной функции постоянной, а на 2 и 3 (12 и 13) рисунках графики производных функций прямых.

Ответ: 1 рисунок лишний

Дополнить можно следующим графиком:

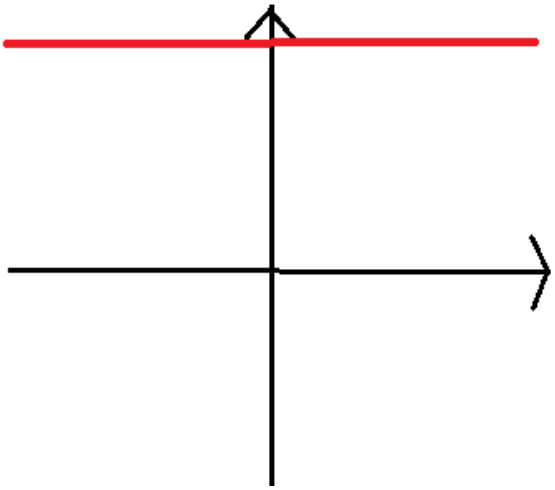


Рисунок 14 – График производной от функции прямой

Когда изучена производная, исследование функции с её помощью, можно предложить функцию без задания, а обучающиеся должны будут сами его придумать и, соответственно, решить.

Пример 7.

Дана функция $f(x) = 18x^4 - 4x^3 - 36x^2 + 12x + 120$

Решение.

Обучающиеся могут предложить следующее:

1. Найти производную;
2. Исследовать функцию на экстремумы;
3. Определить промежутки возрастания и убывания функции;
4. Определить промежутки выпуклости и вогнутости функции;
5. Найти точки перегиба.

Находим производную:

$$f'(x) = 72x^3 - 12x^2 - 72x + 12$$

Приравниваем её к нулю:

$$f'(x) = 0$$

$$72x^3 - 12x^2 - 72x + 12 = 0$$

$$18x^3 - 3x^2 - 18x + 3 = 0$$

$$3x^2(6x - 1) - 3(6x - 1) = 0$$

$$3x^2 - 3 = 0 \text{ или } 6x - 1 = 0$$

$$x^2 - 1 = 0 \text{ или } 6x = 1$$

$$x = \pm 1 \text{ или } x = \frac{1}{6}$$

Определяем промежутки возрастания и убывания функции, экстремумы:

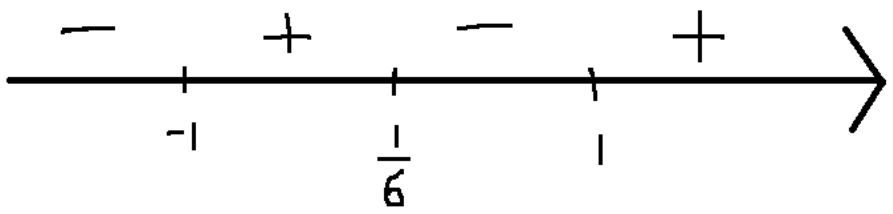


Рисунок 15 – Промежутки знакопостоянства производной

$(-\infty; -1)$ – убывает;

$(-1, \frac{1}{6})$ – возрастает;

$\left(\frac{1}{6}; 1\right)$ – убывает;

$(1; +\infty)$ – возрастает.

$x = -1$ – точка минимума;

$x = 1$ – точка минимума;

$x = \frac{1}{6}$ – точка максимума.

Найдем промежутки выпуклости и вогнутости:

$$f''(x) = 216x^2 - 24x - 72$$

Находим точки перегиба:

$$f''(x) = 0$$

$$216x^2 - 24x - 72 = 0$$

$$9x^2 - x - 3 = 0$$

$x = \frac{1 \pm \sqrt{109}}{18}$ – точки перегиба

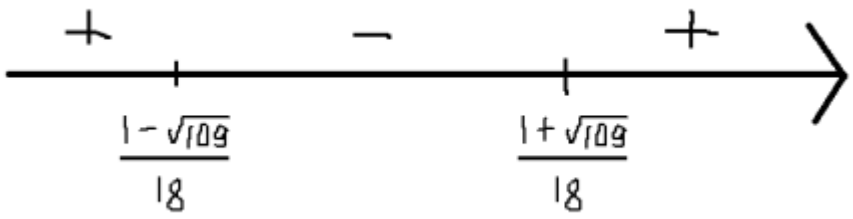


Рисунок 16 – Промежутки знакопостоянства второй производной

$(-\infty; \frac{1-\sqrt{109}}{18})$ – вогнута;

$(\frac{1-\sqrt{109}}{18}; \frac{1+\sqrt{109}}{18})$ –выпукла;

$(\frac{1+\sqrt{109}}{18}; +\infty)$ – вогнута.

