

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет

вычислительной техники

Кафедра

«Вычислительная техника»

Направление подготовки: 09.04.01 «Информатика и вычислительная техника»

Магистерская программа: «Прикладной искусственный интеллект»

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему

**КВАНТОВАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ В
РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ**

Студент

Карманов Андрей Андреевич
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель

М.А. Митрохин
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

А.С. Бычков
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Рецензент

А.Н. Мартышкин
(должность, место работы) (подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол зас. кафедры от 28.05.2025 № 16)

Заведующий кафедрой

М.А. Митрохин
(подпись) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с отметкой отлично (протокол заседания ГЭК от

5 июня 2025 № 5)

Секретарь ГЭК

Е.И. Турин
(подпись) (фамилия, инициалы)

Пенза 2025

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»

Факультет
вычислительной техники

Кафедра
«Вычислительная техника»

«Утверждаю»
Заведующий кафедрой
М.А. Митрохин
«29» сентября 2023 г.

ЗАДАНИЕ
НА МАГИСТЕРСКУЮ ДИССЕРТАЦИЮ

1. Студент _____ гр. 23ВВИМ1 факультета ВТ

Карманов Андрей Андреевич

2. Тема работы Квантовая нейронная сеть в решении физических задач

Тема утверждена приказом ПГУ №0986/о от "29" сентября 2023г.

3. Руководитель магистерской диссертации д.т.н., доцент, зав. кафедрой ВТ Митрохин М.А.

4. Задание на работу (назначение разработки, исходные данные и т.п.) _____

Провести аналитический обзор архитектур и методов построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач. Выявить актуальные практические задачи, который могут быть решены с помощью малокубитных квантовых компьютеров, обладающих высоким уровнем шума.

Провести исследование особенностей детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф». Разработать физико-математическую модель и эквивалентные схемы «квантового телеграфа», продемонстрировать возможность передачи битов 0 и 1 классической информации с помощью ресурса несепарабельности квантовых систем.

Разработать архитектуру квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний. Установить взаимосвязь между практическими

асpekтами реализации протокола «квантовый телеграф» и задачей томографии квантовых состояний, решаемой с помощью квантовой нейронной сети.

5. Перечень подлежащих разработке вопросов _____

1. Аналитический обзор архитектур и методов построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач

1.1 Анализ перспектив решения прикладных физических задач с помощью квантовых компьютеров и симуляторов

1.2 Анализ современного состояния развития квантовых нейронных сетей для решения прикладных физических задач

2. Исследование особенностей детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф»

2.1 Физико-математическая модель и эквивалентные схемы эксперимента «квантового ластика» для одиночных фотонов

2.2 Анализ ключевых идеи детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантового телеграфа»

2.3 Разработка физико-математической модели протокола «квантовый телеграф»

3. Разработка архитектуры квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний.

3.1 Анализ возможности решения задачи томографии квантовых состояний с помощью квантовых нейронных сетей

3.2 Разработка квантового генератора случайных чисел для решения задачи томографии квантовых состояний

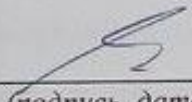
3.3 Генерация несепарабельных состояний Белла для практической проверки протоколов детерминированной квантовой связи

3.4 Разработка архитектуры и основных уровней квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний

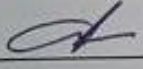
6. Календарный график выполнения работы

№ п/п	Наименование этапов работы	Объем работы	Срок выполнения	Подпись руководителя
1	Аналитический обзор архитектур и методов построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач	15	29.09.2023-12.02.2024	
2	Исследование особенностей детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф»	40	13.02.2024-10.02.2025	
3	Разработка архитектуры квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний	25	11.02.2025-21.05.2025	
4	Графическая часть	10%	22.05.2025-26.05.2025	
5	Оформление пояснительной записки	10%	27.05.2025-30.05.2025	

Дата выдачи задания "29" сентября 2023 г.

Руководитель магистерской диссертации  Митрохин М.А.
(подпись, дата)

Задание к исполнению принял студент  29.09.2023 Карманов А.А.
(подпись, дата)

Работу к защите допустить
Декан факультета  04.06.2025 Фионова Л.Р.
(подпись, дата)

РЕФЕРАТ

Пояснительная записка на 102 страницах, включает в себя 34 рисунка, список использованных источников из 67 наименований, 47 формул и 3 приложения.

КВАНТОВАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ, АРХИТЕКТУРА И ПРИНЦИПЫ ПОСТРОЕНИЯ, ДЕТЕРМИНИРОВАННАЯ КВАНТОВАЯ СВЯЗЬ, «КВАНТОВЫЙ ТЕЛЕГРАФ», КВАНТОВЫЕ ВЫЧИСЛЕНИЯ, НЕСЕПАРАБЕЛЬНЫЕ СОСТОЯНИЯ, AZURE QUANTUM

Объектом исследований являются архитектура и принципы построения квантовых нейронных сетей для решения простых физических задач, включая томографию квантовых состояний, в зависимости от типа используемых данных (квантовые или классические) и типа используемого алгоритма (квантовый или классический).

Предметом исследований является разработка основных элементов квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний, включая реализацию квантового генератора случайных чисел и генерацию и измерение состояний Белла.

Целью исследования является разработка архитектуры квантовой нейронной сети для решения простых физических задач, включая томографию квантовых состояний, что обеспечивает проверку ключевых идей новой технологии приема и передачи данных, названной «квантовый телеграф», а также разработка физико-математической модели и эквивалентных схем эксперимента по проверке данной технологии.

Актуальность работы обусловлена с одной стороны тем, что квантовые нейронные сети, которые представляют собой гибридную область исследований, объединяющую квантовые вычисления и искусственные нейронные сети находятся на начальном этапе развития, а с другой стороны в эпоху

ПГУ 1.09.04.01.11.001 ПЗ				
Изм	Лист	№ докум	Подпись	Дата
Разраб		Карманов А.А.		20.05.25
Провер		Митрохин М.А.		20.05.25
Н. Контр		Бычков А.С.		20.05.25
Утверд		Митрохин М.А.		20.05.25
Квантовая нейронная сеть в решении физических задач Пояснительная записка				
ФВТ, каф. ВТ гр. 23ВВИМ1				

СОДЕРЖАНИЕ

ПЕРЕЧЕНЬ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ	5
1 Аналитический обзор архитектур и методов построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач	8
1.1 Анализ перспектив решения прикладных физических задач с помощью квантовых компьютеров и симуляторов	9
1.2 Анализ современного состояния развития квантовых нейронных сетей для решения прикладных физических задач	21
2 Исследование особенностей детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф»	31
2.1 Физико-математическая модель и эквивалентные схемы эксперимента «квантового ластика» для одиночных фотонов	32
2.2 Анализ ключевых идеи детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантового телеграфа»	46
2.3 Разработка физико-математической модели протокола «квантовый телеграф»	48
3 Разработка архитектуры квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний	64
3.1 Анализ возможности решения задачи томографии квантовых состояний с помощью квантовых нейронных сетей	64
3.2 Разработка квантового генератора случайных чисел для решения задачи томографии квантовых состояний	66
3.3 Генерация несепарабельных состояний Белла для практической проверки протоколов детерминированной квантовой связи	69
3.4 Разработка архитектуры и основных уровней квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний	77
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	80
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	82
ПРИЛОЖЕНИЕ А Презентация к ВКР	89

ПЕРЕЧЕНЬ ОБОЗНАЧЕНИЙ И СОКРАЩЕНИЙ

КК – квантовые компьютеры

КНС – квантовая нейронная сеть

КРК – квантовое распределение ключей

F – fidelity (мера схожести квантовых состояний)

Q5 – квантовый компьютер с пятью кубитами

Q7 – квантовый компьютер с семью кубитами

Q16– квантовый компьютер с шестнадцатью кубитами

Q20 – квантовый компьютер с двадцатью кубитами

ВВЕДЕНИЕ

Технологии машинного обучения и искусственного интеллекта получили толчок к активному развитию благодаря появлению архитектуры глубоких нейронных сетей, получившей название «трансформер» [1]. Использование данной архитектуры обеспечило прорыв при решении целого ряда практических задач, включая машинный перевод [2], распознавание изображений [3], а также построение больших языковых моделей, наиболее известным представителем которых является GPT от OpenAI [4]. В это же время активно развивается научное направление, основанное на использовании квантовых технологий, обеспечившее создание систем [5-6] и аппаратуры [7] квантового распределения ключей, а также квантовых компьютеров на основе нескольких десятков кубитов, преимущественно сверхпроводящих [8-9]. Первоначально данные технологии развивались независимо друг от друга, однако в последние годы наметилась устойчивая тенденция их сближения [10], что привело к созданию новых направлений, объединяющих в себе передовые достижения каждой области [11-12]. Ключевые этапы сближения данных технологий достаточно подробно представлены в работе «Машинное обучение встречается квантовую физику» (Machine learning meets quantum physics) [13].

Сегодня, благодаря слиянию указанных технологий, стало возможным решение задач, которые не могли быть решены эффективно только в рамках одной области, что отражено в развитии следующих направлений [14]:

- решение физических задач с помощью машинного обучения,
- нейросетевое представление квантовых состояний,
- решение квантовых задач многих тел с использованием нейронных сетей,
- квантовое машинное обучение, включая построение КНС,
- машинное обучение в технологиях квантового распределения ключей.

Квантовые нейронные сети представляют собой попытку использовать принципы квантовой механики для улучшения или создания новых моделей

машинного обучения. В отличие от классических нейронных сетей, которые основаны на использовании двоичной логики (0 или 1) КНС оперируют кубитами, которые могут находиться в суперпозиции состояний ($|0\rangle$ и $|1\rangle$ соответственно). Это в перспективе позволяет обрабатывать данные экспоненциально быстрее и решать задачи, которые недоступны классическим компьютерам. Например, в 2020-2022 гг. представлены фотонные вычислители, использующие квантовый ресурс суперпозиции для решения сложных вычислительных задач [15, 16]. Было установлено, что они могут быть использованы для решения одной важной практической задачи, а именно вычисления приближенных значений (оценки) перманентов матриц из некоторых классов матриц над полем действительных чисел [17]. Решение данной задачи на классическом компьютере невозможно за разумный интервал времени, что однозначным образом подтверждает актуальность применения квантовых технологий, включая КНС, для получения ответа на некоторые физические и/или математические задачи.

1 Аналитический обзор архитектур и методов построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач

Одним из важнейших практических приложений компьютерных вычислений является моделирование физических систем. Вопрос о том, можно ли смоделировать физику на универсальном логическом автомате, если наблюдаемый мир по своей сути является квантово-механическим и подлинной задачей является моделирование квантовой физики, поднимался еще в XX веке, в знаменитой работе Р. Фейнмана [18]. В настоящее время, хотя область квантового моделирования находится все еще в начальной стадии, масштаб и управление спроектированными квантовыми системами достигли точки, в которой они могут использоваться для решения фундаментальных проблем в квантовой физике. В частности, в июне 2023 года исследовательской группой из IBM было сообщено, что квантовые компьютеры (КК) дают лучшие результаты при решении физических задач в сравнении с самыми мощными современными суперкомпьютерами.

Одним из лидеров в данной области является компания IBM, предоставляющая онлайн-доступ к 5, 16 и 20 кубитным КК, а также разработавшая и анонсировавшая в 2017 г. 50 кубитный КК. В 2021 году компания IBM представила новый процессор Eagle на 127 кубитов, в конце 2022 года запущен КК Osprey с 433 кубитами, а в декабре 2023 года представлен КК Condor с рекордными 1121 кубитами. В ноябре 2024 анонсирован квантовый компьютер IBM Heron R2 со 156 кубитами, обеспечивающий возможность выполнения свыше 150000 квантовых операций в секунду. Другим несомненным лидером в данной области является компания Google, разработавшая КК Sycamore и Frontier, имеющие 54 и 70 сверхпроводящих кубитов соответственно. В декабре 2024 года данной компанией анонсирован первый КК, выполняющий коды коррекции ошибок [19], который получил название Willow и имеет 105 кубитов. Следует отметить, что над созданием КК сегодня работают и более мелкие компании,

привлекающие грантовое и инвестиционное финансирование, например Origin Quantum разработан КК WuYuan, имеющий 24 сверхпроводящих кубита [20].

Взаимосвязанным с разработкой КК является вопрос принципов построения квантовых нейронных сетей (КНС) для решения физических задач, а также квантового интернета, объединяющего как квантовые компьютеры, так и квантовые сети. Создание и масштабирование квантовых сетей – это чрезвычайно объемная и сложная задача, требующая постоянных и согласованных усилий в квантовой и классической физике, информатике и инженерных науках, для достижения успеха. В настоящее время квантовые сети рассматриваются, как ступенька на пути создания квантового интернета [21], цель которого состоит в том, чтобы включить приложения, которые являются фундаментально недостижимыми для классического интернета. В качестве таких приложений выделяют:

- квантовое распределение ключей,
- безопасный доступ к квантовым компьютерам в облаке,
- более точная синхронизация часов,
- научные приложения, включая решение прикладных физических задач с помощью квантовых нейронных сетей,
- новые приложения, которые возникнут по мере создания квантового интернета.

Несмотря на то, что трудно предсказать, с использованием каких конкретно физических компонентов будет построен квантовый интернет, несомненным является то, что в ближайшие несколько лет будут созданы многоузловые квантовые сети и КК, которые соответствуют эре шумных квантовых вычислений.

1.1 Анализ перспектив решения прикладных физических задач с помощью квантовых компьютеров и симуляторов

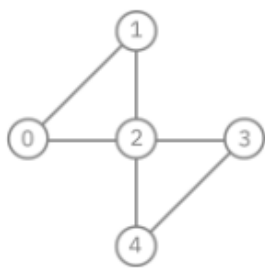
Прогресс в научных лабораториях и онлайн-сервисах сделал маломасштабные КК доступными исследователям и разработчикам по всему миру. Основные параметры и характеристики квантовых компьютеров IBM,

доступных через облачные сервисы, представлены в таблице 1 (знак «–» указывает на отсутствие точной информации).

Таблица 1.1 – Основные параметры и характеристики квантовых компьютеров IBM первого поколения

	Q 5 Yorktown	Q 5 Tenerife	Q 16 Rueschlikon	Q 20 Austin	Q 20 Tokyo
Число кубитов	5	5	16	20	20
Рабочая частота, ГГц	5.28	5.25	5.26	4.81	4.97
Время T_1 , мкс	62.40	35.50	15.70	94.15	83.28
Время T_2 , мкс	77.50	40.60	9.30	45.14	53.91
Ошибка однокубитного элемента, 10^{-3}	1.37	1.12	4.97	9.68	1.77
Ошибка считывания, 10^{-2}	2.40	6.50	5.38	14.79	9.43

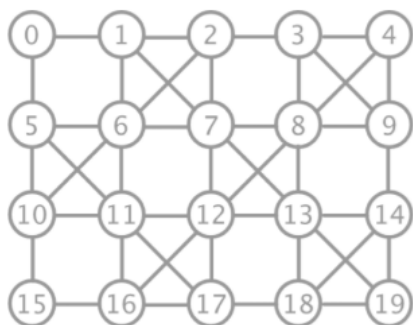
Реальная топология КК (рисунок 1.1) накладывает значительные ограничения на решение прикладных физических задач с помощью КК, а также квантовых нейронных сетей, поскольку она явным образом определяет вид модельного гамильтониана, а также архитектуру КНС. Так, например, в квантовых компьютерах IBM Q 5 Tenerife и IBM Q 5 Yorktown (рисунок 1, а) кубит с номером «1» связан только с двумя соседними: «0» и «2», при этом кубит «2» может взаимодействовать с четырьмя соседними: «0», «1», «3» и «4». Следовательно, для данной топологии КК не возможна реализация многокубитных гейтов (CNOT, элемент Тоффли, Фредки и т.д.) между кубитами с любым номером, так, например, кубит «0» может выступать в качестве управляющего в гейте CNOT только для кубитов «1» или «2», а для кубитов «3» и «4» данный гейт совместно с «0» не реализуется. Аналогичные ограничения накладываются и другими топологиями 16, 20 и 50 кубитных КК IBM.



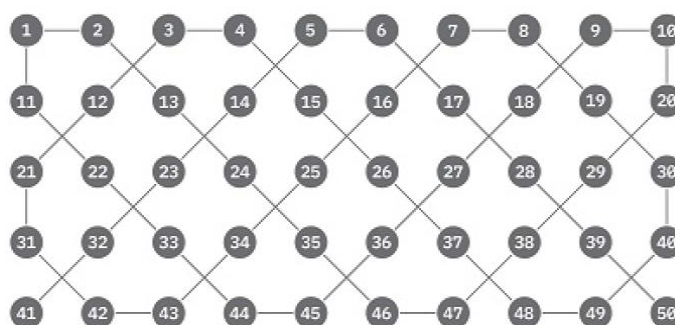
а) IBM Q 5 Tenerife,
IBM Q 5 Yorktown



б) IBM Q 16 Rueschlikon



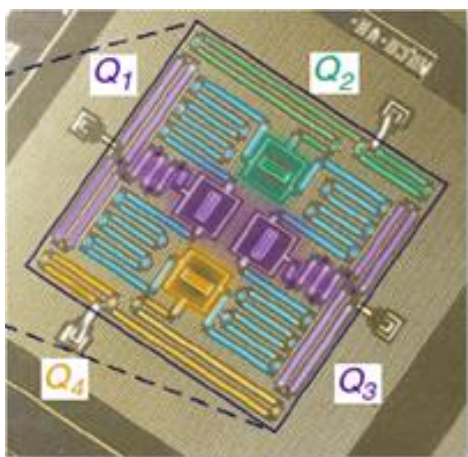
в) IBM Q 20 Austin, Q 20
Tokyo



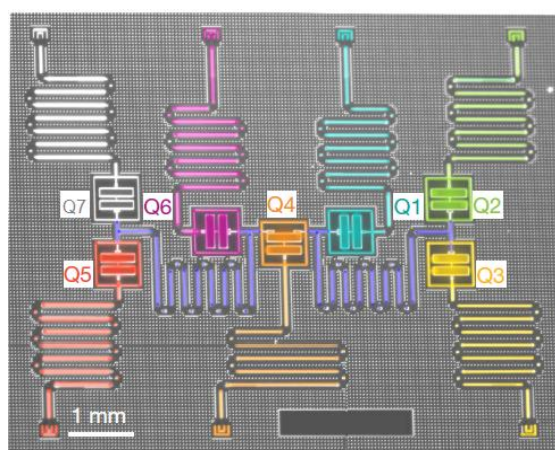
г) IBM Q 50

Рисунок 1.1 –Топология квантовых компьютеров IBM

В основе технической реализации КК IBM лежат сверхпроводящий квантовые процессоры [22, 23], преимущественно использующие трансмонные (transmon) кубиты (рисунок 1.2).



а) 4х кубитный
сверхпроводящий квантовый
процессор



б) 7-ми кубитный сверхпроводящий
квантовый процессор

Рисунок 1.2 – Техническая реализация квантовых компьютеров IBM

Применяемый тип кубитов является одним из наиболее эффективных [24], поскольку обеспечивает достаточно большое время жизни когерентного состояния (10-100 мкс) при относительно низкой вероятности ошибок однокубитных и многокубитных гейтов (рисунок 1.3).

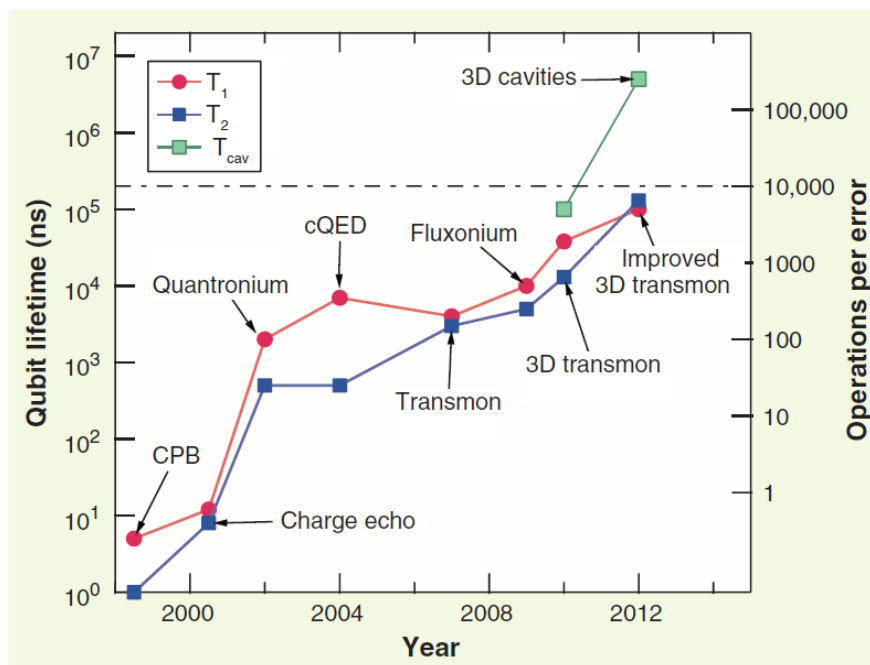


Рисунок 1.3 – Прогресс для сверхпроводящих кубитов

Однако, увеличение числа кубитов в сверхпроводящих квантовых процессорах, помимо вышеуказанных проблем масштабирования, приводит к уменьшению параметра точности (F , fidelity), определяющему соответствие между экспериментально подготавливаемыми состояниями и соответствующими им чистыми состояниями. В частности, для IBM Q 5 Tenerife $F \approx 99\%$, для IBM Q 16 Rueschlikon $F \approx 95\%$, а для КК, включающих 20 и более кубитов, наблюдается дальнейшее уменьшение F , которое не превосходит 90% для большинства известных КК. Значительное уменьшение fidelities при масштабировании сверхпроводящих квантовых процессоров, в свою очередь приводит к дополнительным ошибкам при практическом моделировании квантовых систем. Так, например, эффективность алгоритма вариационных квантовых вычислений собственных значений напрямую определяется качеством подготовки пробного состояния, и для низких значений F , он имеет слабую сходимость с экспериментальными

результатами. Исходя из этого, рядом специалистов в области сверхпроводящих квантовых процессоров поднимается вопрос о принципиальной возможности создания крупномасштабных КК с высокими значениями fidelity. При этом по аналогии с известным законом Мура, описывающем темпы роста производительности классических компьютеров, D. Divincenzo был сформулирован закон анти-Мура, отражающий известные проблемы масштабирования КК.

В целом, не смотря на практические трудности по созданию высокоэффективных сверхпроводящих квантовых процессоров, благодаря уже существующим и доступным в онлайн КК IBM был решен ряд задач в области квантовой химии, нанотехнологии и прогнозирования новых фаз материи. Например, в известной работе [23] продемонстрировано определение энергии основного состояния крупных молекул, включая BeH_2 (рисунок 1.4), а также реализация четырехкубитной модели Гейзенберга для квадратной решетки во внешнем магнитном поле (рисунок 1.5).

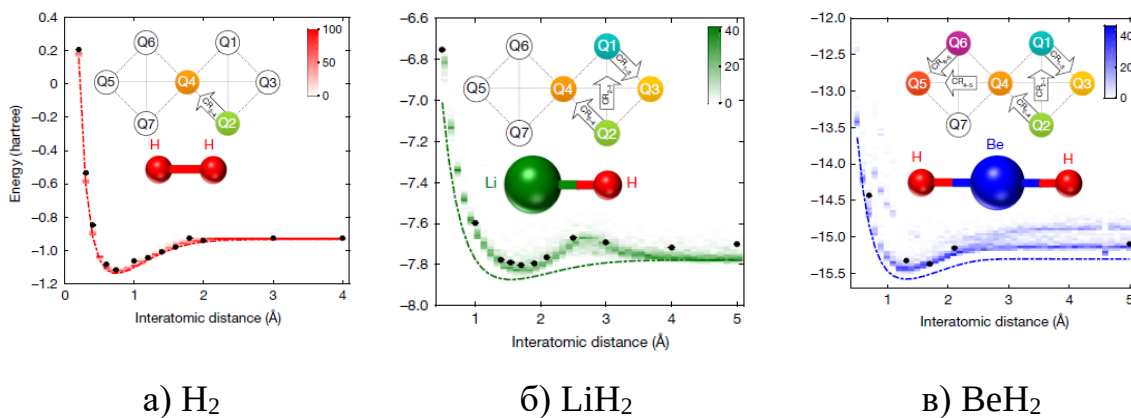
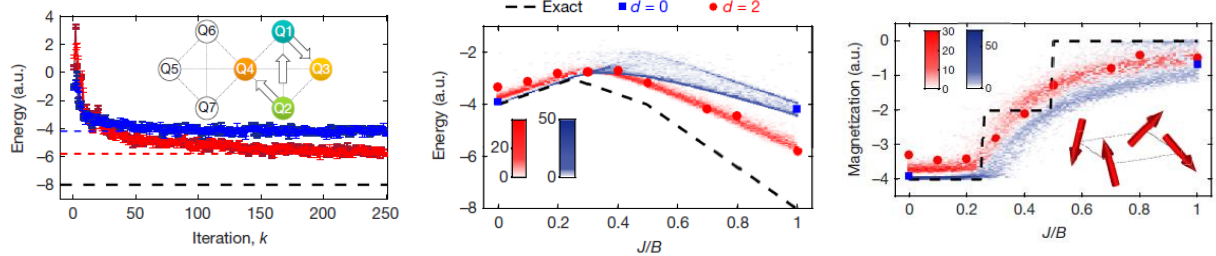


Рисунок 1.4 – Энергия основного состояния некоторых химических молекул, как функция межатомного расстояния, вычисленная с использованием 7-ми кубитного КК IBM

Для решения данных задач использовались вариационные квантовые вычисления собственных значений с эффективно подготовленными пробными состояниями, которые адаптированы специально для взаимодействий, доступных на сверхпроводящем квантовом процессоре, и комбинированы с компактным кодированием фермионного Гамильтониана и устойчивым

стохастическим режимом оптимизации [25]. Анализ представленных на рисунок 1.4 и 1.5 зависимостей показывает, что результаты моделирования находятся в хорошем согласии с экспериментальными данными и теоретическими кривыми.



а) Энергия основного состояния, как функция числа вычислительных итераций б) Энергия основного состояния, как функция величины внешнего магнитного поля в) Намагниченность как функция величины внешнего магнитного поля

Рисунок 1.5 – Реализация четырехкубитной модели Гейзенберга для квадратной решетки во внешнем магнитном поле с использованием 7 кубитного КК *IBM*

При этом, однако, наблюдаются некоторые ошибки, которые, обусловлены следующими основными причинами:

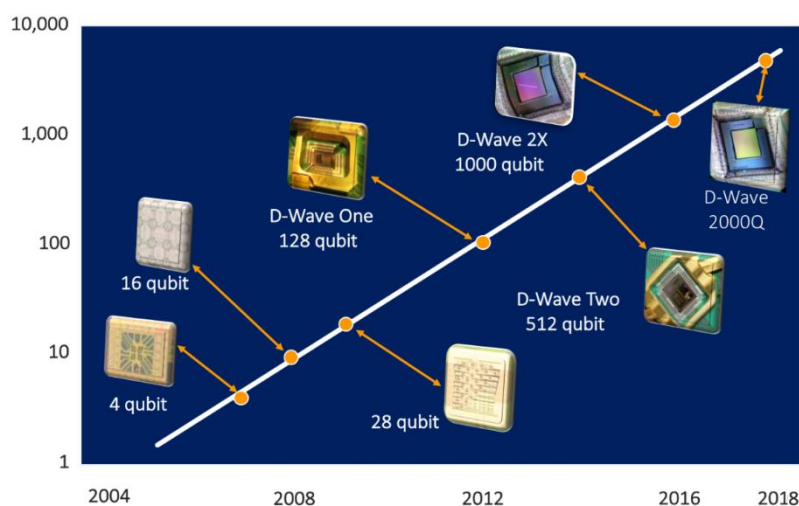
- декогеренция квантовых состояний (подготовленных кубитов),
- малая конечная выборка (количество вычислительных итераций),
- малая глубина схемы подготовки пробных состояний (запутывания кубитов),
- редукция Гамильтониана, обусловленная отображением реальной квантовой системы (из 10 и более элементов) на 7 кубитов.

