

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

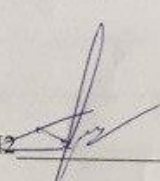
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

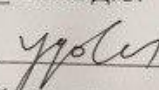
Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

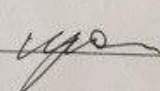
по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой 

Дата защиты 22.03.18г

Преподаватель
д.т.н., профессор  Воячек И.И.

Пенза 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение	31
Список использованной литературы	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

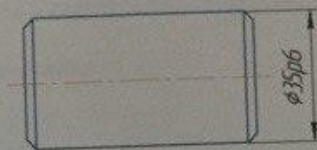


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N=1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n = 30$;
3. объем малых выборок $n_1 = 5$;
4. доверительная вероятность $-p = 0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL = 1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

5

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

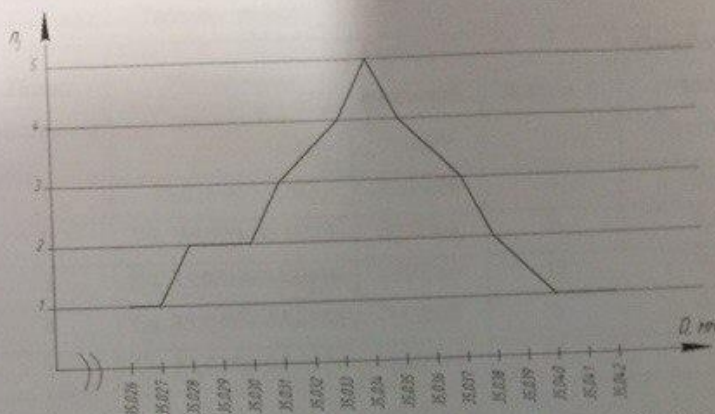


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x_1) = 0,133; \hat{F}(x_2) = 0,300; \hat{F}(x_3) = 0,733; \hat{F}(x_4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x_1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x_1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x_4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

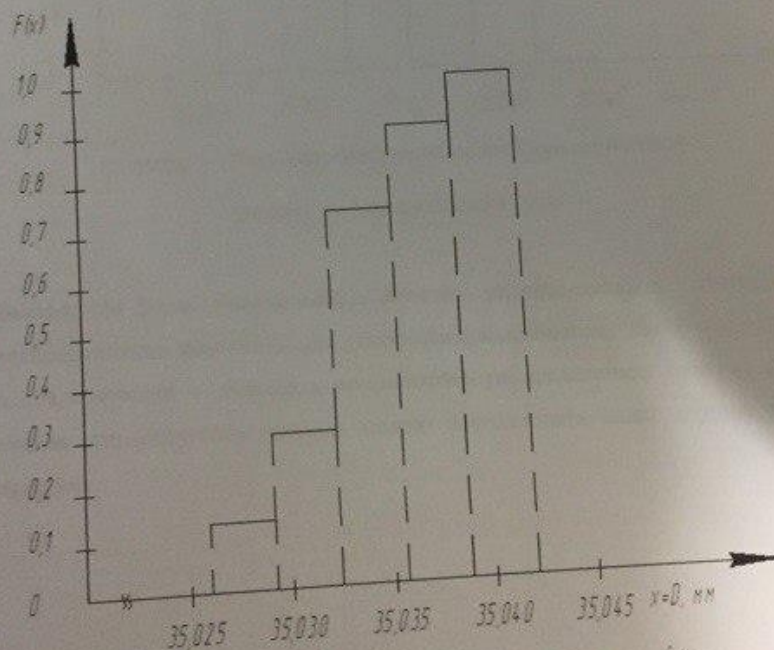


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

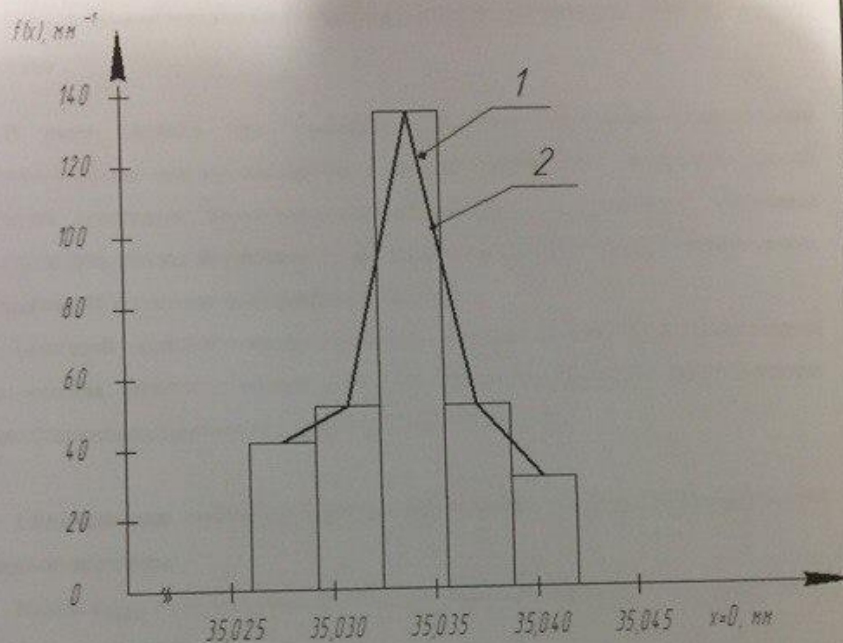


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм.}$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

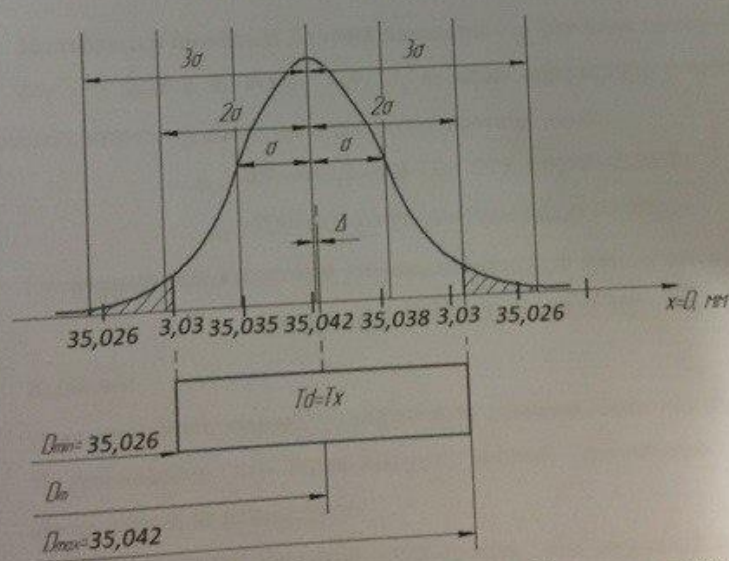


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходят за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс
недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения
причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{matrix} \text{ВПГ} \\ \text{НПГ} \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{matrix} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{matrix} \text{ВПГ} \\ \text{НПГ} \end{matrix} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПГ} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПГ} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
22

$$\left. \begin{array}{l} ВКГ \\ НКГ \end{array} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$ВКГ = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$НКГ = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

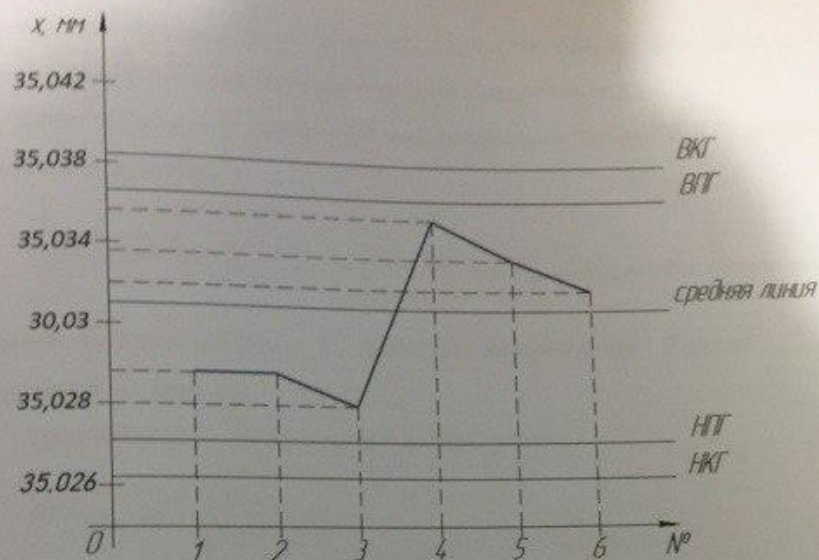


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю $\bar{x}$.

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

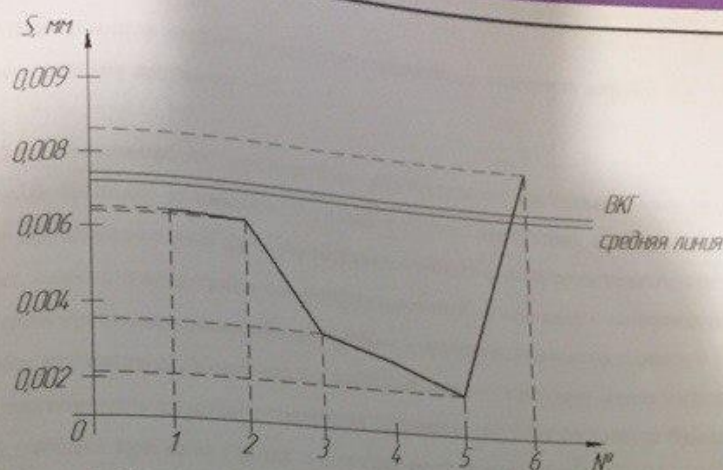


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S , характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

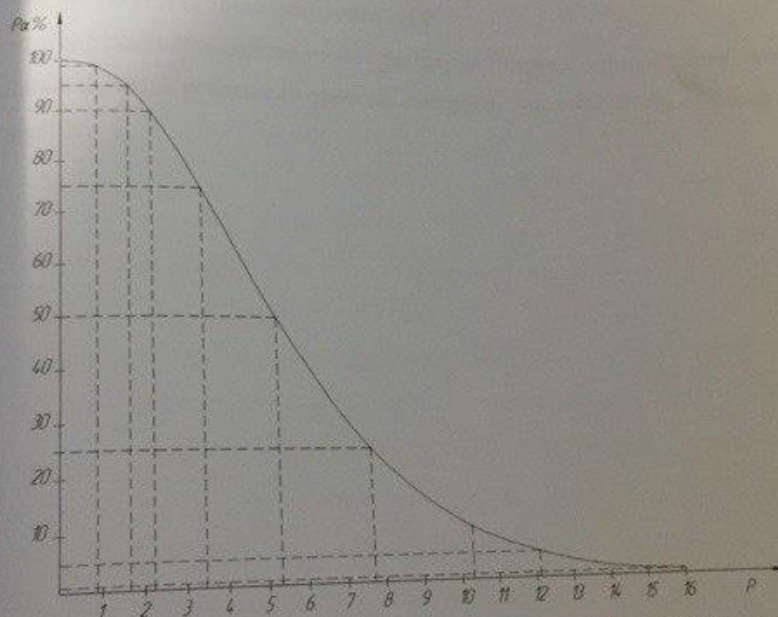


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастёт.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:

- оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса.....	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости.....	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение.....	31
Список использованной литературы.....	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

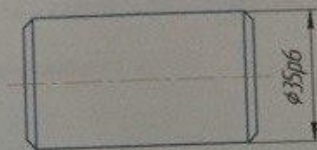


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N = 1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n = 30$;
3. объем малых выборок $n_1 = 5$;
4. доверительная вероятность $-p = 0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL = 1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
5

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

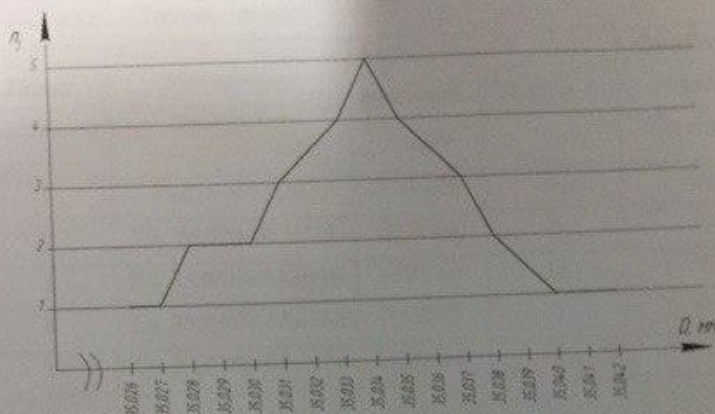


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x_1) = 0,133; \hat{F}(x_2) = 0,300; \hat{F}(x_3) = 0,733; \hat{F}(x_4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x_1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x_1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x_4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

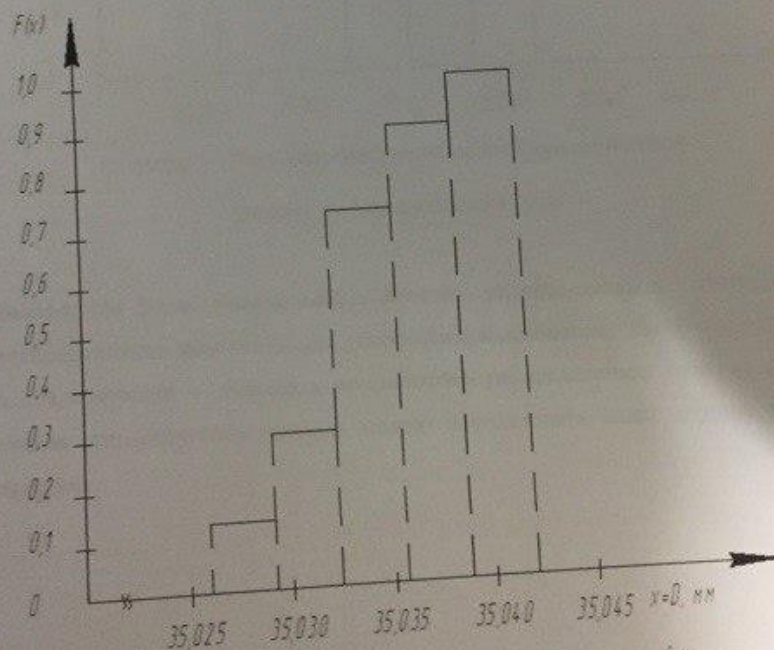


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

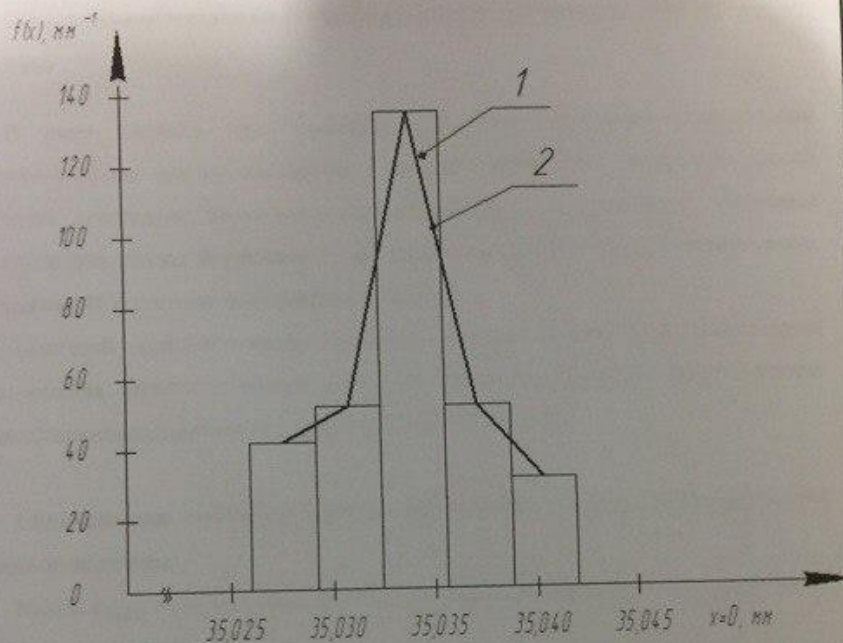


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм.}$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист

