МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук — Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач»

Студент _____ 04.06.22 Хатамова Джамиля Джумакулыевна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель _____ 04.06.22 Родионов М.А.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр _____ 29.06.22 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 21.06.22 № 11)

Заведующий кафедрой _____ 21.06.22 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 3 (протокол заседания ГЭК от 07.07.22 № 23)

Секретарь ГЭК _____ 07.07.22 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2022

ОГЛАВЛЕНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3
Глава 1. ПРОБЛЕМА ПОСТРОЕНИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ НА ОСНОВЕ РЕАЛИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ 6
1.1 Сущность и структура личностно-ориентированного обучения 6
1.2 Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации личностно-ориентированного обучения 9
1.3 Возможность реализации ИОТ на основе конструирования задачного материала 13
ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ИОТ НА ОСНОВЕ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧНОГО МАТЕРИАЛА 16
2.1 Способ обращения задач 16
2.2 Способ обобщения задачи 22
2.3 Способ замены части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения 28
2.4 Способ составления задач по заданным чертежам 31
2.5 Способ переформулировки задач 36
2.6 Технология построения индивидуальных образовательных технологий на уроках математики 42
ЗАКЛЮЧЕНИЕ 54
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 55

ВВЕДЕНИЕ

Российское образование находится на этапе модернизации всех своих составляющих. Это связано и с введением новых федеральных образовательных стандартов, и с использованием цифровых технологий в образовании, и с связи с необходимостью использования дистанционных технологий обучения.

Все эти изменения призваны реализовывать ориентиры на личность учащегося в обучении, на формирование универсальных способностей, социальных потребностях и ценностях. Так, например, в новых ФГОСах заложены требования к результатам усвоения обучающимися образовательных программ на метапредметном уровне, а также, что немало важно, построение индивидуальных образовательных траекторий, которые дадут возможность произвести качественное изменение процесса обучения математике в средней школе.

Анализ педагогической и методической литературы таких авторов как Е.С. Полат, Л.Н. Агаева, Е.А. Александровой, Л.В. Байбородовой, С.А. Вдовиной, А.В. Воронцова, Н.Ф.Ильиной, Т.В. Машковой, А.В.Мудрик, Н.В. Рыбалкиной, Л.Г. Семушина, А.Н.Тубельского, А.В. Хуторского, Н.Н. Суртаевой, Ю.Г. Юдиной, И.С.Якиманской и др. показывает возрастающий интерес к построению индивидуальных образовательных траекторий учащихся.

Встает вопрос, какие же пути и средства следует использовать при организации обучения математике на основе индивидуальных образовательных траекторий (ИОТ) для того чтобы все перечисленные задачи были решены.

Учитывая специфику предмета, мы полагаем, что к таким средствам можно отнести реализацию ИОТ на основе конструирования задачного материала.

Актуальность данного исследования обусловлена потребностью поиска новых эффективных средств (в соответствии с новыми стандартами) реализации личностно-ориентированного подхода к школьному математическому образованию.

Цель выпускной квалификационной состоит в разработке методического аппарата, позволяющего реализовывать индивидуальные образовательные траектории (ИОТ) учащихся на основе конструирования задачного материала.

Для реализации цели исследования необходимо решить следующие **задачи**:

1. Проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу, выяснить объем и содержание понятий «индивидуальная образовательная траектория», «конструирование» и др.

2. Изучить возможность использования ИОТ как средства реализации личностно-ориентированного обучения.

3. Проанализировать возможность реализации ИОТ учащихся на основе конструирования задачного материала.

4. Разработать методический аппарат, позволяющий реализовывать ИОТ учащихся на основе конструирования задачного материала.

Теоретическая значимость исследования:

1. Раскрыты возможности использования ИОТ как средства реализации личностно-ориентированного обучения;

2. Дано обоснование применения методического аппарата, позволяющего реализовывать ИОТ учащихся на основе конструирования задачного материала;

Практическая значимость исследования:

Результаты исследования и предлагаемые методические материалы могут быть применены в деятельности учителя математики.

Частичная апробация предлагаемых методических подходов осуществлялась на базе школы №22 г. Фарап р. Туркменистан.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложения.

Глава 1. ПРОБЛЕМА ПОСТРОЕНИЯ ПРОЦЕССА ОБУЧЕНИЯ В СРЕДНЕЙ ШКОЛЕ НА ОСНОВЕ РЕАЛИЗАЦИИ ИНДИВИДУАЛЬНЫХ ОБРАЗОВАТЕЛЬНЫХ ТРАЕКТОРИЙ

1.1 Сущность и структура личностно-ориентированного обучения

Одним из двух главных компонентов целостного педагогического процесса является процесс учебный процесс. В настоящее время не возможно дать полное определение сущности учебного процесса, так как это понятие включает в себя множество факторов, большое число разнообразных связей и отношений.

В современном понимании, по мнению педагогов и методистов, для обучения характерно упорядоченное взаимодействие учителя с учениками, направленное на достижение поставленной цели. Это двусторонний процесс их совместной, специально организованной, познавательной деятельности, в процессе которой у учеников формируются научные знания, необходимые способы деятельности, эмоционально-ценностное и творческое отношение к окружающей действительности. В обучении осуществляется развитие ребенка. Основными структурными элементами обучения как системы, по мнению ученых, являются: «цели, принципы, содержание, методы, организационные формы, результаты».

Достаточно давно принято выделять несколько видов обучения, как традиционного, так и отличного от него: развивающее, проблемное, программированное, проектное, интерактивное, личностно-ориентированное и др.

Личностно-ориентированное обучение, по самой своей сути, предполагает необходимость индивидуализации и дифференциации обучения, ориентации на личность ученика, его интеллектуальное и нравственное развитие, развитие целостной личности, а не отдельных качеств.

Личностно ориентированное обучение предполагает реализацию следующих основных принципов, представленных ниже на рисунке 1.

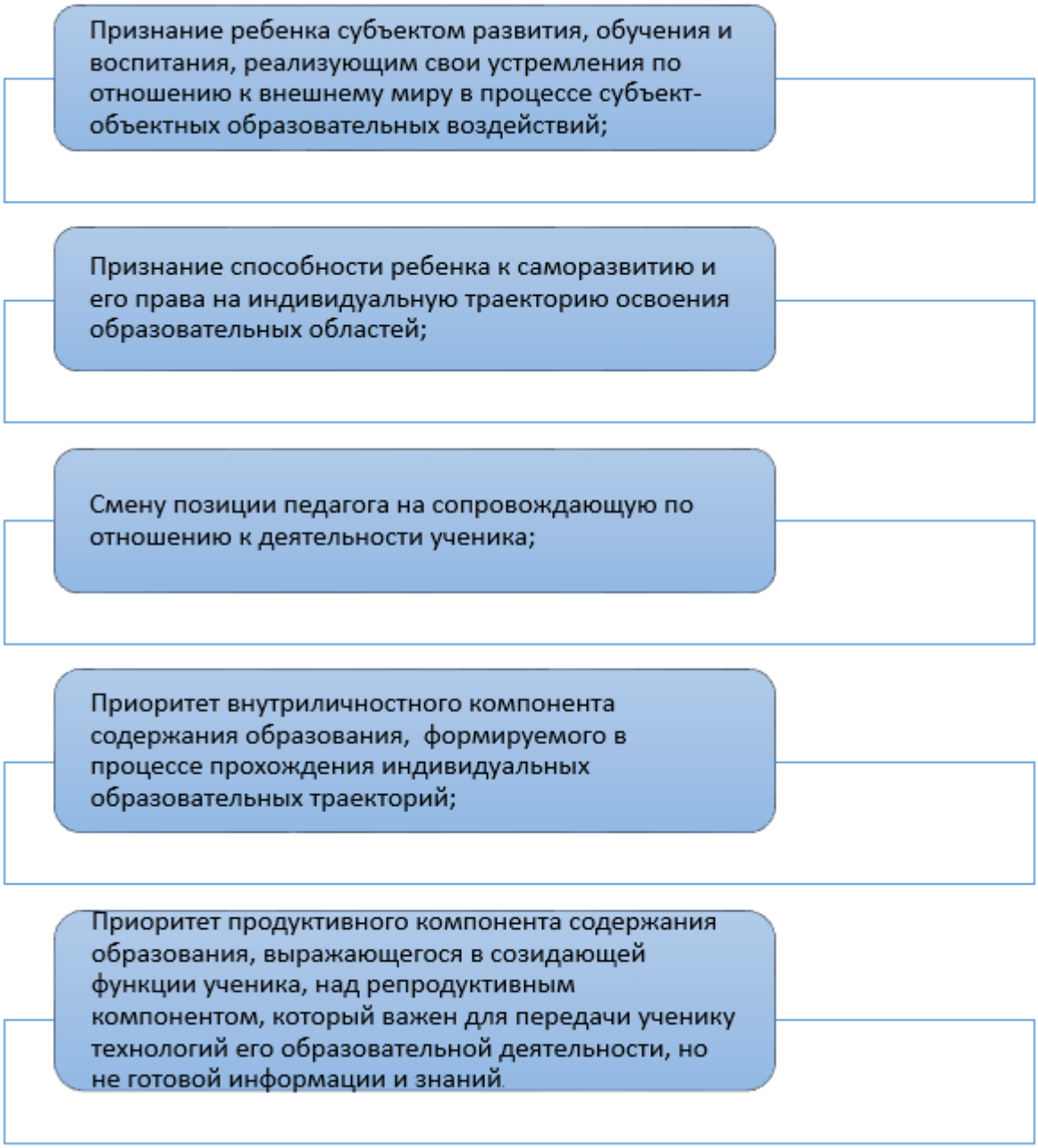


Рисунок 1 – Принципы личностно ориентированного обучения

Многообразие взглядов на личностно-ориентированное обучение в достаточной степени отражено в современной российской педагогике. Современные представления об особенностях личностно-ориентированного обучение базируется на идеях И. С. Якиманской, В. В. Серикова,

Н. А. Алексеева, В. А. Петровского, Г. А. Цукерман, С. А. Смирнова и других.

В работах В.В. Серикова в основу личностно ориентированного подхода в обучении положена теория личности, согласно которой сущность личности проявляется в ее способности занимать определенную позицию. Обучение, ориентированное на личность, достигает своей цели только тогда, когда создает условия для полноценного проявления и развития личностных функций субъектов обучения.

В работах по проектированию личностно ориентированного обучения И.С. Якиманской в основу положен принцип субъектности в соответствие, с которым автор указывает на возможность возникновения внутренних механизмов развития личности, создаваемых самим учеником в процессе учения и самостоятельной познавательной деятельности.

Концепция Н.А.Алексеева созвучна с концепциями В.В.Серикова, Е.В.Бондаревской и др. педагогов, занимающихся проблемой личностноориентированного образования и обучения.По мнению автора в личностно-ориентированной педагогике акцент делается на развитии личностного отношения к миру, к деятельности, к себе, что предполагает «не просто активность и самостоятельность, но обязательную субъективную активность и самостоятельность.

Таким образом, можно сделать следующий обобщающий вывод. Личностно-ориентированное обучение – это такой тип образовательного процесса, при котором личность педагога и личность школьника выступают как его активные и основные субъекты. Основной целью образовательного процесса данного типа является формирование и развитие личности школьника, с учетом его индивидуальности и неповторимости, необходимым является также учет ценностных особенностей ребенка и его ориентаций, структуры убеждений и психологических особенностей, которые составляют основу внутренней модели мира ребенка.

1.2 Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации личностно-ориентированного обучения

Существует огромное число средств реализации личностно ориентированного обучения. В их числе можно назвать использование индивидуальных образовательных траекторий (ИОТ).

Само понятие «индивидуальная образовательная траектория» достаточно широкое. Рассмотрим представление этого понятия у различных авторов (таблица 1).

Таблица 1 – Определения индивидуальной образовательной траектории

Автор	Определение
А.В.Хуторской	Персональный путь реализации личностного потенциала каждого ученика в образовании. Под личностным потенциалом ученика здесь понимается совокупность его оргдеятельностных, познавательных, творческих и иных способностей. Процесс выявления, реализации и развития данных способностей учащихся происходит в ходе их образовательного движения по индивидуальным траекториям.
А.Б. Воронцов	«Индивидуальный путь движения учащегося в какой-либо предметной области» в процессе какой-либо деятельности
Н.Н. Суртаева	Определенная последовательность элементов учебной деятельности каждого учащегося по реализации собственных образовательных целей, соответствующую их способностям, возможностям, мотивации, интересам, осуществляемую при координирующей, организующей, консультирующей деятельности педагога во взаимодействии с родителями

Анализ определений показывает, что главная суть понятия состоит в том, что ИОТ представляет собой мощное универсальное средство по формированию личностных характеристик (творческой индивидуальности, ценностных ориентаций) «с учетом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся».

Также стоит отметить, что в динамичности и вариативности ИОТ также содержится особая ценность, так как такие траектории могут строиться как для учащихся начальной школы, так и для учащихся старшей школы. Меняется лишь уровень сложности задач. Временные отрезки для построения ИОТ также могут варьироваться: от кратковременных (неделя, месяц), до долговременных (четверть, учебный год), а также иметь частный или многопредметный характер.

Анализ психолого-педагогической литературы показывает, что понятие «ИОТ» имеет широкое значение и характеризуется несколькими направлениями реализации образовательной траектории (рисунок 2):

Рисунок 2 – Направления реализации траекторий

ИОТ учащегося состоит из базовой, вариативной, коррекционной и организационной частей. Базовая часть – основа, тот уровень, который соответствует требованиям Федерального государственного

образовательного стандарта. Изучение же вариативной части уже должно осуществляться только учащимися, проявившими желание и склонности к данной образовательной области и только в направлениях ими выбранными. Глубина изучения материала вариативной части также может быть различна. В данном случае необходимо учитывать, что далеко не каждый ученик «адекватен» при таком выборе и, следовательно, необходима консультация, координация и корректировка со стороны педагога, родителей, психологов, всех кто сопровождает ученика в процессе разработки и реализации ИОТ. Говоря о возможности оказания влияния на выбор учащегося, мы уже говорим о коррекционной части образовательной траектории. При осуществлении координации, коррекции учитель должен быть объективен и беспристрастен. Нельзя задать учащемуся слишком высокую «планку», также как и нельзя сделать ее низкой, так как в обоих случаях ученик не получит удовлетворения от процесса обучения: какая-то «частичка творчества» угаснет в нем, пошатнется уверенность в собственных силах, процесс получения знания может стать безынтересным. В организационную часть входят следующие компоненты методической системы: формы, методы, технологии, средства, контроль изучения выбранного содержания.

Ценность индивидуальной траектории развития состоит в том, что она позволяет каждому, на основе реализуемой самооценки, мотивации, формировать и развивать ценностные ориентации, творческую индивидуальность.

Индивидуализация образования и воспитания обеспечивает разностороннее развитие личности школьника, позволяет формировать навыки самообразования и самореализации личности.

Индивидуальные образовательные траектории предполагают представление учащимся:

- Выбор уровня, объема, содержания предметного знания (не ниже стандарта);
- Выбор информационного источника для усвоения выбранного объема

знаний (учебника, дополнительной литературы…);

- Выбор способа учения в соответствии с индивидуально-личностными характеристиками (тип мышления, особенности памяти и т.д.);
- Использование темпа продвижения по теме, соответствующего личностным характеристикам;
- Выбор формы, вида и времени контроля по согласованию с учеником.

