

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования**

**«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО**

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

**«Методические аспекты изучения темы «Окружность» в условиях
уровневой дифференциации обучения»**

Студент

А. Комякова 15.05.26
(подпись, дата)

Комякова Анастасия Юрьевна
(ФИО полностью)

Руководитель

М. В. Сорокина 15.05.26
(подпись, дата)

Сорокина М. В.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

Е. Г. Журавлева 15.06.26
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.2026 № 10)

И.о. заведующего кафедрой

В. И. Паньженский 01.06.26
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 26.06.26 № 20)

Секретарь ГЭК

Е. Г. Журавлева 26.06.26
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ОКРУЖНОСТЬ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ	5
1.1 Место темы в школьной программе (анализ рабочих программ профильного и базового уровня)	5
1.2 Содержание школьных учебников по рассматриваемой теме	11
1.3 Анализ заданий по теме «окружность» в структуре ОГЭ, ЕГЭ.	15
ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»	22
2.1. Технологические карты уроков по теме «Окружность».....	22
2.2. Методические разработки самостоятельных и контрольных работ...	59
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	71
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ	72

ВВЕДЕНИЕ

В настоящее время математика – практически единственный школьный предмет для которого на федеральном уровне закреплены два уровня обучения: базовый и углубленный. В каждом из этих уровней предъявляются свои требования к результатам освоения дисциплины. Учитель, работающий на учебном курсе «Геометрия» должен быть готов осуществлять свою деятельность с учетом вышесказанного. Изучение каждой темы, в том числе и темы «Окружность», предполагает некоторые уровневые различия и требует своего методического подхода. Материал, изученный по этому вопросу, широко используется в дальнейшем изучении геометрии, а также смежных науках.

Цель исследования: изучение методических аспектов преподавания темы «Окружность» курсе геометрии в условиях уровневой дифференциации обучения.

Объект исследования: процесс обучения математике в школе в условиях уровневой дифференциации.

Предмет исследования: методы и подходы к изучению темы «Окружность» с учетом уровневой дифференциации.

Задачи исследования:

1. рассмотреть теоретические основы изучения темы «Окружность» в школьном курсе геометрии;
2. проанализировать место темы в школьной программе
3. провести анализ школьных учебников математики по теме «Окружность»;
4. разработать технологические карты, самостоятельные и контрольные работы по теме «Окружность».

Изучение окружности, является фундаментальным понятием планиметрии и занимает важное место в курсе геометрии 7-9 классов. Исследование методических подходов к преподаванию окружности с учетом

дифференциации обучения способствует более глубокому осмыслению ее структурной роли и значимости в школьном курсе математики. Методические разработки по теме «Окружность» в курсе геометрии могут быть использованы при изучении темы «Окружность».

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений. В первой главе проведен анализ федеральных рабочих, школьных учебников и задач на изучаемую тему в структуре ОГЭ и ЕГЭ. Во второй главе представлены методические разработки: технологические карты уроков, тексты самостоятельных и контрольных работ.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ОКРУЖНОСТЬ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ ГЕОМЕТРИИ

1.1 Место темы в школьной программе (анализ рабочих программ профильного и базового уровня)

В школьном курсе геометрии «Окружность» является одной из ключевых тем для формирования пространственного мышления, позволяющего связывать базовые математические понятия с практическим приложением в повседневной жизни. Она занимает важное место в школьной программе и изучается на разных уровнях: в начальной школе и в курсе геометрии основной школы, старшей школы, как на базовом, так и на профильном уровне. Согласно ФГОС основного общего образования, изучение окружности содержит теоретические и практические аспекты, что позволяет учащимся усвоить основные определения и свойства, развить пространственное мышление и умение решать задачи. В рамках учебных планов тема охватывает важные аспекты геометрии и является основой для дальнейшего изучения более сложных понятий. На основании ФРП «Окружность» обязательная тема на уровне основного общего и среднего образования.

Анализируя программы обучения можно увидеть существенную разницу в количестве отведенных часов на изучение геометрии на разных уровнях. Если в базовой программе, в общем отводится 204 часа на изучение геометрии в 7-9 классах по 2 часа в неделю, то в углубленном уже 306 часов по 3 часа в неделю. При этом фактически на изучение окружности отводится не больше 17% от общего объема. На базовом уровне в 7 классе на тему «Окружность» отводится 14 часов, в 8 классе 13 часов и 12 часов в 9 классе. На профильном уровне 18 часов в 7 классе, 20 часов в 8 классе и 16 часов в 9 классе. Программа углубленного уровня показывает увеличение часов изучения тем за счет углубленного изучения прикладных аспектов. Это позволяет ставить более сложные цели, которые связаны с развитием логического мышления и умением

доказывать. Разница в планировании часов показывает различия в подходах к освоению учебного материала.

В федеральной рабочей программе в курсе математике 5 и 6 классов окружность встречается в разделе наглядная геометрия. Здесь говорится о большой роли наглядно-образного представления о фигуре, моделирования и практической деятельности. В результаты обучения включены: умение пользоваться геометрическими понятиями (в том числе и окружностью), умение приводить примеры из реальной жизни объектов имеющих форму окружности, использование сопутствующих терминов: радиус, центр, диаметр, изображение фигуры с помощью циркуля (в том числе с заданным радиусом).

В 7-9 класса тема окружность изучается в курсе геометрии. В 7 классе ученики изучают окружность, круг, хорды и диаметр и их свойства. А также взаимное расположение прямой и окружности, понятия касательной и секущей. Проходят тему вписанная в треугольник и описанная окружность и окружность вписанная в угол (рис.1).

В 8 классе учащиеся должны изучить центральные и вписанные углы, взаимное расположение окружностей их касание и общие касательная к двум окружностям (рис.2).

В 9 классе содержание обучения включает уравнение окружности, пересечение окружностей и прямых, длину окружности, вычисление длины дуги окружности, площади сектора, круга и сегмента (рис.3).

Окружность и круг. Геометрические построения	14	Окружность, хорда и диаметр их свойства. Касательная к окружности. Окружность, вписанная в угол.	Формулировать определения: окружности, хорды, диаметра и касательной к окружности. Изучать их свойства, признаки, строить чертежи. Исследовать , в том числе используя цифровые ресурсы: окружность, вписанную в угол; центр окружности, вписанной в угол; равенство отрезков
--	----	--	---

		Понятие о ГМТ, применение в задачах. Биссектриса и серединный перпендикуляр как геометрические места точек. Окружность, описанная около треугольника. Окружность, вписанная в треугольник. Простейшие задачи на построение	касательных. Использовать метод ГМТ для доказательства теорем о пересечении биссектрис углов треугольника и серединных перпендикуляров к сторонам треугольника с помощью ГМТ. Овладевать понятиями вписанной и описанной окружностей треугольника, находить центры этих окружностей. Решать основные задачи на построение: угла, равного данному; серединного перпендикуляра данного отрезка; прямой, проходящей через данную точку и перпендикулярной данной прямой; биссектрисы данного угла; треугольников по различным элементам. Знакомиться с историей развития геометрии
Повторение, обобщение	4	Повторение и	Решать задачи на повторение, иллюстрирующие связи

Рисунок 1.

Углы в окружности. Вписанные и описанные четырёхугольники. Касательные к окружности. Касание окружностей	13	Вписанные и центральные углы, угол между касательной и хордой. Углы между хордами и секущими. Вписанные и описанные четырёхугольники, их признаки и свойства. Применение этих свойств при решении геометрических задач. Взаимное расположение двух окружностей, общие касательные. Касание окружностей	Формулировать основные определения, связанные с углами в круге (вписанный угол, центральный угол). Находить вписанные углы, опирающиеся на одну дугу, вычислять углы с помощью теоремы о вписанных углах, теоремы о вписанном четырёхугольнике, теоремы о центральном угле. Исследовать , в том числе с помощью цифровых ресурсов, вписанные и описанные четырёхугольники, выводить их свойства и признаки. Использовать эти свойства и признаки при решении задач
--	----	--	--

Рисунок 2.

Правильные многоугольники. Длина окружности и площадь круга. Вычисление площадей	8	Правильные многоугольники. Число π . Длина окружности, дуги окружности. Радийная мера угла. Площадь круга, сектора, сегмента	Формулировать определение правильных многоугольников, находить их элементы. Пользоваться понятием длины окружности, введенным с помощью правильных многоугольников, определять число π , длину дуги и радианную меру угла. Проводить переход от радианной меры угла к градусной и наоборот. Определять площадь круга. Выводить формулы (в градусной и радианной мере) для длин дуг, площадей секторов и сегментов. Вычислять площади фигур, включающих элементы окружности (круга). Находить площади в задачах реальной жизни
--	---	---	--

Рисунок 3.

Согласно предметным результатам федеральной рабочей программы ученики в 7 классе должны научиться формулировать определения по теме «окружность» и пользоваться свойствами, владеть понятием окружности описанной около треугольника и знать, как находить центр такой окружности. Владеть таким понятием как касательная к окружности и уметь пользоваться теоремой о перпендикулярности касательной и радиуса, проведенного к точке касания. Предметные результаты освоения программы 8 класса включают владение понятиями центральных и вписанных углов, углов между хордами и углом между хордой и касательной при решении задач по геометрии, рассматривается связь четырехугольников и окружности. К концу 9 класса ученики должны знать и уметь применять понятия длин окружности и дуги окружности, уметь вычислять площади круга и его частей. Уметь использовать теоремы о произведении отрезков хорд, квадрате касательной и о произведении отрезков секущих.

Как в рабочей программе базового, так и углубленного уровня учащиеся должны научиться применять свои знания в решение практических задач, связанных реальной жизнью, уметь работать с чертежом, правильно описывать его словами.

В программе углубленного курса геометрии в отличие от базового «окружность» выделяется как отдельный раздел. В 7 классе на базовом уровне рассматриваются простейшие задачи на построение, а в углубленном

обоснование простейших построений, этапы задачи на построение, решение задач на построение циркулем и линейкой, а также метод геометрического места точек при решении задач (рис.4). В 8 классе на базовом уровне упор на понимание базовых определений и свойств, а в углубленном необходимо применять эти знания в сложных геометрических конфигурациях. В 9 классе пересечение прямой и окружности находится в координатах. Также в углубленном курсе включена историческая информация о площади круга и длине окружности. Отличия предметных результатов в углубленном курсе от базового заключаются в требованиях не только знать, но и доказывать определенные факты, применяя уже известные теоремы, а так же оперировать своими знаниями в смежных предметах. Учащиеся должны овладеть навыком решения задач повышенной сложности. Например, уметь доказывать равенство отрезков касательных, проведенных из одной точки или выводить уравнение окружности [5].

		Неравенство о длине ломаной. Неравенство между перпендикуляром и наклонной. Расстояние от точки до прямой	Использовать доказанные геометрические неравенства, симметрию в решении задач
Окружность. Геометрические места точек. Построения с помощью циркуля и линейки	18	Окружность, хорды и диаметры, их свойства. Взаимное расположение окружности и прямой. Касательная и секущая к окружности. Окружность, вписанная в угол. Понятие о геометрическом месте точек. Примеры геометрических мест точек на плоскости. Описанная окружность треугольника, её центр. Метод геометрических мест точек при решении геометрических задач. Обоснования простейших построений, этапы задачи на построения, решение задач на построение циркулем и линейкой	Формулировать определения: окружности, хорды, диаметра и касательной к окружности. Изучать их свойства, признаки, построение чертежей. Исследовать, в том числе используя цифровые ресурсы: окружность, вписанную в угол; центр окружности, вписанной в угол; равенство отрезков касательных. Овладевать понятием описанной окружности треугольника. Формулировать этапы задач на построение (построение, доказательство, исследование), проводить задачи на построение, осуществлять основные построения циркулем и линейкой. Знакомиться с историей развития геометрии, классическими задачами о построении

Рисунок 4.

Ключевое различие в освоении темы «окружность» на базовом и углубленном уровне состоит в объеме материала и глубине его понимания. Особое внимание уделяется переходу от геометрической интерпретации к

аналитической записи. На базовом уровне при изучении окружности внимание направлено на решение типовых задач с применением формул на нахождение длины окружности и площади круга. Ученики тренируют вычислительные навыки при подстановке известного радиуса или диаметра в формулы. Акцент делается на изучении теоретических основ, на введении основных понятий, теорем и свойств. Формируется представление об основных элементах окружности без углубления в сложные теоретические обоснования. Программа базового уровня включает задачи на построение окружности по заданным параметрам, что позволяет развивать навыки работы с чертежными инструментами и закреплять понимание основных свойств окружности [4].

Профильный стандарт расширяет и углубляет базовые компетенции и формирует целостное математическое мышление. В требованиях к обучению на разных уровнях обучения наблюдается прогрессия от простого восприятия и воспроизведения информации к ее творческому применению. Сравнение рабочих программ выявляет различия в глубине проработки материала, что соответствует принципам дифференцированного обучения. Базовый уровень обеспечивает общеобразовательную подготовку, а профильный формирует основы для дальнейшей специализации, что также учитывает потребности учащихся и индивидуальные возможности.

Тема «окружность» занимает важное место в школьной программе по математике и выполняет важную роль в формировании геометрических представлений и навыков решать задачи. Важными и ключевыми отличиями между базовыми и профильными программами являются глубина теоретического материала, объем практических заданий и уровень их сложности [3].

1.2 Содержание школьных учебников по рассматриваемой теме

В рамках школьной программы изучение темы «окружность» традиционно происходит в 7-9 классах. Данный раздел включает основные определения, ключевые свойства, теоремы. Специфика изложения и наполнение материала может варьировать в зависимости от авторов учебников и уровня обучения, но ключевые элементы остаются для большинства программ.

