МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Элементы теории множеств в школьном курсе математики»

Студент 21.05.25 Степнова Светлана Станиславовна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель 21.05.25 Монахова О.А.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр 28.06.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 2.06.25 № 11)

Заведующий кафедрой 02.06.25 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 3 (удовл.) (протокол заседания ГЭК от 8.07.25 № 10)

Секретарь ГЭК 8.07.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 3

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ..... 6

1.1 Исторический обзор развития понятий теории множеств..... 6

1.2 Основные понятия и элементы теории множеств 9

1.3 Роль и место элементов теории множеств в обучении математике..... 12

1.4 Возрастные особенности учащихся 7-9 классов и их учет в процессе обучения элементам теории множеств..... 17

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 22

2.1 Анализ учебной программы и учебников по теме исследования..... 22

2.2 Методические рекомендации по изучению темы «Элементы теории множеств» в 7-9 классе 27

2.3 Программа учебной деятельности по теме «Элементы теории множеств»..... 28

2.4 Система упражнений по учебно-тематическому плану..... 33

ЗАКЛЮЧЕНИЕ 41

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ 43

ВВЕДЕНИЕ

Актуальность исследования. В последние десятилетия математическое образование приобретает все более важное значение в системе школьного обучения. Одной из ключевых тем, которая занимает центральное место в школьной математике, является теория множеств. Элементы теории множеств закладывают основы для дальнейшего изучения математики и формируют логическое мышление учащихся. Эта тема необходима для понимания более сложных математических концепций, таких как функции, отношения и вероятность.

Множество представляет собой набор точно заданных и различаемых между собой предметов, называемых элементами множества. Знание и умение работать с множествами позволяют школьникам развивать аналитические способности, учат структурировать и обобщать информацию, а также формируют базу для будущих изучений в области алгебры, геометрии и статистики.

Однако, в современном образовательном процессе возникают определенные сложности. Учебные материалы, порой, недостаточно глубокие и не учитывают современные тенденции в развитии предметной области. Более того, методы преподавания часто не ориентированы на активное взаимодействие учащихся с материалом, что приводит к снижению интереса к предмету.

Исследования, посвященные изучению теории множеств в школьном курсе математики, давно занимают большое место в педагогике и является объектом исследования ученых всего мира. Данная тема была рассмотрена в ряде работ Л. В. Даниловой (одна из авторов учебных пособий по математике, которая исследовала методы преподавания и формирования математических понятий у школьников, включая теорию множеств); Е. И Худайбердиева (работал над вопросами рационального обучения математике и изучал использование множества как основополагающего понятия в современных

учебных курсах); Г. И. Щедровицкого (занимался проблемами общего и математического образования, а также разработкой методов и приемов обучения, связанных с пониманием множества и его концепций); В. Я. Панютина (исследовал проблемы методики преподавания математики и предлагал различные подходы к введению школьников в элементы теории множеств и их применения); Т. И. Веденяпиной (работы сосредоточены на возрастных особенностях учащихся и их влиянии на изучение математических понятий, в том числе теории множеств); Н. Н. Дьякова (изучал проблемы формирования у школьников понятий, связанных с множествами, и предлагал методы, способствующие лучшему усвоению данного материала).

Объект исследования – образовательный процесс, направленный на изучение элементов теории множеств школьниками основной школы.

Предмет исследования – методики, формы и средства преподавания указанных элементов в рамках школьной программы.

Цель исследования: разработка программы учебной деятельности по теме «Элементы теории множеств».

Задачи исследования:

1) изучить теоретические основы обучения элементам теории множеств в школьном курсе математики;

2) проанализировать исторический обзор, основные понятия и элементы теории множеств;

3) изучить роль и место элементов теории множеств в обучении математики;

4) определить возрастные особенности учащихся 7-9 классов и их учет в процессе обучения элементам теории множеств;

5) проанализировать учебные программы и учебно-методическую литературу 7-9 классов по теме исследования;

6) разработать методические рекомендации по изучению темы «Элементы теории множеств» в 7-9 классе.

В соответствии с целью и задачами работы были использованы следующие *методы исследования:* изучение и анализ психолого-педагогической литературы по проблеме исследования, изучение и анализ учебных программ и учебно-методической литературы, педагогическое проектирование.

