МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Метапредметные задания в процессе обучения математике: содержательно-методический аспект»

Студент 20.05.2024 Старцева Татьяна Александровна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель 20.05.2024 Гаврилова М.А.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр 15.0624 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 24.05.24 № 11)

Заведующий кафедрой 24.05.24 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 21.06.24 № 13)

Секретарь ГЭК 21.0624 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2024

Оглавление

Введение 3

Глава 1. Теоретические основы использования метапредметных заданий в процессе обучения математике 6

1.1. Характеристика понятия «метапредметные результаты» и его структура. 6

1.2. Формирование метапредметных результатов в процессе обучения математике 12

1.3. Метапредметное задание как средство достижения метапредметных результатов в процессе обучения математике 19

1.4 Обзор итоговых контрольно-измерительных материалов по математике на наличие метапредметных заданий 26

Глава 2. Методические аспекты использования метапредметных заданий в процессе обучения математике 33

2.1. Основы проектирования метапредметных заданий учителем 33

2.2. Методика использования метапредметных заданий в процессе обучения математике 36

2.3. Разработка системы метапредметных заданий по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы 42

Заключение 64

Список литературы 66

Приложение

Введение

В связи с быстрым развитием всех сфер жизни человека обостряется проблема универсальности способов познания. Первостепенное решение возникшего вопроса остаётся за школьной системой образования, которая предлагает в качестве эффективного инструмента работы с обозначенной задачей метапредметный подход. Можно выделить этапы разработки данного направления в сфере образования: 1) ранний этап продолжался с 4 века до н.э. вплоть до начала 20 века и связан с определением понятия «метапредметность» как философской категории о высших принципах познания; 2) на философском этапе произошло переосмысление роли образования в формировании личности ребёнка, ведущее место в системе обучения приобретают методы научного познания (начало 20 века – середина 20 века); 3) с конца 20 века до начала 21 века труды педагогов были посвящены формированию научно-методической системы метапредметного подхода применительно к образованию [7]. В настоящее время изучением метапредметного подхода занимаются целые коллективы, наставниками которых стали А. В. Хуторской, Ю. В. Громыко, А. Г. Асмолов и др. Концептуальные основы метапредметного подхода в процессе обучения не имеют единой системы. Существует множество интерпретаций, что обусловлено динамикой развития теории в течение всего периода существования.

Новая тенденция нашла своё выражение в Федеральных государственных образовательных стандартах (ФГОС) нового поколения через метапредметные результаты обучения, обозначенные в системе требований к результатам освоения образовательных программ [22]. Эффективным средством достижения как метапредметных, так и предметных результатов обучения математике, по моему мнению, могут стать метапредметные учебные задания.

Актуальность темы исследования: отсутствие в настоящее время единообразной трактовки понятия «метапредметное задание» влечёт за собой расхождения в подходах к проектированию заданий обозначенного типа, не

разработанность методической системы использования таких заданий на уроках математики, что является одним из факторов, препятствующих достижению метапредметных образовательных результатов по учебной дисциплине.

В большинстве случаев достижение метапредметных образовательных результатов уходит на задний план, а весь образовательный процесс остаётся ориентирован на обучение предметное. Ответы на вопросы: «как интегрировать отработку общеучебных навыков без потери предметного содержания в урок?», «как часто уделять этому внимание?», «как учитель может создать метапредметные задания?», «как правильно организовать работу над такими заданиями с методической точки зрения?», найти для учителя достаточно проблематично. Именно в этом состоит *проблема* рассматриваемой темы.

Цель исследования: на основе исследования содержательно-методического аспекта использования метапредметных заданий в процессе обучения математике разработать систему заданий обозначенного типа по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы.

Объект исследования: процесс обучения математике в основной школе.

Предмет исследования: содержание и методика использования метапредметных заданий в процессе обучения математике в основной школе.

В основу исследования положена *гипотеза*, согласно которой систематическое использование специально разработанных метапредметных заданий на уроках математики способствует планомерному достижению метапредметных образовательных результатов учебной дисциплины.

В соответствии с поставленной целью, предметом и гипотезой исследования были определены следующие *задачи:*

1. Изучить и структурировать научную и учебно-методическую литературу, раскрывающую содержание выбранной темы.

2. Познакомиться с понятием «метапредметные результаты», описать его структуру.

3. Рассмотреть особенности формирования метапредметных результатов в процессе обучения математике.

4. Определить преимущества использования метапредметных заданий как средства достижения метапредметных результатов в процессе обучения математике.

5. Провести обзор итоговых контрольно-измерительных материалов по математике на наличие метапредметных заданий.

6. Описать основы проектирования метапредметных заданий.

7. Дать описание методике использования метапредметных заданий в процессе обучения математике.

8. Разработать систему метапредметных заданий по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы.

При написании работы были использованы следующие *методы* исследования: поиск и анализ психолого-педагогической, методической и математической литературы, обобщение и систематизация информации.

Практическая значимость исследования заключается в том, что материалы, представленные в этой работе, могут быть использованы педагогами с целью достижения предметных и метапредметных результатов по учебной дисциплине «Математика» в основной школе посредством применения метапредметных учебных заданий.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы, приложения.

Глава 1. Теоретические основы использования метапредметных заданий в процессе обучения математике

1.1. Характеристика понятия «метапредметные результаты» и его структура

Ключевым аспектом современного образования становится выделение наряду с личностными и предметными, также и метапредметных результатов обучения. Метапредметные результаты обучения позволяют не только овладеть определёнными знаниями и навыками, но и развить широкий спектр умений, которые позволят учащемуся успешно адаптироваться в быстро развивающемся мире. Для целостного восприятия содержательного аспекта понятия «метапредметные образовательные результаты» обратимся к историческим смыслам феномена «метапредметность».

Впервые предлог «мета» встретился в древнегреческом языке и означал «за», «через», «после», «между». В настоящее время эта часть сложных слов служит для обозначения промежуточности, абстрагирования, перехода к чему-либо другому. В современных словарях «мета» встречается в двух смыслах: 1) выход за пределы чего-либо (метафизика); 2) «описание описания», т.е. уровень описания объекта, стоящего выше по отношению к предыдущему (метаязык). Таким образом, приставка «мета» показывает философскую фундаментальность предмета, указывая на то, что существует система знания, способная описать и исследовать более общую систему знаний.

Педагогические основы зарождения понятия «метапредметность» восходят к временам Гераклита, Аристотеля и Сократа. В основе обучения Сократа заложено одушевленное поле поиска, грамотно заданные вопросы позволяют ученику прояснить общие принципы и смыслы процесса познания и прийти к фиксированным определениям и суждениям. Гераклит был убежден, что смысл мудрости состоит в том, чтобы «узнать все как одно», а множество

знаний не учит человека уму. Аристотелем была создана единая система воспитания, которая позволяла в комплексе развить физические, нравственные и умственные качества ребенка. Следует отметить, что подходы античных философов к обучению и воспитанию заложили основы надпредметности.

Философ эпохи Возрождения Мишель де Монте, размышляя о задачах наставника для детей, указывал, что важно учитывать душевные склонности воспитанника, необходимо предоставлять ему возможность автономного выбора между различными предметами, «иногда указывая ему путь, иногда, напротив, позволяя отыскать дорогу самому». Я. А. Коменский в «Великой дидактике» писал о необходимости получения таких универсальных знаний, которые бы позволили бы ученику сложить скромное представление о любом происходящем и существующем. Основоположник развивающего обучения Песталоцци И. Г. был сторонником развития способностей, а не изучения предметов. Так, понятие «метапредметность» раскрывается с точки зрения принципа природосообразности.

Другой подход позволяет рассмотреть понятие «метапредметность» через призму взаимной связи учебных предметов и применения их в жизни. Сторонниками этого подхода являлись Я. А. Коменский, Дж. Локк, В. Ф. Одоевский, В. П. Вахтеров, Н. К. Крупская, К. Д. Ушинский.

В 20-е годы прошлого столетия идеи метапредметности воплотил Государственный ученый совет (ГУС) в ряде комплексных программ («Наш город», «Наша деревня», «Праздник 1 Мая» и др.), главной задачей которых являлось устранение разрыва между учебными предметами, интеграция обучения с жизнью. После 30-х годов система комплексных тем была отменена, и только в 90-е она получила новый виток развития в виде интегративных курсов и метапредметов.

Таким образом, несмотря на существование различных подходов к определению понятия «метапредметность», правомерно выделить общую

характеристику: направленность на формирование целостной картины мира, общих способов деятельности [4].

21 век трактует новые веяния в образовании. Проблемами метапредметного содержания образования, метапредметной деятельности, метапредметных результатов занимаются целые коллективы, наставниками которых стали А. В. Хуторской, Ю. В. Громыко, А. Г. Асмолов. Однако их теории имеют отличительные особенности.

Так, научная школа А. В. Хуторского в своей теории опирается на принцип человекообразности, который устанавливает, что главным средством раскрытия природных возможностей человека является образование. Через эвристическую, продуктивную, рефлексивную деятельность человек приобретает свою культурно-историческую идентичность. Хуторской не согласен с создателями стандартов, которые выдвигают основную цель образования через освоение учебной деятельности. Он считает главным самореализацию учащегося. Метапредметный подход при этом основывается на 3 пунктах: 1) определение фундаментальных образовательных объектов в содержании образования; 2) проведение учебных метапредметов, которые входят в учебную дисциплину как метапредметная тема или раздел. Что представляет из себя метапредмет? Он отвечает всем требованиям обычного курса, однако его отличает выход смыслового поля изучаемых объектов за пределы традиционных предметов, а также гибкость построения содержания (материал хорошо перекомпоновывается, подстраивается под новую метапредметную структуру); 3) создание условий для метапредметной деятельности учащихся. Делается акцент на том, что такая деятельность существует в независимости от предметов, она лежит в основе любого из них. По мнению Хуторского А. В. метапредметность – это фундаментальные образовательные объекты, первосмыслы, которые служат источником образования человека на протяжении всей жизни. Отличительно, что их невозможно изучить на каком-либо предмете в отдельности. Андреем Викторовичем выделены такие метапредметы как

«Числа», «Культура», «Мироведение», «Естествознание». Эти курсы апробируются и не распространены массово [7].

С 90-х годов Ю. В. Громыко занимается разработкой концепции мыследеятельностной педагогики. Её отличает практико-ориентированный характер. Что же лежит в основе нового вида педагогики? Разработчики выделяют 3 составляющих: мышление, коммуникация и действие, а также процессы, которые их связывают – понимание и рефлексия. Главным центром мыследеятельностной педагогики является метапредметный подход, основанный на преподавании метапредметов. Суть проведения метапредметов состоит в перерабатывании информации в соответствие с логикой рождения базовой организованности деятельности и мыследеятельностных объектов (знака, проблемы, задачи и т.д.). Особенности метапредмета: 1) базирование на основе мыследеятельностной организованности, которая имеет универсальный деятельностный характер; 2) метапредмет не вытесняет базовый учебный предмет, он лишь направляет школьника на развитие воображения, мышления, самоопределения и целеполагания. Метапредмет надстраивается над традиционным курсом, формируя у учеников метазнания и метаспособы. По мнению Ю. В. Громыко содержание образование должно опираться на метапредметный подход, то есть на способы и техники мышления и деятельности [7].

С 2008 года направление новых образовательных стандартов задал метапредметный подход. Личность ученика должна развиваться в результате овладения универсальными способами познания мира. Такой подход позволяет учащемуся решать не только учебные задачи, но и возникающие перед ним жизненные проблемы.

Рассмотрим трактовку понятия «метапредметность» в законодательной базе - Федеральном государственном стандарте основного общего образования. В ФГОС встречается только понятие метапредметные результаты. В современное время существует 2 подхода к пониманию метапредметных

результатов: 1) Краевский В. В., Хуторской А. В., Громыко Ю. В., Громыко Н. В. построили теорию, по которой существуют предметы, несхожие с традиционными и выстроенные вокруг единого мыслительного образования (метапредметы); 2) Асмолов А. Г., Бурменская Г. В. , Воровщиков С. Г. и др. определяют метапредметный подход, как комплексный способ достижения межпредметных результатов, то есть в результате обучения обычным учебным дисциплинам реализуется метапредметное, межпредметное обучение. Именно идеи А. Г. Асмолова, сторонника второго подхода, были заложены в основу стандартов нового поколения.

ФГОС определяет требования, предъявляемые к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования: личностным, метапредметным, предметным. Определена структура метапредметных результатов, которая включает в себя усвоенные в процессе обучения межпредметные понятия и универсальные учебные действия (УУД), которые подразделяются на регулятивные, познавательные и коммуникативные. В Примерной рабочей программе основного общего образования указывается следующее содержание УУД: 1) познавательные – базовые логические действия, базовые исследовательские действия и работа с информацией; 2) коммуникативные – общение, взаимодействие, совместная деятельность; 3) регулятивные – самоорганизация, самоконтроль, эмоциональный интеллект и принятие себя и других. Отмечается, что показателями овладения метапредметными результатами является: свободное применение полученных знаний, умений и навыков в учебной, социальной, познавательной деятельности; получение навыков самостоятельного планирования и целеполагания деятельности в форме выстраивания индивидуальных образовательных траекторий; самостоятельность учебной деятельности; умение выстраивать коммуникацию с педагогами и сверстниками [14].

Метапредметные результаты обучения должны отражать многие умения учащихся (таблица 14).

Таблица 1 - Метапредметные результаты обучения

№	Формируемые умения
1	Умение самостоятельно определять цели своего обучения, ставить и формулировать для себя новые задачи в учебе и познавательной деятельности, развивать мотивы и интересы своей познавательной деятельности.
2	Умение самостоятельно планировать пути достижения целей, в том числе альтернативные, осознанно выбирать наиболее эффективные способы решения учебных и познавательных задач.
3	Умение соотносить свои действия с планируемыми результатами, осуществлять контроль своей деятельности в процессе достижения результата, определять способы действий в рамках предложенных условий и требований, корректировать свои действия в соответствии с изменяющейся ситуацией.
4	Умение оценивать правильность выполнения учебной задачи, собственные возможности ее решения.
5	Владение основами самоконтроля, самооценки, принятия решений и осуществления осознанного выбора в учебной и познавательной деятельности.
6	Умение определять понятия, создавать обобщения, устанавливать аналогии, классифицировать, самостоятельно выбирать основания и критерии для классификации, устанавливать причинно-следственные связи, строить логическое рассуждение, умозаключение (индуктивное, дедуктивное и по аналогии) и делать выводы.
7	Умение создавать, применять и преобразовывать знаки и символы, модели и схемы для решения учебных и познавательных задач.
8	Смысловое чтение

9	Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками; работать индивидуально и в группе: находить общее решение и разрешать конфликты на основе согласования позиций и учета интересов; формулировать, аргументировать и отстаивать свое мнение.
10	Умение осознанно использовать речевые средства в соответствии с задачей коммуникации для выражения своих чувств, мыслей и потребностей; планирования и регуляции своей деятельности; владение устной и письменной речью, монологической контекстной речью.
11	Формирование и развитие компетентности в области использования информационно-коммуникационных технологий; развитие мотивации к овладению культурой активного пользования словарями и другими поисковыми системами.
12	Формирование и развитие экологического мышления, умение применять его в познавательной, коммуникативной, социальной практике и профессиональной ориентации.

При этом важно отметить, что стандарты держат ориентир и на детей с ОВЗ, для них также определены категории метапредметных результатов по освоению основной общеобразовательной программы.

Таким образом, метапредметный подход, стал основополагающим при проектировании учебного процесса в современной школе [22], [14].

1.2. Формирование метапредметных результатов в процессе обучения математике

В современном мире изменения претерпевает стандартизация образования, модернизируются ФГОС всех ступеней обучения, в том числе и

основного общего образования. Перемены коснулись всех компонентов учебной деятельности: цели, содержания, форм, методов и средств, их взаимосвязи между собой. Причем ярко проявляется переход от обучения отдельным учебным дисциплинам к межпредметному подходу усвоения знаний.

В связи с этим возникает необходимость перехода от традиционной системы обучения математике к системно-деятельностному походу, ориентированному на раскрытие универсальных приемов познания учащихся посредством обучения в интеграции с другими учебными дисциплинами. При этом процесс обучения принимает все больше практико-ориентированный характер, что развивает мотивационную сферу учащегося: качественный характер таких изменения проявляется в самостоятельной инициативе узнать устройство мира, а количественный в многочисленности мотивов для данной инициативы (зачастую человек даже и не подозревает, что математические объекты он встречает повсюду в течение дня).