1. В учебнике геометрии 7-9 класс Л. С. Атанасяна окружность первый раз встречается в 7 классе в параграфе задачи на построение, после признаков равенства треугольников. Определяется окружность как геометрическая фигура, вводятся понятия радиус, хорда, диаметр, центр окружности и дуги. Затем в 5 главе, которая называется геометрические места точек, второй параграф посвящён окружности и касательной к окружности. Об окружности говорится как о геометрическом месте точек, а так о разбиении плоскости окружностью на внутреннюю и внешнюю. Доказываются теоремы о перпендикулярности диаметра и хорды, о том, что каждая точка, из которой диаметр виден под прямым углом, лежит на этой окружности о свойстве касательной и др. Вводятся понятия вписанной и описанной окружности треугольника. В 8 классе уже целая глава посвящена окружности. В данной главе освещаются темы: окружность и прямые, центральные и вписанные углы, углы образованные хордами, касательными, секущими, вписанная и описанная окружности. В 9 классе 13 глава «Длина окружности и площадь круга». В учебнике представлено большое количество рисунков и четких чертежей с буквенными обозначениями, что позволяет визуально представлять фигуры, развивать наглядность и облегчить абстрактное восприятие математических объектов. Определения сопровождаются примерами, материал излагается последовательно и систематично. Вначале вводятся основные определения, а затем свойства, теоремы с доказательством связанные с рассматриваемой темой. Задачный материал включает как простые задания на усвоение

определений, так и более сложные требующие доказательства. Так же в конце параграфов предлагаются дополнительные задачи, которые могут быть предложены ученикам, которые справились с основным материалом, как задания для самостоятельной работы [6].

2. В учебнике А. В. Погорелова «окружность» идет после параграфа «сумма углов треугольника» в геометрических построениях. Погорелов вводит понятие окружность строго через равенство расстояний. Так же вводятся основные определения: центр, радиус и т.д. особое внимание уделяется доказательству теорем связанных с окружностью. В 8 классе дается уравнение окружности и проходится тема пересечения прямой с окружностью. По каждому пункту задачи представлены отдельно. Далее к данной теме возвращаются в 9 классе, темы связанные с окружностью встречаются в разных разделах. Это измерение углов, связанных с окружностью, формулы радиусов вписанных и описанных окружностей, длина окружности. В этом учебнике все основные элементы также представлены на чертежах с обозначениями и представлены фото демонстрирующие примеры связывающие тему геометрии и окружающий мир. Стоит отметить, что в учебнике повсеместным является встраивание практических заданий с решением в теоретическую часть. Это позволяет сразу учиться пользоваться новыми знаниями и применять их в практике. Что касается практической части, в данном учебнике раздел с дополнительными заданиями для учащихся не предусмотрен, но при этом есть задачи как стандартного уровня, так и повышенного, последние выделяются цветом. Перед практическими заданиями идет раздел контрольные вопросы [8].

3. Следующий учебник геометрии 7-9 классов Шарыгина И.Ф. значительно отличается от двух предыдущих. Он более сложен в изучении и может требовать предварительной подготовки. Автор акцентирует внимание на наглядности и развитии пространственного воображения. Окружность представлена в 3 главе вместе с треугольниками [12]. Здесь об окружности говорится, как о замкнутой кривой и упор делается на изучение свойств этой

фигуры, вводится теорема о диаметре, перпендикулярном хорде. Далее автор переходит к пересечению двух окружностей и окружности и прямой. При этом он делает замечание о том, что на основе наблюдений и опыта известно пересечения могут быть не более чем в двух точках, но все же делает упор на необходимости доказать данный факт. После теоретической части идет большое количество задач. Большинство из них посвящены треугольникам, но есть и некоторые задачи посвященные окружности. Здесь же в 7 классе идет тема касательная к окружности, ее решено начать сразу с определения. В 8 классе упор на вписанные и описанные четырехугольники, а в 9 на композицию окружности и правильного многоугольника.

4. Волчкевич М.А. является автором книг математическая вертикаль по изучению геометрии для 7-9 классах. В учебнике 7 класса теме «окружность и круг» отведен параграф в главе геометрические места точек. Большой упор сделан на связь окружности с жизнью в различных сферах и исторические аспекты темы. Изначально вводится небольшой пункт о колесе и лишь потом говорится об окружности как о математической модели колеса, вводятся основные понятия и свойства. Ранее в параграфе геометрические фигуры было уже введено определение окружности как замкнутой линии, все точки которой находятся на равном расстоянии от центра, а перед этим четко описано практическое построение окружности в древности с помощью веревки. Весь материал излагается по принципу от простого к сложному. Сначала простые примеры объясненные на пальцах, затем строгие определения и доказательства. Все определения выведены отдельно, а не просто содержаться в общем тексте, теоремы выделены цветом, множество рисунков, помогающих усвоить материал.

5. В учебнике по геометрии для 7 класса авторства А.Д. Александрова, А.Л. Вернера и В.И Рыжика изучение темы окружность начинается почти с самого начала курса. Материал представлен следующим образом: сначала вводится определение окружности, затем уточняется понятие радиуса как

отрезка, соединяющего центр с любой точкой окружности, и подчеркивается равенство любых таких отрезков. Далее вводится определение круга, а завершается теоретическая часть этого урока знакомством с концентрическими окружностями. После изучения параграфа предлагается обширный набор заданий различной степени трудности, разделенных на категории. Также раздел «окружность» является одним из ключевых для 8 класса. В нем подробно рассматриваются взаимосвязи между многоугольниками и окружностями, а также основные элементы окружности. В учебнике также вводится понятие градусной меры дуги и вписанных углов. Глубокое усвоение материала достигается благодаря системному подходу, включающему теоремы, их доказательства и множество задач. Часть учебника 9 класса также посвящена окружности. В рамках изучения анализируются всевозможные варианты расположения окружности и прямой. Происходит углубление в тему касательной и изучение ключевых теорем, измерение дуг в градусах. Разбирается что такое вписанная и описанная окружности, вводятся формулы для нахождения длины окружности и площади круга [1].

Не смотря на то, что тема окружность в учебниках 7-9 классах всегда сохраняет основу, которая затрагивает одни и те же ключевые понятия, изложения материала может отличаться в зависимости от подхода авторов учебников [11]. Глубина изложения и расстановка приоритетов различаются в зависимости от предполагаемого уровня подготовки учащихся. Тем не менее, можно выделить общие черты. В учебниках видно согласованность, так как основные понятия и элементы одинаковы или с минимальными отличиями. Различия можно увидеть в деталях изложения, подборе задач, доказательствах. В одних учебниках геометрии виден упор на формальное-логическое изложение, строгое доказательство теорем, каждое утверждение логически следует из предыдущего и связано с последующими. В других акцент на формирование наглядно-образного представления, много практических задач и

примеров связи с жизнью. Образы и примеры позволяют делать абстрактные понятия более конкретными и понятными для восприятия.

1.3 Анализ заданий по теме «окружность» в структуре ОГЭ, ЕГЭ.

Окружность является важной темой в контрольно-измерительных материалах (КИМ) ОГЭ и ЕГЭ по математике, что подчеркивает важность изучения этой темы в школьном курсе геометрии. Она позволяет оценить теоретические знания учеников и их способность применять свойства геометрических фигур. В структуре ЕГЭ и ОГЭ задания по теме встречаются регулярно и требуют от учеников, уметь применять знания в нестандартной ситуации, проводить анализ чертежей и выбирать оптимальный метод решения. Анализ заданий по теме «окружность» в ОГЭ и ЕГЭ имеет важное значение, поскольку это позволяет учителям точно строить учебный процесс и повышать качество преподавания. Это в свою очередь помогает повышению у учащихся навыков критического анализа в рамках современной системы аттестации.

В ОГЭ задания по окружности встречаются в 16 задание с кратким ответом и в трех заданиях с развернутым ответом: на вычисление, доказательство и задача повышенной сложности.

Задания предполагают решения связанные с:

1. нахождением углов: центральные и вписанные углы, углы, опирающиеся на одну дугу, углы между касательной и хордой.

2. работой с отрезками: радиусы, хорды, диаметры, отрезки касательных, проведенных из одной точки, секущие и их свойства.

3. вписанными и описанными окружностями: свойства четырехугольников, вписанных в окружность, нахождение радиуса, вписанной или описанной около треугольника, окружности.

4. длиной окружности и площадь круга: вычисления по формулам

$$C = 2\pi R \text{ и } S = \pi R^2$$

Пример 16 задания: Центр окружности, описанной около треугольника ABC, лежит на стороне AB. Найдите угол ABC, если угол BAC равен 9° . Ответ дайте в градусах (рис.5).

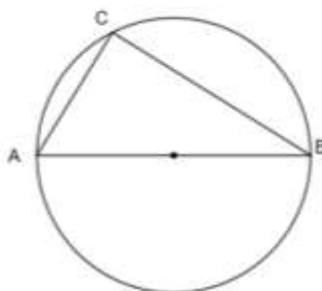


Рисунок 5.

Решение: Так как центр окружности лежит на стороне AB треугольника ABC, то AB является диаметром данной окружности. По теореме о вписанном угле, $\angle ACB = 90^\circ$, так как он опирается на диаметр. $\angle ACB = 180^\circ - 90^\circ - 9^\circ = 81^\circ$ (по теореме о сумме углов треугольника)

Ответ: 81°

Пример 23 задания: В треугольнике ABC угол B равен 72° , угол C равен 63° , $BC = 2\sqrt{2}$. Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.

Решение: $\angle BAC = 180^\circ - \angle ABC - \angle ACB = 180^\circ - 72^\circ - 63^\circ = 45^\circ$

Радиус описанной окружности: $R = \frac{BC}{2 \sin A} = 2$

Ответ: 2

Пример 24 задания: В окружности через середину O хорды AC проведена хорда BD так, что дуги AB и CD равны. Докажите, что O – середина хорды BD.

Решение: $\angle ADB = \angle CBD = \angle ACB = \angle DAC$ (т.к. углы вписанные и опираются на равные дуги).

Треугольники AOD и COB подобны по двум углам. Коэффициент подобия: $k = \frac{AO}{OC}$.

Так как $AO = OC \Rightarrow \triangle AOD = \triangle COB \Rightarrow BO = OD$ ч. т. д.

Пример 25 задания: Две окружности с центрами O_1 и O_3 и радиусами 4,5 и 2,5 касаются друг с другом внешним образом и внутренним образом касаются окружности с центром O_2 радиусом 7,5. Найдите угол $O_1O_2O_3$.

Решение: $O_1O_3 = 4,5 + 2,5 = 7$; $O_1O_2 = 7,5 - 4,5 = 3$; $O_3O_2 = 7,5 - 2,5 = 5$.

$O_1O_3^2 = O_1O_2^2 + O_3O_2^2 - 2O_1O_2 \cdot O_3O_2 \cos \angle O_1O_2O_3$ (по теореме косинусов) $\Rightarrow 49 = 9 + 25 - 30 \cos \angle O_1O_2O_3 \Rightarrow \cos \angle O_1O_2O_3 = -\frac{1}{2} \Rightarrow \angle O_1O_2O_3 = 120^\circ$.

Ответ: 120°

Характерными особенностями задания из первой части является наличие геометрического изображения, фиксированный формат ответа. Рисунок служит для передачи важной информации и связи между элементами [10]. В большинстве случаев числа даны явно, что уменьшает необходимость развернутого решения и доказательства результата. Преобладание такого типа задач означает направленность на оценивание практических навыков вычисления на практике. Так же в заданиях требуется применение свойств геометрических элементов: касательных, хорд, вписанных углов, что проверяет теоретические основы.

Отдельную группу составляют задачи на доказательство, в которых нужно последовательно использовать свойства фигур и приводить обоснования. В задаче могут попросить доказать равенство отрезков или их перпендикулярность или отношение отрезков (диаметров).

Например, в окружности с центром O проведены две хорды AB и CD так, что центральные углы AOB и COD равны. На эти хорды опущены перпендикуляры OK и OL . Докажите, что OK и OL равны.

Типичные ошибки в таких задачах:

отсутствие обоснования (ученики делают промежуточные вычисления и не ссылаются на известные теоремы, свойства или определения);

пропуск шагов в доказательстве (ученик пропускает логические шаги доказательства, считая их не важными или очевидными);

неправильное понимание условия.

В ЕГЭ окружность встречается и в базовой и в профильной математике, но с разной глубиной проработки материала.

На базовом уровне окружность можно увидеть в 10 задании прикладного характера на решение практической ситуации. Например, найти величину угла, образованного спицами колеса или задача со стрелками часов. В таких задачах важно понимать, что речь идет о форме круга и об окружности, а также знать об угловой величине полного круга и градусной мере дуги.

Большее внимание окружности уделяется в 12 задании по планиметрии. В таких задачах может требоваться найти градусную меру вписанного угла, площадь кольца, длину хорды, длину дуги, диаметр. Задания экзаменационной работы носят практико-ориентированный характер и нацелены на проверку владения базовыми геометрическими понятиями, знания важных формул по теме и умения применять свои знания при решении практических заданий. Особенности заданий заключаются в достаточно простой формулировке, а так же обычно требуется минимальное количество действий. Не требуются многоступенчатые доказательства, необходимо дать численный ответ. Для успешного выполнения таких заданий должны быть хорошо развиты вычислительные навыки и внимательность при работе с данными. Так же необходимо уметь работать с чертежами: выделять нужные элементы, отмечать известные величины, соотносить текстовую информацию с представленным изображением.

В структуре ЕГЭ профильного уровня окружность так же встречается в первой части (задания с кратким ответом) и во второй (задания с развернутым ответом), но уже на более сложном уровне.