В целом, представленные в работе [23] результаты, демонстрируют, что вариационные вычисления собственных значений, реализованные на 7ми кубитном сверхпроводящем квантовом процессоре, позволяют достаточно точно найти энергию основного состояния молекул вне первого периода химических элементов. Также с использованием данного подхода можно эффективно реализовать четырехкубитную модель Гейзенберга для

квадратной решетки во внешнем магнитном поле, и соответственно, найти энергию ее основного состояния и отвечающую ей намагниченность.

В настоящее время онлайн-доступ исследователей и разработчиков к 5, 16 и 20 кубитным КК IBM позволил с их помощью решить множество важных задач в различных научных областях. Все это отразилось в большом количестве публикаций, посвященных как эффективной симуляции модели Изинга [26], подготовке GHZ и W состояний [27], так и симуляции далекой от равновесной динамики [28].

Также одним из лидеров в области производства сверхпроводящих квантовых процессоров является канадская компания D-Wave Systems [29]. Техническая реализация КК данной компании долгие годы являются предметом споров, при этом признано, что они не являются универсальными квантовыми вычислителями. Однако существующие устройства, включающие до 2000 кубитов (рисунок 1.6, а) можно отнести к группе квантовых симуляторов, т.к. они позволяют эффективно реализовать некоторые известные алгоритмы, например квантовый отжиг [30].



а) развитие сверхпроводящих квантовых процессоров D-Wave Systems

б) «черный ящик», как основа КК D-Wave Systems

Рисунок 1.6 – Особенности квантовых компьютеров D-Wave Systems

Подробная информация о технической реализации квантовых компьютеров D-Wave Systems не раскрывается и в настоящее время, в большинстве случаев они представляют собой «черный ящик» (рисунок 1.6, б). Достоверно известно, что в сверхпроводящих квантовых процессорах D-Wave Systems используются потоковые (flux) кубиты (рисунок 1.7), объединенные в ячейки из 8 элементов [31, 32], для которых достоверно продемонстрировано явление квантовой запутанности. Данный тип кубитов обладает достаточно высоким временем жизни и низкими ошибками даже в сравнении с трансмонами (рисунок 1.3), однако, вопрос масштабирования, а, следовательно, конечных характеристик и параметров крупномасштабной системы из 4000 кубитов до сих пор остается открытым.

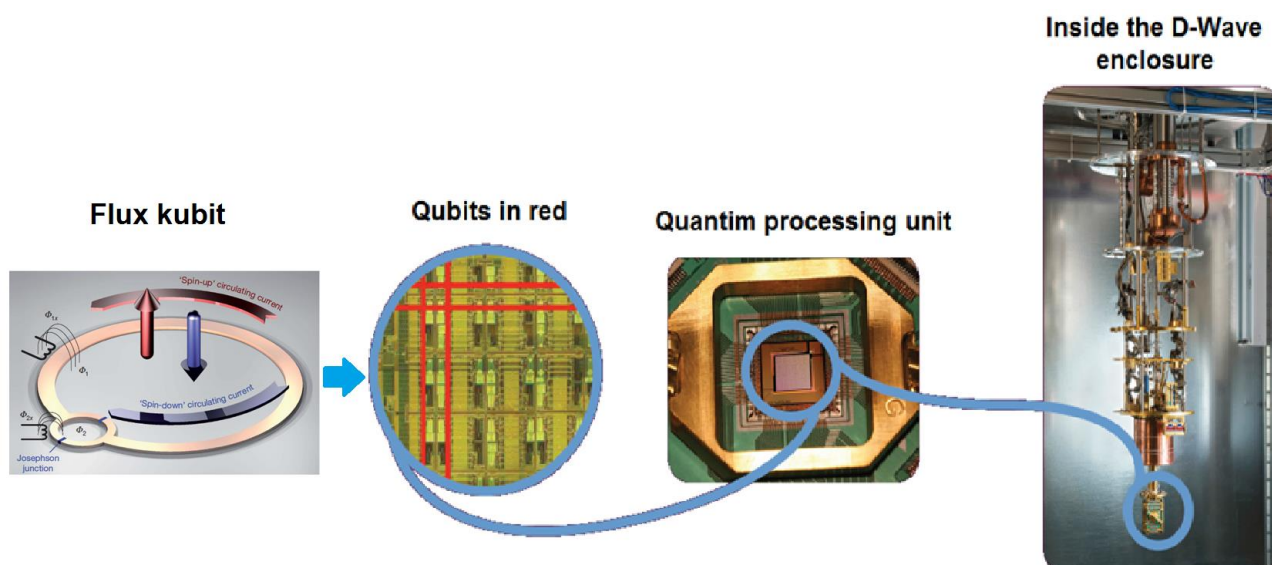
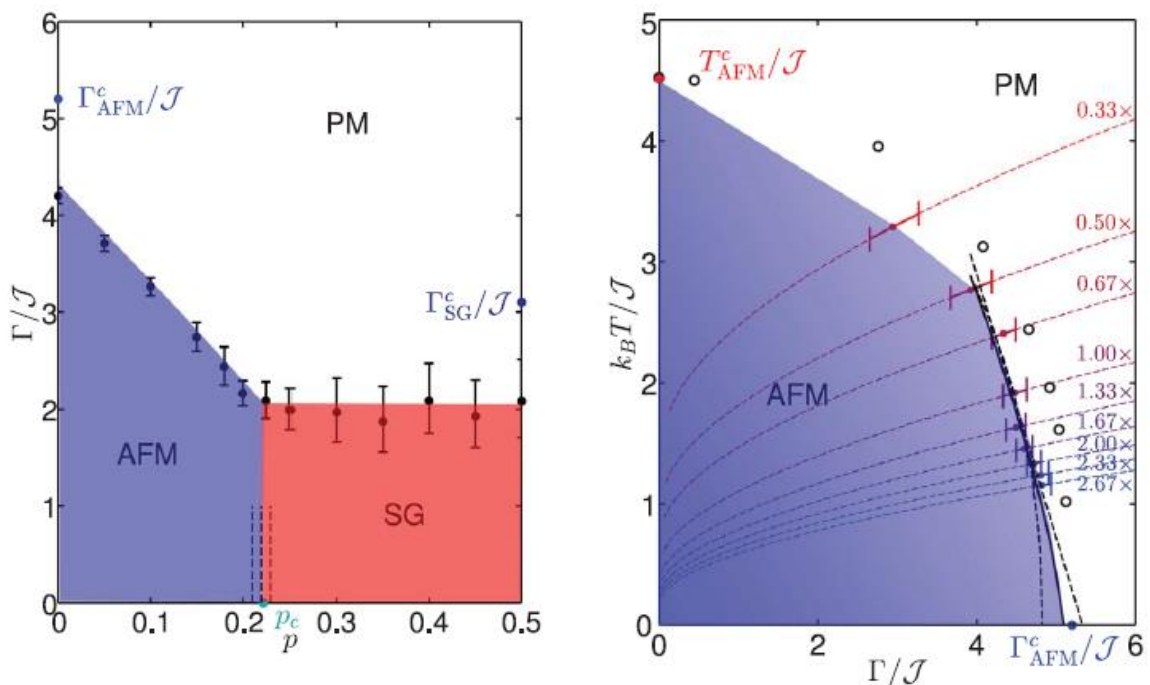


Рисунок 1.7 – Техническая реализация квантовых компьютеров D-Wave Systems

До 2018 г. количество научных публикаций, посвященных описанию технической реализации КК D-Wave Systems и решению с их помощью практических задач, было незначительно. Однако, разработка компанией IBM 50 кубитного КК, а также созданием компанией Google 72х кубитного КК Bristlecone, являющихся прямым конкурентом КК D-Wave Systems, способствовало не только выходу ряда публикаций [33, 34], но и запуску онлайн-сервиса, предоставляющего доступ к 2000 кубитному квантовому компьютеру D-Wave 2000Q. С использованием данного устройства был решен

ряд научных задач, включая моделирование фазовых переходов в квантовом спиновом стекле [33], а также наблюдение за топологическими феноменами в программируемой решетке из 1800 кубитов [34].

В рамках [33] с использованием D-Wave 2000Q исследована поперечно полевая модель Изинга на трехмерной кубической решетке размером $8 \times 8 \times 8$. Возможность управления и считывания состояний индивидуальных спинов (соответствующих им кубитов) обеспечивала прямой доступ к различным параметрам порядка, которые использовались для определения магнитных фаз решетки, критического беспорядка, а также одной из его универсальных экспонент. Варьируя уровень беспорядка (p) в квантовой системе и значение эффективного поперечного магнитного поля (Γ/J), анализировался фазовый переход между парамагнитной (PM) и антиферромагнитной (AFM) фазой, а также спиновым стеклом (SG). С использованием алгоритма квантового отжига определена граница парамагнитной и антиферромагнитной фазы в пространстве $(\Gamma/J, k_B T/J)$, где k_B – постоянная Больцмана, T – температура (рисунок 1.8).



а) фазовая диаграмма p - Γ/J

б) фазовая диаграмма $k_B T/\eta$ - Γ/J

Рисунок 1.8 – Фазовые диаграммы, отвечающие переходу между парамагнитной и антиферромагнитной фазой, а также спиновым стеклом

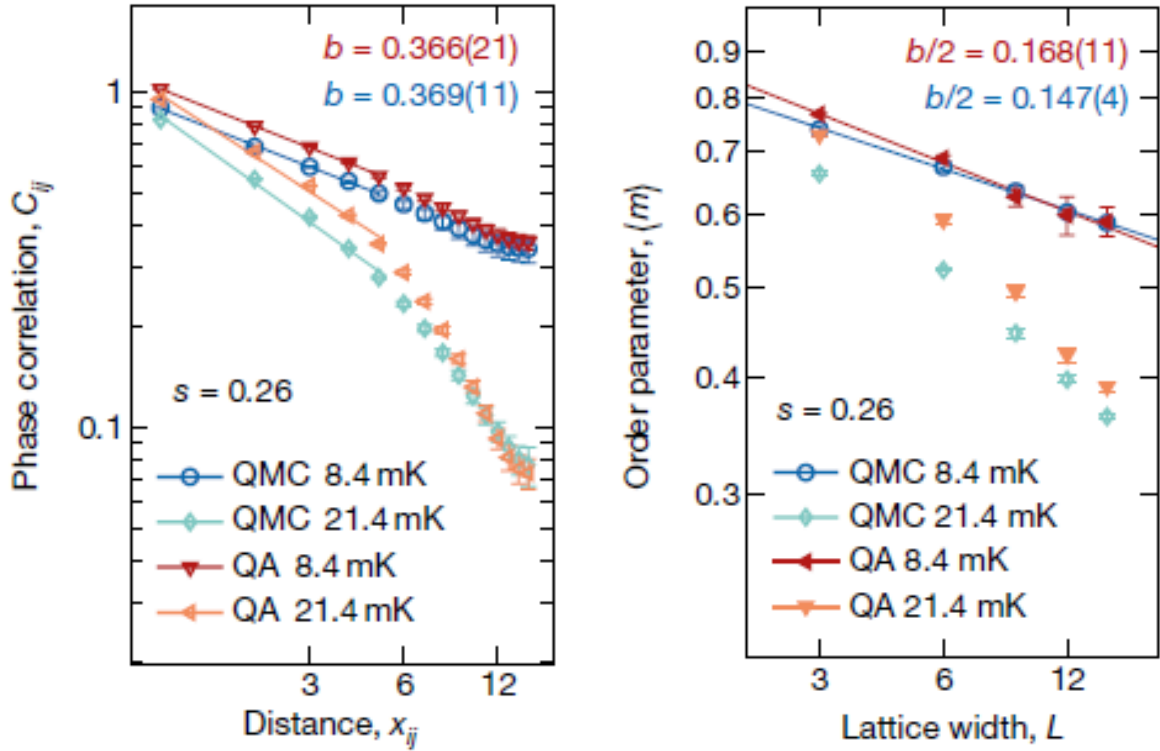
Продemonстрировано, что уменьшение или увеличение J перемещают границу фаз к классической точке фазового перехода $k_b T_{AFM}^c / J$ или к квантовой критической точке Γ_{AFM}^c / J соответственно. Установлен самый правый край фазовой границы со степенным законом $k_b T / J \propto |\Gamma / J - \Gamma_{exp}^c / J|^{a_{exp}}$, позволяющий определить экспериментальную квантовую критическую точку $\Gamma_{exp}^c / \eta = 5.1 \pm 0.3$, а также универсальную экспоненту $a_{exp} = 0.7 \pm 0.3$. В целом, результаты моделирования, полученные с помощью КК D-Wave Systems, достаточно точно согласуются с экспериментальными данными и теоретическими предсказаниями. Данный результат является несколько удивительным для достаточно большой решетки, включающей 256 кубитов (размером $8 \times 8 \times 8$), поскольку предполагает малые ошибки одно- и многокубитных гейтов, а, как следствие этого, отчасти решенные проблемы масштабирования.

Таким образом, результаты, представленные в [15], демонстрируют, что поперечно полевая модель Изинга на трехмерной кубической решетке размером $8 \times 8 \times 8$ может быть эффективно реализована на КК D-Wave Systems. Данная модель имеет аналитическое решение только в одномерном случае, а в общем случае она поддается только численному исследованию с использованием в вычислительном отношении интенсивных средств, таких как квантовый Монте-Карло. Следовательно, можно говорить об эффективности применения алгоритма квантового отжига для решения задач квантового магнетизма, включая исследования в области решеток со встроенными геометрическими фрустрациями, теорий решеточных мер, а также формирований дефектов/доменов.

Работа [34] отражает еще один из значительных научных результатов, полученных с помощью КК D-Wave Systems, а именно самое масштабное на настоящий момент времени наблюдение за топологическими феноменами в программируемой решетке из 1800 кубитов. В рамках данной работы исследован фазовый переход Berezinskii, Kosterlitz и Thouless,

продемонстрировано появление комплексного параметра порядка с непрерывной вращательной симметрией, и начало квазидальнего порядка, в то время как система приближается к критической температуре. При этом использовался простой подход для статистической оценки, который выполняет выборку Монте-Карло в цепочки протоколов обратимого квантового отжига. Согласно данному протоколу Гамильтониан параметризуется зависящим от времени отжига параметром s , который изменяется от 0 до 1. После чего происходит инициализация системы в классическом состоянии при $s=1$, быстрое уменьшение s до фиксированного значения в диапазоне от 0.2 до 0.3 в течение примерно 3.5 мкс, и паузу в 65 мкс перед тем, как произойдет возврат до $s=1$ в течение 1 мкс и считывание классического выхода.

В термодинамическом пределе фазовый переход Berezinskii, Kosterlitz и Thouless отвечает изменению корреляционной функции от экспоненты к степенному закону при критической температуре. В критической фазе корреляции C_{ij} уменьшаются с расстоянием x_{ij} как $C_{ij} \propto x_{ij}^{-b}$ с показателем b , ограниченным сверху универсальным двумерным критическим показателем экспоненты равным $1/4$. Для исследования начала критического поведения изучались фазовые корреляции, которые измерялись как $C_{ij} = \langle \text{Re}(\psi_i \psi_j^*) \rangle$, где ψ_j комплексные состояния псевдоспинов, на которые отражены основные состояния, отвечающие фазовому состоянию вещества. Рисунок 1.9, а показывает C_{ij} как функцию расстояния для двух температур при $s=0.26$, из которого видно, что данные, полученные в рамках алгоритмов квантового Монте-Карло (QMC) и квантового отжига (QA), достаточно точно согласуются друг с другом. Существующее различие в фазовых корреляциях может быть объяснено эволюцией теплоотода во времени и эффектами декогеренции.



а) фазовые корреляции, как функция расстояния б) параметр порядка, как функция размера решетки

Рисунок 1.9 – Наблюдаемые корреляции вблизи фазового перехода
Berezinskii, Kosterlitz и Thouless

Около критической точки то же самое поведение ожидается для параметра порядка $\langle m \rangle$, как функции размера решетки, с показателем степени, деленным на 2, т.е. $\langle m \rangle \propto L^{-b/2}$. Это случай показан на рисунке 1/9, б, где для QA наблюдается совпадение с QMC в некотором диапазоне размеров. Измерение показателя степени дают значения $b \approx 0.34$ и $b \approx 0.29$ для QA и QMC, соответственно, близкие к извлеченным из фазовых корреляций. Такое совпадение данных, полученных в рамках квантового алгоритма Монте-Карло и обратимого квантового отжига для крупномасштабной ячейки из 1800 кубитов, является достаточно необычным, поскольку, как и в рамках [33], демонстрирует отсутствие значительных проблем масштабирования, в том числе наблюдаемого для КК IBM уменьшения fidelity.

Компания D-Wave Systems удерживает постоянное лидерство по количеству кубитов в квантовом компьютере, так в 2024 г. был анонсирован

КК D-Wave Advantage 2, содержащий 7440 кубитов, однако, как и ранее, запутанными являются только 15 кубитов в каждой ячейке. С использованием данного квантового симулятора решена задача факторизации самого большого на настоящий момент времени простого числа, а именно $8\,219\,99 = 32\,749 \times 251$ [35]. На рисунке 1.10 представлены результат разложения простого числа 113 507, как итог выполнения квантового отжига 1000 образцов.

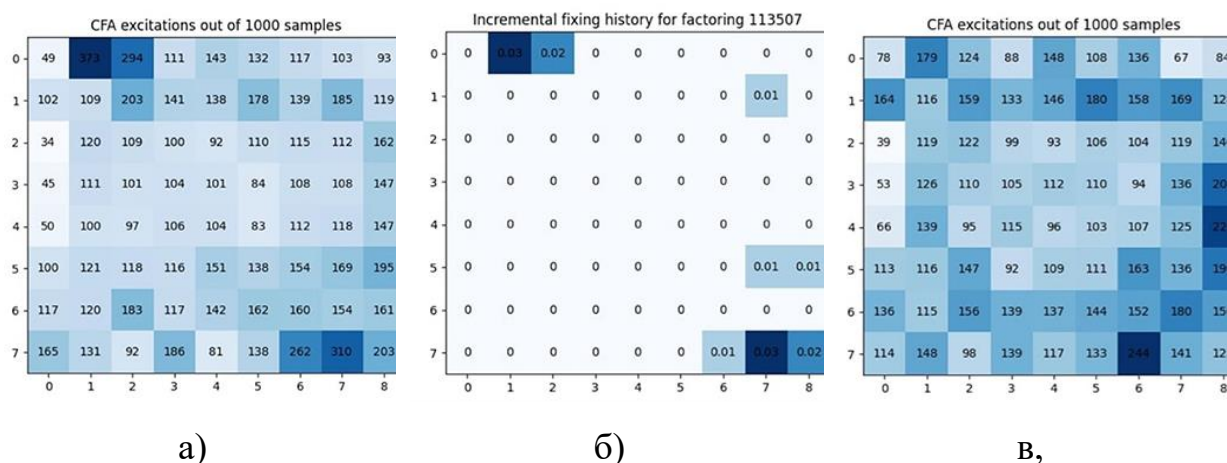


Рисунок 1.10 – Результат факторизации простого числа 113 507 с использованием квантового симулятора D-Wave Advantage 2, как итог выполнения квантового отжига 1000 образцов (а, в) и смещения, используемые для алгоритма (б)

В целом можно сделать вывод, что КК D-Wave Systems позволяют решать ряд важных научных задач в области крупномасштабного моделирования квантовых систем, а также ряд математических проблем, включая факторизацию простых чисел. Однако неясно, могут ли рассмотренные подходы быть адаптированы для аналогичных задач, обеспечивая такое же точно согласие теоретических данных и результатов, полученных с помощью квантовых симуляторов.

1.2 Анализ современного состояния развития квантовых нейронных сетей для решения прикладных физических задач

Слияние машинного обучения и квантовых технологий обеспечило формирование нового направления — квантового машинного обучения, перенесшего передовые достижения в области глубоких нейронных сетей на

физическую платформу квантовых компьютеров. Построение данных сетей в общем случае определяется используемым типом данных (квантовые или классические), а также типом алгоритма (квантовый или классический). На рисунке 1.11 представлена типизация квантовых нейронных сетей в зависимости от типа данных и алгоритма.

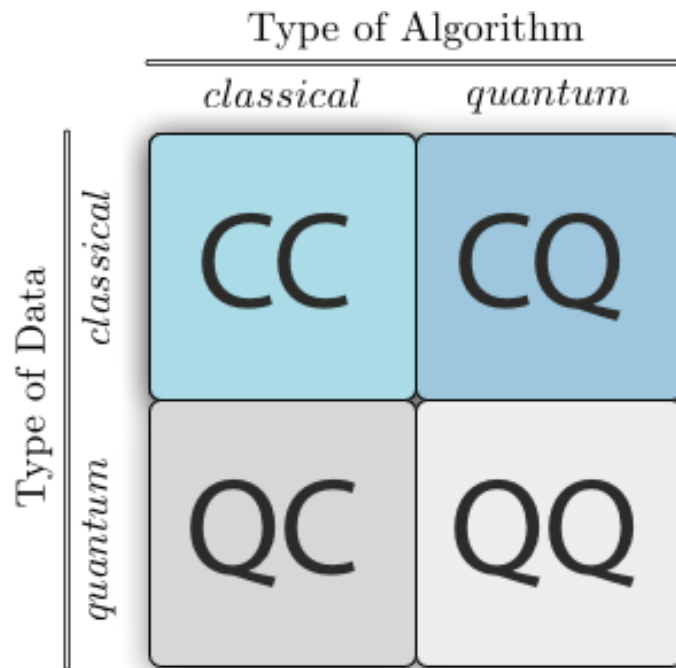


Рисунок 1.11 – Типизация квантовых нейронных сетей

Согласно представленной на рисунке 1.11 типизации два типа нейронных сетей являются гибридными, поскольку используют квантовые данные и классический алгоритм (QC) или классические данные и квантовый алгоритм (CQ). Указанные сети в настоящее время являются наиболее распространенными с учетом существенных сложностей взаимной интеграции квантовых данных и квантовых алгоритмов в рамках единой нейронной сети (QQ), а также сильной ограниченности разработки последних. С учетом этого, речь об «истинном» квантовом машинном обучении пока не идет, что, однако, не отрицает преимуществ гибридных сетей в сравнении с классическими нейронными сетями прямого распространения в количестве требуемых для обучения параметров. В частности, в рамках работы [36] продемонстрировано параметрическое превосходство сети генерации простых числовых изображений QuGAN (рисунок 1.12), над классическими

нейронными сетями прямого распространения. Слои данной КНС сгруппированы, исходя из выполняемых ими функций. Начальное состояние включает 8 кубитов, каждый из которых находится в состоянии $|0\rangle$. Каждый параметризованный гейт выполняет определенный тип манипуляции над квантовым состоянием, что создает основу вариационной схемы, включающий уровень однокубитных унитарных операций (single qubit unitary), двухкубитных (dual qubit unitary), уровень запутывания (entanglement unitary), а также результаты измерений, являющиеся классическими данными.

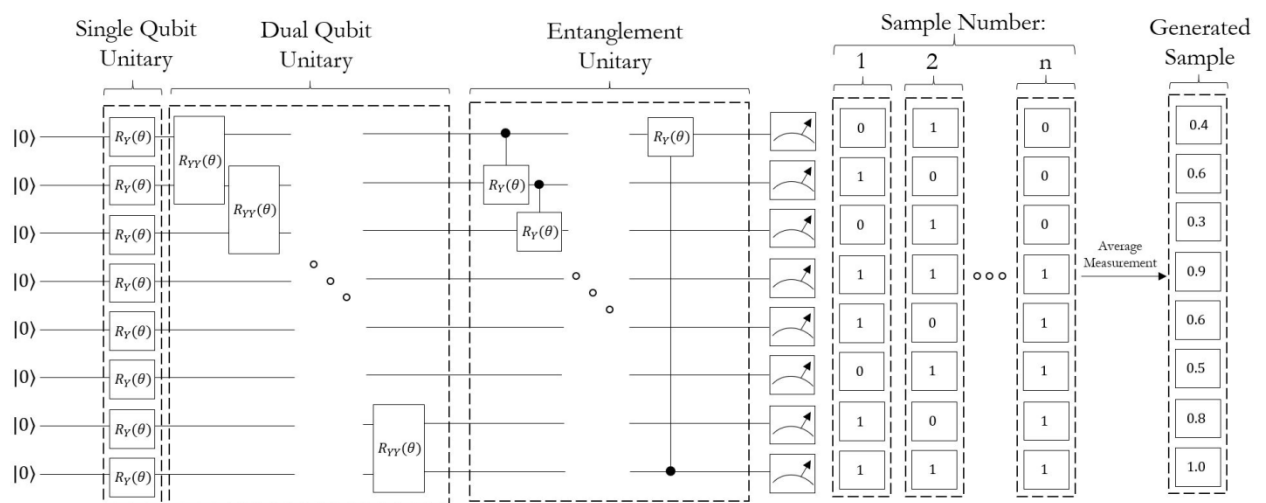


Рисунок 1.12 – Архитектура гибридной квантовой нейронной сети для генерации изображений QuGAN

Рисунок 1.13 демонстрирует результаты генерации изображений простых чисел с помощью рассматриваемой КНС, которая удовлетворительно справляется с данной задачей, используя всего лишь 8 кубитов. Основной особенностью рассматриваемой сети является ее многослойная архитектура, включающая слои реализующие однокубитные (Single Qubit Unitary) и многокубитные (Dual Qubit Unitary) операции, а также унитарную запутанность (Entanglement Unitary). Используемые для обучения сети данные являются квантовыми, однако получены за счет математических преобразований над классическими. Также сетью используются классические и квантовые алгоритмы, что однозначно определяет ее, как гибридную.

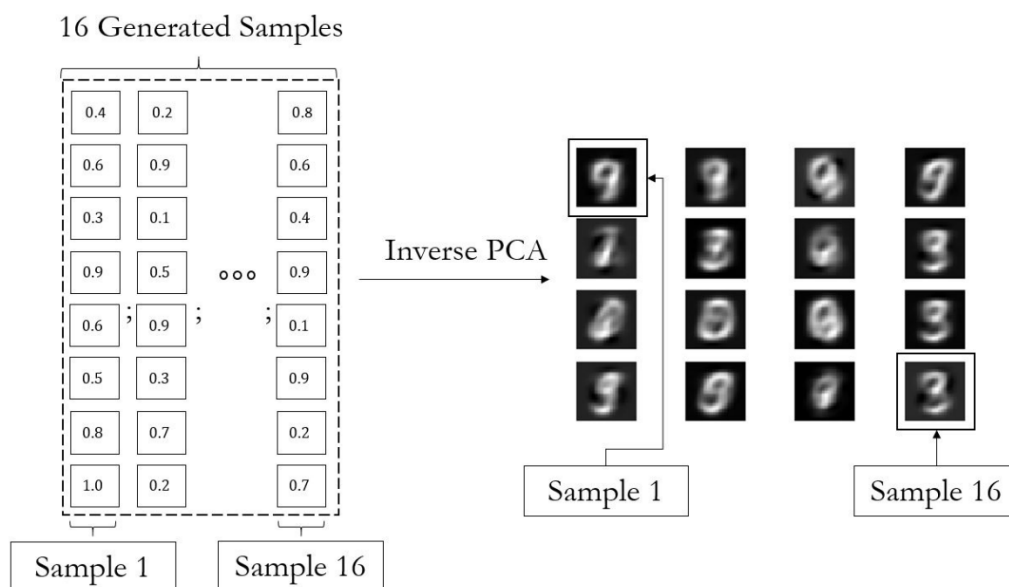
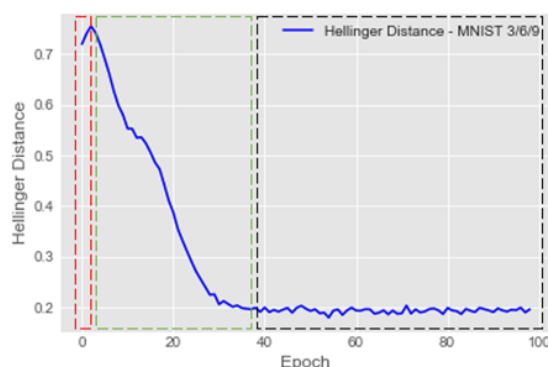


Рисунок 1.13 – Генерация изображений простых чисел с помощью QuGAN

Сравнение QuGAN с классической нейронной сетью прямого распространения показывает, что для ее тренировки требуется существенно меньше параметров (10 в сравнении с 199), что позволяет говорить о параметрическом превосходстве (рисунок 1.14, б).