Вариация этих заданий зависит от глубины понимания темы, а также мотивации обучающихся.

Ну и, наверное, самым простым для учителя является задание на составление обучающимися упражнений, задач, тестов, что будет способствовать развитию их самостоятельности, найдёт применение их креативности. В дальнейшем можно придумать различные вариации с этими заданиями: обмен ими для решения друг у друга, составление из них

контрольной работы, обычная проверка этих заданий учителем. Школьники обязательно должны видеть, что эти задания находят себе применение, а не лежат без дела. В противном случае уровень мотивации может снизиться.

Обучающиеся из МБОУ СОШ №28 им. В. О. Ключевского в рамках предложенного мной домашнего задания по составлению задач на развитие математической креативности в ходе изучения темы «Производная» представили множество задач, среди которых я выделила наиболее грамотно и логически выстроенные. Их можно также использовать на уроках и в дальнейшем.

Обучающийся 1.

Заряд, проходящий через проводник с момента времени $t = 0$ задаётся законом $q = 5t^2 + 8t - 6$. $t = 3$

Решение.

Это задача без вопроса, но исходя из её данных можно сказать, что требуется найти силу тока в момент времени $t = 3$.

Чтобы найти закон изменения силы тока, найдём производную от закона изменения заряда:

$$I(t) = q'(t)$$

$$I(t) = 10t + 8$$

Найдём силу тока в момент времени $t = 3$:

$$I(t) = 10 \times 3 + 8$$

$$I(t) = 38\ (\text{А})$$

Ответ: 38 А.

Обучающийся 2.

Найти ошибки в исследовании функции $y = x^3 - 8x^2 + 5x - 10$

Находим производную:

$$y' = 3x^2 - 16x + 5$$

Приравниваем к 0.

$$3x^2 - 16x + 5 = 0$$

$$D = 256 - 5 \times 3 \times 4 = 196$$

$$x_1 = \frac{16 - 14}{6} = \frac{1}{3}$$

$$x_2 = \frac{16 + 14}{6} = 6$$

Полученные корни являются точками экстремума функции. Найдем промежутки возрастания и убывания функции.

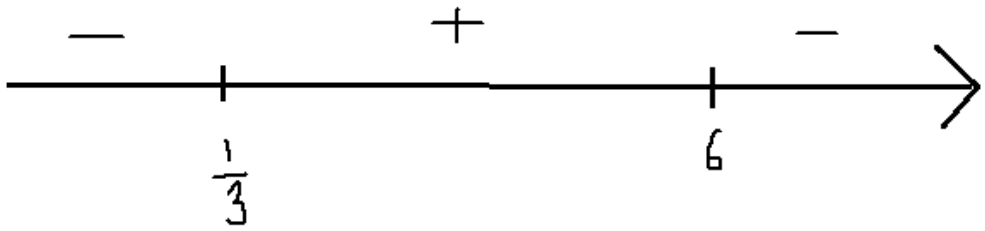


Рисунок 17 – Промежутки знакопостоянства производной

$(-\infty; \frac{1}{3})$ – производная убывает;

$(\frac{1}{3}; 6)$ – производная возрастает;

$(6; +\infty)$ – производная убывает;

$x = \frac{1}{3}$ – точка минимума;

$x = 6$ – точка максимума.

Находим вторую производную от функции:

$$y = 3x - 16$$

Приравниваем её к 0:

$$3x - 16 = 0$$

$$x = \frac{16}{3}$$

Находим промежутки знакопостоянства второй производной:

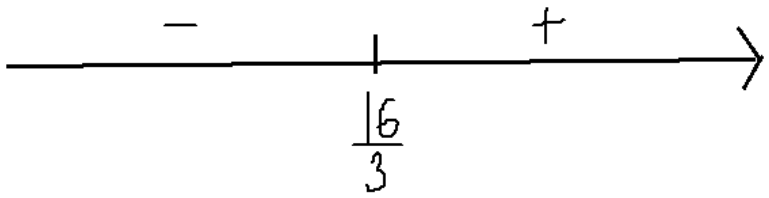


Рисунок 18 – Промежутки знакопостоянства второй производной

$\left(-\infty;\frac{16}{3}\right)$ – функция выпукла;

$(\frac{16}{3};+\infty)$ – функция вогнута;

$x=\frac{16}{3}$ – точка перегиба.