Практическая значимость работы заключается в том, что предложенные материалы могут применяться педагогами-математиками общеобразовательных учреждений с целью повышения эффективности учебного процесса.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 Исторический обзор развития понятий теории множеств

Множество – это базовое понятие, которое часто принимается как первичное и неопределяемое, поскольку оно не выводится из других понятий. Тем не менее, многие авторы стремятся сформулировать его характеристику, например, Георг Кантор описывает множество следующим образом: «Мы называем множеством объединение в единое целое различных чётко отличаемых объектов нашего восприятия или мысли (называемых элементами множества)» [13].

Концепция множества появилась в XIX веке и изначально воспринималась как очевидная и ясная, способствуя объединению разных направлений алгебры. Но дальнейшее изучение теории множеств привело к обнаружению ряда несоответствий и парадоксов, вследствие чего возникла необходимость создать систему аксиом, гарантирующую точное и строгое обоснование данной теории [5].

Представление различных объектов в виде единой совокупности связано с изменением восприятия. Фокусируя внимание на определенных элементах, мы выделяем их среди прочих, объединяя в единое целое – множество. Именно таким образом рассуждал Георг Кантор, считающийся одним из основателей теории множеств, предложил следующее традиционное толкование термина «множество»: «Множество понимается нами как объединение в единую целостность конкретных, ясно выделяемых объектов нашего восприятия либо мысленного представления» [29].

Мысленное объединение предметов в одно целое предполагает изменение нашего взгляда на объекты. Концентрируя внимание на конкретных аспектах, мы начинаем воспринимать выбранные элементы как единую совокупность – множество.

Хотя истоки теории множеств восходят к работам Бернарда Больцано, её становление традиционно связывают с деятельностью Георга Кантора. Теория берёт своё начало в 1874 году, когда Кантор выпустил публикацию в журнале Крелля под названием «Об особенностях совокупности всех действительных алгебраических чисел» [22].

Георг Кантор опубликовал ряд научных трудов, в которых изложил важнейшие положения теории множеств. В этих работах он разработал фундаментальные идеи новой дисциплины и ввёл методы математического анализа, применяемые для доказательства теорем, преимущественно связанных с бесконечными множествами. Именно благодаря этим достижениям Кантор считается основателем современной теории множеств.

В 1903 году Бертран Рассел отметил в своих работах, что теория множеств, созданная Кантором, содержит внутренние противоречия, вызвав сомнения относительно допустимого объема применения самого понятия множества. Сам Кантор тоже осознавал трудности, возникающие при предположении о существовании множества всех возможных множеств, включая вероятность образования множества, включающего само себя среди элементов. Впоследствии работа Эрнста Цермело была развита усилиями Френкеля, Сколема, фон Неймана и других исследователей, что позволило сформировать современное понимание теории множеств, устранив выявленные ранее противоречия [15].

Классификация множеств осуществляется по разным критериям: они делятся на замкнутые и открытые, содержащие элементы и пустые, упорядоченные и случайные, счётные и несчётные, ограниченные количеством элементов и бесконечные. Основные принципы теории зародились благодаря трудам Бернарда Больцано, который впервые ввел такие важные понятия, как конечное и бесконечное множество, биективное отображение, предельная точка и числовая последовательность [16].

Так же, как и другие разделы математики, теория множеств характеризуется собственной терминологией и символикой. Применение

особых знаков для обозначения универсального и пустого множества, операций объединения, пересечения и дополнения позволяет строить особую структуру – булеву алгебру, обладающую значительным теоретическим и практическим значением [7].

Труд Джорджа Буля «Математический анализ логики», опубликованный в 1847 году, оказал значительное влияние на развитие логики и математической логики. В этой работе Буль впервые представил идею, что логические операции можно представить в виде алгебраических уравнений. Это было радикальным отходом от традиционного подхода к логике, который был основан на философских рассуждениях. Буль показал, что с помощью алгебраических методов можно систематизировать и упростить логические умозаключения. Булева алгебра, созданная Булем, стала основой для развития не только теоретической логики, но и множества прикладных дисциплин. Она легла в основу теории цифровых схем и вычислительной техники, играя ключевую роль в разработке компьютеров. Также булева алгебра применяется в теории баз данных, информатике, электротехнике и многих других областях [25].

