МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В. Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА
бакалаврская работа на тему:

«Методические аспекты изучения темы «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5-6 классов»

Студент _____ 01.06.26 Магеррамова Лейла Хафисовна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель _____ 01.06.26 Сорокина М. В.
(подпись, дата) (ФИО)

Нормоконтролер _____ 15.06.26 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (ФИО)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.26 № 10)

И. о. заведующего кафедрой _____ 01.06.26 Паньженский В. И.
(подпись)

Работа защищена с отметкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 26.06.26 № 15)

Секретарь ГЭК _____ 26.06.26 Журавлева Е.Г.
(подпись)

Пенза 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ **3**

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ: «ДЕЛИМОСТИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ **5**

1.1 Теория делимости 5

1.2 Исследование рабочих программ: внедрение темы: «Делимость» в учебный процесс 8

1.3 Содержание школьных учебников по теме: «Делимость» в школьном курсе математики 14

1.4 Анализ заданий по теме: «Делимость целых чисел» в структуре ОГЭ, ЕГЭ и школьных учебников 26

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА: ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ, ИНТЕРАКТИВНАЯ ИГРА И ВНЕКЛАССНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ **31**

2.1 Технологические карты для 5 класса как средство организации учебного процесса 31

2.2 Интерактивная игра для 6 класса по математике по теме: «Делимость» . 72

2.3 Внеклассное мероприятие по математике по теме: «Признаки делимости на 4 и 11» 75

ЗАКЛЮЧЕНИЕ **79**

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ **80**

ПРИЛОЖЕНИЯ **81**

ВВЕДЕНИЕ

Одним из результатов современного образовательного процесса традиционно является приобретение обучающимися навыков работы с числами, что напрямую связано с изучением теории делимости и свойств натуральных чисел. Однако, на начальных этапах математического образования возникают различные трудности при рассмотрении темы «Делимость», что затрудняет формирование прочной базы для дальнейшего изучения теории чисел. Это связано, например, с недавно введенными рабочими программами, переходом на новые учебники, с недостаточной мотивацией современных школьников, неосознания ими необходимости изучения арифметических действий. В связи с этим существует необходимость рассмотрения методических аспектов изучения темы «Делимость натуральных чисел» и разработке материалов, которые способствовали бы более эффективному усвоению материала, повышению интереса и мотивации учащихся.

Цель исследования — изучение методических аспектов темы «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5-6 классов в с учетом возрастных особенностей обучающихся.

Объект исследования — процесс обучения теме «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5–6 классов.

Предмет исследования — содержание, методы и приемы преподавания темы «Делимость» в рамках начального курса математики.

Задачи исследования:

- проанализировать ФРП (Федеральную рабочую программу) и выделить основные темы, которые затрагивают тему дипломной работы;
- проанализировать содержание учебников по математике, которые используют школы в процессе обучения;
- разработать технологические карты по данным темам для 5 класса;

- разработать интерактивную обобщающую игру для 6 класса.

База исследования — учебные пособия, методические материалы, а также опыт работы педагогов и тестирования учащихся в рамках педагогического эксперимента.

Практическая значимость работы выражается в возможности использования разработанных рекомендаций преподавателями средней школы для повышения эффективности обучения и закрепления знаний по разделу «Делимость».

Данная работа состоит из введения, двух глав, включающих теоретические основы, методические разработки и практическое применение, а также заключения и списка литературы. В первой главе рассматриваются вопросы теории делимости и основные свойства натуральных чисел. Во второй представлены технологические карты уроков для 5 класса и интерактивная игра для 6 класса.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ: «ДЕЛИМОСТИ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 Теория делимости

В школьном курсе математики важным разделом является тема теории делимости, потому что она является фундаментом для дальнейшего качественного изучения материала. Без знания ее основ невозможен дальнейший прогресс в изучении теории чисел, связанных с операцией деления, что подтверждено интересом к ней таких ученых, как Пифагор, Евклид, Л. Эйлер.

Для углубленного изучения темы и закрепления полученных знаний необходимо обратиться к учебному пособию, которое дополнит основной материал и предложит дополнительные упражнения. Дальнейшие определения были взяты из книги И. М. Виноградова «Основы теории чисел». Данный учебный материал содержит в себе основы теории чисел в объеме университетского курса.

Определение 1. Пусть a и b — целые числа, причем b не равно 0. Если частное от деления a на b является целым числом, то есть существует такое целое число q, что выполняется равенство $a = b \cdot q$, то говорят, что a делится на b или b делит a. В этом случае число a называют кратным числа b, а число b — делителем числа a. Для обозначения того факта, что b является делителем a, используется запись $b \mid a$.

Примеры. $21 = 7 \cdot 3$, поэтому 21 делится на 7, или 7 делит 21. $0 = 9 \cdot 0$, поэтому 0 делится на 9.

И. М. Виноградов формулирует два фундаментальных свойства, которые вытекают из определения делимости:

Теорема 1. (транзитивность делимости). Если a кратно m, а m кратно b, то a кратно b. (Пояснение. Действительно, из $a = m\ a_1$ и $m = b\ m_1$ следует $a = b\ (a_1$

m_1). Таким образом, a представляется произведением b на целое число a_1 m_1 и тем самым делится на b.)

Теорема 2 (делимость линейной комбинации). Если в равенстве вида:

$$k + l + \ldots + n = p + q + \ldots + s$$

относительно всех членов, кроме какого-либо одного, известно, что они кратны b, то и этот один член кратен b. (Пояснение. Пусть таким одним членом будет k. Тогда, выражая k из равенства и вынося общий множитель b за скобки, получаем, что k также представляется в виде произведения b на целое число).

Теорема 3 (о делении с остатком). Всякое целое число a единственным способом представляется с помощью положительного целого числа b равенством вида:

$$a = b \cdot q + r, \text{ где } 0 \leq r < b.$$

Число q называется неполным частным, а число r — остатком от деления a на b. Очевидно, что при r = 0 понятия «неполное частное» и «частное» совпадают.

Примеры. Пусть b = 14. Имеем: $177 = 14 \cdot 12 + 9,\ 0 < 9 < 14,$ тогда $- 64 = 14 \cdot (-5) + 6,\ 0 < 6 < 14 \Rightarrow 154 = 14 \cdot 11 + 0,\ 0 = 0 < 14.$

Определение 2. Всякое целое число, делящее одновременно целые числа a, b, …, l, называется их общим делителем. Наибольший из общих делителей называется наибольшим общим делителем (НОД) и обозначается символом (a, b, … , l).

Определение 3. Если (a, b, …, l) = 1, то числа a, b, …, l называются взаимно простыми. Для нахождения НОД двух чисел применяется алгоритм Евклида. Пусть a и b — положительные целые числа и a > b. Согласно теореме о делении с остатком составляем ряд равенств:

$$a = b \cdot q_1 + r_1,\ 0 < r_1 < b,\ b = r_1 q_1 + r_2,\ 0 < r_2 < r_1 \Rightarrow r_1 = r_2 q_3 + r_3,\ 0 < r_3 < r_2 \Rightarrow$$

$$r_{n-2} = r_{n-1}q_{n-1} + r_n \Rightarrow 0 < r_n < r_{n-1} \Rightarrow r_{n-1} = r_n q_n$$

Этот процесс заканчивается, когда получается остаток $r_{n+1} = 0$, что неизбежно, так как последовательность убывающих целых чисел $b > r_1 > r_2 > \ldots$ не может быть бесконечной.

Теорема 4. Наибольший общий делитель чисел a и b равен последнему не равному нулю остатку алгоритма Евклида:

$$(a, b) = r_n.$$

Определение 1.4. Всякое целое число, кратное всех данных чисел, называется их общим кратным. Наименьшее положительное общее кратное называется наименьшим общим кратным (НОК).

Теорема 5. Для любых двух натуральных чисел a и b справедливо равенство

$$[a, b] = \frac{ab}{(a, b)}$$

где [a, b] обозначает наименьшее общее кратное чисел a и b.

Определение 5. Всякое целое число, большее 1, имеющее только два делителя (1 и самого себя), называется простым. Целое число, большее 1, имеющее кроме 1 и самого себя другие положительные делители, называется составным.

Теорема 6. (о бесконечности простых чисел). Простых чисел бесконечно много.

Теорема 7 (основная теорема арифметики). Всякое целое число, большее единицы, разлагается на произведение простых сомножителей, и притом единственным способом (если отвлечься от порядка следования сомножителей).

Определение 6. В разложении числа a на простые сомножители некоторые из них могут повторяться. Записывая это разложение в виде:

$$a = p_1^{b1} \cdot p_2^{b2} \cdot p_k^{bk},$$

где p_1, p_2,…, p_k — различные простые числа, b_1,b_2,…b_k — натуральные числа, показывающие кратность вхождения каждого простого, получают так называемое каноническое разложение числа a на множители.

Пример. Каноническое разложение числа 588000 будет: $588000 = 2^5 \cdot 3 \cdot 5^3 \cdot 7^2$.

1.2 Исследование рабочих программ: внедрение темы: «Делимость» в учебный процесс

Приоритетными задачами обучения математике в 5–6 классах являются:

- продолжение формирования ключевых математических понятий (число, величина, геометрическая фигура), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;
- развитие интеллектуальных и творческих способностей, познавательной активности, исследовательских навыков и интереса к изучению математики;
- доступное для учеников понимание взаимосвязи между математикой и окружающим миром;
- формирование функциональной математической грамотности, включающей умение распознавать математические объекты в реальных жизненных ситуациях, применять приобретённые навыки для решения практических задач, интерпретировать результаты и оценивать их соответствие практической ситуации.

Основные направления содержания курса математики в 5–6 классах — арифметика и геометрия, развивающиеся параллельно и каждое в соответствии

со своей логикой, однако не изолированно, а в тесной взаимосвязи. В программу также включено знакомство с элементами алгебры и описательной статистики. Изучение арифметического материала начинается с систематизации и развития знаний о натуральных числах, приобретённых на начальном этапе обучения. При этом развитие вычислительных навыков и формирование новых теоретических знаний сочетается с развитием вычислительной культуры, в том числе с обучением простейшим приёмам оценки и приближения результатов вычислений. В 6 классе изучение натуральных чисел продолжается введением в основы теории делимости.

Дополнительно, в рамках курса математики в 5–6 классах особое внимание уделяется развитию логического мышления и умению делать обоснованные выводы. Ученикам предлагаются задания, стимулирующие аналитические способности, развитие навыков рассуждения и аргументации, что способствует формированию критического мышления.

Важной составляющей является также развитие умений работать с различными видами графической информации — диаграммами, таблицами, схемами — для более глубокого понимания математических закономерностей и связи между ними.

Особое значение придается формированию у школьников интереса к математике через использование разнообразных методов обучения: игровых, проектных, исследовательских и практических заданий, позволяющих увидеть реальную значимость изучаемых понятий и умений. В целом, программа ставит цель не только освоение теоретического материала, но и развитие практических навыков, необходимых для успешной учебной деятельности и дальнейшего обучения.

Так же мной была рассмотрена ФРП (Федеральная рабочая программа), благодаря которой я выяснила, что в содержании обучения для 5 класса прописано обязательное изучение таких тем в разделе «Натуральные числа и нуль», как:

- натуральное число, ряд натуральных чисел, число 0;
- деление как действие, обратное умножению;
- делители и кратные числа, разложенные на множители, простые и составные числа, признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9.

А в содержании обучения ФРП для 6 класса, в том же разделе «Натуральные числа» прописаны следующие темы для обучения:

- делители и кратные числа;
- наибольший общий делитель (НОД) и наименьшее общее кратное (НОК);
- делимость суммы и произведения.

В тематическом планировании для 5 класса выделено 43 часа на раздел (темы) «Натуральные числа. Действия с натуральными числами», а для 6 класса выделено 30 часов для раздела (темы) «Натуральные числа», в которых предусмотрены основные виды деятельности обучающихся:

- формулировать определения делителя и кратного, называть делители и кратные числа;
- распознавать простые и составные числа;
- формулировать и применять признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9;
- применять алгоритм разложения числа на простые множители;
- формулировать определения делителя и кратного, НОД, НОК;
- исследовать условия делимости на 4, 6.

Анализ рабочей программы по учебнику Н. Я. Виленкина, В. И. Жохова, А. С. Чеснокова.

Общие сведения: учебник Виленкина по математике предназначен для обучения учащихся 5–6 классов и соответствует федеральным государственным стандартам общего образования. Он ориентирован на развитие у школьников практических математических навыков, логического мышления и познавательной активности.

Объем и разделы: учебник включает несколько разделов, охватывающих основные темы курса математики для средней школы начальной ступени, в том

числе арифметику, алгебру, геометрию, а также разделы по логике, работе с данными и теории чисел.

Логика изложения: материал представлен последовательно, от простого к сложному, что способствует постепенному усвоению знаний. В начале каждого раздела — краткое введение, после чего идут теоретические объяснения, примеры, упражнения и закрепляющие задания.

Обучающие методы: Виленкин использует классические дидактические приемы — объяснение понятий, демонстрационные примеры, упражнения для развития навыков самостоятельной работы.

Использование иллюстраций и таблиц: значительное количество графиков, схем и таблиц помогает лучше понять материал и запомнить его.

Практическая направленность: в учебнике много задач и упражнений разного уровня сложности, что позволяет учителю дифференцировать обучение и учитывать индивидуальные особенности учеников.

Актуальность: учебник ориентирован на современные требования к учебному материалу, включает развитие логического мышления, умение применять знания на практике.

Интерактивность: в основном учебник носит традиционный характер, однако содержит задания, стимулирующие самостоятельное мышление, развитие внимания и памяти.

Дополнительные материалы: в приложениях и на дополнительных страницах иногда предлагаются задания для работы с ПК и интерактивными ресурсами.

Объем и темп: учебник рассчитан на один учебный год, предусматривает систематическую работу, закрепление изученного материала.

Контроль знаний: В конце разделов представлены контрольные задания, тесты и самостоятельные работы, что способствует оценке достижений учеников.

Дифференцированный подход: есть задания разной сложности, позволяющие работать как с сильными, так и с учащимися, испытывающими трудности.

Недостатки и рекомендации: учебник преимущественно носит теоретический характер, требует дополнения практическими заданиями, игровой деятельностью и использованием информационных технологий. В некоторых случаях материал может быть сложен для учеников с низким уровнем подготовки, поэтому необходима дополнительная поддержка учителя.

Анализ рабочей программы по учебнику Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона

Рабочая программа по учебнику Г. В. Дорофеева позволяет систематизировать весь материал, который необходимо изучить в 5 или 6 классах в единый блок с разветвленными на главы и параграфы темы для удобного усвоения материала. Последующий разбор рабочей программы по данному учебнику покажет, насколько последовательно будет проходить обучение с таким учебным планом.

Каждый раздел содержит в себе четкие цели и задачи с указаниями для того, чтобы учителям было легче вести образовательный процесс для планомерного знакомства с математикой. Четкий план и структура необходимы для последовательного освоения ключевых понятий и навыков. В процессе анализа необходимо выделить основные аспекты:

- Структура и содержание программы. весь материал учебника разбит на определенные разделы и модули, которые необходимы для лучшего понимания материала детьми. Они охватывают все необходимые темы в соответствии с учебным планом. Каждый раздел содержит четко определенные цели и задачи, что способствует целенаправленной работе учащихся;
- Данный учебник отличается логичной структурой, доступным изложением материала и богатыми иллюстрациями. Хотелось бы так же отметить то, что авторы учебника не только ставят своей главной задачей донести для учащихся основной материал в математике для дальнейшего решения задач, но еще они хотят заинтересовать детей с помощью интересных фактов, объяснения происхождения тех или иных

понятий, что показывает то, что важно развивать не только логическое мышление и навыки работы в области учебного предмета, но и творческое мышление.

- Методическое обеспечение. В эти учебники включены различные задания, которые помогают разнообразить учебный процесс с помощью таких видов деятельности, как работа в парах, группах и индивидуально. Программа предусматривает дифференцированные задания и материалы для учеников с разным уровнем подготовки, что способствует инклюзивному обучению.
- Оценка и контроль знаний. Предназначены системы текущего и итогового контроля, что обеспечивает объективную оценку усвоения материала и своевременное выявление проблемных зон.

Анализ рабочей программы по учебнику А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского, М. С. Якира

Структура программы и ее соответствие федеральным требованиям. Данный учебник структурирован таким образом, что учащиеся последовательно изучают весь материал. Хотелось бы отметить, что авторы учебника не только разделили задания на различные разделы: задания для домашней, самостоятельной работы; но с помощью специальных обозначений обозначили разные уровни сложности, чтобы учитель мог регулировать нагрузку образовательного процесса. Если обсуждать саму структуру учебника, то можно увидеть, что авторы учебника уделили большое внимание каждой теме и максимально детализировали каждый параграф, чтобы темы были не слишком большие и каждая была детально разобрана.

Объем и содержание учебного материала. Если рассматривать весь объем изучаемого материала в 5 и 6 классе, то в данном учебнике наблюдается структурированный и детальный объем предложенной информации. Есть задания как сложные, так и простые, нет перевеса в каком-то одном направлении. Каждая тема позволяет обучающимся в спокойном темпе изучить

тот объем информации, который понадобиться для познания математики в дальнейшем. В 5 классе присутствуют задания на устный счет, арифметические вычисления, задания, которые затрагивают геометрию. Представлено достаточно много примеров для изучения и понимания темы, что существенно облегчает жизнь как учителю, так и ученикам. В 6 классе поражает разнообразие различных заданий на дроби и другие темы. По такому большому объему представленных примеров можно увидеть, насколько важна тема НОД, НОК, приведение дробей к НОЗ.