Для обучения данной гибридной нейронной сети достаточно всего 40 поколений тренировки (рисунок 1.14, а), в результате чего расстояние Хеллингера (используемое как мера сходства между исходным набором данных и генерируемым для построения простых числовых изображений) становится аналогичным классической сети, имеющей более 200 параметров.



а)

Architecture	Parameters	Hellinger Distance
QuGAN	10	0.1951
C-GAN	20	0.4448
C-GAN	45	0.3234
C-GAN	96	0.2515
C-GAN	199	0.1945
C-GAN	1299	0.1389

б)

Рисунок 1.14 – Расстояние Хеллингера как функция числа поколений тренировки (а) и сравнений QuGAN с классической нейронной сетью по количеству параметров, требуемых для обучения

На базе квантовых компьютеров даже с малым количеством сверхпроводящих кубитов могут быть построены квантовые нейронные сети, пригодные для решения прикладных физических задач, например для моделирования малых молекул. Так, например, в работе [37] предложена архитектура КНС QGAN-HG, позволяющей моделировать свойства простых молекул, включающих до 9 атомов (рисунок 1.15). В составе данной КНС входит два слоя, первый из которых выполняет функцию инициализации квантовых состояний с помощью классических данных (initialization layers), а второй слой является параметрическим (parameterized layers).

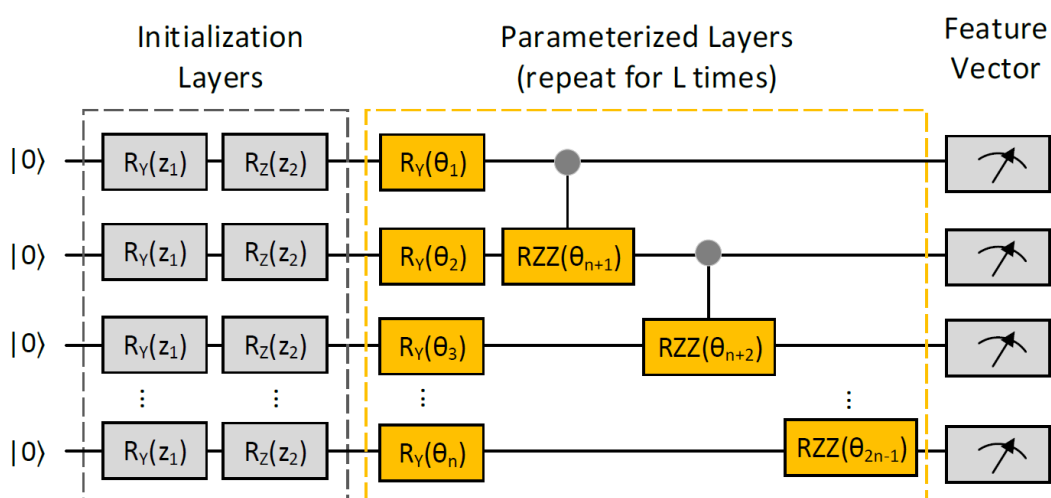


Рисунок 1.15 – Архитектура КНС, моделировать свойства простых молекул, включающих до 9 атомов

С использованием рассматриваемой КНС были промоделированы простые органические молекулы, включающие до 9 атомов и имеющие бензольные и ароматические кольца и фрагменты. На рисунке 1.16 представлены примеры молекул, моделируемых с помощью данной КНС, а также используемые математические операторы для их описания.

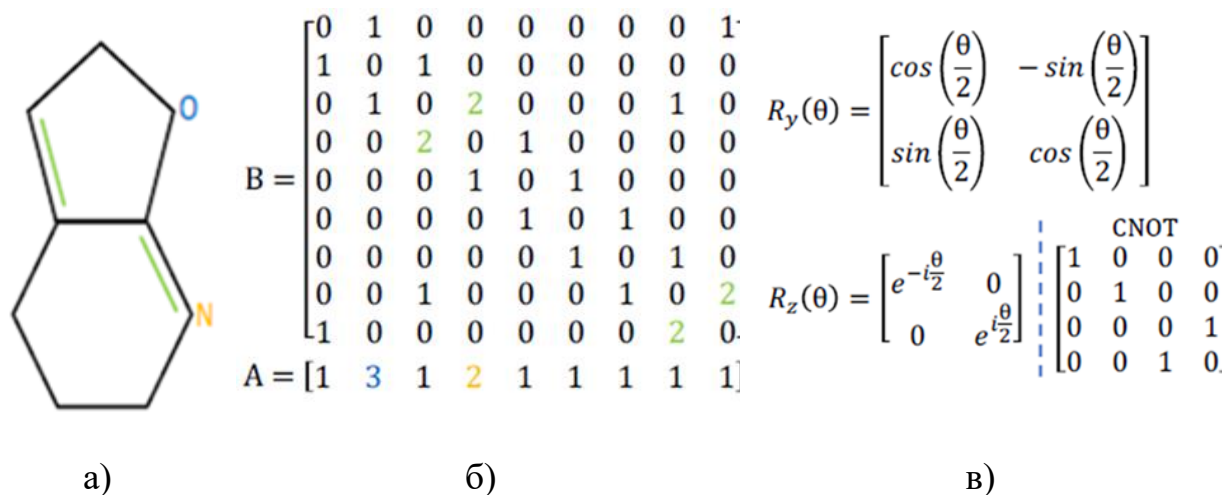


Рисунок 1.16 – Образец молекулярного графа простой органической молекулы, включающей 9 атомов (а) и соответствующие ему вектор атомов А и матрица связи В, а также все квантовые гейты, используемые при построении КНС

Современные квантовые компьютеры страдают от различных источников шума из-за ограниченного времени релаксации T_1 , времени дефазировки T_2 , также присутствуют ошибки квантовых гейтов и ошибки считывания. Также существуют перекрестные помехи, вариации от кубита к кубиту и временные вариации качества кубита. К счастью, разумный уровень квантового шума не вреден для КНС, скорее, он может быть даже полезен, поскольку систематический шум полезен для улучшения производительности обобщения нейронных сетей. Вместо того, чтобы уменьшить шумы, авторы работы [37] исследует эффект квантового шума, реализуя *QGAN-HG* на реальном квантовом компьютере IBM, доступном через облачные сервисы.

Показано, что расстояние Фреше, используемое, как метрика между результатами КНС и теоретическими данными, полученными на основе вычислений на суперкомпьютере, позволяет говорить, что 5000 поколений тренировки КНС достаточно для ее обучения (рисунок 1.17).

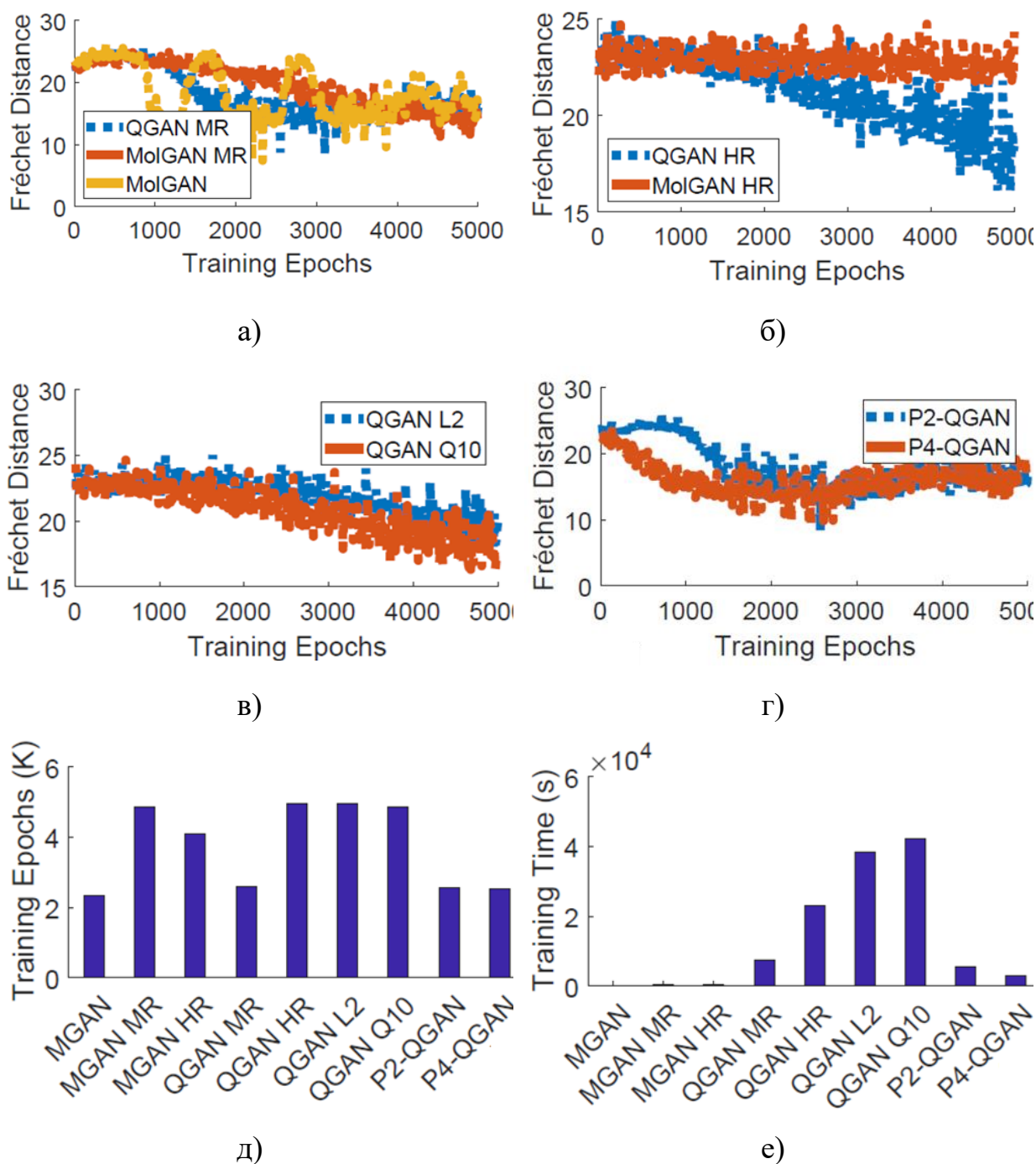
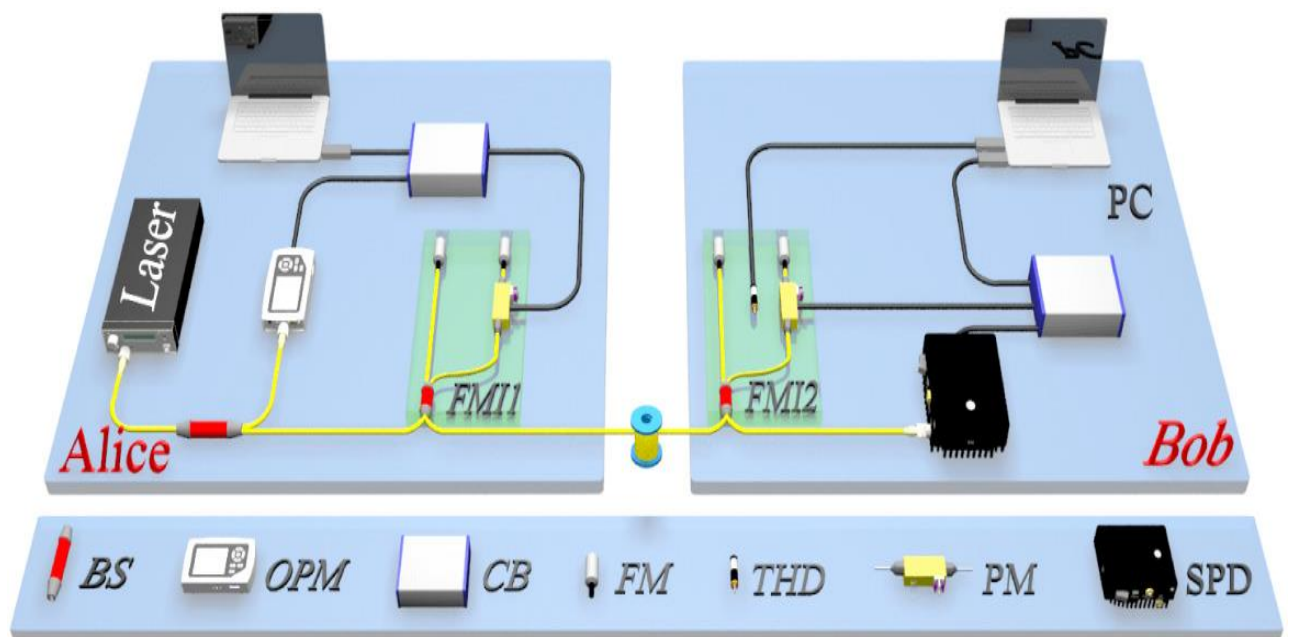


Рисунок 1.17 – Расстояние Фреше, как функция числа итераций обучения квантовой нейронной сети (а-г), количество итераций тренировки (д) и время тренировки (е) для различных архитектур нейронных сетей

Машинное обучение в технологиях КРК сейчас, прежде всего, позволяют найти ответ на прикладную задачу выработки квантовых ключей между двумя пространственно удаленными объектами в условиях изменения параметров (температура, шумы в квантовом канале и т.д.) среды передачи квантовых состояний [38]. Решение данной задачи связано с поддержанием

постоянным уровня QBER с помощью классических или квантовых нейронных сетей, прогнозирующих изменение параметров среды и обеспечивающих управление оптоэлектронными компонентами системы КРК таким образом, чтобы наиболее эффективно передавать квантовые состояния. Рассматриваемое направление нашло отражение в ряде экспериментальных работ, в частности, проведено исследование [39] по стабилизации фазовой модуляции в системе КРК с использованием машинного обучения (рисунок 1.18).



BS – 1:99 светоделитель, OPM – оптический измеритель мощности; CB – плата управления, FM – зеркало Фарадея, THD – детекторы температуры и влажности, PM – фазовый модулятор, SPD – детектор одиночных фотонов
Рисунок 1.18 – Схема экспериментальной установки системы КРК с фазовой стабилизацией на основе машинного обучения

Схема, представленная на рисунке 1.18, обеспечивает реализацию протокола BB84 с фазовым кодированием квантовых состояний, благодаря использованию интерферометров Фарадея-Майкельсона (FMI1 и FMI2) на приемной и передающей стороне. Данные интерферометры обладают преимуществом поляризационной стабильности в сравнении с интерферометрами Маха-Цандера, однако не обеспечивают фазовую

стабильность при изменении параметров среды передачи. В подавляющем числе случаев используется программа «сканирования и передачи», для калибровки физических параметров оптоэлектронных компонентов. Применение данной программы снижает эффективность передачи квантовых состояний, так для ее запуска и работы требуется время, в течение которого никакие сигналы не могут быть переданы, что отвечает процессу калибровки. Отказ от использования указанной программы при одновременном сохранении фазовой стабилизации возможен за счет использования нейронных сетей с долговременной и кратковременной памятью (*LSTM*). Ключевая идея заключается в применении *LSTM* для прогнозирования напряжения на фазовом модуляторе таким образом, чтобы обеспечить фазовую стабилизацию, дающую результат, аналогичный программе «сканирования и передачи», но при существенно меньших затратах времени на калибровку. На рисунке 1.19 представлены результаты применения обученной *LSTM* для поддержания постоянным уровня QBER в сравнении с классическим методом. Анализ представленных зависимостей показывает, что использование *LSTM* позволяет поддерживать тот же уровень QBER, как и программа «сканирования и передачи» для дальностей передачи квантовых состояний 50 и 150 км соответственно. При этом использование машинного обучения обеспечивает выигрыш во времени калибровки системы КРК (эффективность передачи не менее чем на 33% выше в сравнении с классическим методом).

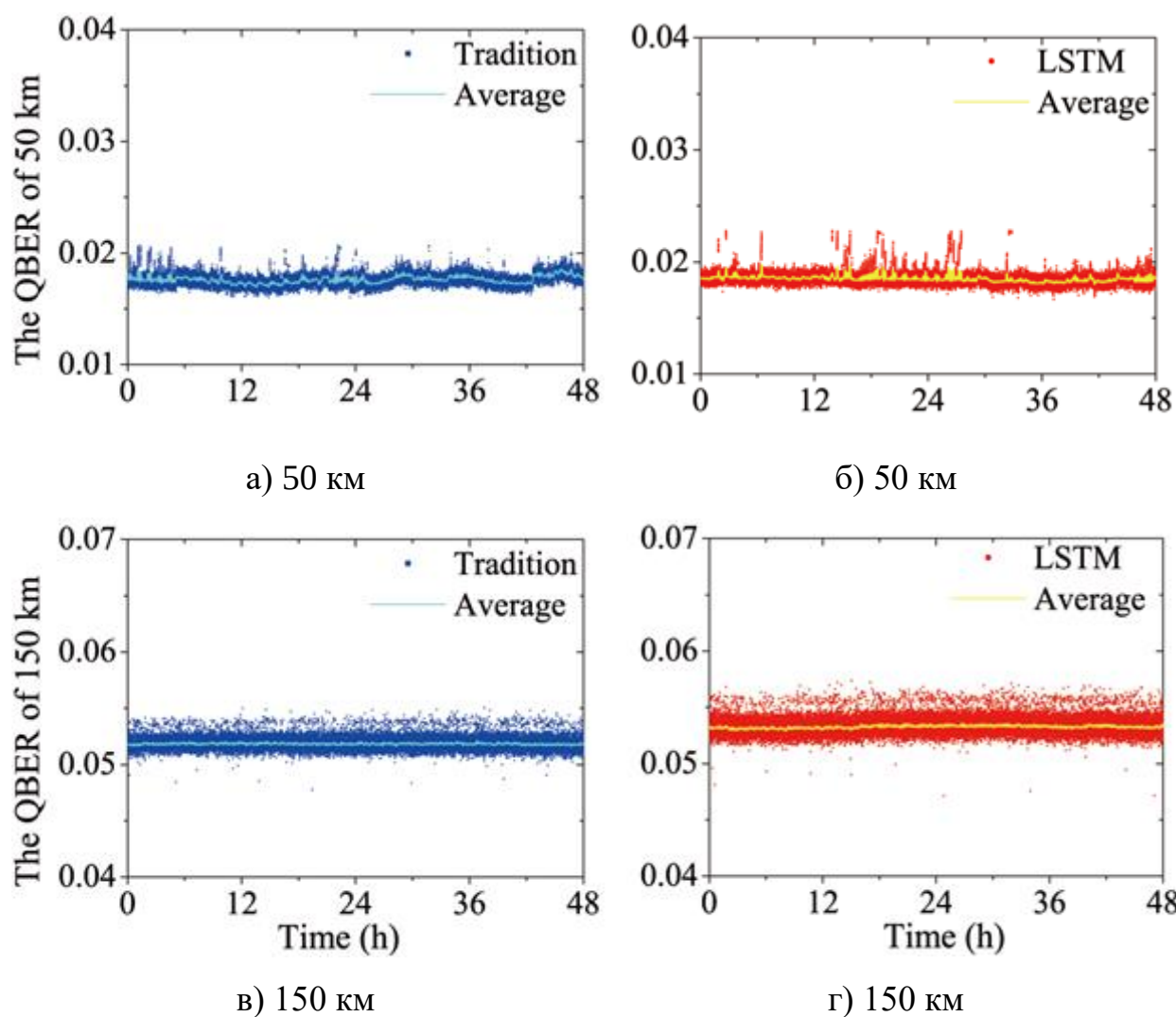


Рисунок 1.19 – Применении LSTM (б), (г) для поддержания постоянным уровня QBER в сравнении с программой «сканирования и передачи» (а), (в) для различной дальности передачи квантовых состояний [15]

Следует отдельно отметить, что использование нейронных сетей не ограничивается решением только задач фазовой стабилизации и может быть перенесено на системы КРК с другим типом кодирования квантовых состояний.

2 Исследование особенностей детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф»

Настоящий раздел ВКР посвящен изложению физико-математической модели, иллюстрирующей особенности «квантового телеграфа» - новой технологии передачи и приема данных из области детерминированной квантовой связи. Ключевые идеи данной технологии были ранее изложены в работе [40], где также была предложена схема для ее экспериментальной проверки с использованием запутанных по поляризации пар фотонов. При разработке схемы «квантового телеграфа» были учтены эксперименты по наблюдению интерференционной картины от одиночных и запутанных пар фотонов, при этом было отмечено, что для подтверждения работоспособности предложенной технологии передачи информации требуется проведение натурных экспериментов. Однако помимо непосредственной практической реализации важной задачей является разработка физико-математической модели, которая позволит в явном виде подтвердить возможность наблюдения интерференционной картины, создаваемой частицами из набора запутанных пар при их прохождении через экран с двумя щелями и фильтрами. Для проверки разработанной физико-математической модели может быть создана квантовая нейронная сеть, одной из функций которой является томография квантовых состояний, используемых в «квантовом телеграфе». Актуальность разработки физико-математической модели определяется также продолжающимися экспериментами «квантового ластика» [41] (в том числе с использованием акустических фононов [42]), целью которых является исследование специфических последствий известного двухщелевого эксперимента в квантовой механике, а также особенностей квантовой запутанности. За время, прошедшее с момента изложения идей «квантового телеграфа», не только не были опровергнуты его фундаментальные основы, но и появился ряд работ, переосмысляющих понятие времени, и демонстрирующих, что для квантовых систем (в том числе и открытых) нет

выделенного направления его течения, что позволяет надеяться на практическую реализацию данной технологии в ближайшем будущем [43, 44].

Отдельного внимания заслуживает вопрос наблюдения интерференционной картины, создаваемой одним из фотонов запутанной пары, без поствыбора результатов измерения. При этом предполагается либо непосредственное наблюдение интерференции на некотором экране (фотопленке, матричном фотодетекторе и т.д), либо отсутствие канала синхронизации однофотонных детекторов, используемых для регистрации фотонов запутанной пары [45].

2.1 Физико-математическая модель и эквивалентные схемы

эксперимента «квантового ластика» для одиночных фотонов

В рамках более ранней статьи [40] вначале анализировались основные результаты работы 2011 г. [46], в которой описана схема, позволяющая с помощью однофотонного детектора (фотоумножителя) наблюдать интерференционную картину, создаваемую одиночными фотонами, имеющими диагональную поляризацию и «проходящими» через экран с двумя щелями. При этом рассматривались следующие основные случаи: 1) фотон с диагональной поляризацией «проходит» через экран с двумя щелями; 2) фотон с диагональной поляризацией «проходит» через экран с двумя щелями и фильтрами, в качестве которых используются линейные поляризаторы, пропускающие только горизонтально или вертикально поляризованные фотоны; 3) фотон с диагональной поляризацией «проходит» через экран с двумя щелями и фильтрами, а также поляризатор, ориентированный под 45° и «стирающий» информацию о пути фотонов. Кроме того, было отмечено, что интерференционная картина наблюдается только в случаях 1 и 3, когда невозможно получить информацию о пути фотона, в том числе за счет измерения его поляризации.

В рамках настоящей работы перед непосредственным физико-математическим моделированием схемы «квантового телеграфа» целесообразным представляется формализовать рассмотренные случаи 1-3, в

том числе математически определить понятие «наблюдение интерференционной картины». Однако с учетом того, что явление интерференции, прежде всего, связано с волновыми свойствами частиц, его формализация в терминах квантовых вычислений и квантовой информации непосредственно для рассмотренных экспериментальных случаев является неудобной. В связи с этим актуальным представляется рассмотреть модели эквивалентных схем эксперимента по наблюдению интерференции частицы на двух щелях (рисунок 2.1), которые во многом отвечают известной экспериментальной работе [47].

В рамках данных схем предполагается, что экрану с двумя щелями эквивалентен интерферометр Маха–Цендера (рисунок 2.1, а), включающий светоделители 50:50 (BS_1 и BS_2), зеркала (M_1 и M_2), а также детекторы одиночных фотонов (D_1 и D_2), для которых предполагается 100%-ная эффективность. При этом зеркало M_2 считается неподвижным, а перемещение зеркала M_1 обеспечивает изменение длины верхнего плеча интерферометра, а как следствие - внесение фазового сдвига $\Delta\phi$, что эквивалентно перемещению детектора вдоль экрана. В этом случае «прохождение» фотона с диагональной поляризацией через экран с двумя щелями и фильтрами равносильно размещению линейных поляризаторов в верхнем и нижнем плечах интерферометра соответственно (рисунок 2.1, б). Для определенности будем полагать, что фильтр, пропускающий только горизонтально (H) поляризованные фотоны расположен в верхнем плече перед зеркалом M_1 , а фильтр, пропускающий только вертикально (V) поляризованные фотоны - в нижнем плече до зеркала M_2 .

«Прохождение» фотона с диагональной поляризацией через экран с двумя щелями и фильтрами, а также элемент, «стирающий» информацию о «пути» фотонов, в эквивалентной схеме будет равносильно размещению поляризатора, ориентированного под углом α в одном (или обоих) плечах интерферометра Маха–Цендера. Для определенности будем предполагать, что он размещен только перед детектором D_1 на x -выходе. На основе всего

изложенного выше для рассмотренных эквивалентных схем несложно определить понятие «наблюдение интерференционной картины», под которым будем понимать зависимость вероятностей (p_{D_1}, p_{D_2}) фотоотсчетов детекторов D_1 и D_2 от $\Delta\varphi$.

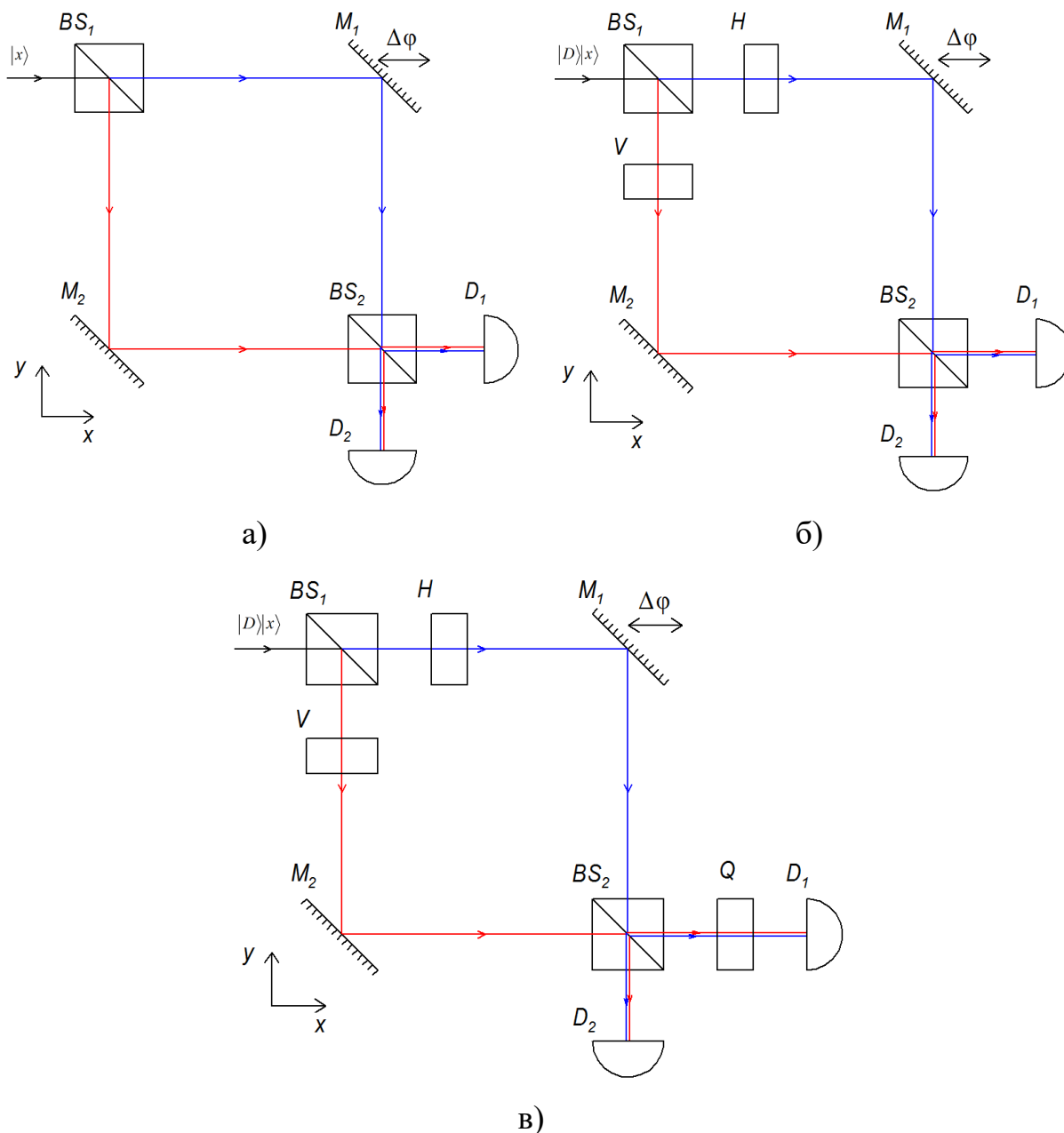


Рисунок 2.1 – Эквивалентные схемы эксперимента по наблюдению интерференции частицы на двух щелях

В частности, будем говорить о наличии интерференционной картины при условии, что $p_{D_1}(\Delta\varphi) \neq \text{const}$. При этом для детектора D_2 предполагается отсутствие интерференционной картины ($p_{D_2}(\Delta\varphi) = \text{const}$), так как элемент,

«стирающий» информацию о «пути» фотонов, расположен только на одном из выходов интерферометра. Отдельно следует отметить, что суммарная вероятность фотоотсчетов детектором может быть отлична от единицы, т.е. выполняется неравенство $p_{D1} + p_{D2} \leq 1$, что связано с вероятностями прохождения фотонов через оптические элементы схемы. Так, например, фотон с вертикальной или горизонтальной поляризацией пройдет через поляризатор, ориентированный под 45° , только с вероятностью $\frac{1}{2}$, и с той же вероятностью будет поглощен.

