

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

**«Формирование познавательных универсальных учебных действий при
изучении функций в 7-9 классах»**

Студент

 06.05.25
(подпись, дата)

Каплина Анастасия Ивановна
(ФИО полностью)

Руководитель

 06.05.25
(подпись, дата)

Гаврилова М. А.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

 - 23.06.25
(подпись, дата)

Журавлева Е. Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 2.06.25 № 11)

Заведующий кафедрой

 02.06.25
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 5(отл) (протокол заседания ГЭК от 27.06.25 № 12)

Секретарь ГЭК

 - 27.06.25
(подпись, дата)

Журавлева Е. Г.
(фамилия, инициалы)

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИЙ В 7-9 КЛАССАХ	6
1.1 Сущность, содержание и характеристика понятия «познавательные универсальные учебные действия».....	6
1.2 Этапы и методы, направленные на формирование познавательных учебных действий у школьников 7-9 классов при обучении математике	9
1.3 Анализ содержания функциональной линии в школьных учебниках по алгебре разных авторов	15
ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИЙ В 7-9 КЛАССАХ	23
2.1 Методика изучения линейной функции	23
2.2 Методика изучения квадратичной функции	27
2.3 Методика изучения степенной функции и обратной пропорциональности	30
2.4 Система задач на формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах	34
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	52
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ.....	54
ПРИЛОЖЕНИЕ.....	57

ВВЕДЕНИЕ

Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования [1] ориентирован на формирование не только предметных знаний, умений и навыков, но и универсальных учебных действий (УУД), обеспечивающих умение учиться. Познавательные УУД, в частности, являются фундаментом для успешного освоения всех учебных дисциплин и дальнейшего самообразования. В связи с этим, разработка и внедрение эффективных методик, направленных на формирование познавательных УУД, является приоритетной задачей современного образования.

Практика обучения математике показывает, что у многих обучающихся недостаточно сформированы навыки анализа, сравнения, обобщения, классификации, моделирования и других познавательных УУД, необходимых для успешного изучения математики. Традиционные методы обучения, ориентированные преимущественно на репродуктивное воспроизведение знаний, часто не обеспечивают должного развития этих навыков. Это приводит к затруднениям при решении нестандартных задач, требующих творческого применения знаний, а также к снижению мотивации к изучению математики.

Изучение функций, являясь одним из важнейших разделов школьного курса алгебры, предоставляет богатый материал для формирования и развития разнообразных познавательных УУД. Функции выступают как средство моделирования реальных процессов и явлений, а также являются основой для изучения многих других дисциплин. Глубокое понимание функций необходимо для успешного освоения математики в старших классах и дальнейшего применения полученных знаний в различных сферах деятельности.

Однако педагоги считают, что освоение школьниками содержания функционального материала в курсе алгебры и одновременно организация специальной работы по формированию познавательных универсальных учебных действий представляет собой сложную задачу.

Выявленная проблема и изучение возможности формирования у школьников познавательных УУД на уроках математики при изучении функциональной линии привели к выбору в качестве темы выпускной квалификационной работы: «Формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах».

Объект исследования: процесс обучения математике в 7-9 классах, ориентированный на изучение функций.

Предмет исследования: методика, способствующая формированию познавательных УУД при изучении функций в 7-9 классах.

Цель исследования: теоретическое обоснование и разработка методики, включающей систему заданий, способствующих формированию познавательных универсальных учебных действий у школьников при изучении функций в 7-9 классах.

Для достижения поставленной цели обозначены следующие *задачи исследования:*

1. Проанализировать психолого-педагогическую и методическую литературу по проблеме формирования познавательных универсальных учебных действий.
2. Уточнить понятие «познавательные универсальные учебные действия» и их специфику при изучении математики.
3. Проанализировать функциональную линию в учебниках алгебры 7-9 классов и выявить возможности для формирования познавательных УУД
4. Разработать методику и систему дополняющих задач, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций.

Практическая значимость: разработанные методики и система дополняющих задач могут быть использованы учителями математики в 7-9 классах для совершенствования методики преподавания функций, а также для формирования познавательных универсальных учебных действий у обучающихся.

Структура выпускной квалификационной работы определена темой, целью и задачами исследования. Работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка источников.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИЙ В 7-9 КЛАССАХ

1.1 Сущность, содержание и характеристика понятия «познавательные универсальные учебные действия»

Понятие «познавательные универсальные учебные действия» часто встречается в научной и учебной литературе, а также в таком нормативном документе как Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования (ФГОС ООО)[1].

Возникновение понятия непосредственно связано с изменением приоритетных целей образования: если раньше основной задачей учителя была передача знаний обучающимся, то в настоящее время главной задачей педагога является создание необходимых условий для формирования у учеников универсальных учебных действий, то есть способности к саморазвитию и самосовершенствованию путём сознательного и активного присвоения нового социального опыта.

Универсальные учебные действия (УУД) подразделяются на личностные, познавательные, регулятивные и коммуникативные. Основополагающими являются как раз познавательные УУД, ведь эти действия направлены на формирование важных для обучающихся практических умений работы с информацией.

ФГОС устанавливает обязательные требования к личностным, метапредметным и предметным результатам освоения обучающимися основной образовательной программы. В состав метапредметных результатов входят познавательные УУД, которые рассматриваются как способы деятельности, «освоенные обучающимися на базе одного или

нескольких учебных предметов, применяемые как в образовательном процессе, так и в жизни при решении проблемных ситуаций».

А.Г. Асмолов [2] определяет познавательные УУД, как «сложные формы опосредствования познавательной деятельности; переработку и структурирование информации (работа с текстом, смысловое чтение); формирование элементов комбинаторного мышления как одного из компонентов гипотетико-дедуктивного интеллекта; работу с научными понятиями и освоение общего приёма доказательства как компонента воспитания логического мышления».

У Александра Григорьевича также представлена наиболее полная характеристика познавательных УУД. Он характеризует познавательные УУД как исследовательские и мыслительные действия, а также для каждого УУД определяет критерии их сформированности, для быстрого и легкого анализа педагогом полученного обучающимися результата.

А. Г. Асмолов [2] выделяет следующие составляющие познавательных УУД: общеучебные и логические действия, а также действия постановки и решения проблем.

К общеучебным действиям он относит следующие компоненты:

- 1) самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели;
- 2) поиск и выделение необходимой информации;
- 3) применение методов информационного поиска, в том числе с помощью компьютерных средств;
- 4) знаково-символические действия, включая моделирование как преобразование объекта из чувственной формы в модель, где выделены существенные характеристики объекта, а также преобразование модели с целью выявления общих законов, определяющих данную предметную область;

5) умение осознанно и произвольно строить речевое высказывание в устной и письменной форме;

6) умение структурировать знания;

7) выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;

8) рефлексия способов и условий действия;

9) контроль и оценка процесса и результатов деятельности;

10) смысловое чтение как осмысление цели чтения и выбор вида чтения в зависимости от цели;

11) извлечение необходимой информации из прослушанных текстов различных жанров;

12) определение основной и второстепенной информации;

13) свободная ориентация и восприятие текстов художественного, научного, публицистического официально-делового стилей;

14) понимание и адекватная оценка языка средств массовой информации;

15) умение адекватно, подробно, сжато, выборочно передавать содержание текста, составлять тексты различных жанров, соблюдая нормы построения текста (соответствие теме, жанру, стилю речи и др.).

Вторым блоком идут логические действия, которые в свою очередь включают в себя:

1) анализ объектов для выделения существенных и несущественных признаков;

2) синтез как объединение целого из частей, в том числе и самостоятельное нахождение отсутствующих компонентов;

3) выбор критериев для сравнения и классификации объектов;

4) подведение под понятия, выведение следствий;

5) установление причинно-следственных связей;

- 6) построение логической цепи рассуждений, доказательство;
- 7) выдвижение гипотез с их дальнейшим обоснованием.

И наконец, к действиям постановки и решения проблем он относит:

- 1) формулирование проблемы;
- 2) самостоятельное нахождение способов решения проблем как творческого, так и поискового характера.

Следует отметить, что при формировании познавательных УУД необходимо изучаемое понятие связать с непосредственным опытом обучающихся, что обеспечит легкое восприятие и соответственно рациональное осмысление изучаемого материала.

Таким образом, формирование познавательных УУД содействует выработке таких умений, как поиск информации, с дальнейшим её структурированием, классификацией, анализом, синтезом и т.д. Познавательные действия направлены на формирование высокого уровня освоенности приобретенных знаний, умений и навыков в любой из предметных областей.

1.2 Этапы и методы, направленные на формирование познавательных учебных действий у школьников 7-9 классов при обучении математике

Теоретическая значимость формирования познавательных УУД четко обоснована в нормативных документах, однако возникает проблема с практической стороной данного процесса. Учителя сталкиваются с отсутствием подробных методических рекомендаций, систем заданий по развитию познавательных УУД и систем оценки их сформированности.

С познавательными УУД связано и математическое мышление. Стоит уделить внимание проблеме его развития у школьников в средней школе.

Часто учителя математики ориентируются на определенный результат, например, на заучивание школьниками алгоритмов решения, а не на рассмотрение различных творческих задач, способствующих развитию математического мышления.

Математическое мышление развивает у школьников: логику и аналитические способности; способность критически оценивать точность и структуру информации; способность к алгоритмизации и поиску закономерностей; умение доказывать и опровергать; внимательность к деталям и креативность в поиске нестандартных решений; умение применять знания на практике и эффективно планировать и организовывать деятельность, а также способствует развитию общего интеллекта и повышению уровня образованности.

Необходимо отметить, что при обучении математике необходимо не просто развивать математическое мышление, а делать это всесторонне. Нужно формировать как общие приёмы мышления, так и приёмы, которые применимы в определенных случаях [5,7].

В наше время школьнику необходимо уметь быстро ориентироваться в информационном потоке. Важно эффективно перерабатывать, осмысливать и усваивать материал, находить недостающие сведения. Обучающийся должен выбрать оптимальные методы решения задач, контролировать и оценивать свою деятельность, проводить рефлекссию, формулировать и ставить перед собой проблемы [4].

В традиционном обучении на уроках математики для формирования УУД, в том числе и познавательных, выделяют 4 этапа [16]:

- 1) Мотивационный. На данном этапе учителю необходимо создать проблемную ситуацию, чтобы побудить школьников использовать все свои умения для её решения. Обучающиеся должны чётко осознавать для чего им нужно изучать эту тему, каковы цели и задачи работы.

2) Открытие математических знаний. На втором этапе учителю необходимо натолкнуть учеников на приемы, которые требуют от школьников самостоятельного проведения исследования, стимулирующее повышение их познавательной потребности.

3) Формализация знаний. Здесь основной задачей учителя является организация деятельности учащихся, которая направлена на полное изучение поставленного математического факта.

4) Обобщение и систематизация. Последний этап направлен на применение приемов, устанавливающих связь между всеми изученными математическими фактами и приводящих их в систему. Формирование познавательных УУД происходит при реализации учебно-познавательной деятельности, которая соответствует этапам ее формирования и носит деятельностный характер.

Формирование познавательных УУД должно быть организовано с учетом преемственности между ступенями образования и на основе системно-деятельностного подхода, который направлен на активизацию познавательной деятельности учеников. Математика предоставляет огромное количество возможностей для использования различных методов подачи нового материала для его дальнейшего изучения.

Учитель в своей работе может использовать разработки, которые помогут ученикам с легкостью выделять из текста нужную им информацию, а также структурировать знания. Использование их в комплексе будет способствовать совершенствованию познавательных УУД у школьников. Для успешного выполнения учащимися заданий учителю необходимо подготовить подсказки в виде картинок или вспомогательных вопросов.

Несмотря на то, что формирование определенного метода мышления, как набора приемов и навыков выполнения операций по заданным признакам, при обучении математике достаточно важно, но это не

единственный и важный процесс, который способствует развитию мышления обучающихся.

В связи с этим рассмотрим методы, используемые на уроках математики, которые эффективно помогают запоминать материал и развивают познавательный интерес у школьников [20]:

1) «Свои примеры». Суть данного метода кроется в его названии. Ученикам нужно придумать примеры или задачи по изучаемому материалу и предложить идеи для их дальнейшего решения.

2) «Помощь учителю». Педагог активно создает условия для привлечения учеников к помощи в подготовке учебных материалов. Например, учитель предлагает обучающимся разработать задания к самостоятельной или контрольной работе.

3) Моделирование. Данный метод играет ключевую роль при обучении математике, предоставляя важные инструменты для развития познавательных УУД. Например, при изучении способов построения графиков ученики представляют свои модели, созданные самостоятельно. Знаково-символические познавательные УУД, реализуемые через этот метод, включают в себя построение логических схем, цепочек рассуждений, подведение под понятие и выведение следствий.