Однако, несмотря на множество положительный сторон, существуют и препятствия, возникающие на пути учителя математики при проектировании содержания учебного курса на основе метапредметного подхода:

1) сложность в согласовании учебного плана с учителем-предметником по проведению занятий, направленных на формирование метапредметных результатов;

2) недостаток профессиональных знаний при выборе оптимального подхода достижения метапредметных результатов;

3) недостаточно продуманная система методического сопровождения педагога в аспектах реализации процесса достижения метапредметных результатов на уроке математики;

4) недостаток имеющихся мониторинговых исследований для выявления эффективных путей достижения метапредметных результатов в предметной области «Математика»;

5) отсутствие спроектированных уровней развития УУД и средств оценивания их достижения в зависимости от возраста учащихся;

6) дефицит контрольно-измерительных материалов достижения метапредметных результатов в процессе обучения математике.

Необходимость устранения обозначенных проблем обуславливает потребность в разработке вопроса о формировании метапредметных результатов в процессе обучения математике. Возникает необходимость разработки методических технологий, отвечающих требованиям ФГОС ООО, которые позволили бы внедрить метапредметных подход в учебную дисциплину «Математика».

Другие требования обозначаются и перед педагогом: совершенствование уровня профессиональной подготовки в соответствии с требованиями стандартов. Учитель математики становится «сценаристом» занятия, задавая направления развития учебного занятия, он проектирует проблемные ситуации и задания, направленные в первую очередь на развитие надпредметных умений учащихся.

Метапредметные результаты, обозначенные в Примерной рабочей программе по математике, также раскрываются через систему универсальных учебных действий: познавательных, регулятивных и коммуникативных. Рассмотрим каждую группу более подробно.

Группа универсальных познавательных действий направлена на формирование у учащихся универсальных методов познания мира, выполнение операций логического и исследовательского характера с последующим практическим применением, развитие умений работать с информацией – базовых действий когнитивного типа. Базовые логические действия призваны к работе со следующими категориями:

- математическими объектами и понятиями, отношениями между понятиями (выявлять и описывать существенные признаки, формулировать определения, проводить классификацию по

существенному признаку, обобщать и сравнивать, устанавливать критерии для анализа);

- суждениями – утвердительными и отрицательными, единичными, частными и общими, условными (восприятие, формулирование и преобразование);
- закономерностями, взаимосвязями и противоречиями (выявление в фактах, данных, наблюдениях и утверждениях; установление критериев для выявления);
- умозаключениями (формулировать выводы с использованием законов логики, дедукции и индукции, аналогии);
- доказательствами математических утверждений – прямыми и от противного (разбирать, проводить самостоятельно, выстраивать аргументацию, приводить примеры и контрпримеры, обосновывать рассуждения);
- учебной задачей (выбирать способ решения, сравнивать варианты решений, выбирать наиболее подходящий по установленным критериям).

Базовые исследовательские действия по математике направлены на целенаправленное взаимодействие с различными математическими объектами (таблица 2).

Таблица 2 - Базовые исследовательские действия по математике

Объект	Действие	Цель	Характер действия
Вопросы	Использовать, формулировать	Фиксация противоречия, проблемы, самостоятельно устанавливать искомое и данное,	Самостоятельный

		формировать гипотезу, аргументировать свою позицию, мнение.	
Эксперимент / исследование	Проводить	Установление особенностей математического объекта, зависимостей объектов между собой	Самостоятельный
Обобщения и выводы	Формулировать	Оценивать достоверность полученных результатов, выводов и обобщений, полученных в ходе наблюдения, исследования	Самостоятельный
Развитие процесса	Прогнозировать, выдвигать предположения	Прогнозирование развития в новых условиях	Самостоятельный

Познавательные УУД направлены на работу с информацией: определение достаточности или недостаточности имеющихся данных для решения задачи; выбор, анализ, систематизация и интерпретация в различных формах и видах представления; выбор формы представления, иллюстрация решаемых задач

различной графикой и их комбинациями (схемы, диаграммы и т.д.); оценивание надёжности по критериям (созданных самостоятельно или учителем).

Универсальные коммуникативные действия направлены на развитие навыков гармоничного взаимодействия с обществом учащегося (социальных навыков). Навыки этого блока разделены на 2 группы: общение и сотрудничество. Группа «Общение» выдвигает следующие положения: выстраивание коммуникации с учетом условий и целей общения; ясность и четкость формулирования своей точки зрения в устной и письменной речи, комментирование решения задачи и полученного результата; задавать вопросы по существу обсуждения, обозначать идеи по решению задач, сопоставлять свои предложения с идеями одноклассников, устанавливать их сходства и различия, корректно обозначать разногласия, возражения; презентовать итоги решения задачи, эксперимента, исследования, проекта; самостоятельно выбирать характер подачи выступления, учитывая особенности аудитории и цели доклада. Группа «Сотрудничество» характеризует требования к совместной деятельности учащихся. Для эффективности решения учебных математических задач учащимся важно осознавать преимущества командной и индивидуальной работы, ясно осознавать общую цель, планировать совместную деятельность, распределять обязанности, обсуждать и договариваться с одноклассниками, в итоге обобщая высказывания всех в единое мнение.

Смысловые образования и жизненные навыки формируются у личности обучающегося благодаря группе универсальных регулятивных действий. Важно, чтобы учащийся получил навыки самоорганизации, т.е. научился самостоятельно планировать решение задачи, в том числе составляя алгоритмы; самостоятельно делал выбор путей решения с учётом имеющихся ресурсов и собственных возможностей, при этом корректируя его при возникновении новой информации.

Особое значение в достижении метапредметных результатов занимают навыки самоконтроля. Владение способами самопроверки, самоконтроля

процесса и результата решения математической задачи помогает предвидеть учащемуся затруднения, которые могут возникнуть в процессе решения, и в соответствии с этим даёт возможность внести коррективы в план решения. Эти навыки позволяют оценить результат деятельности по решению задачи с определёнными целями и условиями, объяснять успехи и неудачи решения, делая выводы и давая оценку приобретённому опыту.

Важно отметить, что метапредметные результаты обучения в процессе обучения математике непрерывно взаимосвязаны с компонентами функциональной грамотности – способности применения предметных знаний и опыта для разрешения жизненных задач различного профиля (таблица 3) [14].

Таблица 3 - Взаимосвязь метапредметных результатов обучения математике и компонентов функциональной грамотности

Группа УУД	Метапредметные результаты	Компоненты функциональной грамотности
Познавательные	Базовые логические действия	Естественно-научная, математическая, финансовая грамотность
	Базовые исследовательские действия	Естественно-научная грамотность
	Работа с информацией	Читательская грамотность
Коммуникативные	Общение	Глобальные компетенции
	Совместная деятельность	Глобальные компетенции, креативное мышление
Регулятивные	Самоорганизация	Естественно-научная, математическая, финансовая грамотность, глобальные компетенции, креативное мышление

	Самоконтроль	Финансовая грамотность, креативное мышление, глобальные компетенции
	Эмоциональный интеллект	Креативное мышление, глобальные компетенции
	Принятие себя и других	Креативное мышление, глобальные компетенции

Резюмируя всё вышесказанное, можно заключить, что метапредметные результаты важно развивать в процессе обучения математике в связи с тем, что их достижение на каждой ступени обучения гарантирует учащемуся продуктивную учебную деятельность как в рамках учебной дисциплины «Математика», так и в других областях науки.

1.3. Метапредметное задание как средство достижения метапредметных результатов в процессе обучения математике

Изучив список метапредметных результатов обучения математике, перед педагогом встаёт целесообразный вопрос их достижения. В методической литературе указываются следующие средства и формы обучения, которые можно использовать в своей практике с этой целью:

- метапредметные образовательные программы;
- метапредметы;
- различные виды метакурсов;
- метапредметный урок;
- урок по предмету с изучением метапредметной темы;
- метапредметные проблемные ситуации;
- межпредметные и метапредметные проекты;
- метапредметные учебные задания.

Раскроем подробнее каждую выделенную категорию.

В статье Воровщикова С. Г. и Новожиловой М. М. под метапредметной образовательной программой понимается внутришкольный документ, описывающий вопросы учебно-методического и управленческого сопровождения развития исследовательских навыков и умений учащихся. Лебедев О. Е. отмечает, что такие программы должны быть рассчитаны на определенную ступень школьного образования. Они призваны решить актуальную для школьника проблему или обучить его значимым умениям [4].

Термин «метапредмет» можно встретить в работах Хуторского А. В. и Громыко Ю. В. Метапредметы по Хуторскому опираются больше на содержательную сторону обучения (дисциплины Числа, Буквы, Мироведение, Культура, Информатика, Естествознание), а по Громыко на деятельностную (дисциплины Знак, Задача, Знание, Проблема).

Метакурсы – это дополнительные программы развития метакомпетенций учащихся. Метакурсы могут быть как по выбору, так и элективными.

Метапредметные уроки отличает то, что теоретические знания по предмету переносятся в практическую сферу, жизнедеятельность учащегося.

Традиционный урок можно разнообразить, сделать интересным с помощью привлечения метапредметной темы – области рассуждения об объекте, встречающемуся в различных учебных дисциплинах.

Зачастую в учебное занятие привлекаются метапредметные проблемные ситуации – интеллектуальные затруднения, создаваемые на надпрдметном или межпредметном уровне, в процессе решения которых ученик приобретает новые знания, умения, навыки.

Метапредметные проекты позволяют развить исследовательские навыки учеников, в процессе комплексно решается проблема, связанная с реальной жизнью. Для создания метапредметного проекта важно сотрудничество учащихся с учителями различных учебных дисциплин.

Подводя итог, можно выделить следующие пути достижения метапредметных результатов посредством метапредметного подхода:

1. Дополнение учебного плана школы дополнительными метапредметами.

2. Обогащение традиционных предметов метапредметным содержанием:

а) включение в предметный урок метапредметной темы;

б) использование современных образовательных технологий и цифровых ресурсов на уроке;

в) показ межпредметных связей.

3. Реализация надпредметных программ.

В педагогической практике продолжается поиск эффективных путей формирования универсальных учебных действий у учащихся в рамках математического образования. В выборе важно опираться на требования ФГОС: «метапредметные результаты=межпредметные понятия + УУД» [3]. Эффективным средством достижения метапредметных результатов в процессе обучения математике в этом случае выступают метапредметные учебные задания.

В учебно-методической литературе существует несколько подходов к определению понятия «метапредметное задание».

Например, Панова К. В. и Подходова Н. С. понимают под метапредметными заданиями те, в которых учащимся нужно решить проблему, которую они могут встретить в реальной жизни или между различными областями науки. К характерным чертам таких заданий авторы относят: метапредметность (уровень над учебным предметом), проблемность (наличие ситуации, требующей разрешения), познавательность (получение новых знаний), неоднозначность (решение требует диалога, размышлений в группе) [11].

По-другому формулируют идею метапредметного задания группа единомышленников в составе Гаврилюк А. С., Табиновой О. А., Шашкиной М. Б., Шкериной Л. В.. Они опираются на понятие УУД: задания метапредметного

типа излагается в контексте предмета, однако для решения необходимо применить универсальные учебные действия.

Л. С. Илюшин определяет метапредметное задание как ситуационную задачу, имеющую ярко проявленную практическую направленность, для разрешения которой нужно применить предметные и метапредметные знания. В модели метапредметной задачи присутствуют следующие компоненты: название; вопрос, имеющий познавательный и лично значимый характер; текст или набор текстов; задания по работе с тестом/ текстами [12].

К метапредметным заданиям относят также задания практико-ориентированного характера открытого типа [13]. Их отличают следующие особенности: задание поставлено вне математической области знания (чаще всего в реальной действительности); решение задания возможно математическими средствами, например, математическим моделированием; творческий поиск достижения практической цели; групповая деятельность; рефлексия.

Для дальнейшего употребления термина важно отметить, что термины задание и задача не могут быть отождествлены в контексте метапредметности. Задание понятие более широкое, чем задача. Под заданием понимается в этом случае требование произвести какие-либо действия или получиться какой-либо продукт. При этом задание включает серию задач – систему задач, объединенную общей идеей.

В описании требований педагоги также опираются на особенности мотивационной сферы учащихся к обучению. Речь здесь идет о том, что в современной школе учатся дети 2-х поколений: Z и Альфа. То, что побуждало детей к продуктивной познавательной деятельности в 2000-е годы и после 2010-х годов, совершенно различается.

Тумашева О. В. и Шашкина М. Б. определили систему требований для метапредметных заданий как средству формирования метапредметных достижений учащихся поколения Z: наличие смысловой линии в тексте;

короткие форматы и яркие образы заданий; цель – достижение результата; неоднозначность путей решения; наличие проблемы; посильность заданий; системность [11].

Работа Поздняковой Е. В. и Малышенко Г. А. актуализирует указанные выше требования, проецируются особенности познавательной сферы детей поколения Альфа на область метапредметного задания (таблица 4) [11].

Таблица 4 - Особенности метапредметных заданий поколения Альфа

Особенности поколения Альфа	Особенности метапредметных заданий
Интеграция в повседневную жизнь виртуального мира (преимущественно с помощью цифровых гаджетов)	Наличие игровых элементов, цифровизация процесса решения задания
Проявление своей индивидуальности, стремление к самостоятельным выборам	Личностно значимый контекст в задании; многовариантность путей решения, неизвестный алгоритм решения
Неусидчивость, сложности концентрации внимания	Комплексный подход (все группы УУД сочетаются в одном задании); наличие серий задач, объединенных общей идеей по определённой дидактической теме
Толерантное отношений к окружающему миру: природе, животным, другим людям; стремление к высоким моральным установкам	Наличие проблемной ситуации
Лучшее восприятие визуальной информации, чем вербальной или звуковой	Эстетика в оформлении текста и графики; привлечение в процесс видео, фото и другой наглядной информации

Быстрый темп обработки больших объёмов данных	Текстовый характер задания
Нестандартные подходы и идеи по решению проблем	Наличие подзадач креативного характера, предполагающих создание творческого продукта

В учебно-методической литературе встречаются труды, посвящённые классификации заданий метапредметного характера. Математические задания с метапредметным компонентом можно разделить по универсальным учебным действиям, которые ученик выполняет в процессе решения: коммуникативные, познавательные, регулятивные и комплексные. В свою очередь каждую группу можно разбить в зависимости от материала метапредметного задания:

- учебные метапредметные задания, ориентированные на работу с базовыми математическими понятиями (например: числа, фигуры, выражения);
- учебно-практические метапредметные задания, ориентированные на решение ситуаций практико-ориентированного характера; как правило они связаны с повседневной жизнью общества, помогают осознать прикладное значения математических знаний;
- учебно-познавательные метапредметные задания, направленные на открытие новых знаний об окружающем мире; требуют применения знаний из других научных областей (например: географии, физики, химии и др.) [19].

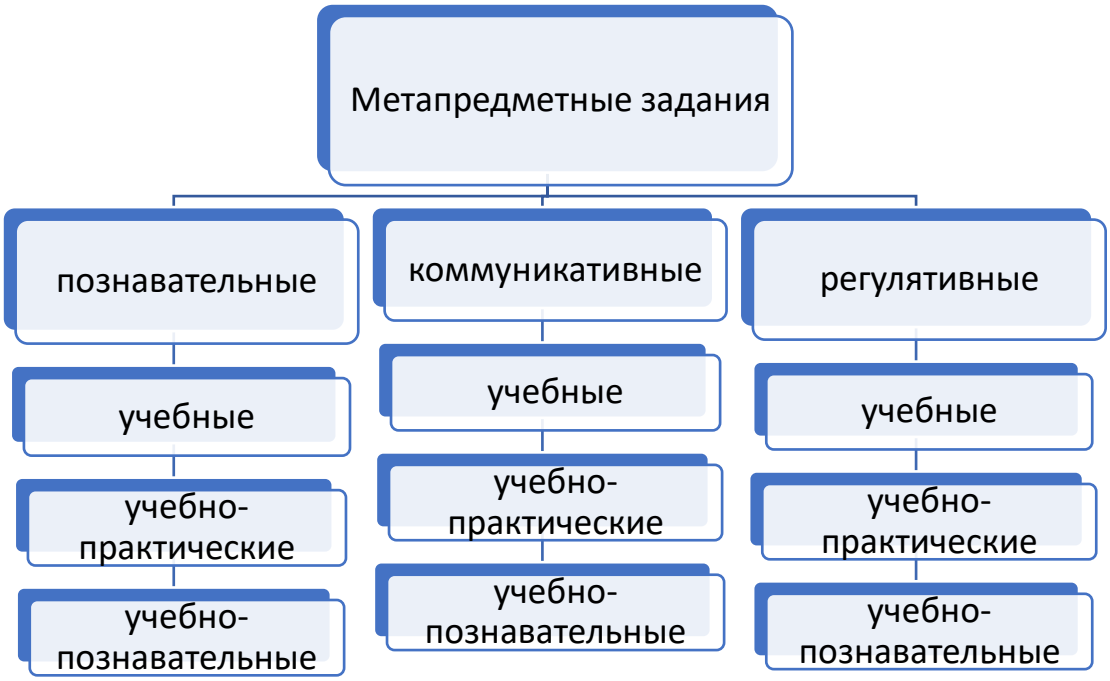


Рисунок 1 - Классификация метапредметных заданий по математике Селькиной Л. В., Худяковой М. А.