Самая крупная русская школа, специализирующаяся на исследовании функций и множеств, сформировалась ещё в 1911 году в столице нашей страны. Руководящую и творчески направляющую роль в развитии школы позже занял выдающийся учёный-математик, член Академии наук СССР Николай Николаевич Лузин, значительно продвинувший теорию множеств [10].

Значительные достижения также принадлежат ученикам Лузина: Михаилу Яковлевичу Суслину, Дмитрию Евгеньевичу Меньшову, Александру Яковлевичу Хинчину, академикам Павлу Сергеевичу Александрову, Петру Сергеевичу Новикову и другим советским ученым [8].

Тем не менее, русский математик Дмитрий Семенович Мириманов высказывал мнение о недопустимости ограничения исследований лишь теми множествами, которые не содержат самих себя, как это делал Кантор. Дмитрий Семенович Мириманов полагал, что вполне допустимо рассматривать множества, содержащие сами себя в качестве элементов, однако логика

действий с подобными объектами существенно отличается от традиционных представлений и требует особого подхода [9].

1.2 Основные понятия и элементы теории множеств

Принято обозначать множества большими буквами латинского алфавита. Элементы, составляющие множество, называются элементами множества и обычно обозначаются строчными буквами латинского алфавита [20].

Элементами или списками задается перечисление всех пересечений множества. В этом случае элементы или списки множества обозначаются внутри фигурных скобок, например: A = {5, 7, d, l} или B = {озеро Байкал, город Москва, планета Сатурн} [14].

Если элементов или списков множеств бесконечное множество, то используют многоточие, например, множество всех натуральных чисел записывается так: N = {5; 6; 7; …}.

Основная проблема теории множеств кроется в понимании самого определения множества. Если удастся преодолеть этот начальный барьер, дальнейшее продвижение не встретит серьезных препятствий [12].

Обучающимся объясняют природу числа и значения цифры "два" ничуть не больше, чем раскрывают суть понятия "точка" при рисовании геометрических фигур на доске.

Понятие множества X элементов x предполагается известным. Синонимами множества являются: совокупность, собрание, объединение и т.п. [21, С. 16]. Если , … есть элементы множества X, то употребляется запись X= { , , …}. Природа элементов множества может быть произвольной. A = {м, а, т, е, и, к} - обозначает множество A букв, которые использовались для записи слова «математика». Вместо букв могут использоваться животные, люди, музыкальные инструменты и так далее.

Понятие множества относится к числу важнейших и наиболее широких математических категорий. Само понятие на столько абстрактно, что

практически невозможно предложить его точное определение, не прибегая к использованию синонимических выражений вроде «совокупность», «собрание», «объединение элементов» и т.п. Отдельные предметы, входящие в состав множества, именуются его элементами [18].

Способы задания множеств: перечисление элементов; указание характеристического свойства.

Утверждение: «элемент а принадлежит множеству А» символически записывается так: $a \in A$. $a \notin A$ - означает, что элемент a не принадлежит множеству А.

Для ряда числовых множеств в математике приняты стандартные обозначения:

N – множество натуральных чисел;

Z – множество целых чисел;

Q – множество рациональных чисел;

R – множество действительных чисел;

C – множество комплексных чисел

Основные характеристики теории множеств:

Множество представляет собой набор точно заданных и различаемых между собой предметов, называемых элементами множества. Примеры включают множество всех целых положительных чисел, множество символов латинского алфавита или совокупность учащихся конкретного класса.

Конечным множеством называют такое, количество элементов которого конечно и может быть выражено натуральным числом. Это означает, что все его компоненты можно полностью перечислить.

Бесконечное множество включает бесконечно большое число элементов, которые нельзя исчерпывающе представить списком. Среди них выделяют счётные (те, чьи элементы можно поставить в однозначное соответствие с последовательностью натуральных чисел, например, целые положительные числа), и несчётные (не допускающие подобного соответствия, такие как вещественные числа).

Подмножество – это группа элементов, полностью включённая в другое множество. Говорят, что множество A является подмножеством B, если любой элемент A одновременно принадлежит и множеству B.