- Методологическая основа и подходы. Цель данного учебника построить учебный процесс таким образом, чтобы учащиеся получали знания с помощью получения навыка решения задач различной сложности, поэтому авторы делают акцент еще и на использовании наглядных материалов, дидактических игр и упражнений. Такой подход способствует формированию не только знаний, но и умений применять их на практике.
- В программе, которая построена на учебнике Мерзляка, прослеживается система контроля, которая помогает учителям следить за степенью усвоения материала учащимися. Важное место отводится проверке практических умений, выполнению домашних заданий, тестам и контрольным работам, что способствует объективной оценке прогресса учеников.

1.3 Содержание школьных учебников по теме: «Делимость» в школьном курсе математики

Тема делимости в учебнике Н. Я. Виленкина рассмотрена в §18 учебника 5 класса в 1 части. В самом начале автор учебника предлагает ответить на некоторые вопросы. Например, можно ли разделить поровну 24 леденца между 6 ребятами? Отвечая на такие вопросы, обучающиеся задаются вопросами о том, как можно узнать, на что делится то или иное число.

Рисунок 1 – Учебник по математике Н. Я. Виленкина, В. И. Жохова, А. С. Чеснокова в 5-6 классах

Автор учебника излагает материал, начиная с четких определений ключевых понятий: делитель числа и кратные числа. Определение подается простым языком, который доступен и понятен большинству школьников.

После каждого определения приводятся наглядные примеры чисел, иллюстрирующих оба понятия. Это позволяет ученикам сразу же закрепить понимание нового материала на практике. Например, 6 - делитель 24, а 24 кратно 6. Так же можно рассмотреть число 17, которое делится на 1 и 17. Таким образом, происходит переход на последующие определения: простые и составные числа.

Если рассматривать применение теоретического материала на практике, то можно сказать, что в учебнике включены упражнения, направленные на закрепление полученных знаний. Учащиеся решают задачи «от простого к сложному» на определение делителей и кратных конкретных чисел. Для учеников, которые решают быстрее остальных своих одноклассников, представлены задания повышенной сложности, развивающие творческое мышление и углубляющие знания учащихся.

В §19 учебника 5 класса разбирается тема: «Свойства и признаки делимости». Как уже было изложено ранее, сначала вводятся общие понятия делителей и кратных (§18), а только потом рассматриваются признаки делимости отдельных чисел (признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10) и свойства делимости произведения, свойства делимости суммы и разности.

Учебник уделяет внимание закреплению теоретического материала примерами, заданиями и упражнениями. Изучение свойств и признаков делимости помогает ученикам развивать логику, учиться анализировать числовую структуру и решать практические задачи. Так же успешное усвоение данного материала позволяет сформировать основу для дальнейшего изучения дробей, пропорций и уравнений.

Материал построен таким образом, чтобы возможно было обеспечить постепенное погружение учеников в тему:

- простые и наглядные формулировки понятий, иллюстрации и красочное оформление учебника делают обучение комфортным даже для детей с низкой начальной подготовкой;
- упражнения направлены на формирование прочных вычислительных навыков и умения решать задачи разной сложности;
- поэтапное введение новых методов решения постепенно усложняет учебные задачи, развивая умение мыслить самостоятельно.

Особенности учебника:

- большое внимание уделяется формированию устойчивого навыка последовательного поиска решений путем отработки алгоритма нахождения делителей и кратных чисел;
- задания составлены так, чтобы подогревать интерес у обучающихся для плодотворной работы как в классе, так и дома. Для этого им необходимо решать реальные жизненные задачи, например, разделение предметов поровну среди учащихся;
- все задания распределены на несколько разделов (задания для классной работы, домашняя работа, задания на повторения, проверочные работы после каждой темы), так же в каждом разделе присутствует большое количество заданий для разбора темы и помощи в подготовке к урокам и самостоятельным и контрольным работам как учителям, так и репетиторам.

Недостатки учебника:

- формулировка некоторых упражнений требует дополнительного разъяснения учителя, поскольку предложенная форма вопросов иногда воспринимается учениками сложно;
- в учебнике очень много разнообразных заданий, но по многим темам представлено очень мало задач, что может привести к тому, что ученикам будет затруднительно в будущем решать текстовые задания на экзамене.

Тема «Разложение числа на простые множители» входит в раздел математики для шестого класса по учебнику Н. Я. Виленкина и направлена на изучение методов представления натуральных чисел в виде произведения простых чисел. Рассмотрим подробно содержание темы, ее структуру и методику изучения. Автор учебника в самом начале изучения темы дает определения таких понятий, как простые и составные числа.

Далее ученикам дается подробный алгоритм разложения чисел на простые множители. Основной способ разложения заключается в том, что при последовательном делении исходного числа на минимальные возможные простые делители до тех пор, пока остаток не станет равным одному простому числа.

Если рассматривать методику освоения в данном учебнике, то здесь прослеживается последовательное изложение материала: сначала ученики знакомятся с определением простых и составных чисел и только потом переходят на изучение такого понятия, как разложение числа на простые множители; примеры в учебнике рассматриваются пошагово, показывая последовательность действий и методы подбора простых делителей; для усвоения алгоритма ученикам предлагается разнообразные практические задания разного уровня сложности. Разбор данной темы позволяет развивать у школьников важные навыки работы с числами, улучшая понимание свойств чисел и повышая уровень подготовки к переходу к новой теме «Наибольший общий делитель. Взаимно простые числа».

Основная теория представлена доступно и ясно, начиная с определения простого числа и заканчивая введением понятия НОД. Приводятся четкие инструкции по поиску НОД методом перебора делителей и способом разложения на простые множители. Некоторые дети испытывают затруднения при выборе правильного способа поиска НОД (особенно в сложных случаях). Другая распространенная проблема связана с пониманием смысла термина «взаимно простые».

Несмотря на существующие проблемы, задания разнообразны и охватывают широкий спектр уровней сложности, включены как элементарные задачи типа «найти НОД двух чисел», так комплексные задачи, требующие комбинирования навыков разложения и сокращений.

Рисунок 2 – Учебник по математике Г. В. Дорофеева, Л. Г. Петерсона в 5-6 классах

Если провести сравнение учебников двух авторов Н. Я. Виленкина и Г. В. Дорофеева, то можно увидеть, что глава про натуральные числа написана более развернуто у Дорофеева. Про натуральные числа речь идет с главы 2, а про делимость описано в 6 главе.

Если открыть параграф 6 главы «Делители и кратные», то в самом начале, как и в учебнике Н. Я. Виленкина, автор задает вопрос учащимся о том, можно ли 18 карандашей разложить поровну в 3 коробки?

Учебник последовательно вводит понятия, начиная с простых определений и переходя к сложным задачам и свойствам. Так же в учебнике представлены таблицы делителей и кратных, которые помогают визуализировать материал, что способствует более легкому усвоению материалу. Это так же помогает ученикам поддерживать мотивацию для дальнейшего усвоения информации.

Очень важным является так же то, что в самом начале параграфа представлена информация об исторических фактах или просто интересные факты по данной теме. Автор учебника уделил внимание практической направленности, так как задачи имеют не только цель отработать материал, но и помогают понять практическую значимость темы через связь с реальными ситуациями.

Так же, в данном учебнике порядок тем не такой, как в учебнике Н. Я. Виленкина. Параграфы распространенные, структурных элементов больше, чем в других учебниках, так же представлены различные способы для упрощения решения задач и усвоения материала. Например, в параграфе про простые и составные числа представлен способ для воссоздания таблицы простых чисел по методу древнегреческого математика Эратосфена (3 век до н. э.) - решето Эратосфена.

Так же есть параграф про свойства делимости (в учебнике Виленкина про это сказано кратко и информация не выделена в отдельный параграф) Цель авторов учебника не только познакомить учащихся с основами тем для дальнейшего решения задач, но и дать необходимую базу, используя интересные факты, задания с дополнительными условиями и сформировать необходимые навыки не только в нарешивании примеров, но и развить умение логически мыслить.

Глава «Делители и кратные» включает объяснение теоретического материала, примеры, упражнения для закрепления, а также задания на развитие логического мышления. В учебнике представлены такие задачи, как:

- задачи, на поиск делителей и кратных;
- задачи на определение, делится ли число на другое;
- задачи на нахождение всех делителей или кратных числа.

При рассмотрении учебника мной было замечено, в методике подачи материала, что присутствуют наглядные таблицы и схемы, постепенное усложнение примеров (от простого к сложному), включение устных и письменных упражнений.

В учебнике Дорофеева в 6 классе не выделено отдельных параграфов про делимость натуральных чисел, но есть параграфы, которые затрагивают такие темы, как десятичные и обыкновенные дроби, в которых необходимо знать признаки делимости для нахождения наименьшего общего знаменателя. Так же в учебнике отдельно выделена тема про сокращение дробей, в которой без понимания того, какие делители есть у того или иного числа обойтись невозможно.

Несмотря на то, что в учебнике не выделено отдельных параграфов про делимость чисел, авторы дают четкое определение, что число а делится на число б и получается целое число без остатка. Данное определение является ключевым для дальнейшего изучения тем. В учебнике представлены разнообразные задания на закрепление понятия делимости, развитие навыков быстрого определения делимости, разложения чисел и использования свойств делимости. Авторы учебника подчеркивают важность роли делимости чисел при дальнейшем изучении математики, а после изучения алгебры, решения уравнений, работе с делителями и числовыми множествами.

Учебники Дорофеева по математике для 5 и 6 классов широко используются в российских школах и считаются хорошими по содержанию.

Однако у них есть некоторые недостатки, на которые указывают учителя и ученики:

- Много теории и правил — иногда учебник перегружен теоретическими объяснениями, что может утомлять учеников и затруднять восприятие материала.
- Недостаточно практических заданий — в некоторых случаях акцент делается на теорию, а практические задачи или упражнения могут быть менее разнообразными или менее подробно проработанными.
- Отсутствие современных подходов — учебник может не включать новейшие методы обучения, интерактивные задания или игровые элементы, которые помогают лучше усваивать материал.
- Могут возникать сложности с формулировками — некоторые объяснения или формулировки могут быть сложными для учащихся этого возраста, требуя дополнительного разъяснения.
- Недостаточно иллюстраций и примеров — для визуального восприятия материала учебник может содержать мало ярких иллюстраций или практических примеров.

Общий вывод: в учебнике Дорофеева тема делимости рассматривается систематично, с акцентом на развитие логического мышления, умения применять правила и свойства чисел, что является фундаментом для изучения более сложных разделов математики.

Как и в предыдущих, рассмотренных мною учебниках, Н. Я. Виленкина и Г. В. Дорофеева, автор А. Г. Мерзляк начинает с наводящих вопросов в теме «Дроби и деление натуральных чисел». Например, можно ли число 3 разделить на 4? А после идет переход к изучению понятия правильной дроби через пример про кладоискателей.

Рисунок 3 – Учебник по математике А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского, М. С. Якира для 5 6 классов

Так же в учебнике представлен раздел про делимость, в котором Мерзляк вводит учащихся в основы понятия делимости, благодаря чему будут развиты начальные навыки определения, проверок и понимания свойств делимости чисел. В учебнике подчеркивается важность изучения темы делимости, так как для учащихся это возможность лучше понять свойства целых чисел, учит быстро определять делимость и подготовить базу для более сложных разделов математики, таких как разложение на множители и нахождение наибольшего общего делителя.

В параграфе про делимость вводится ключевое понятие «делимость», так же обсуждаются простые правила делимости на 2, 3, 5 и так далее. Хотелось бы выделить, что в данном учебнике рассматриваются свойства делимости, так же, как в учебнике Н. Я. Виленкина за 5 класс.

В самом же учебнике делается акцент на практическое применение правил делимости, используются различные схемы, рисунки, а его красочное оформление приковывает взгляд учащихся, удерживает их внимание и мотивирует к изучению математики. Материал изложен ясно, доступно, с использованием примеров из реальной жизни и наглядных схем. Учебник

поощряет самостоятельную работу и развитие аналитических навыков у учеников.

В учебнике Мерзляка делимость считается фундаментальной темой для понимания структуры чисел, подготовки к изучению делителей, наибольшего общего делителя и разложения чисел. Авторы учебника включили разнообразные задания на закрепление правил делимости, проверки чисел на делимость, разложения чисел на простые множители. Так же есть упражнения на развитие логического мышления и внимательности, что важно для дальнейшего изучения математики в целом.

В 5 классе учебник Мерзляка вводит учащихся в понятие делимости постепенно и понятно, делая акцент на практическом применении знаний и правил для дальнейшего развития в области быстрого анализа чисел. Это создает прочную основу для дальнейшего углубленного изучения математики.

Таким образом, тема делимости является важным структурным звеном для связи тем в учебнике между собой, так как она затрагивается и в темах с дробями и в темах НОК, НОД и т.д. Поэтому понимание делимости - это, прежде всего, основа для дальнейшего изучения делимости чисел, нахождения наименьших общих делителей, простых и составных чисел, а так же для решения задач на делимость и деление.

Хотелось бы отметить, что данный учебник отличается системным подходом к изложению материала, четкой структурой разделов и акцентов на развитие логического мышления. В разделе, посвященном темам, связанных с делимостью, автор подробно рассматривает основные свойства и критерии делимости чисел, а также их применение при решении задач.

Если рассматривать каждую тему в данном учебнике, то можно заметить, что тема делимости и нахождение делителей различных чисел непрерывно следуют за школьниками при выполнении вычислительных примеров, решении задач, где необходимо поделить или определить делители определенного числа и

так далее. Все перечисленные аспекты помогают сделать вывод, что автор уделяет данному разделу огромное внимание.

В материале учебного пособия подробно объясняется, как применять эти критерии к различным числах как в теории, так и на практике.

Так же, нужно сделать акцент на справочном материале, который дополнительно идет и к учебнику 5 класса, и к учебнику за 6 класс. Речь идет о дидактических материалах, которые учителя могут использовать дополнительно при изучении тем в 5 и в 6 классах.

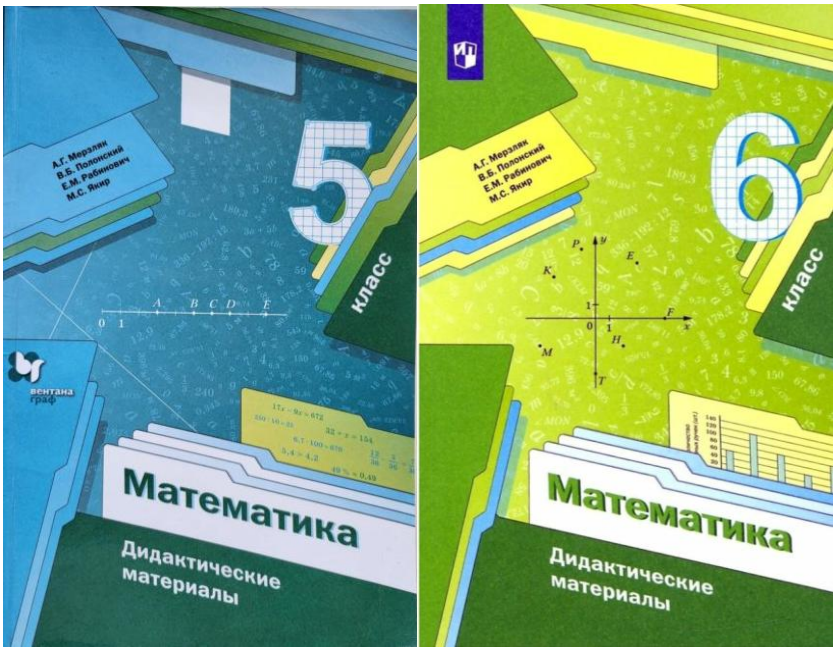


Рисунок 4 – Дидактические материалы по математике А. Г. Мерзляка, В. Б. Полонского, М. С. Якира для 5 6 классов

Задания так построены так, что педагог может не составлять сам самостоятельные и контрольные варианты, а дать уже готовый материал, который будет грамотно структурирован, с разнообразными заданиями и большим количеством вариантов (по каждой теме там представлены по 3 варианта самостоятельных и контрольных работ). Подчеркну, что данные учебные пособия используют учителя в разных школах города Пензы несмотря на текущего автора учебника, например, Н. Я. Виленкина.

Данная литература очень сильно упрощает жизнь учителям математики и помогает проводить, на первый взгляд, нервные контрольные и самостоятельные

работы не с шаблонными заданиями, которые не развивают логическое мышление в должной мере, а с заданиями, которые разнообразны по своей структуре и заставляют детей не бездумно выполнять действия, а вчитываться в само условие задачи и рассуждать о правильном решении.

Недостатки учебников Мерзляка за 5 и 6 классы могут варьироваться в зависимости от мнения учителей, учеников и родителей:

- Объем и сложность материала - некоторые считают, что в учебниках много информации, которая может быть трудной для первых лет обучения, особенно для слабых учеников.
- Отсутствие разнообразия заданий - в некоторых случаях учебники могут содержать однотипные упражнения, что снижает мотивацию и интерес к предмету.
- Недостаточная иллюстрированность - по сравнению с другими учебниками, у Мерзляка иногда меньше иллюстраций и наглядных материалов, что важно для восприятия младших школьников.
- Стиль подачи материала - стиль объяснений может показаться скучным или слишком сухим для некоторых учеников, что уменьшает интерес к предмету.
- Отсутствие дополнительных материалов - иногда учебники не включают в себя достаточно дополнительных заданий, проектов или упражнений для закрепления знаний.
- Устаревшие примеры или формулы - в некоторых случаях есть замечания, что учебники используют устаревшие данные или не отражают современные подходы и методы.