Задание на нахождение элементов окружности могут быть в первом задании по планиметрии. Оно может быть одно из 4 типов:

- 1) Центральные и вписанные углы
- 2) Касательная, хорда, секущая
- 3) Вписанные окружности
- 4) Описанные окружности

Данной задание направлено на оценку базовых геометрических представлений и способности к практическому применению математических формул. При подготовке к экзамену необходимо знать базовые математические понятия по теме «окружность» и ее элементы. Необходимо разбираться в фактах, которые часто встречаются:

- понятие диаметра (d), радиуса ($r = \frac{1}{2}d$), хорды;
- различие между вписанным и центральным углами (величина вписанного угла пропорциональна половине соответствующей дуги, а центральный угол равен величине дуги на которую он опирается);
- свойство вписанного четырехугольника (сумма противоположных углов равна 180°)
- свойства касательной;
- формулы, определяющие радиусы вписанных и описанных окружностей для треугольника;
- теорема, устанавливающая соотношение между отрезками пересекающихся хорд.

Так же задания с окружностями могут быть в 17 задании второй части экзамена. Задание №17 – это сложная планиметрическая задача и окружность часто выступает в качестве ключевого элемента.

Обычно задача состоит из двух частей:

1) первая часть (а) – это доказательство. На этом этапе необходимо доказать и обосновать определенное геометрическое свойство, тесно связанное с окружностью. Примерами может служить доказательство равенства хорд, параллельности прямых, подобия треугольников.

2) вторая часть (б) – вычисление. Основываясь на результатах доказанных в первой части или на дополнительных условиях, нужно найти количественные характеристики, такие как радиус окружности, длину определенного отрезка, отношение двух отрезков, площадь (например, треугольника, шестиугольника).

Пример: две окружности с центрами O_1 и O_2 пересекаются в точках А, В. Причем точки O_1 и O_2 лежат по разные стороны от АВ. Продолжения диаметра СА первой окружности и хорды СВ этой окружности пересекают вторую окружность в точках D и E.

Под а) требуется доказать, что треугольник CBD подобен треугольнику O_1AO_2 .

Под б) необходимо найти отрезок AD, если радиус второй окружности в три раза превышает радиус первой и длина отрезка АВ равна трем.

Для успешного выполнения задания № 17 недостаточно лишь владеть формулами, оно так же предполагает глубокое понимание и способность к анализу сложных геометрических объектов и структур, построению строгих и развернутых доказательств, проведению нетривиальных вычислительных операций. В данном контексте окружность выступает не как элементарная геометрическая фигура, а как мощный аналитический инструмент, позволяющий решать сложные задачи.

Ошибки допущенные в этом задании так же могут быть из-за недостаточного внимания при чтении условия задачи. Многие не дочитывают условие, забывают использовать важные факты и упускают важные детали. Так же причиной ошибки может быть не правильно построенный или не точный чертеж.

Типичные ошибки, которые могут быть допущены в доказательстве, возможны из-за отсутствия логической цепочки, нет обоснования между шагами. Неполное доказательство так же ошибка, когда не рассматриваются все возможные варианты, другое расположение элементов. Так же если опираются на недостоверные, не доказанные факты.

Ошибки в вычислениях так же часто становятся причиной потери баллов на экзамене. К ним относятся неправильные вычисления при работе с числами, ошибки в подстановке чисел в формулы, неверное округление результата, неправильное применение формулы. Кроме того не редко пропускаются промежуточные результаты, пропускают преобразования и упрощения, а сразу пишут ответ. Это затрудняет процесс проверки работы и повышает вероятность допустить ошибку [2]. Что бы избежать такой ошибки важно приучать учеников подробно расписывать все шаги решения, проверять правильность подстановки значений и соответствие формулы условиям задачи.

Подготовка к ОГЭ и ЕГЭ должна быть последовательная и систематичная. Наиболее эффективный подход предполагает переход от простых к более сложным задачам. Изучение должно начинаться с базовых понятий, таких как окружность, радиус, диаметр, затем хорда, касательная, вписанные и центральные углы. В обоих экзаменах проверяются одни и те же базовые знания по теме, необходимо уметь работать с чертежами и правильно пользоваться формулами. Закрепление материала проходит через решение типовых задач ЕГЭ и ОГЭ. Особенно важно решение комплексных задач повышенной сложности для второй части экзаменов.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО ТЕМЕ «ОКРУЖНОСТЬ»

2.1. Технологические карты уроков по теме «Окружность»

Технологическая карта урока, по сути, представляет собой план-схему, который позволяет эффективно строить учебный процесс и обеспечивать четкую структуру деятельности учителя и учеников. В рамках изучения окружности технологическая карта урока способствует глубокому усвоению темы, развитию практических навыков и пространственных представлений. Также она позволяет учитывать индивидуальный подход к учащимся, их уровень подготовки и психологические особенности [7]. План урока может включать планируемые результаты, которые помогут зафиксировать прогресс и скорректировать следующие уроки.

Структура и содержание технологической карты

1. Организационный момент.

Происходит включение класса в рабочее состояние через приветствие, проверку готовности к уроку, эмоциональный настрой. Учитель формирует психологически благоприятную атмосферу. Отмечает важность вести себя аккуратно и сосредоточенно, подготавливает учащихся к восприятию новых знания.

2. Актуализация опорных знаний и умений.

Здесь воспроизводятся знания, необходимые для изучения новой темы, активизируется мыслительная деятельность. Для актуализации могут быть использованы, например, игровые задания или устные вопросы.

3. Постановка цели, формулирование проблемы и планирование деятельности

Этот этап может включать создание проблемной ситуации, обсуждение этой проблемы в созданной ситуации, а также намечается план дальнейшей работы.

4. Открытие нового знания.

Это ключевой момент урока. Ученики должны быть вовлечены в специальную целенаправленную деятельность (например, дискуссию, решение проблемы, исследование). Они самостоятельно открывают новые понятия, правила и другие важные выводы. Учитель организует учебный процесс

5. Первичная проверка понимания.

Учитель проверяет понимание основного содержания урока и способов действий. Учениками выполняются задания по образцу, отрабатывается алгоритм. На данном этапе могут быть использованы такие методы как устный опрос, фронтальный опрос по чертежам, тест или задания с ошибками.

6. Применение новых знаний.

Этап предусматривает применение новой информации в практических заданиях. Он содержит типовые задания, творческие на решение нестандартных задач, возможна работа в парах или группах. Учитель организует деятельность на уроке, корректирует решения, помогает учащимся комментировать свои действия. Ученики в свою очередь выполняют предложенные задания, комментируя при этом каждый свой шаг.

7. Рефлексия учебной деятельности.

Важный этап урока направленный на самооценку, самоанализ результатов урока, который позволяет ученикам оценить результаты проведенной работы и степень достижения поставленной цели.

Технологическая карта урока в 7 классе по теме «Окружность».

Предмет	геометрия
Класс	7
Тип урока	Открытие нового знания

Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	«Окружность»
Цель	<ul style="list-style-type: none"> - формирование центральных математических понятий (окружность) - развитие интеллектуальных способностей учащихся - формирование функциональной математической грамотности
Задачи	<p>Предметные результаты: научиться строить окружность, научиться решать задачи связанные с окружностью.</p> <p>Личностные результаты: Трудовое воспитание, через установку на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений.</p> <p>Познавательные универсальные учебные действия: выявить математические закономерности, взаимосвязи в фактах, данных и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;</p> <p>Коммуникативные универсальные учебные действия: в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;</p> <p>Самоорганизация: аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации. Владеть способами самопроверки,</p>

	самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;
Основные термины, понятия	Окружность, радиус, диаметр, хорда

Планируемый результат	
<p>Предметные умения:</p> <p>Усвоить понятия окружность, круг, хорда, радиус, диаметр.</p> <p>Уметь применять данные понятия в решение задач.</p>	<p>Личностные УУД: способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности</p> <p>Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение</p> <p>Познавательные УУД: уметь отличать новое от уже известного; находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; извлекать из математических текстов необходимую информацию; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений</p> <p>Коммуникативные УУД: уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно</p>
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы

Фронтальная, индивидуальная	Книгопечатная продукция: учебник «Геометрия 7-9», автор Атанасян Л.С Технические средства обучения: проектор, презентация
-----------------------------	--

Дидактические задачи этапов урока (с указанием времени каждого этапа)

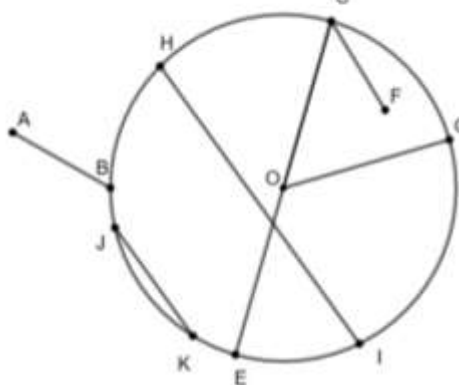
Этапы урока	Учебные задачи
Организационный (2 мин)	включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне.
Актуализация опорных знаний и умений (5 мин)	готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия.
Постановка учебной проблемы (5 мин)	выявление и фиксация места и причины затруднения.
Формулирование проблемы, планирование деятельности (3 мин)	постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств ее реализации
Открытие нового знания (7 мин)	построение и фиксация нового знания
Первичная проверка понимания (7 мин)	применение нового знания в типовых заданиях.
Применение новых знаний (10 мин)	включение нового знания в систему знаний, повторение и закрепление ранее изученного
Рефлексия учебной деятельности (6 мин)	соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания.

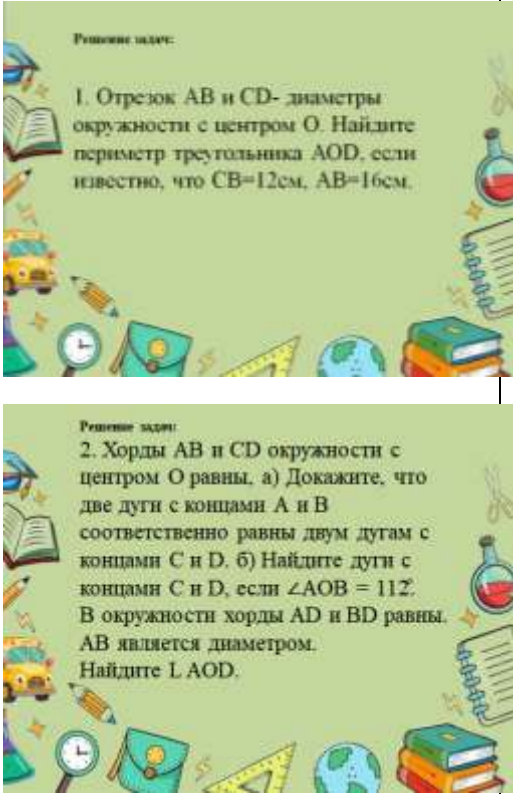
Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
------------	--------------------	----------------------	--------------------------

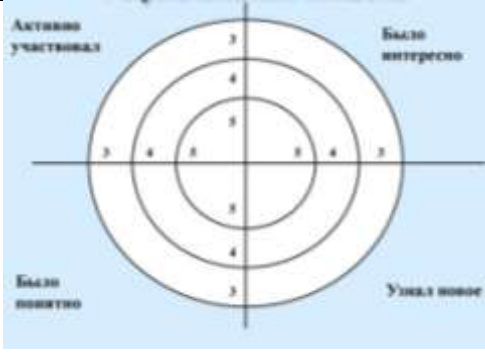
Организационный момент	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в своей системе знаний</p> <p>регулятивные: организация своей учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками</p>	<p>Приветствие. Проверка готовности учащихся к уроку.</p> <p>Здравствуйте, ребята! Проверьте все ли готово к уроку (учебник, тетрадь, канцелярские принадлежности). Давайте запишем число, «классная работа» в тетради.</p>	<p>Слушают учителя, включаются в ритм урока, записывают число, «Классная работа» в тетрадях.</p>
Актуализация опорных знаний и умений	<p>Предметные: повторить прошлые темы</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: структурирование собственных знаний</p> <p>регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности</p> <p>коммуникативные: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками</p>	<p>Что мы проходили с вами на прошлых уроках? Давайте повторим пройденный материал, для этого я буду читать вам утверждения, а вы должны будете ответить верно оно или нет.</p> <p>Итак, начнем.</p> <p>1) верно ли, что существует признак равенства треугольников по трем углам.</p> <p>2) верно ли, что в равнобедренном треугольнике углы при основании равны.</p> <p>3) верно ли, что если три стороны одного треугольника равны соответственно трем сторонам другого треугольника, то такие треугольники равны.</p>	<p>Ученики отвечают на вопросы:</p> <p>Треугольники. Признаки равенства треугольников.</p> <p>1) нет</p> <p>2) да</p> <p>3) да</p> <p>4) нет</p> <p>5) нет</p>

		<p>4) верно ли, что если сторона и два угла треугольника равны соответственно стороне и двум углам другого треугольника, то эти треугольники равны.</p> <p>5) напротив угла А лежит сторона AC.</p>	
Постановка цели, формулирование проблемы и планирование деятельности	<p>Предметные:</p> <p>Уметь выделять неизвестное, неизученное</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной форме.</p> <p>регулятивные: самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса.</p>	<p>Посмотрите на следующий слайд. Как думаете какая тема сегодняшнего урока?</p>  <p>Правильно, «окружность», запишите тему урока в тетради. Где еще окружность встречается в жизни?</p> <p>Давайте вспомним определение окружности.</p> <p>На уроке мы разберем свойства окружности, ее элементы, а так же будем решать задачи связанные с окружностью. Для начала давайте вспомним, какие элементы окружности мы знаем.</p>	<p>Отвечают на вопросы, делают предположения, записывают тему урока в тетрадь.</p> <ul style="list-style-type: none"> - Окружность. - колеса, тарелки, мишень... - окружность – это замкнутая линия, все точки которой удалены от центра на одинаковое расстояние. - центр, радиус, диаметр, хорда, дуга.