Пустым множеством называют множество, не имеющие никаких элементов вообще.

Универсальное множество – это множество, подмножество которого рассматривается в данной задаче. Обозначается универсальное множество буквой U [18].

Операции над множествами – фундаментальная составляющая теории множеств, активно применяемая в различных областях науки и образования [14].

1. Объединение множеств – это новое множество, включающее все элементы, присутствующие хотя бы в одном из объединяемых множеств.

2. Пересечение множеств представляет собой множество, которое состоит исключительно из общих элементов обоих исходных множеств.

3. Разность множеств определяется как множество, образованное элементами одного множества, отсутствующими в другом.

4. Симметрическая разность объединяет элементы, которые принадлежат лишь одному из множеств, исключая общие для обоих элементы.

5. Дополнение множества – это совокупность всех элементов универсального множества U, которые не входят в рассматриваемое множество [14].

Таким образом, данные операции позволяют эффективно решать широкий спектр задач в области математики, информатики и других наук.

Рассмотрим свойства операций над множествами, которые изучают в рамках теории множеств в школе, например, в курсе «Вероятность и статистика» в 8 классе [3].

$A \cup B = B \cup A$

$A \cap B = B \cap A$

Переместительное свойство означает, что не фиксируется порядок оперирования множествами: при объединении к элементам одного множества можно присоединить элементы другого, а можно поступить наоборот. Переместительный закон или закон коммутативности выполняется и для операции объединения множеств и их пересечения.

Пример: $\{1,2,3,4\} \cap \{2,4,6\} = \{2,4,6\} \cap \{1,2,3,4\} = \{2,4\}$.

$A \cap (B \cap C) = (A \cap B) \cap C$

$A \cup (B \cup C) = (A \cup B) \cup C$

Сочетательное свойство, закона ассоциативности касается так же, как пересечения, так и объединения множеств.

Распределительное свойство (дистрибутивность) отражает взаимосвязь пересечения и объединения множеств. Есть два таких свойства [21]:

1. Пересечение дистрибутивно относительно объединения множества.
2. Объединение дистрибутивно относительно пересечения множеств.

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

$A \cap (B \cup C) = (A \cap B) \cup (A \cap C)$

При выполнении операций над множествами в выражениях без скобок важно учитывать порядок: приоритет – дополнение, затем пересечение, разность и объединение.

Изучив перечисленные свойства, ученики получают прочную базу для понимания более сложных конструкций и формул, встречаемых в дальнейшем изучении математики. Они помогают лучше разобраться в построении математических моделей и развить способность мыслить абстрактно и логически последовательно.

1.2 Роль и место элементов теории множеств в обучении математике

Знание основ теории множеств и умение проводить операции над ними играет ключевую роль в освоении различных аспектов математики школьного

курса, способствуя активному формированию мыслительной деятельности и развитию речи школьников. Учащиеся регулярно сталкиваются с необходимостью сопоставлять предметы, выявляя общие признаки и различия, систематизировать материал, формулировать выводы и аргументированно выражать мысли относительно свойств и связей изучаемых объектов.

Практически во всех сферах науки и обыденной жизни мы сталкиваемся с объединением отдельных объектов в целостные структуры: армия, флотилия, рабочий коллектив, школьный класс, биологические виды и роды живых существ, коллекции предметов искусства и другие подобные категории. Чтобы описать такие объединения математическим языком, было введено специальное понятие – множество. Мы можем говорить о множестве книг в книжном фонде библиотеки, множестве посетителей киносеанса, множестве геометрических точек на линии, множестве окружностей на плоскости, множестве корней алгебраического уравнения, множестве плотоядных зверей, млекопитающих с раздвоенными копытами, морских обитателей с плавниками и многие другие примеры. Термин «множество» отличается универсальностью своего употребления по сравнению с прочими словами, обозначающими объединение вещей («серия», «группа», «эскадрилья», «стада», «команда»), поскольку применим ко всяким видам объектов вне зависимости от их специфики. Объекты, составляющие данное множество, именуются его элементами.