Применение ИОТ обеспечивает:

- Формирование готовности к саморазвитию и непрерывному образованию;
- Активную учебно-познавательную деятельность обучающихся;
- Построение образовательного процесса с учётом индивидуальных возрастных, психологических и физиологических особенностей обучающихся.

Для воплощения в жизнь любой ИОТ, ее реализации необходимо соблюдение определенных условий, а именно:

- осознание участниками образовательного процесса и, прежде всего, самими учащимися необходимости и значимости движения по ИОТ;
- компетентность педагога в вопросах разработки и реализации индивидуальных образовательных траекторий;
- отведение учащимся активной позиции в деятельность по созданию ИОТ;
- осуществление целенаправленной деятельности по формированию у учащихся мотивации, устойчивого интереса собственно к процессу реализации траектории;
- осуществление психолого-педагогического и дидактического сопровождения учащихся в процессе реализации ИОТ на основе постоянного мониторинга учебных и личностных достижений;
- возможность коррекции ИОТ учащихся на основе проведенного мониторинга достижений и рефлексии;
- материально-техническая база учебного заведения.

ИОТ полностью соответствует сути личностно-ориентированного обучения, а значит, является средством его реализации.

1.3 Возможность реализации ИОТ на основе конструирования задачного материала

Рассмотрим само понятие «конструирование». Конструирование – это процесс создания субъективно или объективно новых систем. Термин «конструирование» происходит от латинского слова, обозначает построение вообще, приведение в определенное взаимоположение различных предметов, частей, элементов. Обучение учащихся конструированию задачного материала – это обучение созданию, построению нового, это творчество.

Технология конструирования включает в себя следующие этапы:
1) формирование замысла задачи, 2) оценка и реализация замысла, определение метода конструирования, 3) этап реализации; 4) контроль, оценка и коррекция результата. Однако в зависимости от способа конструирования алгоритм может быть представлен более подробно.

Конструирование задач – интересное занятие, один из верных способов решать задачи. Умение учащихся составлять задачи, свидетельствует о хорошо развитых математических способностях.

Анализ различных подходов к видоизменению (конструированию) математических задач показывает, что все их многообразие можно свести в две основные группы:

1. Затрагивает существо отношений исходной задачи. В итоге получаем задачу, не эквивалентную исходной. Здесь можно рассматривать изменение данных условия с целью упрощения или усложнения ее. Примерами служат такие приемы видоизменения как обращение и обобщение задач.

2. Видоизменения, которые не затрагивают существа математических отношений, свойственных данной задаче. Это переформулировка задачи, варьирование числовых данных, замена части данных другими данными.

Использование конструирования математических задач в целях реализации ИОТ учащихся средних школ обусловлено рядом обстоятельств.

Во-первых, в условиях реализации ИОТ, предполагающих активную позицию учащегося, а также широкое задействование в обучении различного рода задач, возникает насущная необходимость в организации процесса обучения таким образом, чтобы учащиеся могли создать эти задачи в соответствии со своими траекториями. Именно такие разноуровенвые задачи «дает» нам конструирование задачного материала.

Во-вторых, общепризнанно, что видоизменение (конструирование) задач на заключительных этапах их решения способствуют формированию творческих качеств личности, а это особенно важно для формирования готовности к саморазвитию и непрерывному образованию, что как раз и обеспечивают ИОТ. То есть конструирование – это одно из возможных средств реализации ИОТ.

Умело используя конструирование, мы можем упростить и усложнить исходную задачу, разобрать случаи, когда решение данной задачи не будет возможно и прочее, а значит, мы можем рассмотреть решение исходной задачи (при изменении определенных условий) в рамках различных траекторий, с учетом индивидуальных возможностей каждого ученика.

В-третьих, решение сконструированных в соответствии с ИОТ учащихся задач, позволяет существенно экономить учебное время, поскольку сокращается время, уходящее на разъяснение исходной задачи всем учащимся, в том числе тем, кто в силу своих индивидуальных особенностей, например, не может справиться с ней, или наоборот она слишком легкая для него. Ведь не все учащиеся в силу своих индивидуальных особенностей могут решить предложенную задачу, а вот видоизмененную, соответствующую их индивидуальной траектории вполне способны.

Конечно, речь идет о ситуации, когда учащиеся уже знакомы с видами конструирования и могут выполнять его самостоятельно.

Таким образом, адаптация учебного материала, которая необходима при организации процесса обучения на основе ИОТ, возможна посредством видоизменения (конструирования) задачного материала.

Наблюдения за ходом учебного процесса проводились в школе №22 в стране Туркменистана, где учителя математики занимаются исследованием вопроса построения и реализации ИОТ учащихся в процессе решения геометрических задач. На данном этапе исследования, учителями школы проводится построение краткосрочных траекторий в пределах отдельных тем, разделов. В перспективе построение долгосрочных траекторий по предмету. В начале учебного года было решено использовать конструирования задачного материла как одну из возможностей реализации ИОТ в процессе решения геометрических задач. По окончании учебного года нами сделан вывод о том, что реализации ИОТ на основе видоизменения (конструирования) задач проходит успешно.

ГЛАВА 2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО РЕАЛИЗАЦИИ ИОТ НА ОСНОВЕ КОНСТРУИРОВАНИЯ ЗАДАЧНОГО МАТЕРИАЛА

Существуют различные способы (виды) конструирования задачного материала: обращение задачи, обобщение задачи, частный случай, замена части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения; переформулировка (перефразировка) задачи, составление задач по заданным чертежам.

В приложении приведены примеры нескольких карточек, с помощью них и аналогичным им осуществлялась тренировка навыков конструирования задач в процессе реализации ИОТ учащихся. Учащиеся, чьи траектории максимально приближены, могли работать в группе над одной карточкой, а затем, выбрав себе одну из полученных задач, решить ее. Или, например, ученик мог составить задачи, выбрать одну соответствующую его траектории для решения, а остальные предложить учащимся класса для проверки на разрешимость. Отметим, что в данном случае не указывается способ конструирования, однако были и такие карточки, в которых учащиеся были ограничены конкретным способом конструирования (на первых порах работы по конструированию задачного материала).

Далее приведем примеры работы по конструированию задач в рамках реализации ИОТ учащихся в процессе решения геометрических задач, разбив их по способу конструирования.

2.1 Способ обращения задач

Введем следующее определение. Задачу будем называть обратной к данной, если она получена из исходной путём включения найденного искомого (или искомых) в её условие. При этом одним из требований становится какое-то данное (либо данные) из условия прямой задачи. Важным является тот аспект, что данный прием – составление обратных задач – является эффективным средством глубокого анализа задачи,

позволяющим школьникам «заглянуть внутрь структуры задачи, увидеть взаимосвязи её данных, данных и искомых, то есть понять её математическую сущность.

Еще одним достоинством данного приема является то, что решение обратных задач развивает навыки самоконтроля у учащихся, так как ответ должен совпадать с одним из данных прямой задачи. Но при использовании данного приема важно учитывать, что прием обращения можно применить не к каждой задаче, аналогично, не к каждой теореме существует обратная.

Пример 1. В прямоугольном треугольнике сумма острых углов равна 90°.

В начале работы над данной задачей нужно попросить учеников выделить условие («треугольник прямоугольный») и заключение («сумма острых углов равна 90°»). Затем, поменяв условие и заключение местами, они приходят к задаче, обратной исходной.

Задача 1.2. Если в треугольнике сумма острых углов равна 90°, то треугольник прямоугольный (рисунок 3).

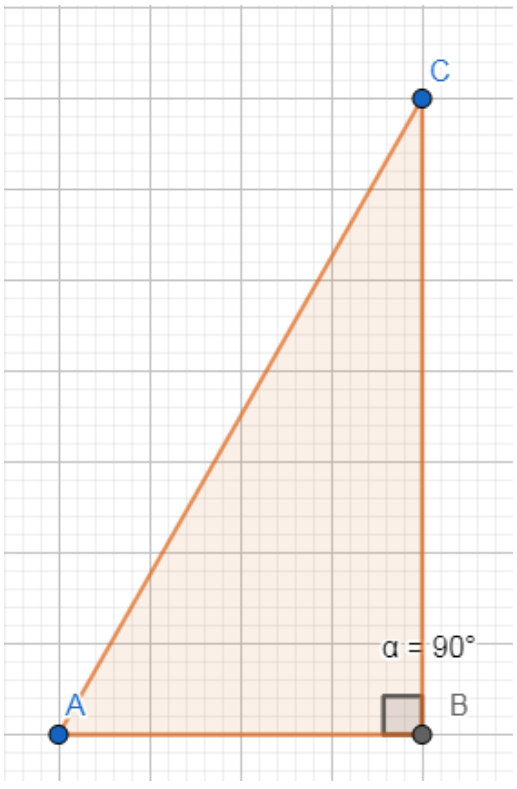


Рисунок 3 – Иллюстрация к задаче

С наиболее сильными учениками работу можно продолжить. Спросив, будет ли треугольник прямоугольным, если сумма острых углов отлична от 90°.

Тем самым подводим учеников к формулированию новой задачи, противоположной к обратной. Примеры таких задач представлены ниже.

Задача 1.3. Если в треугольнике сумма острых углов отлична от 90°, треугольник не является прямоугольным.

Последнюю задачу целесообразно сформулировать иначе, то есть провести конкретизацию. Нужно попросить учеников подумать, каким будет треугольник, если сумма его острых углов больше либо меньше 90°. В результате чего можно получить еще 2 задачи.

Задача 1.3.1. Если в треугольнике сумма острых углов больше 90°, то треугольник остроугольный.

Задача 1.3.2. Если в треугольнике сумма острых углов меньше 90°, то треугольник тупоугольный.

Облегчить построение обратной задачи можно, если предварительно построить так называемую структурную цепочку, которая будет состоять из данных условия задачи и найденного искомого, т.е. её ответа. Следуя рекомендациям П. М. Эрдниева, будем заключать искомое в структурной цепочке в прямоугольник – это позволяет процесс обращения задачи сделать более наглядным. Затем составляем структурную цепочку обратной задачи, заменяя одно из данных прямой задачи неизвестной величиной, включая при этом найденное искомое (заключено в прямоугольник) в условие обратной задачи. Предлагается проиллюстрировать сказанное на следующем примере.

Пример 2.Периметр четырехугольника ABCD равен 132. Одна из его диагоналей делит четырёхугольник на два треугольника ABC и ACD с периметрами 81и 95. Чему равна диагональ AC? (рисунок 4).

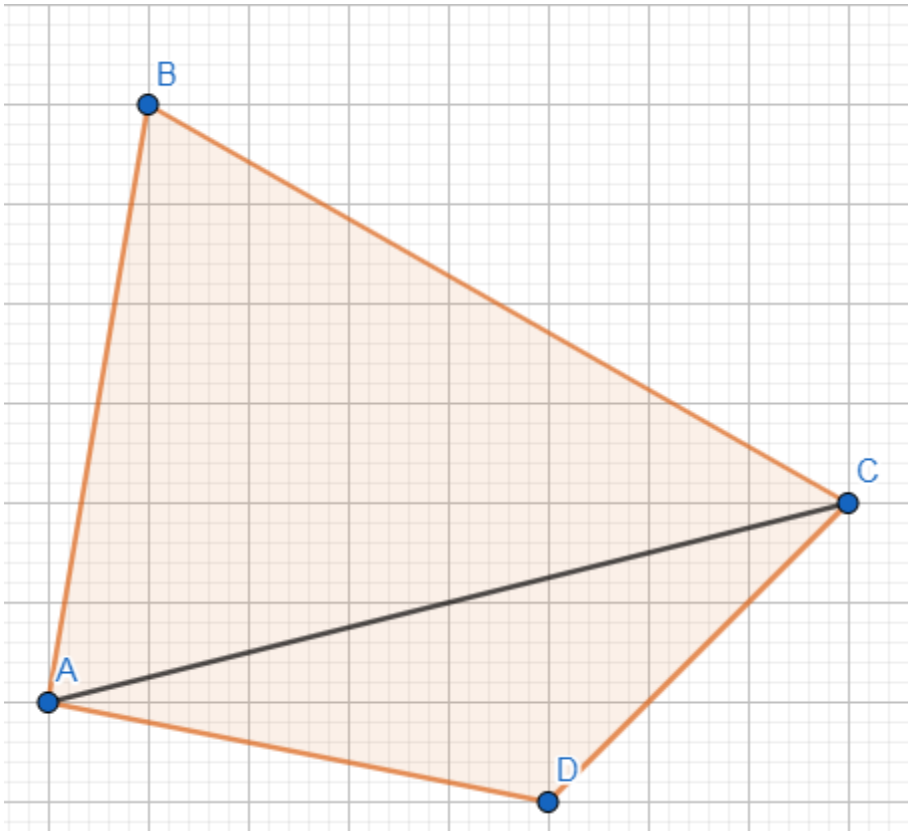


Рисунок 4 – Иллюстрация к задаче

Ниже представлена цепочка решений (рисунок 5).

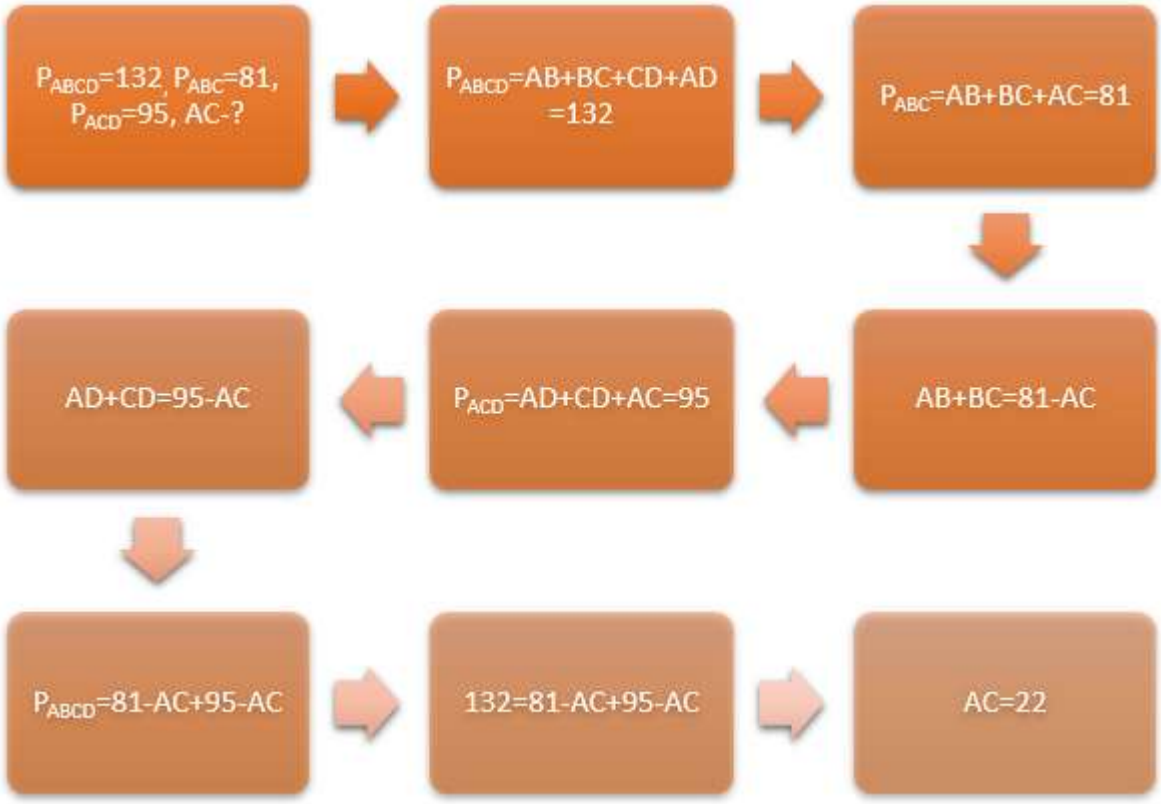


Рисунок 5 – Цепочка решений

Ученики имеют возможность в результате сформулировать обратные задачи, заменяя искомое прямой задачи на условие обратной.