4) Проектирование. Суть данного метода заключается в активном вовлечении учеников в самостоятельную деятельность по решению значимой для них проблемы, требующей применения математических знаний и умений. Ученики сами выбирают тему, планируют этапы работы, собирают информацию, проводят исследования, разрабатывают продукт, например, модель, игру или презентацию. Далее анализируют результаты и представляют их классу. Проектный метод развивает навыки критического мышления, самоорганизации, а также способствует более осознанному усвоению материала.

5) Игра «да и нет». Данный метод помогает объединить разрозненные факты в систему, активизируя знания учеников. Они учатся систематизировать информацию и слушать своих одноклассников. Учитель загадывает понятие, а ученики его отгадывают, задавая по цепочке вопросы, на которые можно ответить только «да» или «нет».

6) Создание алгоритмов. Метод включает в себя придумывание и подбор задач, примеров и вопросов, которые связывают новый материал с ранее изученным. Использование этого метода на уроках математики будет способствовать развитию познавательных УУД, направленных на решение проблем поискового и творческого характера.

Важно на уроках математики также использовать контроль и проверку усвоенных знаний обучающихся, ведь они тоже направлены на формирование познавательных УУД. Ниже приведены некоторые виды контроля:

1) Тренировочные контрольные работы. Проводятся как обычные контрольные работы, но оценки выставляются в журнал только по желанию ученика.

2) Блицконтрольные. Это короткие письменные опросы на 7-10 минут, проводимые в быстром темпе для проверки усвоенных учениками необходимых навыков. Возможна сдача листочков с ответами учителю или самопроверка по эталону, представленному учителем. Важно установить чёткие критерии оценивания, то есть определённое количество правильных ответов должно соответствовать определенной оценке.

3) Опрос-итог. В конце урока учитель задает вопросы, побуждающие учеников к рефлексии. Формулировать вопросы могут и сами ученики.

Контроль и проверка знаний обучающихся не только оценивают уровень усвоения предметных знаний, но и позволяют судить о степени сформированности универсальных учебных действий. Оценивая результаты

сформированности познавательных УУД у учеников средней школы, важно отметить действия, которые представлены в таблице 1.

Таблица 1 — Результаты сформированности познавательных УУД

Результаты сформированности познавательных УУД, в соответствии с которыми ученики должны осуществлять	1) расширенный поиск информации с использованием ресурсов библиотек и Интернета;
	2) выбор наиболее эффективных способов решения задач в зависимости от конкретных условий;
	3) логическую операцию установления родовидовых отношений, ограничение понятия;
	4) реализацию проектно-исследовательской деятельности;
	5) проведение наблюдения и эксперимента под руководством учителя;
	6) создание и преобразование модели и схемы для решения задач;
	7) демонстрирование умения давать определение понятиям;
	8) установление причинно-следственных связей;
	9) обобщение понятий, то есть логическую операцию перехода от видовых признаков к родовому понятию, от понятия с меньшим объемом к понятию с большим объемом;
	10) сравнение, классификацию, самостоятельно выбирая основания и критерии для урока;
	11) построение рассуждений, включающих установление причинно-следственных связей;
	12) объяснение явлений, процессов, связей и отношений, выявляемых в ходе исследования;
	13) демонстрирование основ ознакомительного, изучающего, усваивающего и поискового чтения;
	14) структурирование текстов, включая умение выделять главное и второстепенное, главную идею текста, выстраивать последовательность описываемых событий;
	15) демонстрирование понимания переносного смысла выражений, употребление оборотов речи, построенных на скрытом уподоблении, образном сближении слов.

Для более эффективного формирования познавательных УУД необходимо в процессе обучения уделять внимание взаимодействию различных мыслительных операций, таких как анализ, синтез и обобщение.

Мышление неотделимо от деятельности и включает в себя понимание и определение проблемы, планирование и выбор оптимального решения, а

также выдвижение и проверку гипотез, формулировку выводов и их применение в новых ситуациях [22].

Таким образом, использование различных методов и приемов представления учебного материала на разных этапах его изучения повышает познавательную активность обучающихся и способствует более прочному усвоению информации. Умения обучающихся, полученные в результате формирования познавательных УУД, могут быть полноценно сформированы на уроках математики.

1.3 Анализ содержания функциональной линии в школьных учебниках по алгебре разных авторов

Подходы к изучению и содержание функционального материала в учебниках алгебры каждого из авторов различны. Рассмотрим содержание функциональной линии в учебниках алгебры 7-9 классов, которые наиболее распространены в школах: А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира; Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой и А.Г. Мордковича.

Сначала проанализируем содержание функциональной линии в учебниках по алгебре за 7 класс, рассмотрев их сходства и различия.

Схожие черты:

1) Дается определение функции как зависимости между двумя переменными. Вводятся понятия область определения и область значений.

2) Рассматриваются способы задания функции: формулой, таблицей, графиком.

3) Рассмотрение графического представления функций: построение графиков линейных функций, определение значений по графику и наоборот.

4) Непосредственное изучение линейной функции $y = kx + b$, ее свойств и графика (прямой), а также рассмотрение прямой пропорциональности как частного случая линейной функции $y = kx$.

Различия представим в виде таблицы 2.

Таблица 2 — Различия содержания функциональной линии в учебниках алгебры 7 класса

Критерий сравнения	Учебник А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира [13]	Учебник Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой [10]	Учебник А.Г. Мордковича [17]
Подход к определению функции	Четкое и формальное определение, акцент идёт на зависимости между переменными	Более наглядное и доступное определение, с примерами из реальной жизни	Концептуальный подход с рассмотрением различных видов зависимостей, как функциональных, так и нефункциональных
Способы задания	Достаточно подробно рассматриваются все способы задания функции	В основном формула и график, табличный способ используется как вспомогательный.	Особое внимание уделяется способам задания функции и переходам между ними, то есть от формулы к графику, от таблицы к формуле, для формирования более глубокого понимания
Изучаемые компоненты линейной функции	Подробное изучение углового коэффициента k и его влияния на наклон прямой.	Акцент на основных свойствах линейной функции и построении её графика.	Подробное изучение связи графика с алгебраическим представлением линейной функции.
Изучаемые компоненты линейной функции	Рассмотрение взаимного расположения графиков линейных функций	Меньше внимания уделяется угловому коэффициенту	Решение задач, требующих анализа графика и определения параметров функции

Примеры и задачи	Большое количество задач разного уровня сложности, ориентированных на практику и развитие навыков решения задач	Достаточное количество задач для отработки базовых навыков и закрепления изученного материала	Задачи направлены на формирование умения строить и читать графики, описывать свойства функций, моделировать реальные ситуации с помощью функциональных зависимостей. Часто встречаются нестандартные задачи, направленные на развитие аналитического мышления
Использование графиков	Активное использование графиков для наглядной иллюстрации свойств функций и решения задач	Использование графиков, но меньший акцент на визуализации свойств функции	Активное использование графиков, но с акцентом на их анализ и связь с алгебраическими представлениями

Теперь рассмотрим содержание функциональной линии в учебниках алгебры 8 класса представленных авторов.

В данных учебниках функциональная линия расширяется и включает в себя следующие основные элементы:

1) Идёт повторение и обобщение материала, а именно закрепление понятия функции, способов ее задания, областей определения и значений.

2) Изучается квадратичная функция $y = ax^2 + bx + c$ и функция обратной пропорциональности, их свойства и графики.

3) Происходит знакомство с функциями $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ и их графиками.

4) Рассматривается использование графиков для приближённого решения уравнений.

Различия представлены в таблице 3.

Таблица 3 — Различия содержания функциональной линии в учебниках алгебры 8 класса

Критерий сравнения	Учебник А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира [14]	Учебник Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой [11]	Учебник А.Г. Мордковича [18]
Повторение понятия функции	Краткое повторение основных понятий. Акцент на области определения и области значений	Повторение основных понятий с целью подготовки к изучению новых функций	Акцент на связи между различными представлениями функции (формула, график, таблица) и их взаимосвязях.
Квадратичная функция	Подробное изучение свойств квадратичной функции (вершина параболы, ось симметрии, нули функции, промежутки знакопостоянства, возрастание и убывание). Рассмотрение преобразований графиков квадратичной функции	Основные свойства квадратичной функции, построение графика. Меньше внимания уделяется преобразованиям графиков	Подробное изучение построения графика квадратичной функции с использованием ключевых точек (вершина, нули функции, точки пересечения с осями). Рассмотрение различных способов построения графика
Обратная пропорциональность	Изучение свойств обратной пропорциональности и построение графика (гиперболы). Рассмотрение преобразований графиков	Изучение основных свойств обратной пропорциональности и построение графика. Меньше внимания преобразованиям	Подробное изучение свойств обратной пропорциональности, особые точки, симметрия

Степенные функции	Рассмотрение функций $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$ и их графиков. Акцент на свойствах этих функций	Краткое ознакомление с функциями $y = x^2$, $y = x^3$	Более подробное изучение функций $y = x^2$, $y = x^3$, $y = \sqrt{x}$, их свойств и области определения. Вводятся понятия возрастания и убывания на промежутке
Графическое решение уравнений	Использование графического метода для приближённого решения уравнений, в том числе уравнений, содержащих модуль.	Использование графического метода для решения простых уравнений.	Особое внимание уделяется использованию графического метода для решения различных типов уравнений и неравенств. Подчеркивается важность понимания связей между графиками и алгебраическими выражениями.
Примеры и задачи	Большое количество задач разного уровня сложности, направленных на применение полученных знаний. Много задач повышенной сложности	Достаточное количество задач для отработки базовых навыков	Большое количество задач, направленных на развитие логического мышления и умения применять полученные знания в нестандартных ситуациях

Последним проведём сравнение функциональной линии в учебниках алгебры для 9-го класса, авторы которых представлены выше.

В учебниках функциональная линия включает в себя следующие основные элементы:

1) Идёт закрепление понятий функции, области определения и области значений, способов задания функции.

2) Происходит изучение свойств функций: нулей функции, промежутков знакопостоянства, возрастания и убывания, наибольшего и наименьшего значения.

3) Рассматривается преобразование графиков функций: параллельный перенос, растяжение и сжатие графиков.

4) Рассматривается взаимосвязь функции с уравнениями и неравенствами. Изучается графический метод их решения.

5) Изучаются числовые последовательности. Вводятся понятия арифметической и геометрической прогрессий.

Различия в содержании представлены в таблице 4.

Таблица 4 — Различия содержания функциональной линии в учебниках алгебры 9 класса

Критерий сравнения	Учебник А.Г. Мерзляка, В.Б. Полонского, М.С. Якира [15]	Учебник Ю.Н. Макарычева, Н.Г. Миндюк, К.И. Нешкова, С.Б. Суворовой [12]	Учебник А.Г. Мордковича [19]
Повторение и обобщение	Систематизация знаний о функциях, уделяется внимание различным видам функций, изученным в предыдущих классах.	Повторение основных понятий, акцент на подготовке к изучению новых тем.	Акцент на обобщении знаний и формировании целостного представления о функции как об абстрактном математическом объекте.
Свойства функций	Подробное изучение всех основных свойств функций. Много примеров и задач на определение свойств функций по графику и формуле.	Изучение основных свойств функций, но меньше внимания уделяется задачам на определение свойств по графику.	Особое внимание уделяется связи между свойствами функции и её графиком. Подчеркивается роль свойств функций в исследовании функций и решении задач.

Преобразования графиков	Подробное изучение всех основных преобразований графиков. Много задач на построение графиков с использованием преобразований	Изучение основных преобразований графиков, но меньше задач на их применение.	Систематическое изучение преобразований графиков как инструмента для анализа и построения графиков функций.
Функции и уравнения, неравенства	Широкое использование графического метода для решения уравнений и неравенств различных типов.	Использование графического метода для решения простых уравнений и неравенств.	Графический метод используется как основной способ решения уравнений и неравенств. Подчеркивается его наглядность и эффективность.
Числовые последовательности	Изучение арифметической и геометрической прогрессий, формул для нахождения n -го члена и суммы n первых членов.	Изучение арифметической и геометрической прогрессий, формул для нахождения n -го члена и суммы n первых членов.	Арифметическая и геометрическая прогрессии рассматриваются как примеры дискретных функций.
Примеры и задачи	Большое количество задач разного уровня сложности, направленных на применение полученных знаний. Задачи повышенной сложности и олимпиадные задачи.	Достаточное количество задач для отработки базовых навыков.	Задания, направленные на развитие логического мышления, исследовательских навыков и умения применять полученные знания в нестандартных ситуациях.

Таким образом, в учебниках А. Г. Мерзляка [13-15] представлено четкое и структурированное изложение материала, присутствует широкий охват тем и разнообразие задач разного уровня сложности, а также идёт акцент на применении знаний. Они подходят для учеников, стремящихся к глубокому пониманию темы и готовящихся к поступлению в профильные классы или ВУЗы.