Современные педагогико-психологические исследования показывают, что дети ежедневно сталкиваются с пониманием концепции множества в собственной практике. Будь то домашнее пространство, занятия в дошкольных учреждениях или прогулки на улице, они активно взаимодействуют с разнообразными группами предметов, выполняя разные действия либо непосредственно участвуя в них, либо наблюдая со стороны. Эти повседневные ситуации помогают детям постепенно осознавать некоторые ключевые аспекты математической реальности. Уже в ходе игровой активности дети интуитивно учатся сравнивать отдельные вещи или наборы игрушек по разным

характеристикам, осуществляют элементарные манипуляции («отделим одинаковые...», «соберем всё кроме...», «создадим из...» и др.).

Это подготовительное обучение создает необходимые условия для осознанного восприятия фундаментальных математических категорий, таких как числовой ряд и базовые арифметические операции. Следовательно, создание системы арифметики натурального ряда, тесно связанной с представлением о множестве, наилучшим образом задействует накопленный ребенком практический опыт, делает процесс обучения максимально наглядным и позволяет усваивать абстрактные понятия на основе уже сформированных ранее образов и представлений [16].

Теория множеств служит фундаментом для построения алгебраических структур, широко используемых при создании программного обеспечения для вычислительной техники. Современные языки программирования предусматривают обязательное объявление типов переменных, определяющих диапазон допустимых значений и возможные операции с ними. Определение типа переменной фактически представляет собой задание множества, из которого выбираются конкретные значения переменной. Более того, некоторые алгоритмические языки программирования включают специальный тип данных «множество», а также набор базовых операций над объектами данного типа, облегчающий использование этой концепции при решении практических задач [28].

Теория множеств легла в основу развития многих современных областей математики, таких как теория функций вещественного аргумента, общая топология, общая алгебра, функциональный анализ и другие направления. Постепенно подходы, основанные на теории множеств, начали успешно внедряться и в традиционные разделы математики. Так, в математическом анализе они нашли активное применение в теории дифференциальных уравнений, вариационном исчислении, теории вероятностей и иных сферах исследований.

Именно благодаря развитию теории множеств появилось точное определение понятия изоморфизма систем объектов, связанных определенными отношениями. Учёные подчёркивают, что каждая чисто абстрактная математическая теория рассматривает заданную систему объектов лишь «до степени изоморфизма». Иначе говоря, данная теория одинаково эффективно применяется ко всякой иной системе объектов, которая изоморфна первоначальной системе, служившей объектом первоначального исследования.

Роль и место элементов теории множеств в обучении математике чрезвычайно важны. Освоение теории множеств служит важным этапом развития логического мышления учеников. Этот учебный предмет способствует глубокому пониманию основных концепций и методов работы с множествами, играющими центральную роль в формировании начальных математических представлений.

Важность математических объектов очевидна, особенно это касается множеств, содержащих разнообразные элементы: геометрические формы, числовые последовательности, алгебраические выражения, функциональные зависимости и многое другое. Изучение алгебры предполагает знакомство учащихся с разными видами множеств, такими как множество квадратичных уравнений, множество алгебраических равенств и прочее. Все это свидетельствует о том, что практически любые темы школьной математики связаны с теорией множеств [13].

В. Я. Панютин предложил несколько ключевых подходов к обучению теории множеств: наглядность и конкретизация; практическая направленность; игровые технологии; дифференцированный подход; использование информационных технологий [16].

Эти подходы способствуют развитию логического мышления, аналитических способностей и творческих навыков у школьников, что является важным условием успешного освоения математических дисциплин в дальнейшем.

Рассмотрим подробнее, почему элементы теории множеств занимают значимое место в учебном процессе.

Использование элементов теории множеств способствует развитию у учащихся способности к абстрагированию и логическому мышлению:

1) операции над множествами: обучающиеся учатся понимать такие операции, как объединение, пересечение, разность и дополнение множеств; данные операции требуют от учеников умения рассуждать логически и применять правила к конкретным примерам;

2) логические схемы: множества могут использоваться для представления логических утверждений и операций.

Например, операция пересечения множеств аналогична логическому "И", а объединение – логическому "ИЛИ". Это помогает обучающим лучше понимать основы логики.

3) комбинаторика: введение понятий комбинаторики через множества развивает умение вычислять количество возможных вариантов выбора элементов из множества, что требует развитого логического мышления [17].