Открытие нового знания	<p>Предметные: формулировка определений, распознавание элементов окружности</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: формирование интереса к данной теме.</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.</p> <p>коммуникативные: Взаимодействовать с учителем во время работы, выслушивать разные мнения своих сверстников, корректировать свое мнение.</p>	<p>Запишем определение. Окружностью называется геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.</p> <p>На слайде изображена окружность и ее элементы. Внимательно посмотрите и сформулируйте определения этих элементов.</p> <div data-bbox="638 719 1139 1088" data-label="Image"> </div> <p>Учитель наводит учеников на правильную формулировку определений, а затем выводит определения на слайде.</p> <p>Каким свойство обладают радиусы одной окружности.</p> <p>Как вы думаете чем круг отличается от окружности?</p> <p>Правильно. Запишите определение. Круг это часть плоскости, ограниченная окружностью. Теперь я буду называть различные предметы. А вы внимательно слушайте и решайте. Если предмет имеет форму круга, поднимите руку, если окружности – хлопните в ладоши.</p>	<p>Ученики записывают определение в тетрадь и делают чертеж. Анализируют рисунок и формулируют определения.</p> <p>- 1. центр – это точка, которая находится на одинаковом расстоянии от всех точек окружности.</p> <p>2. хорда – это отрезок, соединяющий две точки окружности.</p> <p>3. диаметр – это хорда, проходящая через центр окружности.</p> <p>4. дуга – это часть окружности, заключенная между двумя ее точками.</p> <p>5. радиус – это отрезок, соединяющий центр окружности с какой-либо точкой окружности.</p> <p>- радиусы равны.</p> <p>- круг включает все точки окружности и внутри нее.</p>
------------------------	---	---	--

		Например, кольцо, обруч, тарелка, сушка, монета, пицца и другие.	
Первичная проверка понимания	Предметные: первичное закрепление понимания элементов окружности. Метапредметные (УУД): познавательные: формирование интереса к теме «окружность» регулятивные: работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.	Ребята, теперь давайте закрепим с вами то, что мы прошли на уроке. Посмотрите внимательно на рисунок. Какие отрезки являются хордами, диаметром и радиусами окружности? Объясните почему вы сделали тот или иной выбор. 	Устно выполняют задание: KJ, HI, EC – хорды окружности, потому что соединяют две точки окружности. EC – диаметр. Хорда, проходящая через центр окружности. OE, OF, OG – радиусы окружности. Соединяют центр с точкой на окружности.
	Предметные: уметь решать задачи связанные с окружностью	Решение заданий у доски и в тетради. Выполним задачу (на слайде помещена задача).	Решают задания у доски и в тетради.

<p>Применение новых знаний</p>	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в системе своих знаний</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата</p> <p>коммуникативные: умение оформлять свои мысли в письменной форме, слушать и понимать речь других.</p>	<p>Учитель контролирует учащихся и при необходимости консультирует в появившихся вопросах.</p> 	
	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: рефлексия</p> <p>регулятивные: оценивание собственной деятельности на уроке</p>	<p>Перед вами представлена мишень, разделенная на 4 части (активно участвовал, было интересно, было понятно и узнал новое). Я предлагаю вам с ее помощью оценить наш урок. Возьмите фломастер и сделайте «выстрел», поставив точку в том месте, которое соответствует вашей оценке.</p>	<p>Оценивают урок и свою работу на нем.</p>

Рефлексия	коммуникативные: умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции	 <p>Отлично! Все выставили метки. Давайте посмотрим, что у нас получилось. (учитель делает выводы)</p>	
-----------	--	--	--

Технологическая карта урока в 8 классе по теме «Взаимное расположение прямой и окружности».

Предмет	геометрия
Класс	8
Тип урока	Открытие нового знания
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	«Взаимное расположение прямой и окружности».
Цель	<ul style="list-style-type: none"> - формирование центральных математических понятий, обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся; - развитие интеллектуальных способностей учащихся - формирование функциональной математической грамотности
Задачи	Предметные результаты: научиться определять взаимное расположение окружности и прямой, научиться решать задачи, уметь проводить анализ изображения.

	<p>Личностные результаты: Трудовое воспитание, через установку на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений.</p> <p>Познавательные универсальные учебные действия: выявить математические закономерности, взаимосвязи в фактах, данных и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;</p> <p>Коммуникативные универсальные учебные действия: в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;</p> <p>Самоорганизация: аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации. владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;</p>
Основные термины, понятия	Окружность, радиус окружности, расстояние от точки до прямой

Планируемый результат	
<p>Предметные умения:</p> <p>Определять взаимное расположение окружности и прямой, научиться решать задачи.</p>	<p>Личностные УУД: способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности</p> <p>Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать</p>

	<p>правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение</p> <p>Познавательные УУД: уметь отличать новое от уже известного; находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; извлекать из математических текстов необходимую информацию; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений</p> <p>Коммуникативные УУД: уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно</p>
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная	<p>Книгопечатная продукция: учебник «Геометрия 7-9», автор Атанасян Л.С</p> <p>Технические средства обучения: проектор, презентация, рабочие листы</p>

Дидактические задачи этапов урока (с указанием времени каждого этапа)

Этапы урока	Учебные задачи
Организационный (2 мин)	включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне.
Актуализация опорных знаний и умений (5 мин)	готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия.

Постановка учебной проблемы (5 мин)	выявление и фиксация места и причины затруднения.
Формулирование проблемы, планирование и деятельность (3 мин)	постановка цели учебной деятельности, выбор способа ее реализации
Открытие нового знания (7 мин)	построение и фиксация нового знания
Первичная проверка понимания (7 мин)	применение нового знания в типовых заданиях.
Применение новых знаний (10 мин)	включение нового знания в систему знаний, повторение и закрепление ранее изученного
Рефлексия учебной деятельности (6 мин)	соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания.

Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный момент	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в своей системе знаний</p> <p>регулятивные: организация своей учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками</p>	<p>Приветствие. Проверка готовности учащихся к уроку.</p> <p>Здравствуйте, ребята! Проверьте все ли готово к уроку (учебник, тетрадь, канцелярские принадлежности).</p> <p>Давайте запишем число, «классная работа» в тетради. Тема урока «взаимное расположение окружности и прямой».</p>	<p>Слушают учителя, включаются в ритм урока, записывают число, «Классная работа» в тетрадях.</p>

<p>Актуализация опорных знаний и умений</p>	<p>Предметные: повторить прошлые темы</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: структурирование собственный знаний</p> <p>регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности</p> <p>коммуникативные: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками</p>	<p>Для начала давайте вспомним, что такое окружность?</p> <p>Радиус? Хорда?</p> <p>Как называется хорда проходящая через центр окружности?</p> <p>Чему равен радиус окружности, если диаметр равен 7,8 см.?</p> <p>Что такое касательная к окружности?</p>	<p>Отвечают на вопросы.</p> <p>- Окружность – это геометрическая фигура, состоящая из всех точек плоскости, расположенных на заданном расстоянии от данной точки.</p> <p>Радиус – отрезок, соединяющий центр с какой-либо точкой окружности.</p> <p>Хорда – отрезок, соединяющий две точки окружности.</p> <p>- Диаметр.</p> <p>- 3,9</p> <p>- касательная к окружности – это прямая, которая имеет с окружность одну общую точку.</p>
	<p>Предметные:</p> <p>Уметь выделять неизвестное, неизученное</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной форме.</p>	<p>В 7 классе мы уже говорили с вами о том, что окружность и прямая могут иметь не более двух общих точек. Давайте вспомним все случаи взаимного расположения окружности и прямой.</p> <p>Сегодня мы проведем исследование их взаимного расположения.</p> <p>Учитель просит трех учеников выйти к доске и</p>	<p>Дети отвечают на вопросы учителя, выполняют задание:</p> <p>- прямая может пересекать окружность в двух точках, не пересекать или касаться окружности.</p> <p>- нужно знать расстояние от центра окружности до</p>

Постановка цели, формулирование проблемы и планирование деятельности	<p>регулятивные: самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса.</p>	<p>изобразить каждый случай отдельно.</p> <p>Как вы думаете от чего зависит, сколько будет общих точек у окружности и прямой. Что нужно знать, чтобы точно отвечать на этот вопрос?</p> <p>Учитель дает время подумать и слушает высказывания. Просит учеников у доски зафиксировать этот момент.</p> <p>- Напишите под каждым случаем, как соотносятся расстояние от центра до прямой и радиус окружности. (Учитель просит проверить остальных учеников, правильно ли выполнено задание у доски и корректирует в случае ошибок).</p>	прямой и радиус.
	<p>Предметные: понимать, когда окружность имеет с прямой две общие точки, одну, а когда вообще не имеет.</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: формирование интереса к данной теме.</p>	<p>Давайте рассмотрим каждый из трех случаев. У вас на партах лежат листы с изображением окружности и тремя прямыми. Ваша задача измерить радиус, расстояние от центра до прямой и заполнить</p>	<p>Заполняют таблицу, анализируют, делают выводы.</p> <p>- если радиус равен расстоянию до прямой, то прямая касается окружности.</p> <p>- если радиус меньше расстояния до прямой, то прямая пересекает</p>

Открытие нового знания	<p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.</p> <p>коммуникативные: Взаимодействовать с учителем во время работы, выслушивать разные мнения своих сверстников, корректировать свое мнение.</p>	<p>таблицу.</p>  <p>Учитель предлагает обсудить результаты. Просит учеников сделать выводы.</p> <p>Фиксирует все три случая:</p> <p>$r = d$ – одна общая точка;</p> <p>$r < d$ – нет общих точек;</p> <p>$r > d$ – две общие точки.</p>	<p>окружность в двух точках.</p> <p>- если радиус больше расстояния до прямой, то окружность и прямая не имеют общих точек.</p>
Первичная проверка понимания	<p>Предметные: первичное закрепление понимания взаимного расположения окружности и прямой.</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: формирование интереса к теме «окружность»</p> <p>регулятивные: работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно</p>	<p>1) Может ли окружность иметь с прямой три общих точки ?</p> <p>2) При каком условии прямая не пересекает окружность?</p> <p>3) Какое взаимное расположение прямой k и окружности, если</p> <p>а) $r = 7$ см., $d = 5$ см.</p> <p>б) $r = 30$ см., $d = 46$ см.</p> <p>в) $r = 3$ дм., $d = 30$ см.</p> <p>г) $r = 7$ см., $d = 7$ мм.</p> <p>д) $r = 12$ см., $d = 12$ см.</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя. Выполняют устное задание.</p> <p>- окружность не может иметь с прямой три общих точки.</p> <p>- прямая не пересекает окружность, если радиус меньше расстояния от центра до прямой.</p> <p>- а) прямая пересекает окружность в двух точках.</p> <p>б) прямая не пересекает</p>

	<p>коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.</p> <p>Предметные: уметь решать задачи связанные с окружностью и взаимном расположении окружности и прямой.</p>		<p>окружность.</p> <p>в) прямая касается</p>
Применение новых знаний	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в системе своих знаний</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата</p> <p>коммуникативные: умение оформлять свои мысли в письменной форме, слушать и понимать речь других.</p>	<p>1) Дана окружность с центром в точке О и радиусом 12 см.. Где находится точка М, если а) $OM = 16$ см. б) $OM = 3$ см.в) $OM = 120$ мм.</p> <p>2) Дана окружность с центром в точке О. прямая NL касается окружности в точке L, $\angle NOL = 60^\circ$, а радиус окружности равен 16 см. чему равен отрезок NL ?</p>	
	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: рефлексия</p>	<p>Какую тему мы сегодня изучали?</p> <p>Что у вас вызвало затруднения? Что было самым интересным?</p>	<p>Анализируют свою деятельность и результаты на уроке.</p> <p>окружности.</p> <p>г) прямая пересекает</p>

Рефлексия	<p>регулятивные: оценивание собственной деятельности на уроке</p> <p>коммуникативные: умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции</p>	<p>С каким настроением вы уходите с урока?</p> <p>Давайте запишем домашнее задание.</p>	<p>окружность в двух точках</p> <p>д) прямая касается окружности.</p> <p>Решают задачи у доски и в тетрадях.</p>
-----------	---	---	--

Технологическая карта урока в 8 классе по теме «Центральные и вписанные углы».