Учебники Ю. Н. Макарычева [10-12] предлагают доступное изложение и четкую структуру материала, в них присутствует достаточное количество задач для отработки основных навыков. Однако, в учебниках меньше внимания уделяется теоретическим обоснованиям и задачам повышенной сложности. Их можно рекомендовать ученикам с разным уровнем подготовки, которым нужны понятные и структурированные учебники для подготовки к экзаменам.

В учебниках А. Г. Мордковича [17-19] представлен теоретически обоснованный подход, направленный на развитие логического мышления и формирование математической культуры, а также присутствует акцент на графическом методе решения задач. Данные учебники могут показаться сложным для учеников, которым нужна более практическая ориентация и подготовка к экзаменам. Больше они подходят для учеников, интересующихся математикой и стремящихся к глубокому пониманию темы и развитию математического мышления и культуры.

Выбор учебников для изучения функциональной линии зависит от целей обучения, уровня подготовки учеников и предпочтений учителя.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ФОРМИРОВАНИЯ ПОЗНАВАТЕЛЬНЫХ УНИВЕРСАЛЬНЫХ УЧЕБНЫХ ДЕЙСТВИЙ ПРИ ИЗУЧЕНИИ ФУНКЦИЙ В 7-9 КЛАССАХ

2.1 Методика изучения линейной функции

Изучение линейной функции начинается с рассмотрения задач, с которыми учащиеся уже сталкивались ранее (движение с постоянной скоростью, стоимость покупки, масса через объём и плотность) [21]. Эти задачи служат иллюстрацией прямой пропорциональной зависимости.

Подчеркивается, что, несмотря на разную физическую природу величин, все эти задачи описываются одной и той же формулой $y=kx$. Это позволяет ввести понятие прямой пропорциональности как математической модели, описывающей широкий класс явлений. Дается строгое определение прямой пропорциональности как функции вида $y=kx$ с важным условием $k \neq 0$.

Далее учащиеся выполняют упражнения на распознавание прямой пропорциональности среди различных функций, заданных формулами или таблицами, и нахождение коэффициента пропорциональности. Это нужно для того, чтобы ученики хорошо усвоили определение.

После ученикам предлагается исследовательское задание: нужно построить по точкам графики нескольких функций вида $y = kx$ с разными значениями k . Используя линейку, ученики убеждаются, что построенные точки лежат на одной прямой, проходящей через начало координат и делают вывод, что для построения прямой достаточно двух точек.

Следующая исследовательская задача, стоящая перед учениками — построение графиков функций $y = kx$ с положительными и отрицательными значениями k , для анализа его влияния на расположение прямых в координатных четвертях.

Результат работы можно представить в виде рисунка 1.

Таким образом, учитель позволяет ученикам самостоятельно открыть основные свойства графика прямой пропорциональности с помощью практического построения и анализа, а не просто сообщает им готовые факты. Это способствует более глубокому пониманию и запоминанию материала.

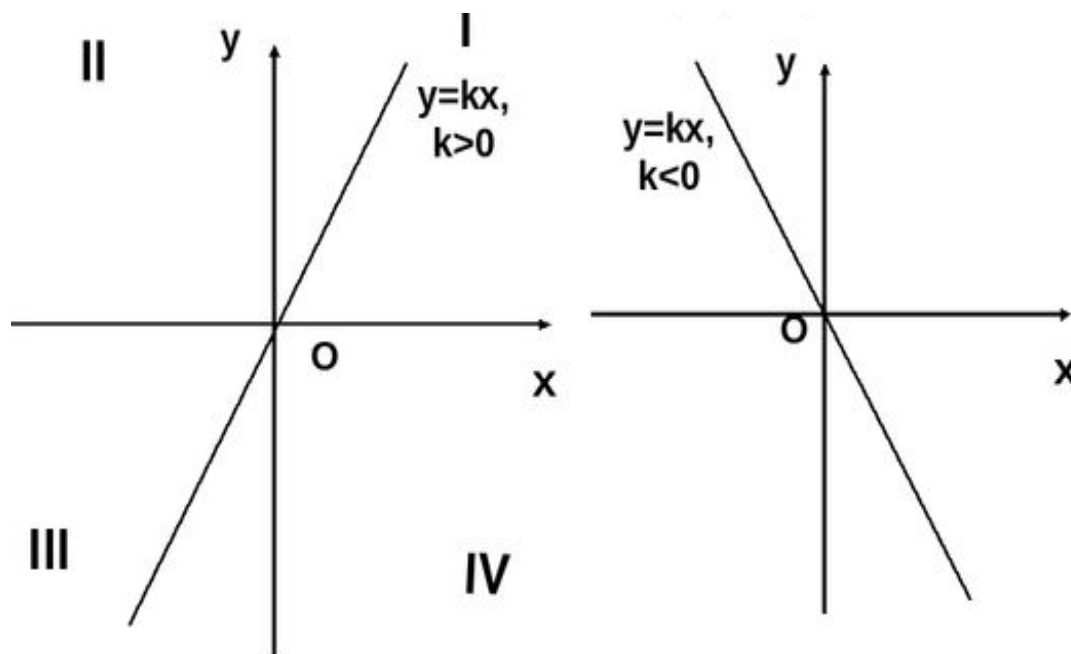


Рисунок 1 — Графики функций $y = kx$ в зависимости от значений k

После изучения прямой пропорциональности обучающиеся переходят к линейной функции. Учитель предлагает им рассмотреть задачи, моделирующие реальные ситуации, которые нельзя описать прямой пропорциональностью (автомобиль, удаляющийся от города с начальным расстоянием, уменьшение запасов угля).

Решение этих задач приводит к формулам, которые отличаются от $y=kx$. Это мотивирует введение общей формулы линейной функции $y = kx + b$. Дается определение линейной функции, подчеркивается, что она является обобщением результатов, полученных при анализе реальных ситуаций.

Отмечается, что линейная функция включает прямую пропорциональность как частный случай (при $b = 0$). Учащимся предлагается сравнить значения линейной функции $y = kx + b$ с прямой пропорциональностью $y = kx$ при одинаковых x . Ученики выясняют, что

график $y = kx + b$ получается из графика $y = kx$ сдвигом вдоль оси ординат на величину b (вверх, если $b > 0$, и вниз, если $b < 0$) и что графики параллельны.

Делается вывод, что график функции $y = kx + b$ ($k \neq 0$) представляет собой прямую, параллельную прямой $y = kx$. Знак b определяет направление смещения (вверх, если $b > 0$; вниз, если $b < 0$).

Далее учениками анализируются случаи, когда $k=0$ и/или $b=0$ в уравнении $y=kx+b$, и определяются соответствующие графики (прямая пропорциональность, прямая, параллельная оси абсцисс, ось абсцисс). Результатом исследований может быть рисунок 2.

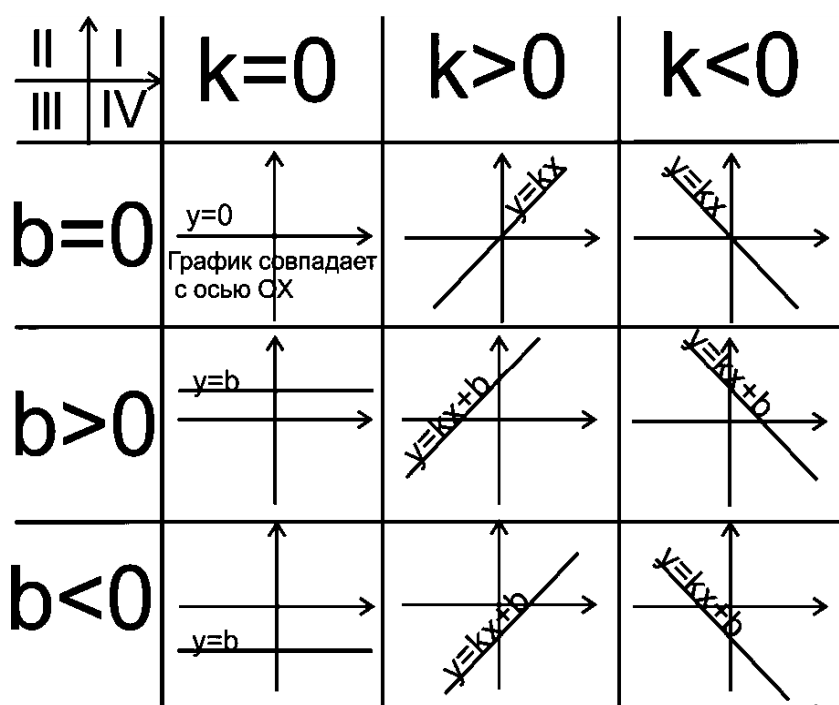


Рисунок 2 — Графики функций $y=kx+b$ в зависимости от значений k и b

Учениками с помощью учителя описываются различные методы построения графика линейной функции: по двум произвольным точкам, по точкам пересечения с осями координат, с помощью параллельного переноса графика прямой пропорциональности.

Учитель предлагает учащимся исследовать влияние параметров k и b на график. Выясняется, что b — это ордината точки пересечения с осью Oy , а k — угловой коэффициент, определяющий угол наклона прямой к оси Ox . Рассматривается вопрос о взаимном расположении графиков двух линейных

функций ($y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$). Устанавливается, что графики пересекаются при $k_1 \neq k_2$ и параллельны при $k_1 = k_2$.

Представление о свойствах линейной функции можно представить в виде рисунка 3.

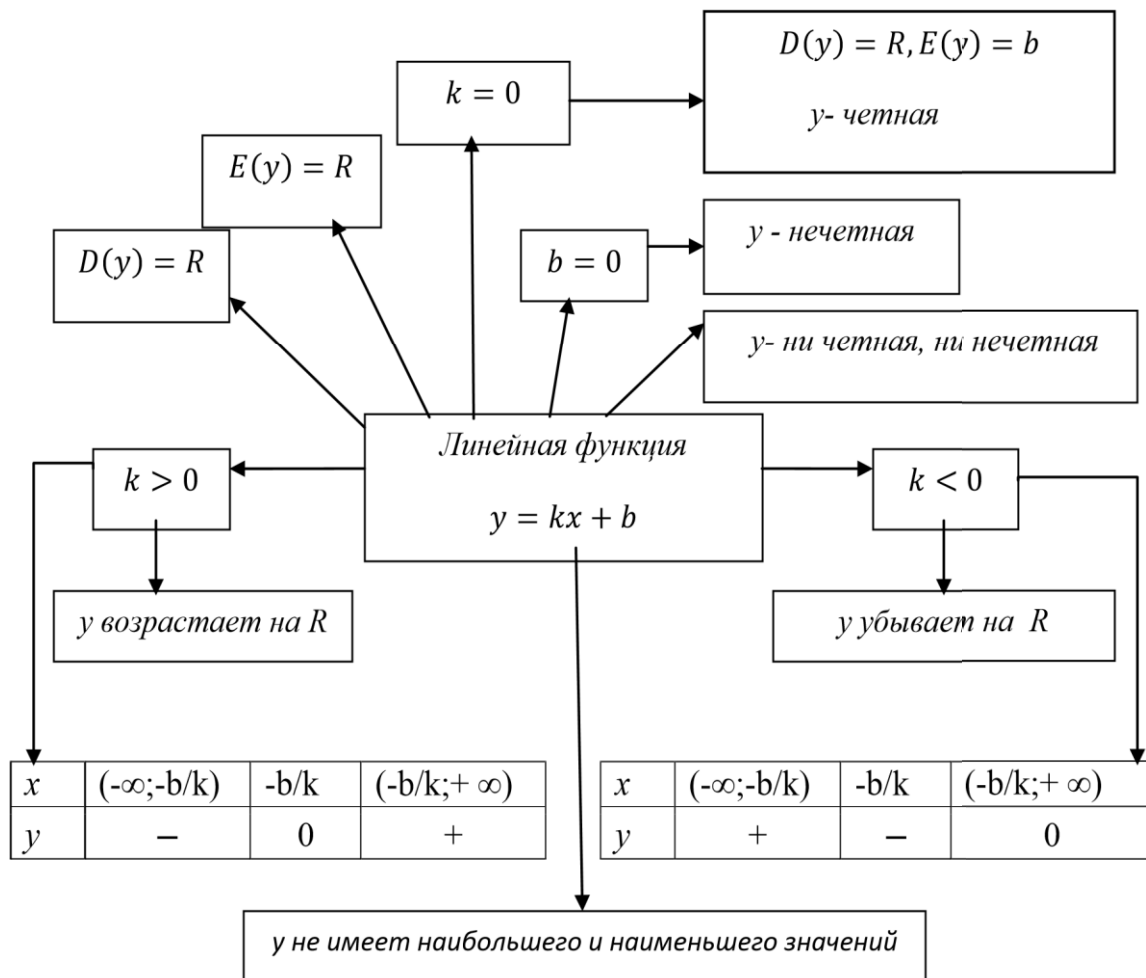


Рисунок 3 — Свойства линейной функции

Необходимо систематизировать изученные свойства линейной функции и прямой пропорциональности в 9-м классе в рамках обобщающего повторения курса алгебры для того, чтобы ученики лучше усвоили и обобщили материал.