1.4 Анализ заданий по теме: «Делимость целых чисел» в структуре ОГЭ, ЕГЭ и школьных учебников

Теоретико-числовые задачи в экзаменационных материалах ОГЭ и ЕГЭ направлены на проверку не только формального знания определений, но и умения применять свойства чисел в нестандартных ситуациях. Тема «Делимость целых чисел» является фундаментальной для всего курса математики, и ее элементы присутствуют в экзаменационных работах на разных уровнях сложности.

В ОГЭ задания на делимость встречаются в двух форматах: в первой части (задания с кратким ответом) и во второй части (задания повышенного уровня сложности с развернутым ответом).

1. Задания первой части (№8 — числа и вычисления)

В этих заданиях проверяется умение работать со свойствами делимости, признаки делимости, нахождение НОД и НОК.

Пример 1. (Задания из открытого банка ОГЭ (ФИПИ)): Какое из следующих чисел является наибольшим общим делителем чисел 36 и 54?

1. 6; 2. 9; 3. 18; 4. 27

Решение: Найдем НОД(36, 54). Разложим числа на простые множители: $36 = 2^2 \cdot 3^2$

$54 = 2 \cdot 3^3$ (НОД — это произведение общих множителей с наименьшими показателями) $2 \cdot 3^2 = 2 \cdot 9 = 18$.

Также можно применить алгоритм Евклида, описанный у Виноградова: $54 = 36 \cdot 1 + 18$, $36 = 18 \cdot 2 + 0$. Последний ненулевой остаток равен 18. Ответ: 3) 18.

Пример 2. (Задания из открытого банка ОГЭ (ФИПИ)): Какое из следующих утверждений является истинным?

1. Если число делится на 3, то оно делится на 9;

2. Если число делится на 9, то оно делится на 3;

3. Если число делится на 2 и на 4, то оно делится на 8;

4. Если число делится на 3 и на 6, то оно делится на 18.

Решение: Проанализируем каждое утверждение, опираясь на свойства делимости.

1. Неверно. Контрпример: 6 делится на 3, но не делится на 9.

2. Верно. Если $a \vdots 9$, то $a = 9k = 3 \cdot (3k)$, значит, $a \vdots 3$. Это свойство транзитивности делимости [1, с. 8].

3. Неверно. Контрпример: 12 делится на 2 и на 4, но не делится на 8.

4. Неверно. Контрпример: 12 делится на 3 и на 6, но не делится на 18.

Ответ: 2.

2. Задания второй части (№20 — алгебраические выражения, уравнения, неравенства)

Здесь задачи на делимость часто встречаются в контексте доказательства того, что значение выражения является целым числом, или нахождения натуральных значений переменной, при которых дробь сократима.

Пример 3. (Задания из демонстрационного варианта ОГЭ 2024): Сократите дробь $\frac{21y^3x^3}{14y^4x^2}$

Решение: Для сокращения дроби необходимо найти наибольший общий делитель числителя и знаменателя и разделить на него обе части. Согласно теореме о НОД: $(21x^3y^2, 14x^2y^4) = 7x^2y^2$. Выполняя сокращение, получаем $\frac{3x}{2y^2}$.

Ответ: $\frac{3x}{2y^2}$

В ЕГЭ задания на делимость представлены на разных уровнях: в базовой математике это задачи на выбор верных утверждений, в профильной — сложные задания №18 и №19, требующие развернутого решения.

1. ЕГЭ базовая математика (задание №19)

В базовом ЕГЭ задание №19 проверяет умение работать с цифровой записью числа и признаками делимости.

Пример 4. (Задания из демонстрационного варианта ЕГЭ (базовая математика) 2023):

Приведите пример трехзначного числа, кратного 3 и 5, сумма цифр которого равна 12.

Решение: Число кратно 3 и 5, значит, оно кратно 15.

Признак делимости на 5: число оканчивается на 0 или 5.

Сумма цифр равна 12, что кратно 3 (условие делимости на 3 выполняется автоматически). Рассмотрим варианты: Если число оканчивается на 0 (сумма двух первых цифр равна 12). Подходят числа 390 (3 + 9 + 0 = 12), 480, 570, 660, 750, 840, 930. Если число оканчивается на 5: сумма двух первых цифр равна 7. Подходят числа 165 (1 + 6 + 5 = 12), 255, 345, 435, 525, 615, 705. Любое из этих чисел подходит.

Ответ: 165 (или любое другое из перечисленных).

2. ЕГЭ профильная математика (задание №19)

В профильном ЕГЭ задание №19 — это олимпиадная задача высокого уровня сложности, часто требующая глубоких знаний теории чисел.

Учебник И. М. Виноградова «Основы теории чисел» не является школьным учебником, но он закладывает фундаментальную базу, необходимую для решения всех перечисленных выше задач.

Для ОГЭ (базовый уровень): Параграфы 1-3 первой главы дают четкие определения делимости, делителя, кратного, НОД, НОК. Теорема о делении с остатком и алгоритм Евклида являются основой для нахождения НОД и упрощения дробей.

Для ОГЭ (повышенный уровень) и ЕГЭ (базовый): Свойства делимости и признаки делимости, выводимые из теории сравнений, позволяют решать задачи на восстановление цифр числа и доказательство утверждений о делимости.

Для ЕГЭ (профильный уровень): Основная теорема арифметики и каноническое разложение чисел являются ключом к решению сложных диофантовых уравнений. Понятие взаимно простых чисел и их свойств используется в задачах на сократимость дробей и делимость выражений.

Таким образом, материал первых параграфов учебника Виноградова полностью покрывает теоретическую базу, необходимую для успешного выполнения всех типов экзаменационных заданий по теме «Делимость целых чисел», от самых простых до олимпиадных.

ГЛАВА 2 РАЗРАБОТКА УЧЕБНО – МЕТОДИЧЕСКОГО КОМПЛЕКСА: ТЕХНОЛОГИЧЕСКИЕ КАРТЫ, ИНТЕРАКТИВНАЯ ИГРА И ВНЕКЛАССНОЕ МЕРОПРИЯТИЕ

2.1 Технологические карты для 5 класса как средство организации учебного процесса

Предмет	Математика
Класс	5
Тип урока	Урок повторения
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Действие деления
Цель	Создать условия для открытия учащимися понятия действия деления и делимости чисел
Задачи	- Познакомить учащихся с понятием делимости. - Развивать логическое мышление, умение применять правила делимости. - Воспитывать интерес к математике.
Основные термины, понятия	Делимость, делимое, делитель, частное

Планируемый результат	
Предметные умения Учащиеся научатся понимать понятие делимости числа на другое число, объясняя, что означает делимость без остатка. Также учащиеся научатся анализировать конкретное число, чтобы определить его делимость, рассматривая последние цифры, сумму цифр и	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение

делая логические выводы. В ходе урока они смогут объяснять свои действия при проверке делимости, последовательно и логично обосновывая свои решения.	Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности. Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.

Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	Книгопечатная продукция Математика 5 класс (авторы: Виленкин Н.Я., Дорофеев Г.В., Мерзляк А.Г. и др.). Технические средства обучения ПК, доска для мела, принтер

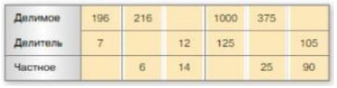
Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Создание благоприятного психологического настроя на работу, актуализация мыслительной деятельности для восприятия нового материала.	Учитель приветствует класс, проверяет готовность к уроку.	Приветствуют учителя. Организуют рабочее место. Настраиваются на учебную деятельность.
Актуализация опорных знаний и умений, постановка цели урока	Актуализация опорных знаний необходимых для открытия нового знания, формулировка совместно с учащимися темы урока.	Учитель: перед вами 10 ручек, можете ли вы разделить их между двумя друзьями? Если да, то по сколько ручек достанется каждому? - А теперь посмотрите на доску, перед вами висят карточки, на которых написаны примеры, в которых необходимо найти неизвестное число: $x \cdot 5=35$ $8 \cdot x = 48$ $x \cdot 9=54$	Ученики: да, мы можем разделить 10 на 2 и получим количество ручек, которые получит каждый мальчик (по 5 ручек). Ученики внимательно смотрят на доску, анализируют примеры и отвечают на вопросы учителя

		- Какое действие здесь выполняется? - А как найти неизвестный множитель? - А теперь давайте решим следующую задачу: В классе 24 ученика. Их нужно разбить на 4 равные команды для соревнований. Сколько человек будет в каждой команде? - Как называется это действие? - А что мы находили? - **А что, если неизвестно не количество человек в команде, а количество команд? Например: 24 ученика разбили на команды по 6 человек в каждой. Сколько команд получилось?** Учитель подводит учеников к формулировке цели. Учитель: а теперь давайте выполним упражнения из учебника. **Стр. 88 № 3.79** Проверьте с помощью умножения и с помощью деления, правильно ли выполнено деление: А) 10 008 : 36 = 278 Б) 46 990 : 635 = 74 **Стр. 88 № 3.80** Выполните деление: А) 91 : 7 Б) 216 : 18 В) 6817 : 17 Г) 240 824 : 8 **Стр. 88 № 3.81** Найдите частное: А) 21 700 : 10 Б) 6 123 000 : 100 В) 290 400 : 1000	- Умножение - Произведение разделить на известный множитель (Ученики предлагают решение: 24 : 4 = 6) - Деление - Частное - 24:6=4 Ученики: цель урока: «вспомнить, что такое деление, как называются компоненты, научиться решать уравнения и задачи на деление». **Стр. 88 № 3.79** А) 10 008 : 36 = 278 – верно 278 · 36 = 10 008 10 008 : 36 = 278 Б) 46 990 : 635 = 74 – верно 635 · 74 = 46 990 46 990 : 635 = 74 **Стр. 88 № 3.80** Выполните деление: А) 91 : 7 = 13 Б) 216 : 18 = 12 В) 6817 : 17 = 401 Г) 240 824 : 8 = 30 103 **Стр. 88 № 3. 81** Найдите частное: А) 21 700 : 10 = 2 170 Б) 6 123 000 : 100 = 61 230 В) 290 400 : 1000 = 290 Г) 204 400 : 200 = 1022

		Г) 204 400 : 200 **Стр 88 № 3.82** Выполните деление: А) 86 250 : 125 Б) 15 435 : 147 В) 4 150 089 : 7587 Г) 19 266 000 : 5070 **Стр 89 № 3.92** Вычислите: А) 5945 : 29 + 95 Б) (5791 – 759) : 136 В) 86 944 : 209 : 32 + 77 Г) 1176 : 49 · 25 - 105	**Стр 88 № 3.82** Выполните деление: А) 86 250 : 125 = 690 Б) 15 435 : 147 = 105 В) 4 150 089 : 7587 = 547 Г) 19 266 000 : 5070 = 3800 **Стр 89 № 3.92** А) 5945 : 29 + 95 = 300 Б) (5791 – 759) : 136 = 37 В) 86 944 : 209 : 32 + 77 = 90 Г) 1176 : 49 · 25 - 105 = 495
Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний	Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ действий с самопроверкой своих решений по эталону.	Учитель: Давайте договоримся о языке математики. Число, которое делят, называется делимым. Число, на которое делят, называется делителем. Результат — частным. Учитель пишет на доске: 48 : 6 = 8. - А как связаны деление и умножение? - А если делимое разделить на частное, получится делитель? Учитель организует работу в парах: «Запишите в тетрадь три примера на умножение. Поменяйтесь тетрадями с соседом. Составьте из каждого примера на умножение два примера на деление. Проверьте друг друга. - А что будет, если мы разделим число на 1? Число на само себя? 0 на число? - А можно ли разделить число на 0? - В древности математики долго спорили. Представьте,	Ученики хором называют компоненты - Если частное умножить на делитель, получится делимое - 7 : 1 = 7 - 5 : 5 = 1 - 0 : 9 = 0 - Ученики записывают эти свойства в тетрадь в виде формул: a : 1 = a, a : a = 1, 0 : a = 0

		что 6 яблок нужно разделить на 0 человек. Сколько получит каждый? Такого не может быть. Поэтому на ноль делить нельзя	
Первичная проверка понимания	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	- На доске записаны выражения: 24 : 3= 42 : 7= 18 : 2= . - Учитель предлагает уравнения: x : 5 = 7 36 : x = 4 x : 8 = 8. - 15 : 0= - Почему нельзя? Мерзляк (дидактические материалы) **Стр. 17 № 113** Выполните деление: 1) 2 888 : 76 = 38 2) 6 539 : 13 = 503 3) 5 712 : 28 = 204 4) 21 352 : 68 = 314 **Стр. 17 № 114** Найдите частное: 1) 19 960 : 8 = 2) 53 318 : 53 = 3) 22 320 : 72 = 4) 185 472 : 46 = 5) 891 808 : 124 = 6) 14 400 : 900 = **Стр. 17 № 117** Решите уравнение: 1) X : 18 = 23 2) 228 : x = 12 3) (x – 3) : 4 = 6 4) X : 4 – 3 = 6 5) 36 : (x – 2) = 4 6) 36 : x – 2 = 4	Ученики выходят по одному, проговаривают: «Делимое 24, делитель 3, частное 8, потому что 8 · 3 = 24 Ученики решают в тетрадях, один ученик у доски комментирует каждый шаг. Ученики аргументируют: «Нельзя подобрать число, при умножении которого на 0 получится 15». **Стр 17 № 114** 1) 19 960 : 8 = 2 495 2) 53 318 : 53 = 1 006 3) 22 320 : 72 = 310 4) 185 472 : 46 = 4 032 5) 891 808 : 124 = 7 192 6) 14 400 : 900 = 16 **Стр. 17 № 117** 1) X = 414 2) X = 19 3) X = 27 4) X = 36 5) X = 11 6) X = 6
Применение новых знаний	Планирование деятельности для решения	Учитель вызывает по одному человеку к доске на выполнение одного номера	Учащиеся выполняют задание в тетрадях, учитель вызывает к доске по одному

	поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция	Номера для выполнения у доски: **Страница 88: № 3.78**  Мерзляк (дидактические материалы) **Стр. 18 № 115** Выполните действие: 1) 6 432 – 6 432 : (42 + 54) 2) 4 484 : 76 + 65 379 : 93 **Стр. 19 № 122** 1) 79 348 – 64 · 84 + 6 539 : 13 – 11 005 2) 1 755 : (724 – 659) + (129 – 43) · 38 **Стр. 19 № 123** 1) 7 (x – 5) = 63 2) 24 (x + 15) = 432 3) 14 (3x – 15) = 252 4) 8 (112 – 5x) = 816	человеку на один пример. **Стр. 18 № 115** 1) 6 432 – 6 432 : (42 + 54) = 6 365 2) 4 484 : 76 + 65 379 : 93 = 762 **Стр. 19 № 122** 1) 79 348 – 64 · 84 + 6 539 : 13 – 11 005 = 63 470 2) 1 755 : (724 – 659) + (129 – 43) · 38 = 3 295 **Стр. 19 № 123** 1) X = 14 2) X = 3 3) X = 11 4) X = 2
Информация о домашнем задании	Осознание важности закрепления материала, развитие ответственности.	Выучить названия компонентов деления и правила нахождения неизвестного делимого и делителя. Придумать 5 уравнений на нахождение неизвестного компонента деления и красиво оформить их на отдельном листе. Учитель проверяет, все ли записали задание в дневник, отвечает на вопросы.	Ученики записывают домашнее задание в дневник.
Рефлексия	Построение речевого высказывания в устной форме. Контроль и оценка своей деятельности в рамках урока.	Учитель организует рефлексию. Учитель: я предлагаю вам закончить предложение: - Мне на уроке понравилось … - Мне показалось трудным … - Я бы еще хотел выполнить … - Главным результатом считаю …	Учащиеся заполняют пропуски так, как они считают нужным.

Предмет	Математика
Класс	5
Тип урока	Урок открытия нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Делители и кратные
Цель	Создать условия для открытия учащимися понятия делителя и кратных чисел
Задачи	- Сформировать у учащихся понятие делителей и кратных чисел, - Развивать навыки их поиска и анализа, - Умение применять полученные знания при решении практических задач, - Способствовать развитию логического мышления и навыков работы с числами.
Основные термины, понятия	Делитель, кратное, простое число, составное число

Планируемый результат	
Предметные умения Умение находить делители заданного числа, определять кратные числа, анализировать числовые ряды на наличие делителей и кратных, решать задачи, связанные с поиском делителей и кратных, обоснованно объяснять свои решения, использовать таблицы и устные вычисления для выполнения заданий, а также систематизировать полученные знания и применять их при самостоятельной работе и выполнении контрольных	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности.