Предмет	геометрия
Класс	8
Тип урока	Открытие нового знания
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	«Центральные и вписанные углы».
Цель	<ul style="list-style-type: none"> - формирование центральных математических понятий (центральный, вписанный угол), обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся; - развитие интеллектуальных способностей учащихся - формирование функциональной математической грамотности
Задачи	<p>Предметные результаты: научиться находить градусную меру центральных и вписанных углов, научиться решать задачи, уметь проводить анализ изображения.</p> <p>Личностные результаты: Трудовое воспитание, через установку на активное участие в решении</p>

	<p>практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений.</p> <p>Познавательные универсальные учебные действия: выявить математические закономерности, взаимосвязи в фактах, данных и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;</p> <p>Коммуникативные универсальные учебные действия: в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;</p> <p>Самоорганизация: аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации. владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;</p>
Основные термины, понятия	Окружность, вписанный угол, центральный угол, дуга

Планируемый результат	
<p>Предметные умения:</p> <p>Определять градусную меру центральных и вписанных углов, научиться решать задачи.</p>	<p>Личностные УУД: способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности</p> <p>Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной</p>

	<p>задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение</p> <p>Познавательные УУД: уметь отличать новое от уже известного; находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; извлекать из математических текстов необходимую информацию; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений</p> <p>Коммуникативные УУД: уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно</p>
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная	<p>Книгопечатная продукция: учебник «Геометрия 7-9», автор Атанасян Л.С</p> <p>Технические средства обучения: проектор, презентация</p>

Дидактические задачи этапов урока (с указанием времени каждого этапа)

Этапы урока	Учебные задачи
Организационный (2 мин)	включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне.
Актуализация опорных знаний и умений (5 мин)	готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия.
Постановка учебной проблемы (5 мин)	выявление и фиксация места и причины затруднения.
Формулирование	постановка цели учебной деятельности, выбор способа

проблемы, планирование деятельности (3 мин)	и средств ее реализации
Открытие нового знания (7 мин)	построение и фиксация нового знания
Первичная проверка понимания (7мин)	применение нового знания в типовых заданиях.
Применение новых знаний(10 мин)	включение нового знания в систему знаний, повторение и закрепление ранее изученного
Рефлексия учебной деятельности(6 мин)	соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания.

Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный момент	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в своей системе знаний</p> <p>регулятивные: организация своей учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками</p>	<p>Приветствие. Проверка готовности учащихся к уроку.</p> <p>Здравствуйте, ребята! Проверьте все ли готово к уроку (учебник, тетрадь, канцелярские принадлежности). Прежде чем начать, поделитесь, какое у вас сегодня настроение.</p> <p>Пусть каждый скажет по слову. Давайте запишем число, «классная работа» в тетради.</p>	<p>Слушают учителя, включаются в ритм урока, записывают число, «Классная работа» в тетрадях.</p>

Предметные: повторить прошлые темы
 Метапредметные (УУД):
 познавательные: структурирование собственный знаний
 регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности
 коммуникативные: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками

Давайте сыграем в крестики нолики. Я буду читать утверждение, а вы должны поставить крестик или нолик в соответствующую клеточку, в зависимости от того верно оно или нет.

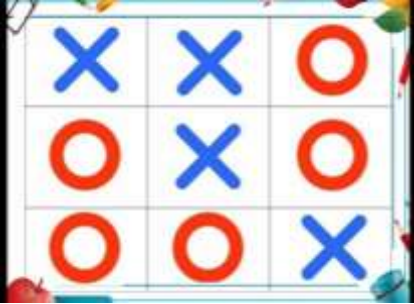
Угол, градусная мера которого меньше 90° тупой.	Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется диаметром	Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания
Если радиус окружности больше расстояния до прямой, то прямая пересекает окружность в двух точках	Диаметр окружности в два раза больше радиуса	Прямая, которая касается окружности в одной точке, называется касательной
Все радиусы окружности равны между собой	Сумма смежных углов равна 180°	Все хорды одной окружности равны между собой

1) Угол, градусная мера которого меньше 90° тупой.
 2) Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется диаметром
 3) Касательная перпендикулярна радиусу, проведенному в точку касания
 4) Если радиус окружности больше расстояния до прямой, то прямая пересекает окружность в двух точках
 5) Диаметр окружности в половину меньше радиуса.
 6) Прямая, которая касается окружность в одной точке называется

Отвечают на вопросы да или нет, верно или не верно. Неверные утверждения исправляют и обосновывают свой ответ.

- 1) Неверно. Угол, градусная мера которого меньше 90° острый.
 2) Неверно. Отрезок, соединяющий две точки окружности, называется хордой.

3) Верно.
 4) Верно.
 5) Неверно. Диаметр окружности в два раза больше радиуса.
 6) Верно.
 7) Верно.
 8) Верно.
 9) Неверно. Не все хорды одной окружности равны между собой.
 - крестики

		<p>касательной.</p> <p>7) Все радиусы окружности равны между собой.</p> <p>8) сумма смежных углов равна 180°.</p> <p>9) Все хорды одной окружности равны между собой.</p>  <p>Кто же победил? Крестики или нолики?</p> <p>Учитель хвалит учеников или поправляет их в случае ошибки.</p>	
	<p>Предметные:</p> <p>Уметь выделять неизвестное, неизученное</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в</p>	<p>Сегодня мы продолжим изучать темы связанные с окружностью, а именно поговорим про углы в окружности. Углы в окружности имеют свои секреты и сегодня мы их узнаем.</p> <p>Запишите тему сегодняшнего урока «Центральные и вписанные углы».</p>	<p>Слушают учителя. Записывают тему урока. Отвечают на вопросы.</p> <p>- узнать какие углы называются центральными, а какие вписанными. Узнать какими свойствами они обладают.</p>

Постановка цели, формулирование проблемы и планирование деятельности	<p>устной форме.</p> <p>регулятивные: самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса.</p>	<p>Как вы думаете какие цели стоят перед нами на этом уроке?</p> <p>Правильно. Сегодня мы узнаем, почему одни углы называются вписанными, а другие центральными.</p>	<p>2) $\angle BGF = 70^\circ$</p> <p>3) $\angle BAC = 90^\circ$</p> <p>$\angle ABC = 57^\circ$</p> <p>4) Дуга $GI = 112^\circ$</p>
	<p>Предметные: распознать центральные и вписанные углы, строить чертежи.</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: формирование интереса к данной теме.</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.</p> <p>коммуникативные: Взаимодействовать с учителем во время работы, выслушивать разные мнения своих</p>	<p>- Давайте начертим окружность с центром в точке О. Отметим на ней три точки, пусть это будет т. С, т. К и т. N.</p> <p>Точки К и С делят окружность на две дуги. Что бы различать эти дуги ставят еще точки, которые называются промежуточными.</p> <p>Учитель строит окружность на доске.</p> <p>Показывает обозначение дуги.</p> <p>Чем являются отрезки ОК и ON?</p> <p>Угол $\angle KON$ – образован двумя радиусами. Где лежит его вершина? Как вы думаете, как называется такой угол?</p>	<p>Строят окружность в своих тетрадях.</p> <p>- Радиусами</p> <p>- В центре окружности.</p> <p>Центральный угол.</p> <p>- Вершина на окружности.</p> <p>Вписанный угол.</p> <p>Формулируют определения.</p> <p>- Центральный угол – угол с вершиной в центре окружности</p> <p>- Вписанный угол – угол с вершиной на окружности и сторонами, пересекающими окружность.</p>

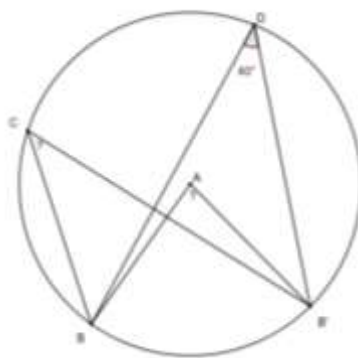
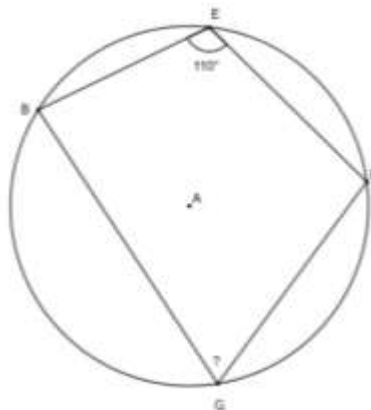
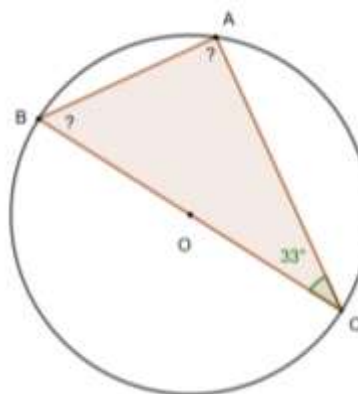
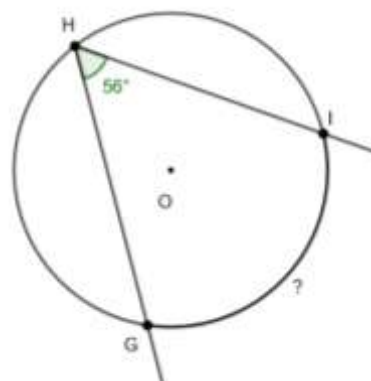
Открытие нового знания	<p>сверстников, корректировать свое мнение.</p>	<p>А угол $\angle KCN$ – образован двумя хордами. Где лежит его вершина? Как вы думаете, как называется такой угол?</p> <p>Давайте попробуем сформулировать определения.</p> <p>Обратите внимание, что центральный угол $\angle KON$ опирается на дугу AB. Дугу можно измерять в градусах. Ее градусная мера равна, градусной мере центрального угла, который опирается на эту дугу.</p> <p>Теперь давайте посмотрим на углы $\angle KON$ и $\angle KCN$. Что у них общего? С помощью транспортира измерим $\angle KON$ и $\angle KCN$. Какие результаты у вас получились, заметили ли вы что-то? Сделайте вывод.</p> $\angle KCN = \frac{1}{2}\angle KON$ <p>Отлично! Давайте четко запишем, чему же равны центральные и вписанные углы.</p>	<p>Выполняют измерения.</p> <p>- опираются на одну и ту же дугу. Вписанный угол в два раза меньше центрального.</p>
	<p>Предметные: различать центральные и вписанные углы на готовых чертежах, находить градусную меру.</p>	<p>Задания по готовым чертежам на нахождение углов и дуг.</p>	<p>Отвечают на вопросы учителя. Выполняют устные задания на чертежах:</p> <p>1) $\angle BAB' = 80^\circ$</p>

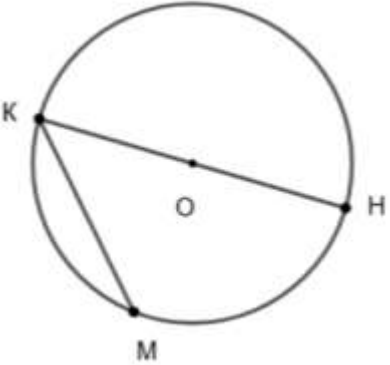
Метапредметные
(УУД):

познавательные:
формирование интереса
к теме «окружность»

регулятивные: работая
по плану, сверять свои
действия с целью и, при
необходимости,
исправлять ошибки
самостоятельно

коммуникативные:
умение с достаточной
полнотой и точностью
выражать свои мысли.



<p style="writing-mode: vertical-rl; transform: rotate(180deg);">Применение новых знаний</p>	<p>Предметные: анализировать условие задачи, находить градусную меру центральных и вписанных углов.</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в системе своих знаний.</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.</p> <p>коммуникативные: умение оформлять свои мысли в письменной форме, слушать и понимать речь других.</p>	<p>1) Точки А, В и С лежат на окружности с центром в точке О, $\angle AOB = 65^\circ$. Найдите угол АСВ.</p> <p>2) КН – диаметр окружности с центром в точке О, а $\angle MKN = 46^\circ$. Найдите $\angle KOM$.</p>  <p>3) Дана окружность с центром в точке А и радиусом равным 6. Найдите расстояние от точки С до прямой АВ, если дуга СВ равна 60°.</p> <p>Учитель контролирует учеников, корректирует их решения.</p>	<p>Решают задачи у доски и в тетрадях</p>
	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: рефлексия</p> <p>регулятивные: оценивание собственной деятельности на уроке.</p>	<p>Вот и подходит наш урок к концу. Какую тему мы сегодня изучили?</p> <p>На доске висит шкала от одного до семи, где 1 - совсем ничего не понял(а) и 7 – все понял(а) и запомнил(а), могу объяснить.</p>	<p>- центральные и вписанные углы.</p> <p>Анализируют свою деятельность и результаты на уроке.</p> <p>Отвечают на вопросы учителя.</p>

Рефлексия	коммуникативные: умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции	<p>Возьмите пожалуйста магнитик. И с помощью нашей шкалы оцените, как хорошо вы поняли тему, которую мы проходили сегодня на уроке.</p>  <p>Если вы оценили 5, 6 или 7, то подумайте, как бы вы объяснили тему своему другу, однокласснику. Если вы оказались в ситуации от 1 до 4, то подумайте, что именно было непонятно, что сильнее всего вызвало затруднения.</p>	
-----------	--	---	--

Технологическая карта урока в 8 классе по теме «Углы, образованные хордами касательными и секущими».