В методической литературе встречается похожая классификация. Авторы выделяют задания с преобладанием монопредметности (только в рамках математики); задания метапредметного характера в границах одной дополнительной научной области; задания метапредметного характера в пределах различных научных областей [20].

Можно выделить следующие функции, которые выполняют метапредметные задания в процессе обучения математике:

1) образовательная (помогают в формировании системы знаний, умений и навыков как по математике, так и другим учебным дисциплинам);

2) развивающая (содержание материала заданий направлено на развитие мыслительных процессов учащихся (познавательных, регулятивных, коммуникативных));

3) воспитательная (расширение кругозора учащихся, воспитание культуры логического мышления, выстраивания умозаключений).

Таким образом, метапредметные учебные задания играют важную роль как в математической подготовке учащихся, так и в получении навыков функциональной грамотности.

Отметим преимущества использования метапредметных задания в процессе обучения математике:

1) учебное задание является основной структурной единицей любого типа урока математики;

2) возможность включения в урок любого типа по ФГОС;

3) обеспечивают прочность усвоения математических знаний;

4) показывают практическое приложение математических знаний;

5) способствуют целостному восприятию мира, показывая взаимосвязь различных учебных дисциплин с математикой;

6) развивают базовые учебные действия, которые могут пригодиться не только в математике, но и в других учебных предметах;

7) позволяют повысить мотивацию изучать математику;

8) развивают познавательный интерес учащихся;

9) формируют инициативность и самостоятельность учащихся;

10) позволяют раскрыть творческие способности учащихся;

11) развивают креативное, нестандартное мышление.

В дальнейшем при интерпретации этого понятия будем понимать под метапредметным заданием – серию задач, каждая из которых имеет практико-ориентированный или междисциплинарный характер, для решения которых необходимо применение предметных знаний и универсальных учебных действий.

1.4 Обзор итоговых контрольно-измерительных материалов по математике на наличие метапредметных заданий

Освоение обучающимися образовательной программы по предмету «Математика» заканчивается выполнением заданий государственной итоговой аттестации (ГИА), целью которой является проверка уровня и степени усвоения знаний, умений и навыков в рамках учебной дисциплины.

Государственная итоговая аттестация по математике является обязательной для оценивания уровня освоения как основной, так и средней общеобразовательных программ. Результаты экзаменов по математике необходимы для поступления в любые ВУЗы и колледжи в нашей стране.

ГИА отвечает всем требованиям ФГОС к оценке образовательных достижений учащихся, поэтому система заданий ориентирована на комплексный подход к фиксированию уровня достижения образовательных результатов.

Проследить достижение личностных результатов обучения можно во всех компонентах реализации образовательного процесса. В частности, личностные результаты обучения являются показателем эффективности воспитательной и образовательной деятельности учебного учреждения.

Оценка метапредметных результатов обучения является неотъемлемой частью государственной итоговой аттестации. При разработке заданий, ориентированных на оценивание познавательных, регулятивных и коммуникативных универсальных учебных действий придерживаются 2 направлений: 1) содержание заданий предполагает выход за пределы учебного предмета и ориентировано на решение ситуаций из реальной жизни; 2) создаются группы заданий направленные на оценку определенного умения или группы умений на материале различных учебных предметов. Такие подходы позволяют сделать вывод «от частного к общему»: дают основание судить о достижении метапредметных результатов обучения образовательной программы в целом.

Исходя из этого, необходимо проанализировать материалы основного государственного экзамена (ОГЭ) и единого государственного экзамена (ЕГЭ) на наличие заданий, оценивающих метапредметные достижения учащихся.

Основной государственный экзамен содержит 25 заданий: 19 – с кратким ответом; 6 – с развёрнутым ответом.

Задания № 1 – 5 имеют ярко выраженное метапредметное содержание. Тематика этой группы заданий:

№ 1. Шины, сараи, печки;

№ 2. Простейшие текстовые задачи;

№ 3. Прикладная геометрия: площадь;

№ 4. Прикладная геометрия: расстояние;

№ 5. Выбор оптимального ответа.

Перечисленные задания объединены в одну группу, потому что опираются на один текст, который как правило сопровождается рисунками, схемами, таблицами. В названии заданий прослеживается прикладной характер математических знаний. Они ориентированы на умения учащихся использовать приобретённые знания в практической деятельности и реальной жизни. Успешное выполнения заданий гарантируется умениями анализировать тексты, таблицы и рисунки, строить простейшие математические модели и исследовать их.

Задание № 12 «Вычисление по формуле» предполагает при выполнении применение познавательных универсальных учебных действий. Содержание некоторых заданий излагается как в контексте жизненных ситуации (расчёт стоимости поездки, стоимости колодца), так и в контексте учебного предмета «Физика» (формулы центростремительного ускорения, полной механической энергии тела, законы Ньютона). Встречаются задания на вычисление по математическим формулам (длина окружности, площадь ромба, площадь треугольника).

С точки зрения метапредметного подхода рассматривается понятие «прогрессия» в задании № 14. Задание представляет собой текстовую задачу. Понятие «арифметическая прогрессия» показывается через ситуации из реальной жизни: покраска забора, прокладывание тоннеля, тренировки, приём лекарств и др. Задания, направленные на применение знаний о геометрической прогрессии, излагаются в контексте других наук: экономики, физики, медицины, биологии.

Среди заданий с развернутым ответом метапредметный характер имеет задание № 21 «Текстовые задачи». Задания предполагают моделирование реальных жизненных ситуаций на языке алгебры, основываясь на условиях задачи, а также исследование построенных моделей. Данный блок содержит задачи на смеси, сплавы, проценты; движение по прямой, по воде; на совместную работу. Задания ориентированы на проверку сформированности познавательных УУД – умение работать с текстовой информацией, учебной задачей (выбирать способ решения, сравнивать варианты решений, выбирать наиболее подходящий). Стоит отметить, что решение задач на сплавы и смеси возможно не только средствами математики, но и химии; задач на движение – средствами физики.

Так, в контрольно-измерительных материалах основного государственного экзамена содержится 8 заданий метапредметного характера [18].

Единый государственный экзамен по математике разделён на 2 уровня сложности: базовый и профильный.

Экзамен профильного уровня по математике содержит 19 заданий, которые распределены по 2 частям: часть 1 – 12 заданий с кратким ответом, часть 2 – 7 заданий с развёрнутым ответом.

Метапредметный характер имеют задания №4 «Начала теории вероятностей» и №5 «Вероятности сложных событий», которые представляют собой практико-ориентированные текстовые задачи, как правило содержащие указание отыскать вероятность определенных событий, речь о которых идёт в условии задачи. Задания проверяют умение строить простейшие математические модели и исследовать их, а также умение применять полученные математические знания в повседневной жизни и практической деятельности. Задание №9 «Задачи с прикладным содержанием» ориентировано на умение исследовать математические модели реальных жизненных ситуаций. Для решения задания ученик работает с формулой, которая уже предлагается в тексте. Формула

описывает закономерности изменения величин, о которых идёт речь в задаче, чаще всего она берётся из научной области «Физика». Так, решая данное задание, учащиеся могут повторить знания из другой учебной дисциплины. В задании №10 «Текстовые задачи» учащиеся в первую очередь составляют модель реальной ситуации, а затем работают с ней с целью поиска ответа на вопрос задачи. Во второй части практико-ориентированный характер имеет № 16 «Финансовая математика». Оно учит учащихся навыкам финансовой грамотности, показывая реальное значение математики в сфере экономики. Также в №19 «Числа и их свойства» существует раздел с сюжетными задачами про кино, театр, мотки веревок и др.; в разделе «Числа и их свойства» существует задание про шахматную партию [17].

Варианты ЕГЭ базового уровня по математике в 2024 году будут содержать 21 задание с кратким ответом. В спецификации делается акцент на то, что задания проверяют уровень освоения базовых умений и навыки применения приобретённых математических знаний в практико-ориентированных заданиях, повседневной жизни.

Задание №1 «Простейшие текстовые задачи» направлено на то, чтобы учащиеся научились выполнять округление с недостатком посредством решения задач на вычисление стоимости покупки или услуги, заполнение шкафов книгами; задачи на округление с избытком излагаются в контексте самых разнообразных повседневных ситуаций (например, приём лекарств, ремонт квартиры, покраска потолка, приготовление маринада и др.).

Задание №2 проверяет умение оценивать размеры объектов окружающего мира. Учащемуся необходимо установить соответствие между величинами и их возможными значениями. Для успешного выполнения ученик должен знать единицы измерения массы, длины, времени, объема, площади, которые можно встретить во многих областях повседневной жизни.

Чтобы выполнить задание №3 необходимо уметь извлекать необходимую информацию из графиков, таблиц и диаграммам, которые моделируют реальные

жизненные ситуации. На диаграммах часто показываются среднемесячная температура, количество посетителей сайта, распределение выплавки меди и цинка в странах мира, средний балл учащихся из различных стран мира при тестировании по математике, данные о длине рек России и др. В таблицах приведены размеры штрафов за превышение максимальной разрешенной скорости, результаты соревнований, налоговые ставки на автомобили и др. Графики отражают изменения атмосферного давления, зависимость крутящегося момента двигателя от числа его оборотов в минуту, процесс разогрева двигателя легкового автомобиля, изменения температуры воздуха, суточное количество осадков, цену нефти, никеля и золота, курсы различных валют и т.д.

Задание №4 «Преобразования выражений» аналогично заданию № 12 «Вычисление по формуле» в ЕГЭ по математике профильного уровня.

Несомненно, метапредметный характер имеет задание №5 «Начала теории вероятностей», где задание излагается в рамках жизненных ситуаций.

Задание №6 «Выбор оптимального варианта» предполагает работу с информацией, содержащейся в текстах и таблицах, а иногда необходимо воспользоваться и формулой.

Задание №7 содержит материал практико-ориентированного характера, предполагает работу с информацией, графиками, рисунками, диаграммами.

На работу с утверждениями, которые сформулированы в контексте реальной жизни, направлено задание №8.

Содержание задания № 9 «Задачи на квадратной решётке» имеет метапредметную направленность в разделах задачи на картах, план местности.

В прикладном значении раскрывается геометрия как на плоскости, так и пространстве в заданиях №10,11. Модели геометрических фигур в этих задачах иллюстрируют объекты из жизни.

Практико-ориентированные текстовые задачи представлены в №15 и №20. В №15 «Простейшие текстовые задачи» представлены задания на проценты и округление, а в № 20 «Текстовые задачи» - на проценты, сплавы, смеси; на

движение по прямой, по окружности, по воде; на совместную работу; на прогрессии. Текстовые задачи также встречаются в №21 «Задачи на смекалку» [16].

Подводя итог анализа вариантов единого государственного экзамена по математике, можно утверждать, что: в базовом уровне присутствует 13 заданий с метапредметным содержанием, а в профильном – 6 заданий (таблица 5).

Таблица 5 - Доля заданий с метапредметным компонентом в государственных итоговых экзаменах по математике

Форма государственной итоговой аттестации	Количество заданий с метапредметным компонентом	Всего заданий	Доля заданий с метапредметным компонентом среди всех заданий, %
ОГЭ	8	25	$= 32\%$
ЕГЭ (базовый уровень)	13	21	$\approx 61{,}9\%$
ЕГЭ (профильный уровень)	6	19	$\approx 31{,}6\%$

Стоит отметить, что к метапредметному заданию можно отнести только задачи №1-5 основного государственного экзамена, потому что задания объединены общей смысловой линией и удовлетворяют всем требованиям заданий данного типа. Остальные выделенные задания в вариантах как ОГЭ, так и ЕГЭ можно назвать лишь заданиями с метапредметным компонентом, т.е. одиночными задачами, содержание которых излагается в контексте реальной жизни или других учебных дисциплин, выполнение которых предполагает применение предметных знаний и универсальных учебных действий.

Глава 2. Методические аспекты использования метапредметных заданий в процессе обучения математике

2.1. Основы проектирования метапредметных заданий учителем

Размышляя о вопросе проектирования метапредметных заданий учителем математики, стоит выделять 2 аспекта:

1) проектирование метапредметного учебного задания, как целостно организованной системы;

2) проектирование типовых задач применения универсальных учебных действий.

Е. В. Позднякова и Г. А. Малышенко предложили модель разработки метапредметного задания, связанную с описанием особенностей проектирования каждого компонента заданий указанного типа. Рассмотрим каждый из компонентов.

Целевой компонент. Ключевая задача данного этапа – цели метапредметного учебного задания, которые бы определяли те предметные, метапредметные и личностные образовательные результаты, которые ученик получит в результате его выполнения. Цель должна соотноситься с требованиями к результатам освоения конкретной дидактической темы в соответствии с этапом изучения данного материала (этап формирования знания, этап совершенствования и закрепления знаний, этап обобщения и систематизации знаний, этап контроля и коррекции ЗУН). Определяя цель метапредметного учебного задания, учителю необходимо ориентироваться на критерии SMART: конкретизируйте, чётко определите какой результат получат учащиеся после выполнения задания; установите критерии, по которым можно будет судить об успешности выполнения задания; подбирая материал, ориентируйтесь на зону ближайшего развития учащихся, тот уровень математической подготовки, который имеют ученики на данный момент; цель

задания должна быть согласована с целью урока, на котором мы используем указанное задание; определите какое время потребуется для выполнения задания.

Теоретический компонент. Определяет идейные основы создания метапредметных заданий по математике. Сюда можно отнести:

- требования системно-деятельностного подхода к обучению;
- особенности учебных заданий с метапредметным компонентом;
- особенности метапредметных заданий в концепции применения по отношению к определенному поколению учащихся.

Содержательный компонент. Предполагает методическую работу учителя по составлению текста метапредметного задания. Результат этой деятельности – законченный, систематизированный текст метапредметного задания, ориентированный на достижение запланированных образовательных результатов по определенной дидактической теме, удовлетворяющий всем требованиям к заданиям данного типа. Содержательный компонент как правило подразделяется на 2 блока: информационный и вопросы-задачи. Информационный блок представляет собой текст, описывающий контекст задания; определенную задачную ситуацию или ту или иную информацию, необходимую для выполнения последующей серии вопросов-задач. Он может включать также таблицы, диаграммы, чертежи, графики, рисунки и т.д. Вопросы-задачи напрямую соотносятся с информационным блоком и направлены на оценку, формирование и развитие предметных знаний и УУД различных групп.

Деятельностный компонент. Является связующим между деятельностью учителя и учащихся по работе с метапредметным заданием. Определяются методы, приемы, формы и средства обучения, которые будут применены в процессе выполнения метапредметного учебного задания.

Рефлексивно-оценочный компонент. На данном этапе прописываются критерии оценки деятельности учащихся по выполнению метапредметного

задания. Формы оценки могут быть как количественные (баллы, шкалы, отметки), так и качественные (рецензия учителя или одноклассника, самооценка, защита). Особого внимания требуют критерии оценки УУД. Авторы модели определяют, что показателем развития УУД является положительная динамика проявления инициативы и самостоятельности учащимся при выполнении метапредметного задания. Оценивание осуществляется в процессе наблюдения с помощью критериальной оценочной рубрики и листа наблюдений. Самооценка учащегося может осуществляться посредством заполнения анкеты, где предлагается оценить по 3-х бальной шкале то, как развивались компоненты групп УУД в результате выполнения работы [11].

Проектирование типовых задач применения универсальных учебных действий подробнее раскрывает содержательный компонент и конкретизирует работу учителя по составлению и/или отбору вопросов-задач. В методической литературе выделяют 2 группы типовых задач: формирования УУД и применения УУД. И в том, и другом понимании типовые задачи могут быть коммуникативные, познавательные, регулятивные, личностные. Существуют классы учебных задач, которые служат своеобразным шаблоном для конструирования задач, направленных на формирование/развитие определенного универсального учебного действия [8], [15].

Конструироваться должна система типовых задач, которая будет применяться в рамках определенной темы/раздела. Она должна обеспечивать достижение образовательных целей в рамках определенной темы/раздела. Прямым результатом решения таких типовых задач должно стать применение или формирование УУД.