15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

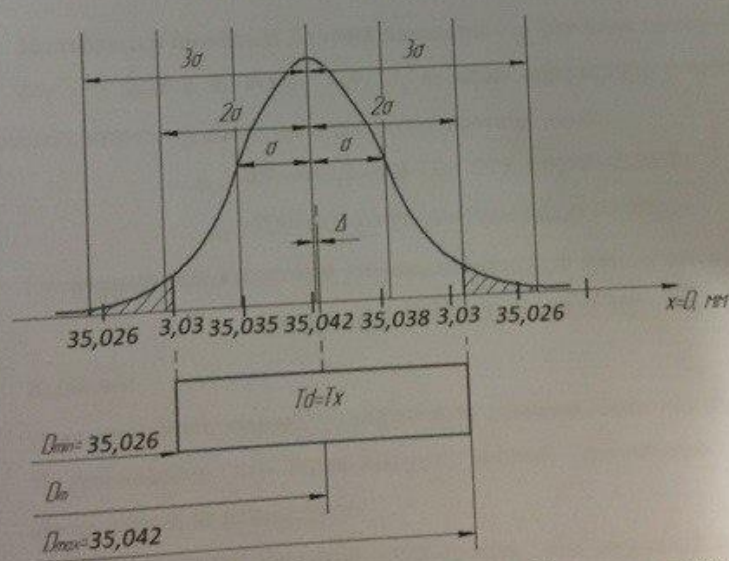


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходя за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПП} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПП} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

22

$$\left. \begin{array}{l} BKG \\ HKG \end{array} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$BKG = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$HKG = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

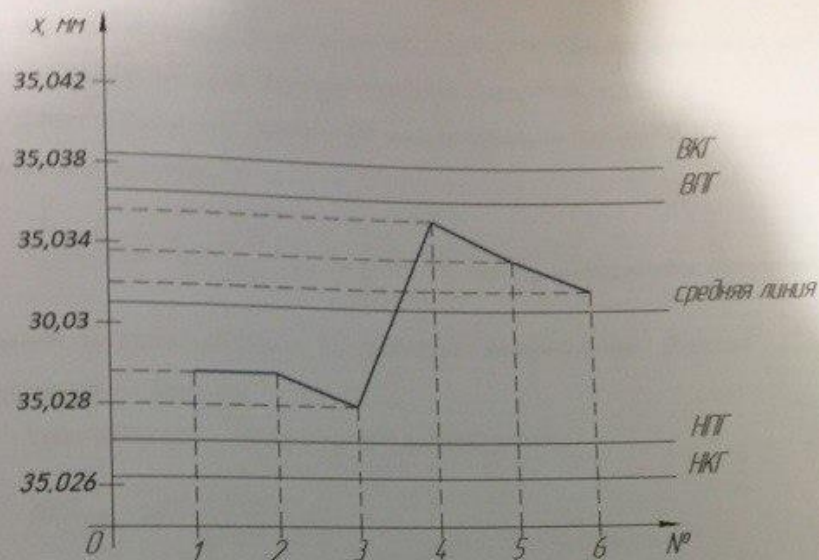


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю $\bar{x}$.

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

24

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

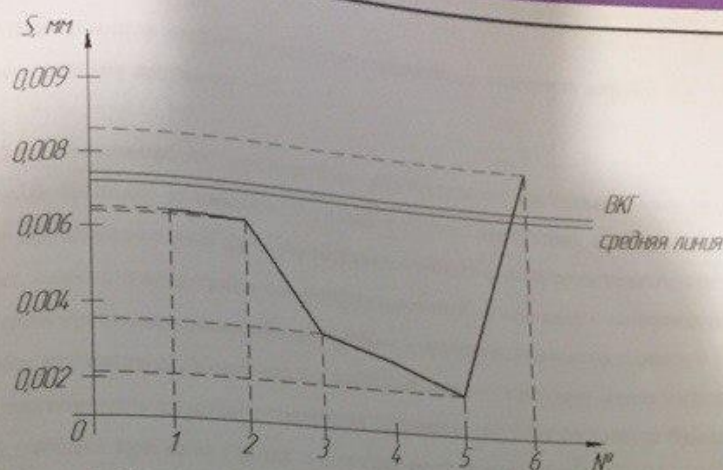


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S , характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

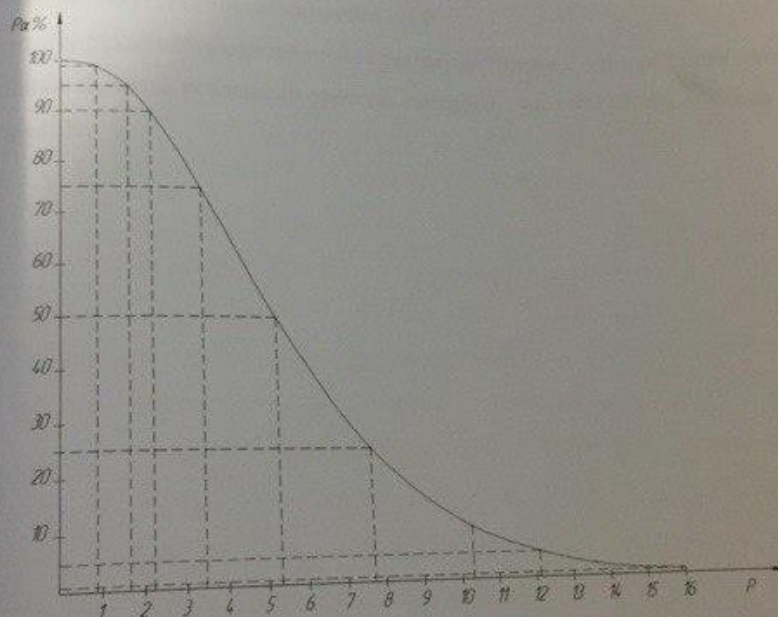


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастет.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:
оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

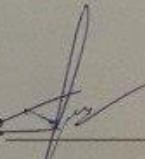
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой _____

Дата защиты _____

Преподаватель
д.т.н., профессор _____ Воячек И.И.

Пенза 2018

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

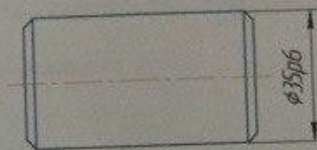


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N = 1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n = 30$;
3. объем малых выборок $n_1 = 5$;
4. доверительная вероятность $-p = 0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL = 1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

5

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

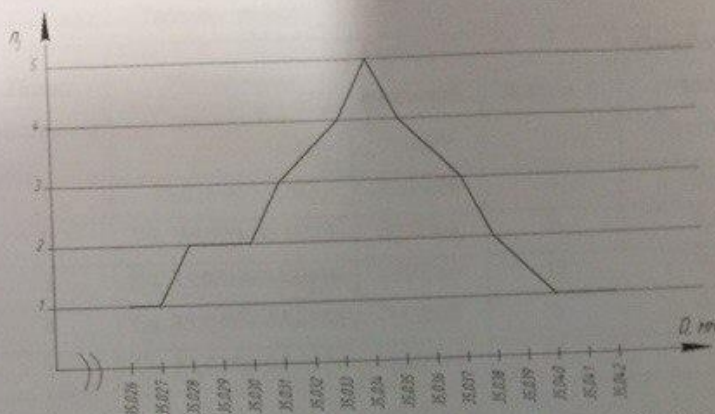


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x1) = 0,133; \hat{F}(x2) = 0,300; \hat{F}(x3) = 0,733; \hat{F}(x4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

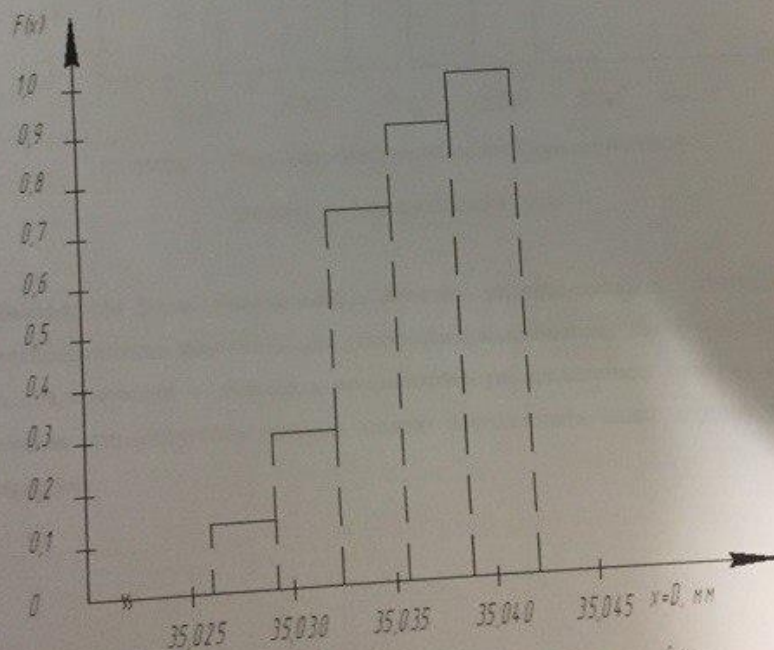


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

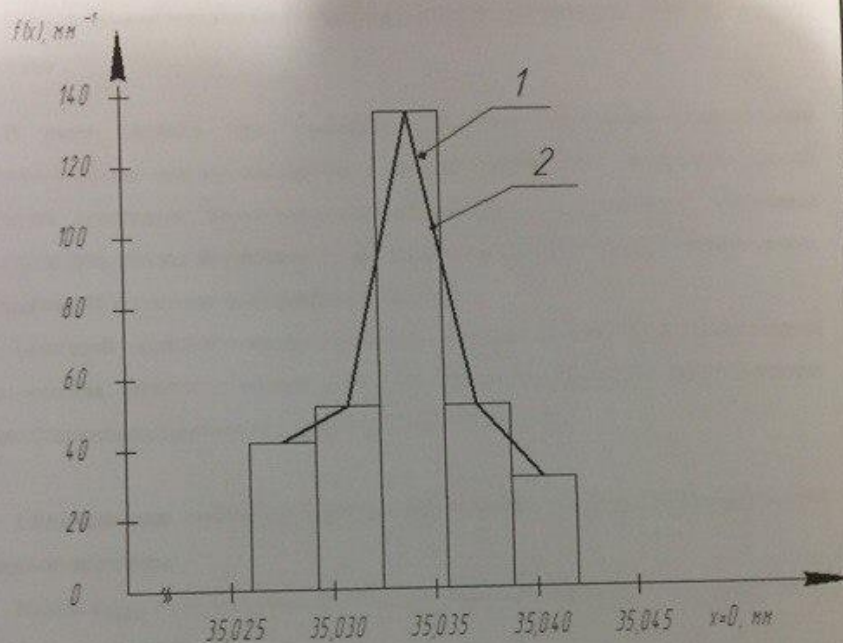


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм}.$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi^2_{29;0,05} = 42,557$$

$$\chi^2_{29;0,95} = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

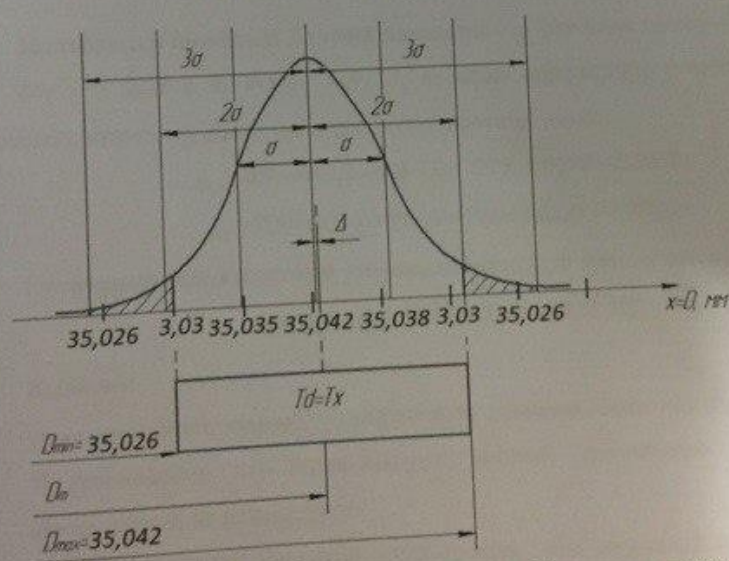


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходят за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс
недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения
причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{matrix} ВПГ \\ НПГ \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{matrix} ВКГ \\ НКГ \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{matrix} ВПГ \\ НПГ \end{matrix} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$ВПГ = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$НПГ = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

22

$$\left. \begin{array}{l} BKG \\ HKG \end{array} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$BKG = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$HKG = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

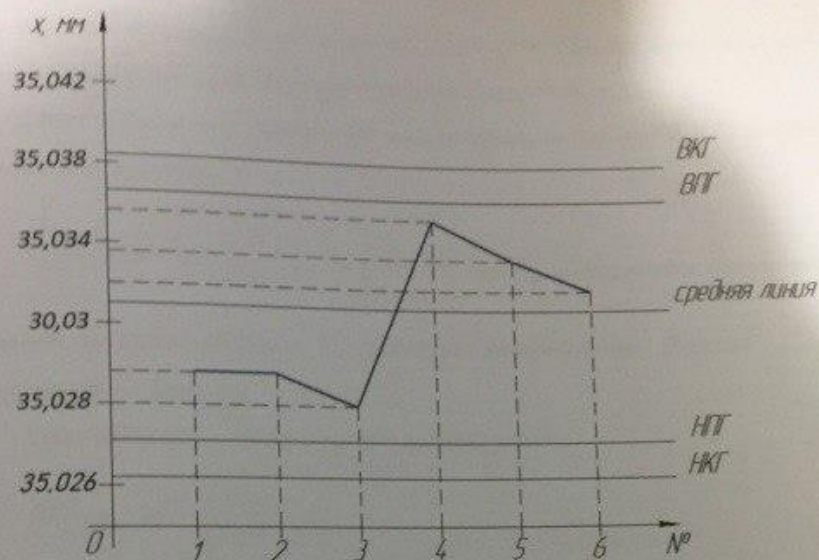


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю x .