Предмет	геометрия
Класс	8
Тип урока	Открытие нового знания
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	«Углы, образованные хордами касательными и секущими».
Цель	- формирование центральных математических понятий, обеспечивающих преемственность и перспективность математического образования обучающихся;

	<ul style="list-style-type: none"> - развитие интеллектуальных способностей учащихся - формирование функциональной математической грамотности
Задачи	<p>Предметные результаты: изучить теоремы и величине углов, научиться находить градусную меру дуг и углов, используя связь с центральными и вписанными углами, сформировать навык решения задач.</p> <p>Личностные результаты: Трудовое воспитание, через установку на активное участие в решении практических задач математической направленности, осознанием важности математического образования на протяжении всей жизни для успешной профессиональной деятельности и развитием необходимых умений.</p> <p>Познавательные универсальные учебные действия: выявить математические закономерности, взаимосвязи в фактах, данных и утверждениях, предлагать критерии для выявления закономерностей и противоречий;</p> <p>Коммуникативные универсальные учебные действия: в ходе обсуждения задавать вопросы по существу обсуждаемой темы, проблемы, решаемой задачи, высказывать идеи, нацеленные на поиск решения, сопоставлять свои суждения с суждениями других участников диалога, обнаруживать различие и сходство позиций, в корректной форме формулировать разногласия, свои возражения;</p> <p>Самоорганизация: аргументировать и корректировать варианты решений с учётом новой информации. владеть способами самопроверки, самоконтроля процесса и результата решения математической задачи;</p>
Основные термины, понятия	Окружность, вписанный угол, центральный угол,

	хорда, касательная, секущая.
--	------------------------------

Планируемый результат	
<p>Предметные умения:</p> <p>находить градусную меру дуг и углов, используя связь с центральными и вписанными углами, сформировать навык решения задач.</p>	<p>Личностные УУД: способность к самооценке на основе критерия успешной учебной деятельности</p> <p>Регулятивные УУД: уметь определять и формулировать цель урока; проговаривать последовательность действий на уроке; работать по коллективно составленному плану; оценивать правильность выполнения действий; планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей; вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок; высказывать свое предположение</p> <p>Познавательные УУД: уметь отличать новое от уже известного; находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке; уметь осознанно и произвольно строить речевое высказывание; самостоятельно создавать алгоритм деятельности; извлекать из математических текстов необходимую информацию; использовать знаково-символические средства; строить логическую цепочку рассуждений</p> <p>Коммуникативные УУД: уметь оформлять свои мысли в устной форме; слушать и понимать речь других; совместно договариваться о правилах поведения и следовать им; уметь выражать свои мысли четко, полно и точно</p>
Организация пространства	
Формы работы	Ресурсы
Фронтальная, индивидуальная, групповая.	<p>Книгопечатная продукция: учебник «Геометрия 7-9», автор Атанасян Л.С</p> <p>Средства обучения: рабочие листы</p>

Дидактические задачи этапов урока (с указанием времени каждого этапа)

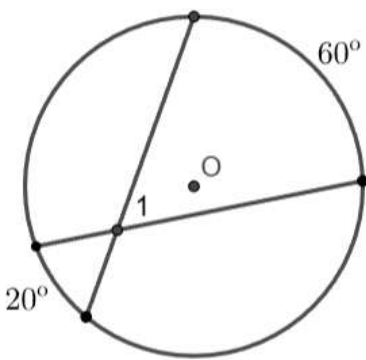
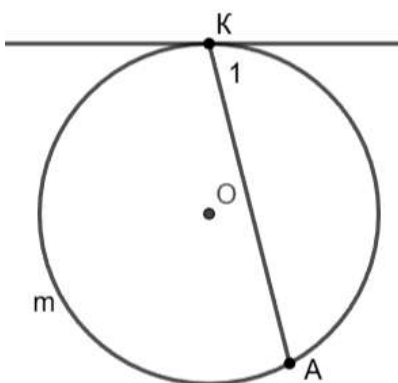
Этапы урока	Учебные задачи
Организационный (2 мин)	включение учащихся в учебную деятельность на личностно значимом уровне.
Актуализация опорных знаний и умений (5 мин)	готовность мышления и осознание потребности к построению нового способа действия.
Постановка учебной проблемы (5 мин)	выявление и фиксация места и причины затруднения.
Формулирование проблемы, планирование деятельности (3 мин)	постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств ее реализации
Открытие нового знания (7 мин)	построение и фиксация нового знания
Первичная проверка понимания (7 мин)	применение нового знания в типовых заданиях.
Применение новых знаний (10 мин)	включение нового знания в систему знаний, повторение и закрепление ранее изученного
Рефлексия учебной деятельности (6 мин)	соотнесение цели урока и его результатов, самооценка работы на уроке, осознание метода построения нового знания.

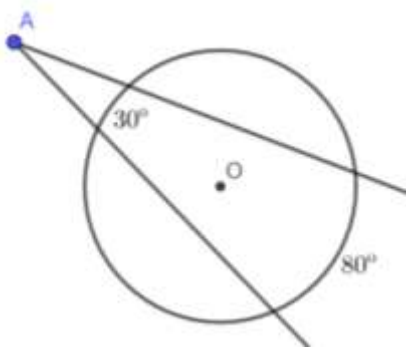
Этап урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся
Организационный момент	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в своей системе знаний</p>	<p>Приветствие. Проверка готовности учащихся к уроку.</p> <p>Здравствуйте, ребята! Проверьте все ли готово к уроку.</p>	<p>Слушают учителя, включаются в ритм урока, записывают число, «Классная работа» в тетрадях.</p>

	<p>регулятивные: организация своей учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками</p>		
Актуализация опорных знаний и умений	<p>Предметные: повторить прошлые темы</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: структурирование собственного знаний</p> <p>регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности</p> <p>коммуникативные: организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками</p>	<p>Кто из вас может сказать, что такое хорда?</p> <p>А кто может объяснить, что такое касательная к кругу?</p> <p>И последний вопрос. Что такое секущая?</p>	<p>Хорда – отрезок, соединяющий две точки на окружности.</p> <p>Касательная – прямая, которая касается окружность в одной точке.</p> <p>Секущая – прямая, которая пересекает окружность в двух точках</p>
	<p>Предметные:</p> <p>Уметь выделять неизвестное, неизученное</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение осознанно и произвольно строить</p>	<p>Сегодня мы будем изучать углы, образованные этими элементами.</p> <p>Сейчас мы разделимся на несколько групп. И каждая получит свое задание.</p>	<p>Слушают учителя. Под его руководством делятся на группы.</p>

Постановка цели, формулирование проблемы и планирование деятельности	<p>речевое высказывание в устной форме.</p> <p>регулятивные: самостоятельно обнаруживать и формулировать учебную проблему, определять цель учебной деятельности</p> <p>коммуникативные: умение вступать в диалог, участвовать в коллективном обсуждении вопроса.</p>	<p>работает ли эта закономерность всегда. Что бы это понять можно посмотреть на общий случай. Посмотрим на фигуры без конкретных чисел, но используем ту же схему рассуждений. А дуги обозначим за переменные. Будет ли выполняться та же закономерность.</p> <p>Правильно, значит во всех задачах на углы образованные хордами, секущими и касательными эти связи выполняются.</p>	
Открытие нового знания	<p>Предметные: распознавать центральные и вписанные углы, строить чертежи, выявлять математические закономерности.</p> <p>Метапредметные (УУД): познавательные: формирование интереса к данной теме.</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного</p>	<p>1 группа: Задача 1. Хорды АВ и CD пересекаются в точке Р. Дуги АС и BD равны соответственно 58° и 86°. Найдите $\angle APC$.</p> <p>Ответ: _____</p> <p>Угол между чем и чем необходимо было найти? Найдите закономерность и выразите угол ABD через дуги АВ и CD.</p> <p>Запишите формулу:</p> <p>Приложение 1.</p> <p>2 группа: Задача 2. Найдите угол $\angle KMN$ между касательной к окружности и хордой проведенной в точку</p>	<p>Группы по очереди представляют свои решения. Описывают ситуацию, показывают чертежи, озвучивают выявленную закономерность</p> <p>1) ответ: 72°</p> <p>Угол между двумя хордами, пересекающимися внутри окружности.</p> <p>$\angle APC =$</p> <p>$= \frac{1}{2}(\cup BD + \cup AC)$</p> <p>2) ответ: 54°</p> <p>Угол между</p>

	<p>результата.</p> <p>коммуникативные: Взаимодействовать с учителем во время работы, выслушивать разные мнения своих сверстников, корректировать свое мнение.</p>	<p>касания (т.М), если меньшая дуга МК равна 108°.</p> <p>Ответ: ____</p> <p>Угол между чем и чем необходимо было найти?</p> <p>Найдите закономерность и выразите угол KMN через дугу МК.</p> <p>Запишите формулу:</p> <p>Приложение 2.</p> <p>3 группа: Задача 3. Из точки А проведены две секущие. Первая пересекает окружность в точках К, В и вторая - М, D. Дуги КМ и ВD равны соответственно 42° и 78°. Найдите $\angle BAD$.</p> <p>Ответ: ____</p> <p>Угол между чем и чем необходимо было найти?</p> <p>Найдите закономерность и выразите угол BAD через дуги КМ и ВD.</p> <p>Запишите формулу:</p> <p>Приложение 3.</p> <p>Ребята, мы привели конкретные случаи. Но работает ли эта закономерность всегда. Что бы это понять можно посмотреть на общий случай. Посмотрим на фигуры без конкретных чисел, но используем ту</p>	<p>касательной и хордой.</p> $\angle KMN = \frac{1}{2} \cup MK$ <p>3) ответ: 18°</p> <p>Угол между хордами, пересекающимися вне окружности.</p> $\angle BAD =$ $= \frac{1}{2} (\cup BD - \cup KM)$ <p>- Да. Будет выполняться.</p>
--	---	--	--

		<p>же схему рассуждений. А дуги обозначим за переменные. Будет ли выполняться та же закономерность.</p> <p>Правильно, значит во всех задачах на углы образованные хордами, секущими и касательными эти связи выполняются.</p>	
Первичная проверка понимания	<p>Предметные: решать задачи на готовых чертежах, находить градусную меру углов, образованных пересечением хорд, касательных и секущих.</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: формирование интереса к теме «окружность»</p> <p>регулятивные: работа по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки самостоятельно</p> <p>коммуникативные: умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли.</p>	<p>Задачи на чертежах.</p> <p>1)</p>  <p>2)</p>  <p>$\cup KmA = 200^\circ, \angle 1 - ?$</p>	<p>Решают задачи, применяя формулы</p> <p>1) ответ: 40°</p> <p>2) ответ: 80°</p> <p>3) ответ: 25°</p>

		<p>3)</p>  <p>$\angle A = ?$</p>	
Применение новых знаний	<p>Предметные: анализировать условие задачи, находить градусную меру дуг.</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: умение ориентироваться в системе своих знаний.</p> <p>регулятивные: планирование своей деятельности для решения поставленной задачи и контроль полученного результата.</p> <p>коммуникативные: умение оформлять свои мысли в письменной форме, слушать и понимать речь других.</p>	<p>Угол между пересекающимися хордами равен 85°. Найдите градусные меры дуг, заключенных между сторонами этого угла, если известно, что одна из дуг больше другой в 1,5 раза.</p>	<p>Анализируют условие задачи. Решают у доски и в тетрадях</p> <p>Ответ: 68° и 102°</p>
	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>познавательные: рефлексия</p>	<p>Вот и подходит наш урок к концу. Какую тему мы сегодня изучили?</p> <p>Что нового вы узнали сегодня? Что было самым</p>	<p>Анализируют свою деятельность и результаты на уроке.</p> <p>Отвечают на вопросы учителя.</p>

Рефлексия	<p>регулятивные: оценивание собственной деятельности на уроке</p> <p>коммуникативные: умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции</p>	интересным?	- Углы, образованные хордами касательными и секущими.
-----------	---	-------------	---

2.2. МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ САМОСТОЯТЕЛЬНЫХ И КОНТРОЛЬНЫХ РАБОТ.

Самостоятельные и контрольные работы – это способ проверки и оценки знаний и умений приобретенных учениками, который контролирует темп усвоения материала. Для обучения в рамках уровневой дифференциации важно, чтобы задания самостоятельных и контрольных работ были разного уровня сложности и учитывали бы индивидуальные возможности учащихся. Предусматривается, что учащиеся дети в одном классе и по одной программе могут усваивать материал на разных уровнях. Это позволит учащимся эффективно осваивать учебный материал. Обычно выделяется три уровня, а именно базовый, средний и продвинутый.

Самостоятельная работа по теме «взаимное расположение прямой и окружности» в 8 классе.

1 вариант.

1) Определите взаимное расположение прямой и окружности, если:

а) $r = 3$ см., $d = 6$ см.; б) $r = 14$ см., $d = 6$ см.

в) $r = 80$ мм., $d = 9$ см. г) $r = 10$ дм., $d = 100$ см.

2) Диаметр окружности равен 17,6 см.. Каким должно быть расстояние от центра окружности до прямой при условии, что прямая не имеет общих точек с окружностью?

3) Из точки А к окружности с центром в точке О проведены две касательные АВ и АС, где т. В и С – точки касания. $\angle BAC$ – прямой, $OA = 20$ см.. Найдите отрезок АВ.

4) Треугольник ABC равнобедренный с основанием AC, BD – медиана. Докажите, что прямая BD касается окружности с центром в точке С и радиусом равным отрезку AD.

Решение:

1) а) расстояние от центра до прямой больше радиуса $\Rightarrow$ прямая не пересекает окружность;

б) расстояние от центра до прямой меньше радиуса $\Rightarrow$ прямая пересекает окружность в двух точках;

в) расстояние от центра до прямой больше радиуса $\Rightarrow$ прямая не пересекает окружность;

г) расстояние от центра до прямой равно радиусу $\Rightarrow$ прямая касается окружности.

2) Диаметр равен 17,6 см. (по усл.) $\Rightarrow r = 8,8$ см.

Чтобы прямая не имела общих точек с окружностью, расстояние от центра до прямой должно быть больше чем 8,8 ($d > 8,8$)

3) $\angle BAO = \angle OAC$ (по свойству касательных проведенных из одной точки), а $\angle BAC = 90^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow \angle BAO = 45^\circ$;

$OB \perp AB$ (т.к. OB – радиус проведенный в точку касания) $\Rightarrow$ треугольник ОВА – прямоугольный;

$$\angle AOB = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Треугольник АОВ – равнобедренный и прямоугольный;

$$AB = OB = x$$

$$x^2 + x^2 = 20^2 \text{ (по теореме Пифагора)}$$

$$AB = \sqrt{\frac{20^2}{2}} = 10\sqrt{2}$$

4) BD – медиана $\Rightarrow AD = DC = r$;

Треугольник ABC – равнобедренный, AC – основание $\Rightarrow BD$ – медиана, биссектриса и высота $\Rightarrow BD \perp DC$;

т. D лежит на окружности, т.к. расстояние от центра C до т. D равно радиусу окружности;

BD – касательная т.к. радиус $CD \perp BD$ (по опр. касательной) (рис.6)

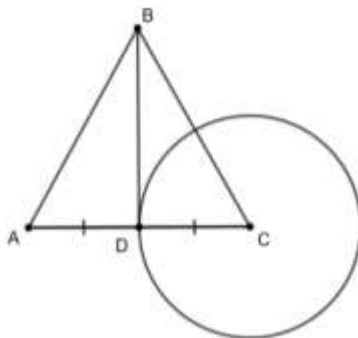


Рисунок 6.