Решение.

Ошибка 1: при нахождении точек, в которых производная равна 0. (арифметическая ошибка)

$$x_2=\frac{16+14}{6}=5$$

Ошибка 2: при нахождении промежутков знакопостоянства первой производной.

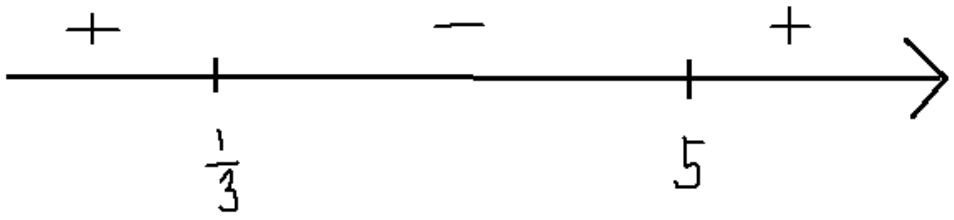


Рисунок 19 – Исправленные промежутки знакопостоянства первой производной

$(-\infty;\frac{1}{3})$ – функция возрастает;

$(\frac{1}{3};5)$ – функция убывает;

$(5;+\infty)$ – функция возрастает;

$x=\frac{1}{3}$ – точка максимума;

$x = 5$ – точка минимума.

Ошибка 3. При нахождении второй производной.

Находим вторую производную от функции:

$$y = 6x - 16$$

Приравниваем её к 0:

$$6x - 16 = 0$$

$$x = \frac{8}{3}$$

Находим промежутки знакопостоянства второй производной:

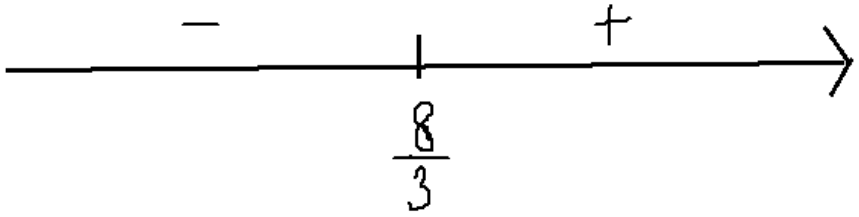


Рисунок 20 – Исправленные промежутки знакопостоянства второй производной

$\left(-\infty; \frac{8}{3}\right)$ – функция выпукла;

$(\frac{8}{3}; +\infty)$ – функция вогнута;

$x = \frac{8}{3}$ – точка перегиба.

Обучающийся 3 составил мини-тест по проверке знаний на тему «Производная», который позже был предложен его одноклассникам.