При объяснении свойств возрастания и убывания, а также знакопостоянства целесообразно использовать наглядно-интуитивный подход, опираясь на графики и визуальные образы (например, «вверх в горку», «вниз с горки»). Такой подход, применяемый в учебнике А. Г. Мордковича [17], помогает ученикам лучше понять и запомнить материал.

Таким образом, приведенная выше методика изучения линейной функции, предполагает формирование следующих ключевых навыков: анализ, синтез, сравнение, классификация, моделирование, установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений и поиск информации.

2.2 Методика изучения квадратичной функции

Рассмотрение квадратичной функции начинается с простейшего случая $y = x^2$, который в дальнейшем постепенно усложняется: $y = ax^2$, $y = ax^2 + n$, $y = a(x - m)^2$, $y = a(x - m)^2 + n$, $y = ax^2 + bx + c$. Поэтапное изучение упрощает построение графика, позволяя учащимся понять, как изменение параметров влияет на его форму и расположение.

Мотивацией для изучения функции $y = x^2$ служит задача о зависимости площади квадрата от длины его стороны. После её рассмотрения ученикам предлагается построить график функции $y = x^2$ по большому количеству точек, особое внимание при этом уделяется поведению графика вблизи начала координат.

На основе формулы и графика учащиеся самостоятельно формулируют свойства функции $y = x^2$ и с помощью учителя обоснуют их.

После изучения вышеописанной функции вводится понятие квадратичной функции в общем виде: $y = ax^2 + bx + c$. Подчеркивается, что $a \neq 0$ по определению.

Учитель предлагает обучающимся задачи на распознавание, чтобы они научились определять квадратичную функцию по формуле и значения её коэффициентов a , b и c .

Начинается изучение квадратичной функции с частного случая $y = ax^2$, где $y = x^2$ служит эталоном для дальнейшего сравнения и анализа.

Приводятся примеры из физики (сопротивление среды, равноускоренное движение) и геометрии (площадь круга), чтобы мотивировать изучение функции $y = ax^2$ [6].

Основное внимание уделяется выяснению влияния коэффициента a на график функции $y = ax^2$ при различных значениях: $a > 1$, $0 < a < 1$ и $a < 0$. Ученики самостоятельно строят графики $y = ax^2$ с разными значениями a и сравнивают их с графиком $y = x^2$, выявляя особенности расположения. Акцент делается на том, как значение « a » определяет «крутизну» параболы и направление ее ветвей. Знакомство с понятиями растяжения и сжатия вдоль оси OY происходит, но без детальной проработки. Важно отметить симметрию относительно оси ординат. Ученики формулируют и сравнивают свойства функции при $a > 0$ и $a < 0$, составляя таблицу для лучшего усвоения.

Изучение функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$ идёт с помощью параллельного переноса. Основное внимание уделяется построению графиков этих функций и выявлению связи с графиком $y = ax^2$. Учащиеся должны увидеть, что это та же самая парабола, только смещённая по осям Oy (в случае $y = ax^2 + n$) и Ox (в случае $y = a(x - m)^2$). Функция $y = ax^2$ служит здесь «эталоном» для сравнения. Примером может служить рисунок 4.

После изучения частных случаев происходит переход к общей форме $y = ax^2 + bx + c$. К этому моменту ученики уже имеют представление о том, как различные преобразования влияют на положение параболы.

Рассматривается преобразование общего вида в вид $y = a(x - m)^2 + n$ с помощью метода выделения полного квадрата, который позволяет представить квадратичную функцию в виде, явно показывающем параллельные переносы. Учащимся предлагается доказать, что график квадратичной функции общего вида является параболой, полученной из графика $y = ax^2$ с помощью двух параллельных переносов. Это доказательство основано на методе выделения полного квадрата.

Таким образом, данная методика изучения квадратичной функции, направлена на формирование познавательных универсальных учебных действий и акцентирует внимание на развитии следующих ключевых умений: анализ и синтез, сравнение, классификация, моделирование, установление причинно-следственных связей, построение логической цепи рассуждений, прогнозирование и интерпретация графической информации.

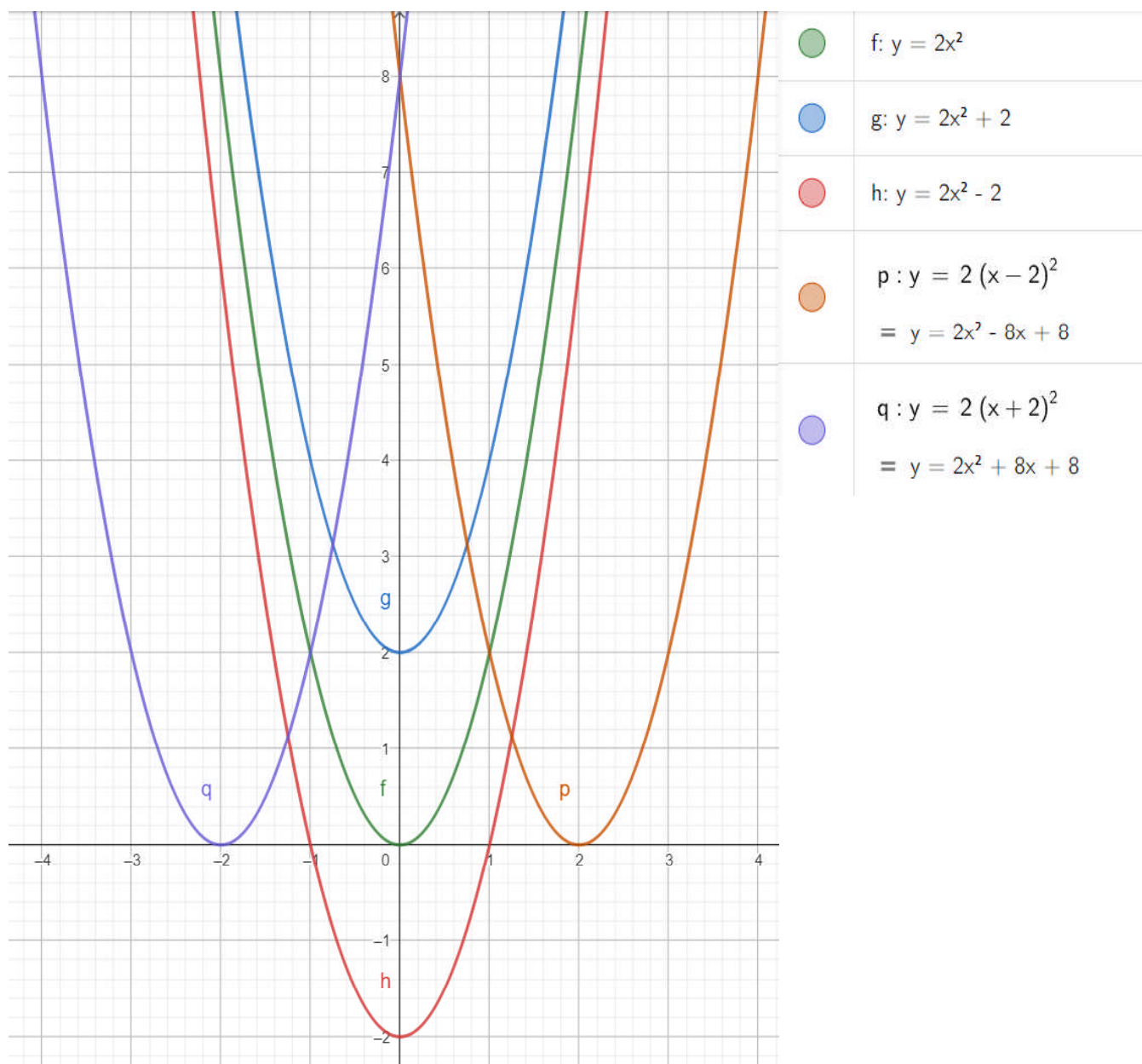


Рисунок 4 — Графики функций $y = ax^2 + n$ и $y = a(x - m)^2$ в зависимости от значений a , n и m

2.3 Методика изучения степенной функции и обратной пропорциональности

Термин степенная функция вводится только в 9-м классе в контексте углубленного изучения. Обговаривается, что функция $y = x$ рассматривалась как частный случай линейной, а $y = x^2$ — как частный случай квадратичной.

Функция $y = x^3$ изучается активно, с использованием опыта учащихся. График строится по точкам и называется кубической параболой. Сравниваются графики $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, выявляются общие и отличительные особенности. Обсуждается практическое применение для приближённого нахождения степеней и графического решения уравнений. На основе графика и формулы формулируются свойства функций $y = x^3$ и $y = ax^3$.

Далее переходят к изучению функций обратной пропорциональности $y = 1/x$ и $y = k/x$. Вспоминается определение обратно пропорциональных величин и расширяется для отрицательных значений с помощью формулы $y = k/x$ ($k \neq 0$). При этом обговаривается, что область определения функции $y = k/x$ — все действительные числа, кроме нуля.

График строится эмпирически по большому количеству точек. Для упрощения построения начинают с $y = 1/x$. Подчеркиваются ключевые особенности графика и ему даётся название — гипербола.

Затем ученикам предлагается два исследования: сначала они эмпирически исследуют наличие осей симметрии, сгибая лист с графиком, и находя две оси симметрии: прямые $y = x$ и $y = -x$, далее строят графики для различных значений k (положительных и отрицательных), чтобы выявить особенности расположения графиков (рисунок 5).

Учителю важно указывать на аккуратность построения графиков, особенно в части приближения ветвей гиперболы к осям.

После изучения графика следует знакомство со свойствами функции. В учебнике А. Г. Мордковича представлен наиболее полный список свойств.

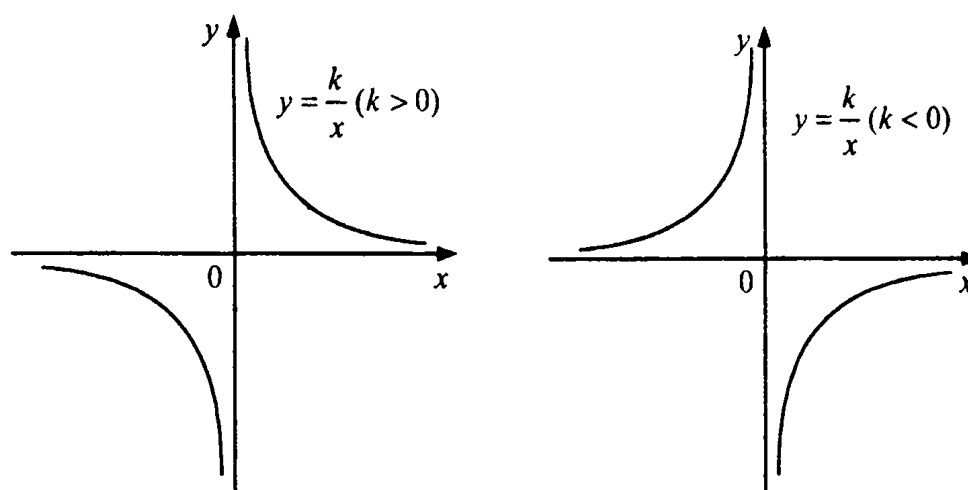


Рисунок 5 — График функции $y = 1/x$ для различных значений k

Далее ученики переходят к методике изучению функций $y = \sqrt{x}$ и $y = \sqrt[3]{x}$. В учебнике А. Г. Мордковича [19] обе функции представлены подробно, а в других учебниках обычно рассматривается только $y = \sqrt{x}$, а $y = \sqrt[3]{x}$ вводится через упражнения. Особое внимание уделяется обоснованию области определения функций.

Графики обеих функций строятся по точкам, координаты которых берутся из таблицы. График функции $y = \sqrt{x}$ (рисунок 6) представляет собой одну ветвь параболы с вершиной в точке $(0; 0)$, расположенную в первой координатной четверти и ориентированную вправо.

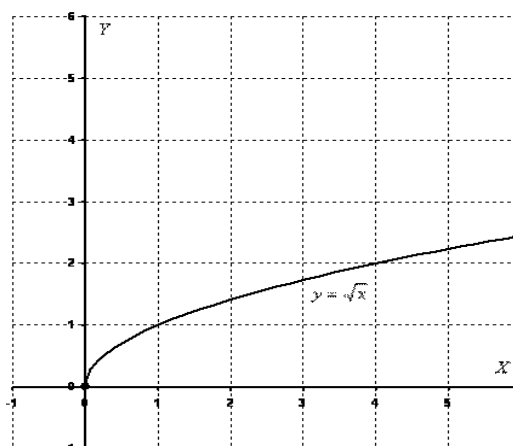


Рисунок 6 — График функции $y = \sqrt{x}$

Подчеркивается тесная связь между функциями $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$ (при $x \geq 0$) из-за симметрии их графиков относительно прямой $y = x$. В учебнике Макарычева симметричность графиков доказывается на основе того, что точки

(a, b) и (b, a) симметричны относительно прямой $y = x$. Предлагается эмпирическое исследование с перегибом рисунка.