*Задача 2.1.*Диагональ четырёхугольника ABCD равна 22 и делит его на два треугольника ΔABC и ΔACD с периметрами 81 и 95 соответственно. Найти периметр четырёхугольника.

Также можно и продолжить работу, используя структурную цепочку (рис.5).

*Задача 2.2.*Диагональ четырёхугольника, периметр которого 132, равна 22 и делит его на два треугольника, периметр одного из них 95. Найти периметр второго треугольника.

Аналогичную работу совершаем по составлению обратной задачи 2.3.

*Задача 2.3.*Диагональ AC четырёхугольника ABCD, периметр которого 132, равна 22 и делит его на два треугольника, периметр одного из них 81 (95). Найти периметр второго треугольника.

При обучении школьников составлению обратных задач целесообразно применять следующую последовательность действий (рисунок 6).

Рисунок 6 – Последовательность действий

Пример 3. Если диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм (рисунок 7).

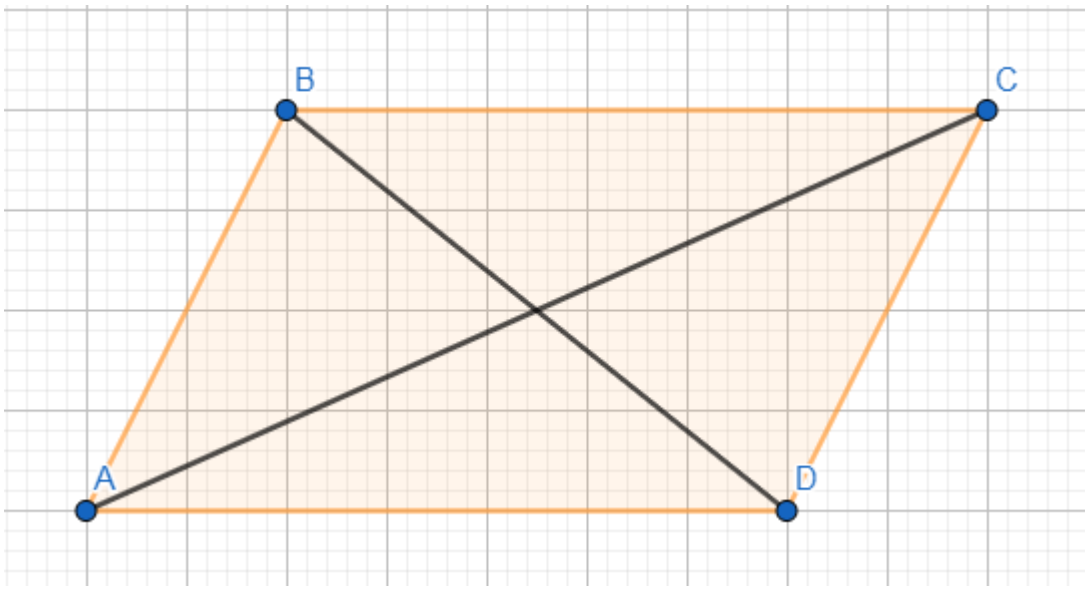


Рисунок 7 – Иллюстрация к задаче

Рассмотрим задачу более подробно.

Данные в задаче: диагонали четырехугольника пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, искомое: параллелограмм.

Дано: AC⊥BD, BO=OD, AO=OC.

Доказать: ABCD– параллелограмм.

Доказательство: BO = OD (по условию), AO = OC (по условию), ∠BOC=∠AOD (вертикальные), то Δ BOC = ΔAOD⇒AD = BC, ∠OAD = ∠BCO, а т.к. это внутренние накрест лежащие, то AD∥BC, аналогично AB = CD и AB∥CD⇒ ABCD – параллелограмм.

В итоге отмечаем следующие составляющие, которые затем можно использовать при составлении цепочек:

- Данные: параллелограмм; искомые: диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам.
- Формулировка задачи: «Диагонали параллелограмма пересекаются и точкой пересечения делятся пополам».

– Решение: AD$\|$BC $\Rightarrow\angle$DAO=$\angle$BCO, $\angle$ADO=$\angle$CBO и AD=BC, $\Rightarrow$

ΔAOD = ΔCOB и AO=OC, а BO=OD.

При составлении обратной задачи учащийся отвечает за все этапы её конструирования. А именно реализуют выбор искомого, правильное построение условия, не говоря уже о решении и ответе.

Отметим далее положительные моменты предложенного метода в практике обучения математике в общеобразовательной школе.

Во-первых, изменяя только условие и требование задачи, учащийся за одно и то же время может решить большее количество задач, так как экономит время, уходящее на изучение условия и заключения задачи, понимание соотношений, связывающих фигурирующие в ней понятия или величины, и имеет больше времени для других этапов работы с задачей.

Во-вторых, привлечение обучаемых к составлению обратных задач оказывает положительное влияние не только на развитие их творческих способностей, но и на повышение мотивации к изучению математики, поскольку в таком случае учащиеся перестают воспринимать себя исключительно в роли обучаемых. Они осознают, что работают на более высоком уровне, и это требует от них более ответственного отношения к своей деятельности.

Прямые и обратные задачи могут использоваться в учебном процессе учителем математики в качестве эффективного средства развития гибкости мышления школьников, а это в свою очередь будет способствовать и повышению качества их математического образования.

2.2 Способ обобщения задачи

Прием обобщения при обучении решению математических задач может быть использован для реализации возникновения новых задач. Такие задачи

возникают в случае исследования конкретной задачи и ее решения, а также при исследовании обобщенной задачи и ее решения.

Стоит отметить такую важность составления задач учащимися, как усвоение структуры задачи, изучение взаимосвязи данных, данных и искомых, обнаружение внутренней связи между задачами.

Проще для учащихся идет преобразование числовой задачи, когда идет замена числовых данных буквами-символами. В результате такого обобщения могут быть получены интересные выводы, иногда даже новые формулы.

Далее рассмотрим примеры.

Пример 4. Найти объем усеченной пирамиды с квадратным основанием, если сторона нижнего основания равна 10 м, сторона верхнего 5 м и высота пирамиды 6 м (рисунок 8).

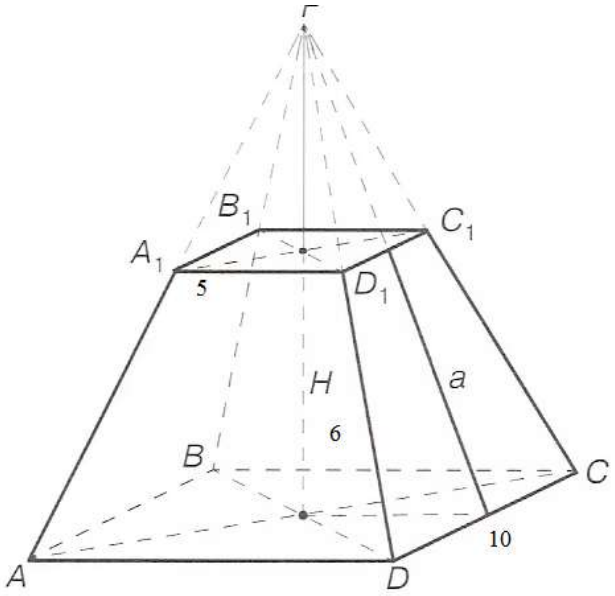


Рисунок 8 – Иллюстрация к задаче

Предлагается заменить числа 10, 5 и 6 на буквы. Используем a, b, h. В результате получаем следующую задачу.

Задача 4.1. Найти объем усеченной пирамиды с квадратным основанием, если сторона нижнего основания равна *a*, сторона верхнего *b* и высота пирамиды *h*.

Как видно из формулировки задачи, произошел переход от задачи «в числах» к задача «в буквах». И мы будем воспринимать данные величины как переменные.

Еще одним вариантом обобщения является составление такого типа задач, в которых одна из величин является искомой, а остальные – данными. В результате получаем следующую задачу.

*Задача 4.2.*Найти сторону нижнего основания усеченной пирамиды, если объем усеченной пирамиды 300 м^3,сторона верхнего основания равна 5м, высота пирамиды 6 м, а основание является квадратом.

К появлению новых задач так же приводит обобщение понятий**,** данных в задаче.

Пример 5. Найти диагональ куба, если даны три его измерения (длина, ширина и высота) (рисунок 9).

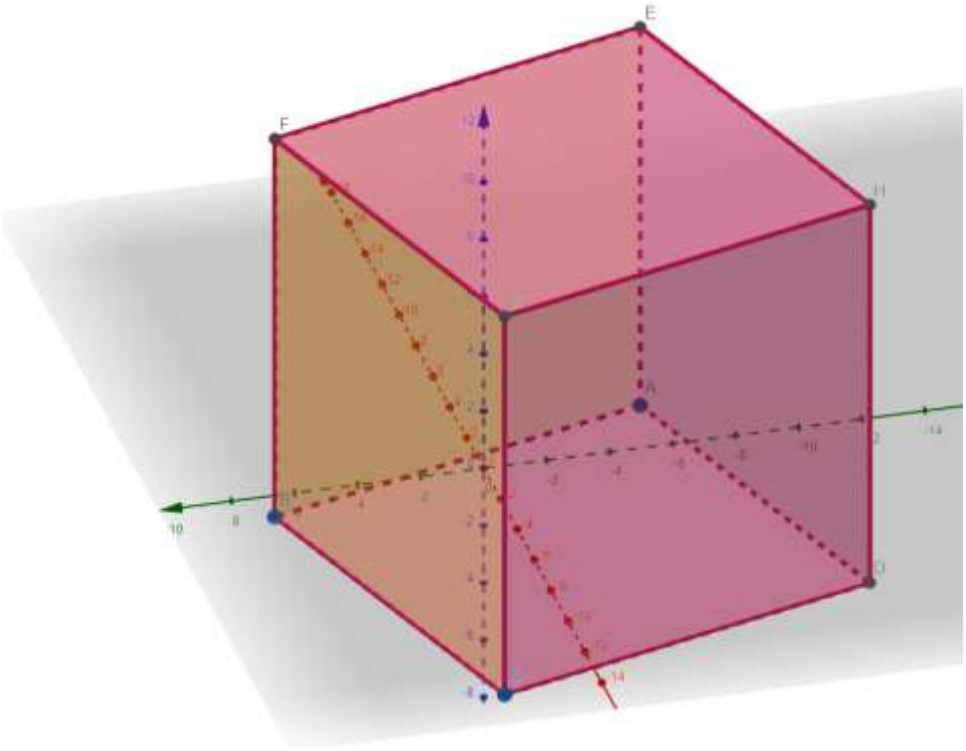


Рисунок 9 – Иллюстрация к задаче

Учитель выясняет у учащихся ответы на следующие вопросы: что такое куб, частным случаем какого многогранника куб выступает.

Обобщив понятие куба до понятия прямоугольного параллелепипеда, получим новую задачу.

*Задача 5.1.*Найти диагональ прямоугольного параллелепипеда, если даны три его измерения (длина, ширина и высота).

Новая математическая задача может быть получена с помощью изменения требования задачи при сохранении условия, например, если добавить новые заключения; обобщение искомых.

В большинстве случаев в задаче встречается лишь один вопрос, одно заключение, но можно привести примеры, когда содержащаяся в задаче информация иногда позволяет сделать и другие выводы (ответить на другие вопросы, сделать другие заключения), т.е. добавить новые заключения при сохранении данных.

Пример 6. Даны две прямые a и b. Доказать, что любая прямая, пересекающая прямую a, пересекает и прямую b, то прямые a и b параллельны (рисунок 10).

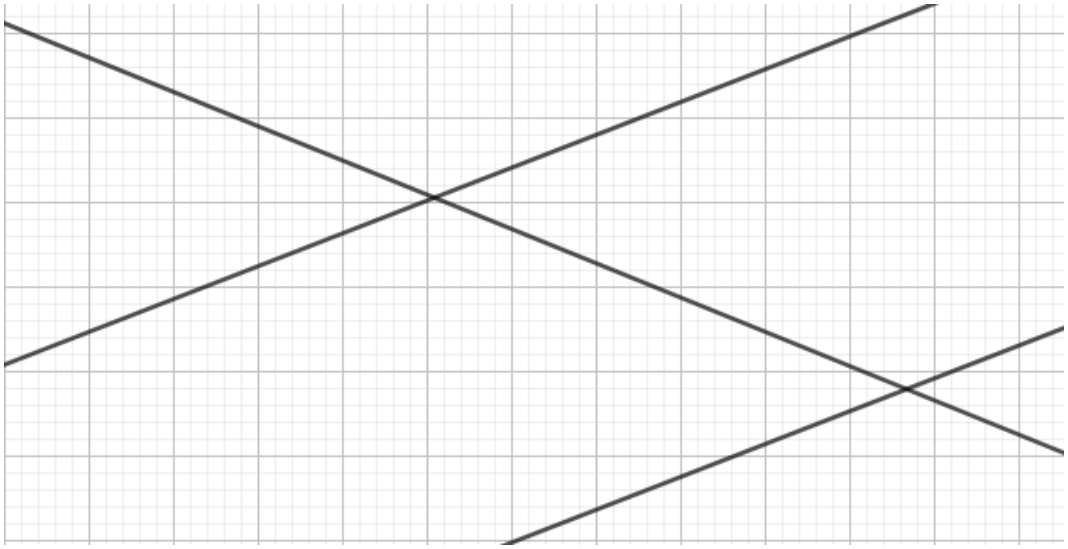


Рисунок 10 – Иллюстрация к задаче

Начинаем с доказательства того, что прямые *a и b* параллельны. Затем если в классе имеются более подготовленные учащиеся, то можно задать вопрос о прямой, пересекающей параллельные прямые. Тогда прямая, пересекающая a, будет не только пересекать прямую b, но и обладать свойствами над этими прямыми: их накрест лежащие, соответственные и

углы будут равны, а сумма односторонних будет равна 180^0. В результате учащиеся могут сформулировать более общую задачу (рисунок 11).