Вопрос 1. Выберите неверное утверждение

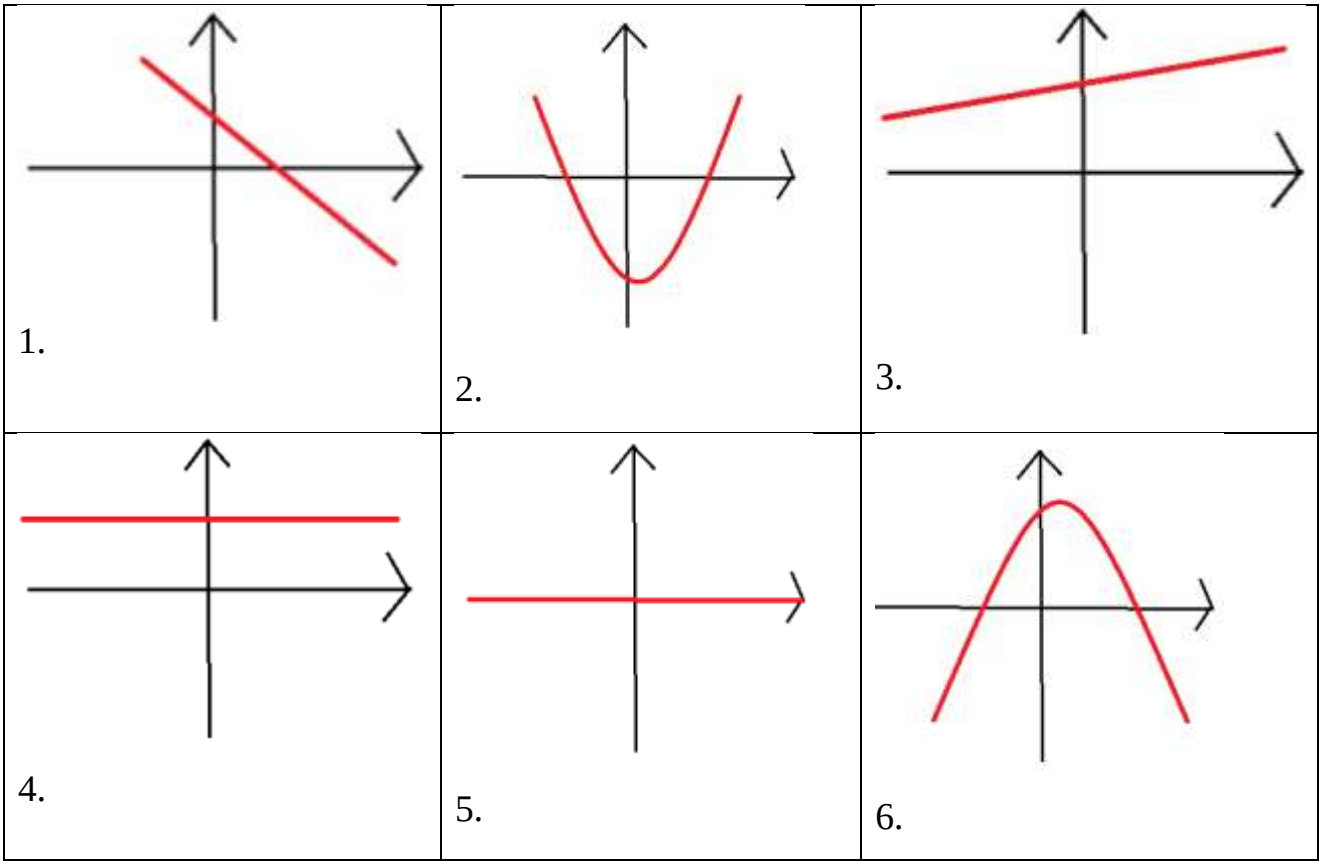
1) $(x)^{n'} = nx^{n-1}$;

2) $(a^x)' = a^x \ln(x)$;

3) $(e^x)' = e^x$;

4) $(\ln(x))' = \frac{1}{x}$.

Вопрос 2. Какие из ниже предложенных графиков функций являются графиками производной от квадратичной функции?



Вопрос 3. Существуют ли такие значения x, при которых производная функции $y = x^3 - 5x^2 + 10x - 8$ равна 0?

1) Да;
2) Нет;
3) Недостаточно сведений.

Решение.

Вопрос 1.

Все из предложенных выражений являются значениями из таблицы производных элементарных функций кроме второго, в нём допущена ошибка. Верным будет выражение $(a^x)' = a^x \ln(a)$.

Ответ: 2.

Вопрос 2.

1 и 3 – графики производных от квадратичной функции;

2 и 6 – от кубических функций;

4 – от функции прямой вида $y = kx + b$;

5 – от функции вида $y = c$.

Ответ: 1, 3.

Вопрос 3.

Найдем производную функции $y = x^3 - 5x^2 + 10x - 8$.

$$y' = 3x^2 - 10x + 10$$

Приравняем к 0:

$$3x^2 - 10x + 10 = 0$$

$$D = 100 - 120 = -20$$

$D < 0$, корней нет.

Ответ: 2.

Если говорить про более узкую направленность этих заданий, то можно предложить данные, из которых нужно составить задачу с последующим её решением.

Пример 8.

Составить задачу, используя следующие условия:

1) Масса тела равна 7 кг;
2) Прямолинейное движение задано законом: $S(t) = 5t^2 - 6t + 20$;
3) Время равно 20 с.

Решение.

Обучающиеся могут предложить следующее условие:

Найти кинетическую энергию тела через 20 с после начала движения, масса которого 7 кг, а прямолинейное движение задано законом: $S(t) = 5t^2 - 6t + 20$.