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

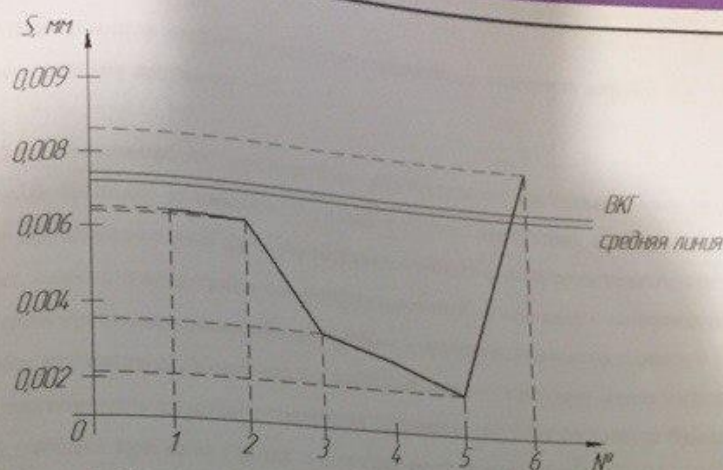


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S , характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

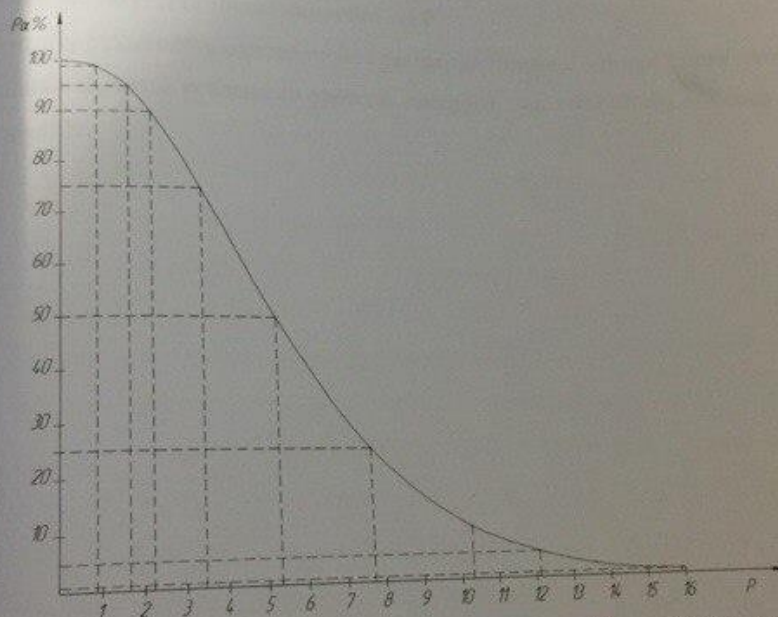


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

$$P_a = 26\%$$

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_\alpha = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_\alpha = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объём выборки возрастёт.

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:
оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

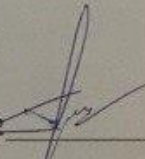
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой _____

Дата защиты _____

Преподаватель
д.т.н., профессор _____ Воячек И.И.

Пенза 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса.....	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости.....	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение.....	31
Список использованной литературы.....	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

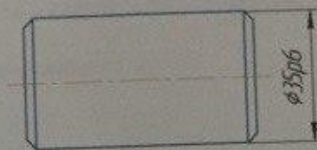


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N=1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n = 30$;
3. объем малых выборок $n_1 = 5$;
4. доверительная вероятность $-p = 0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL = 1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

5

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

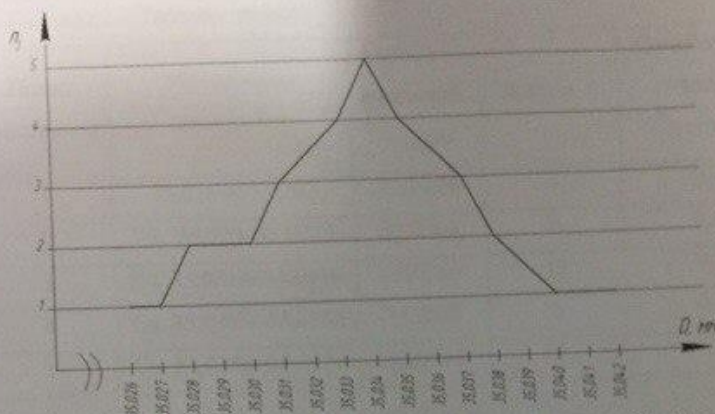


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x1) = 0,133; \hat{F}(x2) = 0,300; \hat{F}(x3) = 0,733; \hat{F}(x4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

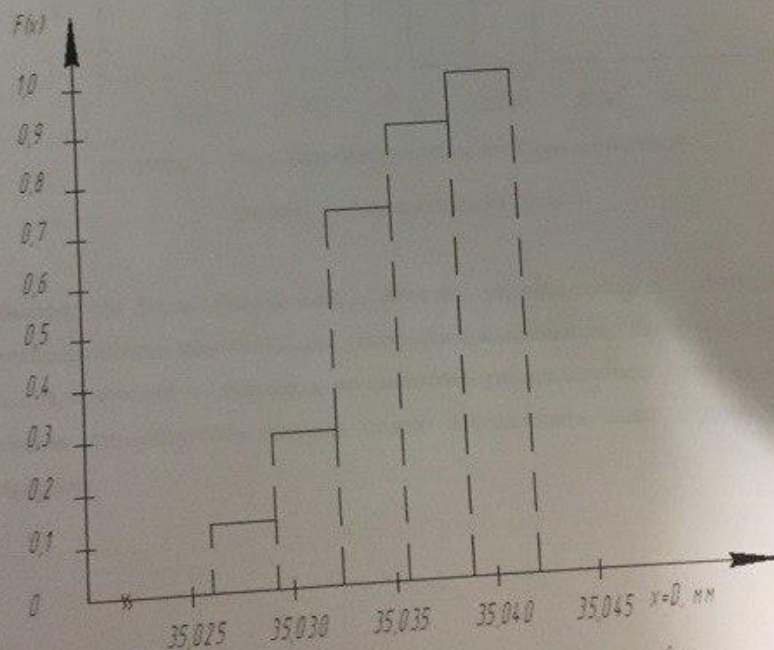


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

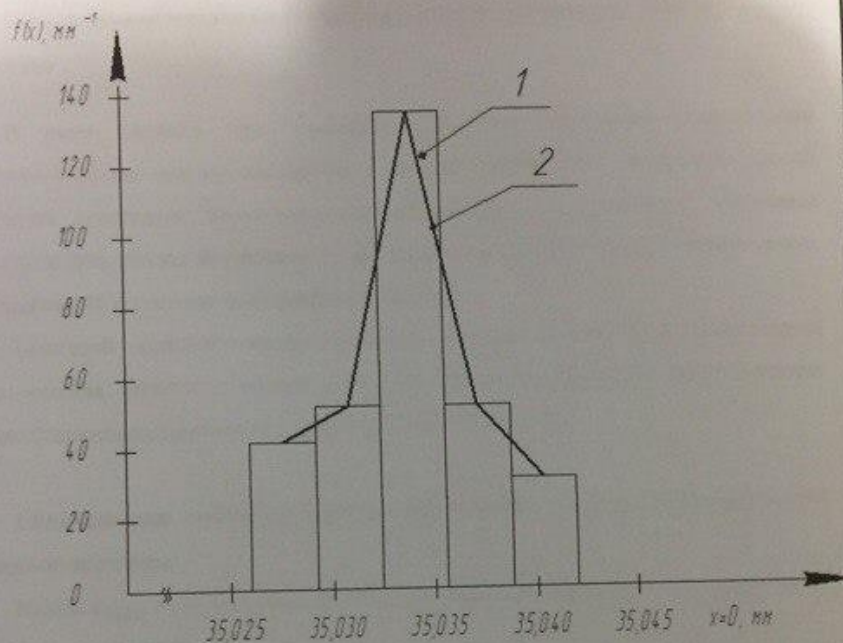


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм.}$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

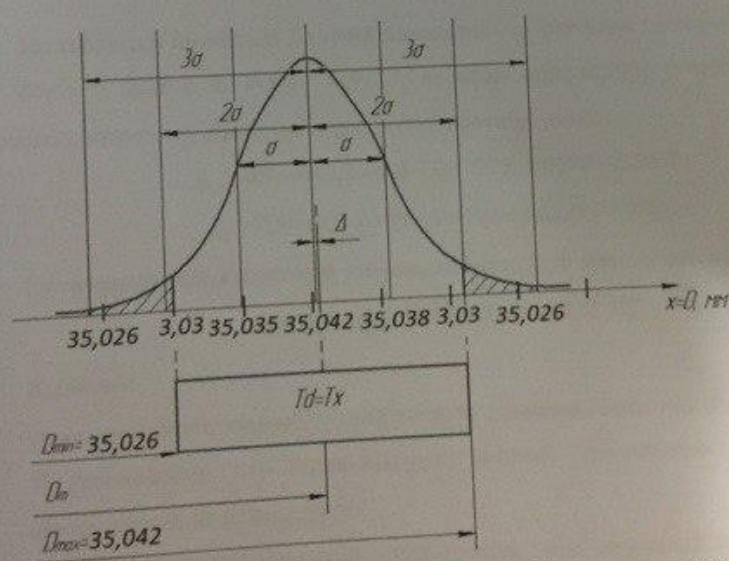


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходя за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс
недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения
причин.

Имя	Фамилия	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПП} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПП} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
22

$$\left. \begin{matrix} ВКГ \\ НКГ \end{matrix} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$ВКГ = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$НКГ = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

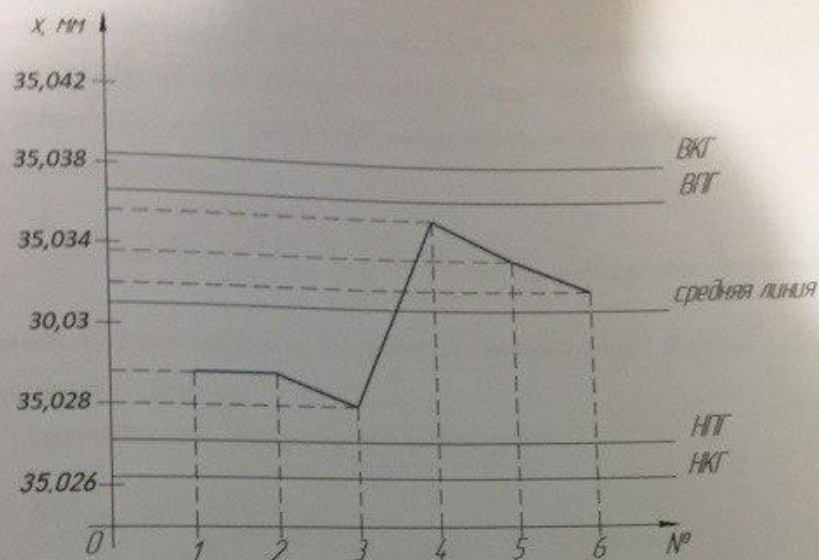


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю x .

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

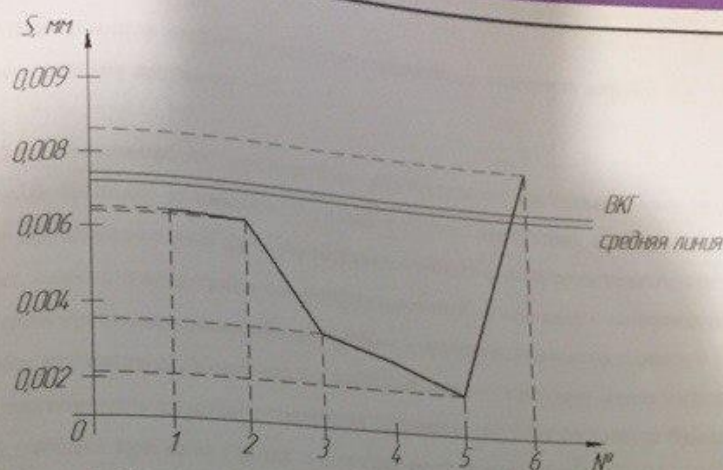


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S, характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

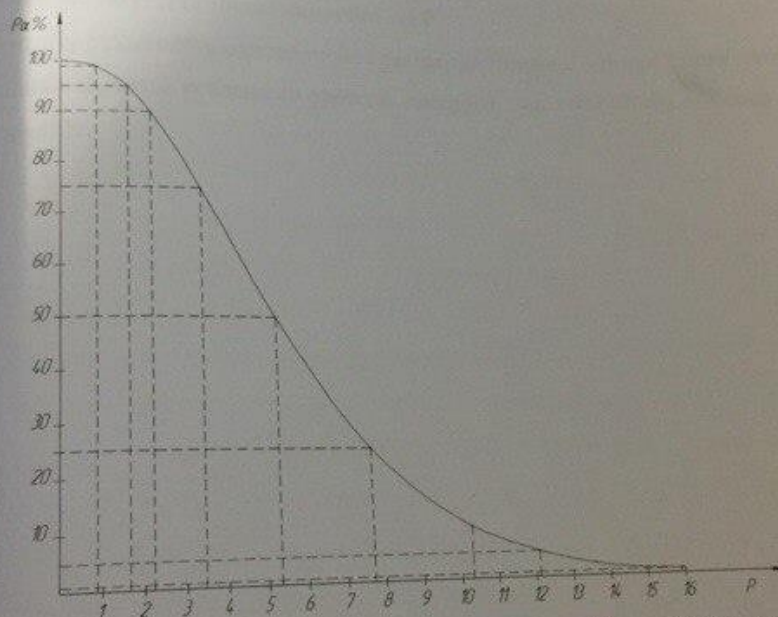


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастёт.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:

- оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

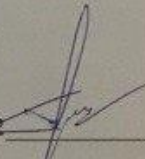
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой _____

Дата защиты _____

Преподаватель
д.т.н., профессор _____ Воячек И.И.