После обсуждения эквивалентных схем целесообразным представляется определение входного состояния фотона в терминах квантовых вычислений и квантовой информатики, а также действия оптических элементов схемы на это входное состояние. Опираясь на результаты работы [48], будем полагать, что фотону, двигающемуся вдоль оси x и поступающему на x -вход светоделителя BS_1 , отвечает состояние $|x\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$, а фотону, двигающемуся вдоль оси y и поступающему на y -вход светоделителя BS_1 , соответствует состояние $|y\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Действие светоделителя 50:50 на входные состояния $|x\rangle$ и $|y\rangle$, в свою очередь, можно задать через линейный оператор $\mathbf{BS}$, в матричном представлении имеющий следующий вид:

$$\mathbf{BS} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i \\ i & 1 \end{pmatrix},$$

где i – мнимая единица.

Отдельно следует отметить, что в рамках настоящей работы для светоделителя предполагается нестандартный выбор фаз [49], соответствующий преобразованиям $|x\rangle \rightarrow \frac{|x\rangle + i|y\rangle}{\sqrt{2}}$ и $|y\rangle \rightarrow \frac{i|x\rangle + |y\rangle}{\sqrt{2}}$.

Зеркала в рассматриваемых эквивалентных схемах являются вспомогательными элементами, а их действие сводится к изменению направления распространения фотона ($|x\rangle \rightarrow |y\rangle, |y\rangle \rightarrow |x\rangle$), их также можно задать через линейный оператор $\mathbf{M}$, в матричном представлении, имеющем вид:

$$\mathbf{M} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Внесение дополнительного фазового сдвига зеркалом M_1 эквивалентно применению линейного преобразования:

$$\Delta = |x\rangle\langle x| + e^{i\Delta\varphi}|y\rangle\langle y| = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & e^{i\Delta\varphi} \end{pmatrix}.$$

Для нахождения вероятности фотоотсчетов детекторов D_1 и D_2 можно воспользоваться как классическим подходом, изложенным Р.Ф. Фейнманом в работе [50], так и концепцией проективных измерений, изложенной, например, М.Нильсеном и Н.Чангом в работе [49]. В целом эти два подхода дают идентичные результаты, однако классический подход более нагляден, поскольку оперирует понятиями амплитуда вероятности и квадратом ее модуля, при этом предполагается, что для определения вероятности некоторого события необходимо учесть все возможные амплитуды вероятности (траектории), приводящие к данному событию. Так, например, в схеме эксперимента по наблюдению интерференции частицы на двух щелях для определения вероятности регистрации фотона в заданной точке экрана

(детектора) необходимо учесть все возможные траектории (пути) фотона. Такой подход непосредственно для рассмотренных экспериментальных случаев (рисунок 1) является неудобным, поскольку предполагает введение ширины щелей, расстояния между щелями, расстояния между щелями и экраном (детектором) и т. д. Применительно к анализируемым эквивалентным схемам введение данных величин не требуется, и можно получить следующие вероятности для эквивалентной схемы 1 (рисунок 2.1, а) и фотона на x -входе светоделителя BS_1 :

$$p_{D1} = \left| \langle x | BS_2 | y \rangle \langle y | \Delta | y \rangle \langle y | M_1 | x \rangle \langle x | BS_1 | x \rangle + \langle x | BS_2 | x \rangle \langle x | M_2 | y \rangle \langle y | BS_1 | x \rangle \right|^2 = \frac{1}{4} |e^{i\Delta\varphi} + 1|^2 \quad (2.1)$$

$$p_{D2} = \left| \langle y | BS_2 | y \rangle \langle y | \Delta | y \rangle \langle y | M_1 | x \rangle \langle x | BS_1 | x \rangle + \langle y | BS_2 | x \rangle \langle x | M_2 | y \rangle \langle y | BS_1 | x \rangle \right|^2 = \frac{1}{4} |e^{i\Delta\varphi} - 1|^2 \quad (2.2)$$

Анализ выражений (2.1) и (2.2) показывает, что для эквивалентной схемы 1 с единичной вероятностью срабатывает либо детектор D_1 (если $\Delta\varphi=0$), либо детектор D_2 (если $\Delta\varphi=\pi$), а с учетом того, что рассчитанные вероятности удовлетворяют приведенным условиям, можно говорить о наблюдении интерференционной картины. Заметим, что в 1-ой эквивалентной схеме не учитывалась входная поляризация фотона, поскольку предполагалось, что все элементы схемы являются сохраняющими поляризацию, т.е. не изменяют ее при «прохождении» через них фотонов, а детекторы являются нечувствительными к поляризации.

Теперь рассмотрим второй подход применительно к нахождению вероятности фотоотсчетов детекторов D_1 и D_2 . В работе [48] отмечено, что проективное измерение описывается наблюдаемой K , т. е. эрмитовым

оператором, действующим в пространстве состояний системы. Наблюдаемая может быть представлена в виде спектрального разложения:

$$K = \sum_k k P_k,$$

где P_k – проектор на собственное подпространство, соответствующее оператору K , с собственным числом k (возможным результатом измерения).

При измерении над состоянием $|\varphi\rangle$ вероятность получения результата k задается выражением:

$$p(k) = \langle \varphi | P_k | \varphi \rangle.$$

Поскольку в рассматриваемых эквивалентных схемах предполагается расположение детектора D_1 вдоль направления x распространения фотонов, а расположение детектора D_2 – вдоль направления y , можно полагать, что им соответствуют проекторы $|x\rangle\langle x|$ и $|y\rangle\langle y|$ соответственно. С учетом этого, для эквивалентной схемы 1 (см. рис. 1, а) и фотона на x -входе светоделителя BS_1 его состояние $|\varphi_x^{(1)}\rangle$ после прохождения интерферометра, а также вероятности $p(D_1)$ и $p(D_2)$ определяются как:

$$|\varphi_x^{(1)}\rangle = BS_2 \Delta M BS_1 |x\rangle = \frac{i}{2} (e^{i\Delta\varphi} + 1) |x\rangle + \frac{1}{2} (e^{i\Delta\varphi} - 1) |y\rangle \quad (2.3)$$

$$p_{D1} = \langle \varphi_x^{(1)} | x \rangle \langle x | \varphi_x^{(1)} \rangle = \frac{1}{4} |e^{i\Delta\varphi} + 1|^2 \quad (2.4)$$

$$p_{D2} = \langle \varphi_x^{(1)} | y \rangle \langle y | \varphi_x^{(1)} \rangle = \frac{1}{4} |e^{i\Delta\varphi} - 1|^2 \quad (2.5)$$

Сравнение выражений (2.3)-(2.5) с (2.1) и (2.2) показывает, что для эквивалентной схемы 1 применение классического подхода и концепции проективных измерений дают совпадающие вероятности, поэтому с учетом отсутствия необходимости расчета амплитуд вероятности всех траекторий, в дальнейшем будем использовать преимущественно второй подход.

Для анализа эквивалентной схемы 2 требуется учет поляризации фотонов, поскольку в экран встроены фильтры, пропускающие фотоны только с горизонтальной или вертикальной поляризацией, соответственно. Используя формализм Джонса, будем полагать, что фотону с диагональной поляризацией

$$|D\rangle = \frac{|H\rangle + |V\rangle}{\sqrt{2}} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \end{pmatrix},$$

двигающемуся вдоль оси x и поступающему на x -вход светоделителя BS_1 , отвечает состояние:

$$|D\rangle \otimes |x\rangle = |Dx\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

где $|H\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $|V\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$ - состояния, которые отвечают фотону с

горизонтальной и вертикальной поляризацией, соответственно,

$\otimes$ - знак тензорного произведения.

Поскольку светоделители BS_1 и BS_2 сохраняет поляризацию, прохождение через них фотона равносильно применению к входному состоянию линейного преобразования с матрицей:

$$\mathbf{BS}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{BS} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & i & 1 \end{pmatrix}.$$

Для того чтобы учесть наличие поляризационных фильтров, пропускающих только фотоны с горизонтальной или вертикальной поляризацией, а также их расположение в заданном плече интерферометра (фильтр **H** в верхнем плече, фильтр **V** в нижнем плече), воспользуемся подходом, аналогичным построению матрицы поляризационного светоделителя. Тогда действие поляризационных фильтров может быть описано как:

$$\mathbf{F} = |Hx\rangle\langle Hx| + |Vy\rangle\langle Vy| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}.$$

Зеркала также сохраняют поляризацию, следовательно, отражение от них фотона равносильно применению состоянию фотона после прохождения светоделителя BS_1 и поляризационных фильтров линейного преобразования с матрицей:

$$\mathbf{M}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{M} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

Внесение дополнительного фазового сдвига зеркалом M_1 в рамках 2-й эквивалентной схемы равносильно применению линейного преобразования:

$$\Delta' = \mathbf{I}_2 \otimes \Delta = \mathbf{I}_2 \otimes (|x\rangle\langle x| + e^{i\Delta\varphi} |y\rangle\langle y|).$$

Как уже было отмечено, в рассматриваемых эквивалентных схемах предполагается поляризационная нечувствительность детекторов, следовательно, для учета поляризационной степени свободы фотона при оценке вероятности фотоотсчетов можно полагать, что им соответствуют проекторы $\mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle\langle x|$ и $\mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y|$ для детекторов D_1 и D_2 , соответственно. Тогда для эквивалентной схемы 2 (см. рис. 1, б) и фотона на x -входе светоделителя BS_1 его состояние $|\varphi_x^{(2)}\rangle$ после прохождения интерферометра, а также вероятности $p(D_1)$ и $p(D_2)$ определяются как

$$\begin{aligned} |\varphi_x^{(2)}\rangle &= \mathbf{BS}'_2 \Delta' \mathbf{M}' \mathbf{F} \mathbf{BS}'_1 |D\rangle |x\rangle = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [i(|H\rangle e^{i\Delta\varphi} + |V\rangle)|x\rangle + (|H\rangle e^{i\Delta\varphi} - |V\rangle)|y\rangle] \end{aligned} \quad (2.6)$$

$$p_{D1} = \langle \varphi_x^{(2)} | \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle\langle x | \varphi_x^{(2)} \rangle = \frac{1}{4} \quad (2.7)$$

$$p_{D2} = \langle \varphi_x^{(2)} | \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y | \varphi_x^{(2)} \rangle = \frac{1}{4} \quad (2.8)$$

Анализ выражений (2.6)-(2.8) показывает, что для 2-ой эквивалентной схемы с одинаковой вероятностью $p_{D1} = p_{D2} = \frac{1}{4}$, не зависящей от $\Delta\varphi$, срабатывают детекторы D_1 и D_2 , следовательно, можно говорить об отсутствии интерференционной картины. Это явление можно объяснить тем, что после «прохождения» экрана с двумя щелями и фильтрами, поляризация фотона становится либо вертикальной $|H\rangle$, либо горизонтальной $|V\rangle$. Поскольку эти состояния ортогональны, никакой интерференции не будет, что и было показано в эксперименте. Заметим, что использование в схеме

поляризационных фильтров приводит к связанным с ними оптическим потерям, в результате чего фотоны регистрируются только в половине случаев.

С учетом того, что поляризационные фильтры являются ключевыми компонентами эксперимента и эквивалентной схемы 2 соответственно, дополнительно оценим p_{D1} и p_{D2} в рамках классического подхода через амплитуды вероятности соответствующих исходов. Тогда для эквивалентной схемы 2 (см. рис. 1, б), и фотона на x -входе светоделителя BS_1

$$\begin{aligned}
p_{D1} = & \left| \langle Hx | \mathbf{BS}'_2 | Hy \rangle \langle Hy | \Delta | Hy \rangle \langle Hy | \mathbf{M}'_1 | Hx \rangle \langle Hx | \mathbf{F}_H | Dx \rangle \langle Dx | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle + \right. \\
& + \left| \langle Hx | \mathbf{BS}'_2 | Hx \rangle \langle Hx | \mathbf{M}'_2 | Hy \rangle \langle Hy | \mathbf{F}_V | Dy \rangle \langle Dy | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle \right|^2 + \\
& + \left| \langle Vx | \mathbf{BS}'_2 | Vy \rangle \langle Vy | \Delta | Vy \rangle \langle Vy | \mathbf{M}'_1 | Vx \rangle \langle Vx | \mathbf{F}_H | Dx \rangle \langle Dx | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle + \right. \\
& + \left. \langle Vx | \mathbf{BS}'_2 | Vx \rangle \langle Vx | \mathbf{M}'_2 | Vy \rangle \langle Vy | \mathbf{F}_V | Dy \rangle \langle Dy | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle \right|^2 = \frac{1}{4}
\end{aligned} \tag{2.9}$$

$$\begin{aligned}
p_{D2} = & \left| \langle Hy | \mathbf{BS}'_2 | Hy \rangle \langle Hy | \Delta | Hy \rangle \langle Hy | \mathbf{M}'_1 | Hx \rangle \langle Hx | \mathbf{F}_H | Dx \rangle \langle Dx | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle + \right. \\
& + \left| \langle Hy | \mathbf{BS}'_2 | Hx \rangle \langle Hx | \mathbf{M}'_2 | Hy \rangle \langle Hy | \mathbf{F}_V | Dy \rangle \langle Dy | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle \right|^2 + \\
& + \left| \langle Vy | \mathbf{BS}'_2 | Vy \rangle \langle Vy | \Delta | Vy \rangle \langle Vy | \mathbf{M}'_1 | Vx \rangle \langle Vx | \mathbf{F}_H | Dx \rangle \langle Dx | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle + \right. \\
& + \left. \langle Vy | \mathbf{BS}'_2 | Vx \rangle \langle Vx | \mathbf{M}'_2 | Vy \rangle \langle Vy | \mathbf{F}_V | Dy \rangle \langle Dy | \mathbf{BS}'_1 | Dx \rangle \right|^2 = \frac{1}{4}
\end{aligned} \tag{2.10}$$

где $\mathbf{F}_H = |Hx\rangle\langle Hx|$, $\mathbf{F}_V = |Vy\rangle\langle Vy|$.

Анализ выражений (2.6)-(2.8) и (2.9), (2.10) показывает, что для эквивалентной схемы 2 применение классического подхода и концепции проективных измерений дают совпадающие вероятности. С учетом того, что поляризатор является примером неунитарного процесса, вероятность «поглощения» одиночных фотонов поляризационными фильтрами для x -входа светоделителя BS_1 , можно определить как

$$p(\mathbf{F}) = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{1}{2}$$

Основным отличием эквивалентной схемы 3 от 2 является наличие оптического элемента, «стирающего» информацию о пути фотона («квантового ластика»). Использование в качестве такого элемента поляризатора, ориентированного под углом θ и расположенного только на x -выходе интерферометра Маха–Цендера, равносильно применению к состоянию после отражения от зеркал линейного преобразования с матрицей:

$$\mathbf{Q}' = \mathbf{Q} \otimes \mathbf{I}_2 (|Hx\rangle\langle Hx| + |Vx\rangle\langle Vx| + |Hy\rangle\langle Hy| + |Vy\rangle\langle Vy|),$$

где $\mathbf{Q} = \begin{pmatrix} \cos^2 \theta & \sin \theta \cos \theta \\ \sin \theta \cos \theta & \sin^2 \theta \end{pmatrix}$ – матрица Джона, отвечающая поляризатору,

ориентированному под углом θ .

Далее, аналогично анализу эквивалентной схемы 2, оценим вероятности фотоотсчетов, полагая, что им соответствуют проекторы $\mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle\langle x|$ и $\mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y|$ для детекторов D_1 и D_2 , соответственно. С учетом этого, для эквивалентной схемы 3 (рисунок 1, в) и фотона на x -выходе светоделителя BS_1 , его состояние $|\varphi_x^{(3)}\rangle$ после прохождения интерферометра, а также вероятности $p(D_1)$, $p(D_2)$ и $p(\mathbf{F})$ определяются как

$$\begin{aligned} |\varphi_x^{(3)}\rangle &= \mathbf{Q}' \mathbf{BS}'_2 \mathbf{M}' \mathbf{F} \mathbf{BS}'_1 |D\rangle |x\rangle = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[i(\mathbf{e}^{i\Delta\varphi} \cos^2 \theta + \sin \theta \cos \theta) |Hx\rangle + \right. \\ &\quad \left. + i(\mathbf{e}^{i\Delta\varphi} \sin \theta \cos \theta + \sin^2 \theta) |Vx\rangle + |Hy\rangle \mathbf{e}^{i\Delta\varphi} - |Vy\rangle \right] \end{aligned} \quad (2.11)$$

$$p_{D1} = \langle \varphi_x^{(3)} | \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle\langle x | \varphi_x^{(3)} \rangle = \frac{1}{8} (\sin(2\theta) \cos \Delta\varphi + 1), \quad (2.12)$$

$$p_{D2} = \langle \varphi_x^{(3)} | \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle \langle y| \varphi_x^{(3)} \rangle = \frac{1}{4}, \quad (2.13)$$

$$p(\mathbf{F}) = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{1}{8}(5 - \sin(2\theta)\cos\Delta\varphi). \quad (2.14)$$

Дополнительно, с учетом того, что «квантовый ластик» является ключевым компонентом эксперимента и эквивалентной схемы 3, оценим $p(D_1)$, $p(D_2)$ и $p(\mathbf{F})$ в рамках классического подхода через амплитуды вероятности соответствующих исходов. Тогда, для эквивалентной схемы 3(рис.1, в), и фотона на x -входе светоделителя BS_1 :

$$\begin{aligned} p_{D1} = & \langle Hx|Q'Hx\rangle \langle Hx|BS'_2|Hy\rangle \langle Hy|\Delta'Hy\rangle \langle Hy|M'_1|Hx\rangle \langle Hx|F_H|Dx\rangle \langle Dx|BS'_1|Dx\rangle + \\ & + \langle Hx|BS'_2|Hx\rangle \langle Hx|M'_2|Hy\rangle \langle Hy|F_V|Dy\rangle \langle Dy|BS'_1|Dx\rangle^2 + \\ & + \langle Vx|Q'Vx\rangle \langle Vx|BS'_2|Vy\rangle \langle Vy|\Delta'Vy\rangle \langle Vy|M'_1|Vx\rangle \langle Vx|F_H|Dx\rangle \langle Dx|BS'_1|Dx\rangle + \\ & + \langle Vx|BS'_2|Vx\rangle \langle Vx|M'_2|Vy\rangle \langle Vy|F_V|Dy\rangle \langle Dy|BS'_1|Dx\rangle^2 = \\ = & \frac{1}{8}(\sin(2\theta)\cos\Delta\varphi + 1) \end{aligned} \quad (2.15)$$

$$\begin{aligned} p_{D2} = & \langle Hy|BS'_2|Hy\rangle \langle Hy|\Delta'Hy\rangle \langle Hy|M'_1|Hx\rangle \langle Hx|F_H|Dx\rangle \langle Dx|BS'_1|Dx\rangle + \\ & + \langle Hy|BS'_2|Hx\rangle \langle Hx|M'_2|Hy\rangle \langle Hy|F_V|Dy\rangle \langle Dy|BS'_1|Dx\rangle^2 + \\ & + \langle Vy|BS'_2|Vy\rangle \langle Vy|\Delta'Vy\rangle \langle Vy|M'_1|Vx\rangle \langle Vx|F_H|Dx\rangle \langle Dx|BS'_1|Dx\rangle + \\ & + \langle Vy|BS'_2|Vx\rangle \langle Vx|M'_2|Vy\rangle \langle Vy|F_V|Dy\rangle \langle Dy|BS'_1|Dx\rangle^2 = \frac{1}{4} \end{aligned} \quad (2.16)$$

$$p(\mathbf{F}) = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{1}{8}(5 - \sin(2\theta)\cos\Delta\varphi). \quad (2.17)$$

Анализ выражений (2.11)-(2.14) и (2.15)-(2.17) показывает, что для эквивалентной схемы 3 применение классического подхода и концепции проективных измерений дают совпадающие вероятности. При этом детектор D_2 срабатывает с вероятностью $p_{D2} = \frac{1}{4}$, не зависящей от $\Delta\phi$ и θ , а p_{D1} определяется, как углом ориентации элемента, «стирающего» информацию о пути фотона, так и фазовым сдвигом, отвечающим разности плеч интерферометра Маха–Цендера. С учетом того, что рассчитанные вероятности удовлетворяют приведенным неравенствам, можно говорить о наблюдении интерференционной картины. На рисунке 2.2 обобщены зависимости вероятностей фотоотсчетов детекторов D_1 и D_2 для 1-й эквивалентных схем 1 (кривая 1), 2 (кривая 2) и 3 (кривая 3).

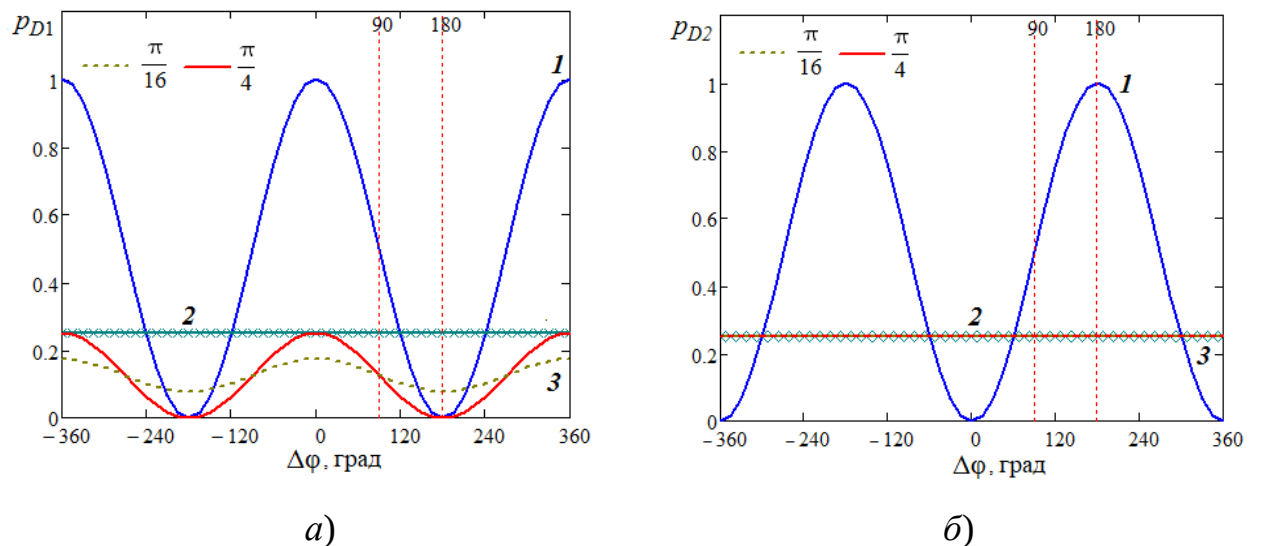


Рисунок 2.2 – Зависимости вероятностей фотоотсчетов детекторов D_1 (а) и D_2

(б), как функция $\Delta\phi$ при угле ориентации «квантового ластика» $\frac{\pi}{4}$ и $\frac{\pi}{16}$.

Отметим, что эквивалентная схема 3 показывает, что установка «ластика», приводит к поляризационной неразличимости фотонов, прошедших через первую и вторую щели.

На основании обобщения результатов по всем трем эквивалентным схемам можно сделать следующие краткие выводы:

1) прохождение фотона с любой поляризацией через экран с двумя щелями (рисунок 2.1, а) приводит к наблюдению интерференционной картины,

2) поляризационные фильтры, «встроенные» в экран с двумя щелями (рисунок 2.1, б), не позволяют наблюдать интерференционную картину для фотонов с горизонтальной, вертикальной или диагональной поляризацией,

3) использование «квантового ластика», например, поляризатора, ориентированного под углом θ и расположенного на х-выходе интерферометра Маха–Цендера (рисунок 2.1, в), обеспечивает наблюдение интерференционной картины для фотонов с диагональной поляризацией.

2.2 Анализ ключевых идеи детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантового телеграфа»

Перед непосредственным изложением физико-математической модели «квантового телеграфа», целесообразным представляется кратко напомнить его ключевую идею. В рамках более ранней работы [40] отмечено, что описанная схема может использоваться для передачи между двумя пространственно удаленными абонентами (Алисой и Бобом) битов классической информации «0» и «1», даже при отсутствии между ними классического канала связи, что отвечает ключевым идеям детерминированной квантовой связи. При этом предполагается, что когда-то давно Алиса и Боб встречались, но теперь живут далеко друг от друга. Будучи вместе, они сгенерировали достаточное число $N \in \mathbf{N}$ запутанных пар частиц $A_i B_i$ (где $i = \overline{1, N}$ и $\mathbf{N}$ – множество натуральных чисел) в состоянии Белла:

$$|\psi^{(0)}\rangle = \frac{|0\rangle_A \otimes |0\rangle_B + |1\rangle_A \otimes |1\rangle_B}{\sqrt{2}} = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}, \quad (2.18)$$

где $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$.

Состояние Белла, определяемое в соответствии с выражением (2.18), известно как несепарабельное состояние, в том смысле, что оно не представимо в виде тензорного произведения образующих его квантовых подсистем.

Работа предложенного «квантового телеграфа» состоит из двух частей и включает в себя действия передающей стороны (Алисы) и приемной стороны (Боба) при передаче битов классической информации «0» и «1», соответственно. Боб всегда пропускает свои частицы через установку с двумя щелями, фильтрами и «квантовым ластиком», стирающим информацию о пути фотона. Алиса либо ничего не делает со своей частицей (для передачи Бобу «1»), либо пропускает её через фильтр (для передачи Бобу «0»).

Часть 1. Передача Алисой бита «1» классической информации.

Шаг 1. Алиса детектирует имеющуюся у нее частицу запутанной пары без проведения каких-либо дополнительных манипуляций над её состоянием (иначе говоря, Алиса ничего не делает со своей частицей).

Шаг 2. Боб «пропускает» свою частицу запутанной пары через экран с двумя щелями, в который встроены фильтры, пропускающие только частицу в состоянии $|0\rangle$ или $|1\rangle$, соответственно, и через «квантовый ластик».

Шаг 3. Боб интерпретирует наличие интерференционной картины, как факт передачи Алисой бита «1» классической информации.

Часть 2. Передача Алисой бита «0» классической информации.

Шаг 1. Алиса «пропускает» имеющуюся у нее частицу запутанной пары через фильтр $|0\rangle$ и детектирует ее (иначе говоря, Алиса проводит измерение в вычислительном базисе над своей частицей).

Шаг 2. Боб «пропускает» свою частицу запутанной пары через экран с двумя щелями, в который встроены фильтры, пропускающие только частицу в состоянии $|0\rangle$ или $|1\rangle$, соответственно, и через «квантовый ластик».