Чтобы найти скорость движения тела:

$$S'(t) = v(t)$$

$$S'(t) = 10t - 6$$

$$v(t) = 10t - 6$$

Скорость движения тела, при $t = 20\ c$:

$$v(20) = 200 - 6 = 194$$

По формуле из физики кинетическая энергия тела массой 7 кг равна:

$$E_{\text{кин}} = \frac{mv^2}{2}$$

$$E_{\text{кин}} = \frac{7 \times 194^2}{2} = 131726\ (\text{Дж})$$

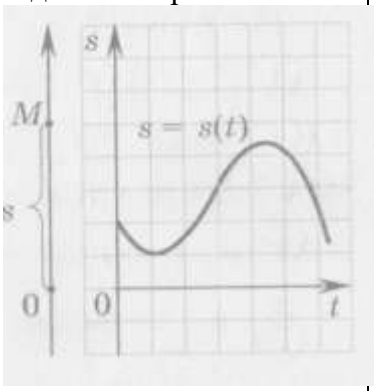
Ответ: 131726 Дж.

Таким образом, применение приёмов и способов развития математической креативности можно использовать и на уроках по изучению темы «Производная», причем это не всегда может требовать особенной подготовки от педагога, так как некоторые задания можно переформулировать прямо на уроке.

2.2 Технологическая карта урока по теме «Производная» с применением методических разработок по развитию математической креативности

Основываясь на вышеизложенном хочется отметить, что составленные мной задания можно применять на уроках. Примером может служить следующая технологическая карта, в которой отмечены ранее описанные способы развития математической креативности.

Этапы урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	*Метапредметные (УУД)*: *познавательные:* уметь ориентироваться в своей системе знаний уметь добывать новые знания *регулятивные:* организация своей учебной деятельности. *коммуникативные:* планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.	Приветствие, проверка подготовленности к учебному занятию, организация внимания детей.	Подготовка к уроку, фокусирование внимания.
Актуализация опорных знаний и умений	*Предметные:* Повторить определения приращения функции и приращения аргумента *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* структурирование собственных знаний *регулятивные:* контроль и оценка процесса и результатов деятельности. *коммуникативные*: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.	Устный опрос по прошлой теме, повторение определений «приращение функции» и «приращение аргумента»	Дают понятие «приращения функции» и «приращения аргумента»

Постановка учебной проблемы	*Предметные:* Уметь находить среднюю скорость, использовать понятия «приращение функции» и «приращение аргумента» *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* умение анализировать, логически рассуждать *регулятивные:* умение планировать свою деятельность *коммуникативные:* проявление активности во взаимодействии для решения исследовательских задач; умение использовать речь для регуляции своего действия, строение понятные для окружающих высказывания	Для того, чтобы перейти к следующей теме необходимо провести мини-исследование над задачей в парах.  На графике представлено изменение популяции М в промежутке [t_0 ; t]; Тогда это изменение может быть описано функцией $s = s(t)$. Найти: • среднюю скорость изменения популяции на промежутке [t_0 ; t]; • скорость изменения популяции в определённый момент времени t_0	*Решение:* При рассмотрении промежутка времени $t - t_0$ между этими моментами времени популяция изменяется на $s(t) - s(t_0)$. Чтобы найти среднюю скорость, необходимо разделить изменение популяции на промежуток времени, на протяжении которого она менялась. Тогда $v_{ср} = \frac{s(t) - s(t_0)}{t - t_0}$; Чтобы рассмотреть промежуток времени наиболее точно, нужно взять его наименьшим. Тогда мгновенная скорость стремится к разностному отношению средней скорости изменения популяции за тот промежуток времени, в который она ехала от t_0 до t при $t \to t_0$. Тогда $v_{мгн} = \frac{\Delta s(t_0)}{\Delta t}$

Формулирование проблемы, планирование деятельности	*Предметные:* Уметь выделять неизвестное, неизученное *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной форме. *регулятивные:* самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель учебной деятельности *коммуникативные:* умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса.	Учитель задаёт вопросы по задаче: 1. Как по-другому мы можем назвать мгновенную скорость, учитывая свойства отношения? 2. Как мы можем назвать то, что написано в числителе, учитывая тему прошлого урока? В знаменателе? 3. Что мы можем сказать про приращение аргумента?	Обсуждают решение задачи 1. Предел 2. Приращение функции и приращение аргумента 3. Оно стремится к нулю
Открытие нового знания	*Предметные:* Формулирование определения производной и её алгоритма *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* формирование интереса к данной теме *регулятивные:* планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата. *коммуникативные:* Взаимодействовать с учителем во время фронтальной работы, выслушивать разные мнения своих сверстников, корректировать свое мнение.	Сейчас вы, сами того не осознавая, познакомились с понятием, которое мы будем рассматривать на этом уроке. Это понятие называется производной. На основе заданных ранее вопросов попробуйте самостоятельно сформулировать определение. Перечитайте определение ещё раз и проанализируйте, что ещё оно нам даёт? Сформулируйте алгоритм и сравните с соседом по парте.	Производной функции в данной точке называется предел отношения приращения функции в этой точке к приращению аргумента, при условии, что приращение аргумента стремится к нулю. Алгоритм нахождения производной 1. Рассмотрим приращение аргумента 2. Находим приращение функции 3. Находим отношение приращения функции к приращению аргумента 4. Находим предел этого отношения