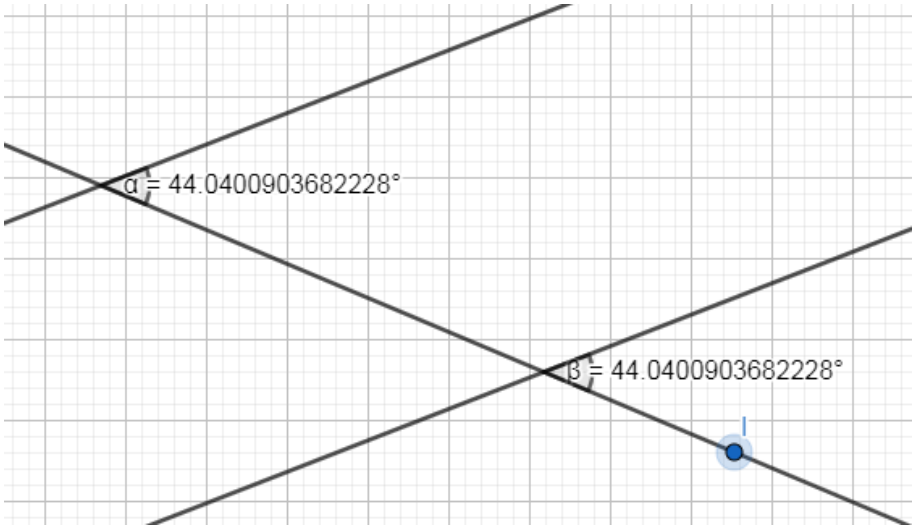


Рисунок 11 – Иллюстрация к задаче

Задача 6.1. Даны две прямые a и b. Доказать, что любая прямая, пересекающая прямую a, пересекает и прямую b, то прямые a и b параллельны, их накрест лежащие, соответственные и углы будут равны, а сумма односторонних будет равна 180^0.

Задачи, которые приучают учащихся рассматривать всевозможные заключения из данных посылок, что бывает необходимо при решении многих задач на доказательство, при доказательстве различных теорем, иногда называют задачами «без вопросов».На основе решения таких задач удобно рассматривать обобщения об искомых в задаче.

Нередко обобщение данных задачи приводит к обобщению искомых.

Так, обобщение понятий, в условии задачи может привести к обобщению вопроса задачи. Типичным примером является следующее: теорема косинусов является обобщением теоремы Пифагора.

Пример 7. В прямоугольном треугольнике квадрат гипотенузы равен сумме квадратов катетов.

Задача 7.1. В произвольном треугольнике квадрат стороны равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение этих сторон на косинус угла между ними.

Таким образом, показано, как обобщения при обучении решению математических задач приводят в возникновению новых задач. Это происходит в результате исследования задач и их решений, а так же исследований обобщенных задач и их решений. Используя обобщение и специализацию, учащиеся могут сами составлять новые задачи, осуществляя замену части данных другими при сохранении искомых, добавляя новые заключения или обобщая искомые.

Еще одним примером использования обобщения – вывод площадей поверхностей многогранников.

Пример 8. Вывести формулу боковой поверхности правильной n-угольной призмы (рисунок 12).

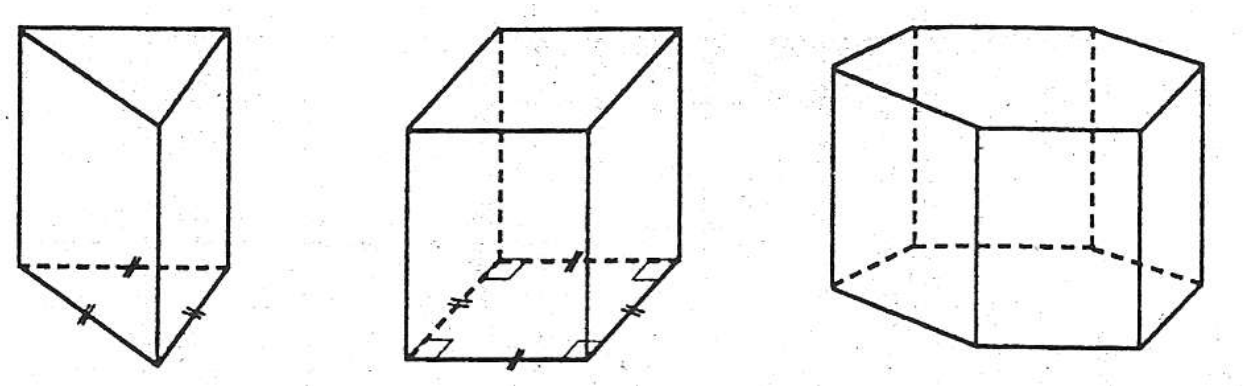


Рисунок 12 – Иллюстрация к задаче

Работу начинаем с вывода формулы площади боковой поверхности прямой правильной треугольной призмы.

Далее предлагается обобщить задачу до вывода формулы площади боковой поверхности прямой правильной n-угольной призмы.

Еще один широко используемый прием – реализация частного случая, то есть прежде чем перейти к решению обобщенной задачи предлагается рассмотреть частный случай исходной задачи, так как поставленная задача оказывается несколько трудной.

В некоторых случаях между данными и искомыми величинами в задаче общего характера существует сложная зависимость, и решить эту задачу

элементарными методами не удается, в то время как частная задача этого типа имеет вполне простое и красивое решение.

Иногда при решении задачи необходимо рассмотреть несколько вариантов, исчерпывающих все частные случаи, о чем прямо в задаче не сказано. Тогда метод будет иметь несколько другую схему рассуждений (рисунок 13).

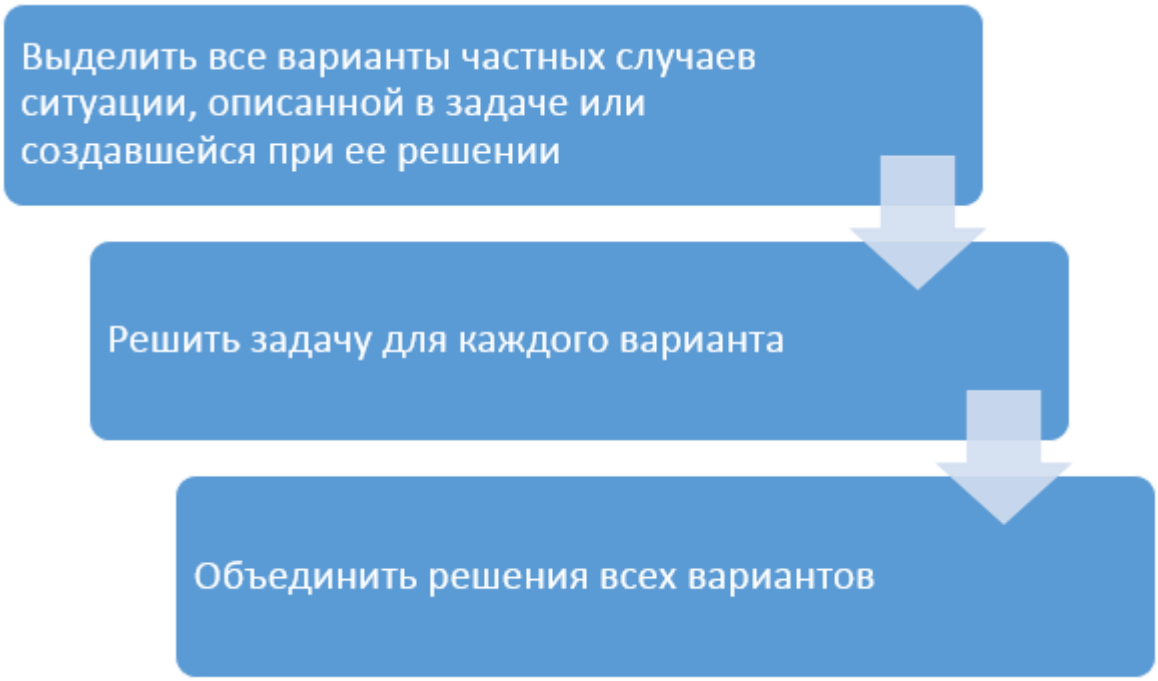


Рисунок 13 – Схема рассуждений

Часто этот метод называют методом исчерпывающих проб. Применение метода возможно при конечном числе вариантов.

2.3 Способ замены части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения

Замена части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения – еще один из способов конструирования задачного материала.

Рассмотрим далее на примере конкретной задачи.

Пример 9. В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1AB=5$, $BC=4, AA_1=8$. Найти объем параллелепипеда (рисунок 14).

Проанализировав данную задачу с учащимися, можно выяснить, что для нахождения объема у нас имеются все данные. Все, что необходимо сделать, – подставить числа в формулу $V = abc$. Для некоторых из учащихся эта задача может показаться очень легкой, поэтому целесообразно продолжить работу над этой задачей. Можно предложить им исключить один из элементов параллелограмма, например, длину AA_1, и заменить это условие более сложным. Для вычисления объема нам потребуется найти высоту параллелограмма, ее можно легко найти по теореме Пифагора, если нам будет дана длина диагонали одной из граней, например, грани (BB_1C_1C). После чего учащиеся самостоятельно могут сформулировать следующую задачу.

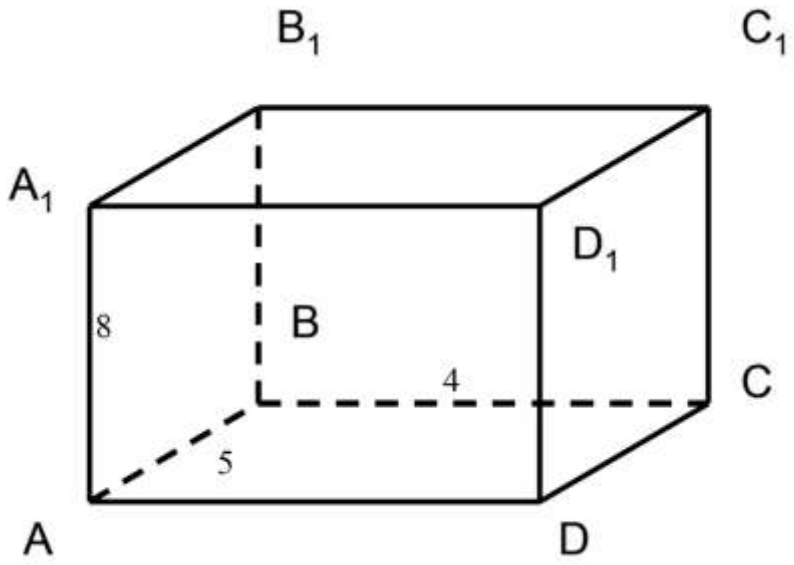


Рисунок 14 – Иллюстрация к задаче

*Задача 9.1.*В прямоугольном параллелепипеде $ABCDA_1B_1C_1D_1$AB=5, BC=4. Найти объем параллелепипеда, если диагональ грани (BB_1C_1C)=12 (рисунок 15).

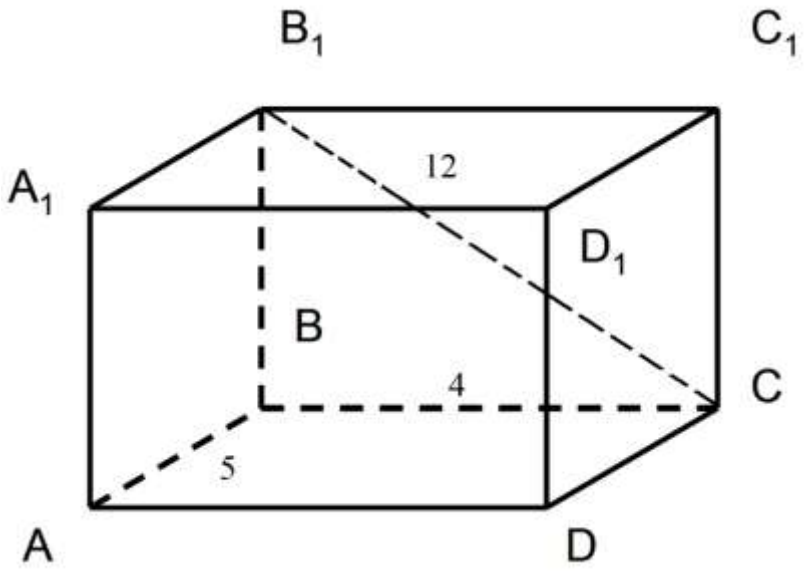


Рисунок 15 – Иллюстрация к задаче

Работу над задачей можно продолжить далее, заменив длину стороны АВ. Учащиеся могут высказать предположения по аналогии с предыдущей задачей, что ее длину можно будет найти также по теореме Пифагора, если мы будем знать диагональ нижнего основания. Таким образом, приходим к такой задаче.

Задача 9.2. В прямоугольном параллелепипеде ABCDA1B1C1D1 BC=4. Найти объем параллелепипеда, если диагональ грани (BB1C1C)=12, а диагонали грани (ABCD)=20 (рисунок 16).

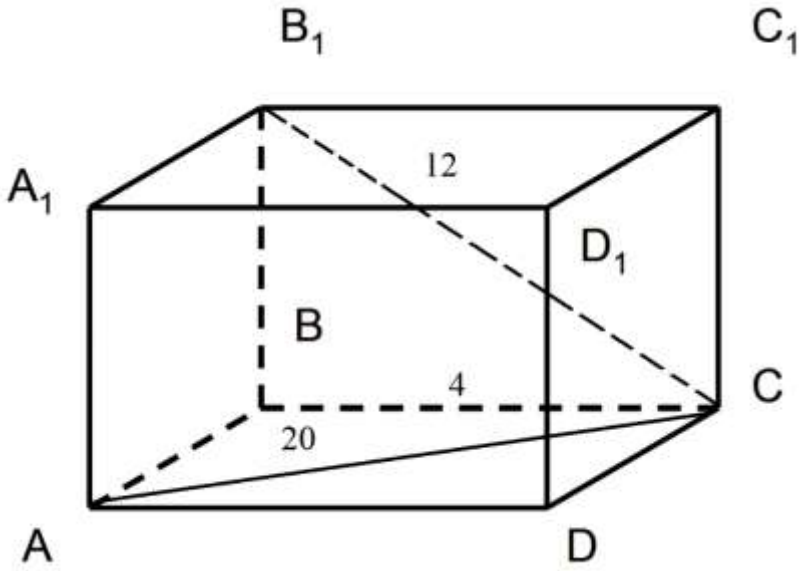


Рисунок 16 – Иллюстрация к задаче

Пример 10. Найти площадь трапеции, если ее основания равны 6 и 11, одна из боковых сторон равна 4, а сумма углов при нижнем основании равна 90 (рисунок 17).