Пенза 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса.....	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости.....	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение.....	31
Список использованной литературы.....	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

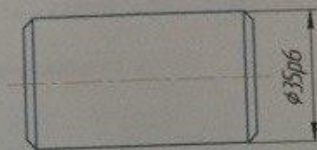


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N = 1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n = 30$;
3. объем малых выборок $n_1 = 5$;
4. доверительная вероятность $- p = 0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL = 1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

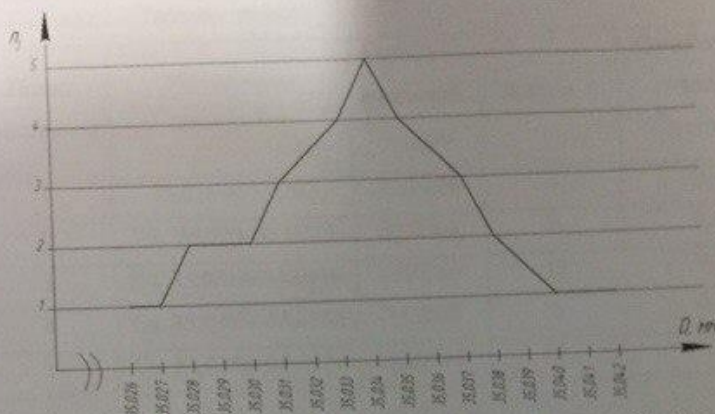


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x1) = 0,133; \hat{F}(x2) = 0,300; \hat{F}(x3) = 0,733; \hat{F}(x4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

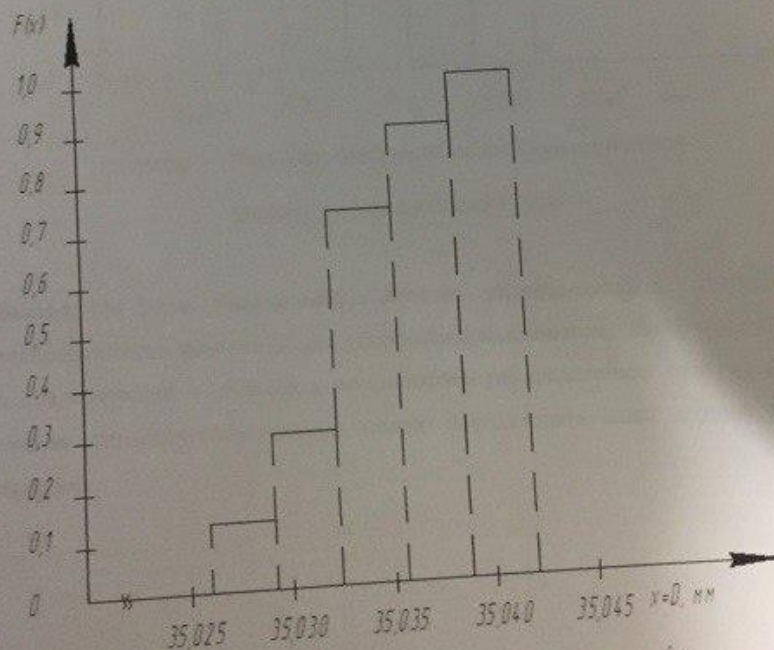


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
9

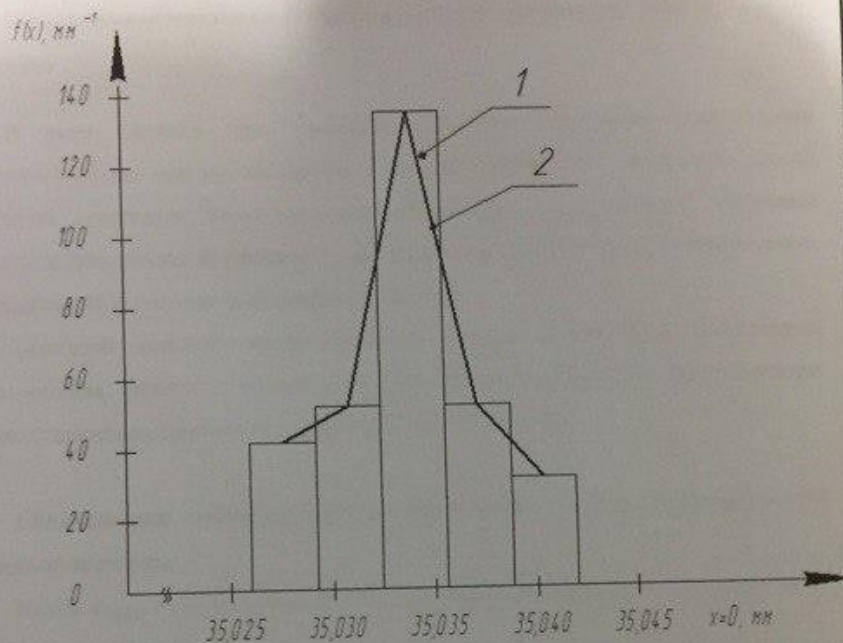


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм.}$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

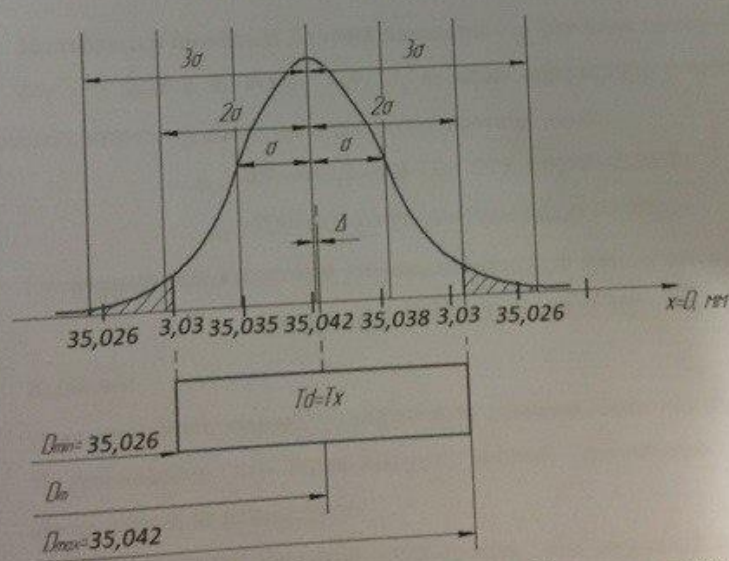


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приблизённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходят за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс
недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения
причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПП} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПП} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
22

$$\left. \begin{array}{l} BKG \\ HKG \end{array} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$BKG = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$HKG = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

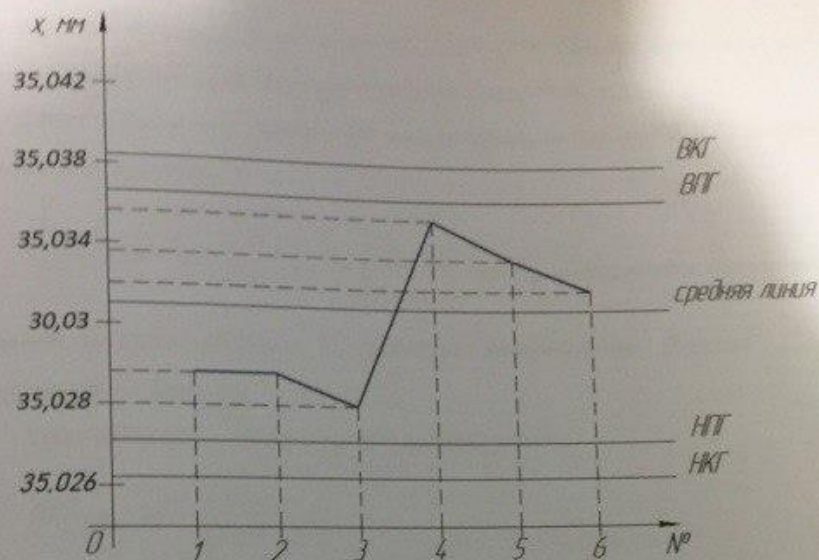


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю x .

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

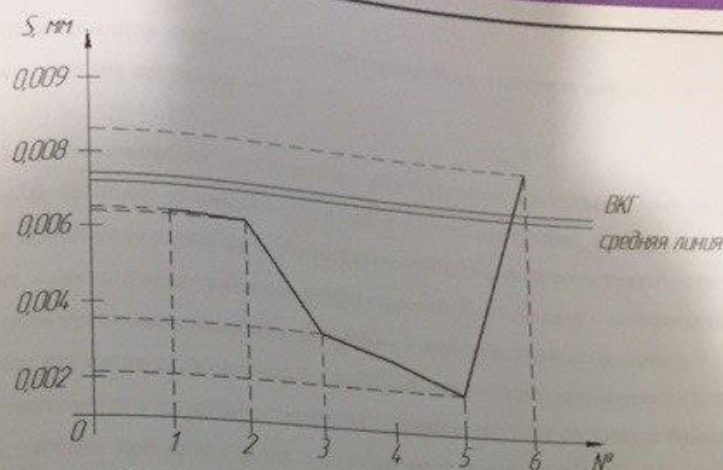


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S , характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

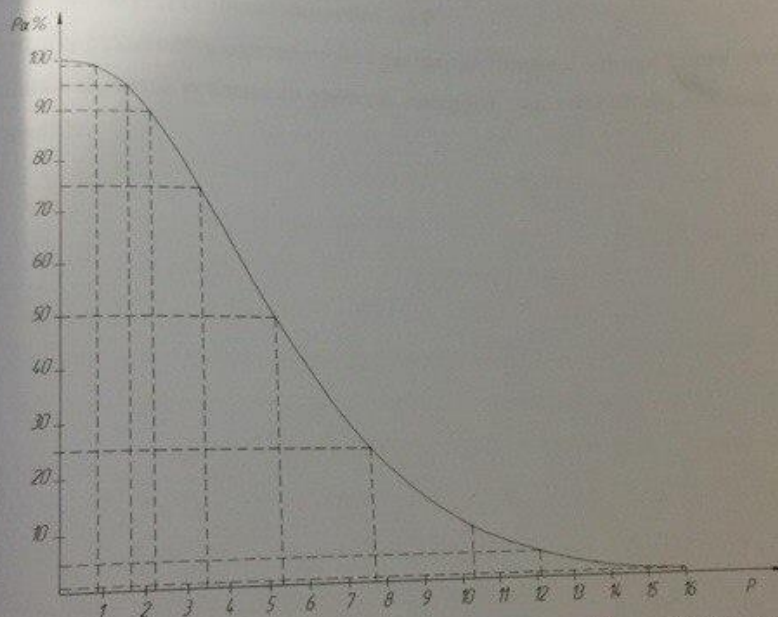


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастёт.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:
оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

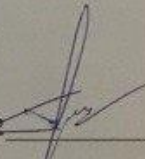
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой _____

Дата защиты _____

Преподаватель
д.т.н., профессор _____ Воячек И.И.

Пенза 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение	31
Список использованной литературы	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

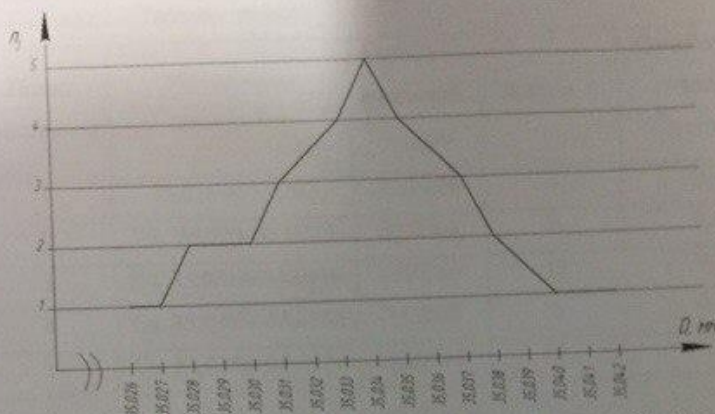


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частоты) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x_1) = 0,133; \hat{F}(x_2) = 0,300; \hat{F}(x_3) = 0,733; \hat{F}(x_4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x_1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x_1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x_4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x_5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

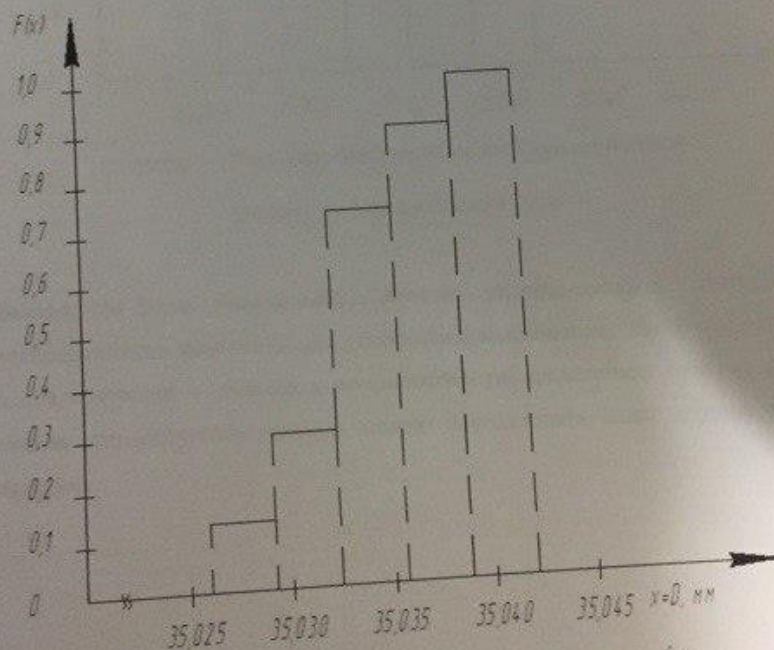


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
9

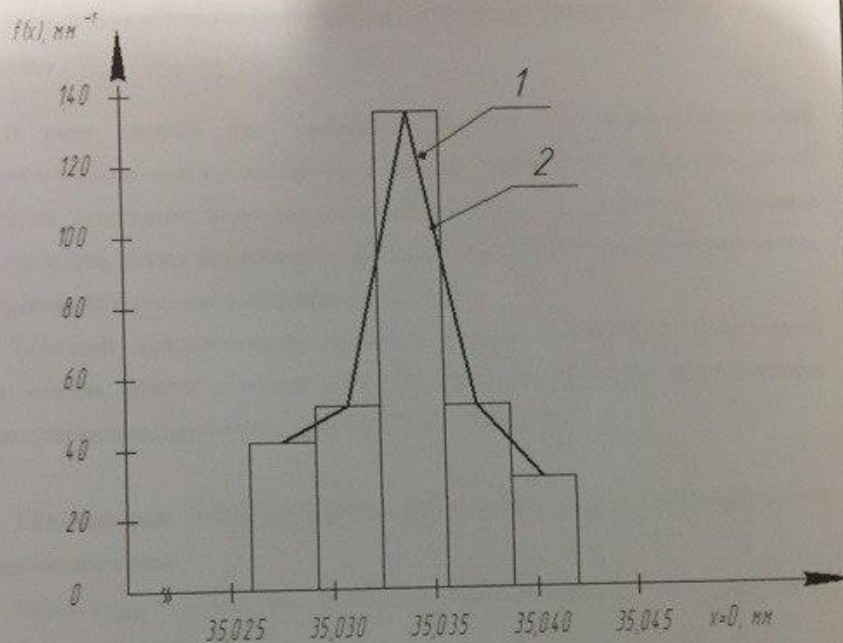


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм.}$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

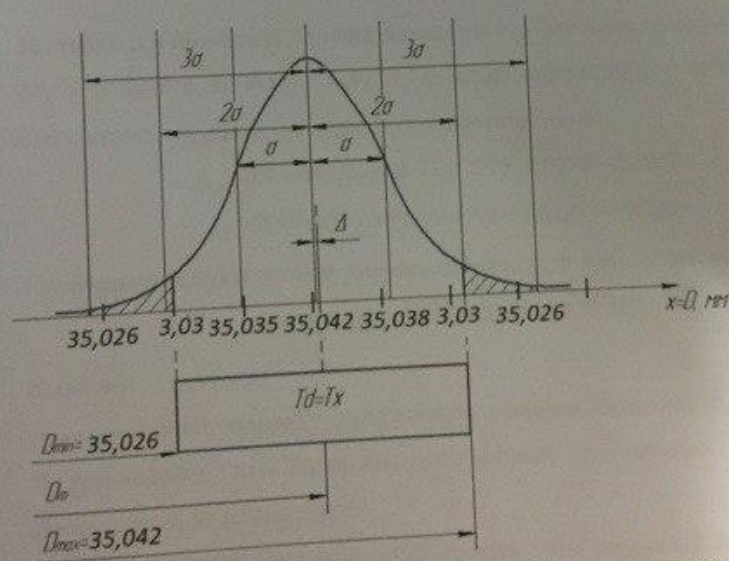


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходя за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс
недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения
причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{matrix} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{matrix} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{matrix} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{matrix} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПП} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПП} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
22

$$\left. \begin{matrix} ВКГ \\ НКГ \end{matrix} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$ВКГ = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$НКГ = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

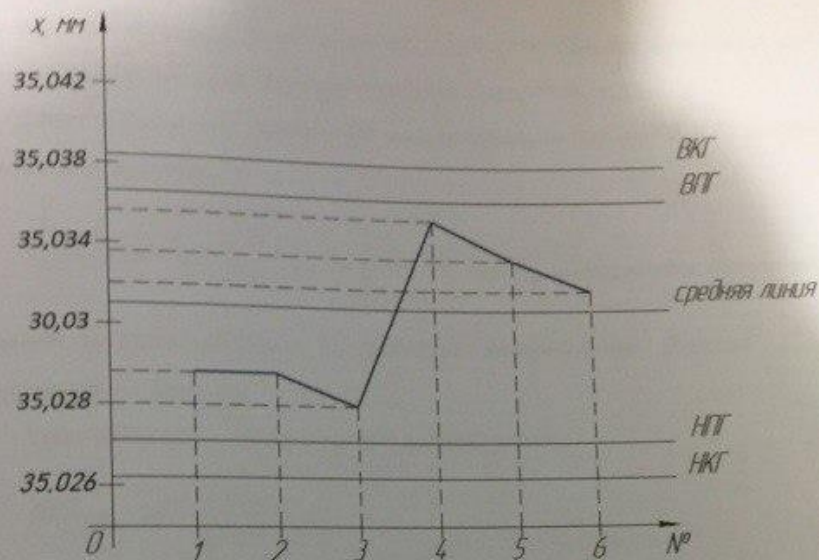


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю $\bar{x}$.