Понимание основ теории множеств служит базой для освоения более сложных математических дисциплин: теории вероятности, топологии, анализа.

В основе теории вероятностей лежит понятие вероятности события, которое можно интерпретировать как отношение мощности подмножества благоприятствующих событий к мощности всего пространства элементарных событий.

В математическом анализе множества используются для определения пределов функций, непрерывности и производных.

Элементы теории множеств находят широкое применение в реальной жизни, например: в программировании, в бизнес-аналитике, в медицине.

В компьютерной науке множества активно используются для хранения и обработки данных. Примером могут служить множества строк или чисел, позволяющие эффективно управлять большими объемами информации.

Работа с данными в бизнесе зачастую подразумевает оперирование множествами – будь то группы клиентов, товары или финансовые операции.

Теория множеств находит свое применение и в медицинской статистике, где она помогает проводить анализ данных, например, при диагностике различных заболеваний.

Элементы теории множеств играют важную роль в обучении математике, начиная с начальных классов и заканчивая университетским уровнем. Они способствуют формированию базовых математических понятий, развивают логическое мышление и служат основой для изучения более сложных математических дисциплин. Таким образом, теория множеств занимает центральное место в математическом образовании и имеет огромное практическое значение.

1.4 Возрастные особенности учащихся 7-9 классов и их учет в процессе обучения элементам теории множеств

Возрастные особенности учащихся 7–9 классов оказывают значительное влияние на процесс обучения, особенно когда речь идет о таких абстрактных понятиях, как элементы теории множеств. Учет этих особенностей позволяет сделать учебный процесс более эффективным и интересным для подростков. Рассмотрим эти возрастные особенности и способы их учета в процессе обучения.

Период подросткового возраста характеризуется значительными изменениями в психологическом состоянии обучающихся. В этом этапе:

1) физическое развитие (происходит активный рост организма, который сопровождается повышенной утомляемостью и сниженной концентрацией внимания; важно учитывать физическую активность учащихся, предлагая динамические перерывы и разнообразные формы работы);

2) психологическое развитие (подростки начинают проявлять интерес к самостоятельному поиску информации и критическому осмыслению

полученных знаний; появляется стремление к самовыражению и самоутверждению, что может проявляться в форме споров и дискуссий);

3) интеллектуальное развитие (формируются аналитические способности, способность к обобщению и систематизации знаний; начинают развиваться абстрактное мышление и логика, что делает возможным изучение более сложных математических понятий);

4) социальное развитие (важную роль играет общение со сверстниками, участие в групповых проектах и коллективная работа; повышается значимость социального признания и одобрения со стороны одноклассников и учителей) [4].

Т. И. Веденяпина, исследуя возрастные особенности учащихся, предлагает ряд методических рекомендаций, которые могут быть эффективно применены в обучении теории множеств в школьном курсе математики. Эти рекомендации направлены на создание условий, способствующих более глубокому пониманию и усвоению учебного материала:

1) активные методы обучения (проектная деятельность; игровые и соревновательные элементы);

2) визуализированные информации (диаграммы Венна; интерактивные технологии);

3) дифференциация обучения (индивидуальный подход, работа в малых группах);

4) кросс-дисциплинарный подход (связь с другими предметами);

5) формирование метапредметных навыков (развитие критического мышления) [5].

А. И. Головин в своих работах отмечает учет возрастных особенностей в процессе обучения элементам теории множеств [11].

1. Активизация познавательной деятельности:

– использование проблемных ситуаций и заданий, требующих самостоятельного поиска решения;

– включение элементов игр и соревнований, чтобы поддерживать интерес и мотивацию обучающихся.

2. Развитие критического мышления:

– организация дискуссии и обсуждения, где обучающиеся смогут высказывать свои мысли и аргументировать свою точку зрения;

– использование задач, требующих анализа и сравнения различных подходов к решению.

3. Формирование абстрактного мышления:

– постепенное в вождение абстрактных понятий, используя наглядные примеры и модели;

– применение визуализации и интерактивных методов обучения, такие как компьютерные презентации и онлайн–ресурсы.