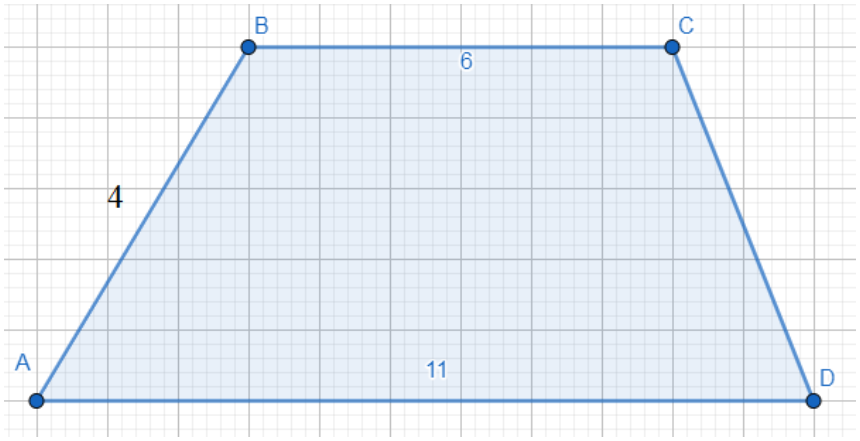


Рисунок 17 – Иллюстрация к задаче

Перейти к новой задаче мы можем, например, если заменим часть условия следствием из нее. Основания трапеции равны 6 и 11, т. е. можно сказать, что отличаются на величину, равную 5, а, следовательно, разность длин оснований равна 5. Формулируем новую задачу.

Задача 10.1. Найти площадь трапеции, если разность длин оснований равна 5, одна из боковых сторон равна 4, а сумма углов при нижнем основании равна 90.

Вводимые замены надо просчитывать, чтобы задача осталась корректной.

При замене одних данных другими ученики лучше усваивают структуру задач, взаимосвязь данных, данных и искомых.

2.4 Способ составления задач по заданным чертежам

В своих исследованиях Г. И. Саранцев отмечает, что решение задач по геометрии основано на трансформации задачи в чертеж, а обратной трансформации практически не используется. То есть учащимся предлагается задача, в которой требуется сделать чертеж, но заданий – по

заданному чертежу составить задачу, почти нет. Это ведет к перекосу в обучении умений решать геометрические задачи.

При обучению решению задач на готовых чертежах, можно сделать на доске простой чертеж и вызвать ученика к доске.

При конструировании задач на готовых чертежах возможно использовать задачи с избыточными данными.

При обучении решению задач на готовых чертежах, можно сделать на доске простой чертеж и вызвать ученика к доске.

При конструировании задач на готовых чертежах возможно использовать задачи с избыточными данными. Далее перейдем к примерам.

Пример 11. Найти периметр параллелограмма, если известны смежные стороны (рисунок 18).

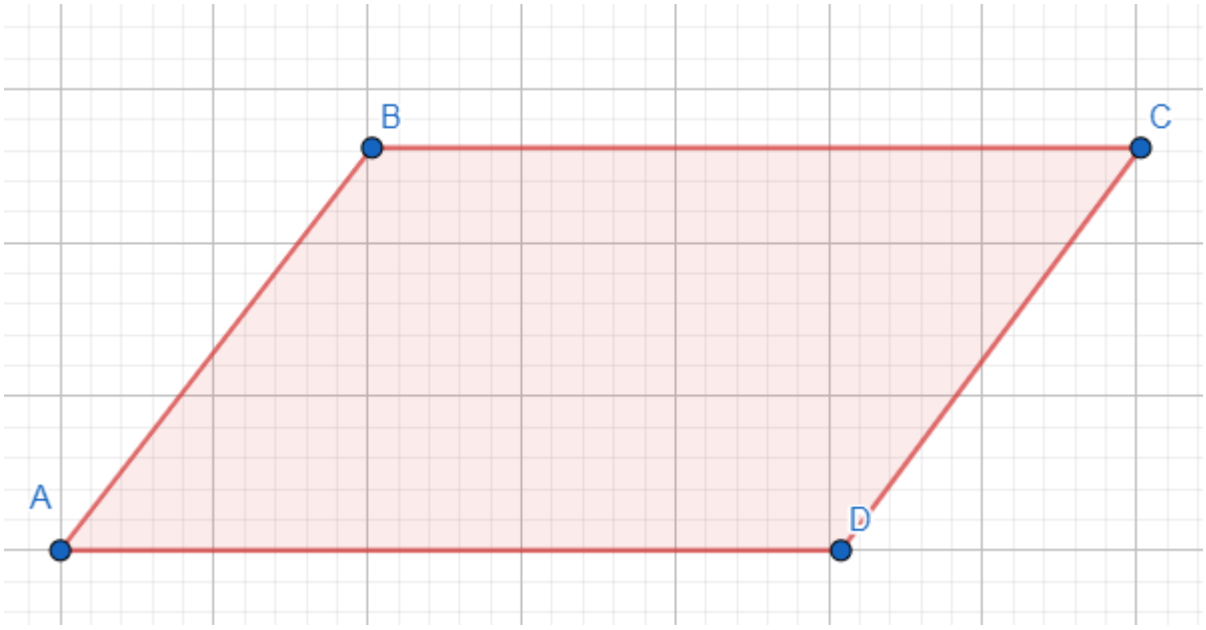


Рисунок 18 – Иллюстрация к задаче

Эта задача требует минимальных знаний для решения, ее решит даже учащийся с низким уровнем знаний1. Поэтому предложим ученику у доски что-либо в ней изменить, например, провести диагональ и указать ее длину. Затем спросить, что еще можно сделать – указать величину одного из углов. Получим новую задачу.

Задача 11.1. Найти периметр параллелограмма, если острый угол = 60˚, диагональ = 1 и смежные стороны параллелограмма равны. (Все данные учащиеся находят самостоятельно из чертежа) (рисунок 19).

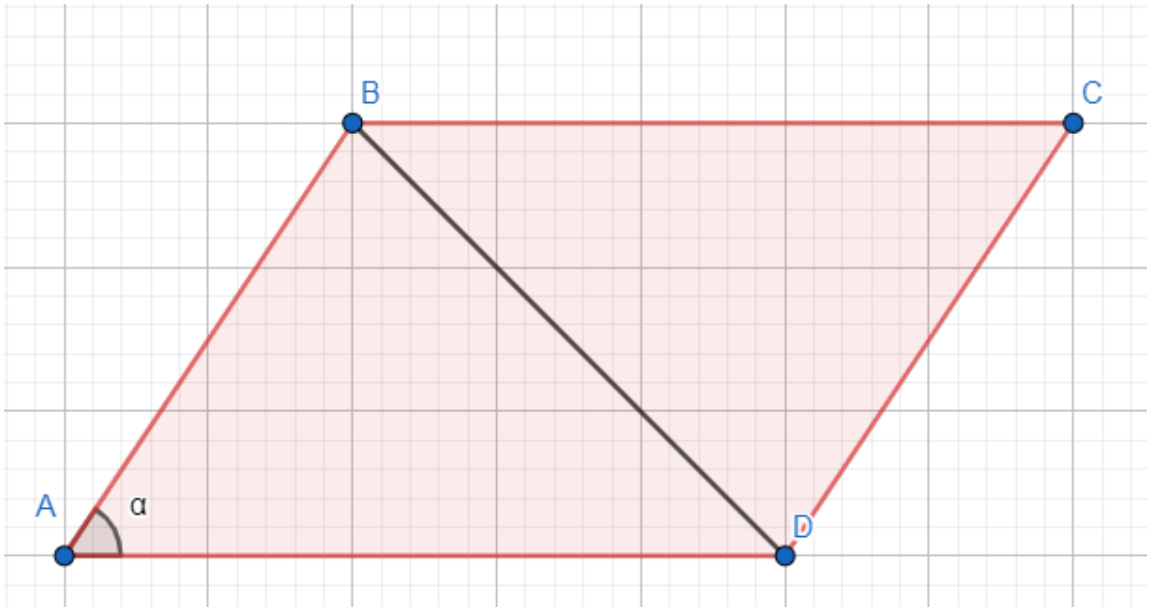


Рисунок 19 – Иллюстрация к задаче

Приведем примеры других чертежей к данной задаче, составленных учащимися.

*Задача 11.2.*Условия представлены на рисунке 20.

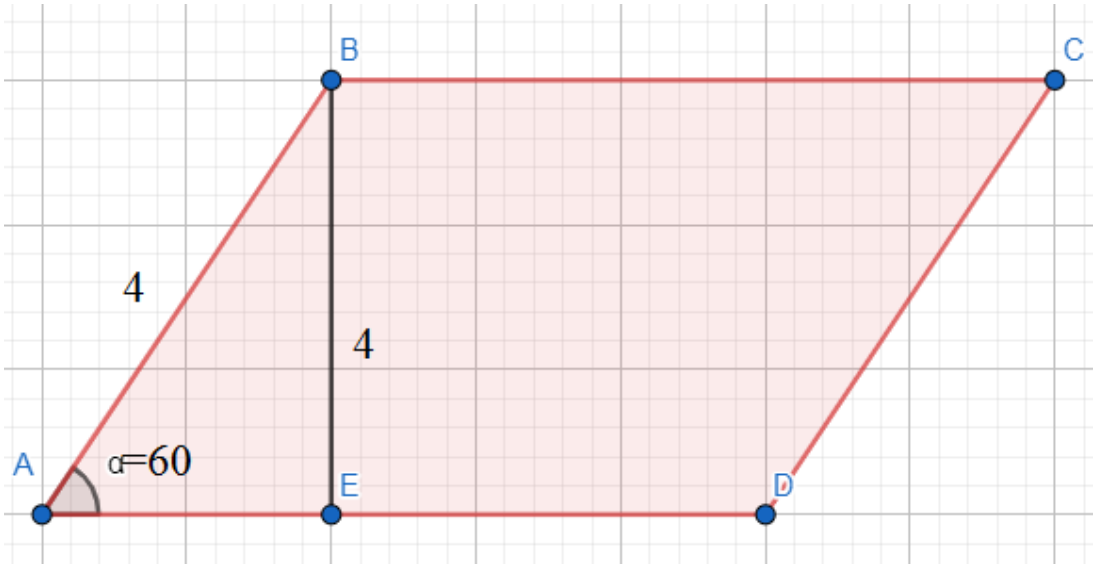


Рисунок 20 – Иллюстрация к задаче

*Задача 11.3.*Условия представлены на рисунке 21.

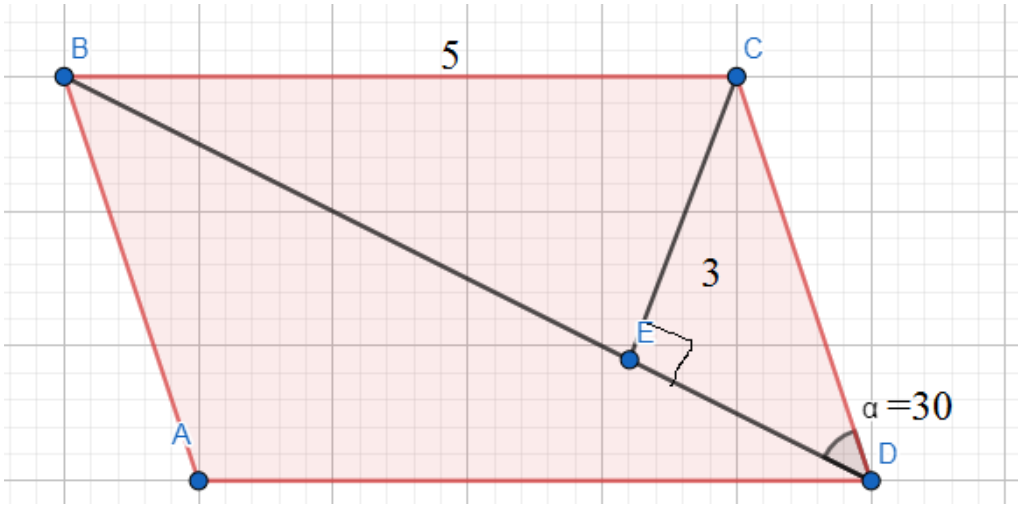


Рисунок 21 – Иллюстрация к задаче

Пример 12. Найти периметр ABO (рисунок 22). Ученики могут заметить, что для на хождения периметра AOB вовсе не требуется длина отрезка AC, тем самым они могут сформулировать уже новую задачу.

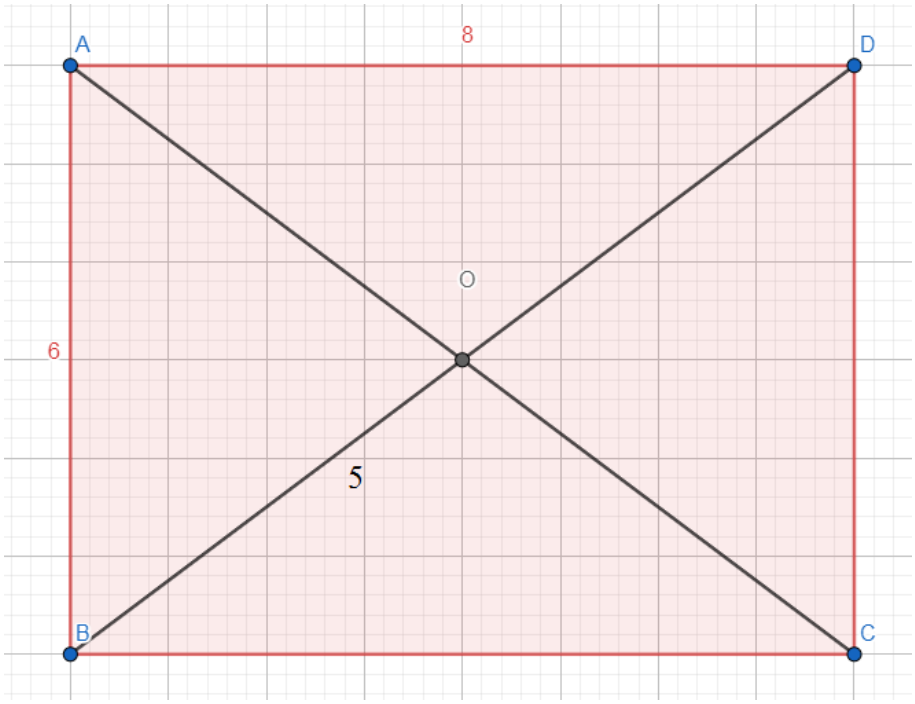


Рисунок 22 – Иллюстрация к задаче

Задача 12.1. Найти периметр AOB (Рисунок 23).

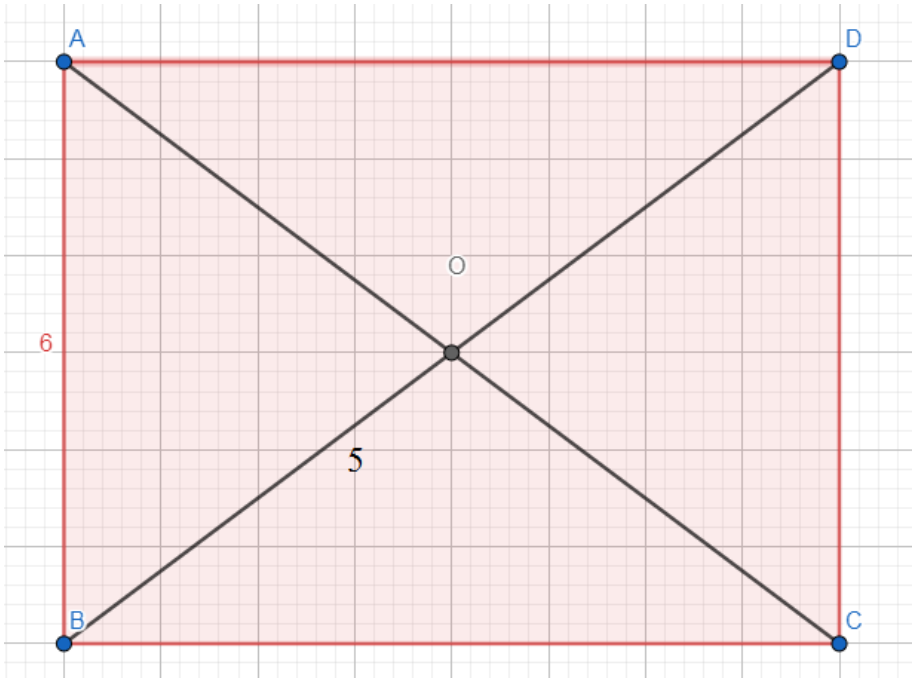


Рисунок 23 Иллюстрация к задаче

Можно предложить ребятам составить задачи с использованием длины ВС. Они могут предложить решить следующие задачи.