2 вариант.

1) Определите взаимное расположение прямой и окружности, если

а) $r = 30$ дм., $d = 300$ см.; б) $r = 7$ см., $d = 9$ см.;

в) $r = 23$ см., $d = 19$ см.; г) $r = 120$ мм., $d = 15$ см.;

2) Диаметр окружности равен 28,2. Каким должно быть расстояние от центра окружности до прямой при условии, что прямая имеет две общие точки с окружностью?

3) Из точки D к окружности с центром в точке O проведены две касательные DM и DN , где т. M и N – точки касания. $\angle MDN$ – прямой, $DM = 10$ см.. Найдите отрезок OD .

4) $ABCD$ квадрат, E – точка пересечения диагоналей квадрата. Докажите, что прямая AC касается окружности с центром в точке D и радиусом равным отрезку EC .

Решение:

1) а) расстояние от центра до прямой равно радиусу $\Rightarrow$ прямая касается окружности;

б) расстояние от центра до прямой больше радиуса $\Rightarrow$ прямая не пересекает окружность;

в) расстояние от центра до прямой меньше радиуса $\Rightarrow$ прямая пересекает окружность в двух точках;

г) расстояние от центра до прямой больше радиуса $\Rightarrow$ прямая не пересекает окружность;

2) Диаметр равен 28,2 см. (по усл.) $\Rightarrow r = 14,1$ см.

Чтобы прямая имела 2 общие точки с окружностью, расстояние от центра до прямой должно быть меньше чем 14,1 ($d < 14,1$)

3) $\angle MDO = \angle ODN$ (по свойству касательных проведенных из одной точки), а $\angle MDN = 90^\circ$ (по усл.) $\Rightarrow \angle MDO = 45^\circ$;

$OM \perp MD$ (т.к. OM – радиус проведенный в точку касания) $\Rightarrow$ треугольник OMD – прямоугольный;

$$\angle MOD = 90^\circ - 45^\circ = 45^\circ$$

Треугольник MOD – равнобедренный и прямоугольный;

$$MD = OM = 10 \text{ см.}$$

$$10^2 + 10^2 = 20^2 \text{ (по теореме Пифагора)}$$

$$OD = \sqrt{10^2 + 10^2} = 10\sqrt{2}$$

4) BD и AC равны, пересекаются под прямым углом и точкой пересечения делятся пополам (по свойству диагоналей квадрата);

E – точка пересечения диагоналей, $ED = EC$, а $EC = r$ (по усл.) $\Rightarrow ED = r$;

$AC \perp ED$ и $ED = r \Rightarrow AC$ – касательная

т. D лежит на окружности, т.к. расстояние от центра C до т. D равно радиусу окружности;

BD – касательная т.к. радиус $CD \perp BD$ (по опр. касательной) (рис.7).

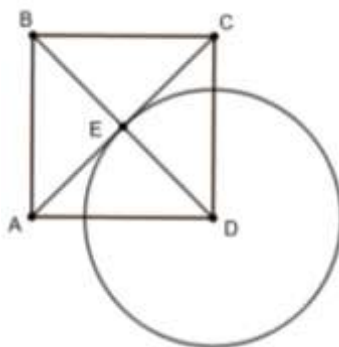


Рисунок 7.

В самостоятельной работе проверяются различные знания связанные с темой «взаимное расположение прямой и окружности». В первом задании ученики должны определить, как располагается прямая по отношению к окружности, зная параметры радиуса окружности и расстояния от центра окружности до прямой. Задание требует знания условий касания и пересечения, оно проверяет навыки различать ситуации по заданным длинам. Задание доступно всем учащимся, но требует внимательности при переводе единиц измерения. Второе задание требует применять те же знания более подробно, по известному диаметру определить диапазон расстояния от центра до прямой, исключая пересечение или исключая случай, когда окружность и прямая не пересекаются. Это тренирует умения работать с диаметром, радиусом, а так же неравенствами. Ученик должен показать умение находить радиус по известному диаметру, составлять и записывать неравенство, а также формулировать ответ в виде математического выражения. В третьем задании проверяются знания свойств касательных, проведенных из одной точки, радиуса проведенного в точку касания, а также свойства равнобедренного и прямоугольного треугольника. Оцениваются умения строить логическую цепочку, работать с геометрическими фигурами и их свойствами и оформлять решение с обоснованием шагов. Задача требует комбинирования нескольких свойств, что делает ее более сложной в решении. Четвертое задание носит исследовательский характер. Проверяются знание свойств равнобедренного треугольника или квадрата, определение касательной к окружности, свойства медианы в равнобедренном треугольнике и диагоналей квадрата. Оценивается умение анализировать геометрические конфигурации, выявлять связи между элементами и строить доказательство, формулировать вывод. Задание требует более глубокого понимания геометрических свойств, комбинирования нескольких теорем и выстраивания строгого доказательства. Самостоятельная позволяет оценить уровень знаний каждого ученика, выявить проблемы на разных уровнях сложности.

Контрольная работа по теме «окружность» в 8 классе.

1 Вариант

1) Вписанный в окружность с центром в точке О угол ABC равен 47° .

Найдите градусную меру центрального угла, опирающегося на ту же дугу.

2) АВ и АС отрезки касательных, проведенных к окружности с центром в точке О и радиусом 6 см. ($r = 6$ см.). Найдите длину отрезка АО и АС, если $AB = 8$ см..

3) Точки А и В делят окружность на две дуги ACB и AMB, причем дуга AMB на 70° меньше ACB, а AC диаметр окружности. Найдите углы AMB, ABC, ACB.

4) В окружности хорды АВ и CD пересекаются в точке Е. $AB = 0,7$ см, $BE = 0,5$ см, $CE = 0,4$ см. Найдите длину отрезков DE и DC.

5) В прямоугольную трапецию вписана окружность. Расстояние от центра до концов большей боковой стороны равны 6 см и 8 см.. Найдите площадь трапеции.

Решение:

1) $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$ (по теореме о вписанном угле) $\Rightarrow \angle AOC = 2\angle ABC = 2 \cdot 47^\circ = 94^\circ$

2) $OB \perp AB$ (т.к. OB – радиус проведенный в точку касания) $\Rightarrow$ треугольник OBA – прямоугольный;

$$OA = \sqrt{OB^2 + BA^2} = \sqrt{6^2 + 8^2} = \sqrt{100} = 10 \text{ см. (по теореме Пифагора);}$$

$AC = 8$ см. (по свойству касательных проведенных из одной точки)
(рис.8).

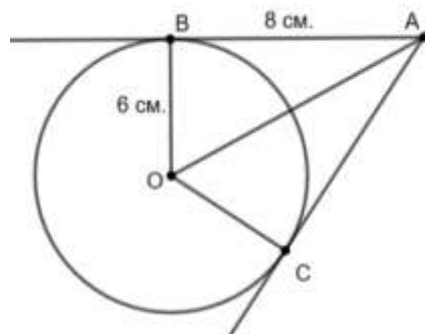


Рисунок 8.

3) Пусть дуга $ACB = x$, тогда $ABC = x - 70^\circ$

$$x + (x - 70^\circ) = 360^\circ$$

$$x = 215^\circ$$

$$\text{Дуга } ACB = 215^\circ$$

$$\text{Дуга } AMB = 215^\circ - 70^\circ = 145^\circ$$

$$\angle ACB = \frac{1}{2} \cdot 145^\circ = 72,5; \angle AMB = \frac{1}{2} \cdot 215^\circ = 107,5$$

$\angle ABC = 90^\circ$ (т.к. угол опирается на диаметр AC) (рис.9)

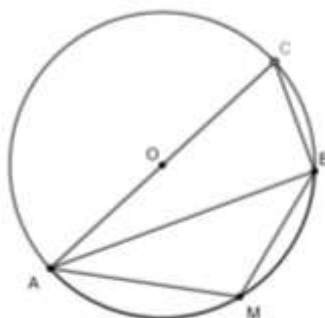


Рисунок 9.

4) $AE \cdot EB = CE \cdot ED$ (по свойству пересекающихся хорд);

$$AE = 0,7 - 0,5 = 0,2 \text{ см.}$$

$$0,5 \cdot 0,2 = 0,4 \cdot ED \Rightarrow ED = 0,25 \text{ см.}$$

$$DC = 0,4 + 0,25 = 0,65 \text{ см. (рис.10)}$$

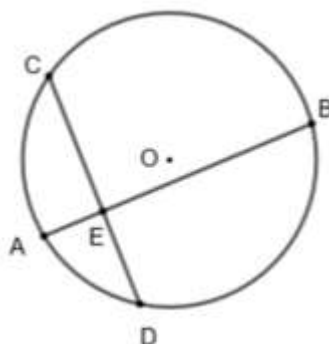


Рисунок 10.

5) CO и OD биссектрисы углов $\angle BCD$ и $\angle CDA$ и $\angle BCD + \angle CDA = 180^\circ \Rightarrow \angle COD = 90^\circ$. Значит треугольник COD – прямоугольный.

$$CD = \sqrt{6^2 + 8^2} = 10 \text{ см.}$$

$$OE = \frac{24}{5} \text{ см. – радиус окружности.}$$

$$AB = 2r = 2 \cdot OH = \frac{48}{5} \text{ см.}$$

$$AD + BC = AB + CD = \frac{98}{5} \text{ см.}$$

$$S = \frac{AD+BC}{2} \cdot AB = 94,08 \text{ см.}^2 \text{ (рис.11).}$$

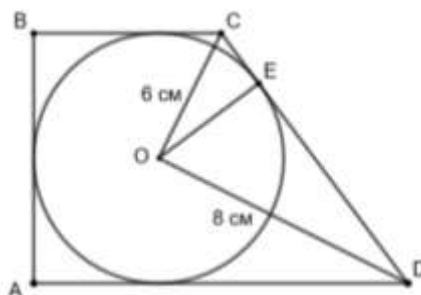


Рисунок 11.

2 Вариант

1) В окружности центральный угол AOC равен 74° , найдите градусную меру угла ABC, опирающегося на ту же дугу.

2) AB и AC отрезки касательных, проведенных к окружности с центром в точке O и радиусом 9 см. ($r = 9$ см.). Найдите длину отрезка AO и AC, если $AB = 12$ см..

3) Точки К и S делят окружность на две дуги KLS и KHS, причем дуга KLS на 60° больше KHS, а KL диаметр окружности. Найдите углы KLS, KSL, KHS.

4) В окружности хорды MN и PK пересекаются в точке E. $MN = 1,1$ см, $EN = 0,3$ см, $PE = 0,6$ см. Найдите длину отрезков EK и KP.

5) В равнобедренную трапецию вписана окружность. Расстояние от центра до концов боковой стороны равны 9 см и 12 см.. Найдите площадь трапеции.

Решение:

1) $\angle ABC = \frac{1}{2} \angle AOC$ (по теореме о вписанном угле) $\Rightarrow \angle ABC = \frac{1}{2} \cdot 74^\circ = 37^\circ$

2) $OB \perp AB$ (т.к. OB – радиус проведенный в точку касания) $\Rightarrow$ треугольник OBA – прямоугольный;

$OA = \sqrt{OB^2 + BA^2} = \sqrt{9^2 + 12^2} = \sqrt{125} = 15$ см. (по теореме Пифагора);

$AC = 12$ см. (по свойству касательных проведенных из одной точки) (рис.12).

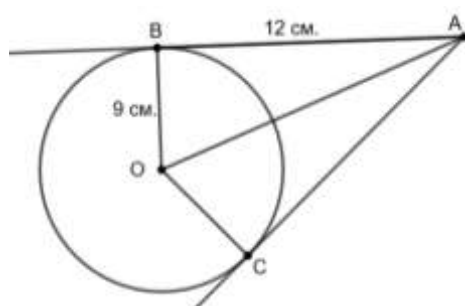


Рисунок 12.

3) Пусть дуга $KLS = x$, тогда $KHS = x - 60^\circ$

$$x + (x - 60^\circ) = 360^\circ$$

$$x = 210^\circ$$

$$\text{Дуга } KLS = 210^\circ$$

$$\text{Дуга } KHS = 210^\circ - 60^\circ = 150^\circ$$

$$\angle KLS = \frac{1}{2} \cdot 150^\circ = 75^\circ; \angle KHS = \frac{1}{2} \cdot 210^\circ = 105^\circ$$

$\angle KSL = 90^\circ$ (т.к. угол опирается на диаметр KL) (рис.13).

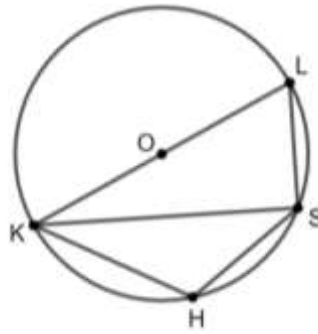


Рисунок 13.