Алгоритм действий по проектированию типовых заданий применения УУД:

1. Актуализировать информацию по учебной теме.

2. Определить универсальные учебные действия, которые формируются и/или развиваются при изучении выбранной темы.

3. Отобрать совокупность методов, приемов и средств, которые будут формировать (развивать) отобранные УУД.

4. Выделить учебные действия, которые необходимо проделать учащимся при выполнении составленных задач.

5. Сформировать критерии оценки достижения планируемых УУД по выбранной теме.

Важно понимать, что использование таких типовых заданий не самоцель занятия, их применение должно происходить планомерно и своевременно.

2.2. Методика использования метапредметных заданий в процессе обучения математике

Методика работы с заданием сложный технологический процесс. В методических работах указывается, что решение задания как правило разбивается на несколько этапов. Метапредметные задания по математике представляют собой как правило серию задач, объединенных определенной ведущей идеей. Большой вклад в изучение решения математических задач внёс Д. Пойа. В его книге «Как решать задачу» выделены следующие этапы: мы знакомимся с задачей, мы вникаем в задачу, мы ищем плодотворную идею, мы осуществляем план, мы оглядываемся назад.

За основу описания методики работы с метапредметным заданием при обучении математике возьмем идеи венгерского математика Д. Пойа.

Первый этап решения метапредметного задания «Мы знакомимся с задачей, мы вникаем в задачу», т.е. это непосредственное знакомство с заданием и анализ его формулировки. Учителю математики целесообразно организовать деятельность учащихся по первичному ознакомлению со всем текстом здания, далее важно подробнее осмыслить текст каждой из задач. Советский математик Л. М. Фридман отмечал, что решение задачи — это трудная умственная работа, и чтобы научиться ей необходимо предварительно тщательно изучить тот

материал, над которым ты работаешь: изучить как как устроена задача, из каких составных частей состоит. В результате у учащегося должно возникнуть устойчивое представление об условии задачи.

Далее начинается процедура анализа условий задачи:

- установление и изучение требований (вопросов) задачи;
- каковы условия, которые необходимо учитывать при решении задачи.

Формулировка каждой задачи представляет собой несколько утверждений и требований. Исходя из этого возникает необходимость расчленить формулировку задачи на элементарные условия и элементарные требования. Зачастую этот процесс не совсем простой. Существует ряд задач, в которых, чтобы выделить условия и требования, необходимо переформулировать текст задачи на равносильный исходному. Однако стоит помнить, что условие задачи должно соотноситься с требованием.

Таким образом, можно определить, что глубина анализа задачи будет зависеть от 2 факторов:

1) знакомы ли учащиеся с предложенным видом задачи;

2) знакомы ли учащиеся с общим способом решения задач данного вида.

Анализируя задачу, необходимо также определить какие математические объекты встречаются в тексте, какими характеристиками они обладают. Как правило, если в условии задачи встречается один математический объект, то указывается его основная характеристика; если же объектов несколько (2, 3 или более), то указано их отношение, которое и будет характеристикой.

Практика показывает, что этап анализа важен для дальнейших рассуждений, потому что он позволяет учащемуся овладеть общими способами решения задач.

Метапредметное задание всегда нацелено на развитие навыков читательской грамотности; оно не может быть записано только на символическом языке. Исходя из этого, важно зафиксировать устный анализ

задачи с помощью наглядной схематической записи. Наглядная схема должна демонстрировать условия и требования задачи на языке математических символов. Так, учитель формирует в сознании ребенка убеждение, что любая абстрактная математическая модель, понятие, утверждение возникли из нужд реальной жизни [9].

Исходя из этого можно определить общую последовательность анализа метапредметного задания:

1. Ознакомление с текстом всего метапредметного задания; ознакомление с текстом определенной задачи; размышление о ситуации, описанной в ней.

2. Определение элементарных условий и требований задачи.

3. Определение основных математических объектов задачи и их характеристик.

4. Запись результатов анализа задачи.

Описание последующих этапов работы ориентировано на организацию работы учащихся по решению каждой из задач, входящей в метапредметное задание.

Второй этап «Мы ищем плодотворную идею» направлен на определение и составление плана/схемы решения задачи.

Что значит решить метапредметное задание? Это значит определить математические положения и универсальные учебные действия, применяя которые к условиям и требованиям задания, можно получить то, что требуется в задании.

На этом этапе важно пояснить, что содержание каждой отдельной задачи ориентировано на развитие/формирование определенного компонента группы УУД, посредством работы над математическими объектами.

Задачи метапредметного задания могут быть самыми различными. Наиболее полно описывает спектр возможных задач таксономия Д. Толлингеровой [21], основанная на операциях, необходимых для решения задач (таблица 6).

Таблица 6 - Типология задач Д. Толлингеровой

Тип задач	Формируемые УУД
Задачи мнемического воспроизведения данных	Познавательные общеучебные
Задачи, требующие простых мыслительных операций с данными	Познавательные общеучебные, логические
Задачи, требующие сложных мыслительных операций с данными	Познавательные общеучебные, логические
Задачи, требующие сообщения данных	Регулятивные, познавательные, коммуникативные
Задачи, требующие творческого мышления	Регулятивные, познавательные, коммуникативные, личностные

Описание подробного плана решения задач требуется лишь только для задач, требующих сложные мыслительные операции; творческого мышления. В остальных же случаях как правило уже содержится предписание выполнить определённые действия, при этом сам процесс выполнения не вызывает затруднения у учащихся.

Целью данного этапа является создание плана решения задачи.

Определим схему поиска плана решения:

1. После прочтения и анализа отнесите её к определённому типу/виду.

2. Определите является ли задача стандартной или нестандартной.

2.1. Если задача стандартная, то примените известные способы решения задач данного типа.

2.2. Если задача нестандартная, то возможно несколько способов её решения:

а) способ разбиения, при котором нестандартная задача разбивается на подзадачи стандартного типа;

б) способ переформулирования состоит в том, что путём равносильного перехода от одной формулировки задачи к другой задача сводится к стандартному типу;

в) способ моделирования;

г) поиск решения более общей задачи и перенос результатов её решения на исходную задачу;

д) приём рассмотрения предельного случая при решении частной задачи.

Решая стандартные задачи, как правило ученик использует следующие приёмы: соотносит условия и требования задачи с имеющимися теоретическими требованиями; анализирует условия, выводя необходимые следствия (совершенный, восходящий анализ); анализирует требование, подыскивая необходимые условия выполнения (несовершенный, нисходящий анализ Евклида).

Существует ряд вопросов, ответы на которые существенно продвинут поиск: «С чего мне начать?»; «Что я могу сделать?»; «На что я мог бы натолкнуться?»; «В чём может состоять плодотворность идеи?»; «Что мне делать с неполной идеей?»; «Чего я смогу этим добиться?».

Третий этап решения метапредметного задания по математике – «Мы осуществляем план». Целью данного этапа является получение ответа на требование задачи, выполняя все действия плана решения.

Результаты предыдущих этапов приобретают письменное подробное оформление. Существенным требованием данного этапа является правильное оформление записи решения задач: запись содержит информацию об условиях и требованиях задачи; в записи должны чётко прослеживаться пункты решения; запись пунктов решения содержит теоретические обоснования.

Стоит отметить, что 3 и 4 этапы как правило на практике осуществляются совместно: поиск плана решения совмещается с осуществлением этого плана.

Пятым этапом решения метапредметного задания: «Мы оглядываемся назад».

На данном этапе решаются следующие вопросы:

- проверка правильности решения задачи;
- формулирование ответа задачи;
- исследование задачи.

Необходимость рассмотрения первых двух вопросов диктуется содержанием задачи. Исследование задачи является обособленным этапом лишь при решении задач на построение с помощью циркуля и линейки.

В некоторых источниках предлагается дополнить данный этап познавательным анализом задачи, который предполагает: исследование хода решения задачи; поиск и осуществление других путей решения задачи; формулирование новых задач на основе исходной и их решение. Работа по познавательному анализу задачи, несомненно, позволяет реализовать развивающие функции задач.

Таким образом, работа с задачами, требующими сложные мыслительные операции; творческого мышления это сложный технологический процесс, состоящий из нескольких последовательных этапов. Доминирующим требованием для успешного решения данных типов задач является высокий уровень усвоения математических знаний. Однако не мало важным является умение находить применение теоретическим сведениям. Процесс решения косвенно предполагает применение универсальных учебных действий всех групп.

Задачи, требующие воспроизведение данных, выполнение простых мыслительных операций с данным не требуют серьёзной методической работы. Эффективность их выполнения гарантируют познавательная активность учащихся и владение универсальными учебными действиям. Возникновение трудностей при их выполнении решается словесными методами – разъяснением и инструктированием. При необходимости учитель может показать пример выполнения или оформления задач данных типов.

Задачи, требующие сообщение данных, предполагают высокую степень самостоятельности учащихся. Для задач данного типа учителю важно определить структуру представления материала и критерии оценивания. При необходимости учащимся сообщается список возможных источников требуемых данных.

2.3. Разработка системы метапредметных заданий по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы

Систематическое использование метапредметных учебных заданий на уроках математики позволяет учащимся познакомиться с практическими возможностями математического образования, обогатить представления о взаимосвязи наук, а также развить/сформировать учебные действия, которые необходимы в процессе обучения любой учебной дисциплине.

Представленная далее система заданий, разработанная по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы, может быть использована на уроках любой направленности с целью планомерного достижения метапредметных результатов обучения математике. Система метапредметных заданий составлена на основе содержания источников [1], [2], [5], [6], [10].

Метапредметное задание № 1

Название: Когда помогаешь, тогда запоминаешь.

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60°».

Вид метапредметного задания: учебное.

Текст

Маша - ученица 8 класса. У нее возникли трудности в изучении темы по математике «Соотношение между сторонами и углами прямоугольного треугольника».

Задача 1.

Составьте план-памятку, которая бы помогла Маше запомнить, что такое синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника.

Задача 2.

Маша заполнила таблицу 7, где в первой строке даны стороны треугольника ABC (∠B – прямой), а в остальных – вычислены синус, косинус и тангенс острого угла C.

Таблица 7 – Синус, косинус, тангенс острого угла треугольника ABC

	AB=3, BC=4	BC=12, AC=13	AB=6, AC=10
$sin\angle C$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{13}$	0,8
$cos\angle C$	$\frac{4}{5}$	$\frac{12}{13}$	0,8
$tg\angle C$	$\frac{3}{5}$	$\frac{5}{12}$	0,75

Проверьте и оцените её работу, используя таблицу 8. При необходимости исправьте ошибки, зачеркнув неверное число в таблице и записав рядом верное.

Таблица 8 – Система оценивания

Отметка «5»	Ошибок нет
Отметка «4»	1-2 ошибки
Отметка «3»	3 ошибки
Отметка «2»	4 и более ошибок

Отметка: _____.

Задача 3.

Маша решает задачу: «В прямоугольном треугольнике ABC (∠C =90°), CE ⍰AB, CD – медиана, AB=4, ED= $\sqrt{3}$. Найдите углы треугольника».

Сформулируйте вопросы, ответы на которые помогут Маше решить задачу. Дайте ответы на поставленные вопросы.

Задача 4.

Маше необходимо на основе предложенной модели (рисунок 2) составить несколько вопросов к задаче и решить их. Помогите Маше выполнить задание.

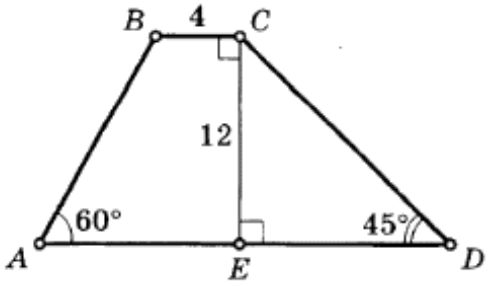


Рисунок 2

Метапредметное задание № 2

Название: Тайны Египетского треугольника.

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника».

Вид метапредметного задания: учебно-познавательное.

Текст

Одним из наиболее известных треугольников в математике считается Египетский треугольник. А вы когда-нибудь задумывались почему он так называется? Дело в том, что своё название он получил в Древнем Египте, где его повсеместно использовали для построения прямых углов на местности.

Задача 1.

Известно, что катеты Египетского треугольника равны 3 и 4 единицам. Определите, чему равна гипотенуза такого треугольника?

Задача 2. Заполните таблицу 9 для треугольника ABC, ∠C=90°, AC=3, BC=4.

Таблица 9 -Значения синуса, косинуса и тангенса острого угла Египетского треугольника

$sin\ A$	
$cos\ A$	
$tg\ A$	

Задача 3.

Перечислите теоретические утверждения, которые вы использовали, чтобы заполнить таблицу 9?

Задача 4.

Египтяне строили прямой угол с помощью обычной верёвки, на которой через равные расстояния завязаны тринадцать узелков. Чтобы отрезки на веревке были одинаковые, узелки завязывали вокруг колышков, вбитых в землю на равном расстоянии друг от друга. В чём состоит «верёвочный» способ построения прямых углов на поверхности земли?

Ответ. Тринадцать узелков на веревке образуют _____ отрезков. Верёвку натягивают так, чтобы получить треугольник со сторонами __, __ и 5 отрезков. Больший угол такого треугольника равен _____.

Задача 5.

Известно, что термин «Египетский треугольник» придумал Пифагор. Подготовьте сообщение о научных открытиях этого учёного и обсудите их в классе.

Метапредметное задание № 3

Название: Тригонометрия «на воде».

Дидактическая тема: «Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60°».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

Командир экипажа самолёта сообщает по рации капитану рыболовецкого судна, что он находится над косяком рыбы, причём самолёт летит на высоте $H \approx 950$ м. С судна определяют угол $\alpha \approx 30°$ возвышения самолёта (рисунок 3).

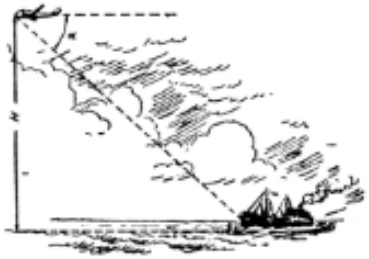


Рисунок 3

Задача 1.

Вычислите расстояние судна от косяка рыбы.

Задача 2.

Расскажите основную идею решения задачи.

Задача 3.

Составьте формулу, с помощью которой можно решить все задачи данного типа.

Задача 4.

Маячная комната, предназначенная для розжига маяка, находится на высоте 68 метров над уровнем моря. Смотритель, находящийся в маячной комнате, видит корабль, плывущий по морю, под углом понижения $\alpha \approx 60°$. С помощью формулы, полученной в задаче 3, определите расстояние от корабля до маяка.

Метапредметное задание № 4

Название: День летнего солнцестояния

Дидактическая тема: «Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60°».

Вид метапредметного задания: учебно-познавательное.

Текст

В день летнего солнцестояния (22 июня) в полдень в Мурманске длина тени человека равна его росту. Это пик полярного дня.

Задача 1.

Под каким углом к поверхности земли в этот момент падают солнечные лучи? Решите задачу для своего роста.

Задача 2.

Будет ли зависеть найденный угол от местоположения человека? Обсудите этот вопрос в классе.

Задание 3.

Зависит ли решение задания 1 от роста человека? Докажите свою точку зрения.

Задача 4. Каким существенным признаком обладает фигура, о которой идёт речь в задаче?

Задача 5. Докажите теорему «В равнобедренном треугольнике углы при основании равны» для прямоугольного треугольника.

Метапредметное задание № 5

Название: Высота телевизионной башни г. Пензы.

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое, учебно-познавательное.

Текст

Одним из самых высоких сооружений в Пензе считается телевизионная башня (рисунок 4). Она была возведена как центральная часть телецентра в 1957 году. Место постройки выбрано таким образом, чтобы с возвышенности сигнал смог охватить максимальное пространство.

Рисунок 4 – Телевизионная башня города Пенза

Задача 1.

Для определения высоты таких высоких сооружений как телебашни зачастую используют следующий способ.

Чтобы измерить высоту телевизионной башни г. Пензы, измерили угловым инструментом угол возвышения α. Расстояние угломера от основания башни равно a, высота угломерного инструмента h.

Изобразите модель описанного способа измерения. Каким элементом в изображенной конфигурации является высота телевизионной башни?

Задача 2. Установите соответствие между словесной формулировкой и формулой для нахождения катета прямоугольного треугольника (рисунок 5).