Задача 12.2. Найти периметр АОВ по готовому чертежу (рисунок 24).

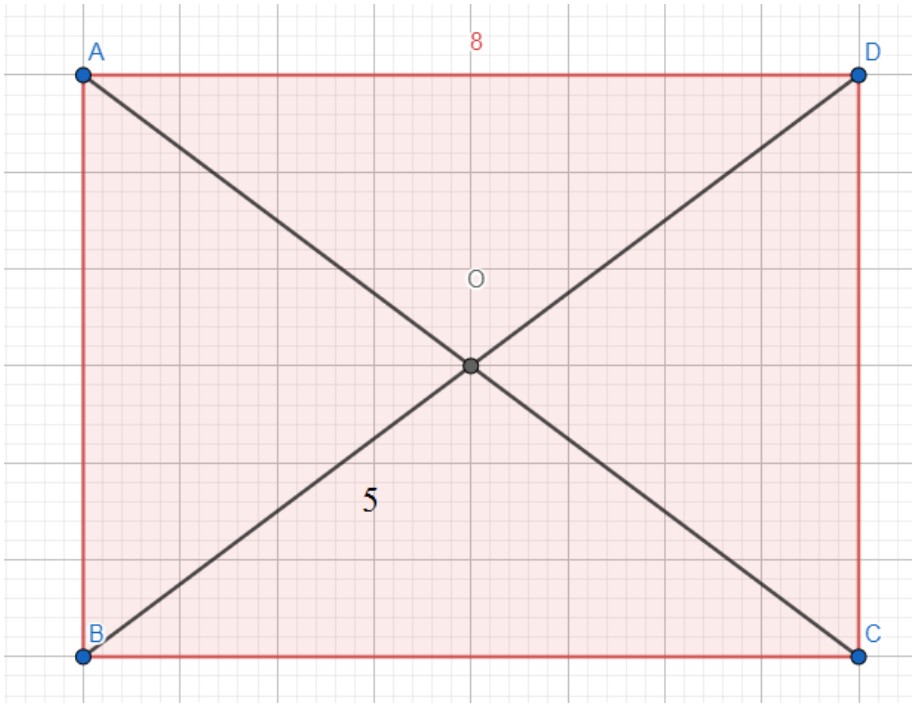


Рисунок 24 – Иллюстрация к задаче

Задача 12.3. Найти периметр АОВ (рисунок 25).

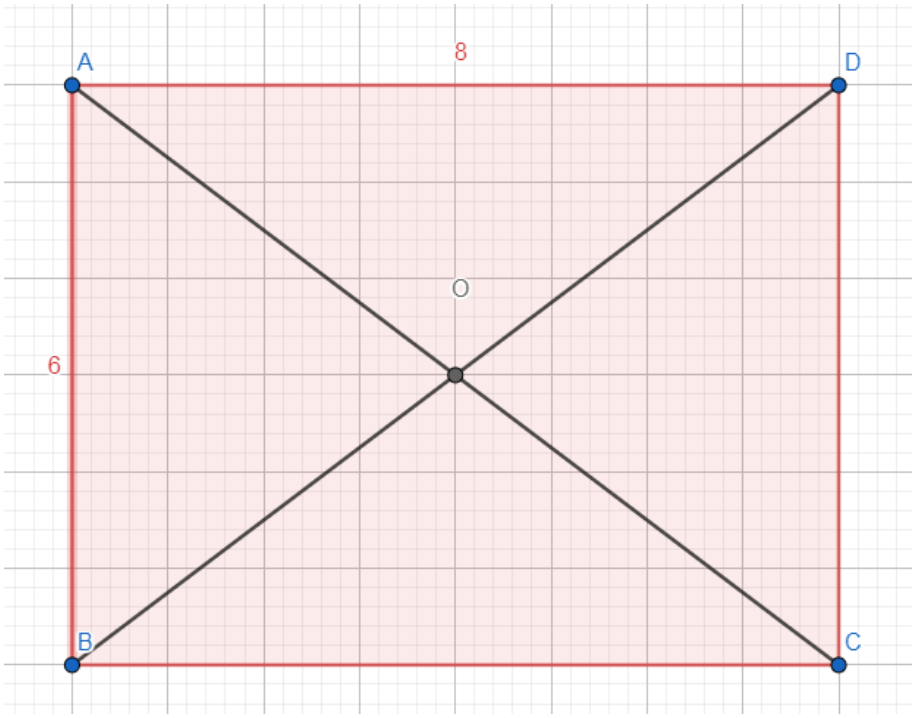


Рисунок 25 – Иллюстрация к задаче

Таким образом, при решении данной задачи учащиеся смогли сконструировать задачи, в соответствии с различными образовательными траекториями.

2.5 Способ переформулировки задач

Этот прием имеет несколько подвидов:

- Перефразировка;
- Замена фигуры;
- Перевод задачи с геометрического языка на алгебраический.

Перефразировка. Один из вариантов использования данного способа – реализация самоконтроля. Если учащийся смог перефразировать задачу, то это означает, что он представляет себе, что дано, что нужно получить, а также видит соотношения между объектами задачи. Если он овладел и способом решения, то в дальнейшем без особых усилий сможет решить любую подобную задачу.

Алгоритм конструирования выглядит следующим образом (рисунок 26):

Рисунок 26 – Алгоритм конструирования

- Выделение опорных утверждений.

Задачи бывают разные: на нахождение и на доказательство; в задачах на доказательство основными понятиями являются условие и заключение; в задачах на нахождение – данные и искомые величины. В задачах на нахождение часто особо выделяют задачи на построение какой-либо геометрической фигуры. Задачи на нахождение и задачи на доказательство тесно связаны. Чаще всего, узнав доказательство той или иной теоремы, учащиеся решают задачи на нахождение, в которых теорема находит свое непосредственное применение.

- Решение задачи.

Это необходимо для того, что бы в дальнейшем проверить, не повлияла ли перефразировка на ход решения и результат задачи.

Выбор утверждений для перефразировки и их изменение.

Чаще всего это замена какого-либо термина или определения, что помогает «завуалировать» утверждение или действие.

- Перефразировка.
- Решение полученной задачи.

Далее переходим к примерам.

Пример 13. Если треугольник вписан в окружность, то любая его сторона будет равна произведению двух радиусов этой окружности на синус угла, противоположного этой стороне (рисунок 27).

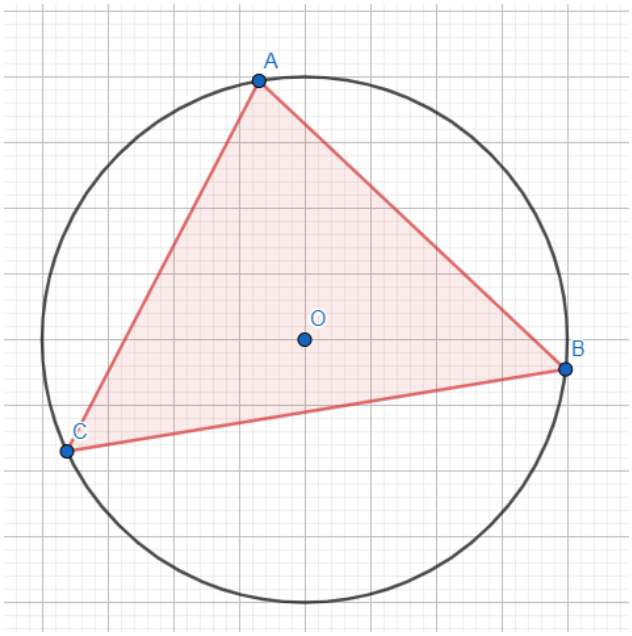


Рисунок 27 – Иллюстрация к задаче

1) Основные понятия: треугольник, вписанный в окружность, $a = 2Rsin\alpha$.

2) Дано: AC⊥BK; окр.O; BK – диаметр; ΔABC (рисунок 28).

Доказать: проекция AC равна AB.

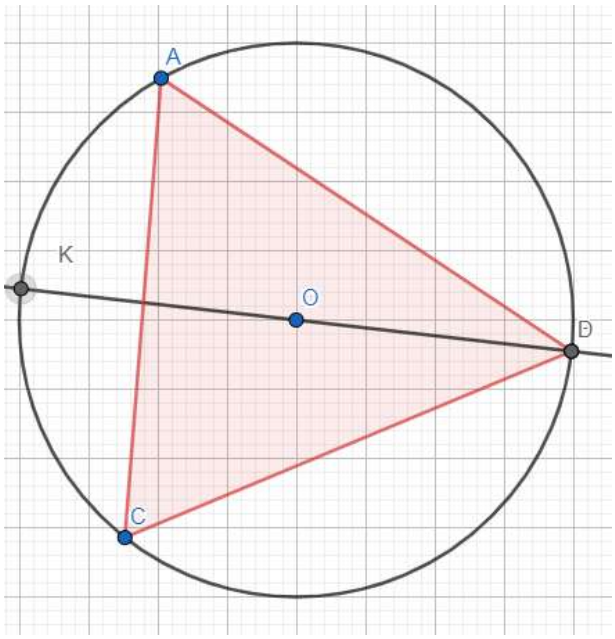


Рисунок 28 – Иллюстрация к задаче

Доказать: проекция AC равна AB.

Доказательство (рисунок 29):

Т.к. треугольник вписан в окружность, то из вершины В можно провести диаметр ВК. Соединив точку К с вершиной А, получим ∠ВАК=∠СВА, т.к. они имеют общую хорду АВ. Пусть ВС=а,∠ АКВ=α, тогда, т.к. ВК – диаметр, ΔАВК – прямоугольный, то (по теореме синусов) a=2Rsinα. Ч.т. д.

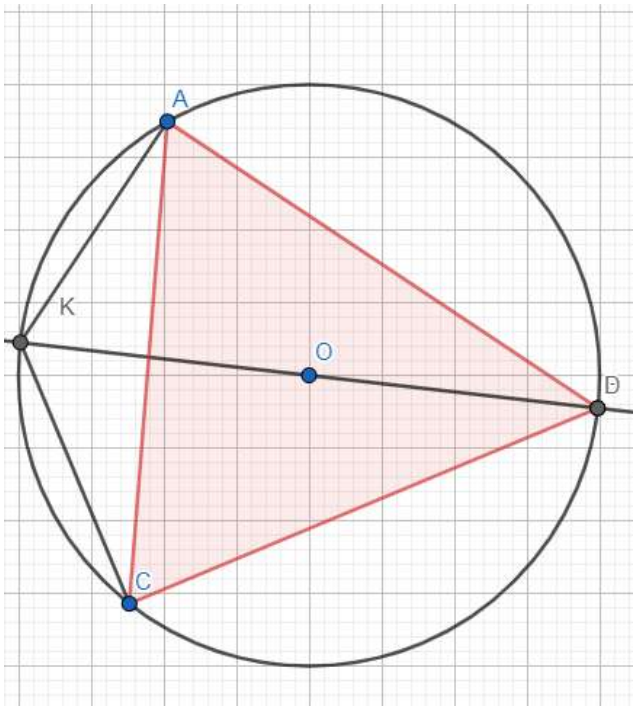


Рисунок 29 – Иллюстрация к задаче

3) Фразу «сторона равна произведению двух радиусов на синус противолежащего угла» можно заменить на «проекция диаметра, перпендикулярного одной стороне на другую сторону, равна третьей стороне», т.к. смысл не изменится.

4) Полученная в итоге задача выглядит так: «Докажите, что для вписанного в окружность треугольника проекция диаметра, перпендикулярного одной стороне, на другую сторону, равна третьей стороне». В этой задаче специально используются «лишние» данные, чтобы задача была более красивой и ...запутанной.

5) Решение этой задачи, точно такое же, как и у исходной задачи, поэтому оно не приводится.

Замена фигуры. Алгоритм конструирования выглядит следующим образом (рисунок 30).

Рисунок 30 – Алгоритм конструирования

Пример 14. На плоскости отмечено пять точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Постройте пятиугольник, в котором данные точки являются серединами сторон (рисунок 31).

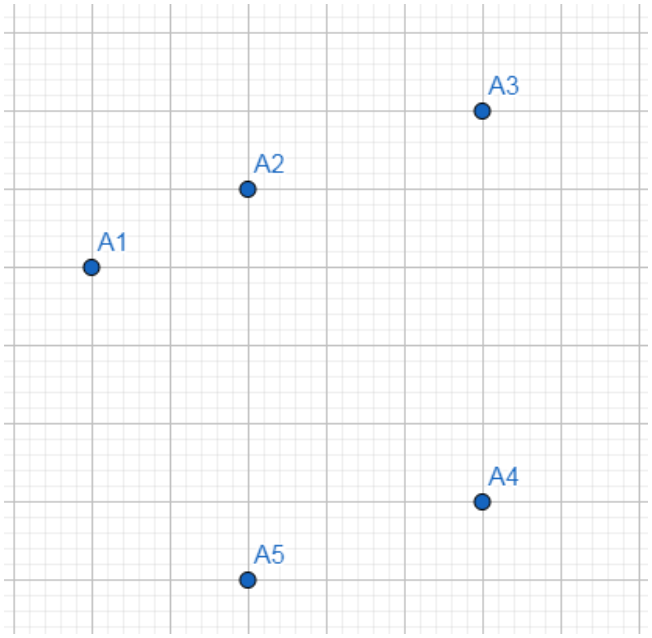


Рисунок 31 – Иллюстрация к задаче

1) Основная фигура задачи – пятиугольник.

2) Дано: т. A_1, A_2, A_3, A_4, A_5.

Найти: т. B_1, B_2, B_3, B_4, B_5.

Решение: для наглядности начертим на плоскости пятиугольник и отметим середины сторон, как если бы задача была решена. Проведем в пятиугольнике диагональ и получим две фигуры: четырехугольник и треугольник, середины сторон четырехугольника являются вершинами

параллелограмма. Соединив точки A_2, A_3, A_4, получим треугольник и достроим его до параллелограмма и найдем середину диагонали, которая параллельна прямой A_1A_5 (по теореме о средних линиях треугольника). Таким образом, можно легко построить точки B_1, B_2 и B_5, а зная их и B_3, B_4, при помощи параллелограмма.