заданий.	Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	Книгопечатная продукция Математика 5 класс (авторы: Виленкин Н.Я., Дорофеев Г.В., Мерзляк А.Г. и др.). Технические средства обучения ПК, доска для мела, принтер

Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Создание благоприятного психологического настроя на работу, актуализация мыслительной деятельности и для восприятия нового материала.	Приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, проверяет отсутствующих. Учитель: Здравствуйте, ребята! Присаживаемся	Включаются в деловой ритм урока: выполняют необходимые действия, демонстрируют готовность к работе.
Актуализация опорных знаний и умений, постановка цели урока	Актуализация опорных знаний необходимых для открытия нового знания, формулировка совместно с учащимися	- Постарайтесь решить следующую задачу: у меня есть 12 конфет. Мне нужно раздать их детям так, чтобы каждый получил одинаковое количество конфет и все конфеты были розданы. Скольким детям я могу раздать конфеты? - Учитель записывает на доске: 12 : 1 = 12, 12 : 2 = 6, 12 : 3 = 4, 12 : 4 = 3, 12 :	Ученики перечисляют варианты: 1, 2, 3, 4, 6, 12 детей На них 12 делится без остатка - я куплю 1 тетрадь? (4). 2 тетради? (8). 3 тетради? (12). 4 тетради? (16). - (4, 8, 12, 16...).

	темы урока.	6 = 2, 12 : 12 = 1. - Что общего у всех этих чисел? - В математике такие числа называют делителями. - А если я хочу купить тетради по 4 рубля, сколько рублей мне нужно заплатить, если я куплю 1 тетрадь? 2 тетради? 3 тетради? 4 тетради? - Какие числа у нас получились? Они все делятся на 4. В математике их называют кратными. - Давайте попробуем сформулируем цель урока	Ученики: цель урока: сегодня мы научимся находить делители и кратные чисел, различать эти понятия и применять их при решении задач
Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний	Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ действий с самопроверкой своих решений по эталону.	**Делителем натурального числа a называют натуральное число b, на которое a делится без остатка**. · Кратным натурального числа a называют натуральное число c, которое делится без остатка на a. Учитель разбирает на примере числа 18: Учитель: Назовите все делители числа 18. Учитель: Как мы их нашли? - А теперь назовите несколько кратных числа 18. - Сколько кратных можно назвать? - А сколько делителей? Учитель организует работу с алгоритмом **Стр. 118 № 3.336** Верны ли утверждения: А) 7 – делитель 63; Б) 18 – делитель 9; В) 33 – кратное 3; Г) 4 – кратное 28;	Ученики перечисляют: 1, 2, 3, 6, 9, 18 - Подбирали числа, на которые 18 делится без остатка - 18, 36, 54, 72... - Бесконечно много - Ограниченное количество Алгоритм нахождения делителей: перебираем числа от 1 до данного числа и проверяем, делится ли число на каждое из них. · Алгоритм нахождения кратных: умножаем данное число на 1, 2, 3, 4 и так далее. Ученики записывают определения и примеры в тетрадь. **Стр. 118 № 3.336** А) да; Б) нет;

		Д) 7, 17, 34 – простые числа; Е) 48, 243 – составные числа. Стр. 118 № 3.337 Можно ли, не вскрывая пачек, в каждой из которых по 100 салфеток, взять: А) 1100 салфеток Б) 2210 салфеток **Стр. 120 № 3. 356** А) 34 + 25; 172 + 28; 59 +37; 4587 + 764; Б) 57 – 13; 80 – 34; 123 – 18; 10 273 – 549; В) 24 · 3; 302 · 7; 26 · 37; 45 · 206; Г) 35 : 7; 84 : 4; 608 : 19; 2 052 : 38. **Стр. 122 № 3. 364** Выпишите из чисел 21, 27, 33, 35, 44, 63, 68, 73, 75 те, которые: А) кратны 7; Б) кратны 9; В) не кратны 4; Г) не кратны 3.	В) да; Г) нет; Д) нет; Е) да. **Стр. 118 № 3.337** А) 1100 : 100 = 11 – да; Б) 2210 : 100 – нет. **Стр. 120 № 3. 356** А) 34 + 25 = 59; 172 + 28 = 200; 59 +37 = 96; 4587 + 764 =; 5 351; Б) 57 – 13 = 44; 80 – 34 = 46; 123 – 18 = 105; 10 273 – 549 = 9 724; В) 24 · 3 = 72; 302 · 7 = 2 114; 26 · 37 = 962; 45 · 206 = 9 270; Г) 35 : 7 = 5; 84 : 4 = 21; 608 : 19 = 32; 2 052 : 38 = 54; **Стр. 122 № 3. 364** А) 21, 35, 63; Б) 27, 63; В) 21, 27, 33, 35, 63, 73, 75; Г) 35, 44, 68, 73.
Первичная проверка понимания	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль	Учитель: А теперь давайте поиграем в игру « Верю/не верю». Я вам говорю утверждения, а вы на них отвечаете «верю» или «не верю». Обязательно нужно объяснить свой ответ «Число 5 является делителем числа 20» ·	- Верю, потому что 20 : 5 = 4 - Не верю, потому что 21 кратно 7, а не наоборот. Кратное всегда больше или равно числу - Верю, потому что если разделить число на большее, получится

	полученного результата и его коррекция.	«Число 7 является кратным числа 21· «Делитель числа не может быть больше самого числа». «Число 24 кратно 6» Учитель просит привести контрпримеры. **Стр. 122 №3.368** Найдите значение выражения: А) 49 · 64 + 5 280 : 80; Б) 305 · 86 – 93 100 : 38; В) (564 : 47 + 2592 : 72) · 250 – 200; Г) (9 095 : 85 + 33) · (7 344 : 36 – 144).	меньше 1, а не натуральное число - Верю, потому что 24 : 6 = 4 **Стр. 122 №3.365** Найдите наименьшее число, которое кратно каждому из трех чисел: А) 2, 5 и 15 (Ответ: 30); Б)2, 4 и 5 (Ответ: 20); В) 3, 6 и 12 (Ответ: 12); Г) 2, 7 и 5 (Ответ: 70). **Стр. 122 №3.368** А) 49 · 64 + 5 280 : 80 = 3 202; Б) 305 · 86 – 93 100 : 38 = 23 780; В) (564 : 47 + 2592 : 72) · 250 – 200 = 11 800; Г) (9 095 : 85 + 33) · (7 344 : 36 – 144) = 8 400.
Применение новых знаний	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	Учитель организует работу в группах по 4 человека: Группа 1: Найти все делители числа 36. Группа 2: Найти все делители числа 48. Группа 3: Записать первые пять кратных числа 7. Группа 4: Записать первые пять кратных числа 9. Учитель задаёт уточняющие вопросы: «Как вы искали делители, чтобы ничего не пропустить? (Парным способом: 1 и 36, 2 и 18, 3 и 12, 4 и 9, 6 и 6)». **Задание 1**. Запишите все делители числа 12 и 15; Выпишите первые пять кратных числа: кратные числа 4, кратные числа 7;	После выполнения группы представляют результаты. Затем каждый ученик выполняет самостоятельное задание: «Найдите все делители числа 28 и запишите три кратных числа 12». **Задание 1**. Запишите все делители числа 12 (Ответ: 1, 2, 3, 4, 6, 12) и 15 (Ответ: 1, 3, 5, 15); Выпишите первые пять кратных числа: кратные числа 4 (Ответ: 4, 8, 12, 16, 20), кратные числа 7 (Ответ: 7, 14, 21, 28, 35); **Задание 2**. Найти делители. Запишите все делители следующих чисел (18, 24, 30)

		Задание 2. Найти делители. Запишите все делители следующих чисел (18, 24, 30) **Задание 3**. Найти кратные. Запишите пять первых кратных для чисел (5, 9, 11) **Задание 4**. Задачи на понимание. Какое наименьшее число, которое делится на 4 и 6? Сколько делителей у числа 16? **Задание 5**. (для сильных учеников) Напишите все общие делители для чисел 20 и 30. Какое наименьшее общее кратное (НОК) чисел 5 и 8?	18: 1, 2, 3, 6, 9, 18; 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24; 30: 1, 2, 3, 5, 6, 10, 15, 30; **Задание 3.** Найти кратные. Запишите пять первых кратных для чисел (5, 9, 11) 5: 5, 10, 15, 20, 25; 9: 9, 18, 27, 36, 45; 11: 11, 22, 33, 44, 55. **Задание 4.** Задачи на понимание. Какое наименьшее число, которое делится на 4 и 6? (Ответ: НОК (4,6) = 12; Сколько делителей у числа 16? (Ответ: 1, 2, 4, 8, 16 (5 делителей)) **Задание 5**. (для сильных учеников) Напишите все общие делители для чисел 20 и 30. (Ответ : 1, 2, 5, 10) Какое наименьшее общее кратное (НОК) чисел 5 и 8? (Ответ: НОК (5,8) = 40.
Информация о домашнем задании		Обязательное: выучить определения делителя и кратного. Выполнить номера: найти все делители числа 42, записать первые пять кратных числа 8. · Творческое: составить кроссворд или ребус с ключевыми словами «делитель», «кратное», «натуральное число». Учитель проверяет записи в дневниках.	Ученики записывают домашнее задание в дневник.
Рефлексия	Построение	Учитель организует рефлексию.	Учащиеся заполняют

	речевого высказывания в устной форме. Контроль и оценка своей деятельности в рамках урока.	Учитель: я предлагаю вам закончить предложение: - Мне на уроке понравилось … - Мне показалось трудным … - Я бы еще хотел выполнить … - Главным результатом считаю …	пропуски так, как они считают нужным.

Предмет	Математика
Класс	5
Тип урока	Урок открытия нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Простые и составные числа
Цель	Ввести новые понятия, связанные с делимостью чисел, формировать умение распознать простые и составные числа
Задачи	- Сформировать у учащихся понятие простых и составных чисел, - Развивать навыки их поиска и анализа, - Умение применять полученные знания при решении практических задач, - Способствовать развитию логического мышления и навыков работы с числами.
Основные термины, понятия	Простые и составные числа

Планируемый результат	
Предметные умения Умение находить делители заданного числа, определять кратные числа, анализировать числовые ряды на наличие делителей и кратных, решать задачи, связанные с поиском	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать

делителей и кратных, обоснованно объяснять свои решения, использовать таблицы и устные вычисления для выполнения заданий, а также систематизировать полученные знания и применять их при самостоятельной работе и выполнении контрольных заданий.	правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности. Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.

Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	Книгопечатная продукция Математика 5 класс (авторы: Виленкин Н.Я., Дорофеев Г.В., Мерзляк А.Г. и др.). Технические средства обучения ПК, доска для мела, принтер

Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Создание благоприятного психологического настроя на работу, актуализация мыслительной деятельности для восприятия нового материала.	Приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, проверяет отсутствующих. Учитель: Здравствуйте, ребята! Присаживаемся	Включаются в деловой ритм урока: выполняют необходимые действия, демонстрируют готовность к работе.
Актуализация опорных знаний и	Актуализация опорных знаний	Учитель: Ребята, посмотрите на доску и из чисел 45, 18, 27, 65, 60, 24, 120 выпишите те,	Ученики выполняют задания у себя в тетради и аргументируют свои ответы.

<table>
<tr>
<td>умений, постановка цели урока</td>
<td>необходимых для открытия нового знания, формулировка совместно с учащимися темы урока.</td>
<td>которые:
1) кратны 15;
2) не кратны 10;
3) делятся на 3 и на 4;
4) являются делителями 180.
Учитель: А теперь давайте решим уравнения. Выберите из пяти чисел то, которое является корнем уравнения. Прочтите получившиеся слово.
1) x – 100 = 259;
2) (24 – x) + 30 = 50;
3) 810 : b = 9;
4) 30y – 2y = 280;
5) 20z + 30z = 2 000.
<table>
<tr><td>и</td><td>с</td><td>ч</td><td>л</td><td>о</td></tr>
<tr><td>159</td><td>279</td><td>359</td><td>39</td><td>361</td></tr>
<tr><td>4</td><td>56</td><td>44</td><td>36</td><td>104</td></tr>
<tr><td>9</td><td>90</td><td>7290</td><td>80</td><td>801</td></tr>
<tr><td>1</td><td>100</td><td>18</td><td>10</td><td>1000</td></tr>
<tr><td>4</td><td>400</td><td>5</td><td>50</td><td>40</td></tr>
</table>
<table>
<tr><td>1</td><td>2</td><td>3</td><td>4</td><td>5</td></tr>
<tr><td>ч</td><td>и</td><td>с</td><td>л</td><td>о</td></tr>
</table>
Учитель: Это слово поможет сформулировать тему сегодняшнего урока. Слово «число» по – гречески звучит так: «арифмос», поэтому наука о числе получила название «арифметика». Запишем тему урока: «Простые и составные числа».
- Давайте попробуем сформулируем цель урока</td>
<td>1) 45, 60, 120;
2) 45, 18, 27, 65, 24;
3) 60, 24, 120;
4) 45, 18, 60.
Ученики внимательно слушают учителя и записывают тему урока.</td>
</tr>
<tr>
<td>Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний</td>
<td>Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ</td>
<td>Учитель: на доске записаны числа 10, 13, 1, 12, 7, 24. Назовите все делители чисел. Нарисуйте в тетради данную таблицу и заполните ее.
<table>
<tr><td>Число</td><td>Делители</td><td>Кол – во делител</td></tr>
</table>
</td>
<td>
<table>
<tr><td>Число</td><td>Делители</td><td>Кол – во делителей</td></tr>
<tr><td>10</td><td>1, 2, 5, 10</td><td>4</td></tr>
<tr><td>13</td><td>1, 13</td><td>2</td></tr>
<tr><td>1</td><td>1</td><td>1</td></tr>
<tr><td>12</td><td>1, 2, 3, 4, 6, 12</td><td>6</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

	действий с самопроверкой своих решений по эталону.	<table><tr><td></td><td></td><td>ей</td></tr><tr><td>10</td><td></td><td></td></tr><tr><td>13</td><td></td><td></td></tr><tr><td>1</td><td></td><td></td></tr><tr><td>12</td><td></td><td></td></tr><tr><td>7</td><td></td><td></td></tr><tr><td>24</td><td></td><td></td></tr></table> Учитель: а теперь давайте разделим данные числа на группы. 1 группа – числа, которые имеют только два делителя; 2 группа – числа, которые имеют более двух делителей; 3 группа – числа, которые имеют один делитель. Учитель: а теперь дополните каждую группу несколькими числами. Сегодня мы познакомимся подробнее с простыми и составными числами.	<table><tr><td>7</td><td>1, 7</td><td>2</td></tr><tr><td>24</td><td>1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24</td><td>8</td></tr></table> Учитель: а теперь давайте разделим данные числа на группы. 1 группа – 13, 7; 2 группа – 10, 12, 24; 3 группа – 1. Ученики выполняют задание учителя и предлагают свои варианты чисел.
Первичная проверка понимания	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	Учитель: Числа 10, 12, 24 называют составными числами, а 13, 7 – простыми. Попробуйте самостоятельно сформулировать определения простых и составных чисел. Учитель: приведите примеры составных чисел - Почему эти числа называют составными? Определение: Натуральное число называют простым, если оно имеет только два делителя: единицу и само это число. 1) Приведите примеры простых чисел 2) Назовите наименьшее простое число 3) Что вы знаете об этом числе? 4) В первом задании вы сказали, что 1 имеет только один делитель. К какой группе (составные или	**Определение: Натуральное число называют составным, если оно имеет более двух делителей.** (25, 1246, 33 333, 12345) Имеют больше двух делителей, так как делятся на 1, на само число и 25 кратно 5 и тд. (перечисляют свои примеры) 1) 2, 3, 5… 2) 2 3) Четное число 4) Число 1 имеет только один делитель само это число. Поэтому его

		простые) можно отнести это число?	не относят ни к составным, ни к простым числам.
Применение новых знаний	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	А теперь давайте решим следующие задачи. **Задача 1**. Три друга: Вася, Петя и Коля. Их возраст – три разных простых числа. Сумма их возрастов 30 лет. Кто старше всех и сколько ему лет? (Подсказка: Простые числа бывают чётные (только 2) и нечётные. Сумма трех нечётных чисел – нечётная, а 30 – чётное. Значит, одно число обязательно будет 2. **Задача 2.** Число называют «составным – обманщиком», если оно составное, но не делится ни на 2, ни на 3, ни на 5. Найдите наименьшее такое число. **Задача 3.** Ученик сказал: «Я нашёл два последовательных натуральных числа, каждое из которых простое». Учитель ответил, что кроме одной пары, это невозможно. Какая это пара и почему?	**Задача 1.** Решение: Возраст одного мальчика = 2, тогда на остальных остаётся 30 – 2 = 28. Нужно перебрать пары простых нечётных чисел, сумма которых равна 28: (Ученики перебирают варианты) Ответ: два варианта (2, 5, 23) и (2, 11, 17). В первом наборе самый старший – 23 года, во втором – 17. **Задача 2.** Решение: Число нечётное (иначе делилось бы на 2). Не заканчивается на 0 или 5 (иначе делилось бы на 5). Сумма цифр не кратна 3. Проверяем по порядку составные нечётные, не кратные 5. Ответ: $49 = 7 \cdot 7$, сумма цифр $4 + 9 = 13$ (не кратно 3) – нечетное, не оканчивается на 5. Задача 3. Решение: одно из чисел обязательно чётное (2 – единственное чётное число). После 2 следующее простое число 3. Ответ: 2 и 3.
Информация о домашнем задании		Обязательное: выучить определения простых и составных чисел. **Задание 1**. Числа 5, 6, 7, 8, 9, 10 – это шесть последовательных чисел. Можно ли выбрать из них три таких разных числа, чтобы их сумма была простым числом? Ответ объясните.	Ученики записывают домашнее задание в дневник. **Задание 1**. (5, 6, 8), (5, 8, 10), (6, 7, 10), (6, 8, 9) **Задание 2.** Нужно представить 28 в виде суммы четырех разных простых чисел. Перебор: 2 + 3 + 5 + 18 (18 – не простое) – неверно Ответ: 3, 5, 7, 13 комнат

		Задание 2. В гостинице 4 этажа. На каждом этаже разное количество комнат, и это количество простое число. Всего в гостинице 28 комнат. Сколько комнат на каждом этаже? Учитель проверяет записи в дневниках.	
Рефлексия	Построение речевого высказывания в устной форме. Контроль и оценка своей деятельности в рамках урока.	Учитель организует рефлексию. Учитель: я предлагаю вам закончить предложение: - Мне на уроке понравилось … - Мне показалось трудным … - Я бы еще хотел выполнить … - Главным результатом считаю …	Учащиеся заполняют пропуски так, как они считают нужным.