4. Коллективная работа:

– организация групповых проектов и заданий, где обучающиеся смогут обмениваться идеями и учиться друг у друга;

– поддерживать дух сотрудничества и взаимопомощи среди обучающиеся.

5. Индивидуальный подход:

– учитывать различия в уровне подготовки и интересах обучающиеся, предлагая дифференцированные задания;

– оказывать поддержку и помощь слабым ученикам, стимулируя их к самостоятельной работе.

6. Практическая направленность:

– приводить примеры применения теории множеств в реальной жизни, чтобы показать важность изучаемых понятий;

– демонстрировать связь теории множеств с другими областями математики и науками.

Учитывая возрастные особенности обучающихся 7–9 классов, можно адаптировать некоторые методы преподавания:

– использование наглядных материалов (применение графиков, диаграмм Венна, схем и других визуальных элементов помогает подросткам лучше воспринимать абстрактные идеи теории множеств);

– практическая направленность (связь теоретического материала с реальной жизнью делает обучение более осмысленным и интересным; можно предложить задачи, где множества используются для описания реальных объектов, событий или ситуаций);

– интерактивные формы обучения (групповые обсуждения, мозговые штурмы, игры и конкурсы способствуют активизации познавательной активности и развитию коммуникативных навыков; примером может служить игра, где ученики объединяют предметы в множества по определенным признакам);

– поддержка самостоятельной работы (предоставление возможностей для самостоятельной исследовательской деятельности, выполнения проектов и презентаций развивает аналитические способности и уверенность в себе; например, задание на создание собственного набора множеств и операций над ними);

– обратная связь и поддержка (регулярная оценка прогресса учеников и конструктивная обратная связь помогают поддерживать мотивацию и корректировать учебный процесс; важно поощрять даже небольшие успехи и помогать преодолевать трудности);

– психологическая поддержка (создание доверительной атмосферы в классе, уважение к мнению каждого ученика и внимание к эмоциональному состоянию помогут снизить уровень тревожности и повысить эффективность обучения) [16].

Обучение элементам теории множеств в 7–9 классах должно основываться на учете возрастных и психологических особенностей учащихся. Подходы, ориентированные на взаимодействие, активное участие и использование современных технологий, позволят не только повысить мотивацию, но и углубить понимание ключевых понятий теории множеств.

Понимание и признание этих аспектов являются залогом успешного обучения и формирования математической компетентности учащихся.

Проведенный анализ литературы позволил сделать следующие *выводы*.

Понятие множества относится к числу важнейших и наиболее широко используемых математических терминов. Под множеством подразумевается объединение конкретных объектов, воспринимаемых нами визуально или мысленно, в единую структуру М, называемую множеством, причем сами объекты выступают как элементы множества М.

Теория множеств занимает особое положение и имеет огромное значение в образовательном процессе по математике. Освоение данной теории выступает важнейшей ступенью в развитии логического мышления школьников. Она помогает учащимся разобраться в ключевых терминах и принципах оперирования множествами, играя ведущую роль в становлении первичных математических представлений.

Обучение элементам теории множеств в 7–9 классах должно основываться на учете возрастных и психологических особенностей учащихся. Подходы, ориентированные на взаимодействие, активное участие и использование современных технологий, позволят не только повысить мотивацию, но и углубить понимание ключевых понятий теории множеств. Понимание и признание этих аспектов являются залогом успешного обучения и формирования математической компетентности учащихся.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ОБУЧЕНИЯ ЭЛЕМЕНТАМ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

2.1 Анализ учебной программы и учебников по теме исследования

В соответствии с действующим государственным образовательным стандартом основным содержанием обязательных тем для 7-9 классов являются следующие вопросы [1]:

– множество, элемент множества;

– задание множеств перечислением элементов, характеристическим свойством;

– стандартные обозначения числовых множеств; пустое множество и его обозначение; подмножество;

– объединение и пересечение множеств, разность множеств;

– иллюстрация отношений между множествами с помощью диаграмм Эйлера-Венна; закон Моргана;

– понятие о классификации [1].