В учебнике А. Г. Мордковича [19] функции $y = \sqrt{x}$ и $y = x^2$ (при $x \geq 0$) называются взаимно обратными, и вводится теория обратных функций, подготавливая учеников к дальнейшему изучению.

Для введения понятия кубического корня предлагается задача о нахождении ребра куба по его объёму ($x^3 = 1000$). Дается определение кубического корня и вводится его запись ($\sqrt[3]{1000} = 10$). После освоения извлечения кубических корней переходят к построению графика функции $y = \sqrt[3]{x}$ (рисунок 7), на основе которого формулируются свойства данной функции.

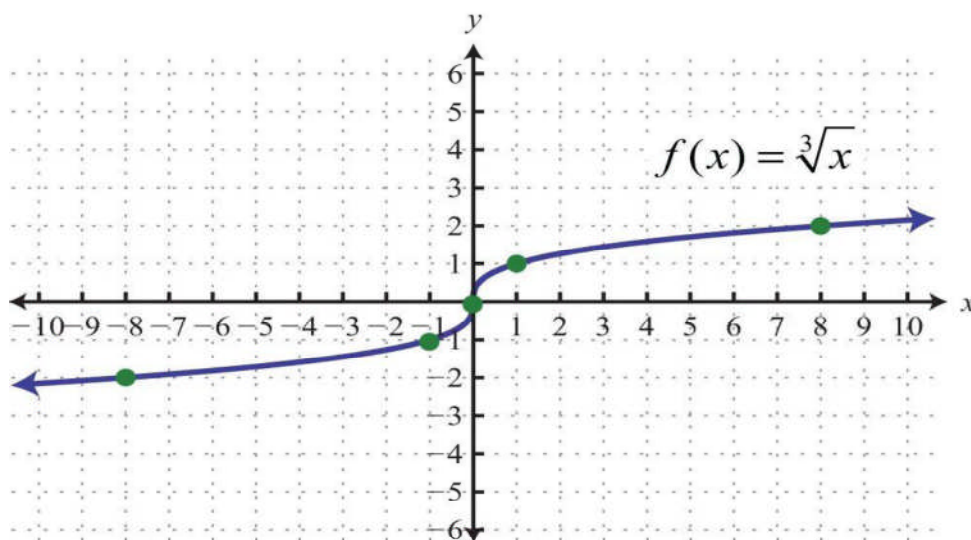


Рисунок 7 — График функции $y = \sqrt[3]{x}$

Сравниваются графики $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^3$ для установления их сходств и различий. Обговаривается, что если графики функций $y = \sqrt[3]{x}$ и $y = x^3$ изобразить в одной системе координат, то они окажутся симметричными относительно прямой $y = x$. Предлагается эмпирическая проверка путем перегибания рисунка.

Далее рассматривается функция $y = x^n$, где n — натуральное число. Урок начинается с актуализации знаний о степени с натуральным показателем и графиках функций $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$. На основе обобщения графиков и свойств этих функций учащиеся получают первоначальное представление о функции $y = x^n$.

Учащиеся приходят к выводу, что изученные функции можно задать общей формулой $y = x^n$. Вводится термин «степенная функция с натуральным показателем». Приводятся примеры частных случаев степенной функции: $y = x$, $y = x^2$, $y = x^3$, $y = x^4$, $y = x^5$, $y = x^6$ (рисунок 8).

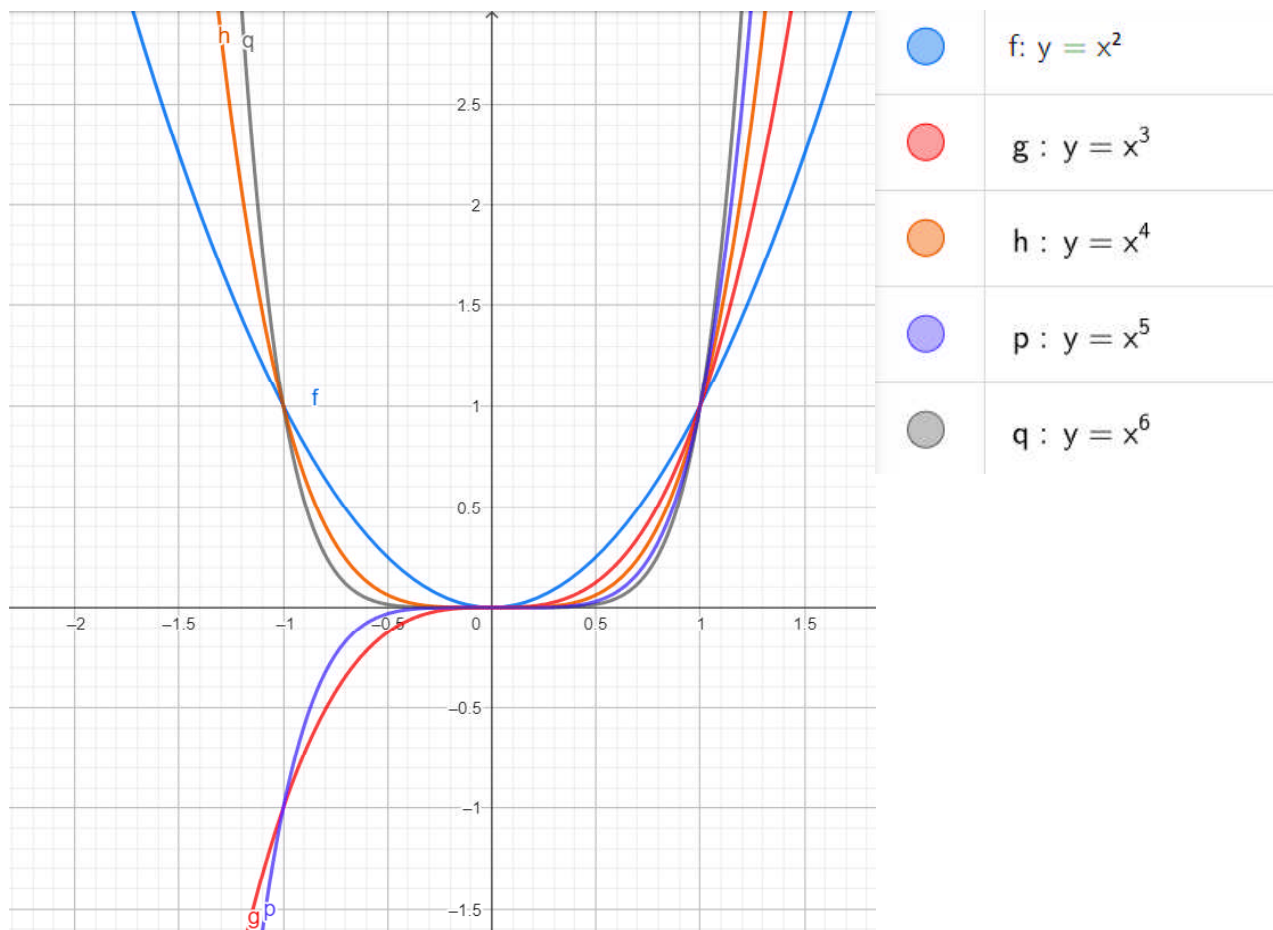


Рисунок 8 — Графики функций $y = x^n$

Для выявления свойств и особенностей графика функции $y = x^n$ при любом натуральном n используются готовые графики частных случаев. Подчеркивается, что вид графика зависит от чётности числа n : если чётное n , то график похож на параболу $y = x^2$, а если нечётное ($n > 1$), то график похож на кубическую параболу $y = x^3$. Функции $y = x^2$ и $y = x^3$ служат опорными для выявления свойств функции $y = x^n$. Учащимся предлагается оформить основные свойства и особенности графиков в виде таблицы.

Таким образом, описанная выше методика изучения степенной функции ориентирована на развитие следующих ключевых умений: анализ, синтез, сравнение, классификация, моделирование, установление причинно-

следственных связей, построение логической цепи рассуждений, абстрагирование, выдвижение гипотез и их экспериментальная проверка, и перенос знаний в новые ситуации.

2.4 Система задач на формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах

Несмотря на то, что существующие системы задач, представленные в учебниках алгебры, формируют часть познавательных УУД, они ориентированы преимущественно на репродуктивное воспроизведение знаний и алгоритмов. Недостаточно внимания уделяется задачам, требующим анализа, синтеза, сравнения, обобщения, моделирования и творческого применения знаний. Разработанная нами дополняющая система задач призвана восполнить этот пробел и создать условия для более эффективного изучения функциональной линии в 7-9 классах.

Данная система включает в себя задачи различных типов, направленных на формирование познавательных УУД с использованием проблемных ситуаций, требующих от учащихся поиска решений и применения полученных знаний в нестандартных условиях. Задачи связаны с реальными жизненными ситуациями, демонстрируя практическую значимость изучения функций и обеспечивая активное вовлечение учащихся в процесс решения задач. Система задач предусматривает задания различного уровня сложности, чтобы обеспечить возможность индивидуализации обучения, а присутствие графиков способствует визуализации функциональных зависимостей.

Дополняющая система задач включает в себя задачи следующих типов:

- Задачи на анализ (выделение существенных признаков, свойств и характеристик функций).
- Задачи на синтез (составление функции по заданным условиям или свойствам).

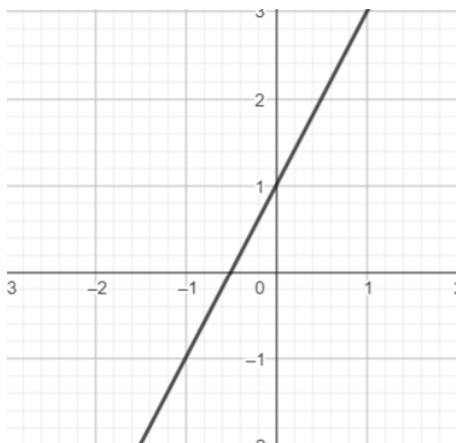
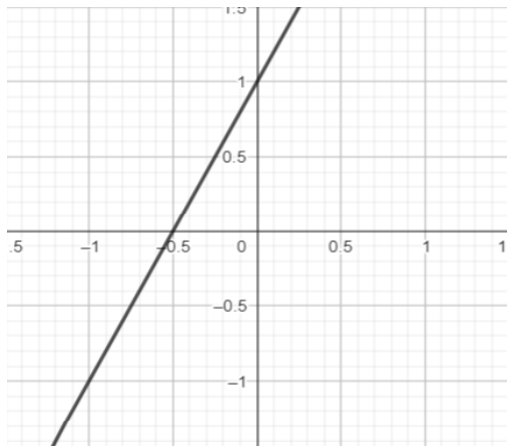
- Задачи на сравнение (сопоставление различных функций, выявления сходств и различий между ними).
- Задачи на классификацию (разбиение множества функций на группы по определенным признакам или свойствам).
- Задачи на обобщение (формулирование общих закономерностей и правил, относящихся к функциям).
- Задачи на установление причинно-следственных связей (выявление причин и следствий функциональных зависимостей).
- Задачи на моделирование (построение математических моделей реальных ситуаций с использованием функций).
- Задачи на практическое применение (использование знаний о функциях в реальных жизненных ситуациях).
- Задачи на прогнозирование (предсказание поведения функции в различных условиях).
- Задачи на доказательство (обоснование утверждений, связанных с функциями).
- Творческие задачи: (использование нестандартного подхода, оригинального мышления и самостоятельного создания новых объектов).

Методические рекомендации по использованию дополняющей системы задач:

- Дополняющую систему задач следует использовать в сочетании с задачами, представленными в учебнике.
- Задачи следует отбирать в соответствии с целями и задачами конкретного урока.
- На уроках следует использовать различные формы организации учебной деятельности (фронтальную, групповую, индивидуальную).
- Необходимо поощрять учащихся к самостоятельному поиску решений и обоснованию своих ответов.
- На уроках следует уделять внимание рефлексивной деятельности учащихся.

Система задач на формирование познавательных УУД при изучении функциональной линии представим в виде таблиц 5-7.