Предмет	Математика
Класс	5
Тип урока	Урок открытия нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Признаки делимости
Цель	Создать условия для открытия учащимися понятия свойства и признаки делимости
Задачи	- Познакомить учащихся с понятием признаки делимости. - Развивать логическое мышление, умение применять признаки на практике. - Воспитывать интерес к математике.
Основные термины, понятия	Признаки делимости и свойства делимости, признак делимости на 2, 5, 10

Планируемый результат	
Предметные умения	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к

Расширить знания учащихся о простейших элементах теории делимости натуральных чисел; показать способы использования в вычислениях признаков делимости чисел.	саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности. Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	*Книгопечатная продукция* Математика. 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.И. и др. (1 часть) *Технические средства обучения* ПК, проектор, интерактивная доска, доска для мела, принтер

Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Создание благоприятного психологического настроя на работу, актуализация мыслительной деятельности	Приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, проверяет отсутствующих. Учитель: Здравствуйте, ребята! Присаживаемся	Приветствуют учителя. Организуют рабочее место. Настраиваются на учебную деятельность.

	для восприятия нового материала.		
Актуализация опорных знаний и умений, постановка цели урока	Актуализация опорных знаний необходимых для открытия нового знания, формулировка совместно с учащимися темы урока.	Учитель: Ребята, сегодня мы с вами окажемся в сказке. Дед Мороз пришел к детям, чтобы передать подарки тем, кто хорошо себя ведет. Но для того, чтобы зайти к ним домой нужно открыть дверь, на которой стоит замок. Нужно нажать на кнопки с простыми числами. Давайте вспомним с вами, какие числа называются простыми, а какие составные? Учитель: Выберите только простые числа: 11, 34, 56, 30, 13, 170, 2, 4, 48, 5, 66, 77, 121, 540, 111 Учитель: Дед Мороз пришел к детям, время вручать подарки. Снегурочка перепутала подарки и забыла, в каком подарке лежат нужные подарки для детей. Времени на развязывание мешков нет, но на мешках с конфетами числа, кратные 2, с машинками – числа кратные 5, с куклами – числа, кратные 10. Учитель: посмотрите внимательно на числа с мешков. Они очень большие, времени у Деда Мороза нет, нужно сразу понять, какие числа делятся на 2, 5, 10. Знаем ли мы, как это сделать? Учитель: давайте сформулируем цель нашего урока. **Стр 127 № 3.407** Как быстро узнать, делится ли на 2? a) Сумма 73 483 + 45 231, 44 334 + 81 625, 73 244 + 73 696 b) Разность 73 449 - 61 114, 264 121 - 111 245, 48 573 –	Ученики: простыми называются числа, которые делятся на себя и на единицу. А составные имеют больше двух делителей (делятся не только на себя и на 1) Ученики отвечают на вопросы и аргументируют свои ответы. - Что значит кратные? - Нет Цель урока: узнать, какие числа называются кратными и научиться, не выполняя деление, определить на что делятся числа. А) Достаточно сложить разряды единиц, так как на 2 делятся все четные числа. **Стр 127 № 3.407** 73 483 + 45 231=…4 – делится 44 334 + 81 625 = …9 – не делится 73 244 + 73 696 = …0 – делится Б) Достаточно

		12 563 **Стр 128 № 3.414** Найдите корень уравнения: 1) 18n – 12n – 3n = 186 2) 25a – 7a – 8a = 400 3) 2x + 8x – x = 243 4) 6y – y + 4y = 234 **Стр 128 № 3.415** 7091 + 9663 – (243 916 + 75 446) : 527 : 3 =	посчитать, какая цифра будет на конце числа, так как на 2 делятся все четные числа. 73 449 - 61 114 = …5 – не делится 264 121 - 111 245 = …6 – делится 48 573 – 12 563 = …0 – делится **Стр 128 № 3.414** Найдите корень уравнения: 1) n = 62 2) a = 40 3) x = 27 4) y = 26 **Стр 128 № 3.415** 1) 243916 + 75446 = 319362 2) 319362 : 527 = 606 3) 606 : 3 = 202 4) 7091 + 9663 = 16754 5) 16754 – 202 = 16552
Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний	Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ действий с самопроверкой своих решений по эталону	Учитель: посмотрите на доску. В первом столбике написаны числа, которые делятся на 2 без остатка. Во втором, написаны числа, которые на 2 не делятся (дают остаток). Чем отличаются числа в первом столбике от чисел во втором? Посмотрите на последнюю цифру. Учитель: проверим гипотезу на большом числе 238. Какая последняя цифра? Как вы думаете, оно делится на 2? Давайте это вместе проверим (вызывает к доске ученика, который должен поделить число 238 на 2). Какой вывод мы можем	Делятся на 2: 12, 34, 56, 78, 90 Не делятся на 2: 13, 25, 37, 49, 51. Ученики заметили, что в первом столбике цифры 2, 4, 6, 8, 0. Во втором, 1, 3, 5, 7, 9. - 8 238:2=119 Если число оканчивается на 0, 2, 4,

<table>
<tr>
<td></td>
<td></td>
<td>сделать?
Аналогично рассмотреть признаки деления на 5 и 10 (можно выделить отдельный урок)
Стр 129 Проверочная работа №1
1) Выберите из чисел 2, 5, 6, 10, 18, 180, 291, 2323, 3450, 15555, 20605, 33333, 333333 числа, которые:
2) Можно ли найти число, которое делится на 10, но не делится на 2?
3) На столе лежат рисунки, которых больше 60, но меньше 80. Эти рисунки можно сложить в папки по 6, либо по 8 рисунков. Сколько рисунков на столе?
4) Вычислите: (26 · 652 – 16 · 652) : 5 + 504 · 4 : 9</td>
<td>6, 8, то оно делится на 2.

Стр 129 Проверочная работа №1
1) А) 2, 6, 10, 18, 180, 3450
Б) 10, 180, 3450
В) 5, 291, 2323, 15555, 20605, 33333, 333333
Г) 5, 15, 555, 20605
2) Нет, так как если число делится на 10, то оно делится на 2 и на 5
3) 72 листа, так как это число делители и на 6, и на 8
4) 652 · (26 – 16) : 5 + 504 · 4 : 9 = 1304 + 224 = 1528</td>
</tr>
<tr>
<td>Первичная проверка понимания</td>
<td>Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.</td>
<td>Учитель предлагает игру «Магазин». На доске числа: 124, 375, 630, 110.
А теперь я предлагаю вам самим придумать числа, которые подходят под определенный признак делимости. Начертите таблицу на три столбца.
(Далее идет фронтальная работа)
Учитель задает детям вопросы:
- Назови признак делимости на</td>
<td>Ученики должны «купить» число, если оно подходит под заданный признак (например, кратно 5, но не кратно 10).
<table>
<tr><th>На 2</th><th>На 5</th><th>На 10</th></tr>
<tr><td>12, 6, 24…</td><td>25, 10, 150, …</td><td>100, 120, 150, …</td></tr>
</table>
</td>
</tr>
</table>

		5?; - Приведи пример числа, которое делится на 10?; - Какое число делится на 2?.	
Применение новых знаний	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	Учитель: **Задание 1.** У каждой пары карточка. Нужно вписать числа в три столбика: - делятся на 2; - делятся на 5; - делятся на 10. Числа 45, 120, 33, 78, 90, 125, 46, 200, 17, 385. **Задание 2**. Учитель показывает числа на карточках по очереди: 24, 35, 100, 72, 80, 55, 18. На какие из чисел (2, 5, 10) делится это число? **(задание со *)** Учитель: придумайте сами трехзначное число, которое: - делится на 2 и на 5 (но не на 10). Существует ли такое? - делится только на 5. **Задание 3.** Выполните задания: 1. Из чисел 24, 576, 345, 970, 538, 4325, 8211, 1435, 960, 156230 выпишите те, которые делятся нацело: На 2, на 5, на 10 2. Запишите все четные значения x, при которых верно неравенство 576 < x < 589 3. Найдите наибольшее двузначное число x, при котором значение выражения x – 74 делится нацело на 5	**Задание 1.** (выходят ученики к доске, остальные подсказывают) - делятся на 2 (120, 78, 90, 46, 200); - делятся на 5 (45, 120, 90, 125, 200, 385); - делятся на 10 (120, 90, 200). **Задание 2.** 24, 72 (Только на 2); 35, 100, 80, 55 (делятся на 5 и 10) (задание со *) не существует такого числа) Ребята предлагают свои варианты **Задание 3.** Выполните задания: 1. А) 24, 576, 970, 538, 960, 156230 Б) 970, 345, 4325, 1435, 960, 156230 В) 970, 960, 156230 2. x = 578, 580, 582, 584, 586, 588 3. x – 74 делится на 5, если результат заканчивается на 0 или 5; x оканчивается на 4 или 9: x = 99

Информация о домашнем задании	Осознание важности закрепления материала, развитие ответственности.	Учитель даёт задание: повторить все признаки делимости, придумать кроссворд или 5 загадок со словами «четное», «нечетное», «признак делимости».	Ученики записывают все себе в дневник и задают вопросы
Рефлексия	Построение речевого высказывания в устной форме. Контроль и оценка своей деятельности в рамках урока	Учитель предлагает оценить свой уровень готовности к контрольной работе по 5-балльной шкале.	Ученики поднимают руку с количеством пальцев, соответствующим оценке. Обсуждаются темы, которые вызвали наибольшие затруднения.

Предмет	Математика
Класс	5
Тип урока	Урок открытия нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Признаки делимости
Цель	Создать условия для открытия учащимися понятия свойства и признаки делимости
Задачи	- Познакомить учащихся с понятием признаки делимости. - Развивать логическое мышление, умение применять признаки на практике. - Воспитывать интерес к математике.
Основные термины, понятия	Признаки делимости и свойства делимости, признак делимости на 3, 9

Планируемый результат	
Предметные умения Расширить знания	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к

учащихся о простейших элементах теории делимости натуральных чисел; показать способы использования в вычислениях признаков делимости чисел.	обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности. Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	*Книгопечатная продукция* Математика. 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.И. и др. (1 часть) *Технические средства обучения* ПК, проектор, интерактивная доска, доска для мела, принтер

Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Создание благоприятного психологического настроя на работу, актуализация мыслительной	Приветствует учащихся, проверяет готовность к уроку, проверяет отсутствующих. Учитель: Здравствуйте, ребята! Присаживаемся	Приветствуют учителя. Организуют рабочее место. Настраиваются на учебную деятельность.

<table>
<tr><td></td><td>деятельности для восприятия нового материала.</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>Актуализация опорных знаний и умений, постановка цели урока</td><td>Актуализация опорных знаний необходимых для открытия нового знания, формулировка совместно с учащимися темы урока.</td><td>Учитель организует игру «Да/Нет» (сигналы руками). Учитель показывают числа, ученики быстро отвечают, делятся ли они на 2, на 5 или на 10 (без вычислений).
Учитель: Назовите последнюю цифру числа 487. Можно ли по ней определить, делится ли число на 3?
Учитель: значит, нам нужен новый способ. Как вы думаете, что может помочь?». Подвести к идее: посмотреть на сумму цифр.</td><td><table><tr><th>Число</th><th>Вопрос</th></tr><tr><td>48</td><td>: на 2? (Да)</td></tr><tr><td>75</td><td>: на 5? (Да)</td></tr><tr><td>90</td><td>: на 10? (Да)</td></tr><tr><td>33</td><td>: на 2? (Нет)</td></tr></table>- нет, потому что мы не знаем признака делимости на 3.</td></tr>
<tr><td>Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний</td><td>Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ действий с самопроверкой своих решений по эталону</td><td>Посмотрите на числа: 27, 36, 45, 123.
- Что у них общего?
- А теперь сложите цифры каждого числа: 2+7=9, 3+6=9, 4+5=9, 1+2+3=6
- Что заметили?
Учитель: давайте сформулируем цель нашего урока</td><td>- Что у них общего? (Все делятся на 3)
- А теперь сложите цифры каждого числа: 2+7=9, 3+6=9, 4+5=9, 1+2+3=6
- Что заметили? (Сумма цифр тоже делится на 3).
Цель: Узнать признаки, по которым можно определить, делится ли число на 3 и на 9, глядя только на сумму его цифр</td></tr>
<tr><td>Первичная проверка понимания</td><td>Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и</td><td>Для каждого числа определи, делится ли на 3? На 9?
Числа 81, 72, 53, 123.
Выводы:
Если сумма цифр числа делится на 3, то и само числа делится на 3.
Если сумма цифр числа делятся на 9, то и само</td><td>81 (8+1=9:9)
72 (7+2=9:9)
53 (5+3=8 не:9)
123 (1+2+3=6:3)

Ученики записывают в тетрадь правила и слушают учителя.</td></tr>
</table>

	его коррекция.	число делится на 9. **Стр. 125 № 3.380** Какие из чисел 57 243, 3 672 528, 7 105 050 делятся на 3? Какие из них делятся на 9? **Стр. 125 №3.381** Назовите какие-нибудь три пятизначных числа, которые делятся на 3. **Стр. 125 №3.382** Какие цифры можно записать вместо знака вопроса, чтобы получившееся число делилось на 3: А) 5?2; Б)37?; В)?32?. **Стр. 126 №3.384** Всегда ли верно: А) любое число, у которого 3 единицы в разряде единиц, делится на 3; Б) если число делится на 3, то оно делится и на 9? **Стр. 126 №3.385** Можно ли разделить на три одинаковые команды: 37 ребят; 76 ребят; 36 ребят?	**Стр. 125 № 3.380** Делятся на 3: 57 243, 3 672 528, 7 105 050; Делятся на 9: 7 105 050 **Стр. 125 №3.381** 11 112, 22 221, 33 333, 19 530. **Стр. 125 №3.382** А) 5?2: 522, 552, 582; Б)37?: 372, 375, 378; В)?32: 132, 432, 732. **Стр. 126 №3.384** Всегда ли верно: А) нет, если сумма цифр числа делится на 3, то и число делится на 3; Б) нет, если сумма цифр числа делится на 9, то и число делится на 9. **Стр. 126 №3.385** 37 или 76 ребят нельзя разделить на 3 одинаковые команды. 36 ребят можно разделить на 3 одинаковые команды.
Применение новых знаний	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	Учитель показывает числа, класс хором отвечает: - 42 (сумма 6⇒ делятся на 3, на 9? Нет) - 99 (сумма 18⇒делятся и на 3, и на 9) 1234 (сумма 10⇒не делится ни на 3, ни на 9) Задание 1. Выпиши числа в два столбика: • Делятся на 3 • Делятся на 9 Числа: 54, 71, 108, 135, 222, 333, 405, 501. Задание 2. Замени звездочку цифрой так, чтобы число	Делятся на 3: 54, 108, 135, 222, 333, 405, 501; Делятся на 9: 54, 108, 135, 333, 405. Задание 2. • 45* (450, 453, 456, 459) • *23 (123, 423, 723, 923) Задача 1. Если код делится на 3 и на 9, то итоговая комбинация должна точно делится на 9. Код состоит из трех чисел, поэтому складываем все

		делилось на 3: • 45* • *23 **Задача 1.** Сейф с тремя дисками. Код от сейфа состоит из тех цифр (от 0 до 9, кроме 000). Известно, что код делится на 3 и на 9 одновременно. Сколько существует возможных кодов? (Подсказка: вспомните, что если число делится на 9, то оно автоматически делится и на 3. **Задача 2**. Петя утверждает: «Любое число, которое оканчивается на 6, делится на 3». Прав ли Петя? Если нет, приведите контрпример. **Задача 3**. Из числа 4 872 951 вычеркнули одну цифру так, что полученное семизначное число стало делится на 9. Какую цифру вычеркнули? **Задача 4**. Запишите наименьшее четырехзначное число, которое делится на 3, но не делится на 9. Все цифры числа должны быть различны . **Задача 5.** Найдите все двузначные числа, которые делятся на 3, а если переставить их цифры, то полученное число будет делиться на 9.	количество чисел от 000 до 999 (не берем 000). 999 : 9 = 111. Ответ: 111 кодов. **Задача 2.** Петя не прав, потому что число, которое делится на 3, должно состоять из суммы цифр, которые делятся на 3. Например, число 16 заканчивается на 6, но сумма цифр = 7, поэтому оно не делится на 3. Задача 3. Сумма цифр исходного числа: 4 + 8 + 7 + 2 + 9 + 5 + 1 = 36. 36 : 9 ⇒ число делится на 9. X – цифра, которую вычеркнули, поэтому (36 – x) должна делится на 9. 36 и x должны делится на 9 ⇒ единственное число, которое делится на 9, это число 9. Ответ: вычеркнули цифру 9. **Задача 4**. Ответ 1023 **Задача 5**. Ответ: 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90, 99
Информация о домашнем задании	Осознание важности закрепления материала, развитие ответственности.	Учитель даёт задание: повторить все признаки делимости, выполнить задание на * и задание **. Задание со *: дано число 342561. Не выполняя деления, ответь: • Делится ли на 3? (Сумма 3+4+2+5+6+1=21⇒) • Делится ли на 9? (21 не делится на 9⇒нет)	Ученики записывают все себе в дневник и задают вопросы

		Задание **. Придумай трехзначное число, которое: • Делится на 3, но не делится на 9; • Делится на 9.	
Рефлексия	Построение речевого высказывания в устной форме. Контроль и оценка своей деятельности в рамках урока	Учитель предлагает оценить свой уровень готовности к контрольной работе по 5-балльной шкале.	Ученики поднимают руку с количеством пальцев, соответствующим оценке. Обсуждаются темы, которые вызвали наибольшие затруднения.