Применение новых знаний	*Предметные:* уметь находить производную функции *Метапредметные (УУД):* *познавательные:* умение ориентироваться в системе своих знаний; *регулятивные:* планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата; *коммуникативные:* умение оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других	Учитель показывает на примере функции $f(x) = x$ нахождение производной Самостоятельно обучающиеся пытаются вычислить производную от функций $f(x) = c$ и $f(x) = x^2$	Обучающиеся совместно с учителем находят производную первой функции. Вторую и третью производные они вычисляют самостоятельно, совещаясь с соседом по парте, а при возникновении сложностей с помощью учителя.
Рефлексия учебной деятельности	*Метапредметные (УУД):* *познавательные:* рефлексия. *регулятивные:* оценивание собственной деятельности на уроке *коммуникативные:* умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции	Что нового мы сегодня узнали на уроке? Что вам показалось легче всего? Сложнее всего? На кружочках, которые вам были распределены перед уроком, нарисуйте смайлик, характеризующий ваше эмоциональное состояние, а с другой стороны напишите, с чем это связано. Домашнее задание: мини-проект на темы: производная в других науках, историческая справка о производной, выведение производной $f(x) = x^n$. (Задания раздаёт учитель, учитывая индивидуальные пожелания и ориентируясь на реальные возможности обучающихся)	Обучающиеся обмениваются мнениями о пройденном материале, заполняют кружочки.

Таким образом, в предложенной технологической карте проиллюстрирован пример урока, в ходе которого происходит формирование математической креативности. Конечно, его можно варьировать в зависимости от индивидуальных особенностей обучающихся, целей урока, материально-технических возможностей.

Заключение

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы мной были решены следующие задачи:

1. Проанализирована научная литература по теме исследования;
2. Рассмотрены различные подходы к определению понятия «математическая креативность»;
3. Выделены теоретические аспекты формирования математической креативности, среди которых методы, условия и принципы;
4. Составлены методические разработки по формированию математической креативности в ходе изучения темы: «Производная»;
5. Разработана технологическая карта урока по теме «Производная».

Полученные результаты могут свидетельствовать о достижении поставленной цели посредством решения сформулированных во введении задач.

Данная работа может быть рекомендована для практического использования учителями математики и студентами математических факультетов в период прохождения производственной практики.

Список литературы

1. Абрамова О. М. О развитии креативности школьников посредством обращения задач на уроках и внеурочных занятиях по математике // Вестник ННГУ. 2013. №5-2. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/o-razvitii-kreativnosti-shkolnikov-posredstvom-obrascheniya-zadach-na-urokah-i-vneurochnyh-zanyatiyah-po-matematike (дата обращения: 13.11.2022).
2. Блаженских Е. А. Реализация межпредметных связей в курсе алгебры и начал математического анализа общеобразовательной школы на основе задач на приложение производной // Вестник магистратуры. 2021. №4-3. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/realizatsiya-mezhpredmetnyh-svyazey-v-kurse-algebry-i-nachal-matematicheskogo-analiza-obscheobrazovatelnoy-shkoly-na-osnove-zadach (дата обращения: 13.11.2022).
3. Боровинская Д. Н. К вопросу о классификации теорий креативности // Вестн. Том. гос. ун-та. 2014. №385. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/k-voprosu-o-klassifikatsii-teoriy-kreativnosti (дата обращения: 07.11.2022).
4. Ваулина Т. А. Общая одаренность и математическая креативность: системно-антропологический контекст: учебное пособие. Изд. дом Томского гос. ун-та, 2014. 155 с.
5. Галиахметова А. Т. Интеграция сингапурских обучающих структур и современных педагогических технологий в образовательной организации // Вестник КГЭУ. 2017. №3. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/integratsiya-singapurskih-obuchayuschih-struktur-i-sovremennyh-pedagogicheskih-tehnologiy-v-obrazovatelnoy-organizatsii (дата обращения: 13.11.2022).
6. Еремина Л. И. Развитие креативности личности: психологический аспект // Общество: социология, психология, педагогика. 2014. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-kreativnosti-lichnosti-psihologicheskiy-aspekt (дата обращения: 08.11.2022).