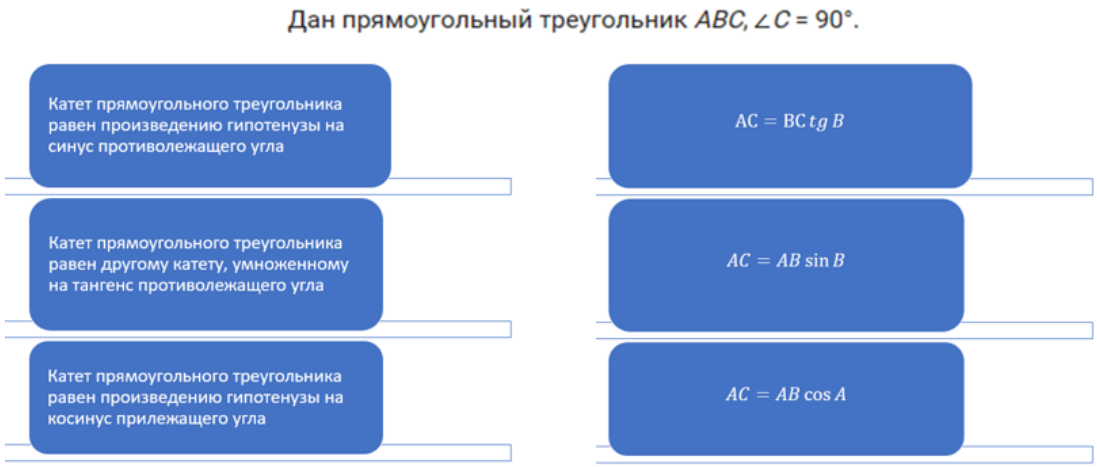


Рисунок 5

Задача 3. Выберите одну из формул для нахождения катета прямоугольного треугольника с помощью неё вычислите приближенное значение высоты телевизионной башни, если $\alpha \approx 45°; a \approx 178{,}8$ м, $h \approx 1.2$ м.

Задача 4. Какие способы измерения высоты объектов с помощью знаний из математики вы знаете? На каких принципах основаны эти способы?

Метапредметное задание № 6

Название: Железнодорожное строительство

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

Математика встречается в самых различных областях жизни человека. Решив следующие задачи, вы сможете узнать для чего используется математика при строительстве железной дороги.

Задача 1.

Поперечное сечение железнодорожной насыпи имеет форму равнобочной трапеции. Насыпь имеет в верхней части ширину 60 м, длина откосов равна $24/\sqrt{3}$ м. Угол наклона откосов к поверхности земли 60°.

Придумайте с соседом по парте задачу к данному тексту и решите её вместе.

Задача 2.

Горная железная дорога поднимается каждые 30 м пути на расстояние 2 метра. Найдите угол подъёма железной дороги.

Задача 3.

Вставьте пропуски в формулировке и доказательстве теоремы так, чтобы они были верными.

Теорема. Если _____ одного прямоугольного треугольника равен _____ другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов _____, _____ этих углов равны и _____ этих углов равны.

Доказательство. Пусть АВС и $A_1B_1C_1$ – два прямоугольных треугольника с прямыми углами С и C_1и равными острыми углами А и A_1. Треугольники АВС и $A_1B_1C_1$ _____ по _____ признаку подобия треугольников, поэтому

$\frac{___}{A_1B_1} = \frac{BC}{___} = \frac{___}{A_1C_1}$.

Из этих равенств следует, что $\frac{BC}{AB} = \frac{___}{A_1B_1}$, т.е. _____ = _____. .

Аналогично $- = -$, т.е. $cos\, A = cos\, A_1$.

$\frac{BC}{AC} = \frac{B_1C_1}{___}$, т.е. $\mathrm{tg}\, A = \mathrm{tg}\, A_1$.

Задача 4.

К какой из задач применима теорема из задания 3? Почему?

Метапредметное задание № 7

Название: Сооружение крыши дома

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60°».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

Строительство дома не обходится без сооружения крыши. Расчёт кровли начинается с определения угла наклона. Угол наклона может быть различным. Выделяют 4 типа крыш в зависимости от её угла наклона (таблица 10).

Таблица 10 – Виды крыш в зависимости от её угла наклона

Высокие	45°-60°
Скатные	30°-45°
Пологие	10°-30°
Плоские	10° и менее

От наклона крыши зависит площадь скатов, ветроустойчивость и снеговая нагрузка.

Задача 1.

Витя строит дом прямоугольной формы. Его измерения: ширина – $8\sqrt{3}$ метров, длина - 14 метров. Высота конька крыши 4 метра. Определите, какой вид крыши будет иметь дом Вити?

Задача 2.

Вычислите площадь кровли крыши в квадратных метрах, если края крыши отступают от стен на полметра. Изобразите модель кровли крыши.

Задача 3.

Запишите значения тригонометрических функций для углов 30°, 45° и 60°, используя изображения прямоугольных треугольников со сторонами 1,1, $\sqrt{2}$ и $\sqrt{3}$, 2,1 (рисунок 6). Поясните, как пользоваться этим приёмом быстрого

восстановления в памяти значений синуса, косинуса и тангенса углов 30°, 45° и 60°.

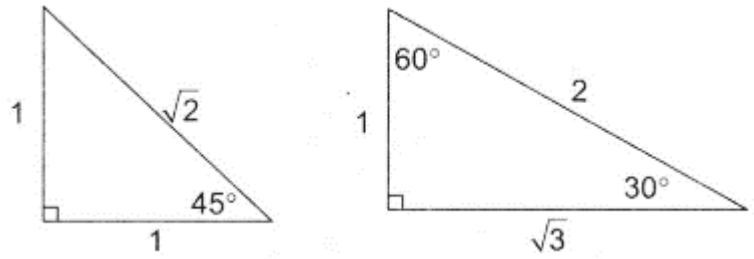


Рисунок 6

$\sin 30° =$ __ , $\cos 30° =$ ___ , $\text{tg}\, 30° =$ ___

$\sin 45° =$ __ , $\cos 45° =$ ___ , $\text{tg}\, 45° =$ ___

$\sin 60° =$ __ , $\cos 60° =$ ___ , $\text{tg}\, 60° =$ ___

Приём основан на определении _____ острого угла прямоугольного треугольника.

Задача 4.

Для дома длиной 5 см, высотой 3 см изобразите крышу. Выберите угол наклона ската, который вам нравится (30°, 45° или 60°). Какая длина конька вашей крыши?

Метапредметное задание № 8

Название: Покупка телевизора

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60°».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

Выбор телевизора зависит от многих факторов. Важно, чтобы просмотр ТВ был не только увлекательным, но и безопасным для здоровья. Так, диагональ телевизора следует выбирать, исходя из того, на каком расстоянии вы будете сидеть перед экраном.

Рисунок 7

Задача 1.

Семья Ивановых прибыла в магазин электронной техники. Консультант предложил семье Ивановых 3 телевизора из обозначенного ценового сегмента (рисунки 8,9,10).

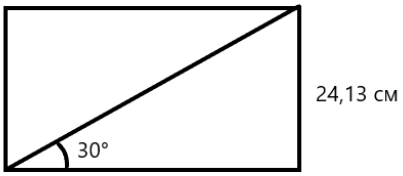


Рисунок 8 - Характеристика телевизора 1

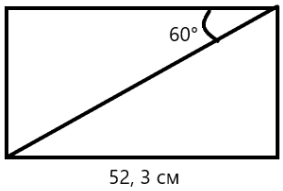


Рисунок 9 - Характеристика телевизора 2

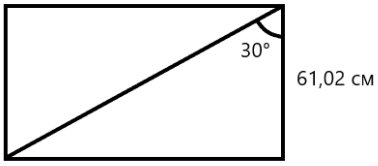


Рисунок 10 - Характеристика телевизора 3

Вычислите диагональ каждого из телевизоров в дюймах (1 дюйм = 2,54 см).

Задача 2. Используя данные инфографики (рисунок 1), определите какой телевизор необходимо выбрать семье Ивановых, если расстояние от стены, на которой будет висеть телевизор, до дивана 2,4 метра.

Задача 3.

Раньше у семьи Ивановых был телевизор «Горизонт». Стороны такого телевизора равны 27 см и $27\sqrt{3}$ см. Определите угол наклона диагонали телевизора к его сторонам.

Метапредметное задание № 9

Название: Зачем пилоту самолёта знать тригонометрию?

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника. Значения синуса, косинуса и тангенса для углов 30°, 45°, 60°».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

Математика нужна человеку не только на земле. Даже пилоты изучают тригонометрию, например для расчётов углов ветра, навигации, при взлете и посадке самолета.

Задача 1.

Самолёт летит над городом П. на высоте 800 м. Пилот начал приземление на аэродром, находящийся в 5 км от города П. Какой будет в среднем тангенс угла приземления самолёта?

Задача 2.

На основании задачи 1 была сформулирована более общая задача. Заполните пропуски в формулировке и решении данной задачи.

Задача: «В прямоугольном треугольнике ABC (∠C=90 °) _____ равны ___ и ____. Выразите через ___ и ____ тангенсы _____ углов треугольников.

Решение.

По теореме Пифагора:

$AB^2 = ____ + ____$

$AB = \sqrt{___ + ____}$

Из определения:

$\mathrm{t}g\ \angle A = — = —$

$\mathrm{tg}\ \angle B = — = —$

Задача 3.

Самолёт начинает взлетать с аэродрома. В 400 м от места взлета посажены деревья, высота которых не превышает 10 метров. Какой угол подъёма должен придать пилот самолёту, чтобы не задеть деревья?

Метапредметное задание №10

Название: Почувствуй себя спелеологом.

Дидактическая тема: Теорема синусов.

Вид метапредметного задания: учебно-познавательное.

Текст

Спелеологи – это люди, занимающиеся исследованием пещер. Приступая к изучению пещер, они определяют её местоположение и размеры. Пещеры как правило относят к тому или иному типу карстовой полости (грот, колодец или шахта). Одним из параметров, по которому можно отнести пещеру к определенному типу карстовой полости, является высота свода. Профессиональные исследователи измеряют высоту свода с помощью специальных приборов.

Задача 1.

Прочитайте описание более простого, но менее точного способа измерения высоты свода пещеры.

Два спелеолога находятся на горизонтальной поверхности на определённом расстоянии друг от друга. Они направляют фонари на свод пещеры таким образом, чтобы они пересеклись в одно точке (пересекающиеся лучи образуют световое пятно). После необходимо измерить углы между направлениями на световое пятно и на другого спелеолога.

Используя представленное выше описание способа измерения высоты свода пещеры, постройте наглядную математическую модель.

Задача 2.

Как, зная расстояние между спелеологами l, значения двух углов α и β, прилежащих к стороне l, рассчитать высоту h свода пещеры? Сделайте это 2 способами.

1 способ.

1) $b = \frac{l \sin\beta}{_____}$;

2) $h = b * _____$;

3) $h = \frac{}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$.

2 способ.

1) $b = \frac{l \sin\beta}{_____}$;

2) $S_\Delta = _____$ и $S_\Delta = _____$;

3) $\frac{1}{2}lh = \frac{1}{2}$ _____,

$h = _____$;

4) $h = \frac{}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$.

Задача 3.

Выберите среди приведенных утверждений те, которые вы использовали для решения задачи 2, и переведите их на математический язык.

1. Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними.

2. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

3. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение двух других сторон, умноженное на косинус угла между ними.

4. Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру.

Метапредметное задание № 11

Название: Как высоко летят облака над Землей?

Дидактическая тема: Теорема синусов.

Вид метапредметного задания: учебно-познавательное.

Текст

Опасные природные явления как правило имеют множество «предвестников». Одним из параметров, по которым прогнозируются такие явления, является высота нижней границы облаков над поверхностью Земли. При профессиональном изучении измерения производятся с использованием специального оборудования.

Задача 1.

Прочитайте описание более простого, но менее точного способа измерения высоты нижней границы облаков над поверхностью Земли.

Два прожектора устанавливаются на горизонтальной поверхности на определённом расстоянии друг от друга. Лучи, исходящие из прожекторов, направляют на облако так, чтобы они пересеклись в одно точке (пересечение образует совпавшее световое пятно). После этого измеряют углы между направлениями на световое пятно и на другой прожектор.

Используя представленное выше описание способа измерения высоты свода пещеры, постройте наглядную математическую модель.

Задача 2.

Как, зная расстояние между прожекторами l, значения двух углов α и β, прилежащих к стороне l, рассчитать высоту h нижней границы облаков над поверхностью Земли? Сделайте это несколькими способами.

Задача 3.

Составьте памятку решения треугольника по стороне и двум прилежащим углам (рисунок 11).

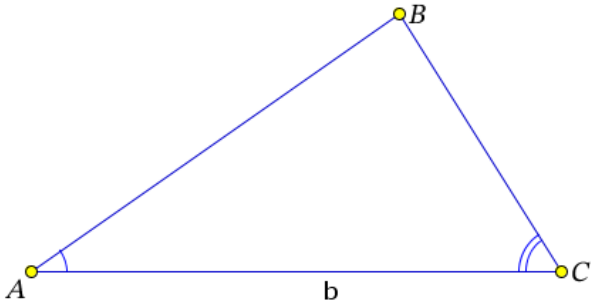


Рисунок 11

$\angle B = $ _____

$a = $ _____

$c = $ _____

Задача 4.

Дан остроугольный треугольник ABC (рисунок 12). По данным известным элементам треугольника определите можно ли вычислить оставшиеся.

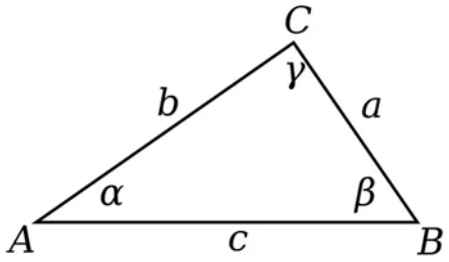


Рисунок 12

1) угол γ, стороны a и c;

2) угол β, стороны a и c;

3) углы α, β, γ ;

4) сторона a и угол α ;

5) стороны a, b, c.

Метапредметное задание №12

Название: Формула попадания мяча в ворота.

Дидактическая тема: «Решение треугольника по трём сторонам».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

Математика имеет непосредственное отношение к футболу. Зачастую на тренировках футболист решает математические задачи для развития быстроты мышления.

Задача 1.

Тренер футбольной команды на тренировке представил следующую задачу: «Футбольный мяч находится на расстоянии 23 м от основания левой штанги и 23 м от основания правой штанги ворот. Ширина футбольных ворот 7 м. Определите угол попадания мяча в ворота».

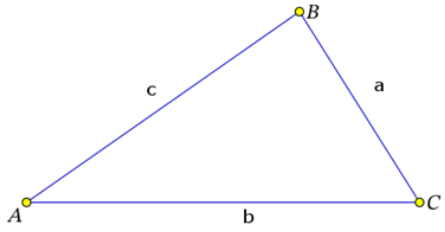
Почувствуй себя игроком футбольной команды и реши эту задачу от тренера.

Задача 2.

Найди оставшиеся элементы треугольника, используя данные задачи 1.

Задача 3. Обсудите, как решить треугольник по трём сторонам в общем виде. Результаты обсуждения внесите в таблицу 11.

Таблица 11 – Решение треугольника по трём сторонам

Данные элементы треугольника	Стороны a, b, c
Рисунок	
Формулы для нахождения неизвестных элементов треугольника	$\cos A = \frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$ $\cos B = \frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots\dots}$ $\angle C = _____$

Задача 4. Среди предложенных задач выберите ту, в которой необходимо решить треугольник по 3 сторонам. Решите выбранную задачу.

1. В треугольнике EKP EP=0,75; ∠P=40°, ∠K=25°. Найдите PK.

2. В треугольнике ABC a=20, b=48. Радиус описанной около треугольника окружности равен 25. Найти площадь треугольника.

3. В треугольнике ABC a=28, b=35. Полупериметр треугольника равен 52, 5. Найдите угол, лежащий против меньшей стороны.

Метапредметное задание №13

Название: Строительство железной дороги.

Дидактическая тема: «Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое, учебно-познавательное.

Текст

При строительстве железной дороги потребовалось проложить подземный тоннель от пункта A до пункта B. Однако измерить непосредственно расстояние между пунктами невозможно.

Задача 1.

Прочитайте текст, в котором содержится описание способа нахождения расстояния между пунктами A и B, предложенный одним из строителей железной дороги.

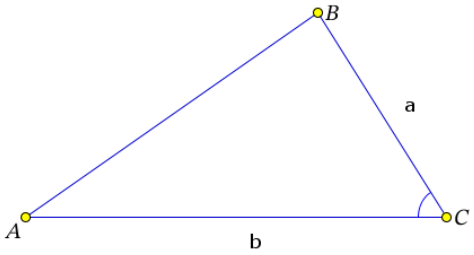
Способ. Необходимо определить некоторый пункт C, из которого мы сможем увидеть и пункт A, и пункт B. После чего измеряем расстояние между пунктами A и C, C и B. С помощью специального прибора измерим ∠ACB. Этого будет достаточно, чтобы определить расстояние между пунктами A и B.