Шаг 3. Боб интерпретирует отсутствие интерференционной картины, как факт передачи Алисой бита «0» классической информации.

2.3 Разработка физико-математической модели протокола

«квантовый телеграф»

Теперь, после изложения ключевых идей «квантового телеграфа», изложим его физико-математическую модель, которая описывает последовательную эволюцию состояния Белла $|\psi^{(0)}\rangle$ при передаче Алисой битов «1» и «0» классической информации.

Отдельно оговоримся, что при дальнейшем построении модели будем предполагать, что регистрация фотонов Алисы и Боба синхронизированы во времени таким образом, чтобы избежать принципиальной возможности возникновения временных парадоксов. С точки зрения проведения натуральных экспериментов такая синхронизация означает, что Алиса принимает решение о передаче бита «0» и «1» классической информации всегда до любых манипуляций Боба с его фотонами из множества запутанных пар. При этом, момент времени наблюдения интерференционной картины (или ее отсутствия) Бобом с точностью до временных задержек экспериментальных схем совпадает с моментом времени регистрации фотонов Алисой.

Для простоты дальнейших рассуждений, не ограничивая общности, будем рассматривать фотонные пары с несепарабельными состояниями поляризации. Такое допущение позволяет каждому элементу схемы «квантового телеграфа» поставить в соответствие заданные оптические элементы, для которого известны матрицы Джонса. Тогда состояние Белла (2.18) можно переопределить как:

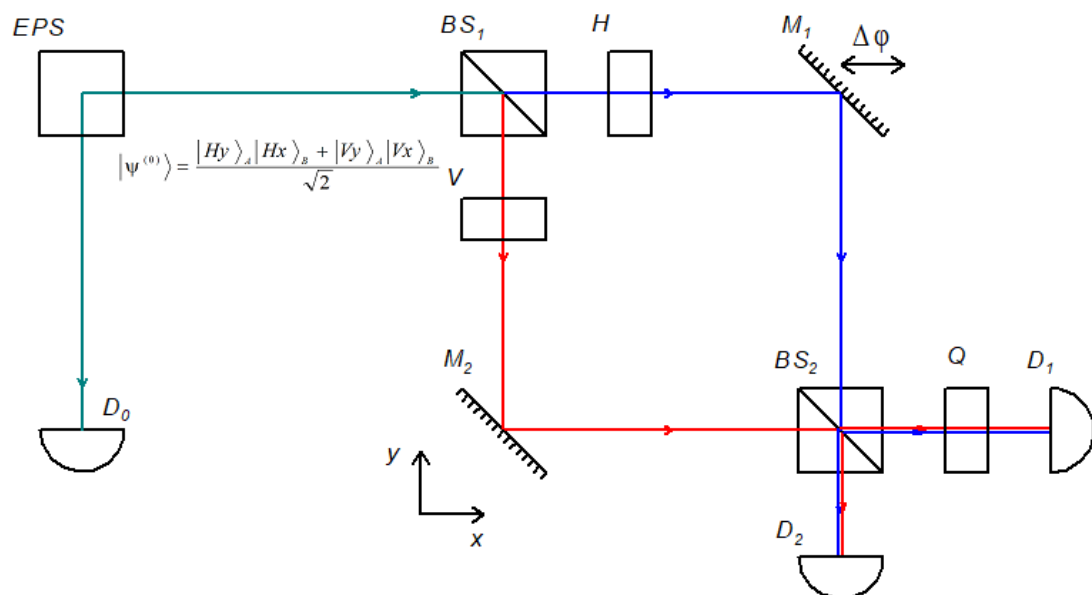
$$|\psi^{(0)}\rangle = \frac{|H\rangle_A \otimes |H\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |V\rangle_B}{\sqrt{2}} = \frac{|HH\rangle + |VV\rangle}{\sqrt{2}}.$$

Далее воспользуемся подходом, аналогичным используемому при описании эксперимента «квантового ластика» для одиночных фотонов, а именно, опишем эквивалентную схему «квантового телеграфа» (рисунок 2.3). Для этого будем полагать, что фотоны запутанной пары при манипуляциях с

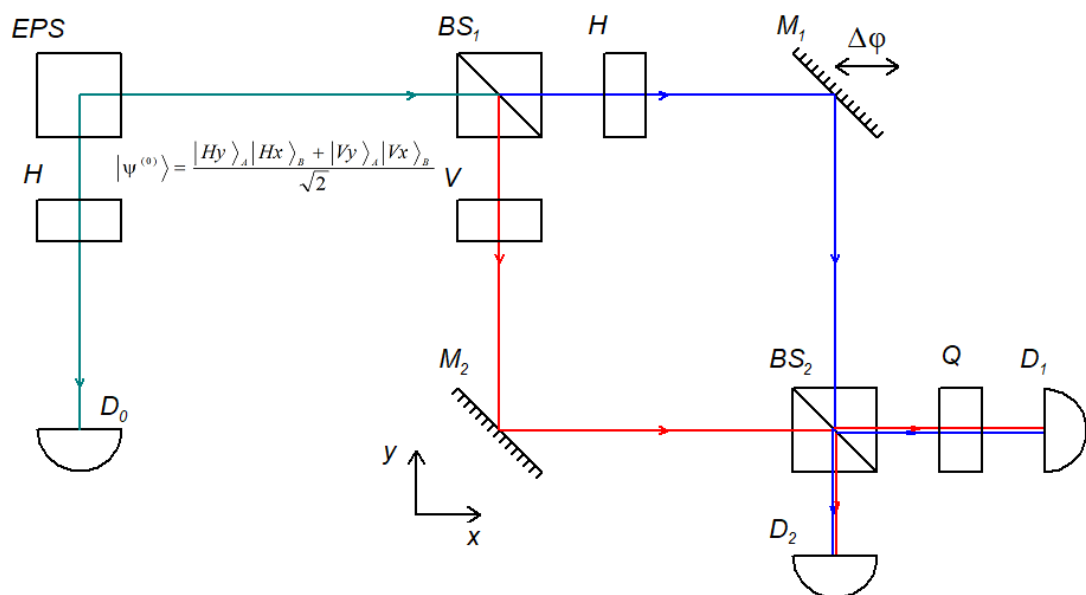
ними Алисой и Бобом «перемещаются» вдоль оси y и x соответственно. В качестве источника запутанных пар фотонов (*EPS*) используется близкий к идеальному источник на основе неколлинеарного спонтанного параметрического рассеяния типа I в вырожденном режиме, например, на основе интерферометра Саньяка [51]. Тогда, в соответствии с ключевыми идеями «квантового телеграфа», можно полагать, что у Боба имеется полный аналог 3-й эквивалентной схемы. Алиса, в свою очередь, либо использует только однофотонный детектор, либо дополнительно «пропускает» свой фотон через горизонтальный поляризатор. Отдельно отметим, что выбор направления распространения фотона Алисы запутанной пары является произвольным и определяется только удобством построения модели. С учетом этого, состояние Белла можно записать как

Вначале промоделируем часть I работы «квантового телеграфа» в соответствии со схемой на рисунке 3, а. При этом будем полагать, что Алиса детектирует имеющуюся у нее частицу запутанной пары без проведения каких-либо дополнительных манипуляций над ее поляризацией. В рамках рассматриваемой схемы, учитывая не чувствительность к поляризации детектора D_0 , а также полагая, что для фотона Алисы выбрано направление y распространения, это будет эквивалентно применению к состоянию (2.19) линейного оператора $\mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2$. При этом, с учетом заданной выше синхронизации во времени, можно полагать, что запутанность сохраняется и на входе в интерферометр Маха–Цендера фотон, соответствующий подсистеме B квантовой системы AB, находится в несепарабельном состоянии.

$$\begin{aligned} |\Psi_{yx}^{(0)}\rangle &= \frac{|H\rangle_A \otimes |y\rangle_A \otimes |H\rangle_B \otimes |x\rangle_B + |V\rangle_A \otimes |y\rangle_A \otimes |V\rangle_B \otimes |x\rangle_B}{\sqrt{2}} = \\ &= \frac{1}{\sqrt{2}} (|Hy\rangle |Hx\rangle + |Vy\rangle |Vx\rangle) \end{aligned} \quad (2.19)$$



а)



б)

Рисунок 2.3 – Эквивалентные схемы «квантового телеграфа»: а) часть I работы; б) часть II работы

Поскольку светоделители BS_1 и BS_2 сохраняют поляризацию, прохождение через них фотона Боба равносильно применению к входному состоянию линейного преобразования с матрицей:

$$\mathbf{BS}'' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{BS}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{BS}.$$

Наличие поляризационных фильтров, а также их расположение в заданном плече интерферометра (фильтр **H** - в верхнем плече, фильтр **V** - в нижнем плече) учтем в полной аналогии с выражением (9), полагая, что их действие может быть описано как:

$$\mathbf{F}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{F} = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes (|Hx\rangle\langle Hx| + |Vy\rangle\langle Vy|).$$

Зеркала в нашей эквивалентной схеме сохраняют поляризацию, следовательно, отражение от них равносильно применению к состоянию фотона Боба после прохождения светоделителя BS_1 и поляризационных фильтров линейного преобразования:

$$\mathbf{M}'' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{M}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{M}.$$

Внесение дополнительного фазового сдвига зеркалом M_1 в рамках эквивалентной схемы равносильно применению линейного преобразования:

$$\begin{aligned} \Delta'' &= \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \Delta' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \Delta = \\ &= \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes (|x\rangle\langle x| + e^{i\Delta\varphi}|y\rangle\langle y|). \end{aligned}$$

Действие «квантового ластика» в рассматриваемой эквивалентной схеме равносильно применению к состоянию фотона Боба после отражения от зеркал M_1 и M_2 линейного преобразования:

$$\mathbf{Q}'' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{Q}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{Q}.$$

Далее, аналогично анализу эквивалентной схемы 3 оценим вероятности фотоотсчетов детекторов D_1 и D_2 , полагая, что им соответствуют проекторы $\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle\langle x|$ и $\mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y|$, соответственно. При этом вначале

проанализируем эквивалентную схему без «квантового ластика». С учетом фотона Боба на x -входе светоделителя BS_1 , состояние квантовой системы АВ после прохождения интерферометра $|\psi_{yx}^{(1)}\rangle$, а также вероятности p_{D1} , p_{D2} и $p(F)$ определяются как:

$$\begin{aligned} |\psi_{yx}^{(1)}\rangle &= \mathbf{BS}''_2 \Delta'' \mathbf{M}'' \mathbf{F}' \mathbf{BS}''_1 |\psi_{yx}^0\rangle = \\ &= \mathbf{BS}''_2 \Delta'' \mathbf{M}'' \mathbf{F}' \mathbf{BS}''_1 \frac{1}{\sqrt{2}} (|Hy\rangle|Hx\rangle + |Vy\rangle|Vx\rangle) = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [i(|Hy\rangle|H\rangle e^{i\Delta\varphi} + |Vy\rangle|V\rangle)|x\rangle + (|Hy\rangle|H\rangle e^{i\Delta\varphi} - |Vy\rangle|V\rangle)|y\rangle] \end{aligned} \quad (2.20)$$

$$p_{D1} = \langle \psi_{yx}^{(1)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle \langle x | \psi_{yx}^{(1)} \rangle = \frac{1}{4}, \quad (2.21)$$

$$p_{D2} = \langle \psi_{yx}^{(1)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle \langle y | \psi_{yx}^{(1)} \rangle = \frac{1}{4}, \quad (2.22)$$

$$p_F = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{1}{2}. \quad (2.23)$$

Анализ выражений (2.20)-(2.23) показывает, что для эквивалентной схемы «квантового телеграфа» без «квантового ластика» с одинаковой вероятностью $p_{D1} = p_{D2} = \frac{1}{4}$ срабатывают детекторы D_1 и D_2 , следовательно, можно говорить об отсутствии интерференционной картины. Данный факт полностью отвечает более ранней статье [40], в которой отмечалось, что ожидаемый результат эксперимента при пропускании фотона Боба через экран со щелями и фильтрами, при условии, что элемент, выполняющий функции «квантового ластика», убран, а Алиса просто детектирует свой кубит – *отсутствие* интерференционной картины. Таким образом, можно сделать вывод, что эквивалентная схема и рассматриваемая физико-математическая

модель, предсказывают результат аналогичный [40] в части отсутствия «квантового ластика».

Далее проанализируем эквивалентную схему с учетом наличия элемента, стирающего информацию о пути фотона Боба В данном случае состояние квантовой системы АВ после прохождения интерферометра $|\psi_{yx}^{(2)}\rangle$, а также вероятности p_{D1} , p_{D2} и $p(F)$ определяются как:

$$\begin{aligned} |\psi_{yx}^{(2)}\rangle &= \mathbf{Q''BS''}_2 \Delta'' \mathbf{M''F'BS''}_1 |\psi_{yx}^0\rangle = \\ &= \mathbf{Q''BS''}_2 \Delta'' \mathbf{M''F'BS''}_1 \frac{1}{\sqrt{2}} (|Hy\rangle |Hx\rangle + |Vy\rangle |Vx\rangle) = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [i(|Hy\rangle e^{i\Delta\varphi} (\cos^2 \theta |H\rangle + \sin \theta \cos \theta |V\rangle) + |Vy\rangle (\sin \theta \cos \theta |H\rangle + \sin^2 \theta |V\rangle)) |x\rangle) \\ &+ (|Hy\rangle |H\rangle e^{i\Delta\varphi} - |Vy\rangle |V\rangle) |y\rangle] \end{aligned} \quad (2.24)$$

$$p_{D1} = \langle \psi_{yx}^{(2)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle \langle x | \psi_{yx}^{(2)} \rangle = \frac{1}{8} \quad , \quad (2.25)$$

$$p_{D2} = \langle \psi_{yx}^{(2)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle \langle y | \psi_{yx}^{(2)} \rangle = \frac{1}{4} \quad , \quad (2.26)$$

$$p_F = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{5}{8}. \quad (2.27)$$

Согласно выражениям (2.24)-(2.27), для эквивалентной схемы «квантового телеграфа» даже при наличии у Боба «квантового ластика», детекторы D_1 и D_2 срабатывают с вероятностью $p_{D1} = \frac{1}{8}$ и $p_{D2} = \frac{1}{4}$, не зависящими ни от θ , ни от $\Delta\varphi$, соответственно. Следовательно, в нашей формализации понятия «наличие интерференционной картины» можно сделать вывод об ее отсутствии. Полученный результат, по большей части, является неочевидным, так как согласно работе [1] в данном случае ожидалось

наличие интерференционной картины. Следовательно, при условии, что элемент, выполняющий функции «квантового ластика», установлен, а Алиса предварительно пропускает свой кубит через поляризационный фильтр, для фотона Боба должна наблюдаться интерференция.

Данный результат также является неожиданным, поскольку, благодаря использованию «квантового ластика» при измерении поляризации фотона Боба, например, с помощью проективных измерений, задаваемых полным множеством ортогональных проекторов, т.е. $I_2 \otimes I_2 \otimes |H\rangle\langle H| \otimes I_2$ и $I_2 \otimes I_2 \otimes |V\rangle\langle V| \otimes I_2$, невозможно получить информацию о его пути. Аналогичный вывод можно сделать и в случае измерения поляризации фотона Алисы или наблюдаемой, связанной с направлением его распространения, т.е. также невозможно определение пути фотона в интерферометре. Это, в свою очередь, приводит к следующим предположениям: 1) рассматриваемая эквивалентная схема (см. рис. 3) неточно соответствует «квантовому телеграфу»; 2) состояние (2.19) недостоверно описывает начальное состояние запутанной пары фотонов; 3) неточны отдельные этапы построения физико-математической модели; 4) существуют дополнительные неучтенные обстоятельства. Однако с учетом того, что при изложении рассматриваемой модели и отдельных этапов ее построения использовались классические, хорошо зарекомендовавшие себя подходы, предположения 2 и 3 выглядят маловероятными. Учитывая, что эквивалентные модели достоверно описывают эксперименты «квантового ластика» для одиночных фотонов, маловероятным является и предположение 1. Это приводит нас к предположению 4 о неучтенных обстоятельствах, в частности, если рассмотреть явную запись $|\psi_x^{(2)}\rangle$, то видно, что для обеспечения зависимости вероятности фотоотсчетов детектора D_1 от $\Delta\varphi$ и θ достаточно «пропустить» фотон Алисы через элемент, аналогичный «квантовому ластик» Боба. Это равносильно применению к состоянию (2.19) линейного оператора

$\mathbf{Q} \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2$. В этом случае состояние квантовой системы АВ $|\psi_x^{(3)}\rangle$, а также вероятности p_{D1} , p_{D2} и p_F определяются как:

$$\begin{aligned} |\psi_x^{(3)}\rangle &= \mathbf{Q} \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 |\psi_x^{(2)}\rangle = \\ &= \frac{1}{2\sqrt{2}} \left[i \left((\cos^2 \theta_A |Hy\rangle + \sin \theta_A \cos \theta_A |Vy\rangle) (\cos^2 \theta_B e^{i\Delta\varphi} |H\rangle + \sin \theta_B \cos \theta_B |V\rangle) + \right. \right. \\ &+ \left. \left(\sin \theta_A \cos \theta_A |Hy\rangle + \sin^2 \theta_A |Vy\rangle \right) (\sin \theta_B \cos \theta_B |H\rangle + \sin^2 \theta_B |V\rangle) \right) |x\rangle + \\ &+ \left. \left((\cos^2 \theta_A |Hy\rangle + \sin \theta_A \cos \theta_A |Vy\rangle) |H\rangle e^{i\Delta\varphi} - (\sin \theta_A \cos \theta_A |Hy\rangle + \sin^2 \theta_A |Vy\rangle) |V\rangle \right) |y\rangle \right] \end{aligned} \quad (2.28)$$

$$\begin{aligned} p_{D1} &= \langle \psi_x^{(3)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle \langle x | \psi_x^{(3)} \rangle = \\ &= \frac{1}{16} \left[4 \cdot \cos^2 \theta_A \cos(2\theta_B) + \sin(2\theta_A) \sin(2\theta_B) \cos \Delta\varphi + 2 \sin^2 \theta_B \right] \end{aligned} \quad (2.29)$$

$$p_{D2} = \langle \psi_x^{(3)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle \langle y | \psi_x^{(3)} \rangle = \frac{1}{8}, \quad (2.30)$$

$$\begin{aligned} p_F &= 1 - p_{D1} - p_{D2} = \\ &= \frac{7}{8} - \frac{1}{16} \left[4 \cdot \cos^2 \theta_A \cos(2\theta_B) + \sin(2\theta_A) \sin(2\theta_B) \cos \Delta\varphi + 2 \sin^2 \theta_B \right]. \end{aligned} \quad (2.31)$$

где θ_A и θ_B – углы ориентации «квантовых ластиков» Алисы и Боба, соответственно.

Анализ выражений (2.28)-(2.31) показывает, что для эквивалентной схемы «квантового телеграфа» с «квантовым ластиком» у Боба и аналогичным элементом у Алисы, вероятность фотоотсчетов детектора D_1 зависит от $\Delta\varphi$ и θ , следовательно, можно говорить о наблюдении интерференционной картины. На рисунке 2.4 представлены зависимости вероятностей фотоотсчетов детектора D_1 для эквивалентной схемы части I работы «квантового телеграфа». Анализ данных зависимостей показывает, что

видность интерференционной картины определяется углом ориентации «квантовых ластиков» Алисы и Бобы, а ее максимум соответствует $\theta_A = \pi/4$, $\theta_B = \pi/4$.

Дополнительно следует отметить, что при наших рассуждениях авторы пользовались уже обозначенной идеей о синхронизации во времени регистрации фотонов Алисы и Боба. При этом вопросы, связанные с возможностью различения интерференционной картины непосредственно в практической реализации «квантового телеграфа», все также требуют натуральных экспериментов, поскольку использование фильтров и элементов типа «квантовый ластик» в силу меньшей единицы вероятности прохождения через них фотонов будет приводить к различию в статистиках фотоотсчетов детектора D_0 , D_1 и D_2 , соответственно. Так, например, возможны такие ситуации, когда фотоны будут поглощены «ластиком» Алисы, следовательно, детектор D_0 не срабатывает, но при этом могут наблюдаться срабатывания детекторов D_1 или D_2 .

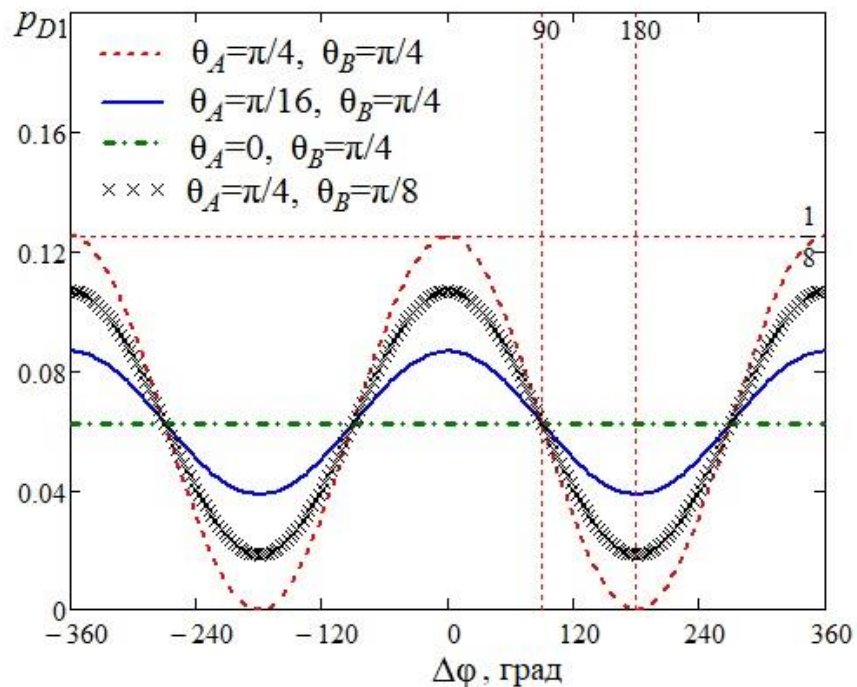


Рисунок 2.4 – Зависимости вероятностей фотоотсчета детекторов D_1 как функция $\Delta\phi$ при различных углах ориентации «квантового ластика» Алисы и Боба

Различия в статистиках фотоотсчетов детекторов, в свою очередь, являются следствием того, что поляризационные фильтры и «квантовый ластик» являются примерами неунитарных процессов, что может быть преодолено путем включения в выборку только событий, при которых фотон «прошел» через поляризационные фильтры и «квантовый ластик», что, однако, можно рассматривать как поствыбор. Это, в свою очередь, при экспериментальной реализации схемы «квантового телеграфа» потребует наличия канала синхронизации (схемы совпадения) фотоотсчетов детекторов, и оставляет открытым вопрос в возможности различения интерференционной картины, создаваемой одним из фотонов запутанной пары, в его отсутствии. Этот вопрос тесно взаимосвязан с другими вопросами, а именно: 1) является ли рассматриваемая схема «квантового телеграфа» при передаче Алисой бита «1» классической информации замкнутой квантовой системой; 2) возможно ли рассматривать состояние (2.19), как чистое, до и после «прохождения» фотона через экран с двумя щелями с учетом «отложенного выбора» (т. е. необходимости «пропустить» фотон Алисы через элемент, аналогичный «квантовому ластик» Боба).

Теперь промоделируем часть II работы «квантового телеграфа» в соответствии со схемой, изображенной на рисунке 2.3, б. При этом будем полагать, что Алиса «пропускает» имеющуюся у нее частицу запутанной пары через фильтр **H** и детектирует ее. Кроме того, будем, как и ранее, считать, что для фотона Алисы выбрано направление y распространения. В рамках рассматриваемой схемы это будет эквивалентно применению к состоянию (2.19) вначале линейного оператора $|H\rangle\langle H| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2$, а затем $\mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2$. С учетом этого, состояние квантовой системы АВ можно записать как:

$$\begin{aligned}
|\Psi_{yx}^{(4)}\rangle &= \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \left(|H\rangle\langle H| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 |\Psi_{yx}^{(0)}\rangle \right) = \\
&= \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |Hy\rangle\langle Hx| \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} |Hy\rangle\langle Hx|.
\end{aligned} \tag{2.32}$$

Однако здесь следует отметить, что, поскольку предполагается предварительное пропускание фотона Алисы через фильтр **H**, а также учитывая, что для состояния (50) полная нормировка не сохраняется, можно говорить о том, что состояние квантовой системы АВ зависит от иных окружающих ее квантовых объектов. Это, в свою очередь, приводит к необходимости рассматривать часть II работы «квантового телеграфа» в терминах смешанных состояний. С учетом (32) оператор плотности квантовой системы АВ, состоящей из двух подсистем А и В, может быть записан как:

$$\rho_0^{(AB)} = \frac{1}{2} |Hy\rangle\langle Hx| \langle Hy| \langle Hx| + \frac{1}{2} |Vy\rangle\langle Vx| \langle Vy| \langle Vx|, \tag{2.33}$$

где учитывается поглощение фотона Алисой фильтром при условии ортогональности его поляризации оси пропускания фильтра, что в рамках рассматриваемой эквивалентной схемы равносильно пропусканию через него состояния $|Vy\rangle\langle Vx|$.

При дальнейшем анализе эквивалентной схемы будем полагать, что прохождение фотона Боба через интерферометр Маха–Цендера может быть описано в полной аналогии с частью I работы «квантового телеграфа», дополнительно учитывая, что вместо чистого состояния (19) будем рассматривать эволюцию смешанного состояния, задаваемого оператором плотности (2.33). При этом вначале проанализируем эквивалентную схему без «квантового ластика». С учетом фотона Боба на х-входе светоделителя BS_1 состояние квантовой системы АВ после прохождения интерферометра, а также вероятности $p(D_1)$, $p(D_2)$ и $p(F)$ определяются как:

$$\begin{aligned}
\rho_1^{(AB)} &= \mathbf{BS}''_2 \mathbf{\Lambda}'' \mathbf{M}'' \mathbf{F}' \mathbf{BS}'' \rho_1^{(AB)} (\mathbf{BS}'')^\dagger (\mathbf{F}')^\dagger (\mathbf{M}'')^\dagger (\mathbf{\Lambda}'')^\dagger (\mathbf{BS}'')^\dagger = \\
&= \begin{pmatrix}
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & \frac{1}{8}i & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{8}i & \frac{1}{8} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8} & -\frac{1}{8}i \\
0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{8}i & \frac{1}{8}
\end{pmatrix}, \tag{2.34}
\end{aligned}$$

$$p_{D1} = \text{tr}(\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X} \rho_1^{(AB)}) = \frac{1}{4}, \tag{2.35}$$

$$p_{D2} = \text{tr}(\mathbf{Y}^\dagger \mathbf{Y} \rho_1^{(AB)}) = \frac{1}{4}, \tag{2.36}$$

$$p_F = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{1}{2} \tag{2.37}$$

где $\mathbf{X} = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle\langle x|$,

$\mathbf{Y} = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y|$,

$\mathbf{J}_j^\dagger$ - оператор (в матричном представлении), эрмитово-сопряженный с оператором $\mathbf{J}$.

Анализ выражений (34)-(37) показывает, что для эквивалентной схемы части II «квантового телеграфа» без «квантового ластика» с одинаковой

$$p_{D1} = \text{tr}(\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X} \rho_2^{(AB)}) = \frac{1}{8}, \quad (2.39)$$

$$p_{D2} = \text{tr}(\mathbf{Y}^\dagger \mathbf{Y} \rho_2^{(AB)}) = \frac{1}{4}, \quad (2.40)$$

$$p_F = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{5}{8}, \quad (2.41)$$

Согласно выражениям (2.38)-(2.41) для эквивалентной схемы «квантового телеграфа» даже при наличии у Боба «квантового ластика» детекторы D_1 и D_2 срабатывают с вероятностью $p_{D1} = \frac{1}{8}$ и $p_{D2} = \frac{1}{4}$ не зависящей ни от $\Delta\phi$, ни от Δ , следовательно, можно говорить об отсутствии интерференционной картины. Данный факт также полностью соответствует работе [40] и подтверждает правильность используемой эквивалентной схемы.