Предмет	Математика
Класс	5
Тип урока	Урок открытия нового знания.
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Сокращение дробей
Цель	сформировать понятие сокращения дроби и несократимой дроби, изучить способы деления числителя и знаменателя на их общий делитель
Задачи	Ввести понятие «сокращение дроби» как деление числителя и знаменателя на общий делитель. Научить находить наибольший общий делитель (НОД) для сокращения дроби. Развивать логическое мышление, математическую речь, внимание и память.
Основные термины, понятия	Числитель, знаменатель.

Планируемый результат	
Находит НОД числителя и знаменателя методом перебора делителей или разложения на простые множители; сокращает дробь пошагово (последовательно деля на общие делители); Сокращает правильные и неправильные дроби.	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности. Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	*Книгопечатная продукция* Математика. 5 класс. Учебник - Виленкин Н.Я., Жохов В.И., Чесноков А.И. и др. (1 часть) *Технические средства обучения* ПК, проектор, интерактивная доска, доска для мела, принтер

Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Формирование навыков самоорганизации и дисциплины.	Учитель приветствует учащихся, настраивает на продуктивную работу.	Приветствуют учителя. Организуют рабочее место. Настраиваются на учебную деятельность.

Актуализация опорных знаний и умений, постановка цели урока	Актуализация опорных знаний необходимых для открытия нового знания, формулировка совместно с учащимися темы урока.	Учитель предлагает вспомнить основное свойство дроби на примере: 1) Привести дробь $\frac{2}{5}$ к знаменателю 20; 2) Выразить $\frac{3}{4}$ в двадцать четвертых долях; 3) Доказать равенство $\frac{2}{3}=\frac{8}{12}$ Задаёт вопрос: «будет ли верно $\frac{2+3}{5+3}=\frac{2}{5}$?» Учитель: Все верно, а теперь давайте вернемся к примеру 3 и попробуем числитель и знаменатель дроби $\frac{8}{12}$ поделить на одно и тоже число Учитель сообщает, что это действие называется сокращением. Учитель: Давайте сформулируем цель урока	Если числитель и знаменатель умножить или разделить на одно и тоже натуральное число, то дробь изменится. 1) $\frac{2}{5}=\frac{2\cdot 4}{5\cdot 4}=\frac{8}{20}$ 2) $\frac{3}{4}=\frac{3\cdot 6}{4\cdot 6}=\frac{18}{24}$ 3) $\frac{2}{3}=\frac{2\cdot 4}{3\cdot 4}=\frac{8}{12}$ Ученики отвечают, что ОСД работает только с умножением и делением всего числителя и всего знаменателя. Ученики отвечают: разделить числитель и знаменатель на 4. Цель: научиться сокращать дроби, используя признаки делимости.
Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний	Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ действий с самопроверкой своих решений по эталону.	Учитель вводит понятие: сократить дробь — значит разделить её числитель и знаменатель на их общий делитель (отличный от 1). Алгоритм сокращения дроби: 1) Записать дробь; 2) Найти, на какое самое большое число делятся и числитель, и знаменатель; 3) Разделить и числитель, и знаменатель на это число; 4) Записать новую дробь. Важно: делить можно только на одно и тоже число. Дробь считается сокращенной, если числитель и знаменатель не	Ученики вместе с учителем сокращают дробь $\frac{12}{18}$ постепенно (на 2, затем на 3) или сразу на НОД (6). Алгоритм фиксируется в тетради.

<table>
<tr><td></td><td></td><td>делятся больше ни на какое общее число (кроме 1).</td><td></td></tr>
<tr><td>Первичная проверка понимания</td><td>Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.</td><td>Учитель проводит устную работу: «Можно ли сократить дробь $\frac{7}{9}$? Почему?», «На какое число можно сократить $\frac{10}{15}$?».</td><td>Ученики аргументируют ответы, используя признаки делимости.</td></tr>
<tr><td>Применение новых знаний</td><td>Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.</td><td>Учитель: задание 1. Перед вами на доске дроби. Рядом – числа. Нужно каждой дроби найти ее «ключ» (число, на которое надо сократить), и записать результат
Задание 2. (Устно) Назовите, какие дроби можно сократить и на сколько? $\frac{8}{12};\frac{15}{20};\frac{9}{15}$.
Задание 3. У каждого на парте карточка своей дробью. Первый вариант сокращает дробь и объясняет второму варианту каждый шаг. Второй слушает, задает вопрос, если непонятно. Потом меняетесь</td><td><table><tr><td>Дробь</td><td>Число для деления</td></tr><tr><td>1) 8/12</td><td>А) 4</td></tr><tr><td>2) 15/20</td><td>Б) 5</td></tr><tr><td>3) 9/15</td><td>В) 3</td></tr></table>Ответ: А – 1; Б –2; В – 3
Задание 2. $\frac{8}{12}=\frac{2}{3};\frac{15}{20}=\frac{3}{4};\frac{9}{15}=\frac{3}{5}$.
Задание 3.
Вариант 1. $\frac{12}{30}=\frac{2}{5}$
Вариант 2. $\frac{14}{21}=\frac{2}{3}$
Для сильных: $\frac{18}{45}=\frac{2}{5};\frac{24}{60}=\frac{2}{5}$</td></tr>
<tr><td>Информация о домашнем задании</td><td>Осознание важности закрепления материала, развитие ответственности.</td><td>Учитель даёт задание: выучить алгоритм сокращения, выполнить номера на сокращение дробей и приведение их к несократимому виду:
$\frac{6}{8},\frac{10}{25},\frac{4}{16},\frac{12}{18},\frac{30}{42},\frac{16}{40}$.</td><td>Ученики записывают все в дневник и задают вопросы по домашнему заданию
$\frac{6}{8}=\frac{3}{4},$
$\frac{10}{25}=\frac{2}{5},$
$\frac{4}{16}=\frac{1}{4},$
$\frac{12}{18}=\frac{2}{3},$
$\frac{30}{42}=\frac{5}{6},$
$\frac{16}{40}=\frac{2}{5}.$</td></tr>
</table>

Рефлексия	Умение анализировать свою деятельность на уроке, оценивать степень усвоения материала.	Учитель просит поднять руку тех, кто понял, как находить НОД для сокращения. Задаёт вопрос: «Что было самым трудным?».	Ученики высказываются, учитель комментирует.

Олимпиадные задачи для 5 класса по теме: «Действие деления»

1) Существует ли такое трехзначное число, которое в 5 раз больше произведения своих цифр?

Решение**:** Пусть число abc = 100a + 10b + c. Условие: $5 \cdot a \cdot b \cdot c = 100a + 10b + c$. Если права часть делится на 5, то и левая тоже будет делится на 5. Тогда нужно воспользоваться признаком делимости на 5 (если число оканчивается на 0 или 5, то оно делится на 5) ⇒ в итоговом варианте число будет заканчиваться 0 или 5. Число c – последнее ⇒ оно может быть либо 0, либо 5. Если $c = 0$, то левая часть будет равна 0 ⇒ число не будет трехзначным (противоречием с условием задачи) ⇒ $c \neq 0$. Предположим, что $c = 5$, тогда $25 \cdot a \cdot b = 100a + 10b + 5$. Левая часть делится на 5, а правая часть заканчивается 5, поэтому $(100a + 10b + 5) : 5$. Проверим малые значения. Перебором (в уме), при $a = 1$, $b = 7$ получаем 175 (так как $175 = 5 \cdot 1 \cdot 7 \cdot 5$).

2) (Московская олимпиада) Найдите все двузначные числа, которые делятся на сумму своих цифр ровно в 4 раза.

Решение**:** Пусть число $10a + b$. По условию: $10a + b = 4 \cdot (a + b)$. Нужно раскрыть скобки: $10a + b = 4a + 4b \Rightarrow 6a = 3b \Rightarrow b = 2a$. То есть вторая цифра ровно вдвое больше первой. Перебираем первую цифру a от 1 до 4 (иначе b станет двузначной): $a = 1 \Rightarrow b = 2 \Rightarrow 12$, $a = 2 \Rightarrow b = 4 \Rightarrow 24$, $a = 3 \Rightarrow b = 6 \Rightarrow 36$, $a = 4 \Rightarrow b = 8 \Rightarrow 48$. Проверяем: $12 : 3=4$, $24 : 6=4$, $36 : 9= 4$, $48 : 12 = 4$ (верно). Ответ: 12, 24, 36, 48.

3) (Олимпиада «Кенгуру») Двузначное число разделили на сумму его цифр. Получили частное 6 и остаток 3. Найдите это число.

Решение: Пусть число $10a + b = 6 \cdot (a + b) + 3$, где a (от 1 до 9), b (от 0 до 9) – формула деления с остатком. При раскрытии скобок: $10a + b = 6a + 6b + 3$. Нужно упростить выражение и выразить 4a, чтобы выражение делилось на 4: $4a – 5b = 3 \Rightarrow 4a = 5b + 3$ (4a : 4). Теперь перебираем все возможные варианты b: b = 1 : 5 + 3 = 8 (делится на 4) ⇒ a = 2 (получили число 21). b = 5 : 25 + 3 = 28 (делится на 4) ⇒ a = 4 (получили число 75)

4) В числе 6 128 437 вычеркнули две цифры так, что полученное пятизначное число разделилось на 9. Какое наибольшее число могло получиться?

Решение: Сумма цифр исходного числа: 6 + 1 + 2 + 8 + 4 + 3 + 7 = 31. Максимальное пятизначное число, которое можно сложить из цифр числа 8764 (сумма 25) не делится на 9. Дальше мы просто перебираем комбинации и находим нужную для нас – 7632. Сумма ее цифр равна 18 (18 : 9), но нельзя будет вычеркнуть только две цифры, чтобы его получить. Поэтому перебираем дальше, пока не дойдем до числа 8 721 (нужно вычеркнуть 6, 4, 3). Проверка: сумма цифр 8 + 7 + 2 + 1 = 18. Ответ: да, это возможно

5) При делении числа 445 на натуральное число n получили остаток 3. Найдите все возможные значения n.

Решение: $445 = n \cdot k + 3$, где k – целое неотрицательное, а остаток $3 < n$. Если перенести, то получим $445 = n \cdot k = 445 – 3 = 442$. Значит, n – делитель числа 442, причем, $3 < n$ (так как остаток 3). Разложим 444 на множители $442 = 2 \cdot 13 \cdot 17$. Если отобрать все возможные делители, которые больше 3 (они могут быть составными, но должны делиться на 2, 13, 17). Таким образом, мы получаем, 13, 17, 26 ($2 \cdot 13 = 26$), 34 ($2 \cdot 7 = 34$), 221 ($17 \cdot 13 = 221$), 442 ($17 \cdot 13 \cdot 2 = 442$). Ответ: 13, 17, 26, 34, 221, 442.

Олимпиадные задачи для 5 класса на тему: «Делители и кратные»

1) Найдите наименьшее натуральное число, у которого ровно 8 делителей (включая 1 и само число)

Решение: Если разложить число на простые множители: $N = p_1^{k1} \cdot p_2^{k2} ...$, то количество делителей = $(k_1 + 1)(k_2 + 1)…$ Нам нужно, чтобы произведение равнялось 8. $8 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \Rightarrow$ три простых в первой степени $\Rightarrow N = p \cdot q \cdot r$. Наименьшее: $2 \cdot 3 \cdot 5 = 30$. Таким образом, мы перебираем все возможные варианты и выбираем самое маленькое число. Ответ: 24.

1) (Олимпиада «Кенгуру») Найдите наибольшее натуральное число, которое делит и 180, и 126 и при этом не делится на 3.

Решение: Нужен наибольший общий делитель, но с условием, чтобы не делилось на 3. Найдём НОД (180, 126) = 18. 18 делится на 3. Нам нужно наибольшее число, которое делит оба числа, но не кратно 3. Это значит, из НОД нужно убрать все множители 3. Таким образом, оставляем только 2. Ответ: 2

2) (Московская олимпиада, 5 класс) Число N при делении на 5 даёт остаток 3, при делении на 7 даёт остаток 4, при делении на 11 даёт остаток 6. Найдите наименьшее такое натуральное N.

Решение: Запишем условие: $N = 5a + 3 = 7b + 4 = 11c + 6$. Прибавим к N число 2, получим $N + 2 = 5a + 5 = 5(a + 1)$ – кратно 5. $N + 2 = 7b + 6$ – не кратно 7 (не подходит). Самый большой делитель – 11. Числа, дающие остаток 6 при делении на 11: 6, 17, 28, 39… Проверяем остаток от деления на 5 (должен быть 3): $193 : 5 = 38 \cdot 5 + 3$ – подходит. Проверяем остаток от деления на 7 (должен быть 4): $193 : 7 = 27 \cdot 7 + 4$ – подходит. Первое совпадение – 193. Ответ: 193.

3) Найдите все натуральные числа, которые равны сумме всех своих собственных делителей (всех, кроме самого числа). Такие числа называются совершенными. Найдите хотя бы одно трёхзначное.

Решение: Собственные делители 6: 1, 2, 3. Их сумма = 6. Это первое совершенное число. Следующее 28: делители 1, 2, 4, 7, 14. Сумма равна 28. Третье, 496с делителями: 1, 2, 4, 8, 16, 31, 62, 124, 248. Сумма равна 496. Ответ: 28 и 496.

4) У Пети есть 100 монет. Он хочет разложить их в несколько конвертов так, чтобы любую сумму от 1 до 100 монет можно было выдать, не вскрывая конверты (каждый конверт либо отдаётся целиком, либо не отдаётся). Какое наименьшее количество конвертов ему потребуется?

Решение: Это задача про двоичную систему. Конверты должны содержать степени двойки: 1, 2, 4, 8, 16, 32, 64… Сумма 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 64 = 127. Слишком много (по условию у нас всего лишь 100 монет). Возьмем ту же сумму, но без последнего числа и добавим 37 дот числа 100: 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 + 37 = 100. Количество конвертов: 7 (1, 2, 4, 8, 16, 32, 37). Ответ: 7 конвертов.

Олимпиадные задачи для 5 класса по теме: «Простые и составные числа»

1) Может ли сумма двух простых чисел быть простым числом? Если да, то приведите пример.

Решение: Простые числа: 2, 3, 5, 7, 11… Если оба числа нечётные, то их сумма чётная (например, 3 + 5 = 8 – чётное число). Число будет составным и больше 2. Но если мы возьмём одно из двух простых чисел 2, то итоговый ответ будет простым и нечётным. Например, 2 + 5 = 7 (простое). Ответ: да, например, 2 + 5 = 7.

2) (Олимпиада «Кенгуру») Простое число p представили в виде разности квадратов двух натуральных чисел: $p = a^2 - b^2$. Докажите, что p нечётное и найдите все такие a, b.

Решение: $a^2 - b^2 = (a - b)(a + b)$. Так как p простое, один из множителей равен 1, другой равен p. $a - b = 1$, $a + b = p$. Если их сложить, то получим $2a = p + 1 \Rightarrow a$

$= \frac{p+1}{2}$, $b = \frac{p-1}{2}$. Чтобы b было натуральным, p должно быть нечётным. Например, $p = 7 \Rightarrow 7 = 4^2 - 3^2$.

3) (Московская олимпиада) Докажите, что число 1001 составное, не выполняя деления уголком.

Решение: $1001 = 1000 + 1 = 10^3 + 1$. Используя формулу, $x^3 + 1 = (x + 1)(x^2 - x + 1)$. При $x = 10$: $1001 = (10 + 1)(100 - 10 + 1) = 11 \cdot 91$. $91 = 7 \cdot 13$, значит, $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13$. Ответ: $1001 = 7 \cdot 11 \cdot 13 \Rightarrow$ составное.

4) Простые числа 5, 7 и 11 интересны тем, что каждое следующее на 2 больше предыдущего (5, 7 , 11 – нет, 11 – 7 = 4) . Найдите три простых числа, каждое из которых ровно на 6 больше предыдущего.

Решение: Нужны p, p + 6, p + 12 (они все простые). Проверим остатки при делении на 5. Любое простое $p > 5$ оканчивается на 1, 3, 7, 9. Перебираем самые маленькие значения p. P = 5: 5, 11, 17 ⇒ все простые ⇒ (5, 11, 17). P = 7: 7, 13, 19 ⇒ все простые ⇒ (7, 13, 19). P = 11: 11, 17, 23 ⇒ все простые ⇒ (11, 17, 23). Ответ: . (5, 11, 17), (7, 13, 19), (11, 17, 23).

5) (Олимпиада «Авангард») Простые числа p и c таковы, что p + c = 100. Найдите все такие пары.