Используя информацию текста, определите длину AB, если AC=320 м, BC=400 м, ∠ACB=135°.

Задача 2. Найдите оставшиеся элементы треугольника, используя данные задачи 1.

Задача 3. Заполни таблицу 12. Проверь таблицу соседа по парте, выделив критерии оценивания.

Таблица 12 – Решение треугольника по двум сторонам и углу между ними

Данные элементы треугольника	Стороны a, b, угол C
Рисунок	
Формулы для нахождения неизвестных элементов треугольника	$c =$ _____ $\cos A = \frac{\dots\dots\dots\dots}{\dots\dots\dots\dots}$ $\angle B =$ _____

Задача 4. Расскажи основную идею решения треугольника по двум сторонам и углу между ними.

Метапредметное задание №14

Название: Расстояние между недоступными пунктами

Дидактическая тема: «Теорема косинусов».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое.

Текст

При проведении измерительных работ на местности часто встречается случай, когда необходимо определить расстояние между двумя недоступными пунктами. В этом случае могут помочь знания из математики.

Задача 1. Чтобы определить расстояние между пунктами А и В, которые непосредственно измерить нельзя, выбрали третий пункт С. Из пункта С видны

и доступны оба пункта A и B. После измерений выяснилось, что расстояние между пунктами B и C равно 100 м, а между пунктами A и C – 80 м. С помощью астролябия (прибор для измерения горизонтальных углов на местности) измерили ∠ ACB = 60°. Можно ли используя эти данные определить расстояние между пунктами A и B?

Задача 2. Заполните пропуске в формулировке теоремы косинусов:

Квадрат _____ _____ равен _____ квадратов _____ других сторон _____ удвоенное _____ этих сторон, умноженное на _____ угла между ними.

Задача 3. Используя рисунок 13, запишите теорему косинусов для каждой из сторон треугольника ABC.

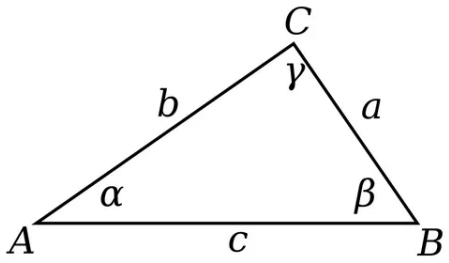


Рисунок 13

$a^2 =$ _____

$b^2 =$ _____

$c^2 =$ _____

Задача 4.

Составьте план доказательства теоремы косинусов для треугольника ABC со сторонами AB=c, BC=a, CA=b.

Задача 5. Докажите теорему косинусов, если ∠A>90° и ∠A=90°.

Задача 6. Определите этим способом расстояние между двумя предметами на школьном дворе.

Задача 7. Из некоторой точки A, расположенной на высоте 22 м над уровнем моря, две точки берега реки видны под углами понижения $\alpha_1 \approx 60°$ и $\alpha_2 \approx 30°$. Углы понижения расположены в плоскости, которая перпендикулярна

к направлению реки. Как определить ширину реки в наблюдаемом месте? Решите задачу, используя теорему косинусов.

Метапредметное задание №15

Название: Строительство мансардной кровли

Дидактическая тема: «Соотношения между сторонами и углами треугольника»

Вид метапредметного задания: учебно-практическое

Текст

Мансардной крышей называют кровлю, под которой обустроена жилая комната (комнаты), а не чердак. Мансардная крыша позволяет получить больше полезной площади жилого дома. Схема мансардной крыши изображена на рисунке 14.

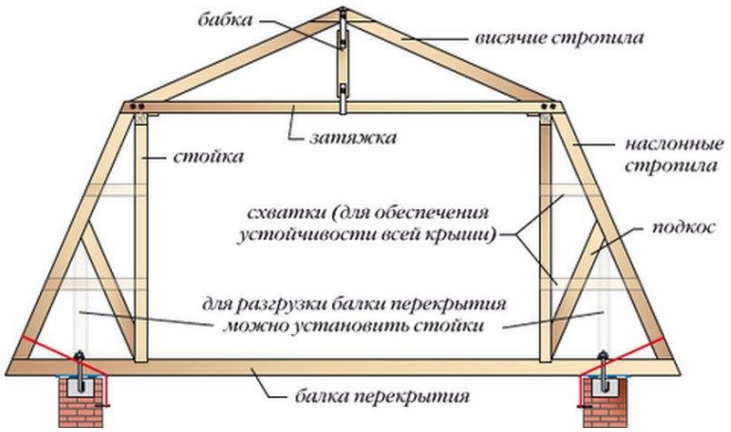


Рисунок 14 – Схема мансардной крыши

Задача 1. Прочитайте описание одного из простейших способов проектирования мансардной кровли.

Балку перекрытия изображают на чертеже как отрезок AB. Отрезок AB называют при этом шириной перекрытия. На отрезке AB как на диаметре описывают полуокружность, делят её на 4 равные части точками C, D, E. Точки A, C, D, E, B соединяют последовательно отрезками. Получаем отрезки AC, CD, DE, EB.

На основе данного описания выполните чертеж мансардной кровли с данной шириной перекрытия AB.

Задача 2. Определите какую длину будут иметь стропила кровли и затяжка, каковы углы наклона кровли, если ширина перекрытия 6 м?

Задача 3. Какова ширина и высота комнаты, обустроенной под мансардной кровлей, построенной на основании данных задачи 2?

Заключение

Метапредметное задание – эффективное средство достижения образовательных результатов, которое позволяет получить предметные знания, отработать их применение в изменяющихся, нестандартных ситуациях. Кроме этого задания с метапредметным компонентом обладают большим развивающим потенциалом, так как позволяют учащимся повысить интерес к изучению математики, приобщить к творческой деятельности, развить кругозор, развить гибкое и вариативное математическое мышление.

При внедрении метапредметных заданий в учебный процесс важно учитывать возрастные особенности учащихся, их склонности и интересы, чтобы они смогли в большей мере проявить свой потенциал. Плановое использование специально разработанной в рамках определённой темы системы метапредметных заданий позволит целенаправленно, поэтапно достигать поставленных целей в области достижения как предметных, так и метапредметных образовательных результатов. Разработанная в рамках исследования система заданий может быть использована учителем математики для внедрения в уроки, внеурочные занятия по математике с целью достижения метапредметных результатов обучения по указанной учебной дисциплине.

В результате проделанной работы были получены следующие результаты:

1.Изучена и структурирована научная и учебно-методическая литература, раскрывающая содержание содержательно-методического аспекта использования метапредметных заданий в процессе обучения математике.

2. Изучено понятие «метапредметные результаты», описана его структура.

3. Рассмотрены особенности формирования метапредметных результатов в процессе обучения математике.

4. Определены преимущества использования метапредметных заданий как средства достижения метапредметных результатов в процессе обучения математике.

5. Проведён обзор итоговых контрольно-измерительных материалов по математике на наличие метапредметных заданий.

6. Описаны основы проектирования метапредметных заданий.

7. Разработаны методические рекомендации по использованию метапредметных заданий в процессе обучения математике.

8. Разработана система метапредметных заданий по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы.

Решение сформулированных во введении задач свидетельствует о достижении поставленной цели.

Список литературы

1. Андронов И. К. Тригонометрия острого угла на основе практических задач: Пособие для сред. школы. М. : Учпедгиз, 1959. 96 с.
2. Атанасян Л. С. Геометрия. 7-9 кл. : учеб. для общеобразовательных учреждений. М. : Просвещение, 2017. 384 с.
3. Бережная Г. С. Реализация метапредметного подхода в основной школе // Вестник Балтийского федерального университета им. И. Канта. 2016. №4. С.62-67.
4. Гаврилюк А. С. Метапредметность результатов обучения: исторический аспект // Вестник КГПУ им. В.П. Астафьева. 2019. №1. С.130-137.
5. Глазков Ю. А. Универсальные учебные действия. Рабочая тетрадь по геометрии : 9 класс : к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия 7-9 классы». ФГОС. М. : Издательство «Экзамен», 2018. 79 с.
6. Глазков Ю. А. Универсальные учебные действия. Рабочая тетрадь по геометрии: 9 класс: к учебнику Л. С. Атанасяна и др. «Геометрия 7-9 классы». ФГОС. М. : Издательство «Экзамен», 2017. 80 с.
7. Дылгырова Р. Д. Идеи метапредметности в истории педагогики // Ученые записки ЗабГУ. 2014. №5. С.6-13.
8. Косолапова И. В., Власова И. Н., Магданова И. В. Формирование универсальных учебных действий средствами учебного предмета «Математика» в основной школе: учеб.-метод. пособие. Перм. гос. гуманит.-пед. ун-т. Пермь, 2015. 122с.
9. Костюченко Р. Ю. Методика обучения учащихся решению математических задач: содержание этапов решения // Вестник СИБИТа. 2018. №4. С.117-123.
10. Новоселов С. И., Стратилатов П. В. Тригонометрия: Доп. материал к курсу геометрии 9-х, 10-х классов. М. : Просвещение, 1966. 80 с.

11. Позднякова Е. В., Малышенко Г. А. Метапредметные задания как средство развития универсальных учебных действий поколения альфа в процессе математической подготовки в 5-9 классах // Наука и школа. 2022. №6. С.216-231.

12. Позднякова Е. В., Семиколенных Е. А. Проектирование метапредметных заданий по математике для учащихся 5—6 классов // Актуальные проблемы обучения математике и информатике в школе и вузе : материалы 7-й Междунар. науч. интернет-конф. / Моск. пед. гос. ун-т ; под ред. М. В. Егуповой. М. : МПГУ, 2022. С. 416—424.

13. Позднякова Е. В., Фомина А. В. Открытые задачи как средство развития “soft skills" на уроках математики // Научный результат. Педагогика и психология образования. 2021. №2. С.29-45.

14. Примерная рабочая программа основного общего образования. Математика. Базовый уровень: [одобрена решением федерального учебно-методического объединения по общему образованию, протокол 3/21 от 27. 09. 2021 г.]. М. : Институт стратегии развития образования, 2023. 106 с.

15. Приставко Е. Н. Принципы выбора и составления заданий, формирующих УУД на уроках математики // Наука и образование сегодня. - 2022. №1. С. 7-19.

16. Сдам ГИА : Решу ЕГЭ. Базовая математика. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. URL: https://mathb-ege.sdamgia.ru/ (дата обращения: 14.05.2024).

17. Сдам ГИА : Решу ЕГЭ. Профильная математика. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. URL: https://math-ege.sdamgia.ru/ (дата обращения: 14.05.2024).

18. Сдам ГИА : Решу ОГЭ. Математика. Образовательный портал для подготовки к экзаменам. URL: https://math-oge.sdamgia.ru/?ysclid=lw6esyr1b5377745670 (дата обращения: 14.05.2024).

19. Селькина Л. В., Худякова М. А. Метапредметные задания как средство развития у младших школьников интереса к изучению математики // Гуманитарные исследования. Педагогика и психология 2021. №6. С.48-61.

20. Универсальные компетентности и новая грамотность: от лозунгов к реальности / под ред. М. С. Добряковой, И. Д. Фрумина; при участии К. А. Баранникова, Н. Зиила, Дж. Мосс, И. М. Реморенко, Я. Хаутамяки; Нац. исслед. ун-т «Высшая школа экономики». М. : Изд. дом Высшей школы экономики, 2020. 472 с.

21. Фалина И. Н., Луговской К. И. Построение системы учебных задач с использованием таксономии Толлингеровой // Вестник Московского университета. Серия 20. Педагогическое образование. - 2015. - №3. С. 97-107.

22. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования : [утвержден приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31 мая 2021 г.]. М. : Просвещение, 2021. 62 с.

Приложение

Комментарии к решению некоторых метапредметных заданий

Метапредметное задание № 5

Название: Высота телевизионной башни г. Пензы.

Дидактическая тема: «Синус, косинус и тангенс острого угла прямоугольного треугольника».

Вид метапредметного задания: учебно-практическое, учебно-познавательное.

Текст

Одним из самых высоких сооружений в Пензе считается телевизионная башня (рисунок 15). Она была возведена как центральная часть телецентра в 1957 году. Место постройки выбрано таким образом, чтобы с возвышенности сигнал смог охватить максимальное пространство.

Рисунок 15 – Телевизионная башня города Пенза

Задача 1.

Для определения высоты таких высоких сооружений как телебашни зачастую используют следующий способ.

Чтобы измерить высоту телевизионной башни г. Пензы, измерили угловым инструментом угол возвышения α. Расстояние угломера от основания башни равно a, высота угломерного инструмента h.

Изобразите модель описанного способа измерения. Каким элементом в изображенной конфигурации является высота телевизионной башни?

Задача 2. Установите соответствие между словесной формулировкой и формулой для нахождения катета прямоугольного треугольника (рисунок 16).

Рисунок 16

Задача 3. Выберите одну из формул для нахождения катета прямоугольного треугольника и с помощью неё вычислите приближенное значение высоты телевизионной башни, если $\alpha \approx 45°; a \approx 178{,}8$ м, $h \approx 1.2$ м.

Задача 4. Какие способы измерения высоты объектов с помощью знаний из математики вы знаете? На каких принципах основаны эти способы?

Комментарии к решению

Комментарий: Привлечение в текст задачи краеведческого материала позволяет комплексно решить как образовательные, так и воспитательные задачи обучения математике. Это позволяет заложить основу для всестороннего развития школьников, побуждения познавательного интереса.

Задача 1. Учебная задача развивает познавательное УУД: выявление и осознание сущности и особенностей изучаемых объектов, процессов и явлений действительности в соответствии с содержанием конкретного учебного предмета, создание и использование моделей изучаемых объектов.

В ходе беседы происходит построение модели описанного способа. Возможные вопросы учителя:

- Каким геометрическим объектом можно изобразить высоту телевизионной башни?

- Каким геометрическим объектом можно изобразить высоту углового инструмента?

-Какой отрезок будет являться расстоянием между основаниями башни и углового инструмента?

Что такое угол возвышения? (Угол возвышения (угол места) – угловая высота наблюдаемого объекта над истинным горизонтом (рисунок 17)).

Данный термин часто употребляют в военной области.

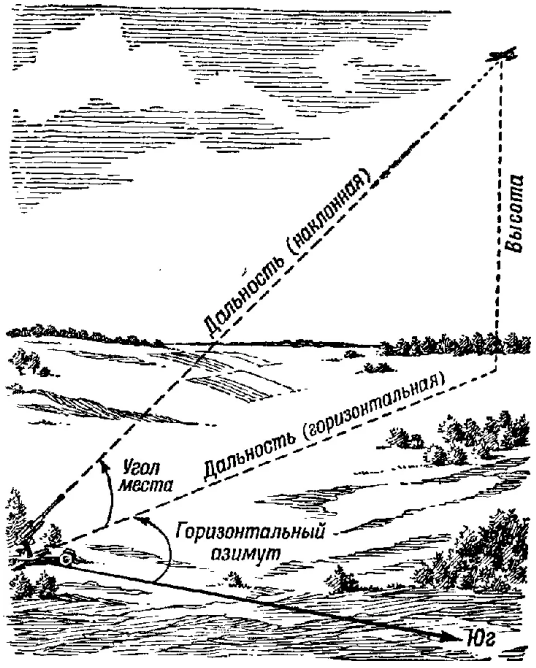


Рисунок 17 – Определение угла места

-Какой угол на нашем чертеже является углом возвышения?

-Какие данные известны нам по условию задачи? Отметьте их на чертеже.

Получим следующую модель (рисунок 18)

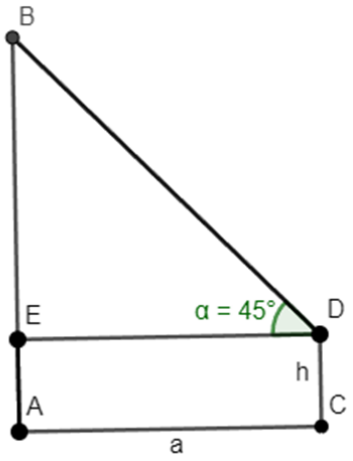


Рисунок 18 – Модель способа измерения высоты телевизионной башни с помощью угломерного инструмента

Искомая высота телевизионной башни изображена отрезком AB. Отрезок AB состоит из отрезков AE и BE. Не трудно определить, что длина отрезка AE нам известна. Отрезок BE является катетом прямоугольного треугольника BED.

Итогом работы над данной задачей является оформление чертежа.