3) Пусть будет не пятиугольник, семиугольник. Для этого нужно взять не пять, а семь точек, любые три из которых не лежат на одной прямой. В результате получается довольно трудная задача: «На плоскости отмечены семь точек, никакие три из которых не лежат на одной прямой. Постройте семиугольник, для которого эти точки являются серединами сторон».

*Перевод задачи с геометрического языка на алгебраический***.** В результате таких преобразований обычно получаются красивые и интересные задачи, которые имеют сложное решение. Этот способ перефразировки иллюстрирует тесное взаимодействие алгебры и геометрии. Конечно, перевод возможен не только с геометрического языка на алгебраический, но и наоборот. Однако решение алгебраических задач на геометрическом языке встречается гораздо реже, ввиду сложности и характерности решения, присущего таким задачам.

Алгоритм конструирования выглядит следующим образом (рисунок 32):

Рисунок 32 – Алгоритм конструирования

Пример 15. Если треугольник вписан в окружность, то любая его сторона будет равна произведению двух радиусов этой окружности на синус угла, противоположного этой стороне.

1) В данном случае перефразировки обычно берутся не отдельные фразы или термины, а части фигур (стороны, углы, диагонали и т.д.).

Условия для перевода: сторона СВ треугольника АВС, сторона АК треугольника АВК, ∠ВАС, ∠АВК, радиус и диаметр.

2) Решение этой задачи приведено в примере 13 пункт 2).

3) Пусть$\mathrm{СВ} = a,\ \mathrm{АК} = b, \angle\mathrm{ВАС} = \alpha,\ \angle\mathrm{АВК} = \beta,\ \mathrm{ВК} = \mathrm{x},$ $\mathrm{ОН\ (радиус)} = \mathrm{y}.$

4) Конечная формулировка выглядит так: «Найти отношение а к в системе: $\begin{cases} a = sin\alpha x, \\ b = sin\beta y. \end{cases}$ на основании теоремы синусов».

5) Решение: по теореме синусов, $\mathrm{a} = 2\,Rsin\alpha$, тогда выражения $\mathrm{a} = sin\alpha x,\ b = sin\beta y$ будут частными случаями теоремы, в этом случае $\sin\alpha = {\sqrt{3}}/{2}$, $\sin\beta = {1}/{2}$, а x, y– диаметр и радиус соответственно, $x = 2y \Rightarrow b = y \Rightarrow a = {2\sqrt{3}b}/{2} \Rightarrow {a}/{b} = {1}/{\sqrt{3}}$.Ответ: ${a}/{b} = {1}/{\sqrt{3}}$.

2.6 Технология построения индивидуальных образовательных технологий на уроках математики

С методической точки зрения внедрение ИОТ в процесс обучения представляет собой достаточно сложную задачу. Проблема может возникнуть из-за временных ограничений, вызванных использованием традиционной классно-урочной системы. Данная система обычно не предполагает большую долю самостоятельной работы, которая должна отводиться под построение ИОТ. Решение видится в проектировании и реализации краткосрочных траекторий, которые реализуются в рамках одного или нескольких уроков.

Для построения ИОТ можно использовать несколько факторов. Предлагаем в своей работе в качестве основы взять уровень овладения учащимися программного материала. В результате ИОТ могут быть разделены на три уровня сложности, представленные ниже в таблице 2.

Таблица 2 – Описание уровней

Уровень	**Описание**
1 уровень, базовый	Траектории учащихся, которые нацелены на изучение предмета на базовом уровне, только то, что заложено в стандарт. Учащиеся, выбирающие траектории этого уровня в основном не обладают природной склонностью к изучению точных наук, и их мотивация изучения математики сводится к необходимости сдавать базу по математике.
2 уровень, достаточный	Траектории учащихся, маршруты которых не выходят за рамки стандарта, однако предусматривают изучение материала на среднем либо высоком уровне сложности
3 уровень, продвинутый	Индивидуальные траектории учащихся включают в себя обязательное усвоение материала, предусмотренного стандартом на высоком уровне сложности

Далее перейдем к рассмотрению примера организации работы по конструированию ИОТ на примере урока для 9 класса по теме «Подготовка к ОГЭ. Окружность, круг и их элементы». Для организации урока были использованы следующие приемы: решение задач несколькими способами, составление циклов математических задач, видоизменение задачной ситуации.

В ходе проведения урока предполагается разделение учащихся на траектории в зависимости от уровня овладения программным материалом, а также их желания. Предполагается, что будут реализованы все три обозначенных выше уровня овладения материалом. При этом каждая траектория также может быть пройдена на определенном уровне. В зависимости от достигнутого уровня выставляется оценка.

Первой целью для всех учащихся является проход базовой траектории. Обозначим его как первый уровень на уроке. В итоге после получения задачи учащиеся делятся на следующие группы:

1. Учащиеся, кто сможет выполнить решение самостоятельно:
    a. Без каких-либо подсказок;
    b. С указанием к способу решения;
    c. По полученному плану решения.
2. Учащиеся, кто не сможет решить задачу самостоятельно (эта группа учащихся должны заполнить пропуски в готовом решении).

При решении задачи прохождение базовой траектории считается успешным.

При желании, учащиеся могут проследовать по достаточной (2 уровень) и продвинутой (3 уровень) траектории. При этом основная идея движения по этим траекториям состоит в следующем: видоизменение условия задачи и по возможности решение полученных задач. Учитель предлагает учащимся два варианта изменения задачи, они могут выбрать их или предложить свой вариант.

Ниже представлены варианты видоизменения задачи (рисунок 33).

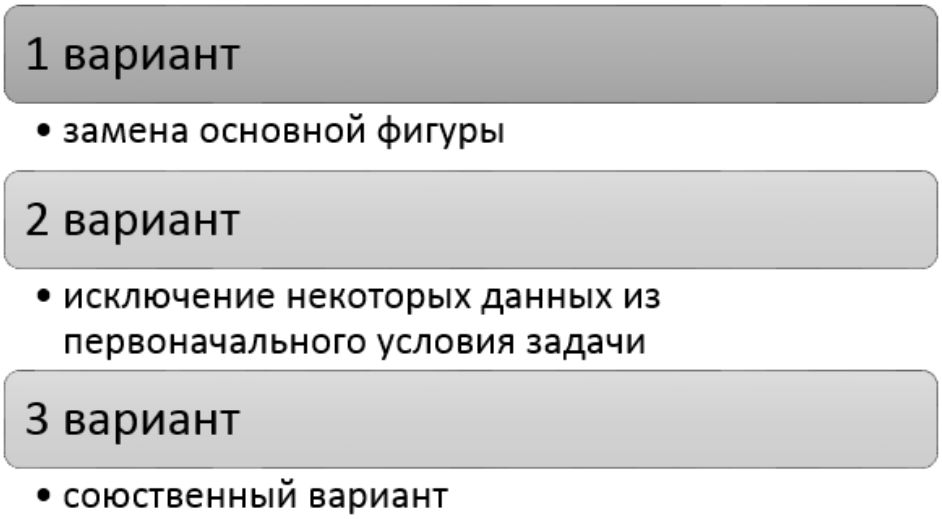


Рисунок 33 – Вариант видоизменения задачи

Задача. Найти радиус окружности, описанной около равнобедренного треугольника, если его основание и высота, проведённая к основанию, соответственно равны 3 см и 8 см (рисунок 34).

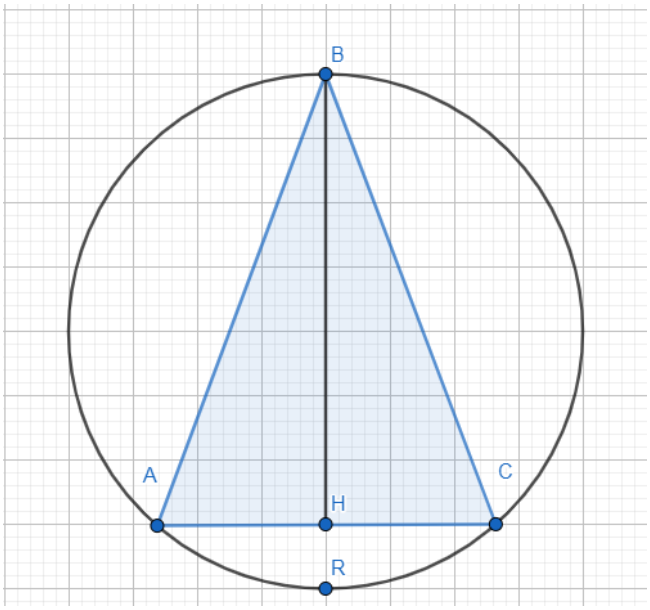


Рисунок 34 – Иллюстрация к задаче

Возможные способы решения задачи (предлагается учащимся только по требованию)

1. Использовать подобие треугольников
2. Использовать формулу, связывающую радиус описанной окружности, стороны треугольника и его площадь

3. Используя теорему Пифагора для одного из прямоугольных треугольников на чертеже, ввести неизвестные и, составив уравнение, найти радиус описанной окружности
4. Использовать обобщенную теорему синусов
5. Использовать теорему о пропорциональности отрезков пересекающихся хорд

Далее представим вид карточки, которая выдается учащимся на первом уровне.

Таблица 3 – Карточки, при необходимости выдающиеся учащимся на 2 уровне (достаточный уровень)

Уровень 1 достаточная траектория	
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с помощью подобия треугольников (рис. 35)	1. Найти боковую сторону треугольника 2. Доказать подобие треугольников BHC и BDO 3. Составить соотношение, следующее из подобия, для сторон рассматриваемых треугольников 4. Найти BO, то есть искомый радиус
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием формулы, связывающей радиус описанной окружности, стороны треугольника и его площадь (рис. 36)	1. Найти боковую сторону треугольника 2. Найти площадь треугольника 3. Найти BO, то есть искомый радиус, воспользовавшись формулой для радиуса описанной окружности
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**

Решение задачи с использованием обобщенной теоремы синусов (рис. 36)	1. Найти боковую сторону треугольника 2. Найти синус угла, противолежащего найденной стороне треугольника 3. Для нахождения радиуса воспользоваться обобщенной теоремой синусов
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием теоремы Пифагора для одного из прямоугольных треугольников на чертеже (рис. 37)	1. Для треугольника ОНС на рисунке записать теорему Пифагора 2. Найти R описанной окружности
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием теоремы о пропорциональности отрезков пересекающихся хорд (рис. 38)	1. Записать теорему о пропорциональности отрезков пересекающихся хорд АС и ВК 2. Найти R описанной окружности

Ниже представлены иллюстрации к задаче (рисунок 35-38) .

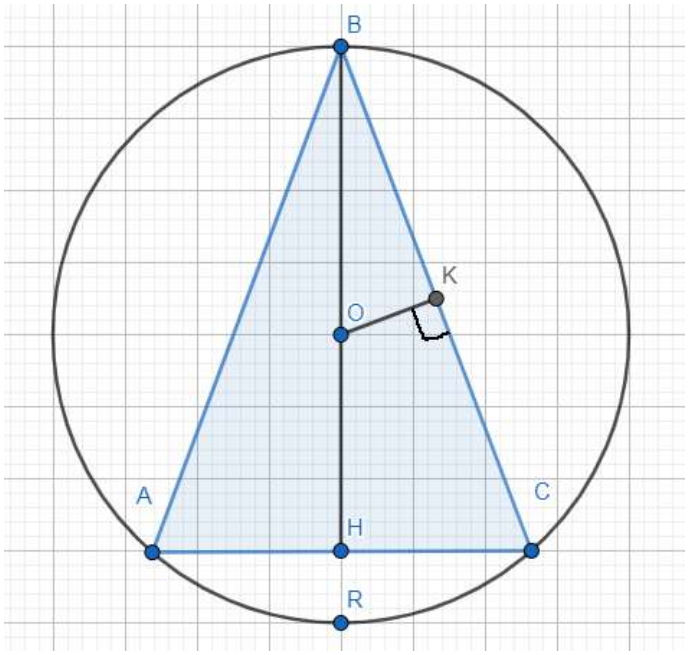


Рисунок 35 – Иллюстрация к задаче

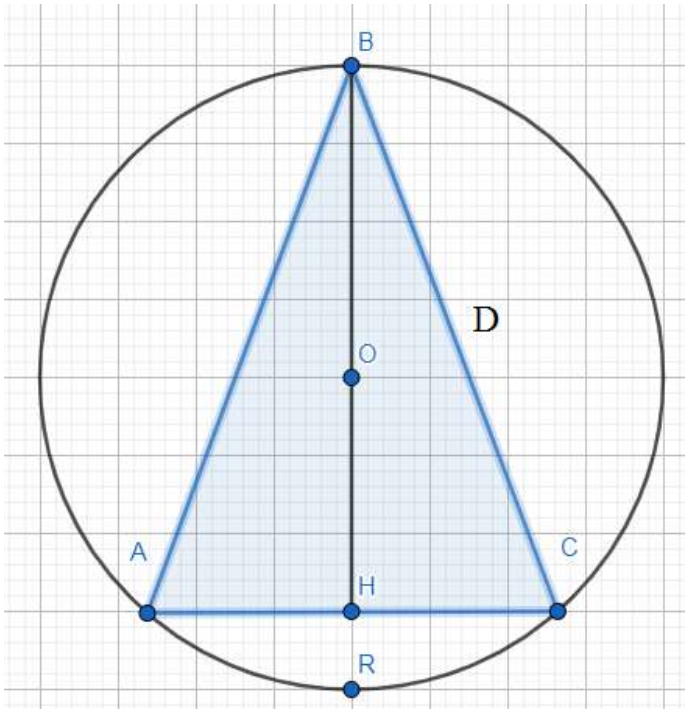


Рисунок 36 – Иллюстрация к задаче

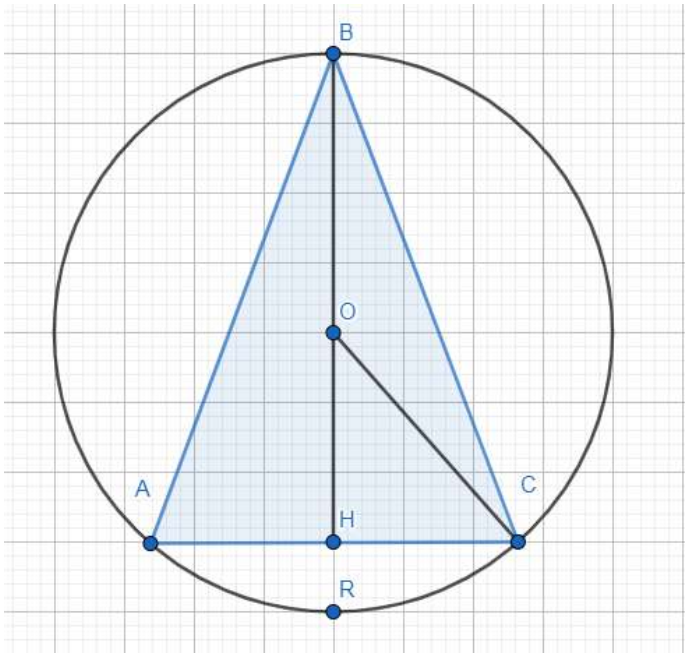


Рисунок 37 – Иллюстрация к задаче

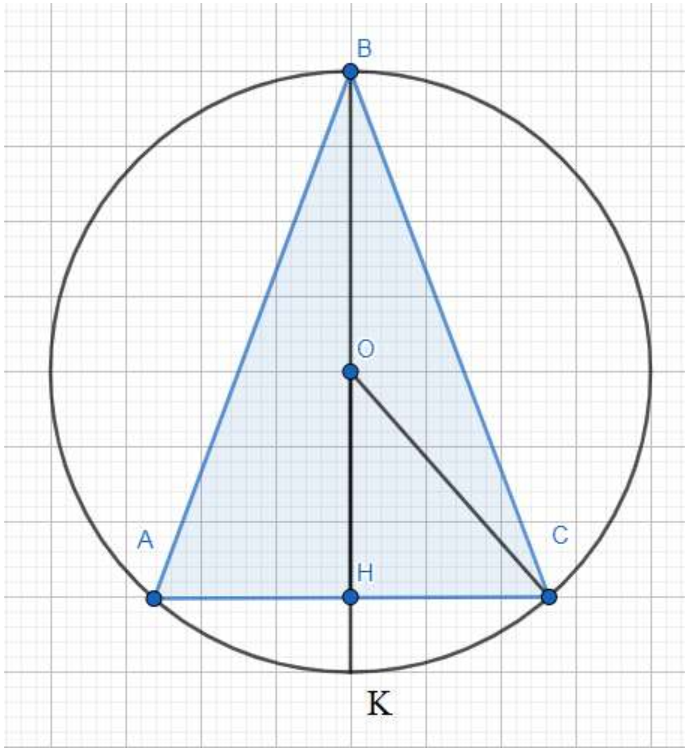


Рисунок 38 – Иллюстрация к задаче

Во время урока учащийся после решения задачи либо переходит к следующему уровню, либо решает задачу ту же, но другим способом на том же уровне. Во втором случае учащийся имеет возможность выполнить повторение достаточно большого круга теоретических фактов из

планиметрии, но они применяются школьниками не совсем в обычной ситуации.