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

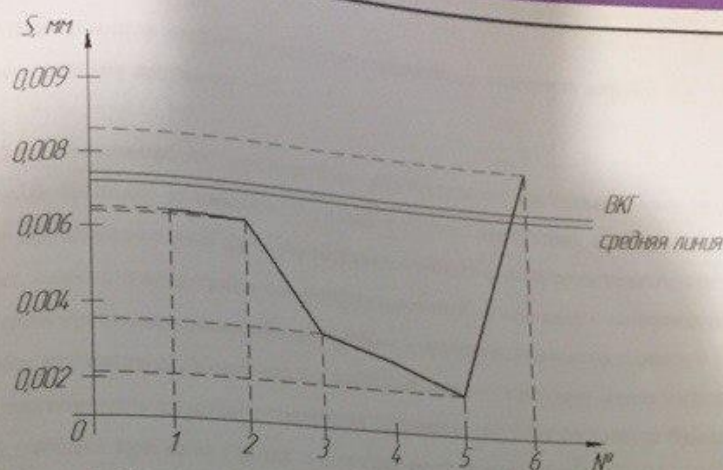


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S , характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

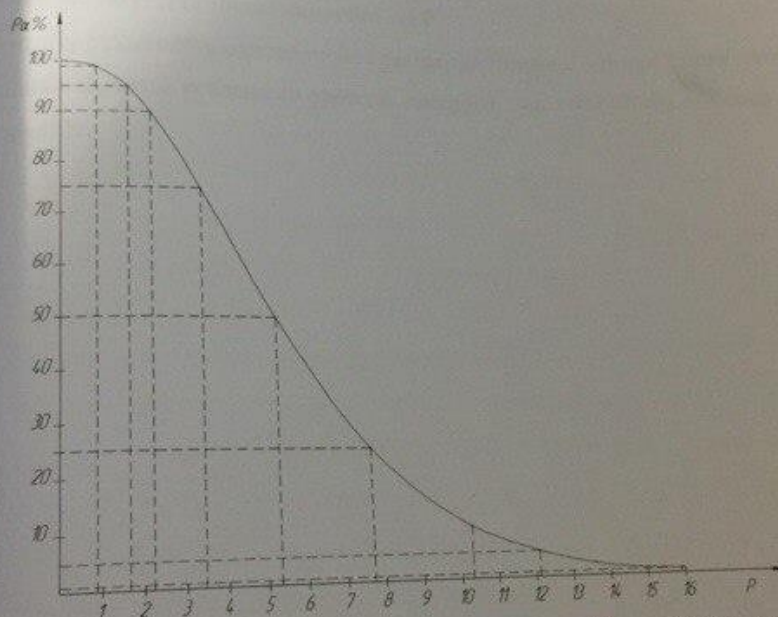


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастет.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35r6. При этом было выполнено:

- оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

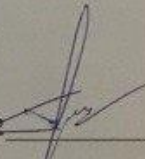
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой _____

Дата защиты _____

Преподаватель
д.т.н., профессор _____ Воячек И.И.

Пенза 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса.....	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости.....	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение.....	31
Список использованной литературы.....	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

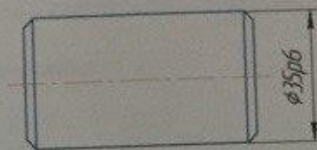


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N = 1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n = 30$;
3. объем малых выборок $n_1 = 5$;
4. доверительная вероятность $- p = 0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha = 0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL = 1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
5

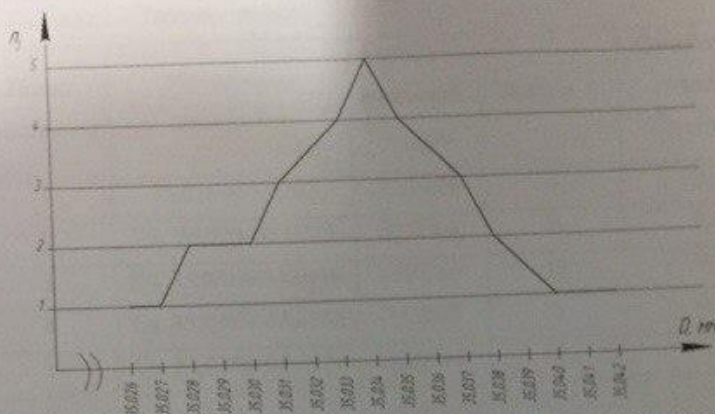


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x1) = 0,133; \hat{F}(x2) = 0,300; \hat{F}(x3) = 0,733; \hat{F}(x4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

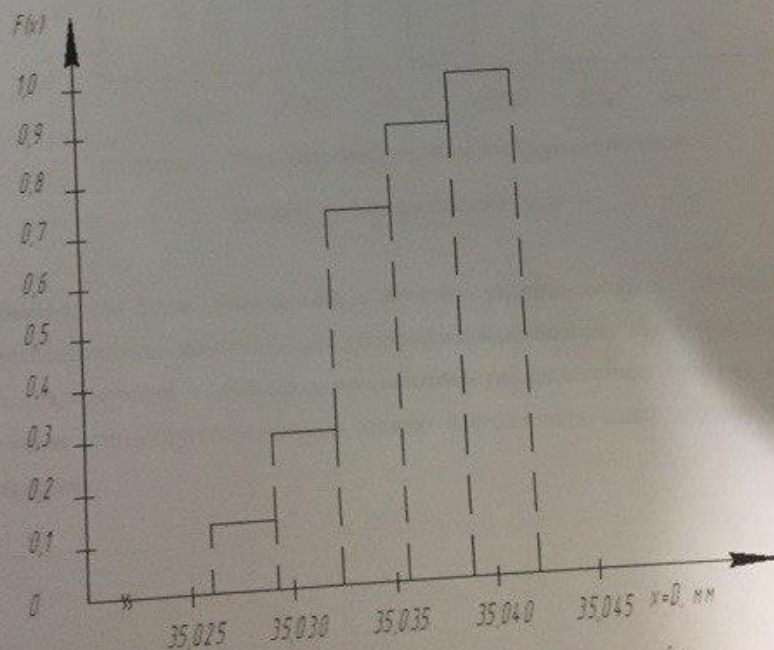


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
9

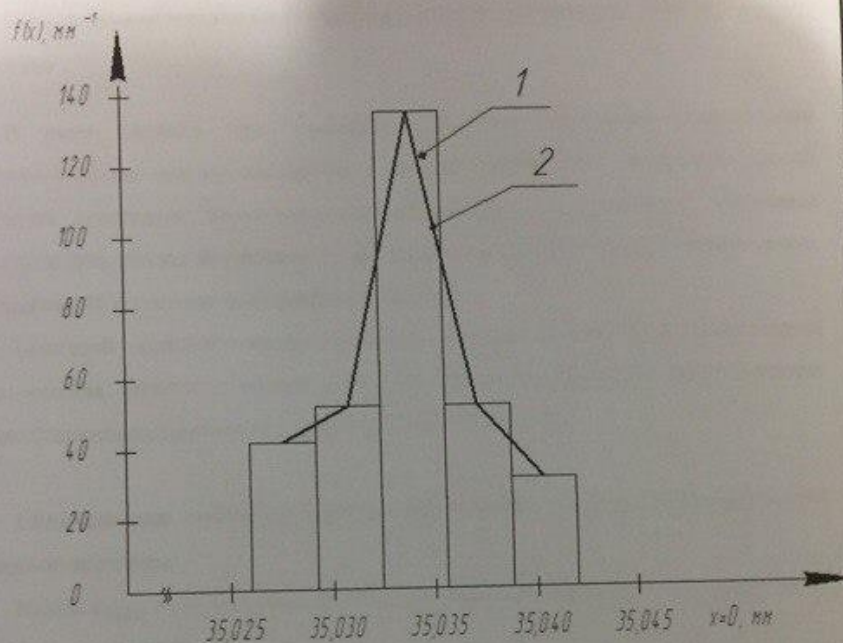


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм}.$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

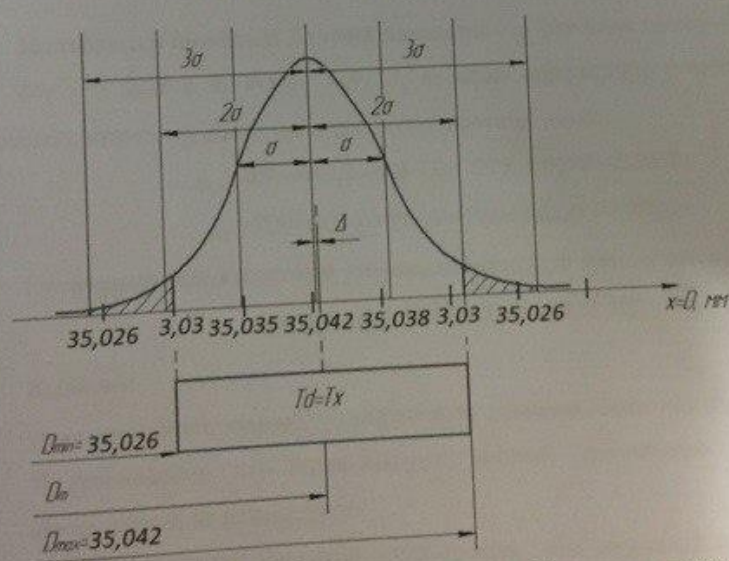


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходя за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} ВГ \\ НГ \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{array} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{array} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПП} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПП} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
22

$$\left. \begin{array}{l} BKG \\ HKG \end{array} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$BKG = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$HKG = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

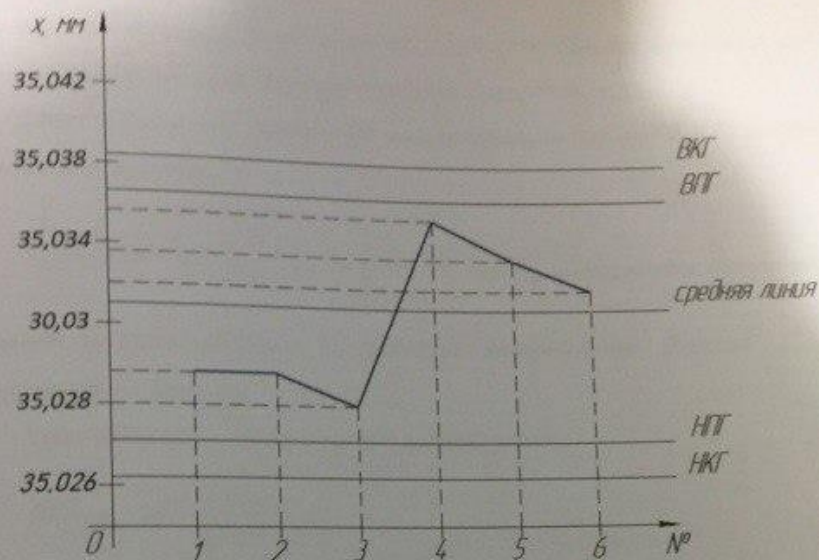


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю x .

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

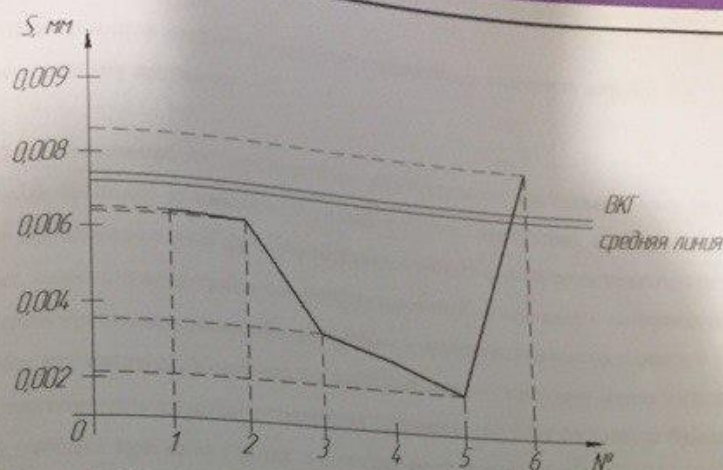


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S , характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

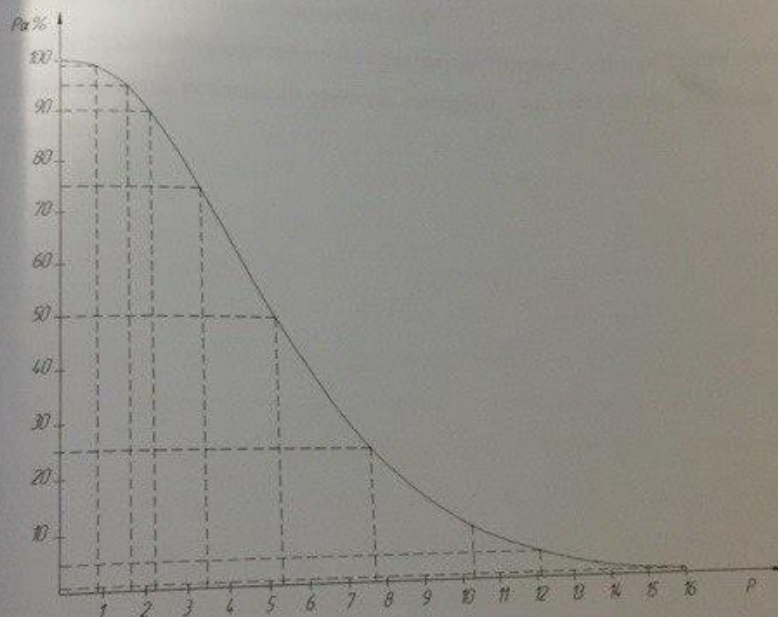


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастёт.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:

- оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины

Генеральная совокупность представляет собой партию втулок из $N=1000$ штук. Случайной величиной X является диаметр отверстия во втулке $X=D$.

Оценкой функцией распределения случайной величины $F(x)$ является эмпирическая функция распределения $F(x)$, получаемая по известным выборочным данным x . Оценкой плотности распределения $f(x)$ случайной величины является эмпирическая плотность распределения $f(x)$.

1. Составление вариационного ряда.

Вариационный ряд – это запись результатов измерения показателя качества в виде последовательности чисел расположенных по возрастанию:

$X = d\{35,026; 35,027; 35,028; 35,028; 35,03; 35,03; 35,031; 35,031; 35,031; 35,033; 35,033; 35,033; 35,033; 35,034; 35,034; 35,034; 35,034; 35,035; 35,035; 35,035; 35,037; 35,037; 35,04; 35,041; 35,042\}$.