Задача 2. Учебная задача развивает познавательное УУД: использование знакосимволических средств, интерпретация, оценка, соотнесение с известным материалом.

- Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на синус противолежащего угла: $AC = AB \sin B$.
- Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего угла: $\mathrm{AC} = \mathrm{BC}\, tg\, B$.
- Катет прямоугольного треугольника равен произведению гипотенузы на косинус прилежащего угла: $AC = AB \cos A$.

В зависимости от уровня развития указанного УУД необходимой подзадачей может стать вывод формул для нахождения катета в прямоугольном треугольнике. Для этого необходимо выполнить чертёж треугольника ABC с прямым углом C; указать для данного треугольника чему по определению будут равны $\sin B$, $tg\, B$, $\cos A$.

Задача 3. Учебная задача развивает регулятивное УУД: принятие решения в ситуации неопределенности, выбор оптимального способа решения.

Начать работу над данной задачей следует с анализа условий, результаты которого оформляются в тетради.

В ходе беседы выясняется, что оптимальным с точки зрения имеющихся данных будет выбор следующего утверждения для нахождения катета прямоугольного треугольника: «Катет прямоугольного треугольника равен другому катету, умноженному на тангенс противолежащего угла».

Применяя выбранную формулу, получаем CE=178,8 м.

Так как AB =AE + BE, то AB =178,8+1,2 = 180 м.

Задача 4. Учебная задача развивает познавательное УУД: выявление и анализ существенных устойчивых связей и отношений между объектами и процессами.

В пункте 66 «Практические приложения подобия треугольников» рассмотрено использование свойств подобных треугольников при проведении измерительных работ на местности, в частности при определении высоты предмета. В учебнике описывается способ измерения высоты телеграфного столба с помощью шеста с вращающейся планкой.

Эту же конструкцию можно использовать для нахождения высоты телеграфного столба, однако другим с математической точки зрения способом.

Рассмотрим модель способа, изображенную на рисунке 19.

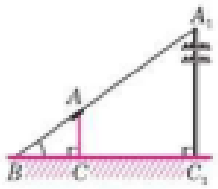


Рисунок 19 – Модель способа измерения высоты телеграфного столба с помощью шеста с вращающейся планкой

Применим к данному чертежу известное утверждение: «Если острый угол одного прямоугольного треугольника равен острому углу другого прямоугольного треугольника, то синусы этих углов равны, косинусы этих углов равны и тангенсы этих углов равны».

Рассмотрим прямоугольные треугольники A_1C_1B и ACB: угол В – общий. Следовательно, $\text{tg}\,B = tg\,B$.

$\frac{AC}{BC} = \frac{A_1C_1}{BC_1}$, $A_1C_1 = \frac{AC*BC_1}{BC}$.

Метапредметное задание №10

Название: Почувствуй себя спелеологом.

Дидактическая тема: Теорема синусов.

Вид метапредметного задания: учебно-познавательное.

Текст

Спелеологи – это люди, занимающиеся исследованием пещер. Приступая к изучению пещер, они определяют её местоположение и размеры. Пещеры как правило относят к тому или иному типу карстовой полости (грот, колодец или шахта). Одним из параметров, по которому можно отнести пещеру к определенному типу карстовой полости, является высота свода. Профессиональные исследователи измеряют высоту свода с помощью специальных приборов.

Задача 1.

Прочитайте описание более простого, но менее точного способа измерения высоты свода пещеры.

Два спелеолога находятся на горизонтальной поверхности на определённом расстоянии друг от друга. Они направляют фонари на свод пещеры таким образом, чтобы они пересеклись в одно точке (пересекающиеся лучи образуют световое пятно). После необходимо измерить углы между направлениями на световое пятно и на другого спелеолога.

Используя представленное выше описание способа измерения высоты свода пещеры, постройте наглядную математическую модель.

Задача 2.

Как, зная расстояние между спелеологами l, значения двух углов α и β, прилежащих к стороне l, рассчитать высоту h свода пещеры? Сделайте это 2 способами.

1 способ.

1) $b = \frac{l \sin\beta}{_____}$;

2) $h = b * _____$;

3) $h = \frac{}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$.

2 способ.

1) $b = \frac{l \sin\beta}{_____}$;

2) $S_\Delta = _____$ и $S_\Delta = _____$;

3) $\frac{1}{2}lh = \frac{1}{2}$ _____,

$h = _____$;

4) $h = \frac{}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$.

Задача 3.

Выберите среди приведенных утверждений те, которые вы использовали для решения задачи 2, и переведите их на математический язык.

1. Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними.

2. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов.

3. Квадрат стороны треугольника равен сумме квадратов двух других сторон минус удвоенное произведение двух других сторон, умноженное на косинус угла между ними.

4. Отношение стороны треугольника к синусу противолежащего угла равно диаметру.

Комментарии к решению

Задача 1. Учебная задача развивает познавательное УУД: выявление и осознание сущности и особенностей изучаемых объектов, процессов и явлений действительности в соответствии с содержанием конкретного учебного предмета, создание и использование моделей изучаемых объектов.

В ходе беседы происходит построение модели описанного способа (рисунок 20): Местоположения спелеологов с фонарями и световое пятно обозначим тремя точками. Получим треугольник ABC. Обозначим расстояние между спелеологами на рисунке за l. Углы CAB и ABC обозначим соответственно α и β. Высоту, опущенную из вершины C, обозначим h; сторону, лежащую против угла B, обозначим b.

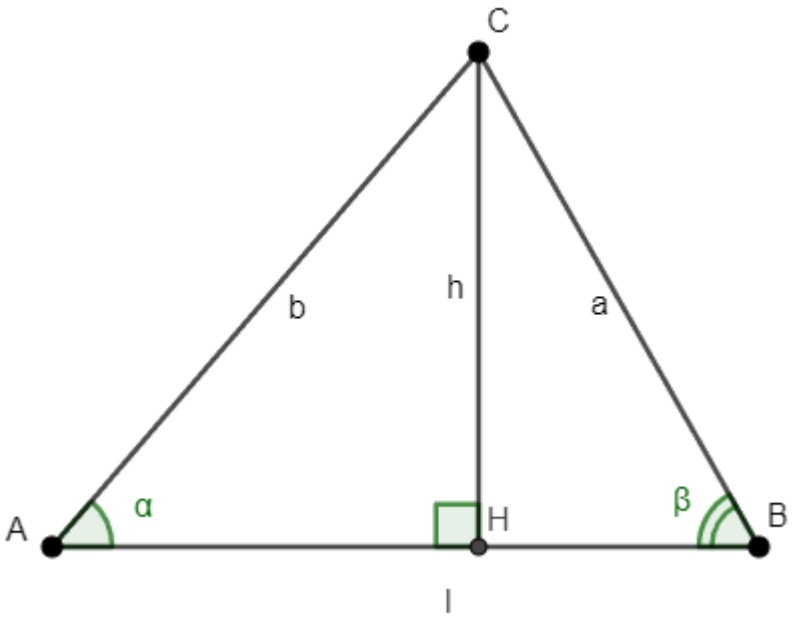


Рисунок 20 – Модель способа измерения высоты свода пещеры с помощью фонарей

Задача 2. Учебная задача развивает познавательное УУД: принятие решения в ситуации неопределённости, выбор оптимального способа решения проблемы.

По заданной схеме рассуждений учащиеся решают задачу 2 способами: первый способ основан на применении теоремы синусов, второй же способ требует применения формул площади треугольника.

1 способ.

1) $b = \frac{l \sin\beta}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$;

2) $h = b * \sin\alpha$;

3) $h = \frac{l \sin\alpha \sin\beta}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$.

2 способ.

1) $b = \frac{l \sin\beta}{sin(180°-\alpha-\beta)}$;

2) $S_{\Delta} = \frac{1}{2}lh$ и $S_{\Delta} = \frac{1}{2}bl \sin\alpha$;

3) $\frac{1}{2}lh = \frac{1}{2}\frac{1}{2}bl\, sin\,\alpha$,

$h = b \sin\alpha$;

4) $h = \frac{l\ sin\alpha\ sin\beta}{\sin(180°-\alpha-\beta)}$.

Задача 3. Учебная задача развивает познавательное УУД: использование знакосимволических средств, интерпретация, оценка, соотнесение с известным материалом.

В ходе обсуждения учащиеся выделяют те утверждения, которые были использованы при решении задачи, переводят словесную формулировку в знакосимволическую запись.

1. Площадь треугольника равна половине произведения его сторон на синус угла между ними: $S = \frac{1}{2}ab \sin\alpha$.

2. Стороны треугольника пропорциональны синусам противолежащих углов: $\frac{a}{\sin\alpha} = \frac{b}{\sin\beta} = \frac{c}{\sin\gamma}$.

Метапредметное задание №15

Название: Строительство мансардной кровли

Дидактическая тема: «Соотношения между сторонами и углами треугольника»

Вид метапредметного задания: учебно-практическое

Текст

Мансардной крышей называют кровлю, под которой обустроена жилая комната (комнаты), а не чердак. Мансардная крыша позволяет получить больше полезной площади жилого дома. Схема мансардной крыши изображена на рисунке 21.

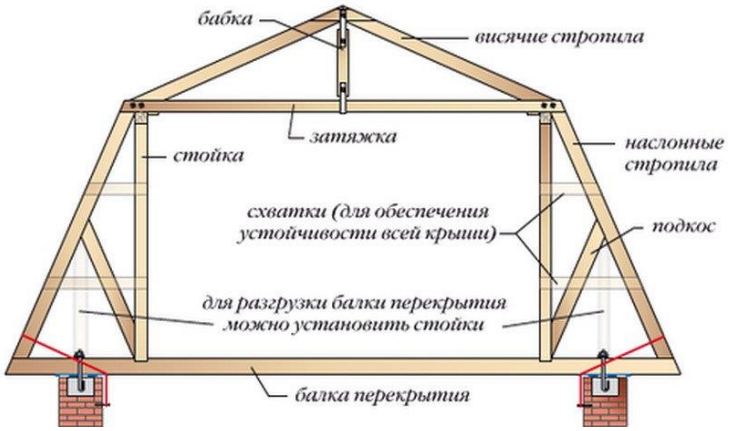


Рисунок 21 – Схема мансардной крыши

Задача 1. Прочитайте описание одного из простейших способов проектирования мансардной кровли.

Балку перекрытия изображают на чертеже как отрезок AB. Отрезок AB называют при этом шириной перекрытия. На отрезке AB как на диаметре описывают полуокружность, делят её на 4 равные части точками C, D, E. Точки A, C, D, E, B соединяют последовательно отрезками. Получаем отрезки AC, CD, DE, BE.

На основе данного описания выполните чертеж мансардной кровли с данной шириной перекрытия AB.

Задача 2. Определите какую длину будут иметь стропила кровли и затяжка, каковы углы наклона кровли, если ширина перекрытия 6 м?

Задача 3. Какова ширина и высота комнаты, обустроенной под мансардной кровлей, построенной на основании данных задачи 2?

Комментарии к решению

Задача 1. Учебная задача развивает познавательное УУД: выявление и осознание сущности и особенностей изучаемых объектов, процессов и явлений

действительности в соответствии с содержанием конкретного учебного предмета, создание и использование моделей изучаемых объектов.

Выполнение чертежа мансардной кровли с данной шириной перекрытия AB сводится к задаче на построение.

Шаги построения:

1. Построим полуокружность *c* на *AB* как на диаметре (рисунок 22).

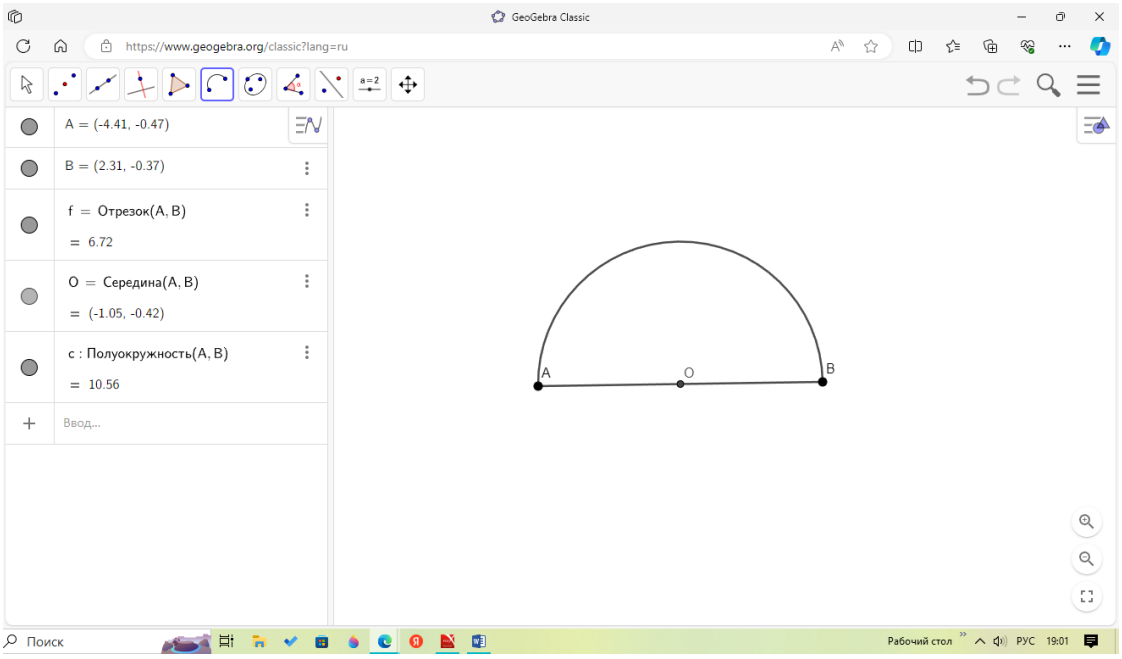


Рисунок 22

2. Строим EO перпендикулярно AB (рисунок 23).

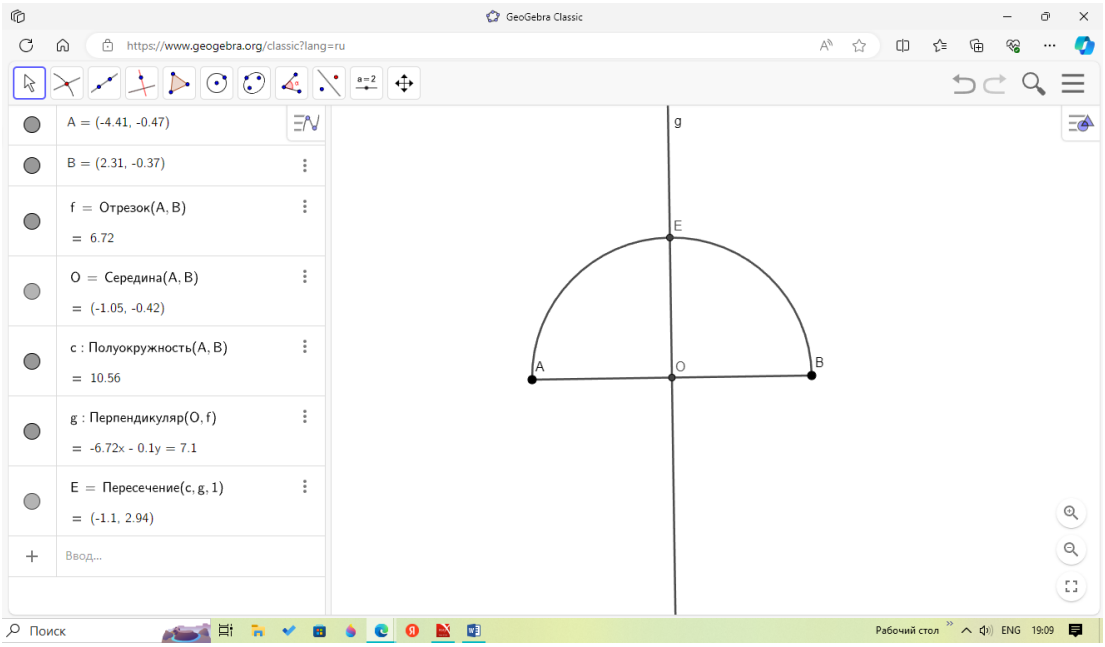


Рисунок 23

3. Строим окружности радиуса OA с центрами в точках A и E. Точку пересечения данных окружностей обозначим Q. Обозначим C точку пересечения полуокружности *c* и отрезка QO. Аналогичным образом получаем точку D (рисунок 24).