7. Захарова О. Г. Определение понятия «креативность» в научной литературе // Аспекты и тенденции педагогической науки : материалы II Междунар. науч. конференции. Санкт-Петербург : Свое издательство, 2017. С. 15-17. URL: https://moluch.ru/conf/ped/archive/216/12734/ (дата обращения: 07.11.2022).
8. Квитко И. И. Современные взгляды на проблемы креативности // Молодой ученый. 2017. № 10. С. 368-370. URL: https://moluch.ru/archive/144/40291/ (дата обращения: 07.11.2022).
9. Ковцун А. А., Кохичко А. Н. Научные подходы к понятию «Функциональная грамотность» в педагогической теории и практике // Наука и школа. 2022. №6. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/nauchnye-podhody-k-ponyatiyu-funktsionalnaya-gramotnost-v-pedagogicheskoy-teorii-i-praktike (дата обращения: 20.01.2023).
10. Кочеровская Е. С. Методы развития креативного мышления на уроках математики // Образование и воспитание. 2015. № 3. С. 30-31. URL: https://moluch.ru/th/4/archive/9/129/ (дата обращения: 12.11.2022).
11. Мамонтова Т. С. Особенности развития креативности старшеклассников средствами математики // Концепт. 2020. №1. URL: https://cyberleninka.ru/article/n/osobennosti-razvitiya-kreativnosti-starsheklassnikov-sredstvami-matematiki (дата обращения: 13.11.2022).
12. Мерзляк А. Г., Номировский Д. А., Полонский В. Б. Алгебра и начала математического анализа: 10 класс. Базовый уровень: учебник для учащихся общеобразовательных организаций ФГОС. М. : Вентана-Граф, 2017. 368 с.
13. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 классы (комплект из 2 книг) / А.Г. Мордкович и [и др.]. М. : Мнемозина, 2011. 672 с.
14. Петрунина М. Э., Муллаширов Р. Н. Эффективные методы обучения математике, информатике // The Scientific Heritage. 2021. №65-4. URL:

https://cyberleninka.ru/article/n/effektivnye-metody-obucheniya-matematike-informatike (дата обращения: 12.11.2022).

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«20» 09 2022 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Мокаревой Елены Васильевны
(ФИО полностью)

Тема работы Развитие математической креативности учащихся старших классов при изучении темы «Производная»

Утверждена приказом по Университету от «28 09» 2022 г. № 805/0

Срок сдачи студентом законченной работы «04» 05 2023 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Проанализировать научную литературу на предмет исследования.	Октябрь – Ноябрь 2022	Выполнено
2.	Рассмотреть различные подходы к определению математическая креативность; выделить теоретические аспекты формирования математической креативности: принципы, условия, методы.	Ноябрь – Декабрь 2022	Выполнено
3.	Составить методические разработки по формированию математической креативности в ходе изучения темы «Производная».	Январь – Февраль 2023	Выполнено
4.	Разработать технологическую карту урока по теме «Производная», в которой отражены методические разработки.	Март – Апрель 2023	Выполнено
5.	Оформление текста работы.	Май 2023	Выполнено
6.	Подготовка презентации и выступления.	Июнь 2023	Выполнено

Дата выдачи задания «20» 09 2022 г.

Руководитель _____ Журавлева Е.Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению
_____ Мокарева Е.В.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студента (ки) 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
от Макаревой Елены
Васильевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Макарева Елена Васильевна,
Ф.И.О. студента

студент (ка) 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Развитие математической креативности учащихся старших классов при изучении темы "Производная"», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

подпись

08.05.2023г.
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 08.05.2023
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР _____ Е.Г. Муравьева
подпись И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему «Развитие математической креативности учащихся старших классов при изучении темы «Производная»»

студентки 4 курса Мокаревой Елены Васильевны

направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

профиля «Математика»

Руководитель ВКР Журавлева Екатерина Геннадьевна

АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: Мокарева Елена Васильевна
Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна
Организация: Пензенский государственный университет

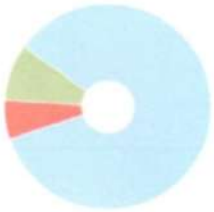
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - http://pnzgu.antiplagiat.ru