2. Составление таблицы (таблица 1) и построение графика (рисунок 1) статистического распределения случайной величины:

Таблица 1 - Статистическое распределение случайной величины

x_j	35,026	35,027	35,028	35,03	35,031	35,033	35,034	35,035	35,037	35,038
n_j	1	1	2	2	3	4	5	4	3	2

Продолжение таблицы 1

x_j	35,04	35,041	35,042
n_j	1	1	1

3. Определение размаха: $x_{\min} = 35,026$ мм, $x_{\max} = 35,042$ мм

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 35,042 - 35,026 = 0,016 \text{ мм}$$

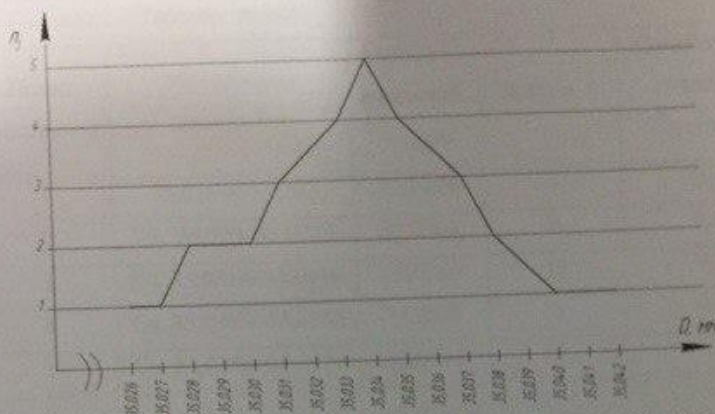


Рисунок 2 – График статистического распределения случайной величины

4. Определение количества интервалов по формуле Старджеса:

$$K = 1 + 3,222 \cdot \lg n = 1 + 3,222 \cdot \lg 30 \approx 5$$

5. Определение ширины интервалов:

$$h = \frac{R}{K} = \frac{0,016}{5} = 0,0032 \text{ мм} = 3,2 \text{ мкм}$$

6. Определение частоты, относительной частоты (частости) попадания в интервал и составление таблицы частот (Таблица 2):

$$n_j = 4; 5; 13; 5; 3.$$

$$r_j = \frac{n_j}{n};$$

$$r_1 = 0,133; r_2 = 0,167; r_3 = 0,433; r_4 = 0,167; r_5 = 0,100.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

7

Таблица 2 – Таблица частот

Номер интервала	Интервалы, $x_j \dots x_{j+1}$, мм	Середина интервала, x_{j0} , мм	Частота, n_j	Относительная частота (частость), r_j
1	35,026 – 35,0292	35,0276	4	0,133
2	Св. 35,029 – 35,0324	35,0308	5	0,167
3	Св. 35,0324 – 35,0356	35,0340	13	0,433
4	Св. 35,0356 – 35,0388	35,0372	5	0,167
5	Св. 35,0388 – 35,0420	35,0404	3	0,100

7 Определение значений эмпирических функций

Накопленная частота n_x : $n_{x1} = 4$; $n_{x2} = 9$; $n_{x3} = 22$; $n_{x4} = 27$; $n_{x5} = 30$;

Отношение частоты к размеру интервала:

$$\omega_j = \frac{n_j}{h};$$

$$\omega_1 = 1250 \text{ мм}^{-1}; \omega_2 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_3 = 4062,5 \text{ мм}^{-1};$$

$$\omega_4 = 1562,5 \text{ мм}^{-1}; \omega_5 = 937,5 \text{ мм}^{-1}$$

Значения эмпирических функции распределения $\hat{F}(x)$ и плотности распределения $\hat{f}(x)$ (Таблица 3)

$$\hat{F}(x) = \frac{n_x}{n};$$

$$\hat{F}(x1) = 0,133; \hat{F}(x2) = 0,300; \hat{F}(x3) = 0,733; \hat{F}(x4) = 0,900; \hat{F}(x) = 1,000;$$

$$\hat{f}(x1) = \frac{\omega_1}{n};$$

$$\hat{f}(x1) = 41,667 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x2) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x3) = 135,417 \text{ мм}^{-1}$$

$$; \hat{f}(x4) = 52,083 \text{ мм}^{-1}; \hat{f}(x5) = 31,25 \text{ мм}^{-1};$$

Таблица 3 – Значения эмпирических функций

Параметры и функции	Интервальные значения случайной величины, мм				
	35,026 – 35,0292	Св. 35,029 – 35,0324	Св. 35,0324 – 35,0356	Св. 35,0356 – 35,0388	Св. 35,0388 – 35,0420
n_x	4	9	22	27	30
ω_j	1250	1562,5	4062,5	1562,5	967,5
$\hat{F}(x)$	0,133	0,300	0,733	0,900	1,000
$\hat{f}(x), \text{мм}^{-1}$	41,67	52,083	135,42	52,083	31,25

8 Построение графиков эмпирической функции распределения и эмпирической плотности распределения случайной величины

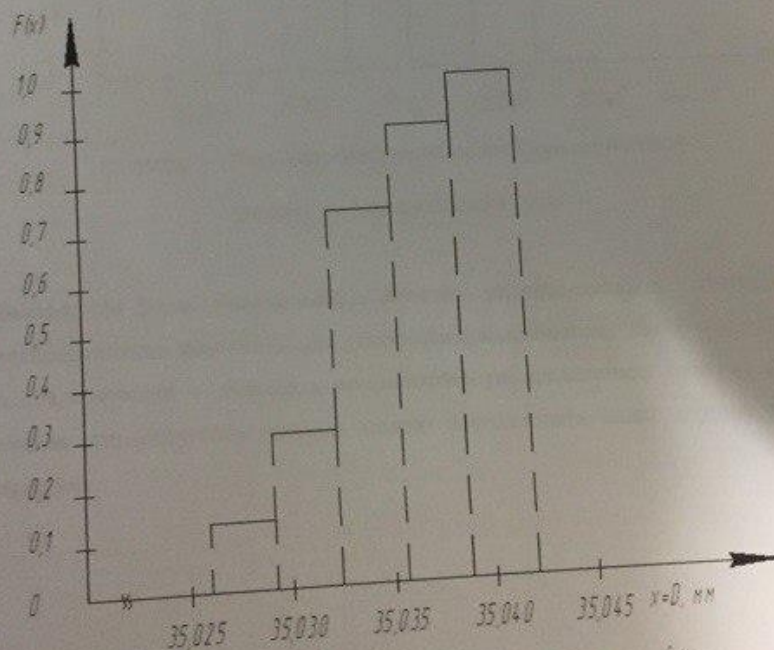


Рисунок 3- Эмпирическая функция распределения $F(x)$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
9

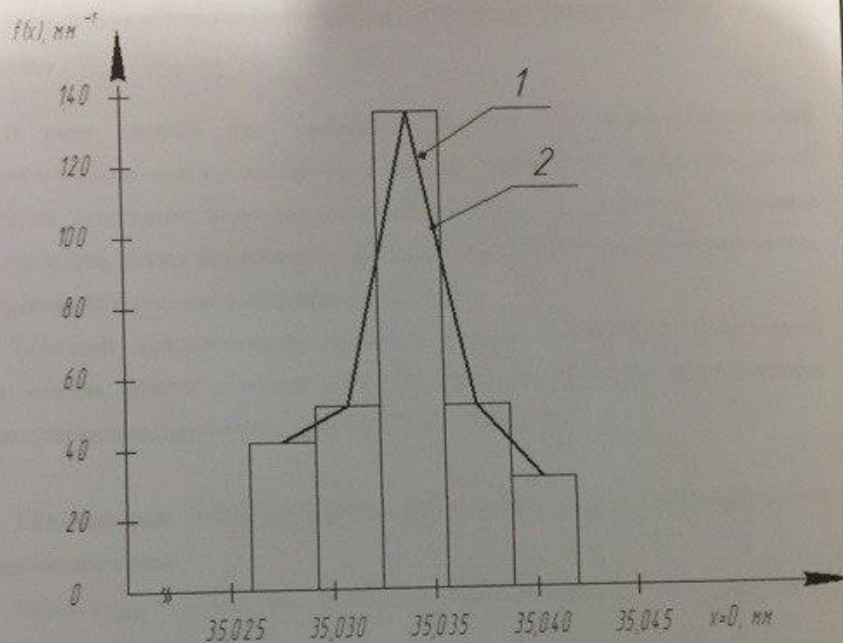


Рисунок 4 – Гистограмма(1) и полигон(2) эмпирической плотности распределения $\hat{f}(x)$

Вывод: По форме эмпирических функции распределения и плотности распределения можно заключить, что данное распределение случайной величины – диаметра отверстия – близко к нормальному распределению, поэтому при дальнейшем статистическом анализе можно использовать закон нормального распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
10

3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины

В ряде случаев при изучении случайной величины (генеральной совокупности) на основе выборочных данных достаточно вычислить оценки некоторых числовых (точечных) характеристик распределения. Числовые характеристики также вычисляются при определении параметров теоретических распределений на основе выборочных данных.

Точечной оценкой называют оценку, которая может быть представлена одним числом. Точечные оценки дают приближенное представление о величине соответствующего параметра генеральной совокупности.

1. Определение точечных оценок характеристик положения распределения случайной величины.

Мода: $x_{\text{mod}} = 35,034$ мм, так как это значение наиболее часто встречается в вариационном ряде.

Медиана: $n = 30$; $n = 2 \cdot m$; $m = \frac{n}{2} = 15$;

$$x_{\text{med}} = \frac{x_{15} + x_{16}}{2} = 35,034 \text{ мм}$$

Математическое ожидание, оцениваемое выборочным средним значением:

$$\mu = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i = \frac{1}{n} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot x_j;$$

$$\bar{x} = \frac{1}{30} (35,026 + 35,027 + 35,028 \cdot 2 + 35,03 \cdot 2 + 35,031 \cdot 3 + 35,033 \cdot 4 + 35,034 \cdot 5 + 35,035 \cdot 4 + 35,037 \cdot 3 + 35,038 \cdot 2 + 35,04 + 35,041 + 35,042) = \frac{1}{30} \cdot 1051,014 = 35,0338 \text{ мм} \approx 35,034 \text{ мм}$$

Так как значения моды, медианы и выборочного среднего близки по значению, то можно считать, что распределение случайной величины стремится к нормальному закону распределения.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

11

2. Определение точечных оценок характеристик рассеивания случайной величины.

Размах:

$$R = x_{\max} - x_{\min} = 0,016 \text{ мм.}$$

Выборочная дисперсия:

$$\hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{j=1}^k n_j \cdot (x_j - \bar{x})^2;$$

$$\begin{aligned} \hat{D} = \hat{S}^2 = \frac{1}{29} \cdot & [(35,026 - 35,034)^2 + (35,027 - 35,034)^2 + 2 \cdot (35,028 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,030 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,031 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,033 - 35,034)^2 \\ & + 5 \cdot (35,034 - 35,034)^2 + 4 \cdot (35,035 - 35,034)^2 + 3 \cdot (35,037 - 35,034)^2 \\ & + 2 \cdot (35,038 - 35,034)^2 + (35,04 - 35,034)^2 + (35,041 - 35,034)^2 \\ & + (35,042 - 35,034)^2] = 0,00001586 \text{ мм}^2; \end{aligned}$$

Выборочное стандартное отклонение (среднее квадратическое отклонение):

$$\hat{\sigma} = \hat{S} = \sqrt{\hat{D}} = \sqrt{0,00001586} = 0,00398 \text{ мм.}$$

Для определения несмещённой оценки стандартного отклонения необходимо найти корректирующий коэффициент:

$$\alpha_n \approx 1 - \frac{1}{4 \cdot (n-1)} = 1 - \frac{1}{4 \cdot (30-1)} = 1 - 0,00862 = 0,991.$$

Несмещённая оценка равна

$$\hat{S}^* = \frac{\hat{S}}{\alpha_n} = \frac{0,00398}{0,991} = 0,004 \text{ мм.}$$

Если случайная величина (диаметр отверстия) распределена по нормальному закону и доверительная вероятность $p = 99,73\%$, то диапазон рассеивания случайной величины равен:

$$6 \hat{S}^* = 0,024 \text{ мм.}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

12

Выводы:

- мода, медиана и выборочное среднее близки по значению, поэтому можно считать, что случайная величина стремится к нормальному закону распределения;
- несмещённая выборочная оценка стандартного отклонения основана на большем объёме информации, чем размах, поэтому она более достоверна при оценивании характеристик рассеивания случайной величины, в частности диапазона рассеивания;
- вероятностный диапазон рассеивания диаметра отверстия при доверительной вероятности $p = 99,73\%$ больше размаха $0,024\text{мм}$ $> 0,016\text{мм}$.

ПГУ 15.03.05 ПЗ					Лист
					13
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины

Оценка, выраженная в виде интервала, в котором с некоторой вероятностью предполагается нахождение истинного значения характеристики случайной величины, является интервальной оценкой.

Интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, его используют при сравнительно малом объеме выборки, когда точечные оценки слишком недостоверны.

Определение интервальной оценки математического ожидания.

В данном случае истинное значение дисперсии и стандартного отклонения случайной величины неизвестно. Принимается, что генеральная совокупность имеет нормальное распределение. Известно, что оценка математического ожидания μ_1 , при неизвестном S распределена, как t -распределение Стьюдента, с числом степеней свободы $n-1$, а интервальная оценка математического ожидания случайной величины определяется по формуле

$$\hat{\mu}_1 - t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}} \leq \mu \leq \hat{\mu}_1 + t_{(n-1), (1-\alpha/2)} \cdot \frac{\hat{S}^*}{\sqrt{n}}.$$

Интервальная оценка определяется для двух вариантов значений доверительной вероятности $p = 0,95$ и $p = 0,9$.

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1 = 30-1 = 29; \frac{\alpha}{2} = 0,025$$

Определяется из таблицы t -распределения Стьюдента квантиль t , при степени свободы $n-1 = 29$

$$t_{29, 0,975} \approx 2,364.$$

Таким образом

$$35,034 - 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,364 \cdot \frac{0,00398}{5,477};$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
14

$$35,034 - 0,001486 \leq \mu \leq 35,034 + 0,001486;$$

$$35,03248 \leq \mu \leq 35,03552$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\hat{S} = 0,00398 \text{ мм}; \sqrt{n} = \sqrt{30} = 5,477; n-1=30-1=29; \frac{\alpha}{2} = 0,05$$

$$t_{29;0,95} \approx 2,045$$

Таким образом:

$$35,034 - 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477} \leq \mu \leq 35,034 + 2,045 \cdot \frac{0,00398}{5,477}$$

$$35,034 - 0,00148 \leq \mu \leq 35,034 + 0,00148;$$

$$35,0348 \leq \mu \leq 35,03548$$

При уменьшении доверительной вероятности оценочный интервал математического ожидания случайной величины сужается.

Определение интервальной оценки дисперсии

Известно, что выборочная оценка дисперсии $\hat{D} = \hat{S}^2$ при неизвестном математическом ожидании генеральной совокупности имеет распределение Пирсона χ^2_{n-1} . В этом случае интервальная оценка дисперсии генеральной совокупности при заданном $P = 1 - \alpha$ определяется по формуле

$$\frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); \frac{\alpha}{2}}} \leq \sigma^2 \leq \frac{(n-1) \cdot \hat{S}^2}{\chi^2_{(n-1); (1-\frac{\alpha}{2})}}$$

$$\hat{S}^2 = 0,00001586 \text{ мм.}$$

При $p = 0,95; \alpha = 0,05$.