Если ученик испытывает затруднения, то он получает карточку для заполнения пропусков в решении задачи.

На втором уровне предлагается рассмотреть возможность замены исходной фигуры в задаче на другую. Например, равнобедренный треугольник может быть заменён на равносторонний или произвольный треугольник. В первом случае появляются лишние данные, во втором – данных не хватает. В обоих случаях задача должна быть переформулирована и решена. На практике некоторые школьники предлагали заменить треугольник на четырёхугольник (квадрат, прямоугольник и т.д.)

Таблица 4 – Карточки, при необходимости выдающиеся учащимся на 1 уровне (базовый уровень)

Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с помощью подобия треугольников (рис. 35)	**Дано**: окружность (O; OB) ΔABC - равнобедренный, BH - высота, BH=3см, AC=8см, **Найти**: OB **Решение**: 1. ΔBHC – _____ По теореме Пифагора: $BC^2 =$ _____ = _____ = __см^2 Таким образом, BC=_____ см 2. Центром описанной окружности является точка пересечения серединных _____. Поэтому ____⊥ BC и BD=$\frac{1}{2}$____ = ___см 3. Рассмотрим ΔBDO и ΔBHC ∠HBC - _____, ∠BDO=∠BHC=__° Таким образом, ΔBDO__ΔBHC по

	_____ 4. Из подобия треугольников получаем: $\frac{}{BH} = \frac{BO}{}$ Подставляем числовые данные: $— = —$ BO=_____=____см
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием формулы, связывающей радиус описанной окружности, стороны треугольника и его площадь (рис. 36)	**Дано**: окружность (O; OB) ΔABC - равнобедренный, BH - высота, BH=3см, AC=8см, **Найти**: OB **Решение**: 1. ΔBHC - _____ По теореме Пифагора: BC^2 = _____ = _____ = __см^2 Таким образом, BC=_____ см 1. $S_{ABC} = \frac{1}{2}AC \cdot$ ___ = _____ = ____см 2. Радиус описанной окружности можно найти по формуле: $R^2 = \frac{abc}{4s}$ Так как по условию ΔABC -_____, то __=____ и значит формулу можно преобразовать к следующему виду $R^2 = \frac{}{4s}$. Подставляем числовые данные $R^2 = —$,R=___см
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием обобщенной теоремы синусов	**Дано**: окружность (O; OB) ΔABC - равнобедренный, BH - высота, BH=3см, AC=8см, **Найти**: OB

(сри. 36)	**Решение**: 1. ΔABH - _____ По теореме Пифагора: $AB^2 =$ _____ $=$ _____ $=$ __см^2 Таким образом, AB=_____ см 1. По определению синусом угла называют отношение _____ катета к гипотенузе, таким образом $sin\angle C = \frac{}{BC} =$ $- =$_____ 2. По теореме синусов имеем $\frac{AB}{sin\angle C}$=2R Выражаем R=———— $=$ ———— $=$ ____см
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием теоремы Пифагора для одного из прямоугольных треугольников на чертеже (рис. 37)	**Дано**: окружность (O; OC) ΔABC - равнобедренный, BH - высота, BH=3см, AC=8см, **Найти**: OC Решение: 1. ΔHOC - _____ По теореме Пифагора $OC^2 =$ _____(*) 2. По условию BH =____ см OB и OC - _____ описанной окружности, OH = BH - ___= $3 -$ __ 3. Подставляем все полученное в (*) $R^2 = (3 -$ __$)^2 +$ $^2 = 3^2 - 2 \cdot 3 \cdot$ __ $+$ $^2 +$ ^{2} Решив полученное уравнение, получаем R=___ см
Способ решения	**Карточка с указанием к решению**
Решение задачи с использованием теоремы о	**Дано**: окружность (O; OC) ΔABC - равнобедренный, BH - высота, BH=3см, AC=8см,

пропорциональности отрезков пересекающихся хорд (рис. 38)	**Найти**: ОС **Решение**: 1. По теореме о пропорциональности отрезков пересекающихся хорд АС и ВК имеем $AO \cdot __ = __ \cdot OK$ (*) 2. ΔАВС – равнобедренный, поэтому высота ВО является _____ Тогда АО = ____ =_____ см 3. ОК = ВК - __ = 2R - __ 4. Подставляем полученное в (*) __ · __ = __ · ____ Решив полученное уравнение, находим R = ___ см

Целенаправленное и планомерное использование указанного подхода в учебном процессе, как нам представляется, в значительной степени повлияет на улучшение качества подготовки учащихся по математике.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе анализа психолого-педагогической и методической литературы были выявлены основные подходы к пониманию понятий индивидуальная образовательная траектория (ИОТ), конструирование ИОТ и др.

Так как анализ сущности ИОТ показал, что она соответствует сущности личностно-ориентированного обучения, сделан вывод о том, ИОТ можно использовать как средство реализации личностно-ориентированного обучения.

С целью анализа возможности использования конструирования задачного материала как средства реализации ИОТ учащихся была рассмотрена суть процесса конструирования. Выявлено, что конструирование способствует получению некоторых результатов, на обеспечение которых направлено внедрение ИОТ. Сделан вывод о том, что реализацию ИОТ возможно осуществлять посредствам конструирования задачного материала.

Выделены наиболее характерные виды организации деятельности по конструированию задачного материала. На этой основе разработаны соответствующие серии упражнений, применимые в рамках реализации краткосрочных ИОТ учащихся.

Продемонстрирован вариант проектирования и реализации краткосрочных образовательных траекторий в рамках урока для 9-го класса

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Гульянц С.М. Сущность личностно-ориентированного подхода в обучении с точки зрения современных образовательных концепций // Вестник ЮУрГГПУ. 2009. №2. С. 40-52.
2. Заир-Бек Е. С., Казакова Е. И. Педагогические ориентиры успеха (актуальные проблемы развития образовательного процесса): Методические материалы к обучающим семинарам. СПб : Изд-во «Петроградский и К», 1995. 64 с.
3. Личностно-ориентированное образование: феномен, концепция, технологии: Монография. Волгоград : Перемена, 2000. 148с.
4. Маскаева А. М. Проектирование индивидуальных образовательных траекторий учащихся при изучении раздела «Начала математического анализа» // Ярославский педагогический вестник. 2011. № 1 – Том II (Психолого-педагогические науки). С. 69-73.
5. Моденова М. В. Конструирование систем математических задач // Интеграция образования. 2009. №4. С.98-102.
6. Построение модели личностно-ориентированного обучения. Под научной ред. Якиманской И.С. М. : КСП+, 2001. 128 с.
7. Погорелов А.В. Геометрия. 7-9 классы. М. : Просвещение, 2014. 240 с.
8. Погорелов А.В. Геометрия. 10-11 классы. М. : Просвещение, 2014. 175 с.
9. Пойа, Д. Как решать задачу. М. : Учпечгиз, 1961. 208 с.
10. Саранцев Г.И. Упражнения в обучении математике. М. : Просвещение, 2005. 255 с.
11. Селевко Г.К. Педагогические технологии на основе активизации, интенсификации и эффективного управления УВП. М. : НИИ школьных технологий, 2005. 208с.

12. Сериков В.В. Образование и личность. Теория и практика проектирования пед. систем. М. : Издательская корпорация «Логос»,1999. 272 с.

13. Сериков В.В. Личностно-ориентированный подход в образовании: концепции и технологии: Монография. Волгоград : Перемена, 1994. 152 с.

14. Смирнова А. А. Конструирование дополнительных задач при обучении математике в основной школе Научное мнение. 2015. № 6. С. 111–115.

15. Смирнова А. А. Технология конструирования творческих заданий с учащимися на уроках математики // Наука и школа. 2019. №5. С. 156-163.

16. Хуторской А. В. Развитие одаренности школьников: Методика продуктивного обучения: пособие для учителя. М. : 2000. 320 с.

17. Якиманская И.С. Личностно-ориентированное обучение в современной школе. М., 2000. 112 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«05» 10 2021 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Хатамова Джамиля Джумакулыевна
(ФИО полностью)

Тема работы Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач

Утверждена приказом по Университету от «27.12» 2021 г. № 1057/0

Срок сдачи студентом законченной работы «04» июня 2022 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1	Сущность и структура личностно-ориентированного обучения	Сентябрь, 2021 г.	Выполнен
2	Индивидуальные образовательные траектории как средство реализации личностно-ориентированного обучения	Октябрь, 2021 г.	Выполнен
3	Возможность реализации ИОТ на основе конструирования задачного материала	Ноябрь, 2021 г.	Выполнен
4	Способ обращение задач, обобщения задачи	Декабрь, 2021 г.	Выполнен
5	Способ замены части данных в исходной задаче другими данными без замены заключения	Январь, 2022 г.	Выполнен
6	Способ составления задач по заданным чертежам, Способ переформулировки задач	Февраль, 2022 г.	Выполнен
7	Технология построения индивидуальных образовательных технологий на уроках математики	Март, 2022 г.	Выполнен
8	Оформление библиографического списка	Апрель, 2022 г.	Выполнен
9	Подготовка текста выступления	Май, 2022 г.	Выполнен

Дата выдачи задания «05» октября 2021 г.

Руководитель _____ Родионов М.А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

_____ Хатамова Дж.Дж.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студента (ки) 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Хаталовой Джамили
Джумакулыевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Хаталова Джамиля Джумакулыевна,
Ф.И.О. студента

студент (ка) 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач» выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

подпись

04.06.22
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 04.06.22
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР _____ Родионов М.А.
подпись И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ» выпускной квалификационной работы (бакалаврской работы) на тему «Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач»
студентки 4 курса Хатамовой Джамили
Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
Профиль «Математика»

pnzgu.antiplagiat.ru Вывод отчета на печать - Антиплагиат ★725 отзывов

АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Отчет о проверке на заимствования №1

Автор: Родионов Михаил Алексеевич
Проверяющий: Родионов Михаил Алексеевич
Организация: Пензенский государственный университет

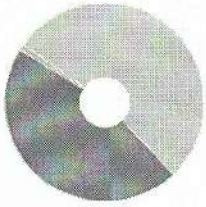
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - http://pnzgu.antiplagiat.ru

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 631
Начало загрузки: 22.05.2022 15:06:10
Длительность загрузки: 00:00:11
Имя исходного файла: Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач11.docx
Название документа: Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач11
Размер текста: 49 кб
Символов в тексте: 50154
Слов в тексте: 6105
Число предложений: 458

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 22.05.2022 15:06:22
Длительность проверки: 00:00:33
Комментарии: не указано
Поиск с учетом редактирования: да
Модули поиска: Перефразирования по коллекции издательства Wiley, Издательство Wiley, Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), Медицина, Интернет Плюс, Шаблонные фразы, Библиография, ИПС Адилет, Переводные заимствования (RuEn), Диссертации НББ, СПС ГАРАНТ, Патенты СССР, РФ, СНГ, eLIBRARY.RU, Цитирование, Переводные заимствования, Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn), СМИ России и СНГ



ЗАИМСТВОВАНИЯ	САМОЦИТИРОВАНИЯ	ЦИТИРОВАНИЯ	ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
46,46%	0%	0,75%	52,79%

Научный руководитель ВКР _____ 22.05.22 М.А. Родионов
подпись

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач»
студента Хатамовой Джамиле Джумакулыевне
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 18ФПМ1

Выбор темы выпускной квалификационной работы обусловлен большими сложностями, встающими перед практикующими учителями при проектировании и реализации индивидуальных образовательных траекторий школьников. Эти сложности связаны с необходимостью прочного усвоения базового, с одной стороны, и организации самостоятельной исследовательской деятельности учеников – с другой. Применительно к математике как к учебному предмету в качестве пути преодоления этих сложностей вполне естественно рассматривать относительно самостоятельное конструирование школьниками задачных ситуаций на основе реализации процедур обобщения, конкретизации, аналогии и др. и дальнейшее их разрешение в ходе совместной учебно-поисковой работы. С этих позиций проблематика, освещаемая в предлагаемой работе, представляется достаточно актуальной.

К основным результатам научного исследования можно отнести: в процессе анализа психолого-педагогической и методической литературы были выявлены объем и содержание понятий «индивидуальная образовательная траектория», «конструирование задачного материала» и др.; изучена возможность использования индивидуальных образовательных траекторий как средства индивидуализации обучения математике; проанализирована возможность реализации ИОТ учащихся на основе конструирования задачного материала; разработан и апробирован в школе №22 в Туркменистане методический инструментарий, позволяющий

реализовать индивидуальные образовательные траектории школьников на основе конструирования задачного материала.

В процессе написания выпускной квалификационной работы студент продемонстрировал самостоятельность и инициативу в постановке и решении возникающих проблем, навыки работы с научной, методической и психолого-педагогической литературой, умение анализировать и делать выводы. Наличие всех этих качеств позволяет сделать вывод о готовности студента к будущей профессиональной деятельности в качестве учителя математики. Оформление выпускной квалификационной работы полностью соответствует требованиям.

В целом выпускная квалификационная работа Хатамовой Джамили Джумакулыевны «Конструирование и реализация индивидуальных образовательных траекторий в процессе решения математических задач» удовлетворяет всем необходимым требованиям и заслуживает оценки – «хорошо».

Руководитель ВКР, доктор педагогических наук, профессор Родионов М.А.