На основании обобщения результатов по обеим частям работы «квантового телеграфа» можно сделать следующие краткие выводы:

1) регистрация Алисой одного из фотонов запутанной пары и использование Алисой и Бобом «квантового ластика» обеспечивают наблюдение интерференционной картины Бобом, в предположении, что до и после прохождения эквивалентной схемы «квантового телеграфа» состояние остается чистым,

2) регистрация Алисой одного из фотонов запутанной пары, при условии его предварительного пропускания через фильтр **H**, обеспечивает невозможность наблюдения интерференционной картины Бобом.

Таким образом, использованием разработанной физико-математической модели «квантового телеграфа» показано, что при действиях Алисы, направленных на передачу бита «1» классической информации, Боб будет наблюдать интерференцию своей частицы в двухщелевом эксперименте, а при

действиях Алисы, направленных на передачу бита «0» классической информации, нет. Это, в свою очередь, полностью подтверждает основные результаты работы [40] и позволяет надеяться на практическую реализацию детерминированной квантовой связи.

Помимо изложения физико-математической модели «квантового телеграфа», целесообразным представляется осветить вопрос наблюдения интерференционной картины, создаваемой одним из фотонов запутанной пары без поствыбора результатов измерения. В настоящее время в ряде работ по «квантовому ластику с отложенным выбором», а также близких к ней исследованиях отмечается, что наблюдение интерференционной картины, создаваемой одним из фотонов запутанной пары, возможно только при условии, что между детекторами фотонов Алисы и Боба присутствует канал синхронизации фотоотсчетов. Либо Алиса и Боб должны уже после проведения измерений обмениваться классическими данными для выбора подмножества данных из полного множества фотоотсчетов. В частности, утверждается, что «...при работе с парой запутанных фотонов фотон, встречающийся с интерферометром, будет находиться в смешанном состоянии, и таким образом не будет видимой интерференционной картины без подсчета совпадений, нужных для выбора соответствующих подмножеств данных» [52]. Или, например, отмечается, что «...суммарная картина всех сигнальных фотонов, чьи запутанные холостые пары прошли на несколько разных детекторов, никогда не будет показывать интерференцию независимо от того, что происходит с холостыми фотонами» [53].

Здесь отдельно следует отметить, что в цитируемых работах [52, 53] предполагается не отсутствие интерференционной картины, а невозможность ее наблюдения, вследствие наложения двух интерференционных картин, максимумы одной из которых совпадают с минимумами другой, т. е. между двумя интерференционными полосами существует π -фазовый сдвиг. Согласно результатам моделирования, для части I «квантового телеграфа» и эквивалентной ее схеме ожидается различие (с учетом оговоренных

предположений) в вероятностях срабатывания детекторов D_1 и D_2 , что позволяет надеяться на возможность наблюдения интерференции в натурном эксперименте.

Еще одним важным возражением к утверждению о невозможности наблюдения интерференционной картины, создаваемой одним из фотонов запутанной пары без поствыбора результатов измерения, являются результаты передовых работ [54, 55] научной группы под руководством А. Zeilinger. Ключевым результатом данных работ является методика, которая позволяет проверить и измерить запутанность двухфотонного смешанного состояния без обнаружения одного из фотонов, т.е. не выполняя измерения совпадения фотоотсчетов или поствыбор. При этом доказываем, что возможно восстановить информацию о запутанности, исходя из видности интерференционных картин. В конце работы [54] авторы также задают более общий вопрос, а именно «...какую еще информацию можно узнать о квантовом состоянии, обнаружив только одну из его частей?». С точки зрения авторов, этот вопрос полностью согласуется с ключевыми идеями «квантового телеграфа», который, как и АТФ-технология связи [56, 57], открывает путь к созданию детерминированной квантовой связи.

Разработанная физико-математическая модель и эквивалентные схемы «квантового телеграфа» отражены в статье: Карманов А.А., Игошина С.Е., Митрохин М.А. Исследование особенностей детерминированной квантовой связи // Программная инженерия. 2025 (принята к публикации 22.04.2025).

3 Разработка архитектуры квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний

3.1 Анализ возможности решения задачи томографии квантовых состояний с помощью квантовых нейронных сетей

С точки зрения практической проверки протоколов детерминированной квантовой связи, таких как «квантовый телеграф», а также измерения неизвестных квантовых состояний (как чистых, так и смешанных) большую роль играют методы квантовой томографии (статистического восстановления квантовых состояний). В основе квантовой томографии лежит три основных операции: 1) унитарные преобразования входных состояний; 2) измерение состояний после унитарных преобразований; 3) математическая обработка полученных данных в соответствии с заданным алгоритмом.

В соответствии с работой [58], если на входе имеется неизвестное квантовое состояние, например чистое, которое описывается вектором $|\Psi\rangle$, а m унитарных преобразований задаются оператором $\hat{G}_i$ ($i=1, 2, 3\dots m$) и пусть осуществляется проекционное измерение на состояние $|\Psi_0\rangle$, то в результате получается набор из m вероятностей $P_j = |\langle\varphi_i|\Psi\rangle|^2$, где $\langle\varphi_i| = \langle\Psi_0|\hat{G}_i$. Анализ показывает, что входными данными для процедуры математической обработки являются m – случайных чисел, а также k_j – количество событий в схеме проекционных измерений неизвестного квантового состояний, ожидаемые значения которых пропорциональны вероятности P_j .

Применительно к рассматриваемому протоколу детерминированной квантовой связи, задача томографии квантовых состояний может быть сформулирована следующим образом. Рассмотрим произвольное поляризационное состояние кубита, которое имеет вид:

$$|\Psi\rangle = c_1|H\rangle + c_2|V\rangle, \quad (3.1)$$

где $|H\rangle$ и $|V\rangle$ – базисные векторы, соответствуют горизонтальное и вертикальной поляризации и могут быть определены, исходя из действия операторов рождения на вакуум следующим образом:

$$|H\rangle = a^\dagger |vac\rangle \equiv \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix},$$

$$|V\rangle = ab^\dagger |vac\rangle \equiv \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix},$$

Причем коммутатор $[a,b]=0$ и комплексные амплитуды c_1, c_2 связаны условием нормировки $|c_1|^2 + |c_2|^2 = 1$.

Состояние (3.1) может быть представлено в виде точки на сфере Пуанкаре-Блоха, используя следующее выражение:

В целом ключевая задача томографии квантовых состояний аналогична идеям, используемым при построении квантовых нейронных сетей, поскольку в обоих случаях над входными состояниями применяются унитарные преобразования, а в конечном итоге осуществляются проекционные измерения:

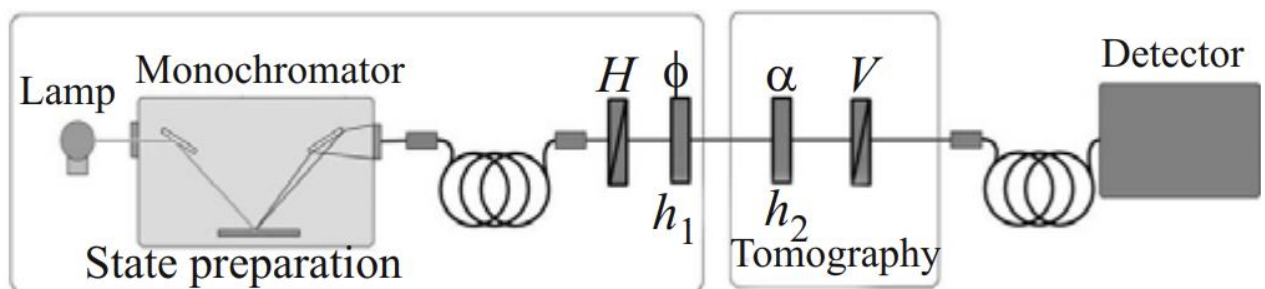
$$|\Psi\rangle = \cos\left(\frac{\theta}{2}\right)|H\rangle + \exp(i\varphi)\sin\left(\frac{\theta}{2}\right)|V\rangle, \quad (3.2)$$

где $\theta=[0, \pi]$ и $\varphi=[0, 2\pi]$ – углы на сфере Пуанкаре-Блоха.

Томография квантовых состояний (3.1) и (3.2) сводится к оценке амплитуд c_1 и c_2 либо из результатов физического эксперимента, либо из численного моделирования на основании экспериментальных данных. Известны различные протоколы томографии квантовых состояний, из которых наиболее актуальными являются протоколы $J4$ [59] и $R4$ [60], а также оптимизированный статистический протокол $B9$ [58]. В рамках протокола $J4$ исходный кубит, находящийся в состоянии (3.1) или (3.2), проецируется на четыре состояния в Базисе Стокса $|H\rangle, |V\rangle, |D\rangle = \frac{|H\rangle+|V\rangle}{\sqrt{2}}$ и $|R\rangle = \frac{|H\rangle+i|V\rangle}{\sqrt{2}}$. В рамках второго протокола проецирования исходного квантового состояния

кубита реализуется на четыре состояния, которые расположены симметрично на сфере Пуанкаре-Блоха. Согласно третьему протоколу, проводятся измерения для девяти ориентаций проецирующих оптических элементов (фазовый пластинок и поляризаторов) с шагом 20° . Параметры протокола $B9$ могут быть выбраны, ориентируясь на задачи исследования, а также исходя из ограниченности ресурсов или решая оптимизационную задачу.

Рисунок 3.1 демонстрирует схему экспериментальной установки, обеспечивающую подготовку заданного квантового состояния и его томографию.



Lamp, Monochromator – устройство подготовки оптических состояний, H , V – поляризаторы, h_1 , h_2 – фазовые пластики ориентированные под углами α_1 и α_2 подготовки квантовых состояний и их томографии соответственно.

Рисунок 3.1 – Схема экспериментальной установки для подготовки и томографии квантовых состояний

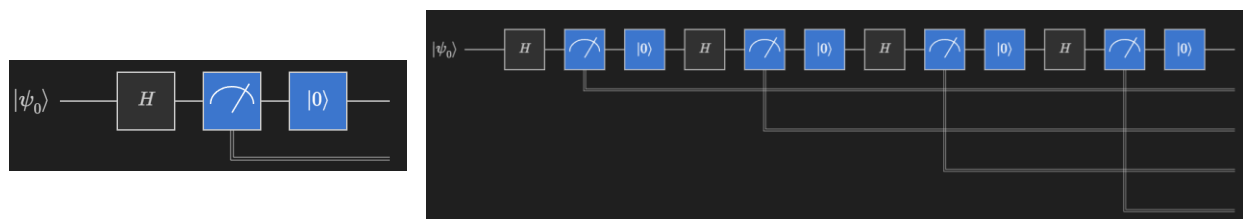
В целом ключевая задача томографии квантовых состояний для протоколов J4 и R4 сводится к различению четырех квантовых состояний и по своей сути аналогична идеям, используемым при построении квантовых нейронных сетей. И в том и в другом случаях над входными состояниями применяются унитарные преобразования, а затем осуществляются проекционные измерения, которые обеспечивают классификацию [61, 62] одно из четырех квантовых состояний.

3.2 Разработка квантового генератора случайных чисел для решения задачи томографии квантовых состояний

Поскольку для проведения томографии квантовых состояний требуется генерация m случайных чисел, задающих унитарные преобразования, на базе

Azure Quantum с использованием языка программирования Q# реализован квантовый генератор случайных чисел [63] (*QuantumGRN*) в диапазоне от 0 до $\{max\}$ (где мы ограничиваемся значением $max=9$). Ключевой особенностью разработанного генератора является его недетерминированность, которая обусловлена использованием физического процесса, способного производить энтропию за счет измерения кубита, находящегося в состоянии суперпозиции $|0\rangle$ и $|1\rangle$ (где $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$).

Квантовая схема, реализующая *QuantumGRN*, представлена на рисунке 3.1 и включает две основные составляющие: 1) схему, переводящую кубит в состояние $|\Psi_s\rangle = \frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}}$; 2) схема, последовательно использующая 4 кубита для генерации случайных битов в диапазоне от 0 до $\{max\}$



а) перевод кубита
состояние $|\Psi_s\rangle$

б) последовательное использование 4-х кубитов

Рисунок 3.1 – Квантовая схема, реализующая квантовый генератор случайных чисел

Листинг *QuantumGRN* на базе облачной службе квантовых вычислений *Azure Quantum* приведен ниже.

```
import Std.Convert.*;
import Std.Intrinsic.*;
import Std.Math.*;

operation Main() : Int {
    let max = 9;
    Message($"Result a random number between 0 and {max}:");

    return QuantumGRN(max);
}

operation QuantumGRN(max : Int) : Int {
```

```

    mutable bits = [];
    let nBits = BitSizeI(max);
    for idxBit in 1..nBits {
        bits += [QuantumGRNBit()];
    }
    let sample = ResultArrayAsInt(bits);

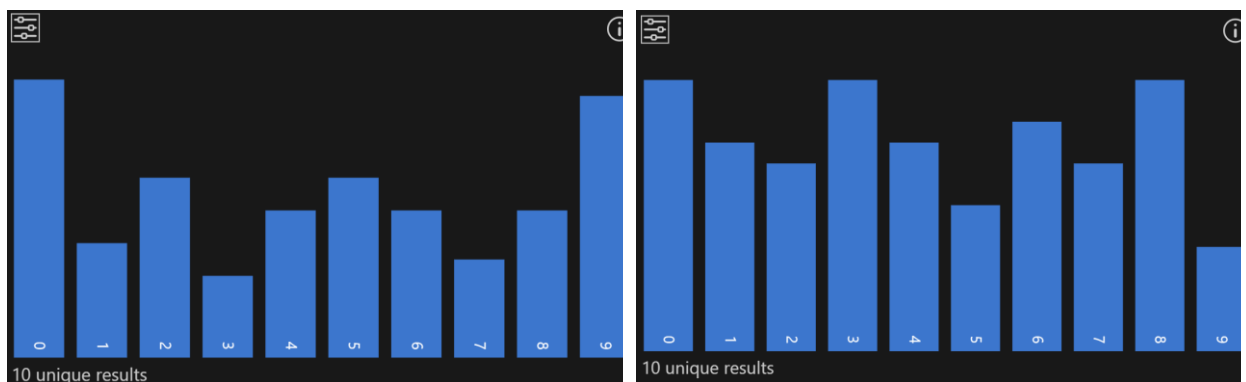
    return sample > max ? QuantumGRN(max) | sample;
}

operation QuantumGRNBit() : Result {
    use q = Qubit();
    H(q);
    let result = M(q);
    Reset(q);

    return result;
}

```

Конечном итогом программы является результат 100 генераций случайных чисел в диапазоне от 0 до 9, представленный на рисунке 3.2.



а)

б)

Рисунок 3.2 – Результат генерации случайных чисел от 0 до 9 с помощью квантового генератора случайных чисел для первого (а) и второго (б) запуска программного кода

Анализ представленных на рисунке 3.2 гистограмм показывает, что результат 100 генераций случайных чисел в диапазоне от 0 до 9 с помощью квантового генератора случайных чисел является «истинно» случайным процессом [64], что подтверждает преимущества такого рода генераторов над псевдослучайными программными генераторами.

3.3 Генерация несепарабельных состояний Белла для практической проверки протоколов детерминированной квантовой связи

В соответствие с рассмотренными выше ключевыми идеями протокола детерминированной квантовой связи «квантовый телеграф» для его экспериментальной проверки необходимо использование несепарабельных состояний кубитов. В рамках данного уровня входные состояния n одиночных кубитов вида $|0_1\rangle \otimes |0_2\rangle \otimes |0_3\rangle \otimes \dots \otimes |0_{n-1}\rangle \otimes |0_n\rangle$, (где $|1\rangle = \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \end{pmatrix}$, $|0\rangle = \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \end{pmatrix}$ и $\otimes$ - знак операции тензорного произведения) преобразуются в запутанное состояние по заданному алгоритму. Например, простейшим является алгоритм, переводящий входное состояний двух кубитов $|0\rangle \otimes |0\rangle = |00\rangle$ в одно из состояний Белла:

$$|\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle), \quad (3.3)$$

$$|\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle), \quad (3.4)$$

$$|\Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle + |10\rangle), \quad (3.5)$$

$$|\Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|01\rangle - |10\rangle). \quad (3.6)$$

Для реализации состояний (3.3) – (3.6) требуется два квантовых гейта, а именно, элемента Адамара (H) и $CNOT$, которые в матричном виде могут быть заданы следующим образом:

$$H = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -1 \end{bmatrix},$$

$$CNOT = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}.$$

Действие элемента Адамара на входное состояние $|00\rangle$ определяется как:

$$H|00\rangle = \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle.$$

После чего, квантовый гейт $CNOT$ формирует выходное состояние следующего вида:

$$CNOT \left(\frac{|0\rangle + |1\rangle}{\sqrt{2}} \right) |0\rangle = \frac{|00\rangle + |11\rangle}{\sqrt{2}}.$$

Обобщенная квантовая схема, реализующая произвольное состояние Белла $|\beta_{xy}\rangle$, приведена на рисунке 3.3.

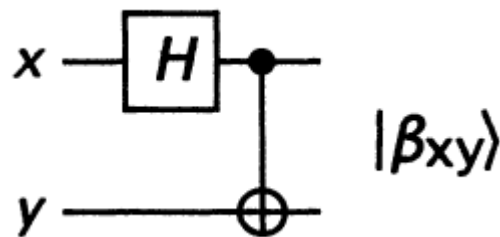


Рисунок 3.3 – Квантовая схема, реализующая произвольное состояние Белла

Указанная схема позволяет реализовывать произвольное состояние Белла в зависимости от входного состояния (таблица 3.1).

Таблица 3.1 – Соответствие между входными квантовыми состояниями парой кубитов и реализуемой парой Белла.

Вход	Выход
$ 00\rangle$	$ \beta_{00}\rangle = \Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(00\rangle + 11\rangle)$
$ 01\rangle$	$ \beta_{01}\rangle = \Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(00\rangle - 11\rangle)$
$ 10\rangle$	$ \beta_{10}\rangle = \Psi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(01\rangle + 10\rangle)$
$ 11\rangle$	$ \beta_{11}\rangle = \Psi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(01\rangle - 10\rangle)$

На базе Azure Quantum с использованием языка программирования Q# реализован уровень подготовки несепарабельных состояний кубитов для квантовой нейронной сети (на примере четырех состояний Белла). Квантовая схема, реализующая генерацию и измерения состояния Белла

$|\beta_{00}\rangle = |\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$, представлена на рисунке 3.4

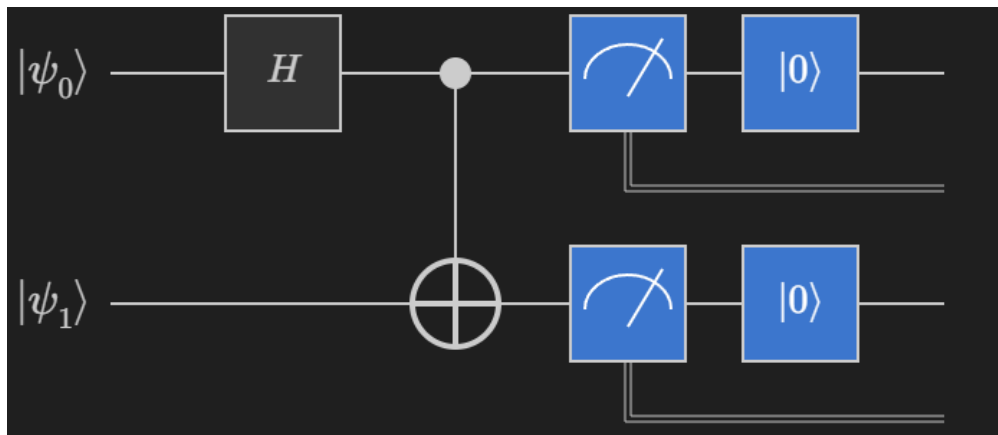


Рисунок 3.3 – Квантовая схема, реализующая генерацию и измерение состояния Белла $|\beta_{00}\rangle$

Листинг программы для генерации состояния Белла $|\Phi^+\rangle$ в облачной службе квантовых вычислений Azure Quantum приведен ниже.

```
operation Main() : (Result, Result)[] {
    [
        GenAndMeasurePair(GenPhiPlus, " $|\Phi^+\rangle$ ")
    ]
}
```

```

    ]
}

operation GenAndMeasurePair(
    preparation : Qubit[] => Unit,
    name : String
) : (Result, Result) {
    use pair = Qubit[2];
    preparation(pair);
    Message($"Bell state {name}:");
    Std.Diagnostics.DumpMachine();

    (MResetZ(pair[0]), MResetZ(pair[1]))
}

operation GenPhiPlus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); // |+0>

    CNOT(register[0], register[1]); // 1/sqrt(2) (|00> + |11>)
}

```

Конечном итогом выполнения программы является результат измерения 100 состояний Белла $|\Phi^+\rangle$ в вычислительном базисе $(|00\rangle, |11\rangle)$ представленный на рисунке 3.4.

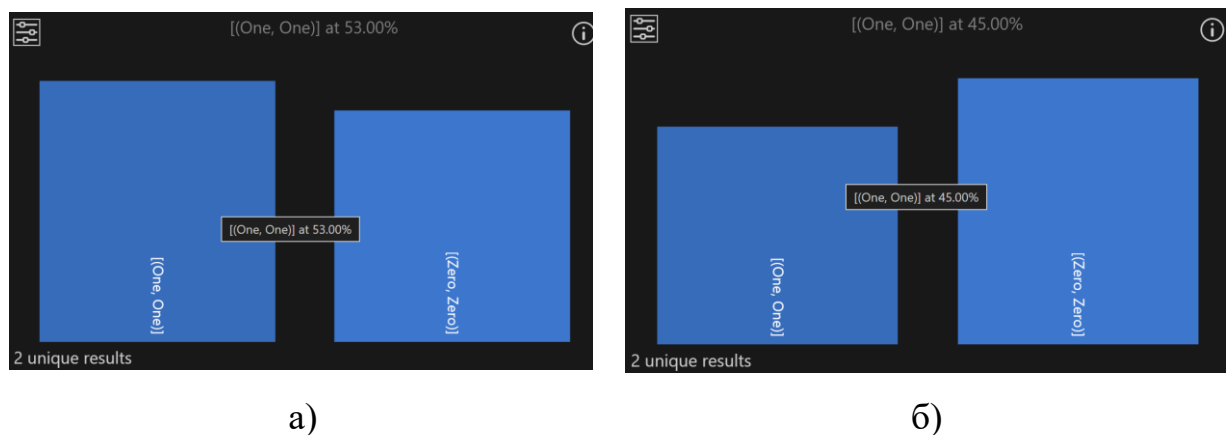


Рисунок 3.4 – Результат измерения состояний Белла $|\Phi^+\rangle$ в вычислительном базисе $(|00\rangle, |11\rangle)$ для первого (а) и второго запуска программного кода

Аналогичным образом может быть осуществлена генерация пары состояний Белла $|\Phi^+\rangle$ и $|\Phi^-\rangle$. Квантовая схема, реализующая генерацию и измерения состояния Белла $|\beta_{00}\rangle = |\Phi^+\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle + |11\rangle)$ и $|\beta_{01}\rangle = |\Phi^-\rangle = \frac{1}{\sqrt{2}}(|00\rangle - |11\rangle)$ представлена на рисунке 3.5.

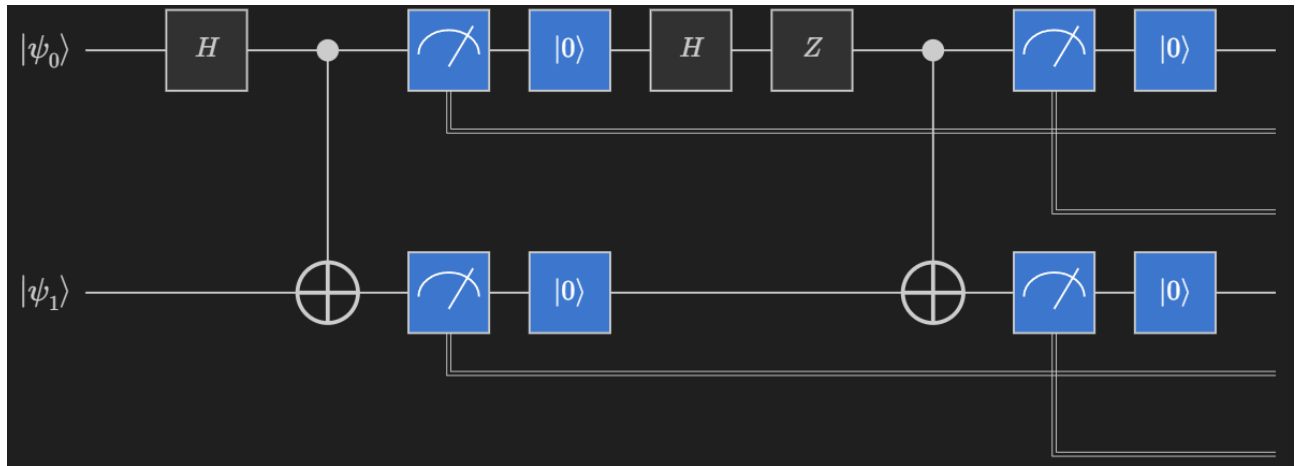


Рисунок 3.5 – Квантовая схема, реализующая генерацию и измерение состояний Белла $|\beta_{00}\rangle$ и $|\beta_{01}\rangle$

Листинг программы в облачной службе квантовых вычислений Azure Quantum приведен ниже.

```
operation Main() : (Result, Result)[] {
    [
        GenAndMeasurePair(GenPhiPlus, "|Φ+>"),
        GenAndMeasurePair(GenPhiMinus, "|Φ->")
    ]
}

operation GenAndMeasurePair(
    preparation : Qubit[] => Unit,
    name : String
) : (Result, Result) {
    use pair = Qubit[2];
    preparation(pair);
    Message($"Bell state {name}:");
    Std.Diagnostics.DumpMachine();
}
```

```

    (MResetZ(pair[0]), MResetZ(pair[1]))
}

operation GenPhiPlus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); //  $|+0\rangle$ 

    CNOT(register[0], register[1]); //  $1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ 
}

operation GenPhiMinus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); //  $|+0\rangle$ 

    Z(register[0]); //  $|-0\rangle$ 

    CNOT(register[0], register[1]); //  $1/\sqrt{2}(|00\rangle - |11\rangle)$ 
}

```

Конечным итогом выполнения программы является результат измерения 100 состояний Белла $|\Phi^+\rangle$ и $|\Phi^-\rangle$ в вычислительном базисе ($|00\rangle, |11\rangle$) представленный на рисунке 3.6.