Квантили распределения χ^2 находятся по таблицам и равны:

$$\chi^2_{290,025} = 45,722$$

$$\chi^2_{290,975} = 16,047$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПУ 15.03.05 ПЗ

Лист
15

Таким образом интервал равен:

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{45,722} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{16,047}$$

$$0,00001 \leq \sigma^2 \leq 0,0000286$$

При $p = 0,9; \alpha = 0,1$

$$\chi_{29;0,05}^2 = 42,557$$

$$\chi_{29;0,95}^2 = 17,708$$

$$\frac{29 \cdot 0,00001586}{42,557} \leq \sigma^2 \leq \frac{29 \cdot 0,00001586}{17,708}$$

$$0,0000108 \leq \sigma^2 \leq 0,000026$$

Выводы:

- интервальное оценивание характеристик (параметров) распределения случайной величины более достоверное, чем точечное, при этом важной информацией является доверительная вероятность нахождения истинного значения характеристики в данном интервале;
- при уменьшении доверительной вероятности интервал при оценке математического ожидания и дисперсии случайной величины (диаметра отверстия) сужается, при этом точность оценки характеристики случайной величины повышается, а достоверность оценки уменьшается.

5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку

Определение вероятностного уровня дефектности партии производится при приёмочном выборочном контроле продукции по количественному признаку. Если в процессе производства не выдерживаются технические условия и вероятностный уровень дефектности превышает допустимый уровень, то возникает необходимость сортировать продукцию и удалять или исправлять дефектные изделия.

При приёмочном контроле партии втулок ($N = 1000$ шт) по количественному признаку принимается, что распределение размеров отверстия соответствует нормальному закону с параметрами $\mu = \hat{\mu} = 35,034$ мм и $\sigma = \hat{\sigma} = 0,004$ мм. Данный закон показан на рисунке 5, где также изображено поле допуска на размер отверстия.

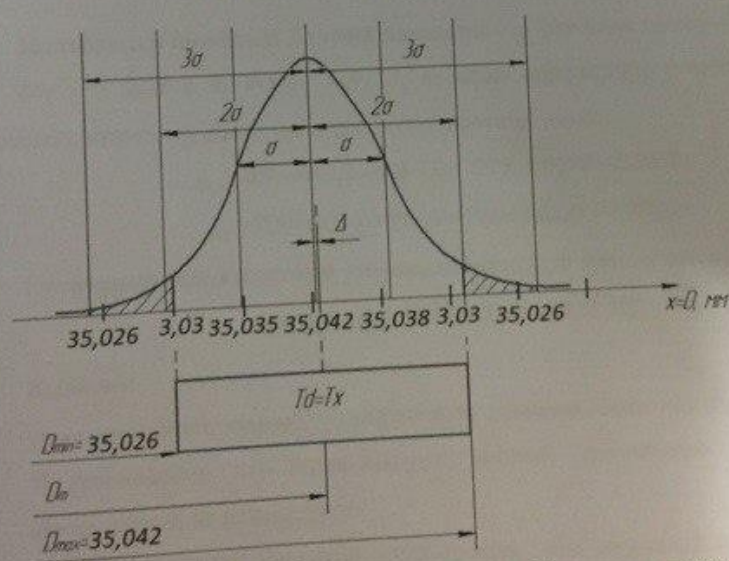


Рисунок 5- Схема для определения уровня деффектности партии

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
17

1 Предварительно необходимо найти назначенные конструктором допуск, предельные допустимые размеры и средний размер обрабатываемого отверстия:

$$TD = 0,016 \text{ мм}; D_{\min} = 35,026 \text{ мм}; D_{\max} = 35,042 \text{ мм}; D_m = 35,034 \text{ мм}.$$

2 Приближённое значение уровня дефектности партии можно найти по результатам контроля выборочных единиц, выходя за пределы допуска. Таким

$$\text{образом } q = \frac{n_{\text{деф}}}{n} = \frac{0}{30} = 0 = 0\%.$$

2 Для определения вероятностного уровня дефектности партии втулок q необходимо найти квантили нормального распределения, соответствующие границам поля допуска:

$$z_1 = \frac{|D_{\min} - \mu|}{S} = \frac{|35,026 - 35,034|}{0,004} = 2,0;$$

$$z_2 = \frac{|D_{\max} - \mu|}{S} = \frac{|35,042 - 35,034|}{0,004} = 2,0.$$

По таблицам интеграла Лапласа находятся его значения при $z_1 = 2$ и $z_2 = 2,0$ $\Phi(z_1) = 0,4772$ и $\Phi(z_2) = 0,4772$, а затем определяются относительные площади, соответствующие уровням дефектности q_1 и q_2 :

$$q_1 = 0,5 - \Phi(z_1) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

$$q_2 = 0,5 - \Phi(z_2) = 0,5 - 0,4772 = 0,0228 = 2,28\%;$$

Суммарный вероятностный уровень дефектности партии равен

$$q = q_1 + q_2 = 2,28 + 2,28 = 4,56\%.$$

Выводы:

- при сравнении с заданным приёмочным уровнем дефектности $AQL = 1,5\%$ установлено, что вероятностный уровень дефектности существенно выше, партия не принимается.
- при выборочном контроле установлено, что вероятностный уровень дефектности партии втулок достаточно высокий и превышает заданный

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
18

приёмочный уровень, следовательно технологический процесс
недостаточно устойчив, необходимо вмешательство с целью выяснения
причин.

Имя	Лично	по докум.	Подпись	Дата	

ИГУ 15.03.05 ИБ

Лист
19

6 Статистический анализ технологического процесса

6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости

Целью статистического анализа технологического процесса является установление находится ли процесс в устойчивом (стабильном) состоянии и каковы его технологические возможности.

Для анализа процесса используют индексы воспроизводимости процесса C_p и C_{pk} .

1. Индекс воспроизводимости C_p показывает, как соотносится ширина поля допуска и изменчивость процесса, то есть какая часть генеральной совокупности (распределения случайной величины) находится в границах поля допуска

$$C_p = \frac{TD}{6 \cdot \sigma} = \frac{TD}{6 \hat{\sigma}} = \frac{0,016}{6 \cdot 0,004} = 0,667.$$

Так как $C_p < 1,0$, то можно заключить, что установлено недопустимо большое рассеивание размера отверстия (низкая воспроизводимость процесса), следовательно трудно обеспечить допуск.

2. Индекс воспроизводимости C_{pk} дополнительно характеризует настроенность процесса на целевой уровень и определяется по формуле, связывающей индексы C_p и C_{pk} :

$$C_{pk} = C_p (1 - k),$$

где k - показатель настроенности процесса на целевой уровень.

Если целевой уровень соответствует середине поля допуска D_m , то

$$k = \frac{2 \cdot \Delta}{T};$$

$$\Delta = |\hat{\mu} - D_m| = |35,034 - 35,034| = 0 \text{ мм};$$

$$k = \frac{2 \cdot 0}{0,016} = 0;$$

$$C_{pk} = C_p (1 - k) = 0,667 \cdot (1 - 0) = 0,6667.$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

20

Таким образом, индекс C_{pk} неотличается от индекса C_p , следовательно настройка процесса на целевой уровень хорошая.

Выводы:

- высокий уровень дефектности партии, значительно превышающий допустимый уровень, в основном связан с низким значением индекса C_p и плохой воспроизводимостью процесса, приводящей к существенному рассеиванию размера отверстия;
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт.

Контрольная карта – карта с верхней и нижней контрольными (предупреждающими) границами, на которую наносят значения некоторого статистического показателя для последовательности выборок во времени или по номерам выборок. Она обычно содержит центральную линию, позволяющую выявить тенденции смещения точек к одной из контрольных границ.

При применении КК производится проверка гипотез:

H_0 – процесс статистически стабилен;

H_1 – процесс нестабилен.

Для ведения КК из производственного процесса через определённые промежутки времени берутся малые выборки объёмом n_1 .

Построение контрольной карты для математического ожидания

При невозмущённом процессе выражение для определения положения предупреждающих и контрольных границ для математического ожидания имеет вид:

$$\left. \begin{array}{l} \text{ВГ} \\ \text{НГ} \end{array} \right\} = M \pm c \cdot \sigma_0 = \mu_0 \pm z_{1-\alpha/2} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}},$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

21

где: σ_0 - среднее квадратическое отклонение размера, которое должен обеспечить технологический процесс;

n_1 - объём малой выборки, которая берётся через определённые интервалы времени;

μ_0 - средняя линия, соответствующая середине поля допуска;

c - коэффициент, зависящий от заданной вероятности α ;

$\alpha = 1 - p$ - вероятность выхода размера за контрольные или предупреждающие границы;

$z_{1-\alpha/2}$ - квантиль нормального распределения.

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99$$

Так как $\alpha_n = 0,05$, $\alpha_n / 2 = 0,05 / 2 = 0,025$ и $\alpha_k = 0,01$, $\alpha_k / 2 = 0,01 / 2 = 0,005$, то

$$\left. \begin{matrix} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,475} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

$$\left. \begin{matrix} \text{ВКГ} \\ \text{НКГ} \end{matrix} \right\} = \mu_0 \pm z_{0,495} \cdot \frac{\sigma_0}{\sqrt{n_1}}$$

Квантили находятся по таблицам функции Лапласа

$$z_{0,475} = 1,96 \text{ и } z_{0,495} = 2,58$$

Чтобы обеспечить допуск $TD = 0,021 \text{ мм}$, σ_0 определяется из соотношения:

$$\sigma_0 = \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Таким образом, предупреждающие и контрольные границы равны при $\mu_0 = D_m = 20,0105 \text{ мм}$

$$\left. \begin{matrix} \text{ВПП} \\ \text{НПП} \end{matrix} \right\} = 35,034 \pm 1,96 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,00234 \text{ мм}$$

$$\text{ВПП} = 35,034 + 0,00234 = 35,03634 \text{ мм}$$

$$\text{НПП} = 35,034 - 0,00234 = 35,03166 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
22

$$\left. \begin{array}{l} BKG \\ HKG \end{array} \right\} = 35,034 \pm 2,58 \cdot \frac{0,00267}{\sqrt{5}} = 35,034 \pm 0,004 \text{ мм}$$

$$BKG = 35,034 + 0,003081 = 35,03092 \text{ мм}$$

$$HKG = 35,034 - 0,003081 = 35,03708 \text{ мм}$$

Значения диаметра отверстия в малых выборках представлено в таблице 4

Таблица 4 – Статистические данные по малым выборкам

№ выборки	Значения диаметра отверстия в выборке, мм
1	35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035;
2	35,031; 35,041; 35,03; 35,028; 35,033;
3	35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034;
4	35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037;
5	35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038;
6	35,04; 35,028; 35,031; 35,038; 35,033

Определяется среднее значение диаметра в каждой малой выборке:

$$\bar{\mu} = \bar{x} = \frac{1}{n} \cdot \sum_{i=1}^n x_i$$

$$\bar{x}_1 = \frac{1}{5} \cdot (35,026 + 35,035 + 35,033 + 35,037 + 35,035) = 35,0332 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_2 = \frac{1}{5} \cdot (35,031 + 35,041 + 35,03 + 35,028 + 35,033) = 35,0322 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_3 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,037 + 35,042 + 35,027 + 35,034) = 35,036 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_4 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,03 + 35,031 + 35,033 + 35,037) = 35,033 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_5 = \frac{1}{5} \cdot (35,034 + 35,035 + 35,034 + 35,035 + 35,038) = 35,0352 \text{ мм};$$

$$\bar{x}_6 = \frac{1}{5} \cdot (35,04 + 35,028 + 35,031 + 35,038 + 35,033) = 35,0334 \text{ мм}.$$

Контрольная карта для математического ожидания представлена на рисунке 6.

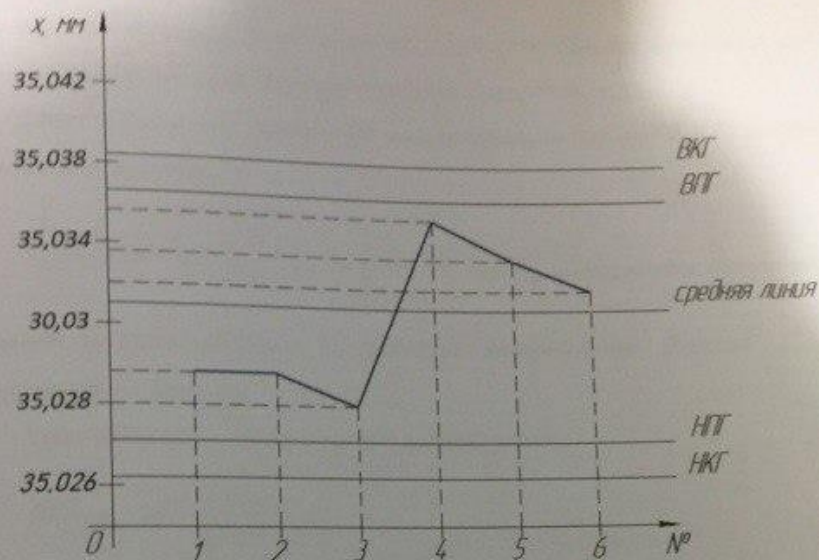


Рисунок 6-Контрольная карта для математического ожидания

Вывод: результат контроля лежит в пределах предупреждающих границ, следовательно, технологический процесс устойчив по статистическому показателю $\bar{x}$.

Построение контрольной карты для стандартного отклонения

Верхняя контрольная (или предупреждающая) граница для стандартного отклонения (среднего квадратического отклонения) определяется по формуле

$$ВГ = c_s \cdot M = c_s \cdot S_0 = c_s \cdot \sigma_0,$$

Уровень средней линии контрольной карты для стандартного отклонения равен $M = S_0 = \sigma_0$.

Чтобы обеспечить допуск размера с вероятностью $P = 99,73\%$ необходимо при обработке выдерживать значение стандартного отклонения

$$S_0 = \sigma_0 \leq \frac{TD}{6} = \frac{0,016}{6} = 0,00267 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
24

Значение c_s следует определить так, чтобы контрольная величина S при нормальном ходе процесса превышала границу с вероятностью α .

Таким образом, при нормальном ходе процесса, то есть при $S_i \leq S_0$ должно выполняться соотношение

$$P\left(S_{n_1} \leq c_s \cdot S_0 = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0\right) = 1 - \alpha, \text{ где } S_{n_1} - \text{стандартное отклонение}$$

в малой выборке объёмом n_1 ; квантиль распределения Пирсона $\chi_{n-1, \alpha}^2$ определяется по таблицам.