Таблица 5 — Система задач на формирование познавательных УУД при изучении линейной функции

Система задач на формирование познавательных УУД при изучении линейной функции	
Анализ	<p>Задача 1. На рисунке изображен график линейной функции $y = kx + b$. Определите знаки коэффициентов k и b.</p>  <p>Решение: b определяет точку пересечения графика с осью y: координата этой точки $(0; 1)$. Подставим точку в формулу и получим, что $k = 2$.</p>
	<p>Задача 2. Ученик записал уравнение прямой, изображённой на рисунке, как $y = -2x + 1$. Найдите и объясните ошибку.</p>  <p>Решение: прямая возрастает $\Rightarrow k > 0$, а не -2, как записал ученик.</p>

Сравнение	<p><i>Задача 3.</i> Даны графики функций $y = 2x + 1$ и $y = 2x - 3$. Опишите, чем отличаются эти графики и как они связаны друг с другом.</p> <p>Решение: сравним графики по наклону и расположению относительно оси X.</p> <p>Оба графика имеют одинаковый наклон, так как у них одинаковый коэффициент $k=2$. Следовательно, прямые параллельны.</p> <p>График $y = 2x + 1$ пересекает ось y в точке $(0;1)$, а график $y = 2x - 3$ пересекает ось y в точке $(0;-3)$.</p> <p>Ответ: Графики параллельны. График $y = 2x - 3$ получен из графика $y = 2x + 1$ путём параллельного переноса на 4 единицы вниз по оси y.</p>
	<p><i>Задача 4.</i> Постройте график функции $y = 3x - 2$ двумя способами: по двум точкам и используя угловой коэффициент и точку пересечения с осью y. Сравните эти способы с точки зрения удобства и скорости построения.</p> <p>Решение: определяем точку пересечения с осью y: в уравнении $y = 3x - 2$ число -2 является точкой пересечения с осью y. Это означает, что график пересекает ось y в точке $(0, -2)$.</p> <p>Определяем угловой коэффициент: в уравнении $y = 3x - 2$ число 3 является угловым коэффициентом ($k = 3$). Угловой коэффициент показывает, насколько меняется y при изменении x на 1. Были в точке $(0, -2)$. Значит, если увеличим x на 1: x становится 1.</p> <p>Увеличиваем y на 3: y становится равным $-2 + 3 = 1$. Получаем точку $(1, 1)$. Отмечаем точки $(0, -2)$ и $(1, 1)$ на координатной плоскости и проведем через них прямую. Такой способ оказывается чуть быстрее, чем подстановка значений x в формулу, для нахождения двух точек.</p>

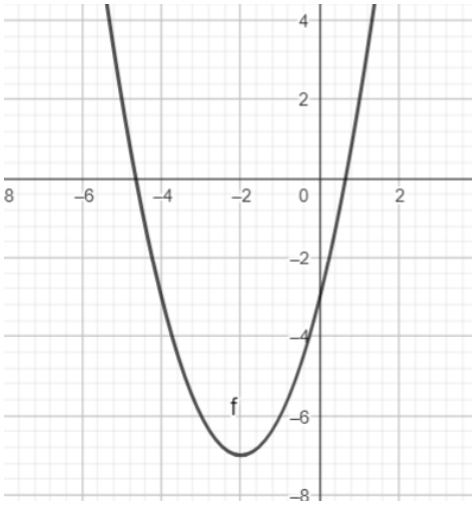
Классификация	<p><i>Задача 5.</i> Определите, какие из перечисленных функций являются линейными:</p> <p>а) $y = 5x - 2$ б) $y = x^2 + 3$ в) $y = -x + 7$ г) $y = 1/x + 1$ д) $y = 4$</p> <p>Решение:</p> <p>Вспомним определение линейной функции: $y = kx + b$.</p> <p>Функция должна содержать x в первой степени.</p> <p>а) Линейная ($k = 5, b = -2$)</p> <p>б) Не линейная (содержит x^2)</p> <p>с) Линейная ($k = -1, b = 7$)</p> <p>д) Не линейная (x в знаменателе)</p> <p>е) Линейная ($k = 0, b = 4$) — частный случай, константа.</p>
Обобщение	<p><i>Задача 6.</i> Выведите уравнение прямой, проходящей через две точки (x_1, y_1) и (x_2, y_2).</p> <p>Решение:</p> <p>Уравнение прямой: $y = kx + b$</p> <p>Подставляем координаты двух точек:</p> $y_1 = kx_1 + b \text{ и } y_2 = kx_2 + b$ <p>Вычитаем первое уравнение из второго: $y_2 - y_1 = k(x_2 - x_1) \Rightarrow k = (y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)$</p> <p>Подставляем k в первое уравнение: $y_1 = ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * x_1 + b \Rightarrow b = y_1 - ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * x_1$</p> <p>Подставим k и b в уравнение прямой: $y = ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * x + y_1 - ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * x_1$</p> <p>Преобразуем: $y - y_1 = ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * (x - x_1)$</p> <p>Ответ: $y - y_1 = ((y_2 - y_1) / (x_2 - x_1)) * (x - x_1)$</p>

	<p><i>Задача 7.</i> Составьте алгоритм для нахождения координат точки пересечения двух прямых, заданных уравнениями $y = k_1x + b_1$ и $y = k_2x + b_2$.</p> <p>Решение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Приравнять правые части уравнений: $k_1x + b_1 = k_2x + b_2$ 2. Решить полученное уравнение относительно x. 3. Подставьте найденное значение x в любое из уравнений прямых, чтобы найти y.
Моделирование	<p><i>Задача 8.</i> Автомобиль движется с постоянной скоростью 80 км/ч. Запишите функцию, выражающую зависимость пройденного расстояния (S) от времени (t). Постройте график этой функции.</p> <p>Решение:</p> <p>Вспоминаем формулу равномерного движения: $S = vt$. В нашем случае $v = 80$ км/ч, значит, $S = 80t$. Это линейная функция, графиком которой является прямая, проходящая через начало координат. Для построения графика достаточно двух точек $(0; 0)$ и $(1; 80)$.</p>
Установление причинно-следственных связей	<p><i>Задача 9.</i> Объясните, как значение коэффициента k в линейной функции $y = kx + b$ влияет на угол, который прямая образует с положительным направлением оси x.</p> <p>Решение:</p> <p>Коэффициент k называется угловым коэффициентом.</p> <p>Если $k > 0$, то угол α острый (прямая возрастает). Чем больше k, тем больше угол α (прямая «круче» поднимается вверх).</p> <p>Если $k < 0$, то угол α тупой (прямая убывает). Чем меньше k, тем больше угол α (прямая "круче" идет вниз).</p> <p>Если $k = 0$, то угол α равен 0, прямая параллельна оси x.</p>

Практическое применение	<p><i>Задача 10.</i> Стоимость оборудования со временем уменьшается линейно. Первоначальная стоимость составляла 100 000 рублей. Ежегодно стоимость уменьшается на 10 000 рублей. Запишите функцию, выражающую зависимость стоимости оборудования (y) от времени (x — количество лет). Через сколько лет оборудование полностью обесценится?</p> <p>Решение: $y = -10000x + 100000$. Обесценится, когда $y=0$, то есть через $x=10$ лет.</p>
-------------------------	---

Таблица 6 — Система задач на формирование познавательных УУД при изучении квадратичной функции

Система задач на формирование познавательных УУД при изучении квадратичной функции	
Анализ	<p><i>Задача 1.</i> На рисунке изображен график квадратичной функции. Определите:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Координаты вершины параболы. 2. Уравнение оси симметрии 3. Нули функции (если есть). 4. Интервалы возрастания и убывания функции. 5. Область значений функции. 6. Значение функции при $x = 0$. <p>Решение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Координаты вершины параболы: $(2; 1)$ 2. Уравнение оси симметрии: $x = 2$ 3. Нули функции (если есть): $x_1 = 1, x_2 = 3$ 4. Интервалы возрастания и убывания функции: возрастает на интервале $(2; +\infty)$ и убывает на интервале $(-\infty; 2)$ 7. Область значений функции: $y \in (-\infty; 1]$ 8. Значение функции при $x = 0$: $y = -3$ (точка пересечения с осью y)

	<p><i>Задача 2.</i> Ученик построил график функции $y = -x^2 + 4x - 3$. Найдите ошибки, если известно, что график построен неверно.</p>  <p>Решение: коэффициент $a = -1 < 0$, значит, ветви параболы должны быть направлены вниз.</p> <p>Вывод: Основная ошибка — неправильное направление ветвей параболы. Необходимо перестроить график, направив ветви вниз. Также можно проверить координаты вершины и нули функции.</p>
Сравнение	<p><i>Задача 3.</i> Постройте в одной системе координат графики функций $y = x^2$, $y = 3x^2$ и $y = 0,5x^2$. Сравните их. Как коэффициент «а» влияет на «ширину» параболы?</p> <p>Решение: строим графики по точкам.</p> <p>График $y = 3x^2$ более «крутой», чем $y = x^2$. Он как бы «сжат» к оси y. График $y = 0,5x^2$ более «пологий», чем $y = x^2$. Он как бы «вытянут» от оси y.</p> <p>Все три графика имеют одинаковую вершину $(0;0)$ и одинаковое направление ветвей (вверх).</p> <p>Вывод: чем больше абсолютное значение коэффициента «а», тем более «крутым» (сжатым к оси y) становится график параболы. Чем меньше абсолютное значение коэффициента «а», тем более «пологим» (растянутым от оси y) становится график параболы.</p>

Задача 4. Решите уравнение $x^2 - 5x + 6 = 0$ тремя способами:

1. Через дискриминант.

2. По теореме Виета.

3. Графически (построив график функции $y = x^2 - 5x + 6$ и найдя точки пересечения с осью x).

Сравните эти способы с точки зрения сложности и наглядности.

Решение через дискриминант:

$$D = (-5)^2 - 4 * 1 * 6 = 25 - 24 = 1$$

$$x_1 = (5 + \sqrt{1}) / 2 = 3$$

$$x_2 = (5 - \sqrt{1}) / 2 = 2$$

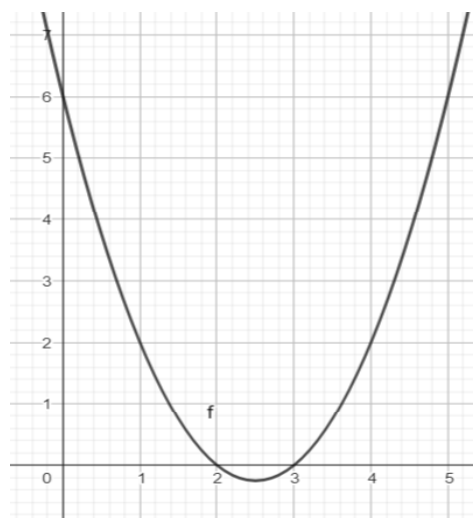
Решение по теореме Виета:

$$x_1 + x_2 = 5$$

$$x_1 * x_2 = 6$$

Подбором находим $x_1 = 3$, $x_2 = 2$

Графическое решение: строим график функции $y = x^2 - 5x + 6$.



Видим, что график пересекает ось x в точках $x = 2$ и $x = 3$.

Сравнение:

Способ	Сложность	Наглядность
Через дискриминант	Средняя	Низкая
По теореме Виета	Низкая	Низкая
Графический	Высокая	Высокая

Обобщение	<p><i>Задача 5.</i> Запишите функцию $y = 2x^2 + 8x + 6$ в виде:</p> <p>$y = a(x - x_1)(x - x_2)$, где x_1 и x_2 — нули функции.</p> <p>$y = a(x - m)^2 + n$, где $(m; n)$ — координаты вершины параболы.</p> <p>Решение:</p> <p>Нахождение нулей функции: $2x^2 + 8x + 6 = 0 \Rightarrow x^2 + 4x + 3 = 0$</p> <p>$D = 4^2 - 4 * 1 * 3 = 16 - 12 = 4$</p> <p>$x_1 = (-4 + \sqrt{4}) / 2 = -1$</p> <p>$x_2 = (-4 - \sqrt{4}) / 2 = -3$</p> <p>Значит, $y = 2(x + 1)(x + 3)$</p> <p>Выделение полного квадрата:</p> <p>$y = 2x^2 + 8x + 6 = 2(x^2 + 4x) + 6$</p> <p>$y = 2(x^2 + 4x + 4 - 4) + 6$</p> <p>$y = 2(x + 2)^2 - 8 + 6$</p> <p>$y = 2(x + 2)^2 - 2$</p> <p>Ответ: $y = 2(x + 1)(x + 3)$ и $y = 2(x + 2)^2 - 2$</p>
	<p><i>Задача 6.</i> Составьте алгоритм (последовательность шагов) для построения графика квадратичной функции $y = ax^2 + bx + c$.</p> <p>Решение:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Определить направление ветвей параболы (по знаку коэффициента a). 2. Найти координаты вершины параболы: $x_v = -b / (2a)$, $y_v = c - b^2 / (4a)$ 3. Провести ось симметрии ($x = x_v$). 4. Найдите нули функции, решив уравнение $ax^2 + bx + c = 0$. 5. Найти точку пересечения графика с осью y ($x = 0, y = c$). 6. Построить несколько дополнительных точек (например, симметричные относительно оси симметрии). 7. Соединить отмеченные точки плавной линией.