Решение: p + c = 100 (чётное). Если оба нечётные, сумма чётная (подходит). Если одно 2, то другое 98 (98 не простое). Значит, оба нечётные. Перебирая нечётные простые до 50, находим пары. Ответ: (3, 97), (11, 89), (17, 83), (29, 71), (41, 59), (47, 53).

Олимпиадные задачи для 5 класса по теме: «Признаки делимости на 2, 5, 10»

1) (Олимпиада «Авангард») Докажите, что сумма чётного и нечётного числа нечётна, а произведение должно быть чётно.

Решение: Если число чётно, то будет 2a. Если число нечётное, то будет 2c + 1. Если сложить эти два числа, то получится нечётное: 2a + (2c + 1) = 2(a + c) + 1

(нечётная). А если рассмотреть произведение, то $2a \cdot (2c + 1) = 2 \cdot (a \cdot (2c + 1))$. Вынесли 2 за скобку, чтобы доказать чётность произведения (если число делится на 2, то оно чётное). Тем самым мы доказали, что произведение чётное. Ответ: доказано.

2) Двузначное число умножили на 5. Результат оканчивается на 0. Чему может равняться исходное число?

Решение: Используя признак делимости на 5 (число делится на 5, если оканчивается на 0 и 5), число, которое оканчивается 0 будет чётным (признак делимости на 2). Но если число чётное, то при умножении на 5 даёт на конце 0, а вторая цифра результата определяется. Ответ: Все чётные двузначные числа (10, 12, 14, …, 98).

3) (Всероссийская олимпиада, 5 класс) найдите последнюю цифру числа $7^{2024} + 3^{2024}$.

Решение: Найдем циклы последних цифр 7: $7^1 = 7$, $7^2 = 49$, $7^3 = 343$, $7^4 = 2401$ (цикл 4). Теперь найдем количество повторов этого цикла: $2024 : 4 = 506$ (остаток 0) $\Rightarrow$ последняя цифра 1. Найдем циклы последних цифр 3: $3^1 = 3$, $3^2 = 9$, $3^3 = 27$, $3^4 = 81$ (цикл 4). Теперь найдем количество повторов этого цикла: $2024 : 4 = 506$ (остаток 0) $\Rightarrow$ последняя цифра 1. Сумма последних цифр: $1 + 1 = 2$. Ответ: 2.

4) Докажите, что произведение пяти последовательных натуральных чисел всегда делится на 10.

Решение: Среди любых пяти последовательных чисел есть хотя бы одно число, кратное 2 (чётное), и хотя бы одно, кратное 5 (оканчивается на 0 или 5). Значит, в произведении есть множитель 2 и множитель 5 $\Rightarrow$ есть множитель 10. Следовательно, произведение делится на 10. Ответ: верно.

5) Может ли сумма двух чисел, каждое из которых не делится на 10, делиться на 10? А разность? Приведите примеры.

Решение: Верно для суммы (например, 3 + 7 = 10, 3 не делится на 10, 7 не делится на 10). Верно для разности (например, 13 – 3 = 10, 13 не делится на 10, 3 не делится на 10). Достаточно, чтобы сумма последних цифр давала 10 (для суммы) или разность последних цифр давала 0 (для разности). Ответ: да, может, например, 13 – 3 = 10, 3 + 7 = 10.

Олимпиадные задачи для 5 класса по теме: «Признаки делимости на 3, 9»

1) Докажите, что если из любого трёхзначного числа вычесть сумму его цифр, то результат всегда будет делится на 9.

Решение: Запишем трехзначное число как 100a + 10b + c, где a, b, c – числа. Сумма его цифр = a + b + c. Вычитаем: (100a + 10b + c) – (a + b + c) = 99a + 9b = 9 · (11a + b). Получили произведение 9 на целое число. Значит, разность делится на 9.

2) В числе 123456789101112…979899 вычеркните 100 цифр так, чтобы оставшееся число было наибольшим из возможных и при этом делилось на 9.

Решение: Длина исходного числа: однозначных чисел – 9, двузначных (от 10 до 99) – 90 чисел, но, так как двузначные числа состоят из двух цифр, то умножаем на 2 ⇒ 90 · 2 = 180. Таким образом, всего чисел 9 + 180 = 189. Вычеркиваем 100 цифр по условию задачи: 189 – 100 = 89. Теперь, по условию задачи, число должно делиться на 9 (для этого сумма цифр должна делиться на 9). Для этого складываем пары чисел: (1 + 99), (2 + 98), … Таким образом, каждая пара равна 100. Таких пар 49 · 100 + 50 = 4950 (сумма чисел). Для подсчёта суммы цифр нужно считать через разряды. В разряде единиц (цифры от 0 до 9) повторяются 10 раз, поэтому 10 · (0 + 1 + … + 9) = 10 · 45 = 450. Для подсчёта в разряде десятков: 10 · (0 + 1 + … + 9) = 10 · 45 = 450. Общая сумма цифр 450 + 450 = 900, 900 : 9 = 100 ⇒ число делится на 9.

3) (Олимпиада «Кенгуру») Петя записал на доске число N = 111…111 (81 единица). Вася стер несколько цифр (хотя бы одну) и получил новое число, которое тоже состоит только из единиц, но короче. Оказалось, что новое число делится на 9. Сколько цифр мог стереть Вася? Найдите все возможные варианты.

Решение: Исходное число состоит из 81 единиц, поэтому сумма цифр равна 81 (81 : 9 = 9). После стирания получиться число (k), которое меньше 81. Сумма цифр так же равна k, потому что состоит из k. Если мальчик стер хотя бы одну цифру, то стерто от 1 до 80 цифр ⇒ k может быть от 1 до 80. K должно делится на 9: 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72. Ответ: Вася мог стереть 9, 18, 27, 36, 45, 54, 63, 72.

4) (Московская олимпиада, 5 класс) Существует ли такое натуральное число, которое при делении на 3 даёт остаток 1, а при делении на 9 даёт остаток 5? Если да, то приведите пример; если нет, то докажите это.

Решение: Пусть N – число, тогда N = 9m + 5 (деление на 9 с остатком 5). Число N должно делится на 3 и давать остаток 1, поэтому (9m + 5) : 3 (mod 1) – противоречие, так как 9m : 3, но 5 : 3 = 1 (mod 2), а требуется остаток 1. Ответ: это невозможно.

5) (Уровень математической регаты) Докажите, что если из любого трёхзначного числа вычесть трёхзначное число, записанное теми же цифрами в обратном порядке, то сумма будет делится на 9.

Решение: Пусть трехзначное число: 100a + 10b + c, а в обратном порядке 100c + 10b + a. Их разность: (100a + 10b + c) – (100c + 10b + a) = 99a – 99c = 99(a – c) = 9 · 11 · (a – c) ⇒ делится на 9.

Олимпиадные задачи для 5 класса по теме: «Сокращение дробей»

1) Докажите, что дробь $\frac{n^2+n}{n^2-n}$ можно сократить при любом натуральном n > 1.

Решение: Разложим числитель и знаменатель на множители: $n^2 - n = n(n-1)$, $n^2 + n = n(n+1)$, тогда дробь имеет вид $\frac{n(n+1)}{n(n-1)} = \frac{n+1}{n-1}$. Общий множитель n есть всегда (при $n > 1$), поэтому дробь сократима. Ответ: доказано.

2) (Олимпиада «Кенгуру») После сокращения дроби $\frac{a}{b}$ получили $\frac{5}{7}$. Найдите исходную дробь, если известно, что $a + b = 120$.

Решение: пусть $\frac{a}{b} = \frac{5k}{7k}$ после сокращения на k, тогда $a = 5k$, $b = 7k$, $a + b = 5k + 7k = 12k = 120 \Rightarrow k = 10$. Исходная дробь $\frac{5 \cdot 10}{7 \cdot 10} = \frac{50}{70}$. Ответ: $\frac{50}{70}$.

3) Сократите дробь $\frac{2^5 \cdot 3^4 \cdot 5^2}{2^3 \cdot 3^5 \cdot 5^4}$.

Решение: Сокращаем одинаковые основания с разными показателями (вычитаем степени): по основанию 2: $5 - 3 = 2 \Rightarrow$ остаётся 2^2, по основанию 3: $4 - 5 = -1 \Rightarrow$ остаётся $3^{-1} = \frac{1}{3}$, по основанию 5: $2 - 4 = -2 \Rightarrow$ остаётся $5^{-2} = \frac{1}{25}$, $\frac{2^2}{3 \cdot 25} = \frac{4}{75}$. Ответ: $\frac{4}{75}$.

4) Сократите дробь $\frac{1001}{2002}$, не вычисляя произведение полностью.

Решение: Заметим, что $2002 = 1001 \cdot 2$. Действительно: $1001 \cdot 2 = 2002$. Следовательно $\frac{1001}{2002} = \frac{1001}{1001 \cdot 2} = \frac{1}{2}$. Ответ: $\frac{1}{2}$

5) Найдите значение выражения (сократите перед умножением): $\frac{12}{25} \cdot \frac{35}{36}$. (Ответ: $\frac{7}{15}$)

Решение: Сокращаем числители с знаменателями «крест-накрест»: 12 и 36: делятся на 12 $\Rightarrow$1 и 3; 35 и 25: делятся на 5 $\Rightarrow$7 и 5. Получаем: $\frac{1}{5} \cdot \frac{7}{3} = \frac{7}{15}$. Ответ: $\frac{7}{15}$.

2.2 интерактивная игра для 6 класса по математике по теме: «Делимость»

Название игры	«Машина времени: Код делимости»	
Цель	Собрать и запустить машину времени, успешно пройдя все исторические станции, применив знания о делимости чисел (НОД, НОК, признаки делимости)	
Задачи	- Закрепить умение находить НОД чисел разными способами (разложение на множители, алгоритм Евклида); - Отработать признаки делимости; - Научиться различать простые и составные числа, четные и нечетные; - Освоить нахождение НОК в практической задаче.	
Суть игры	Данная игра будет разделена на несколько станций, каждая из который будет относиться к определенному промежутку времени, затрагивая факты из истории. Такая игровая деятельность поможет учителю не только отработать учебный материал, но и познакомит с всеобщей историей. (Рекомендуемое количество команд - 3) Настольная игра начинается с того, что Пин собирает машину времени, но детали (шестеренки) подходят только если у них есть общий секретный код — НОД.	
Этапы	Действие учителя	Действие ученика
Организационный этап	Учитель приветствует учеников и организует их рассадку по командам	Ученики выполняют просьбы учителя
Основной этап	Математическая тема: Разложение на простые множители и НОД (наибольший общий делитель). Цель станции: собрать машину времени с помощью шестеренок, которые нужно вложить в «ленту». Правила: Задание 1. (Маленькая шестеренка) Выдаются пары чисел: 1 команда - (12 и 18), 2 команда - (24 и 36), 3 команда - (15 и 20). Нужно разложить их на «атомы» (простые числа), как Лосяш разлагает вещества. Задание 2. (Большая шестеренка) Помните, древнегреческий математик Евклид тоже искал общую меру. Вот вам задача по-евклидовски: 1 команда - НОД(168, 180), 2 команда - НОД(96, 132), 3 команда - НОД(60, 205). Задание 3. Пифагорейцы считали	(Каждая команда получает пустую ленту (длинная полоска с тремя круглыми вырезами). После выполнения команда получает шестеренки и вкладывает их в ленту. Всего 3 шестеренки на одну команду: 1 большая, которые даются за более сложные задания, и 2 маленьких, за выполнение упрощенных заданий. Машина запускается после того, как в ленте будут 3 шестеренки) 1 команда - НОД(168, 180), 2 команда - НОД(96, 132), 3 команда - НОД(60, 205). Дети сортируют числа на

	простые числа «мужскими», а составные — «женскими». Как только машину времени собрали, нужно переходить к следующей станции. Станция 1. Средневековые времена. Математическая тема: Признаки делимости на 2, 3, 5, 9, 10. Ведьма Исмиральда заколдовала короля и его замок: чтобы открыть ворота замка, нужно разрядить магические «числовые плиты». Фишки выпадают только на числа, которые делятся на заданный делитель. Правила: · Класс делится на «Религиозные рыцарей» и «Светских рыцарей». · На экране (или на карточках) появляются числа: 45, 72, 130, 81, 55, 240 (числа могут быть изменены по желанию учителя). · Ведущий (учитель) кричит: «Атака ведьмы! Признак делимости на 3!» 3. Игра «Ледниковый период» Математическая тема: Признаки делимости на 4, 6, 8, 11. Легенда: Чтобы добраться до перевала, нужно пройти «Тропу делимости». Каждая кочка — число. Если число не подходит по признаку — ловушка. Как играть (активная игра): · На полу разложены листы с числами: 36, 48, 50, 52, 68, 70, 100. · Учитель: «Первый игрок прыгает только на числа, которые делятся на 4». · Историческая вставка: «А знаете ли вы, что в Вавилоне 4000 лет назад уже умели делить на 4? Проверьте число 1248».(Команде будут давать за выполнение 3 балла) 4. Современный мир (миссия невыполнима). Математическая тема: Признаки делимости на 3 и 9 (сложные случаи) + НОК. Легенда: Чтобы обезвредить бомбу злодея, агенты должны найти момент	«мужские» (простые) и «женские» (составные). Общее задание для всех команд: (2,5,45,39,44,11,17) Ученики должны физически перепрыгнуть (или наступить) только на правильные числа. Задача команд: одновременно пишут на планшетах только те числа, которые подходят. Побеждает та, у которой больше правильных ответов и меньше ошибок Ученики должны физически перепрыгнуть (или наступить) только на правильные числа.

	времени, когда сигналы совпадут. Сигнал 1 гудит раз в 4 минуты, Сигнал 2 — раз в 6 минут. Задание: · Найти НОК(4,6) — через сколько минут взрыв? 5. Эпоха Возрождения Леонардо да Винчи- итальянский художник, учёный, инженер и математик — одна из ключевых фигур Высокого Возрождения. Он активно изучал теорию перспективы, пропорции, анатомию и другие аспекты, которые считал важными для искусства. Математическая тема: Четные/нечетные, делимость на 2. Игра «Палитра уравнений» Эта игра является достаточно эффективным методом совершенствования умений и навыков в теме теории делимости. Каждый ученик работает самостоятельно, активно и увлеченно. Задача, соединить кружочки разных цветов с ответами да/нет с палитрой. 1. 24 – чётное? (Да) 2. 13 – чётное? (Нет) 3. 100 – делится на 2? (Да) 4. 37 – чётное? (Нет) 5. Сумма 12+18 – чётная? (Да, 30) 6. 0 – чётное? (Да, обычно дают как каверзный вопрос) 7. 2 – составное? (Нет)	Мульти-фрагмент: Картинка «Секретной комнаты» с числами на стене. Нужно стереть те, которые не делятся на 5 (ложные улики). Ученики получают макеты палитр, созданные заранее учителем. Только вот добавить красок в палитру должен каждый ребенок самостоятельно, так как на местах, где должна быть краска утверждения по теории делимости. Решая их, ученик находит среди цветных кружков (полученных от учителя вместе с палитрой) кружочек с нужным ответом. После чего крепит его на двухсторонний скотч на место высказывания. Таким образом, ребенок сам создает палитру.
Заключительный этап	Подсчет баллов и выдача призов	

2.3 Внеклассное мероприятие по математике по теме: «Признаки делимости на 4 и 11»

Предмет	Математика
Класс	5
Технология построения мероприятия	Системно-деятельностный подход
Тема	Признаки делимости на 4 и 11
Цель	В игровой форме закрепить признаки делимости на 4 и 11, развивать логику и командную работу
Задачи	- Познакомить учащихся с понятием признак делимости на 4 и 11; - Развивать логическое мышление, умение применять правила делимости. - Воспитывать интерес к математике.
Основные термины, понятия	Признаки делимости

Планируемый результат	
Предметные умения Учащиеся научатся понимать понятие делимости числа на другое число, объясняя, что означает делимость без остатка. Также учащиеся научатся анализировать конкретное число, чтобы определить его делимость, рассматривая последние цифры, сумму цифр и делая логические выводы. В ходе урока они смогут объяснять свои действия при проверке делимости, последовательно и логично обосновывая свои	Личностные УУД: формирование ответственного отношения к учению, готовности и способности обучающихся к саморазвитию и самообразованию на основе мотивации к обучению, умение контролировать процесс и результат учебной деятельности Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение Познавательные УУД: находить информацию в различных источниках, уметь извлекать из математических текстов необходимую информацию, понимать и использовать математические средства наглядности.

решения.	Коммуникативные УУД: работать в группе, формулировать и отстаивать свое мнение.
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная.	Книгопечатная продукция Математика 5 класс (авторы: Виленкин Н.Я., Дорофеев Г.В., Мерзляк А.Г. и др.). Секундомер, меловая доска, жетоны за правильные ответы, приз

Технология изучения

Этапы урока	Планируемые результаты обучения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный	Создание благоприятного психологического настроя на работу, актуализация мыслительной деятельности для восприятия нового материала.	Учитель приветствует класс, делит на 2 – 3 команды (по рядам или по желанию). Объясняет легенду и правила. Каждое задание оценивается в 1 – 2 балла. В конце подведём итоги. Легенда: Вы – агенты секретной лаборатории. Злой компьютер зашифровал важные числа и стер признаки делимости, чтобы восстановить базу данных, нужно пройти 4 испытания. За каждое испытание выдаётся часть кода доступа.	Приветствуют учителя. Слушают, делятся на команды придумывают короткое название команды (1 минута).
Открытие нового знания, первичное усвоение новых знаний	Организация самостоятельного изучения и выполнения каждым учащимся заданий на новый способ действий с самопроверкой своих решений по эталону.	Учитель выдаёт карточки с числами: Колонка А (делятся на 4): 16, 44, 72, 88, 104, 120; Колонка Б (не делятся на 4): 23, 51, 90, 111, 123. Учитель задаёт наводящие вопросы: - Посмотрите на	В командах ищут, что общего у чисел из первой колонки и чего нет во второй. Замечают что в первой колонке две последние цифры образуют числа 16, 44, 72, 88, 04, 20 – все они делятся на 4.