Таким образом, значение верхней границы равно

$$ВГ = c_s \cdot M = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} \cdot S_0.$$

Можно принять, что доверительные вероятности для построения предупреждающих и контрольных границ соответственно равны

$$p_n = 0,95 \text{ и } p_k = 0,99, \text{ следовательно } \alpha_n = 0,05 \text{ и } \alpha_k = 0,01$$

Определяется значение c_s для предупреждающей границы ($n_1=5, \alpha = 0,05$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,05}^2}{4}} = \sqrt{\frac{9,488}{4}} = 1,54$$

Находится верхняя предупреждающая граница

$$ВПГ = c_s \cdot S_0 = 1,54 \cdot 0,00267 = 0,004112 \text{ мм}$$

Определяется значение c_s для контрольной границы ($n_1=5, \alpha = 0,01$)

$$c_s = \sqrt{\frac{\chi_{n_1-1, \alpha}^2}{n_1-1}} = \sqrt{\frac{\chi_{4, 0,01}^2}{4}} = \sqrt{\frac{13,28}{4}} = 1,82$$

Находится верхняя контрольная граница

$$ВКГ = c_s \cdot S_0 = 1,82 \cdot 0,00267 = 0,004859 \text{ мм}$$

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

25

Определяется дисперсия и стандартное отклонение в каждой малой выборке

$$\hat{D} = \frac{1}{n-1} \cdot \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2;$$

$$\hat{D}_1 = \frac{1}{4} \cdot [(35,026 - 35,0332)^2 + (35,035 - 35,0332)^2 + (35,033 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2 + (35,037 - 35,0332)^2] = 0,0000182 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_2 = 0,0000287 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_3 = 0,0000345 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_4 = 0,0000075 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_5 = 0,0000027 \text{ мм}^2;$$

$$\hat{D}_6 = 0,0000245 \text{ мм}^2.$$

Определяется выборочное СКО или стандартное отклонение:

$$\hat{S}_1 = \sqrt{\hat{D}_1} = \sqrt{0,0000182} \approx 0,00427 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_2 = \sqrt{\hat{D}_2} = \sqrt{0,0000287} \approx 0,00536 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_3 = \sqrt{\hat{D}_3} = \sqrt{0,0000345} \approx 0,00587 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_4 = \sqrt{\hat{D}_4} = \sqrt{0,0000075} \approx 0,00274 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_5 = \sqrt{\hat{D}_5} = \sqrt{0,0000027} \approx 0,00164 \text{ мм};$$

$$\hat{S}_6 = \sqrt{\hat{D}_6} = \sqrt{0,0000245} \approx 0,00495 \text{ мм}.$$

Строится контрольная карта для стандартного отклонения

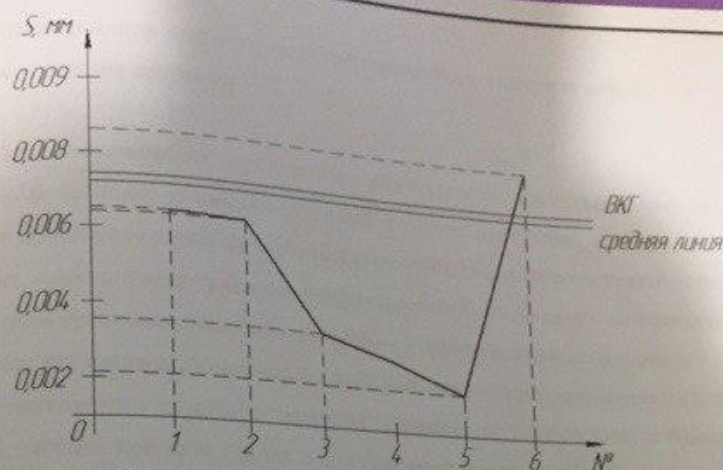


Рисунок 7- Контрольная карта для стандартного отклонения

Выводы:

- результат контроля в точках 1, 2 и 6 выходит за пределы как предупреждающей, так и контрольной границы, следовательно, технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S, характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия.
- необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)
- контроль с помощью контрольных карт подтверждает результаты оценки технологического процесса по индексам воспроизводимости.

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

27

Имя	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку

Под статистическим приёмочным контролем по альтернативному (качественному) признаку понимают контроль качества продукции, в ходе которого каждую проверенную выборочную единицу относят к категории годных или дефектных, а последующее решение о партии деталей принимают в зависимости от результатов сравнения числа обнаруженных в выборке дефектных единиц с контрольным нормативом. Контроль по альтернативному признаку менее информативен, чем контроль по количественному признаку, поэтому он требует большего объёма выборки при одних и тех же рисках поставщика и потребителя. Однако преимуществом этого метода является простота и оперативность его проведения.

Необходимо выбрать одноступенчатый план статистического приёмочного контроля по альтернативному признаку для партии втулок из $N = 500$ штук при приёмочном уровне дефектности $AQL = 1\%$. Уровень контроля – II (общий, нормальный). Построить оперативную характеристику плана контроля.

1 По таблице 1 стандарта (ГОСТ 18242 – 72) определяется код объёма выборки при заданных уровне контроля и объёме партии – код H .

2 Находится таблица, соответствующая одноступенчатым планам при нормальном контроле – таблица 20.

3 По таблице 20 в зависимости от кода объёма выборки H и приёмочного уровня дефектности $AQL = 1,5\%$ определяются: объём выборки $n = 30$ шт, приёмочное число (допустимое количество дефектных выборочных единиц) $Ac = 1$ шт и браковочное число (недопустимое количество дефектных выборочных единиц) $Re = 2$ шт.

4 Находится таблица оперативных характеристик одноступенчатых планов контроля, соответствующих коду объёма выборки H – таблица 11.

5 В зависимости от уровня $AQL = 1,5\%$ из таблицы 11 берутся значения квантилей оперативной характеристики плана контроля, которые приведены в

					Лист
					28
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата	

ПГУ 15.03.05 ПЗ

таблице 6, где P_a – вероятность принятия партии; p – входной уровень дефектности партии (доля дефектных единиц, %).

Таблица 6 – данные для построения оперативной характеристики плана контроля

$P_a, \%$	99	95	90	75	50	25	10	5	1
$p, \%$	0,888	1,66	2,23	3,46	5,31	7,70	10,3	12,1	15,9

6 По данным таблицы строится оперативная характеристика плана контроля (рисунок 8)

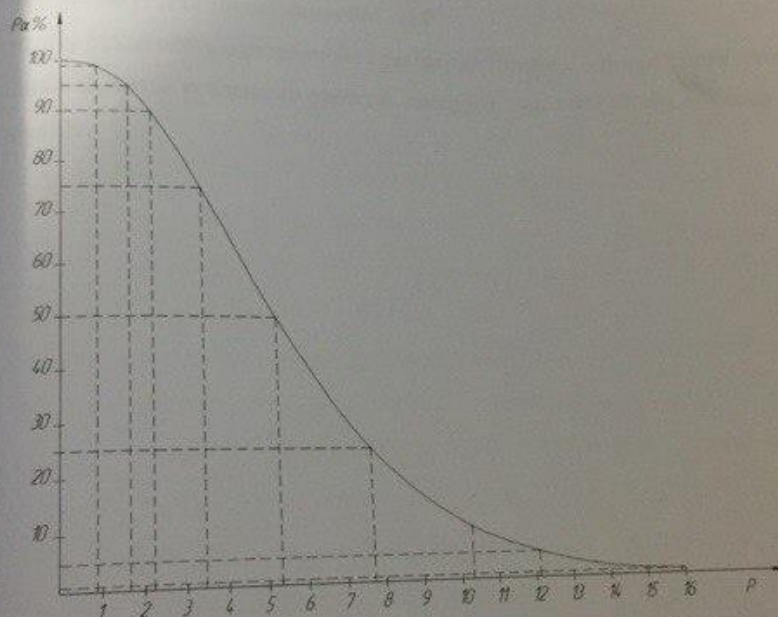


Рисунок 8- Оперативная характеристика плана приёмочного контроля ($n=30$ шт, $A_c=1$, $R_e=2$)

7 По оперативной характеристике плана контроля можно определить, что вероятность приёмки партии деталей с уровнем дефектности $AQL = p = 1,5\%$ равна $P_a = 96\%$. Согласно данным раздела 5 суммарный вероятностный уровень

				ИЗУ 15.03.05 ИЗ		Лист
						29
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

дефектности партии втулок равен $q = p = 5,22\%$. В соответствии с оперативной характеристикой вероятность принять данную партию равна $P_a = 26\%$.

Выводы:

- вероятность принять при данном плане контроля ($n = 50$, $A_c = 1$ и $Re = 2$) партию с входным уровнем дефектности $AQL = p = 1\%$ равна $P_a = 91\%$, риск изготовителя (поставщика) равен $\alpha = 9\%$;
- вероятность принять партию с недопустимо высоким уровнем дефектности $q = p = 5,22\%$ (раздел 5) при данном плане контроля равна $P_a = 26\%$, что соответствует риску потребителя β .
- чтобы уменьшить одновременно риски поставщика и потребителя необходимо выбрать усиленный уровень контроля, при этом объем выборки возрастёт.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ	Лист
						30
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата		

Заключение

Для курсовой работы являлось применение статистических методов при проверке отверстия во втулке Ø35р6. При этом было выполнено:

- оценивание функциональных и точечных характеристик генеральной совокупности;

- определение воспроизводимости технологического процесса
- определение уровня дефектности партии втулок;
- выбор плана статистического приёмочного контроля партии втулок по альтернативному признаку.

При применении статистических методов установлено:

- распределение размеров отверстия в партии близко к нормальному распределению;
- вероятностный уровень дефектности партии втулок недопустимо высокий $q = 5,22\% > 1\%$ (допустимый уровень дефектности);
- при анализе процесса обработки по индексам воспроизводимости и с применением контрольных карт установлено, что основной причиной высокого уровня дефектности партии является значительное рассеивание размеров отверстия в партии (при хорошей настроенности процесса);
- при выборе плана контроля партии по альтернативному признаку выявлено, что риск потребителя принять партию с уровнем дефектности $q = 5,22\%$ при нормальном уровне контроля слишком высокий $\beta = 26\%$, необходимо перейти на усиленный контроль.

В целом можно заключить, что технологический процесс потерял устойчивость по статистическому показателю S (стандартное отклонение), характеризующему технологическое рассеивание размера отверстия. Необходимо остановить процесс, выявить и устранить причины рассеивания (входной контроль материала, изменение режимов обработки, замена оборудования и др.)

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
31

Список использованной литературы

- 1 Балашов Е.П., Долженков В.А. Статистический контроль и регулирование качества массовой продукции. -М.: Машиностроение, 1984. -231 с.
- 2 Епишин И.Г. Статистические методы управления качеством производства/ Учебное пособие. – Пенза: Издательство ПГУ, 1998. – 42 с.
- 3 Назаров Н.Г., Архангельская Е.А. Современные методы и алгоритмы обработки измерений и контроля качества продукции/ Учебное пособие для вузов. М.: Издательство стандартов, 1995. – 616 с.
- 4 Миттаг Х. Й. Статистические методы обеспечения качества/ Х. – Й. Миттаг, Х. Ринне// Пер. с нем. – М.: Машиностроение, 1995. – 616 с.
- 5 Марков Н.Н. Нормирование точности в машиностроении. – М.: Издательство «Станкин», 1992. – 320 с.

					ПГУ 15.03.05 ПЗ		Лист
							32
Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата			

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ

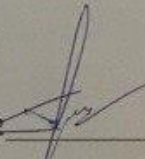
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ

Кафедра «Технология машиностроения»

Курсовая работа

по дисциплине «Статистические методы в машиностроении»
на тему «Применение статистических методов при изготовлении детали»

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Выполнил
студент гр.15ММ2  Ганин Д.С.

Работа защищена с оценкой _____

Дата защиты _____

Преподаватель
д.т.н., профессор _____ Воячек И.И.

Пенза 2018

СОДЕРЖАНИЕ

Введение	3
1 Исходные данные	5
2 Оценивание функциональных характеристик случайной величины	6
3 Оценивание числовых (точечных) характеристик случайной величины ..	11
4 Интервальное оценивание характеристик случайной величины	14
5 Определение вероятностного уровня дефектности партии при приёмочном выборочном контроле по количественному признаку	17
6 Статистический анализ технологического процесса.....	20
6.1 Анализ технологического процесса с использованием индексов воспроизводимости.....	20
6.2 Анализ технологического процесса с помощью контрольных карт	21
7 Выбор плана статистического приёмочного контроля партии по альтернативному признаку	28
Заключение.....	31
Список использованной литературы.....	32

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Да-
Разраб.		Гавриш Д. С.		
Провер.		Войчек И.И.		
Н. контр.				

ПГУ 15.03.05.ПЗ

Применение статисти-
ческих методов при
изготовлении детали

Лит.	Лист	Листов
	2	29

Каф. «ТМС»
15.03.05

Введение

Математическая статистика - наука, которая исследует случайные явления и процессы на основе изучения статистических данных, полученных в результате наблюдений и измерений.

Статистические методы являются важнейшим инструментом обеспечения и улучшения качества в любом современном производстве, особенно, в производстве серийном и массовом. Статистические методы применяют на всех стадиях производства, как для анализа и контроля качества продукции и производственных процессов, так и для разработки новой технологии, принятия правильных управляющих решений.

Статистические методы - неотъемлемая часть системы менеджмента качества. Без применения статистических методов невозможно проводить мониторинг процессов, продукции и системы менеджмента качества на предприятии.

Все категории работников должны применять статистические методы на разных уровнях сложности.

Известно, что два экземпляра одного и того же изделия не совпадают по своим показателям качества. Если встречаются два одинаковых значения показателей, то это связано с недостаточной точностью средств измерения, отсюда следует, что различия в показателях качества можно фиксировать только тогда, когда показатель качества является измеримым.

Статистические методы основаны на сборе и изучении статистической информации об объекте и их цель заключается в установлении соответствия объекта заданным требованиям качества и, если он не соответствует, то следует применить управляющее действие по достижению этих требований.

Статистическое управление качеством, можно разделить на два направления:

- действия, направленные на продукцию, которые нацелены на поиск дефектов уже изготовленной продукции, и если в процессе производства не вы-

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист

3

- действия, направленные на улучшение процесса, с учётом того, что в результате процесса изготовления объекта происходит преобразование исходных элементов (материалов, энергии и информации), которое должно увеличить его ценность на выходе процесса за счёт применения современных технологий, квалифицированного труда и знаний.

В данной курсовой работе статистические методы применяются при выборочном контроле размера детали. Производится оценивание функциональных, точечных и интервальных характеристик распределения генеральной совокупности (партии деталей), осуществляется статистический приёмочный контроль партии деталей по количественному и качественному признакам, производится статистический контроль технологического процесса на основе индексов воспроизводимости и контрольных карт.

1 Исходные данные

Цель курсовой работы: статистическая оценка качества партии деталей и технологического процесса их изготовления на основе выборочного контроля

Контролируемый размер - диаметр отверстия во втулке Ø35р6.

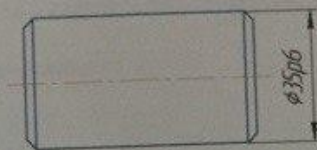


Рисунок 1- Эскиз втулки

При выполнении заданий курсовой работы применялись следующие значения параметров:

1. объем партии втулок: $N=1000$ шт;
2. объем большой выборки: $n=30$;
3. объем малых выборок $n_1=5$;
4. доверительная вероятность $-p=0,9; 0,95$;
5. уровень значимости $\alpha=0,1; 0,05$;
6. приемочный уровень дефектности, $AQL=1,5\%$;
7. уровень контроля – III.

В результате измерений диаметра отверстия получены следующие значения в миллиметрах:

$X = d\{35,026; 35,035; 35,033; 35,037; 35,035; 35,031; 35,03; 35,028; 35,033; 35,028; 35,04; 35,037; 35,042; 35,027; 35,034; 35,034; 35,03; 35,031; 35,033; 35,037; 35,034; 35,035; 35,034; 35,035; 35,038; 35,04; 35,041; 35,031; 35,038; 35,033\}$.

Изм.	Лист	№ докум.	Подпись	Дата

ПГУ 15.03.05 ПЗ

Лист
5