Классификация	<p>Задача 7. Определите, сколько нулей имеет каждая из следующих квадратичных функций (не решая уравнения):</p> <p>а) $y = x^2 + 4x + 5$ б) $y = 2x^2 - 8x + 8$ в) $y = -x^2 + 6x - 2$</p> <p>Решение:</p> <p>Вычисление дискриминанта: $D = b^2 - 4ac$</p> <p>а) $D = 4^2 - 4 * 1 * 5 = 16 - 20 = -4$</p> <p>б) $D = (-8)^2 - 4 * 2 * 8 = 64 - 64 = 0$</p> <p>в) $D = 6^2 - 4 * (-1) * (-2) = 36 - 8 = 28$</p> <p>Определение количества нулей:</p> <p>а) $D < 0$, значит, нулей нет.</p> <p>б) $D = 0$, значит, один нуль.</p> <p>с) $D > 0$, значит, два нуля.</p>
Установление причинно-следственных связей	<p>Задача 8. Как изменятся координаты вершины параболы $y = ax^2 + bx + c$, если:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Увеличить коэффициент “а”? 2. Увеличить коэффициент “b”? 3. Увеличить коэффициент “с”? <p>Решение:</p> <p>Координаты вершины: $x_v = -b / (2a)$, $y_v = c - b^2 / (4a)$</p> <p>Увеличение а:</p> <p>x_v: Знаменатель увеличится, значит, x_v приблизится к 0 (по модулю).</p> <p>y_v: первый член останется прежним, второй уменьшится по модулю, следовательно, y_v увеличится (если $a > 0$).</p> <p>Увеличение “b”:</p> <p>x_v уменьшится.</p> <p>y_v: b^2 увеличится, значит, y_v уменьшится.</p> <p>Увеличение “с”: y_v увеличится. x_v не изменится.</p>

Моделирование	<p><i>Задача 9.</i> Периметр прямоугольника равен 20 см. Найдите длину его сторон, при которых площадь прямоугольника будет наибольшей.</p> <p>Решение:</p> <p>Ввод обозначений: пусть одна сторона прямоугольника равна x, тогда другая сторона равна $(20/2 - x) = 10 - x$.</p> <p>Запись формулы для площади: $S = x * (10 - x) = 10x - x^2$</p> <p>Получили квадратичную функцию $S(x) = -x^2 + 10x$. Графиком является парабола, ветви направлены вниз ($a < 0$), значит, максимум достигается в вершине.</p> <p>Нахождение координаты вершины: $x_v = -b / (2a) = -10 / (2 * -1) = 5$. Нахождение второй стороны: $10 - x = 10 - 5 = 5$</p> <p>Ответ: Площадь будет наибольшей, если прямоугольник является квадратом со сторонами 5 см.</p>
Практическое применение	<p><i>Задача 10.</i> Необходимо построить мост, пролет которого имеет форму параболы. Высота моста в центре должна составлять 10 метров, а ширина пролета — 40 метров. Напишите уравнение параболы, описывающей форму моста.</p> <p>Решение:</p> <p>Ввод системы координат: поместим ось y в центр моста, а ось x — на уровне основания моста. Тогда вершина параболы будет в точке $(0; 10)$.</p> <p>Запись уравнения параболы: $y = a(x - m)^2 + n$, где $(m; n)$ — вершина. В нашем случае $y = a(x - 0)^2 + 10 = ax^2 + 10$</p> <p>Нахождение коэффициента “a”: Парабола проходит через точку $(20; 0)$ (конец пролета). Подставляем координаты в уравнение: $0 = a * 20^2 + 10 \Rightarrow a = -10 / 400 = -0,025$</p> <p>Окончательное уравнение: $y = -0,025x^2 + 10$</p>

Таблица 7 — Система задач на формирование познавательных УУД при изучении степенной функции

Система задач на формирование познавательных УУД при изучении степенной функции	
Анализ, сравнение, обобщение, доказательство	<p>Задача 1. Дана функция $y = x^n$, где n - целое число.</p> <p>а) Сформулируйте и докажите утверждения о том, как изменяется график функции при увеличении значения n (для чётных и нечётных n отдельно). Обоснуйте свои выводы.</p> <p>б) Как изменится график функции $y = x^3$, если выполнить следующие преобразования: 1) сдвинуть его вправо на 2 единицы; 2) отразить относительно оси Ox; 3) растянуть вдоль оси Oy в 3 раза? Запишите формулу полученной функции. Постройте (схематично) графики всех функций.</p> <p>Решение:</p> <p>а) Четные n:</p> <p>Утверждение: при увеличении n график становится более «крутым» при $x > 1$ и более «прижатым» к оси x при $x < 1$.</p> <p>Доказательство: рассмотрим $x > 1$. Тогда $x^{(n+2)} = x^n * x^2 > x^n$ (т.к. $x^2 > 1$). Значит, при $x > 1$ значения функции увеличиваются быстрее с ростом n. Аналогично, для $0 < x < 1$ имеем $x^{(n+2)} = x^n * x^2 < x^n$ (т.к. $x^2 < 1$). График симметричен относительно оси y.</p> <p>Нечетные n:</p> <p>Утверждение: при увеличении n график становится более «крутым» при $x > 1$ и более «прижатым» к оси x при $x < 1$.</p> <p>Доказательство: аналогично доказательству для четных n. Для $x < -1$ $x^{(n+2)} = x^n * x^2$. x^n — отрицательное, x^2 — положительное, значит, произведение остается отрицательным, но по модулю становится больше. Для $-1 < x < 0$ аналогично. График симметричен относительно начала координат.</p>

	<p>б) Преобразования графика $y = x^3$:</p> <p>Сдвиг вправо на 2 единицы: $y = (x-2)^3$</p> <p>Отражение относительно оси Ох: $y = -(x-2)^3$</p> <p>Растяжение вдоль оси Оу в 3 раза: $y = -3(x-2)^3$</p> <p>Итоговая функция: $y = -3(x-2)^3$</p>
Анализ и установление причинно-следственных связей	<p><i>Задача 2.</i> Найдите все значения параметра a, при которых уравнение $x^4 = a$ имеет:</p> <p>а) Два различных корня.</p> <p>б) Один корень.</p> <p>в) Не имеет корней.</p> <p>Решение:</p> <p>а) Два различных корня: $a > 0$ (тогда $x = \pm a$)</p> <p>б) Один корень: $a = 0$ (тогда $x = 0$)</p> <p>в) Не имеет корней: $a < 0$</p>
	<p><i>Задача 3.</i> Постройте график функции $y = \sqrt{x^2 - 4x + 4}$.</p> <p>4). Упростите выражение под корнем. Что представляет собой этот график?</p> <p>Решение:</p> $x^2 - 4x + 4 = (x-2)^2$ $y = \sqrt{(x-2)^2} = x-2 $ <p>График — график модуля, сдвинутый вправо на 2 единицы. Это «уголок» с вершиной в точке (2; 0).</p>
	<p><i>Задача 5.</i> Пусть $f(x)$ — степенная функция. Известно, что $f(4) = 8$. Найдите $f(x)$. Запишите все возможные решения.</p> <p>Решение: пусть $f(x) = ax^n$. Тогда $f(4) = a * 4^n = 8$.</p> <p>Если $n = 1$, то $a = 2$. $f(x) = 2x$ (линейная функция).</p> <p>Если $n = 1/2$, то $a = 8 / 2 = 4$. $f(x) = 4\sqrt{x}$ (корень).</p>

	<p><i>Задача 4.</i> Дан график функции $y = x^n$ (где n — целое положительное число). Предложите способ построения графика функции $y = (x-a)^n + b$ с использованием данного графика. Опишите последовательность преобразований.</p> <p>Решение:</p> <p>Сдвинуть график $y = x^n$ вправо вдоль оси Ox на a единиц (если $a > 0$) или влево на a единиц (если $a < 0$). Получим график функции $y = (x-a)^n$.</p> <p>Сдвинуть полученный график вверх вдоль оси Oy на b единиц (если $b > 0$) или вниз на b единиц (если $b < 0$). Получим график функции $y = (x-a)^n + b$.</p>
Моделирование	<p><i>Задача 6.</i> Сумма двух положительных чисел равна 6. Найдите эти числа, если известно, что их произведение в кубе принимает наибольшее возможное значение.</p> <p>Решение:</p> <p>Пусть x и y — два положительных числа, сумма которых равна 6. Тогда: $x + y = 6$</p> <p>Выразим y через x: $y = 6 - x$</p> <p>Нужно найти такие x и y, чтобы произведение в кубе было максимальным. Обозначим эту функцию как f: $f(x, y) = (x * y)^3$.</p> <p>Подставим $y = 6 - x$ в эту функцию: $f(x) = (x * (6 - x))^3$</p> <p>Максимизация $f(x) = (x * (6 - x))^3$ эквивалентна максимизации $g(x) = x * (6 - x)$, так как возведение в куб является монотонно возрастающей функцией.</p> <p>Находим максимум функции $g(x) = -x^2 + 6x$, достигаемый в вершине параболы: $x_b = -b / (2a) = -6 / (2 * (-1)) = 3$</p> <p>Нахождение значения y: $y = 6 - x = 6 - 3 = 3$</p>

Творчество, анализ, синтез	<p>Задача 6. Разработайте орнамент (узор), используя графики степенных функций вида $y = ax^n$ (где a — коэффициент, n — степень). Орнамент должен быть симметричным относительно хотя бы одной оси или центра. Опишите, какие функции вы использовали, как их преобразовывали (сдвиги, отражения, масштабирование), чтобы получить желаемый результат. Предоставьте графическое изображение орнамента (можно нарисовать от руки, использовать графический редактор или онлайн-сервис построения графиков). Объясните, почему получившийся орнамент обладает указанной вами симметрией.</p> <p>Решение:</p> <p>Орнамент может состоять из нескольких парабол ($y = x^2$) и их отражений.</p> <p>Строим $y = x^2$.</p> <p>Отражаем ее относительно оси Ox: $y = -x^2$.</p> <p>Сдвигаем обе параболы вверх на 2 единицы:</p> $y = x^2 + 2, y = -x^2 + 2.$ <p>Масштабируем параболы (сжимаем к оси Oy):</p> $y = 2x^2 + 2, y = -2x^2 + 2.$ <p>Сдвигаем всю конструкцию вправо и влево на 3 единицы:</p> $y = 2(x-3)^2 + 2, y = -2(x-3)^2 + 2, y = 2(x+3)^2 + 2, y = -2(x+3)^2 + 2.$ <p>Полученный орнамент симметричен относительно оси Oy, так как все использованные функции (параболы) являются четными (или получены из четных функций сдвигами и отражениями, не нарушающими симметрию относительно оси Oy).</p>
----------------------------	--

Моделирование и практическое применение	<p>Задача 8. Освещенность E (в люксах) от точечного источника света убывает обратно пропорционально квадрату расстояния r (в метрах) от источника: $E = I/r^2$, где I — сила света (в канделах).</p> <ul style="list-style-type: none"> ○ Измерьте яркость света вашей настольной лампы (можно использовать люксметр, если он у вас есть, или найти приблизительное значение в технических характеристиках лампы). ○ Рассчитайте освещённость на разных расстояниях от лампы (например, 0,5 м, 1 м, 1,5 м, 2 м). ○ Постройте график зависимости освещенности от расстояния. ○ Определите, на каком расстоянии от лампы освещённость будет равна, например, 100 люкс. ○ Обсудите, как изменится освещённость, если использовать лампу с большей силой света. <p>Решение:</p> <p>Предположим, сила света лампы $I = 50$ кандел.</p> <p>Расчет освещенности:</p> <p>$r = 0.5$ м: $E = 50 / (0.5)^2 = 200$ люкс.</p> <p>$r = 1$ м: $E = 50 / (1)^2 = 50$ люкс.</p> <p>$r = 1.5$ м: $E = 50 / (1.5)^2 \approx 22.2$ люкс.</p> <p>$r = 2$ м: $E = 50 / (2)^2 = 12.5$ люкс.</p> <p>Строим график по этим точкам.</p> <p>Определение расстояния для 100 люкс:</p> <p>$100 = 50 / r^2 \Rightarrow r^2 = 0.5 \Rightarrow r \approx 0.71$ м.</p> <p>Таким образом, если использовать лампу с большей силой света, то освещенность на любом расстоянии увеличится пропорционально увеличению силы света.</p>
---	---

Моделирование и практическое применение	<p><i>Задача 9.</i> Тормозной путь автомобиля s (в метрах) приблизительно пропорционален квадрату скорости v (в м/с): $s = k \cdot v^2$, где k — коэффициент, зависящий от состояния дороги и шин. Найдите в интернете данные о тормозном пути автомобилей при разных скоростях и разных условиях (сухая дорога, мокрая дорога, гололёд). Для каждого случая (сухая дорога, мокрая дорога, гололёд) определите коэффициент k, используя найденные данные. Постройте графики зависимости тормозного пути от скорости для разных условий. Рассчитайте тормозной путь автомобиля при скорости 60 км/ч для разных условий. Обсудите, как влияет состояние дороги на тормозной путь и безопасность движения.</p> <p>Решение:</p> <p>Находим следующие данные: сухая дорога: при скорости 60 км/ч (16,7 м/с) тормозной путь составляет 20 м; мокрая дорога: при скорости 60 км/ч (16,7 м/с) тормозной путь составляет 30 м; гололед: при скорости 60 км/ч (16,7 м/с) тормозной путь составляет 100 м.</p> <p>Определение коэффициента k:</p> <p>Сухая дорога: $20 = k \cdot (16.7)^2 \Rightarrow k \approx 0.072$.</p> <p>Мокрая дорога: $30 = k \cdot (16.7)^2 \Rightarrow k \approx 0.108$.</p> <p>Гололед: $100 = k \cdot (16.7)^2 \Rightarrow k \approx 0.359$.</p> <p>Строим графики $s = 0.072 \cdot v^2$, $s = 0.108 \cdot v^2$, $s = 0.359 \cdot v^2$.</p> <p>Расчет тормозного пути при скорости 60 км/ч (16,7 м/с): (Уже рассчитано при определении коэффициентов).</p> <p>Таким образом, состояние дороги существенно влияет на тормозной путь. На обледенелой дороге тормозной путь значительно увеличивается, что делает движение очень опасным.</p>
---	---

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Выпускная квалификационная работа, посвященная формированию познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах, представляет собой актуальное и значимое исследование в области методики обучения математике.