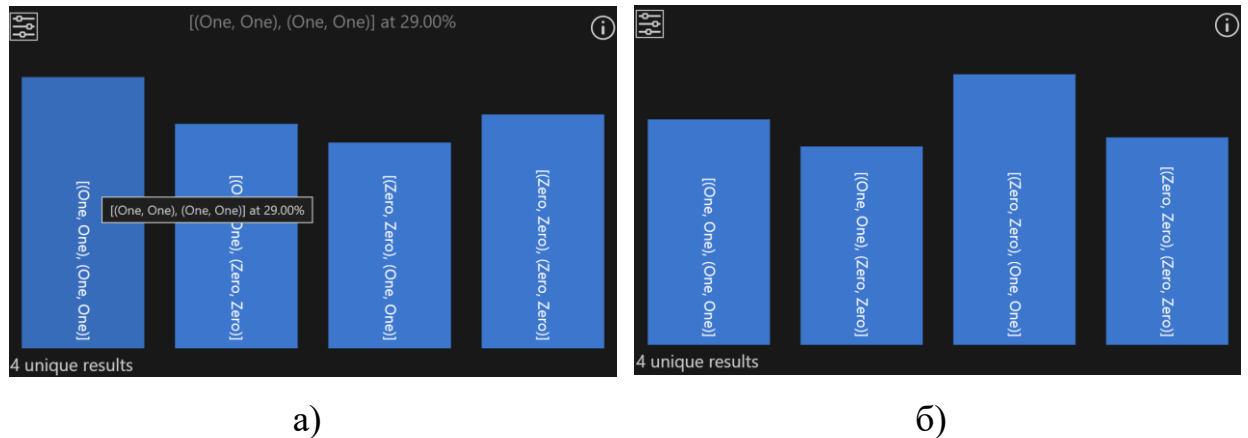


Рисунок 3.6 – Результат измерения состояний Белла $|\Phi^+\rangle$ и $|\Phi^-\rangle$ в вычислительном базисе ($|00\rangle, |11\rangle$) для первого (а) и второго запуска программного кода

Аналогичным образом может быть осуществлена генерация всех четырех состояний Белла. Листинг программы в облачной службе квантовых вычислений Azure Quantum приведен ниже.

```

operation Main() : (Result, Result)[] {
    [
        GenAndMeasurePair(GenPhiPlus, " $|\Phi+\rangle$ "),
        GenAndMeasurePair(GenPhiMinus, " $|\Phi-\rangle$ "),
        GenAndMeasurePair(GenPhiPlus, " $|\Psi+\rangle$ "),
        GenAndMeasurePair(GenPsiMinus, " $|\Psi-\rangle$ ")
    ]
}

operation GenAndMeasurePair(
    preparation : Qubit[] => Unit,
    name : String
) : (Result, Result) {
    use pair = Qubit[2];
    preparation(pair);
    Message($"Bell state {name}:");
    Std.Diagnostics.DumpMachine();

    (MResetZ(pair[0]), MResetZ(pair[1]))
}

operation GenPhiPlus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); //  $|+0\rangle$ 

    CNOT(register[0], register[1]); //  $1/\sqrt{2}(|00\rangle + |11\rangle)$ 
}

operation GenPhiMinus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); //  $|+0\rangle$ 

    Z(register[0]); //  $|-0\rangle$ 

    CNOT(register[0], register[1]); //  $1/\sqrt{2}(|00\rangle - |11\rangle)$ 
}

```

```

operation GenPsiPlus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); //  $|+0\rangle$ 

    X(register[1]); //  $|+1\rangle$ 

    CNOT(register[0], register[1]); //  $1/\sqrt{2}(|01\rangle + |10\rangle)$ 
}

operation GenPsiMinus(register : Qubit[]) : Unit {
    H(register[0]); //  $|+0\rangle$ 

    Z(register[0]); //  $| -0\rangle$ 

    X(register[1]); //  $| -1\rangle$ 

    CNOT(register[0], register[1]); //  $1/\sqrt{2}(|01\rangle - |10\rangle)$ 
}

```

Квантовая схема, реализующая генерацию всех четырех состояний Белла, на базе Azure Quantum представлена на рисунке 3.7.

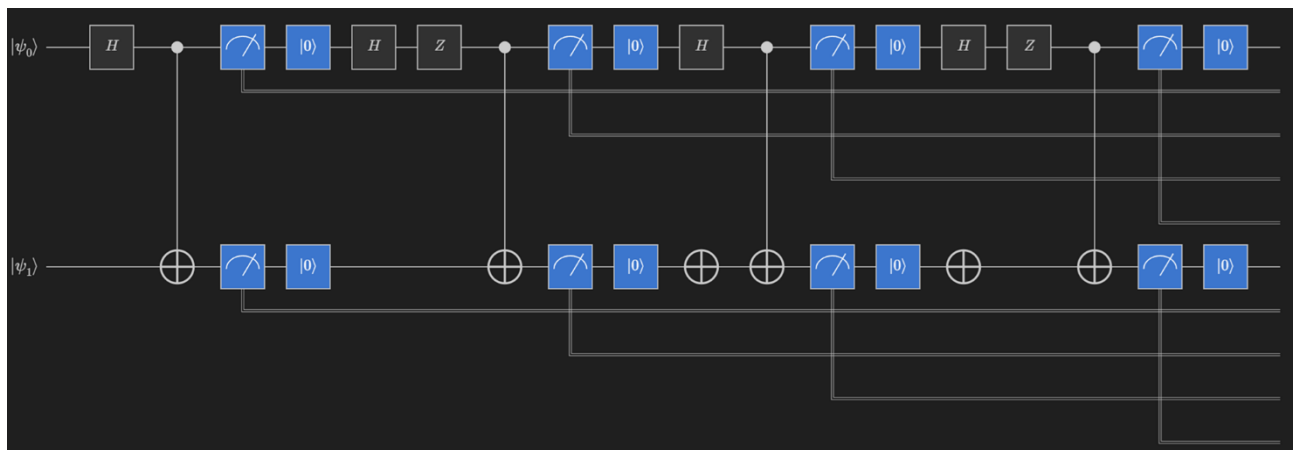
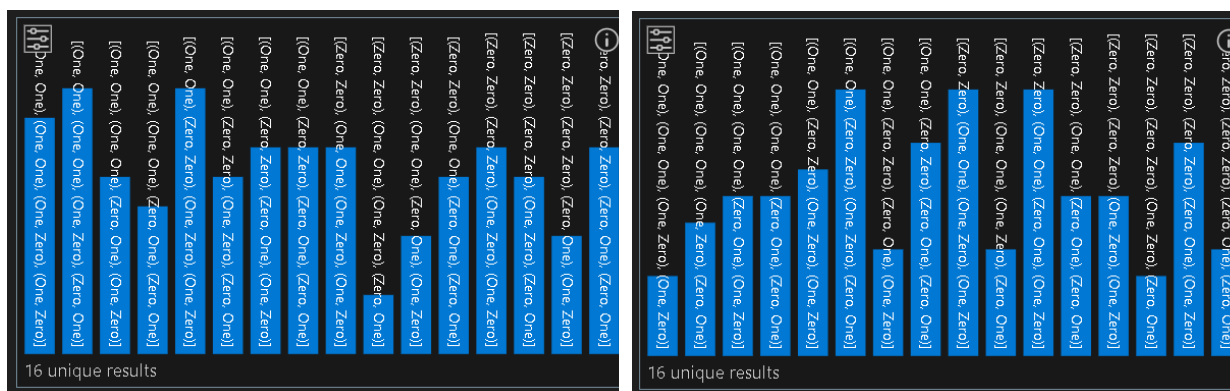


Рисунок 3.7 – Квантовая схема для генерации четырех состояний Белла

Конечным итогом выполнения программы является результат измерения 100 состояний Белла в вычислительном базисе ($|00\rangle, |11\rangle$ и $|01\rangle, |10\rangle$) представленный на рисунке 3.8.



а)

б)

Рисунок 3.8 – Результат измерения состояний Белла в вычислительном базисе ($|00\rangle$, $|11\rangle$ и $|01\rangle$, $|10\rangle$) для первого (а) и второго (б) запуска программного кода

Анализ представленных на рисунке 3.9 гистограмм показывает, что результат 100 измерений Белла является случайным процессом проекции каждого из состояний на заданный измерительный базис. При большом количестве измерений вероятности регистраций каждого из состояний запутанной пары Белла выравниваются и будут составлять 6.25% (не учитывая шумы квантовых компьютеров).

3.4 Разработка архитектуры и основных уровней квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний

Основываясь на результатах работы [65] для решения задачи томографии квантовых состояний, обеспечивающей экспериментальную проверку практической реализации «квантового телеграфа», разработана архитектура квантовой нейронной сети, включающей три уровня (входной слой, скрытые слои и выходной слой). В качестве основных квантовых гейтов для построения предложенной архитектуре КНС могут использоваться однокубитные гейты вращения ($R_x(\theta)$, $R_y(\theta)$ и $R_z(\theta)$), а также гейты CNOT и Z-NOT или управляемый фазовый элемент (S), которые представлены на рисунке 3.10.

Рисунок 3.11 демонстрирует предлагаемую архитектуру квантовой нейронной сети для решения задачи томографии однокубитного квантового состояния с использованием 6 кубитов.

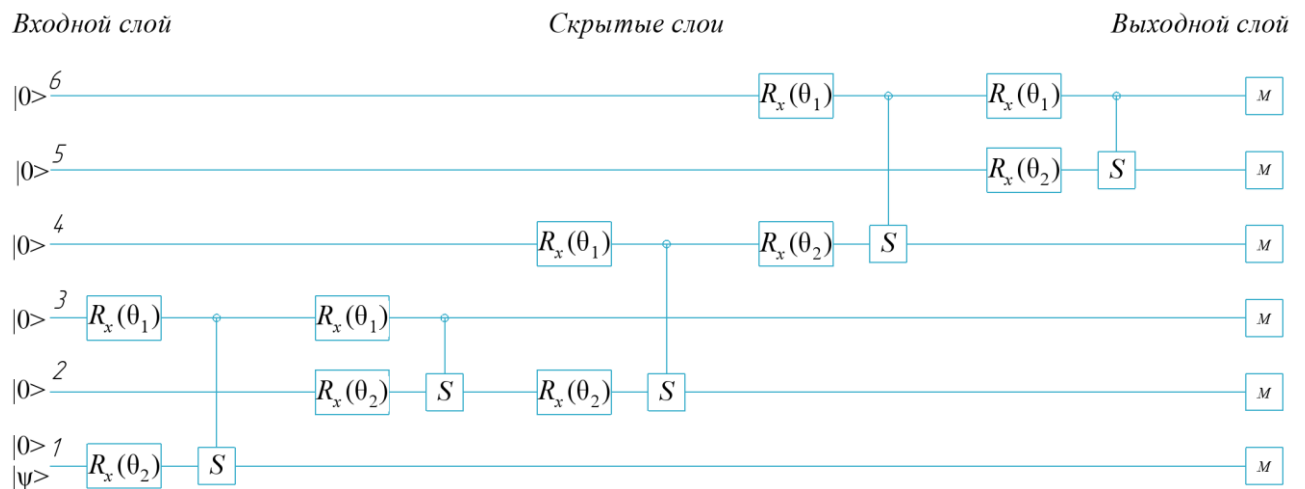


Рисунок 3.11 – Архитектура квантовой нейронной сети для решения задачи томографии однокубитного квантового состояния

Предложенная архитектура квантовой нейронной сети, в общем случае, является гибридной, поскольку для ее обучения требуется использование классических оптимизационных алгоритмов, таких как обратное распространение ошибки. Прямой проход анализируемой КНС реализуется с использованием только квантовых состояний и квантовых гейтов, в то время как обучение сети, осуществляемой на обратном проходе, может осуществляться как квантовым, так и классическим образом. Однако, учитывая малое число кубитов в современных квантовых компьютерах, высокий уровень шума, а также значительные сложности реализации квантовых алгоритмов для подбора параметров (весов) скрытых слоев сети [66, 67], целесообразным является использование классических алгоритмов для ее обучения.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В результате работы проанализированы архитектуры и методов построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач. Продемонстрированы перспективы решения прикладных физических задач с помощью малокубитных квантовых компьютеров, обладающих высоким уровнем шума, и квантовых симуляторов. Показано, что существующие маломасштабные кубитные сверхпроводящие квантовые процессоры уже позволили решить ряд научных задач, включая расчет энергии основного состояния простых химических молекул, факторизацию простых чисел, а также реализацию спиновой модели Гейзенберга.

Проанализировано современное состояние развития квантовых нейронных сетей для решения прикладных физических задач. Установлено, что современные тенденции развития области связаны, прежде всего, с разработкой гибридных сетей, сочетающих квантовые вычисления и классические обучающие алгоритмы, а также с интеграцией машинного обучения в технологии КРК. «Сила» КНС в сравнении с классическими нейронными сетями прямого распространения заключается в их параметрическом превосходстве, что в перспективе позволит обойти ограничения уже существующих нейронных сетей, на основании которых реализованы, в том числе, большие языковые модели.

Исследованы особенности детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф». Показано, что при действиях Алисы, направленных на передачу бита «1» классической информации, Боб будет наблюдать интерференцию своей частицы в двухщелевом эксперименте, а при действиях Алисы, направленных на передачу бита «0» классической информации, нет. Это, в свою очередь, полностью подтверждает основные результаты предшествующих работ и позволяет надеяться на практическую реализацию детерминированной квантовой связи.

Разработана архитектура и исследованы принципы построения квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых

состояний. Продемонстрированы принципы построения основных уровней КНС с использованием однокубитных и двухкубитных квантовых гейтов, а также запутывающих операторов. С использованием Azure Quantum продемонстрирована подготовка квантовых состояний, генерация запутанных четырех пар запутанных состояний Белла, использование квантовых состояний для генерации случайных чисел, а также основные уровни КНС для томографии квантовых состояний. Актуальность полученных результатов заключается в возможности практической проверки ключевых идей «квантового телеграфа» на базе существующих малокубитных квантовых компьютеров IBM и/или Microsoft.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Vaswani A. et al. Attention is all you need //Advances in neural information processing systems. – 2017. – Т. 30.
2. Stahlberg F. Neural machine translation: A review //Journal of Artificial Intelligence Research. – 2020. – Т. 69. – С. 343-418.
3. Ohri K., Kumar M. Review on self-supervised image recognition using deep neural networks //Knowledge-Based Systems. – 2021. – Т. 224.– С. 107090.
4. Floridi L., Chiriatti M. GPT-3: Its nature, scope, limits, and consequences //Minds and Machines. – 2020. – Т. 30. – С. 681-694.
5. Cao Y. et al. The evolution of quantum key distribution networks: On the road to the qinternet // IEEE Communications Surveys & Tutorials. – 2022. – Т. 24. – №. 2. – С. 839-894.
6. Zhang W. et al. A device-independent quantum key distribution system for distant users // Nature. – 2022. – Т. 607. – №. 7920. – С. 687-691.
7. Филиппов А.В., Букин Е.Г., Карманов А.А. Способ передачи информации между конечными узлами связи через промежуточные узлы без перешифрования // Патент на изобретение RU 2792414 С1, 22.03.2023. Заявка № 2022117367 от 28.06.2022.
8. Wu Y. et al. Strong quantum computational advantage using a superconducting quantum processor // Physical review letters. – 2021. – Т. 127. – №. 18. – С. 180501.
9. Li G., Ding Y., Xie Y. Towards efficient superconducting quantum processor architecture design // Proceedings of the Twenty-Fifth International Conference on Architectural Support for Programming Languages and Operating Systems. – 2020. – С. 1031-1045.
10. Карманов А.А., Митрохин М.А. Машинное обучение и искусственный интеллект в квантовых технологиях // В сборнике: Системы и средства защиты информации. Сборник статей 16-й межведомственной

научно-практической конференции имени Е.А. Матвеева. Пенза, 2025. С. 59-66

11. Herrmann J. et al. Realizing quantum convolutional neural networks on a superconducting quantum processor to recognize quantum phases //Nature communications. – 2022. – Т. 13. – №. 1. – С. 4144.

12. Moreira M. S. et al. Realization of a quantum neural network using repeat-until-success circuits in a superconducting quantum processor // npj Quantum Informantion. – 2023. – Т. 9. – №.1. – С.118.

13. Das Sarma S., Deng D. L., Duan L. M. Machine learning meets quantum physics //Physics Today. – 2019. – Т. 72. – №. 3. – С. 48-54.

14. Beer K. et al. Training deep quantum neural networks //Nature communications. – 2020. – Т. 11. – №. 1. – С. 808.

15. Zhong H. S. et al. Phase-programmable gaussian boson sampling using stimulated squeezed light //Physical review letters. – 2021. – Т. 127. – №. 18. – С. 180502.

16. Madsen L. S. et al. Quantum computational advantage with a programmable photonic processor // Nature. – 2022. – Т. 606. – №. 7912. – С. 75-81.

17. Алиев Ф.К., Баранов А.П., Ивахин А.В., Корольков А.В., Рудской В.И., Сенцов А.Г. Математические основы применения квантовой фотонной компьютерной технологии решения сложных вычислительных задач систем высокой доступности // Системы высокой доступности. – 2023. – Т. 19. №. 1. – С. 14-27.

18. Feynman R. Simulating Physics with Computers // International Journal of Theoretical Physics. – 1982. – Т. 21. – №. 6/7. – С.467-488.

19. AI G. Q. et al. Quantum error correction below the surface code threshold //Nature. – 2024. – Т. 638. – №. 8052. – С. 920.

20. Corcoles, A.D. Magesan E., Srinivasan S.J., Cross A.W., Steffen M., Gambetta J.M., Chow J.M. Demonstration of a quantum error detection code using a square lattice of four superconducting qubits // Nature Communications. – 2015. – V. 6. – P. 6979.

21. Wehner S., Elkouss D., Hanson R. Quantum internet: A vision for the road ahead // Science. – 2018. – T. 362. – №. 6412.
22. Corcoles, A.D. Magesan E., Srinivasan S.J., Cross A.W., Steffen M., Gambetta J.M., Chow J.M. Demonstration of a quantum error detection code using a square lattice of four superconducting qubits // Nature Communications. – 2015. – T. 6. – C. 6979.
23. Kandala A., Mezzacapo A., Temme K., Takita M., Brink M., Chow J.M., Gambetta J.M. Hardware-efficient variational quantum eigensolver for small molecules and quantum magnets // Nature. – 2017. – T. 549. – C. 242-246.
24. Devoret M.H., Schoelkopf R.J. Superconducting Circuits for Quantum Information: An Outlook // Science. – 2013. – T. 339. – C. 1169-1174.
25. McClean J., Romero J., Babbush R., Aspuru-Guzik A. The theory of variational hybrid quantum-classical algorithms // New Journal Physics. – 2016. – T. 18. – C. 023023.
26. Cervera-Lierta A. Exact Ising model simulation on a quantum computer // Quantum. – 2018. – T. 2. – C. 114.
27. Cruz D. et al. Efficient quantum algorithms for GHZ and W states, and implementation on the IBM quantum computer // Advanced Quantum Technologies. – 2019. – T. 2. – №. 5-6. – C. 1900015.
28. Zhukov A.A., Remizov S. V., Pogosov W.V., Lozovik Yu.E. Algorithmic simulation of far-from-equilibrium dynamics using quantum computer // Quantum Information Processing. – 2018. – №. 17. – C. 223.
29. Ding J., Spallitta G., Sebastiani R. Experimenting with D-Wave quantum annealers on prime factorization problems // Frontiers in Computer Science. – 2024. – T. 6. – C. 1335369.
30. Quinton F. A. et al. Quantum annealing applications, challenges and limitations for optimisation problems compared to classical solvers // Scientific Reports. – 2025. – T. 15. – №. 1. – C. 12733.
31. Harris, R. et al. Experimental investigation of an eight-qubit unit cell in a superconducting optimization processor // Phys. Rev. B. – 2010. – II. 82. – P. 024511.

32. Bunyk P.I. et al. Architectural considerations in the design of a superconducting quantum annealing processor // IEEE Trans. Appl. Supercond. – 2014. – Т. 24. – С. 1-10.
33. Harris R. et al. Phase transitions in a programmable quantum spin glass simulator // Science. – 2018. – Т. 361. – С. 162–165.
34. King A.D. et. al. Observation of topological phenomena in a programmable lattice of 1,800 qubits // Nature. – 2018. –Т. 560. – С. 456-460.
35. Ding J., Spallitta G., Sebastiani R. Experimenting with D-Wave quantum annealers on prime factorization problems // Frontiers in Computer Science. – 2024. – Т. 6. – С. 1335369.
36. Stein S. A. et al. Qugan: A quantum state fidelity based generative adversarial network // 2021 IEEE International Conference on Quantum Computing and Engineering (QCE). – IEEE, 2021. – С. 71-81.
37. Li J. et al. Quantum Generative Models for Small Molecule Drug Discovery // IEEE Transactions on Quantum Engineering. – 2021. – Т. 4. – С. 3103308.
38. Филиппов А.В., Букин Е.Г., Карманов А.А. Динамическая система формирования и распределения ключей без компрометации ключевой информации // Патент на изобретение RU 2817659 С2, 17.04.2024. Заявка № 2022119942 от 20.07.2022.
39. Liu J. Y. et al. Practical phase-modulation stabilization in quantum key distribution via machine learning //Physical Review Applied. – 2019. – Т. 12. – №. 1. – С. 014059.
40. Матвеев Е. А. Квантовый телеграф // Программная инженерия. – 2019. –Т. 10. – № 7-8. – С. 317-323.
41. Kim Y.-H., Yu R., Kulik S.P. et al. Delayed "Choice" Quantum Eraser. Physical Review Letters. – 2000. – Т. 84. – №. 1. – С. 1-5.
42. Bienfait A., Zhong Y.P., Chang H.-S. et al. Quantum Erasure Using Entaglent Surface Acoustic Phonons // Physical Review X. 2020. – Т. 10. – №. 2. – С. 021055.

43. Guff T., Shastry C.U., Rocco A. Emergence of opposing arrows of time in open quantum systems // *Scientific Reports*. – 2025. – Т. 15. – №. 1. – С. 3658.
44. Angulo D., Thompson K., Nixon V.M. et al. Experimental evidence that a photon can spend a negative amount of time in atom cloud // *arXiv:2409.03680 [quant-ph]* 5 Sep 2024.
45. Jacques V. Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment // *Science*. – 2007. – Т. 315. – №. 5814. – С. 966-968.
46. Dimitrova T.L., Weis A. A portable double-slit quantum eraser with individual photons // *European Journal of Physics*. – 2011. – Т. 32. – №. 6. – P. 1535-1546.
47. Dimitrova T.L., Weis A. Single photon quantum erasing: a demonstration experiment // *European Journal of Physics*. – 2010. – Т. 31. – №. 3. – С. 625-637.
48. Rioux F. Illustrating the Superposition Principle with Single-Photon Interference // *Chem. Educator*. – 2005. – Т. 10. – С. 424-426.
49. Нильсен М., Чанг И. Квантовые вычисления и квантовая информация. – М.: Мир, 2006. – 824 с.
50. Фейнман Р., Лейтон Р., Сэндс М. Фейнмановские лекции по физике. Выпуск 8,9. Квантовая механика. – Либроком, 2016. – 528 с.
51. Vinetskaya P.M., Kravtsov K.S., Borshchevskaia N.A. et al. Active basis choice for quantum key distribution with entangled states // *Laser Physics Letters*. – 2023. – Т. 2. – №. 5. – С. 055201.
52. Jacques V. Experimental Realization of Wheeler's Delayed-Choice Gedanken Experiment // *Science*. – 2007. – Т. 315. – №. 5814. – С. 966-968.
53. Greene B. *The Fabric of the Cosmos: Space, Time, and the Texture of Reality*, – New-York: Vintage, 2005. – 592 p.
54. Lahiri M., Lapkiewicz R., Hochrainer A. et al. Characterizing mixed state entanglement through single-photon interference // *Physical Review A*. – 2021. – Т. 104. – №. 1. – С. 013704.

55. Lemos G.B., Lapkiewicz R., Hochrainer A., Lahiri M., Zeilinger A. One-photon measurement of two-photon entanglement // *Physical Review Letters*. – 2023. – Т. 130. – №. 9. С. 090202.
56. Алиев Ф.К., Бородин А.М., Вассенков А.В. и др. АТФ-технология связи, основанная на использовании ресурса несепарабельных состояний квантовых систем // *Научно-технические технологии*. – 2015. – Т. 16. – № 1. – С. 65-78.
57. Алиев Ф.К., Корольков А.В., Матвеев Е.А. Несепарабельные состояния многокубитных квантовых систем / Под ред. Ф. К. Алиева. – М.: Радиотехника, 2017. – 320 с.
58. Bogdanov Y.I., Gavrichenko A.K., Kulik S.P., Tikhonov I.V., Moreva E.V. Optimization of a quantum tomography protocol for polarization qubits // *JETP Letters*. – 2010. – Т. 91. – № 12. – С. 686-692.
59. De Burgh M. D. et al. Choice of measurement sets in qubit tomography // *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*. – 2008. – Т. 78. – №. 5. – С. 052122.
60. Řeháček J., Englert B. G., Kaszlikowski D. Minimal qubit tomography // *Physical Review A—Atomic, Molecular, and Optical Physics*. – 2004. – Т. 70. – №. 5. – С. 052321.
61. Cong I., Choi S., Lukin M. D. Quantum convolutional neural networks // *Nature Physics*. – 2019. – Т. 15. – №. 12. – С. 1273-1278.
62. Liu J. et al. Towards provably efficient quantum algorithms for large-scale machine-learning models // *Nature Communications*. – 2024. – Т. 15. – №. 1. – С. 434.
63. Jóźwiak P., Jacak J. E., Jacak W. A. New concepts and construction of quantum random number generators // *Quantum Information Processing*. – 2024. – Т. 23. – №. 4. – С. 132.
64. Арбеков И.М., Молотков С.Н. Об экстракции случайных битовых последовательностей в квантовых генераторах случайных чисел с несколькими независимыми марковскими источниками // *Доклады Российской академии наук. Математика, информатика, процессы управления*. – 2025. – Т. 521. – № 1. – С. 11-22.

65. Pan X. et al. Deep quantum neural networks on a superconducting processor // Nature Communications. – 2023. – T. 14. – №. 1. – C. 4006.
66. Shi J. et al. QuanTest: Entanglement-guided testing of quantum neural network systems // ACM Transactions on Software Engineering and Methodology. – 2025. – T. 34. – №. 2. – C. 1-32.
67. Shin M., Lee J., Jeong K. Estimating quantum mutual information through a quantum neural network // Quantum Information Processing. – 2024. – T. 23. – №. 2. – C. 57.

ПРИЛОЖЕНИЕ А

(обязательное)

Квантовая нейронная сеть в решении физических задач

Презентация к ВКР



Министерство науки и высшего образования РФ
ФГБОУ ВО «Пензенский государственный университет»
Кафедра «Вычислительная техника»



Выпускная квалификационная работа на тему:

КВАНТОВАЯ НЕЙРОННАЯ СЕТЬ В РЕШЕНИИ ФИЗИЧЕСКИХ ЗАДАЧ

студент гр. 23ВВИм1 – Карманов Андрей Андреевич

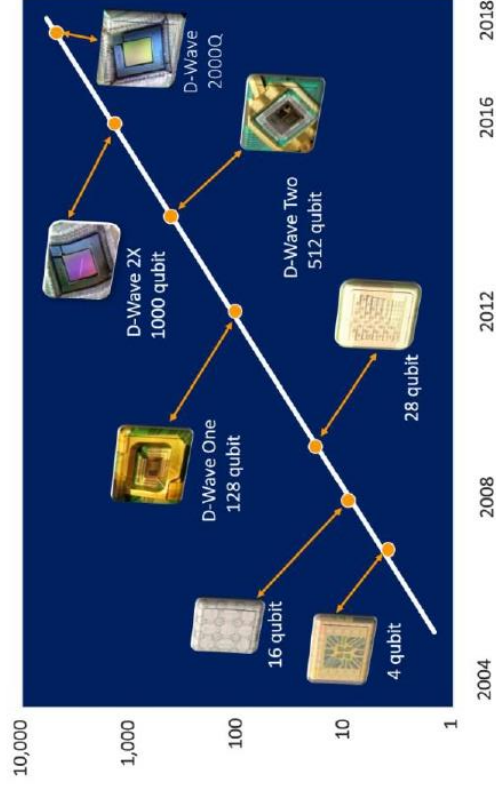
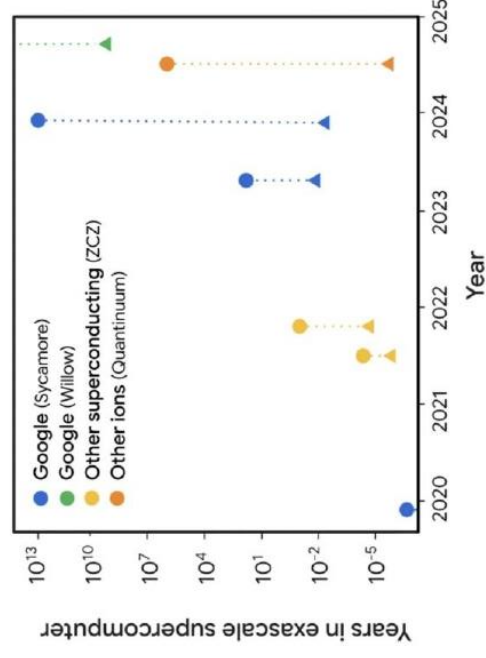
Научный руководитель – д.т.н., доцент Митрохин М.А.