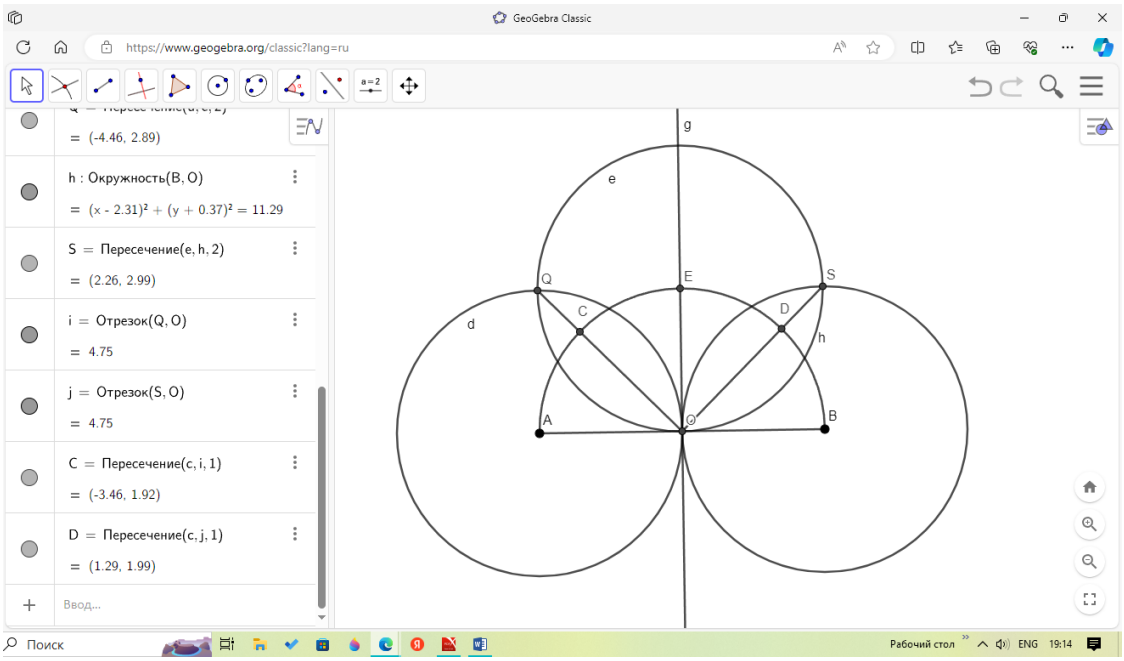


Рисунок 24

4. Построим отрезки AC, CE, ED, DB (рисунок 25).

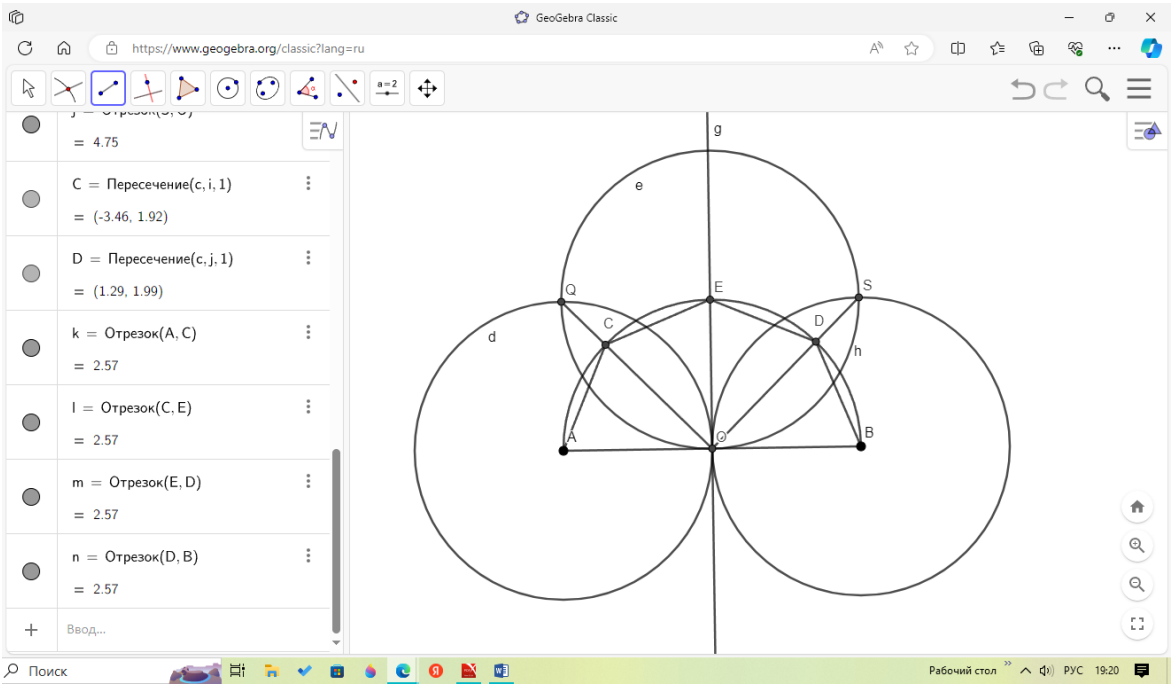


Рисунок 25

Получим следующую модель мансардной кровли (рисунок 26).

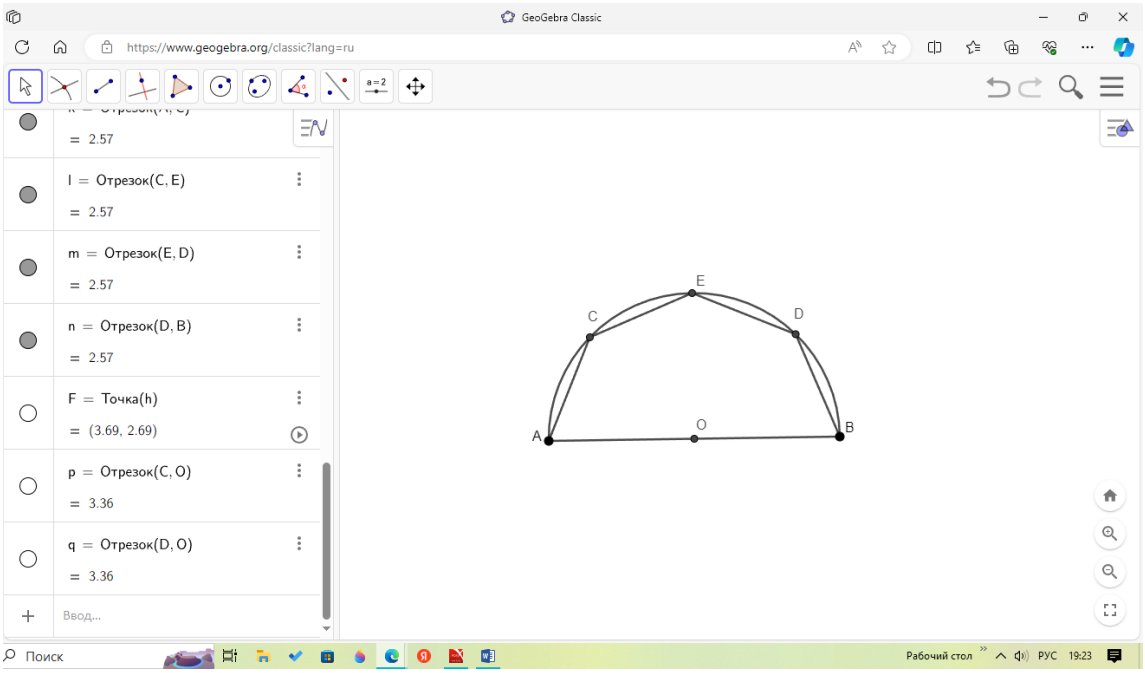


Рисунок 26 – Модель мансардной кровли (1)

Задача 2. Задача развивает регулятивное УУД: принятие решения в ситуации неопределённости, выбор оптимального способа решения проблемы.

1) Найдём длину стропил крыши.

AC = CE = ED = DB (так треугольники AOC, COE, EOD, DOB равны по двум сторонам и углу между ними).

Рассмотрим ΔAOC: AO = OC = 6 (радиусы окружности), ∠AOC = 45°. По теореме косинусов найдем AC:

$$AC^2 = AO^2 + OC^2 - 2AO * OC \cos \angle AOC;$$

$$AC^2 = 9 + 9 - 18 * \frac{\sqrt{2}}{2} = 18 - 9\sqrt{2};$$

$$AC = 3\sqrt{2 - \sqrt{2}} \approx 2{,}2961.$$

2) Найдём длину стяжки CD.

Рассмотрим ΔCED: CE = ED, ∠CED =∠CEO+∠OED=67,5°+ 67,5°=135°.

По теореме косинусов найдем AC:

$$CD^2 = CE^2 + ED^2 - 2CE * ED \cos \angle CED;$$

$$CD^2 = 2\left(3\sqrt{2 - \sqrt{2}}\right)^2 + 2\left(3\sqrt{2 - \sqrt{2}}\right)^2 * \frac{\sqrt{2}}{2} = 18;$$

$$CD = 3\sqrt{2} \approx 4{,}24264.$$

3) Определим углы наклона кровли, т.е. ∠BAC и ∠DCE.

Рассмотрим ΔAOC: AO = OC = 6 (радиусы окружности), ∠AOC = 45°.

Следовательно, ∠OAC =∠ACO = $\frac{180°-45°}{2}$ = 67,5°.

Рассмотрим ΔCED: CE = CD, ∠CED = 135°.

Следовательно, ∠ECD =∠EDC = $\frac{180°-135°}{2}$ = 22,5°.

Задача 3. Задача развивает регулятивное УУД: принятие решения в ситуации неопределённости, выбор оптимального способа решения проблемы.

Ширина комнаты равна отрезку $CD = 3\sqrt{2} \approx 4{,}24264$.

Определим высоту комнаты CG (рисунок 27).

Рассмотрим ΔAOC.

$S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2}A0 * CG$ и $S_{\Delta AOC} = \frac{1}{2}A0 * OC \sin 45°$.

$\frac{1}{2}A0 * CG = \frac{1}{2}A0 * OC\ sin\ 45°;$

$CG = OC\ sin\ 45°;$

$CG = \frac{3\sqrt{2}}{2} \approx 2{,}12132.$

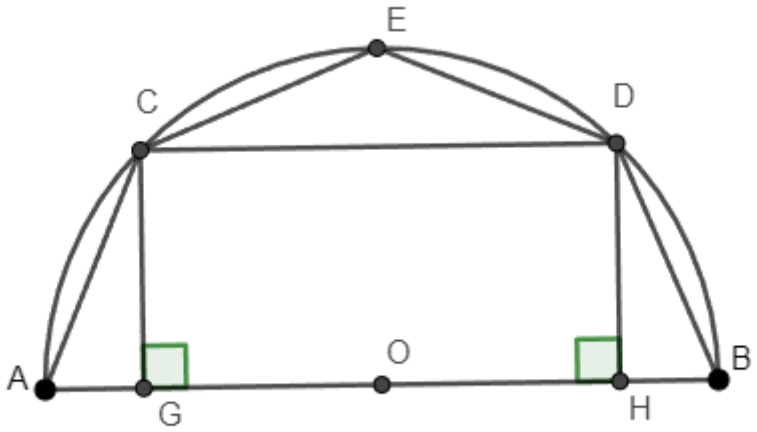


Рисунок 27 - Модель мансардной кровли (2)

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»

Утверждаю: зав. кафедрой
«21» 09 2023 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Старцевой Татьяны Александровны

Тема работы «Метапредметные задания в процессе обучения математике: содержательно-методический аспект»

Утверждена приказом по Университету от «26.09» 2023 г. № 0971 а10

Срок сдачи студентом законченной работы «20» 05 2024 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ научной и учебно-методической литературы по теме исследования.	Сентябрь - октябрь 2023 г.	Выполнено
2.	Изучение теоретических основ использования метапредметных заданий в процессе обучения математике.	Ноябрь 2023 г.	Выполнено
3.	Описание основ проектирования метапредметных заданий.	Декабрь 2023 г. - январь 2024 г.	Выполнено
4.	Разработка методики использования метапредметных заданий в процессе обучения математике.	Февраль 2024 г.	Выполнено
5.	Разработка системы метапредметных заданий по содержательной линии «Тригонометрия» в курсе геометрии основной школы.	Март-апрель 2024 г.	Выполнено
6.	Оформление текста работы.	Май-июнь 2024 г.	Выполнено
7.	Подготовка презентации и выступления.	Июнь 2024 г.	Выполнено

Дата выдачи задания «18» 09 2023 г.

Руководитель _____ Гаврилова М. А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

_____ Старцева Т. А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Старцевой Татьяны Александровны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Старцева Татьяна Александровна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему *«Метапредметные задания в процессе обучения математике: содержательно-методический аспект»*, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

Старц
подпись
16.05.2024
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 16.05.2024
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР _____ М. А. Гаврилова
подпись

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ» выпускной квалификационной работы (бакалаврской работы) на тему «Метапредметные задания в процессе обучения математике: содержательно-методический аспект»
студентки 4 курса Старцевой Татьяны Александровны
Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
Профиль «Математика»
Руководитель ВКР Гаврилова М.А.

АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - http://pnzgu.antiplagiat.ru

Отчет о проверке

Автор: Старцева Т А
Название документа: ВКР_Старцева

Проверяющий: Родионов Михаил Алексеевич
Организация: Пензенский государственный университет

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ

Совпадения: 13,88%
Оригинальность: 76,47%
Цитирования: 9,65%
Самоцитирования: 0%

«Совпадения», «Цитирования», «Самоцитирования», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа

- **Совпадения** — фрагменты проверяемого текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самоцитированию. Показатель «Совпадения» - это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к совпадениям, в общем объеме текста.
- **Самоцитирование** — фрагменты проверяемого текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа. Показатель «Самоцитирование» - это доля фрагментов текста, отнесенных к самоцитированию, в общем объеме текста.
- **Цитирования** — фрагменты проверяемого текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированиям относятся также шаблонные фразы; библиография; фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант: нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирования» - это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- **Текстовое пересечение** — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
- **Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.

Руководитель ВКР _____ М.А. Гаврилова
подпись

ОТЗЫВ

руководителя выпускной квалификационной работы на тему: «Метапредметные задания в процессе обучения математике: содержательно-методический аспект» студентки Старцевой Татьяны Александровны факультета физико-математических и естественных наук направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль подготовки «Математика», гр. 20ФПМ1

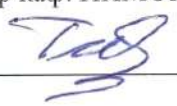
Федеральный государственный образовательный стандарт определяет требования, предъявляемые к результатам освоения основной образовательной программы основного общего образования: личностным, метапредметным, предметным. Стандартом определена структура метапредметных результатов, которая включает в себя усвоенные в процессе обучения межпредметные понятия и универсальные учебные действия, которые подразделяются на регулятивные, познавательные и коммуникативные. Успешное внедрение стандарта в педагогическую практику возможно, если разработано содержание и методика использования заданий, способствующих достижению метапредметных результатов обучения. Данная тема актуальная и пока мало разработанная с точки зрения составления и использования метапредметных заданий в процессе обучения математике.

Работа Старцевой Т.А. структурно соответствует требованиям к ВКР и состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников, приложения. В работе четко определены объект, предмет, цель и задачи исследования. Содержание работы соответствует теме.

В первой главе анализируются различные точки зрения на понятия «метапредметные результаты обучения» и «метапредметные задания». Раскрывается структура понятия и отличительные особенности метапредметного задания как средства достижения метапредметных результатов обучения. Проанализированы результаты исследований, нацеленных на выявление сложностей при разработке и внедрении в школьную практику метапредметных заданий.

Судя по материалу первой главы, было проанализировано достаточное количество психолого-педагогической и методической литературы. В виде систематических таблиц представлен ряд характеристик метапредметных заданий и анализ наличия таких заданий в материалах ОГЭ и ЕГЭ.

Во второй главе раскрываются содержательные и методические аспекты составления системы заданий и методики использования этих заданий на уроках математики. В частности, предложен алгоритм действий по проектированию типовых заданий, способствующих формированию и применения универсальных учебных действий. Предложена система метапредметных заданий, по содержательной линии «Тригонометрия» основной школы. Показано, что при сохранении общей методической схемы работы над задачей, работа над метапредметным заданием имеет исследовательскую специфику. Даны решения задач и комментарии по их использованию на уроках.

В заключении подводятся итоги проделанной работы и делаются выводы. ВКР написана корректным языком, достаточно хорошо технически оформлена. Следует отметить четкость ее построения, и логичность изложения материала. В целом, работа Старцевой Т.А. удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к бакалаврским работам, и заслуживает оценки «отлично».

Руководитель ВКР Гаврилова Маргарита Алексеевна
ПГУ, Педагогический институт им. В.Г. Белинского,
профессор каф. ИИМОИМ, профессор, доктор педагогических наук