Формирование познавательных универсальных учебных действий у школьников является приоритетной задачей современного образования, и изучение функций в курсе алгебры основной школы предоставляет широкие возможности для её реализации.

Анализ психолого-педагогической и методической литературы позволил выявить теоретические основы формирования познавательных УУД, раскрыть их структуру и взаимосвязь, а также определить этапы и методы, способствующие их развитию при изучении функций.

Проведенный нами анализ учебников алгебры для 7-9 классов показал, что, несмотря на полноту изложения теоретического материала, формирование познавательных УУД осуществляется частично и этого недостаточно для всестороннего развития учащихся.

Учитывая недостаток количества задач проблемного и исследовательского характера, а также заданий, требующих самостоятельного поиска информации и применения знаний в нестандартных ситуациях, мы предложили методики изучения линейной, квадратичной и степенной функции, а также систему заданий, формирующую более широкий спектр познавательных универсальных учебных действий, получившую положительные отзывы учителей математики.

Разработанная нами система задач включает в себя систему дополняющих учебных задач, направленных на развитие различных видов познавательных УУД (анализ, синтез, сравнение, обобщение, классификация, моделирование, решение проблемных ситуаций), в которой реализуются такие методы обучения, как проблемное обучение и исследовательская

деятельность, способствующие активизации познавательной деятельности учащихся.

Результаты, полученные в ходе исследования, имеют практическую значимость и могут быть использованы учителями математики в своей профессиональной деятельности для повышения эффективности обучения функциям и формирования познавательных универсальных учебных действий у учащихся.

Перспективы дальнейшего исследования связаны с разработкой новых типов задач, направленных на формирование специфических познавательных УУД (например, умения устанавливать причинно-следственные связи, прогнозировать результаты), а также с созданием интерактивных учебных материалов, использующих возможности ИКТ для визуализации и моделирования функциональных зависимостей. Кроме того, необходимо разработать систему оценки сформированности УУД, включающую различные типы заданий (тесты, проекты, исследовательские работы).

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования : утв. приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 31.05.2021 № 287. URL: <https://fgos.ru>. Заглавие с экрана (дата обращения: 15.03.2025).
2. Асмолов А. Г. Как проектировать универсальные учебные действия в начальной школе : от действия к мысли : пособие для учителей / А. Г. Асмолов [и др.] М. : Просвещение, 2010. 152 с.
3. Бурмистрова Т. А. Алгебра. Сборник рабочих программ 7 - 9 классы : пособие для учителей и общеобразовательных организаций. 2-е изд., доп. М. : Просвещение, 2014. 96 с.
4. Васильева М. А. Формирование исследовательских умений школьников при обучении математике / М.А. Васильева // Современные проблемы науки и образования. 2015. № 1. URL: <http://www.science-education.ru/ru/article/view?id=17768> (дата обращения: 12.03.2025).
5. Выготский Л. С. Мышление и речь. Психологические исследования / Л. С. Выготский. М. : Лабиринт, 1999. 352 с.
6. Горина Л. А. О развивающем потенциале функционально-графической линии в курсе алгебры основной школы / Математика в школе. №2. 2011. С. 69 - 73.
7. Давыдов В. В. Теория развивающего обучения / В. В. Давыдов. М. : ИНТОР, 1996. 544 с.
8. Иванова И. И. Формирование познавательных универсальных учебных действий на уроках математики / И. И. Иванова // Педагогическое образование в России. 2015. № 4. С. 87 - 91.
9. Леонтьев А. Н. Деятельность. Сознание. Личность / А. Н. Леонтьев. М. : Смысл, 2005. 431 с.

10. Макарычев Ю. Н. Алгебра : 7 класс : учебник для общеобразовательных организаций / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. М. : Просвещение, 2023. 272 с.

11. Макарычев Ю. Н. Алгебра : 8 класс : учебник для общеобразовательных организаций / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. М. : Просвещение, 2023. 288 с.

12. Макарычев Ю. Н. Алгебра : 9 класс : учебник для общеобразовательных организаций / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; под ред. С. А. Теляковского. М. : Просвещение, 2023. 304 с.

13. Мерзляк А. Г. Алгебра : 7 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк [и др.] М. : Вентана-Граф, 2023. 304 с.

14. Мерзляк А. Г. Алгебра : 8 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк [и др.] М. : Вентана-Граф, 2023. 336 с.

15. Мерзляк А. Г. Алгебра : 9 класс : учебник для учащихся общеобразовательных организаций / А. Г. Мерзляк [и др.] М. : Вентана-Граф, 2023. 368 с.

16. Методика и технология обучения математике. Курс лекций : пособие для вузов / Н. Л. Стефанова [и др.] М. : Дрофа, 2005. 416 с.

17. Мордкович А. Г. Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. М. : Мнемозина, 2007. 223 с.

18. Мордкович А. Г. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразовательных учреждений / А. Г. Мордкович. М. : Мнемозина, 2010. 271 с.

19. Мордкович А. Г. Алгебра. 9 класс : учебник для общеобразовательных учреждений А. Г. Мордкович. М. : Мнемозина, 2012. 272 с.

20. Петрова О. В. Развитие познавательной активности учащихся в процессе обучения математике / О. В. Петрова // Вестник Московского государственного областного университета. Серия: Педагогика. 2018. № 2. С. 45 - 52.

21. Покровский В. П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия : учеб.-метод. пособие. Владимир : ВлГУ, 2014. 143 с.

22. Смирнова А. А. Использование проблемного обучения для формирования познавательных УУД на уроках математики // Современные научные исследования и инновации. 2017. № 5(73). С. 65-69.

ПРИЛОЖЕНИЕ

Отзыв на систему заданий, разработанных Каплиной Анастасией Ивановной и представленных в бакалаврской работе: «Формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах»

Разработанная система заданий представляет интерес, нацелена на формирование отдельных компонентов УУД при изучении функций и их свойств. Представленная система заданий дополняет задачный материал учебников математики и может быть использована в школе при изучении функций и их свойств.

Заместитель директора по
инновационному развитию
учитель математики,
МБОУ СОШ №30 г. Пензы



Шишурина В.Н.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» 10 2024 г.
Лев Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Каплиной Анастасии Ивановны
(ФИО полностью)

Тема работы «Формирование познавательных универсальных учебных действий при
изучении функций в 7-9 классах»

Утверждена приказом по Университету от «25.12.» 2024 г. № 1350/0

Срок сдачи студентом законченной работы «6» мая 2025 г.

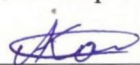
КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ психолого-педагогической и методической литературы по проблеме формирования познавательных универсальных учебных действий.	октябрь- ноябрь	Выполнено
2.	Уточнение понятия «познавательные универсальные учебные действия» и их специфики при изучении математики.	декабрь	Выполнено
3.	Анализ функциональной линии в учебниках алгебры 7-9 классов и выявление возможности для формирования познавательных УУД.	январь- февраль	Выполнено
4.	Разработка методики и системы дополняющих задач, направленных на формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций.	март- апрель	Выполнено
5.	Оформление текста работы.	май	Выполнено
6.	Подготовка презентации и выступления.	июнь	Выполнено

Дата выдачи задания « 28 » 10 2024г.

Руководитель  Гаврилова М. А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

 Каплина Анастасия Ивановна
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Каплиной Анастасии Ивановны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Каплина Анастасия Ивановна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему *«Формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах»*, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


ПОДПИСЬ
11.05.25
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку

11.05.25

ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР


ПОДПИСЬ

М.А. Гаврилова

И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему «Формирование познавательных универсальных учебных действий при изучении функций в 7-9 классах»

студентки 4 курса Каплиной Анастасии Ивановны

И.О. Фамилия

направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

профиля «Математика»

Руководитель ВКР Гаврилова Маргарита Алексеевна

И.О. Фамилия



Отчет предоставлен сервисом
«Антиплагиат» - <http://pnzgu.antiplagiat.ru>



Отчет о проверке

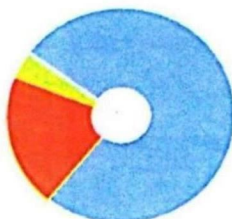
Автор: Каплина Анастасия Ивановна

Название документа: ВКР Каплина

Проверяющий: Гаврилова Маргарита Алексеевна

Организация: Пензенский государственный университет

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
19,92%

Оригинальность:
75,67%

Цитирование:
4,41%

Самоцитирование:
0%

1 «Совпадения», «Цитирование», «Самоцитирование», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

1 Проверено: 99,95% текста документа, исключено из проверки: 0,05% текста документа. Разделы, отключенные пользователем: Библиография.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 35

Тип документа: Не указано

Дата проверки: 11.05.2025 21:19:44

Дата корректировки: Нет

Комментарий: не указано

Количество страниц: 49

Символов в тексте: 61242

Слов в тексте: 2524

Число предложений: 1372

11.05.25

дд.мм.гггг.

подпись

М. А. Гаврилова

И.О.Ф. руководителя ВКР

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Формирование познавательных универсальных учебных действий
при изучении функций в 7-9 классах»
студентки Каплиной Анастасии Ивановны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 21ФПМ1

Формирование универсальных учебных действий как ведущего компонента процесса обучения – это составляющая часть одного из главных документов «Федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования». Тема актуальная и пока мало разработанная с точки зрения содержания и методики изучения функций в 7-9 классах.

Сформированные универсальные учебные действия это не только способность применять математические знания. Это метапредметный образовательный результат, который проявляется в умении проанализировать проблему, сделать правильный выбор, принять решение.

Работа Каплиной А.И. структурно соответствует требованиям к ВКР и состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников. В работе четко определены объект, предмет, цель, гипотеза и задачи исследования. Содержание работы соответствует теме.

В первой главе на основе анализа различных источников представлена сущность и содержание понятия «универсальные учебные действия». Выделены этапы и методические приёмы, направленные на формирование универсальных учебных действий. Произведён анализ школьных учебников разных авторов на предмет содержания теоретических сведений и задачного материала по функциональной линии в 7-9 классах. Судя по материалу первой главы, было проанализировано достаточное количество психолого-педагогической, методической, учебной литературы. Анализ материала школьных учебников представлен в виде систематических таблиц. Сделан вывод о возможности формирования отдельных компонентов УУД с использованием задач учебника и специальных методических приёмов, описанных в первой главе.

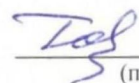
Во второй главе раскрываются содержательные и методические аспекты составления системы заданий и методики использования этих заданий на уроках математики в 7-9 классах при изучении различных функций. Предложена система заданий, формирующих универсальные учебные действия, даны решения задач и комментарии по их использованию.

В заключении подводятся итоги проделанной работы и делаются выводы.

Получен положительный отзыв заместителя директора по инновационному развитию, учителя математики, МБОУ СОШ №30 города Пензы Шишуриной В.Н. на систему задач, составленных Каплиной А.И.

ВКР написана корректным языком, достаточно хорошо технически оформлена. Следует отметить четкость ее построения, и логичность изложения материала. В целом, работа Каплиной А.И. удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к бакалаврским работам, и заслуживает оценки «отлично».

Руководитель ВКР Гаврилова Маргарита Алексеевна, ПГУ, Педагогический институт им. В.Г. Белинского, профессор каф. ИИМОИиМ, профессор, доктор педагогических наук
(ФИО полностью, место работы, должность, ученое звание, степень)


(подпись)