1



ЦЕЛЬ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

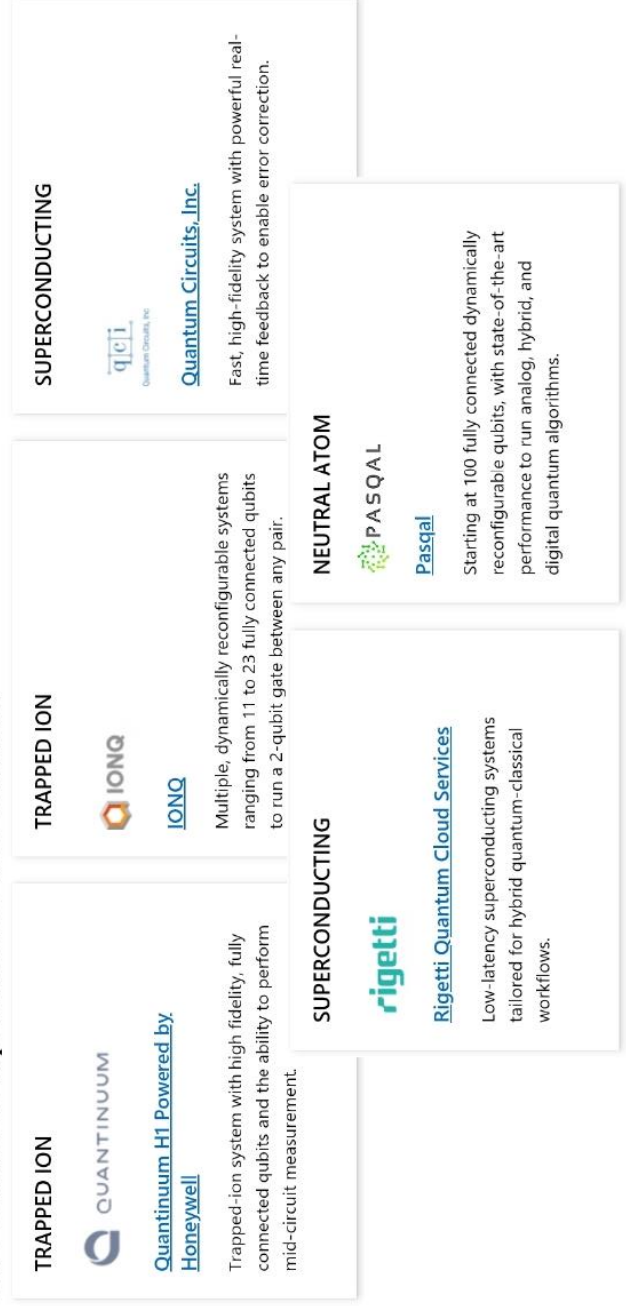
Разработка архитектуры квантовой нейронной сети для решения простых физических задач, включая томографию квантовых состояний, что обеспечивает проверку ключевых идей новой технологии приема и передачи данных, названной «**квантовый телеграф**», а также разработка физико-математической модели и эквивалентных схем эксперимента по проверке данной технологии.





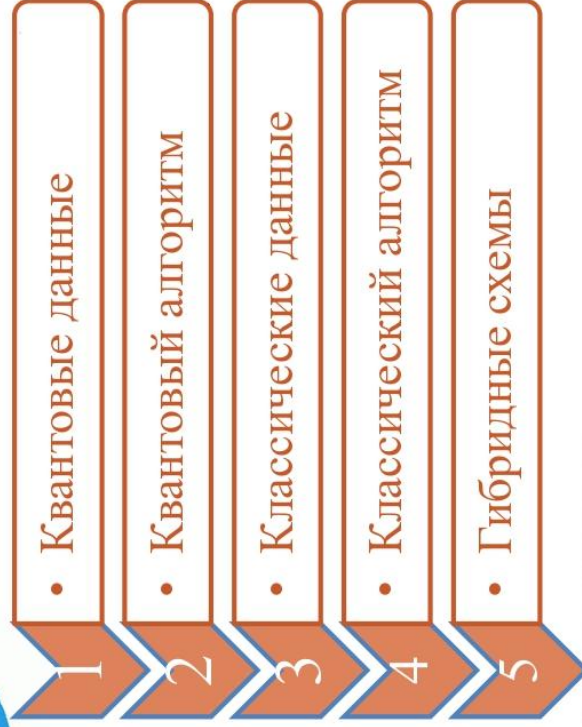
АКТУАЛЬНОСТЬ И НАУЧНАЯ НОВИЗНА РЕШАЕМОЙ ЗАДАЧИ

Актуальность работы обусловлена с одной стороны тем, что квантовые нейронные сети, которые представляют собой *гибридную область* исследований, объединяющую **квантовые вычисления и искусственные нейронные сети**, находятся на начальном этапе развития, а с другой – в эпоху малокубитных квантовых компьютеров с высоким уровнем шума позволяют решать важные практические задачи.



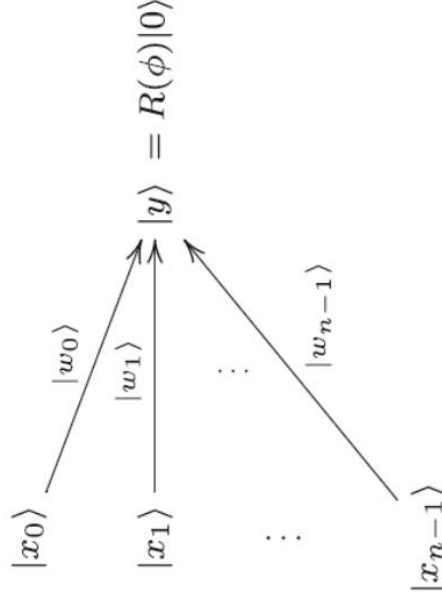


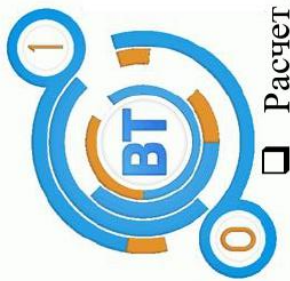
КЛЮЧЕВЫЕ ОСОБЕННОСТИ КВАНТОВЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ



Ключевые компоненты

- **Кубиты:** Основные единицы информации в квантовых вычислениях.
- **Квантовые гейты:** Аналоги логических операций в классических компьютерах, но с учетом квантовых эффектов, таких как суперпозиция и запутанность.
- **Квантовые схемы:** Последовательности квантовых гейтов, которые выполняют вычисления.
- **Квантовое обучение:** Процесс настройки параметров квантовой нейронной сети для минимизации ошибки.



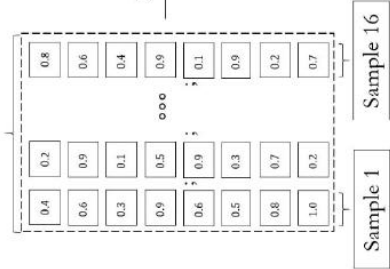


ПРАКТИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ, РЕШАЕМЫЕ С ПОМОЩЬЮ КВАНТОВЫХ НЕЙРОННЫХ СЕТЕЙ

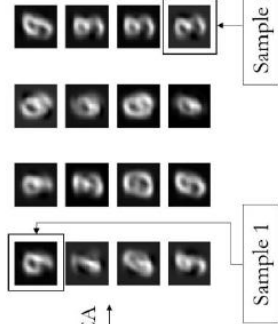
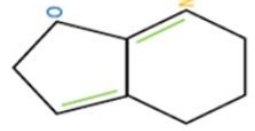
- ❑ Расчет энергии основного уровня малых молекул (например, H_2 , LiH_2 и BeH_2 и др.).
- ❑ Решение физических задач, сводящихся к модели Изинга (спиновые цепочки атомов, ферромагнетика, антиферромагнетика и т.д.).
- ❑ Генеративные задачи (создание изображений чисел, простых объектов, фигур и т.д.).
- ❑ Решение задач классификации квантовых состояний (**томография квантовых состояний**).
- ❑ Решение сложных математических задач, включая факторизацию больших чисел на

простые множители, решение задач в области квантового распределения ключей и т.д.

16 Generated Samples



Inverse PCA

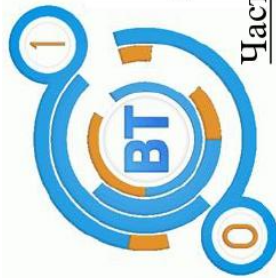


B =

A =

CFA excitations out of 1000 samples

0	49	294	111	143	132	117	103	93
1	102	109	203	141	138	178	139	185
2	34	120	109	100	92	110	115	112
3	45	111	101	104	101	84	108	108
4	50	100	97	106	104	83	112	118
5	100	121	118	116	151	138	154	169
6	117	120	183	117	142	162	160	154
7	165	131	92	186	81	138	262	203



КЛЮЧЕВЫЕ ИДЕИ ПРОТОКОЛА ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ КВАНТОВОЙ СВЯЗИ

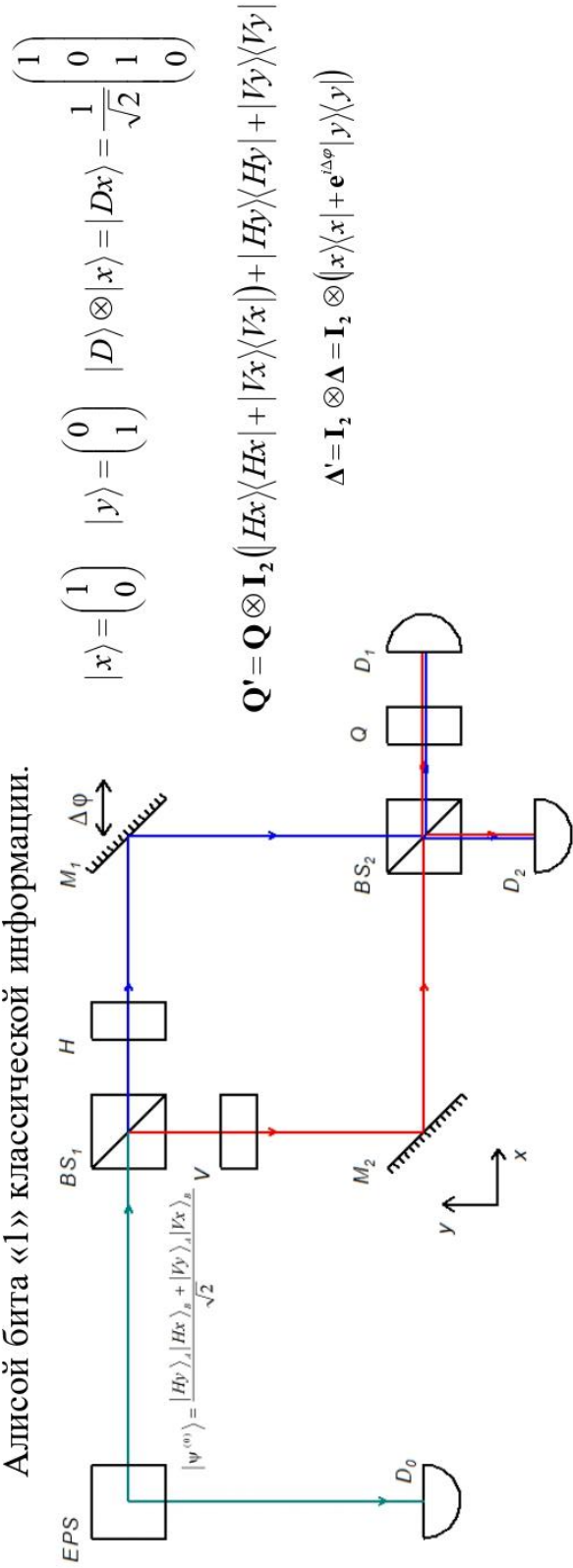
Часть 1. Передача Алисой бита «1» классической информации.

Шаг 1. Алиса детектирует имеющуюся у нее частицу запутанной пары без проведения каких-либо дополнительных манипуляций над её состоянием (используется одно из состояний Белла).

Шаг 2. Боб «пропускает» свою частицу запутанной пары через экран с двумя щелями, в который встроены фильтры, пропускающие только частицу в состоянии $|0\rangle$ или $|1\rangle$, соответственно, и через «квантовый ластик».

Шаг 3. Боб интерпретирует наличие интерференционной картины как факт передачи Алисой бита «1» классической информации.

95





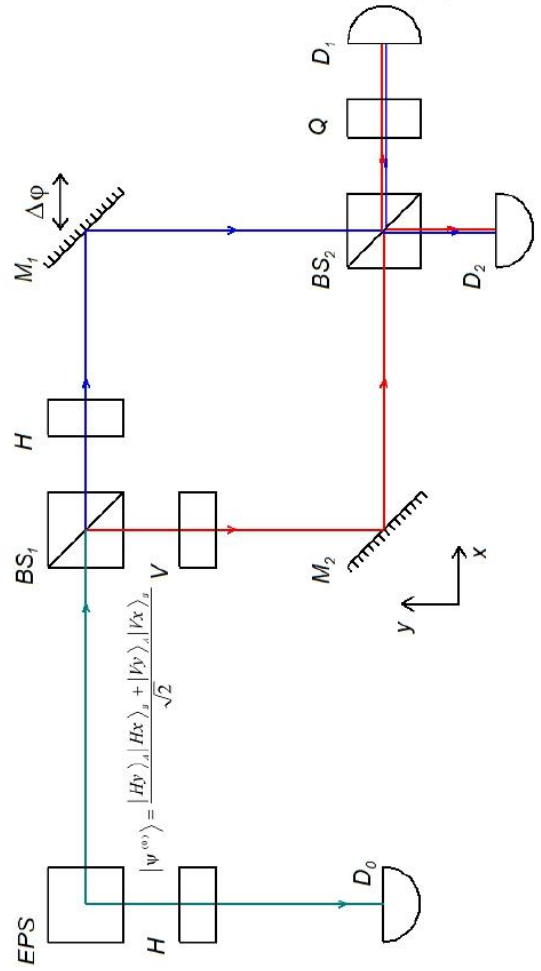
КЛЮЧЕВЫЕ ИДЕИ ПРОТОКОЛА ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ КВАНТОВОЙ СВЯЗИ

Часть 2. Передача Алисой бита «0» классической информации.

Шаг 1. Алиса «пропускает» имеющуюся у нее частицу запутанной пары через фильтр $|0\rangle$ и детектирует ее (иначе говоря, Алиса проводит измерение в вычислительном базисе над своей частицей).

Шаг 2. Боб «пропускает» свою частицу запутанной пары через экран с двумя щелями, в который встроены фильтры, пропускающие только частицу в состоянии $|0\rangle$ или $|1\rangle$, соответственно, и через «квантовый ластик».

Шаг 3. Боб интерпретирует отсутствие интерференционной картины как факт передачи Алисой бита «0» классической информации.



$$\mathbf{BS}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{BS} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 1 & i & 0 & 0 \\ i & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & i \\ 0 & 0 & i & 1 \end{pmatrix}$$

$$\mathbf{M}' = \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{M} = \frac{1}{\sqrt{2}} \begin{pmatrix} 0 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

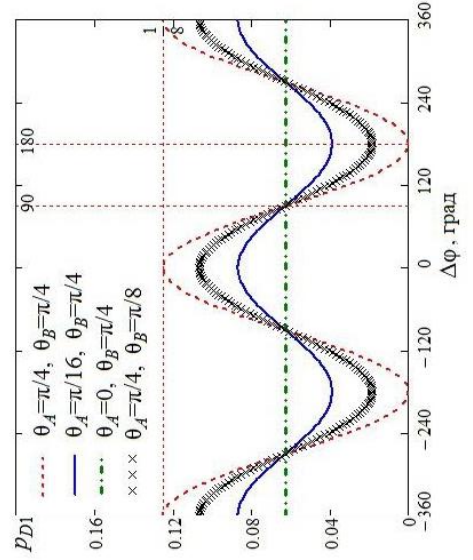
$$\mathbf{F} = |Hx\rangle\langle Hx| + |Vy\rangle\langle Vy| = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$



ФИЗИКО-МАТЕМАТИЧЕСКАЯ МОДЕЛЬ ПРОТОКОЛА ДЕТЕРМИНИРОВАННОЙ КВАНТОВОЙ СВЯЗИ

Часть 1. Без квантового «ластика»

$$\begin{aligned}
 |\psi_{yx}^{(1)}\rangle &= \mathbf{BS}''_2 \Delta'' \mathbf{M}'' \mathbf{F}' \mathbf{BS}''_1 |\psi_{yx}^0\rangle = \\
 &= \mathbf{BS}''_2 \Delta'' \mathbf{M}'' \mathbf{F}' \mathbf{BS}''_1 \frac{1}{\sqrt{2}} (|Hy\rangle |Hx\rangle + |Vy\rangle |Vx\rangle) = \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [i(|Hy\rangle |H\rangle e^{i\Delta\varphi} + |Vy\rangle |V\rangle) |x\rangle + (|Hy\rangle |H\rangle e^{i\Delta\varphi} - |Vy\rangle |V\rangle) |y\rangle] \\
 p_{D1} &= \langle \psi_{yx}^{(1)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle \langle x| \psi_{yx}^{(1)} \rangle = \frac{1}{4} \\
 p_{D2} &= \langle \psi_{yx}^{(1)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle \langle y| \psi_{yx}^{(1)} \rangle = \frac{1}{4} \\
 p_F &= 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{1}{2}
 \end{aligned}$$



Часть 1. Использование квантового «ластика»

$$\begin{aligned}
 |\psi_x^{(3)}\rangle &= \mathbf{Q} \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |\psi_x^{(2)}\rangle = \\
 &= \frac{1}{2\sqrt{2}} [i(\cos^2 \theta_A |Hy\rangle + \sin \theta_A \cos \theta_A |Vy\rangle) (\cos^2 \theta_B e^{i\Delta\varphi} |H\rangle + \sin \theta_B \cos \theta_B |V\rangle) + \\
 &\quad + (\sin \theta_A \cos \theta_A |Hy\rangle + \sin^2 \theta_A |Vy\rangle) (\sin \theta_B \cos \theta_B |H\rangle + \sin^2 \theta_B |V\rangle) |x\rangle + \\
 &\quad + (\cos^2 \theta_A |Hy\rangle + \sin \theta_A \cos \theta_A |Vy\rangle) |H\rangle e^{i\Delta\varphi} - (\sin \theta_A \cos \theta_A |Hy\rangle + \sin^2 \theta_A |Vy\rangle) |V\rangle]
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{D1} &= \langle \psi_x^{(3)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |x\rangle \langle x| \psi_x^{(3)} \rangle = \\
 &= \frac{1}{16} [4 \cdot \cos^2 \theta_A \cos(2\theta_B) + \sin(2\theta_A) \sin(2\theta_B) \cos \Delta\varphi + 2 \sin^2 \theta_B]
 \end{aligned}$$

$$p_{D2} = \langle \psi_x^{(3)} | \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle \langle y| \psi_x^{(3)} \rangle = \frac{1}{8}$$

$$p_F = 1 - p_{D1} - p_{D2} =$$

$$= \frac{7}{8} - \frac{1}{16} [4 \cdot \cos^2 \theta_A \cos(2\theta_B) + \sin(2\theta_A) \sin(2\theta_B) \cos \Delta\varphi + 2 \sin^2 \theta_B]$$

Наблюдение интерференционной картины



Часть 2.

$$\begin{aligned} |\psi_{jx}^{(4)}\rangle &= \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \left(H \otimes H \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \otimes |\psi_{jx}^{(0)}\rangle \right) \\ &= \mathbf{I}_2 \otimes |y\rangle\langle y| \otimes \mathbf{I}_2 \otimes \mathbf{I}_2 \left(\frac{1}{\sqrt{2}} |Hy\rangle\langle Hx| \right) = \frac{1}{\sqrt{2}} |Hy\rangle\langle Hx| \end{aligned}$$

$$\rho_0^{(\text{AB})} = \frac{1}{2} |H_y\rangle\langle H_x| \otimes |H_x\rangle\langle H_y| + \frac{1}{2} |I_y\rangle\langle I_x| \otimes |I_x\rangle\langle I_y|$$

$$\rho_2^{(\text{AB})} = \mathbf{Q}'' \mathbf{B} \mathbf{S}'' \Delta'' \mathbf{M}'' \mathbf{F}' \mathbf{B} \mathbf{S}' \rho_1^{(\text{AB})} (\mathbf{B} \mathbf{S}'')^\dagger (\mathbf{F}')^\dagger (\mathbf{M}'')^\dagger (\Delta'')^\dagger (\mathbf{B} \mathbf{S}'')^\dagger (\mathbf{Q}'')^\dagger =$$

[illegible]

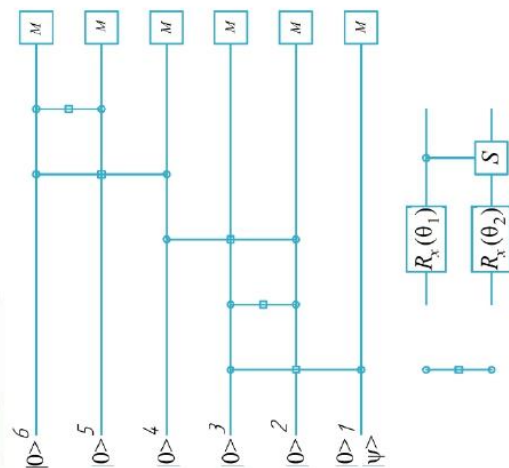
$$p_{D1} = \text{tr}(\mathbf{X}^\dagger \mathbf{X}_{\rho_2^{(\text{AB})}}) = \frac{1}{8}$$

$$p_{D_2} = \text{tr}(\mathbf{Y}^\dagger \mathbf{Y} \rho_2^{(\text{AB})}) = \frac{1}{4}$$

$$p_F = 1 - p_{D1} - p_{D2} = \frac{5}{8}$$



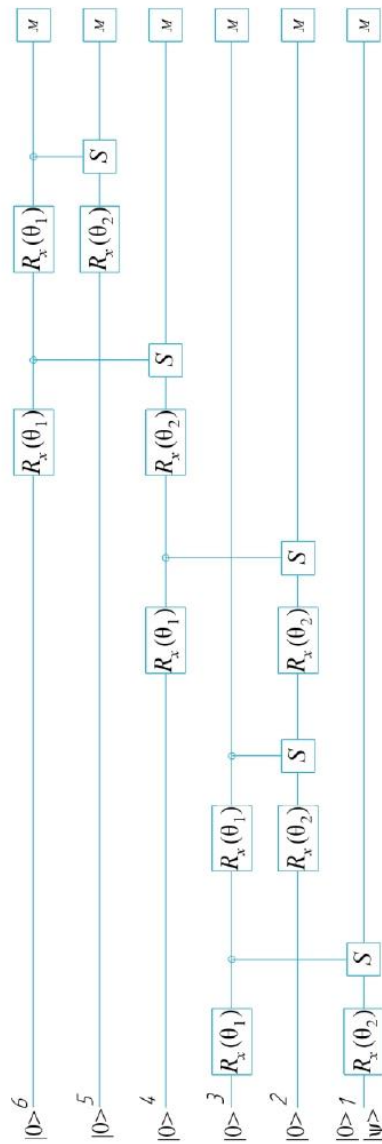
РАЗРАБОТКА АРХИТЕКТУРЫ КВАНТОВОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ ДЛЯ ТОМОГРАФИИ КВАНТОВЫХ СОСТОЯНИЙ



Входной слой

Скрытые слои

Выходной слой



Квантовые гейты, используемые для построения архитектуры сети

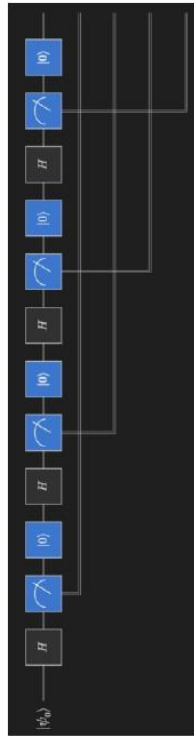
$$\begin{aligned}
 & \text{---} [R_x(\theta)] \text{---} = e^{-i\frac{\theta}{2}X}, \text{---} [R_y(\theta)] \text{---} = e^{-i\frac{\theta}{2}Y}, \text{---} [R_z(\theta)] \text{---} = e^{-i\frac{\theta}{2}Z} \\
 & \text{---} \oplus \text{---} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \text{---} Z \text{---} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \\
 & \text{---} S \text{---} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & i \end{bmatrix}
 \end{aligned}$$



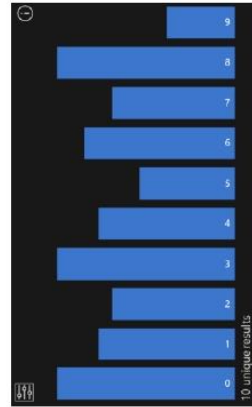
ПОСТРОЕНИЕ ОСНОВНЫХ ФУНКЦИОНАЛЬНЫХ ЭЛЕМЕНТОВ КВАНТОВОЙ НЕЙРОННОЙ СЕТИ НА БАЗЕ AZURE QUANTUM



Квантовый генератор случайных чисел в
диапазоне от 0 до {max}

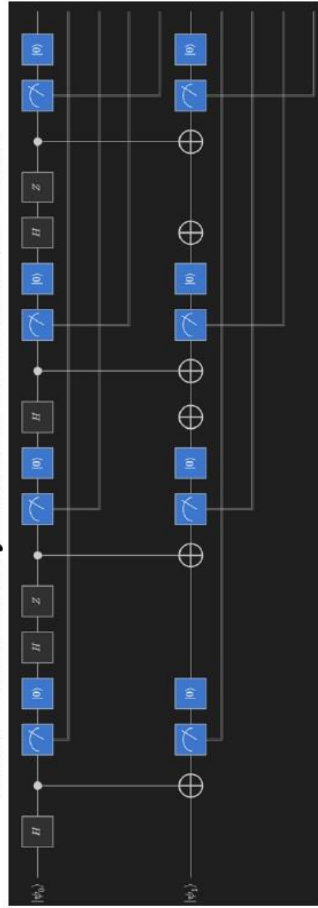


Квантовая схема КГСЧ



Гистограммы частоты случайных чисел

Подготовка запутанных состояний Белла



Квантовая схема подготовки и измерения
состояний Белла

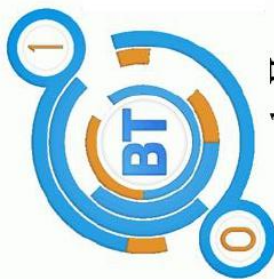


Гистограммы частоты состояний
Белла



СПИСОК ПУБЛИКАЦИЙ ПО ТЕМЕ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ

1. Карманов А.А., Игошина С.Е., Митрохин М.А. Исследование особенностей детерминированной квантовой связи // Программная инженерия. 2025 (RSCI, принята к публикации 22.04.2025).
2. Карманов А.А., Митрохин М.А. Машинное обучение и искусственный интеллект в квантовых технологиях // В сборнике: Системы и средства защиты информации. Сборник статей 16-й межведомственной научно-практической конференции имени Е.А. Матвеева. Пенза, 2025. С. 59-66
3. Филиппов А.В., Букин Е.Г., Карманов А.А. Динамическая система формирования и распределения ключей без компрометации ключевой информации // Патент на изобретение RU 2817659 C2, 17.04.2024.
Заявка № 2022119942 от 20.07.2022.
4. Филиппов А.В., Букин Е.Г., Карманов А.А. Способ передачи информации между конечными узлами связи через промежуточные узлы без перешифрования // Патент на изобретение RU 2792414 C1, 22.03.2023.
Заявка № 2022117367 от 28.06.2022.



ОСНОВНЫЕ РЕЗУЛЬТАТЫ РАБОТЫ И ВЫВОДЫ

1. Проанализированы архитектуры и методы построения квантовых нейронных сетей для решения физических задач. Продемонстрированы перспективные решения прикладных физических задач с помощью малокубитных квантовых компьютеров, обладающих высоким уровнем шума, и квантовых симуляторов.
2. Проанализировано современное состояние развития квантовых нейронных сетей для решения прикладных физических задач. Установлено, что современные тенденции развития области связаны, прежде всего, с разработкой гибридных сетей, сочетающих квантовые вычисления и классические обучающие алгоритмы, а также с интеграцией машинного обучения в технологии квантового распределения ключей.
3. Исследованы особенности детерминированной квантовой связи, реализующей протокол «квантовый телеграф». Показано, что при действиях Алисы, направленных на передачу бита «1» классической информации, Боб будет наблюдать интерференцию своей частицы в двухщелевом эксперименте, а при действиях Алисы, направленных на передачу бита «0» классической информации, нет.
4. Разработана архитектура и исследованы принципы построения квантовой нейронной сети для решения задачи томографии квантовых состояний. Продемонстрированы принципы построения основных уровней КНС с использованием однокубитных и двухкубитных квантовых гейтов, а также запутывающих операторов.