		последние две цифры. Что вы заметили? Дальше идёт формулировка признака делимости на 4, но ученики должны сами прийти к нему, учитель лишь направляет.	Формулируют: нужно посмотреть на последние две цифры. Если они образуют число, которое делится на 4, то и всё число делится. Записывают в тетрадь.
Первичная проверка понимания	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция.	Учитель выдаёт числа, которые делятся на 11 (121, 132, 253, 341, 495, 1001) и не делятся (123, 245, 362, 478, 500). Проверяют другие числа: 132 ⇒ 1 + 2 = 3 т. д. учитель записывает признак на доске.	В командах пытаются найти закономерность. Учитель даёт подсказку: Посмотрите на сумму перового и третьего чисел. Раскладывают каждое число на цифры. Делают вывод: если сумма цифр, стоящих на первом и третьем месте, равна второй цифре, то все число делится на 11
Применение новых знаний	Планирование деятельности для решения поставленной задачи, контроль полученного результата и его коррекция	Задание 1. Рассмотрим числа 31224, 12800, 45614. Докажите, что эти числа делятся на 4 и сделайте проверку делением столбиком. Задание 2. Какие из чисел 7604, 345, 822, 5678, 8756, 300 делятся на 4? Докажите это и сделайте проверку делением столбиком. Если число не делится на 4, то на что оно делится? Задание 3. Проверьте, делятся ли числа 105787, 2695, 1111, 235, 521 на 11?	Задание 1. 31224 : 4 = 7804 – делится, 12800 : 4 = 3200 – делится, 45614 : 4 = 11403 (ост. 2) – не делится Задание 2. 7604 : 4 = 1901, 345 : 5 = 69, 822 : 2 = 411, 5678 : 2 = 2839, 8756 : 4 = 2189, 300 : 4 = 75. Задание 3. 105787 : 11 = 9617, 2695 : 11 = 245, 1111 : 11 = 101, 235 не делится на 11, 521 не делится на 11.
Рефлексия	Построение речевого высказывания в	Учитель организует рефлексию. Учитель: я предлагаю вам закончить предложение:	Учащиеся заполняют пропуски так, как они считают нужным.

	устной форме. Контроль и оценка своей деятельности в рамках урока.	- Мне на уроке понравилось … - Мне показалось трудным … - Я бы еще хотел выполнить … - Главным результатом считаю …	

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполнения выпускной квалификационной работы были последовательно рассмотрены теоретические и практические аспекты изучения темы «Делимость» в школьном курсе математики для 5–6 классов.

На первом этапе были исследованы ключевые понятия и определения, касающиеся делимости целых чисел: делитель, кратное, наибольший общий делитель, наименьшее общее кратное, а также алгоритм Евклида для вычисления НОД, уделено внимание историческому аспекту.

Далее был проведён анализ существующих учебных программ, в том числе Федеральной рабочей программы (ФРП), на предмет включения темы делимости в содержание учебного курса математики для 5 и 6 классов. Обозначены ключевые задачи обучения: формирование базовых математических понятий, развитие познавательной активности, логического мышления, критического отношения к результатам вычислений, а также освоение связанных с делимостью тем — делители и кратные, простые и составные числа, признаки делимости и операции разложения на множители.

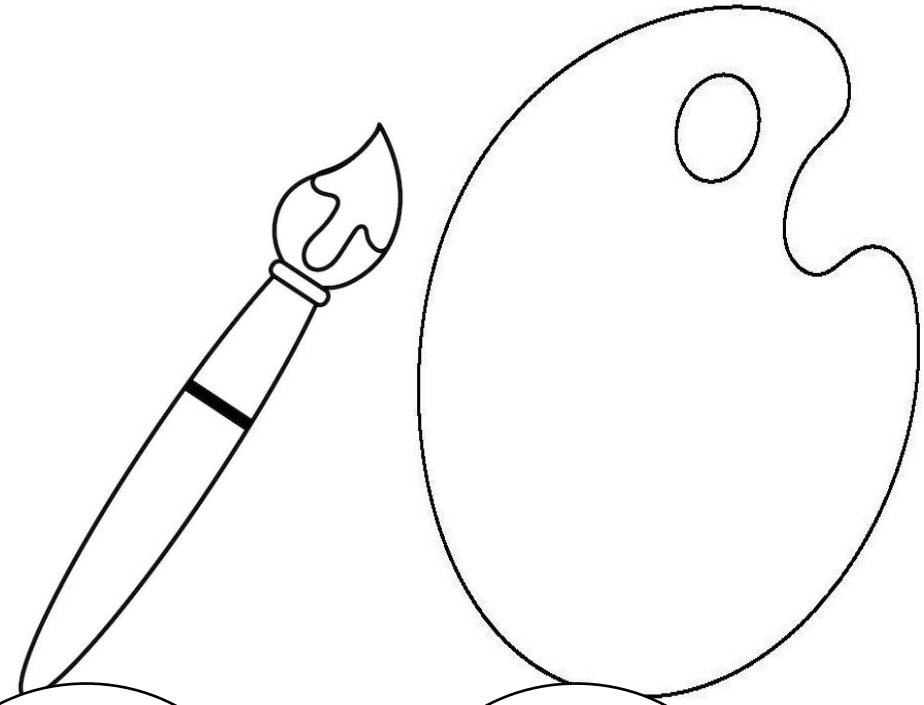
Были разработаны технологические карты уроков с учетом возрастных особенностей обучающихся и применением различных технологий обучения.

Таким образом, все задачи исследования выполнены. Цель работы достигнута.

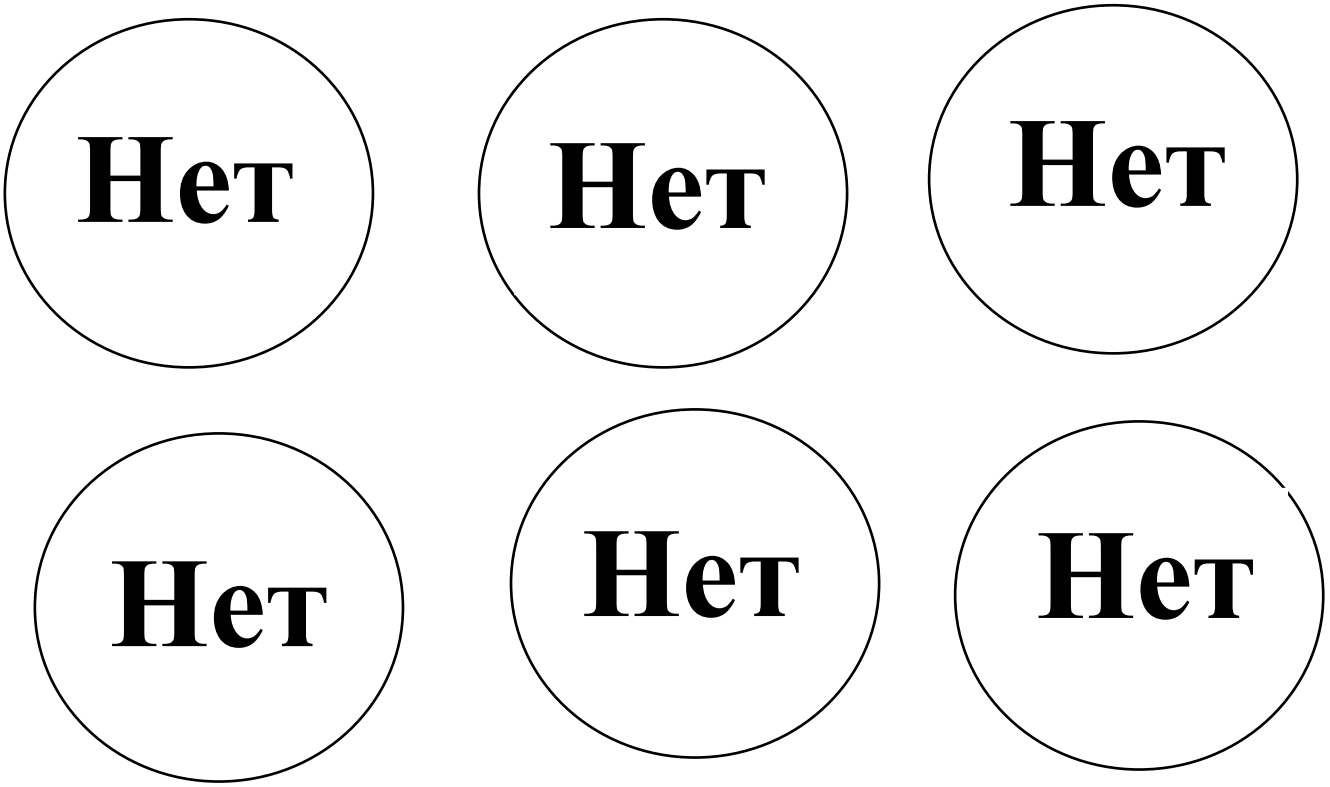
СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Бродский Я. С., Павлов А. Л. Делимость натуральных чисел. Пособие для дополнительного изучения математики обучающимися 5-6 классов. 1-е изд., М. : Просвещение, 1990, 95 с.
2. Виленкин Н. Я., Жохов В. И., Чесноков А. С., Шварцбурд С. Математика. 6 класс. М. : Просвещение, 2021, 288 с.
3. Дорофеев Г. В., Суворова С. Б., Бунимович Е. А. Математика. 5 класс. М. : Просвещение, 2022, 96 с.
4. Дорофеев Г. В., Суворова С. Б., Бунимович Е. А. Математика. 6 класс. М. : Просвещение, 2022, 96 с.
5. Депман И. Я., Виленкин Н. Я. За страницами учебника математики: Пособие для учащихся 5-6 классов средних школ. М. : Просвещение, 1989, 287 с.
6. Зубарева И. И., Мордкович А. Г. Математика. 5 класс. М. : Мнемозина, 2016, 264 с.
7. Зубарева И. И., Мордкович А. Г. Математика. 6 класс. М. : Мнемозина, 2016, 264 с.
8. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Математика. 5 класс М. : Просвещение, 2020, 280 с.
9. Мерзляк А. Г., Полонский В. Б., Якир М. С. Математика. 6 класс. М. : Просвещение, 2020, 280 с.
10. Муравин Г. К., Муравина О. В. Математика. 6 класс. М. : Дрофа, 2020, 320 с.
11. Тимофеева Е. В. Справочник по математике для 5-6 классов. М. : Эксмо, 2024, 352 с.
12. Чесноков А. С., Нешков К. И. Сборник задач и упражнений по математике для 5-6 классов. М. : Академкнига, 2022, 160 с.

ПРИЛОЖЕНИЯ



Да	**Да**	**Да**
Да	**Да**	**Да**
Да	**Да**	**Нет**


Нет
Нет
Нет
Нет
Нет
Нет

Команда №___

Команда №___

Команда №___

Шестеренки

24 чётное?

13 чётное?

100 делится на 2?

рмулы.

37 чётное?

Сумма 12+18 – чётная?

0 чётное?

2 составное?

Сумма 12+18 – чётная?

0 чётное?

37 чётное?

2 составное?

100 делится на 2?

13 чётное?

24 чётное?

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В. Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 «Педагогическое образование»
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«12» 09 2025 г.
Паньженский В.И.

Задание

по ВКР студента Магеррамовой Лейлы Хафисовны
(ФИО полностью)

Тема работы «Методические аспекты изучения темы «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5-6 классов»

Утверждена приказом по Университету от «25» 09 2025 г. № 1103/0

Срок сдачи студентом законченной работы «01» 06. 2026

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Изучение и анализ литературы по теме исследования	Октябрь – ноябрь 2025 г.	Выполнено
2.	Определение цели обучения и места теории делимости в школьном курсе математики 5 – 6 классов	Ноябрь – декабрь 2025 г.	Выполнено
3.	Анализ методики изучения вопросов теории делимости	Январь 2026 г.	Выполнено
4.	Анализ Федеральной рабочей программы по математике для 5 – 6 классов	Февраль – март 2026 г.	Выполнено
5.	Разработка технологических карт урока по темам теории делимости 5 класса	Март – апрель 2026 г.	Выполнено
6.	Разработка интерактивной игры и внеклассного мероприятия урока для 6 класса	Апрель 2026 г.	Выполнено
7.	Оформление библиографического списка	Май 2026 г.	Выполнено
8.	Оформление работы, подготовка презентации и выступления	Май – июнь 2026 г.	Выполнено

Дата выдачи задания «11» 09 2025 г.

Руководитель _____ _Сорокина М. В._
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению
_____ ____Магеррамова Л. Х____
(подпись) (Ф.И.О.)

И.о. ректора Пензенского
государственного университета
Васину С.М.
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Магеррамовой Лейлы Хафисовны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Магеррамова Лейла Хафисовна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему: «Методические аспекты изучения темы «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5-6 классов», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

Магер
подпись
16.05.2026
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 16.05.2026
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР _____ М.В. Сорокина
подпись И.О.Ф.

Протокол
проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему
«Методические аспекты изучения темы «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5-6 классов»
студентки 4 курса Магеррамовой Лейлы Хафисовны
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Сорокина Марина Валерьевна

Отчет о проверке

Автор: Магеррамова Лейла Хафисовна

Название документа: VKR_3

Проверяющий: Сорокина Марина Валерьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ

Совпадения: 17.61%

Оригинальность: 77.49%

ИИ-контент: 0%

Цитирования: 4.9%

Самоцитирования: 0%

«Совпадения», «Цитирования», «Самоцитирования», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

Есть подозрения на следующие группы маскировки заимствований: Проверка в другой организации

Проверено: 95.93% текста документа, исключено из проверки: 4.07% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Библиография, Таблицы

- **Совпадения** — фрагменты проверяемого текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самоцитированию. Показатель «Совпадения» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к совпадениям, в общем объеме текста.
- **Самоцитирования** — фрагменты проверяемого текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа. Показатель «Самоцитирования» – это доля фрагментов текста, отнесенных к самоцитированию, в общем объеме текста.
- **Цитирования** — фрагменты проверяемого текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированиям относятся также шаблонные фразы; библиографические фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант: нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирования» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- **Текстовое пересечение** — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
- **Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
- **Оригинальный текст** — фрагменты проверяемого текста, не обнаруженные ни в одном источнике и не отмеченные ни одним из модулей поиска. Показатель «Оригинальность» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к оригинальному тексту, в общем объеме текста.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые совпадения проверяемого документа с проиндексированными в системе источниками. При этом система является вспомогательным инструментом, определение корректности и правомерности совпадений или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверяемого документа остается в компетенции проверяющего.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 110

Тип документа: Не указано

Дата проверки: 16.05.2026 17:22:04

Дата корректировки: 01.06.2026 09:48:33

Количество страниц: 80

Символов в тексте: 88498

Слов в тексте: 12265

Число предложений: 1164

16.05.2026 (дата)

(подпись)

М. В. Сорокина
(ИОФ руководителя ВКР)

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Методические аспекты изучения темы «Делимость натуральных чисел» в курсе математики 5-6 классов»
студентки Магеррамовой Лейлы Хафисовны
факультета физико-математических и естественных наук направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки «Математика», гр. 22ФПМ1

В современном мире вычислительные навыки играют все меньшую роль, однако, для развития мышления и обучения школьников они остаются важнейшими. Приобретение навыков работы с числами напрямую связано с изучением теории делимости. На начальных этапах математического образования в 5-6 классах возникают различные трудности при рассмотрении темы «Делимость», что затрудняет формирование прочной базы для дальнейшего изучения теории чисел.

Выпускная квалификационная работа Магеррамовой Л.Х. посвящена рассмотрению методических аспектов изучения темы «Делимость натуральных чисел» и разработке материалов, которые способствовали бы более эффективному усвоению материала, повышению интереса и мотивации учащихся.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, списка литературы и заключения. В первой главе изложен теоретический материал, касающийся теории делимости, проведен анализ федеральных рабочих программ по предмету «Математика» для базового и углубленного уровней. Выполнен детальный анализ различных школьных учебников по алгебре..

Вторая глава работы посвящена методическим разработкам по данной теме. Представлены технологические карты уроков по темам: «Признаки делимости на 2, 5, 10», «Признаки делимости на 3, 9», «Признаки делимости на 4, 11», «Простые и составные числа». Технологические карты содержат задания различного уровня сложности. Разработана дидактическая обобщающая настольная игра по теме «Признаки делимости».

Работа Магеррамовой Л.Х. является самостоятельным исследованием. Текст работы, список литературы, доклад и презентация оформлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к выпускным квалификационным работам. Представленные результаты могут быть использованы в работе учителя.

Выпускная квалификационная работа заслуживает оценки «хорошо».

Научный руководитель,
доцент кафедры «МО»,
к.ф.м.н., доцент М.В. Сорокина