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 109
Начало загрузки: 08.05.2023 11:43:12
Длительность загрузки: 00:00:08
Имя исходного файла: Мокарева 08.05.pdf
Название документа: Развитие математической креативности учащихсястарших классов при изучении темы "Производная"
Размер текста: 47 кБ
Тип документа: Выпускная квалификационная работа
Символов в тексте: 47924
Слов в тексте: 5626
Число предложений: 354

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 08.05.2023 11:43:21
Длительность проверки: 00:01:39
Корректировка от 08.05.2023 14:01:58
Комментарии: [Автосохраненная версия]
Поиск с учетом редактирования: да
Проверенные разделы: титульный лист с. 1, основная часть с. 2,4-50, содержание с. 3, библиография с. 52-54
Модули поиска: ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЭБС, Интернет Плюс*, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по коллекции Гарант: аналитика, Переводные заимствования по коллекции Интернет в английском сегменте, Переводные заимствования по Интернету (EnRu), Переводные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте, Переводные заимствования издательства Wiley , eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ: аналитика, СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация, IEEE, Медицина, Диссертации НББ, Коллекция НБУ, Перефразирования по eLIBRARY.RU, Перефразирования по СПС ГАРАНТ: аналитика, Перефразирования по Интернету, Перефразирования по Интернету (EN), Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в английском сегменте, Перефразированные заимствования по коллекции Интернет в русском сегменте, Перефразирования по коллекции издательства Wiley , Патенты СССР, РФ, СНГ, Модуль поиска "ПГУ", СМИ России и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство Wiley, Переводные заимствования



СОВПАДЕНИЯ	САМОЦИТИРОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
5,72%	0%	9,13%	85,15%

«08» мая 2023 г. _____ Екатерина Геннадьевна Журавлева

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Развитие математической креативности учащихся старших классов при изучении темы «Производная»»
студентки Мокаревой Елены Васильевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль «Математика», гр. 19ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Мокаревой Е.В. «Развитие математической креативности учащихся старших классов при изучении темы «Производная»» состоит из введения, двух глав, заключения, списка используемой литературы.

Во введении отмечается актуальность темы исследования и обозначаются степень ее разработанности, а также цели и задачи исследования, его теоретическая и практическая основа. Современные требования к личности выпускника школы предполагают способность к принятию творческих решений, формулировке новых идей, отстаиванию собственной точки зрения и т.п., т.е современный выпускник должен креативной мыслить, творчески реагировать в неопределённой ситуации. Проблема организации творческой деятельности учащихся, формирование ее основных элементов, поиск и создание методического обеспечения данного процесса на сегодняшний день являются актуальными проблемами в педагогической науке. Огромным потенциалом для развития креативности обладает математика. Большинство креативных качеств можно сформировать именно в ходе творческой деятельности, направленной на решение математических задач. Чтобы старшеклассник соответствовал требованиям Федерального государственного образовательного стандарта среднего общего образования, необходимо подходить к обучению, применяя системное и наглядное освоение сущности сложных математических абстракций на базе интеграции определенных разновидностей творческой креативной деятельности. Для этого необходимо модернизировать содержательное наполнение математической подготовки старшеклассников, приблизив его к современным требованиям, уделив особое внимание разделам, которые связаны с актуальными научными исследованиями и дают учащимся возможность познакомиться с современными методами математических рассуждений. Одним из таких разделов математики является «Производная». Необходимость в изучении данной темы существует, она является одним из фундаментальных понятий в математике. Действительно, при сдаче ЕГЭ есть вопросы, касающиеся производной, в физике есть задачи, которые решаются только с помощью производной, либо производная существенно облегчает решение задачи. Без знания этой темы невозможно дальнейшее изучение курса математики: математического анализа, дифференциального исчисления и других глав предмета.

В первой главе проведен анализ различных подходов к понятиям «креативность» и «математическая креативность», рассмотрены способы развития математической креативности в ходе образовательного процесса.

Во второй главе представлены методические разработки, способствующие формированию математической креативности учащихся на уроках при изучении темы «Производная», разработана технологическая карта урока с применением выделенных методических разработок.

В заключении формулируются основные выводы, к которым пришел автор в ходе исследования.

Выпускная квалификационная работа Мокаревой Е.В. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам. Работа носит творческий характер и заслуживает оценки "хорошо".

Руководитель, к.п.н, доцент кафедры
«Математическое образование» Е.Г. Журавлева