4) $ME \cdot EN = KE \cdot EP$ (по свойству пересекающихся хорд);

$$ME = 1,1 - 0,3 = 0,8 \text{ см.}$$

$$0,8 \cdot 0,3 = KE \cdot 0,6 \Rightarrow KE = 0,4 \text{ см.}$$

$$DC = 0,4 + 0,6 = 1 \text{ см. (рис.14).}$$

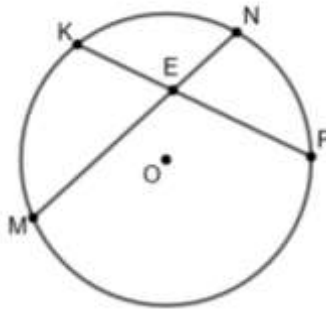


Рисунок 14.

5) АО и ВО – биссектрисы углов.

$\triangle AOB$ – прямоугольный.

$$AB = \sqrt{9^2 + 12^2} = 15 \text{ см.}$$

$$S_{AOB} = \frac{1}{2} \cdot 9 \cdot 12 = 54.$$

$$r = OK = \frac{S_{AOB}}{AB \cdot \frac{1}{2}} = \frac{54}{7,5} = 7,2 \text{ см.}$$

$$CH = 2r = 14,4 \text{ см.}$$

$$BK = \sqrt{OB^2 - OK^2} = \sqrt{9^2 - 7,2^2} = 5,4 \text{ см.}$$

$$AK = AB - BK = 15 - 5,4 = 9,6 \text{ см.}$$

$$BC = 2BK = 10,8 \text{ см.}$$

$$AD = 2AK = 19,2 \text{ см.}$$

$$S_{ABCD} = CH \cdot (BC + AD) \cdot \frac{1}{2} = 216 \text{ см.}^2 \text{ (рис.15)}$$

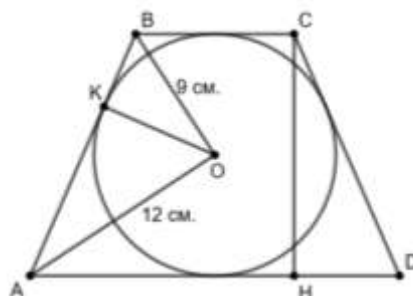


Рисунок 15.

В данной контрольной работе каждое задание ориентированно на проверку и развитие различных умений и знаний. В первом задании посвящено нахождению центрального угла, оно проверяет знание базовых свойств окружности, понимания соотношения между центральными и вписанными углами, умения пользоваться основными теоремами и производить простые вычисления. Второе задание связывает алгебру и геометрию, необходимо знать свойства касательных и радиуса, а также уверенное применение теоремы Пифагора. Тема касательной была введена уже в 7 классе. Ученики знакомились с ее определением и свойствами. Это стало основой для дальнейшего изучения темы в 8 классе, где тема взаимного расположения прямой и окружности повторяется и рассматривается более подробно. Это задание помогает выявить навыки решения прикладных задач и умение работать с прямоугольными треугольниками. Третье задание повышает уровень сложности, в нем необходимо пользоваться угловыми мерами дуг, самостоятельно составлять уравнения, знать свойство дуги диаметра. Ученик должен не только знать теорию, но и делать сложные логические построения, что важно для поисковых навыков. Четвертое задание проверяет знание свойства пересекающихся хорд и умение пользоваться соотношением между произведением их длин. Задание предполагает быстрое понимание условия, работу с десятичными числами, а также вычислительные навыки. Пятое задание включает в себе комплекс геометрических знаний: свойства вписанных окружностей, применение теорем о биссектрисах, построение сложных

комбинаций. Здесь важно уметь анализировать условие задачи, переводить геометрические отношения в алгебраические выражения и делать итоговые вычисления. В совокупности задания охватывают базовый, средний и повышенный уровень сложности. Это дает возможность каждому ученику продемонстрировать как основные, так и более глубокие знания с элементами исследовательской работы. Задания базового уровня позволяют проверить понимание основных терминов и умение применять стандартные методы, а задачи повышенной сложности развивают аналитическое мышление, самостоятельность и умение строить цепочку рассуждений.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Тема «Окружность» занимает важное место в школьной программе по математике и является фундаментом для освоения последующих разделов геометрии. Она обеспечивает развитие пространственного мышления и умения применять полученные знания для решения практических задач. На разных уровнях изучения увеличивается объем материала, усложняются задачи и формируются новые компетенции, что в полной мере соответствует принципам уровневой дифференциации обучения. Уровневая дифференциация позволяет предоставлять различные уровни сложности задания: от базовых, ориентированных на закрепление основ, до более сложных, требующих глубокого анализа, креативного подхода и применения знаний в нестандартных ситуациях.

Анализ рабочих программ показывает, что содержание и объем изучения темы «Окружность» различаются в зависимости от базового и профильного уровня. Разные авторы по-разному подают материал, разнообразие подходов и методов может повлиять на восприятие темы учащимися. Это позволяет учитывать индивидуальные особенности и потребности учеников, обеспечивать эффективную подготовку и мотивировать учащихся к дальнейшему обучению.

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы был выполнен анализ федеральной рабочей программы по предмету «Математика», базового и профильного уровней. Выявлены сходства и различия. Проанализированы различные школьные учебники: рассмотрено содержание и методическое изложение материала. Рассмотрены задачи, встречающиеся в основном и едином государственных экзаменах. Разработаны технологические карты некоторых уроков по теме «Окружность», составлены самостоятельные и контрольные работы.

Таким образом, все задачи исследования выполнены, цель достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Александров А. Д., Вернер А.Л., Рыжик В.И. Геометрия. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2019. 176 с.
2. Байдак В. А. Теория и методика обучения математике : наука, учебная дисциплина. М. : Флинта, 2011. 264 с.
3. Бутузов И. Д. Дифференцированный подход к обучению учащихся на современном уроке : учебное пособие. Новгород : Новгород, 1972. 72 с.
4. Математика 5-9 классы (базовый уровень). М. : Институт содержания и методов обучения, 2025. 143 с.
5. Математика 7-9 классы (углубленный уровень). М. : Институт содержания и методов обучения, 2025. 101 с.
6. Геометрия. 7-9 кл. : учеб. для общеобразоват. организаций / Атанасян Л. С. [и др.]; 5-е изд. М. : Просвещение, 2015. 383 с.
7. Гусев В. А. Теория и методика обучения математике: психолого-педагогические основы М. : БИНОМ. Лаборатория знаний, 2014. 457с.
8. Погорелов А. В. Геометрия : учеб. для 7–9 кл. общеобразоват. учреждений. М. : Просвещение, 2001. 224 с.
9. Прасолов В. В. Задачи по планиметрии : учебное пособие. М. : МЦНМО: ОАО «Московские учебники», 2006. 640 с.
10. Саранцев Г. И. Методика обучения геометрии : учеб. пособие для студентов вузов по направлению «Педагогическое образование». Казань : Центр инновационных технологий, 2011. 228 с.
11. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / А. Я. Блох [и др.]; М. : Просвещение, 1987. 416 с.
12. Шарыгин И. Ф. Геометрия. 7-9 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений М. : Дрофа, 2012. 464 с.

Приложение 1.

Хорды AB и CD пересекаются в точке P. Дуги AC и BD равны соответственно 58° и 86° . Найдите $\angle APC$.

Решение:



Ответ:

Угол между чем и чем необходимо было найти?

Найдите закономерность и выразите угол ABD через дуги AB и CD. Запишите формулу:

Приложение 2.

Найдите угол $\angle KMN$ между касательной к окружности и хордой проведенной в точку касания (т.М), если меньшая дуга МК равна 108° .

Решение:



Ответ:

Угол между чем и чем необходимо было найти?

Найдите закономерность и выразите угол KMN через дугу МК.
Запишите формулу:

Приложение 3.

Из точки A проведены две секущие. Первая пересекает окружность в точках K, B и вторая - M, D. Дуги KM и BD равны соответственно 42° и 78° . Найдите $\angle BAD$.

Решение:



Ответ:

Угол между чем и чем необходимо было найти?

Найдите закономерность и выразите угол BAD через дуги KM и BD. Запишите формулу:

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой

«12» 09 2015 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Хомяковой Анастасии Юрьевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Методические аспекты изучения темы «Окружность» в условиях
уровневой дифференциации обучения»

Утверждена приказом по Университету от 25.09.2015 г. № 1103/0

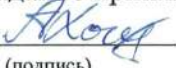
Срок сдачи студентом законченной работы «15» 05 2016 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1	Изучение и анализ литературы по теме исследования	Ноябрь-декабрь 2025 г.	выполнено 
2	Определение цели обучения и место окружности в школьном курсе математики	Январь 2026 г.	выполнено 
3	Анализ содержания теоретического материала по теме «Окружность»	Февраль 2026 г.	выполнено 
4	Изучение методических основ обучения теме «Окружность»	Март 2026 г.	выполнено 
5	Разработка технологических карт уроков, контрольных и самостоятельных работ	Апрель 2026 г.	выполнено 
6	Оформление библиографического списка	Май 2026 г.	выполнено 
7	Оформление работы, подготовка презентации и выступления	Май-июнь 2026 г.	выполнено 

Дата выдачи задания «11» 09 2025 г.

Руководитель  Сорокина М. В.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению
 Хомякова А. Ю.
(подпись) (Ф.И.О.)

И.о. ректора Пензенского
государственного университета
Артамонову Д.В.
студента(ки) 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения

Хомяковой Анастасии
Юрьевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Хомякова Анастасия Юрьевна

Ф.И.О. студента

студент (ка) 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Методические аспекты изучения темы «Окружность» в условиях уровневой дифференциации обучения», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

А.Хомеев

подпись

10.05.2026

дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 10 05 2026

дд.мм.гггг

Руководитель ВКР

Сорокина М.В.
подпись

Сорокина М.В.

И.О.Ф.

Протокол
проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ» выпускной
квалификационной работы на тему
«Методические аспекты изучения темы «Окружность» в условиях
уровневой дифференциации обучения»
студентки 4 курса Хомяковой Анастасии Юрьевны
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Сорокина Марина Валерьевна

Отчет о проверке

Автор: Хомякова Анастасия Юрьевна

Название документа: vkr (3)

Проверяющий: Сорокина Марина Валерьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования «Пензенский государственный университет»

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
27.62%



Цитирование:
3.37%



Оригинальность:
69.01%



Самцитирование:
0%



УИИ-контент:
8.96%



«Совпадения», «Цитирование», «Самцитирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

Есть подозрения на следующие группы маскировки заимствований: Сгенерированный текст на страницах: 3, 10, 11, 15, 22, 23, 24, 60, 61, 79... еще на 5 стр.

Проверено: 58,16% текста документа, исключено из проверки: 41,84% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Библиография, Таблицы

- Совпадения** — фрагменты проверенного текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самцитированию. Показатель «Совпадения» — это доля фрагментов проверенного текста, отнесенных к совпадениям, в общем объеме текста.
- Самцитирование** — фрагменты проверенного текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментами текста источника, автором или соавтором которого является автор проверенного документа. Показатель «Самцитирование» — это доля фрагментов текста, отнесенных к самцитированию, в общем объеме текста.
- Цитирование** — фрагменты проверенного текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированию относятся также шаблонные фразы, библиографические фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант: нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирование» — это доля фрагментов проверенного текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- Текстовое пересечение** — фрагменты текста проверенного документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментами текста источника.
- Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
- Оригинальный текст** — фрагменты проверенного текста, не обнаруженные ни в одном источнике и не отнесенные ни одним из модулей поиска. Показатель «Оригинальность» — это доля фрагментов проверенного текста, отнесенных к оригинальному тексту, в общем объеме текста.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые совпадения проверенного документа с проиндексированными в системе источниками. При этом система не может исключить авторские источники, определить корректность и правомерность совпадений или цитирований, а также авторства текстовых фрагментов проверенного документа, оставшихся в коллекции проверенного.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 116

Тип документа: Не указано

Дата проверки: 10.05.2026 17:54:05

Дата корректировки: Нет

Количество страниц: 72

Символов в тексте: 92188

Слов в тексте: 12151

Число предложений: 1623

10.05.2026

(дата)

(подпись)

М. В. Сорокина

(ИОФ руководителя ВКР)

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Методические аспекты изучения темы «Окружность» в
условиях уровневой дифференциации обучения»
студентки Хомяковой Анастасии Юрьевны
факультета физико-математических и естественных наук направления
подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки
«Математика», гр. 22ФПМ1

В настоящее время математика – практически единственный школьный предмет для которого на федеральном уровне закреплены два уровня обучения: базовый и углубленный. В каждом из этих уровней предъявляются свои требования к результатам освоения дисциплины.

Выпускная квалификационная работа Хомяковой А.Ю. посвящена рассмотрению методических аспектов изучения темы «Окружность» и разработке материалов с учетом уровневой дифференциации.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений. В первой главе проведен анализ федеральных рабочих по математике для базового и профильного уровней. Рассмотрено изложение материала, касающегося изучения окружности в различных учебниках по геометрии. Приведены примеры задач, встречающихся в ОГЭ и ЕГЭ базового уровня, при решении которых необходимо усвоение материала по исследуемой теме.

Во второй главе представлены методические разработки: технологические карты уроков, тексты самостоятельных и контрольных работ. Некоторые уроки разработаны для базового уровня освоения дисциплины, некоторые – для углубленного.

Работа Хомяковой А.Ю. является самостоятельным исследованием. Текст работы, список литературы, доклад и презентация оформлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к выпускным квалификационным работам. Представленные результаты могут частично быть использованы в работе учителя.

Выпускная квалификационная работа заслуживает оценки «хорошо».

Научный руководитель,
доцент кафедры «МО»,
к.ф.м.н., доцент



М.В. Сорокина