При освоении данных тем в рамках действующего государственного образовательного стандарта учащиеся 7–9-х классов должны приобрести следующие компетенции: уметь приводить конкретные примеры как ограниченных, так и неограниченных множеств; находить объединения, пересечения и различия заданных множеств; владеть навыком осуществления простых классификаций объектов; уверенно пользоваться символикой и понятиями теории множеств при выполнении заданий различных учебных модулей.

Наиболее распространённые учебники и пособия, используемые в школах для изучения элементов теории множеств, предоставляют разнообразный практический материал, способствующий глубокому усвоению материала учащимися. Проанализируем наиболее популярные учебные пособия.

Проанализируем основные понятия теории множеств, представленные в учебных пособиях для 7-го класса авторов Ю. Н. Макарычева, Г. К. Муравина, А. Г. Мордковича и Г. В. Дорофеева. В учебнике Ю. Н. Макарычева не вводится само понятие «множество», а также не рассматриваются термины «объединение», «пересечение» и «разность». Однако там присутствуют следующие определения: «элемент множества» – это объекты или предметы, образующие множество; «пустое множество» – множество, в котором отсутствуют элементы; «подмножество» – множество В считается подмножеством множества А, если каждый элемент множества В входит в состав множества А.

Что касается учебников Г. К. Муравина, А. Г. Мордковича и Г. В. Дорофеева, то тема «Множества» включена в такие разделы, как «Сравнение чисел», «Решение уравнений», «Уравнения и системы уравнений», а также затрагивается в темах «Множество точек на координатной прямой» и «Множество точек на координатной плоскости» [40].

Рассмотрим главные определения теории множеств, используемые в учебниках для 8 класса, среди которых пособия Ю. Н. Макарычева для общеобразовательных учреждений, а также учебные материалы Н. Я. Виленкина и Ю. Н. Макарычева для углубленного изучения математики. В учебнике Ю. Н. Макарычева представлены такие понятия, как «объединение», «пересечение» и «разность».

Теперь перейдем к анализу учебника Н. Я. Виленкина для углубленного изучения. Здесь вводятся определения понятий «множество», «пустое множество», «объединение» и «пересечение»:

Множество: числовой промежуток, ограниченный точками a и b таким образом, что любое число x удовлетворяет условию $a \leq x \leq b$.

Пустое множество: множество, не имеющее ни одного элемента.

Объединение: множество, содержащее все числа x, входящие хотя бы в одно из двух множеств А или В.

Пересечение: общая часть двух числовых множеств А и В, состоящая из элементов, входящих одновременно в оба множества.

Рассмотрим теперь учебник Ю. Н. Макарычева, предназначенный для углублённого изучения алгебры. В нём вводятся следующие определения: элемент множества, подмножество, объединение, пересечение [19].

В учебнике Г. К. Муравина и К. С. Муравина тема «Множества» освещается лишь в рамках рассмотрения тем «Решение квадратных уравнений», «Системы двух уравнений с двумя неизвестными» и «Уравнения и системы уравнений». Учебник «Алгебра 7» авторов Г. К. Муравина, К. С. Муравина и О. В. Муравиной специально не посвящён теме «Множества», однако данная концепция неоднократно упоминается при изучении таких разделов, как «Сравнение чисел», «Решение уравнений», «Уравнения с двумя переменными и их системы», «Уравнения и системы уравнений». Автор А. Г. Мордкович отдельно рассматривает тему «Множество действительных чисел» [23].

В учебнике С. М. Никольского дано определение понятия «Множества», иллюстрируемое посредством координатной оси. [24].

Для классов с углубленной программой изучения математики тема «Множества» детально раскрывается в учебнике Н. Я. Виленкина. В данном учебном пособии охватываются такие важные темы, как «Операции над множествами», «Свойства характеристичности множества», «Числовые множества», «Множества точек на плоскости», «Подмножества», «Пересечения множеств», «Объединения множеств», «Разности множеств», «Алгебра множеств». Н. Я. Виленкин даёт полное представление обо всех необходимых определениях теории множеств [6].

Также в дополнительном учебно-методическом материале к школьному учебнику Ю. Н. Макарычева тема «Множества» представлена в двух разделах: «Множества и операции над ними», «Бесконечные числовые множества». Сам Ю. Н. Макарычев рассматривает данную тему преимущественно в контексте изучения таких разделов, как «Эквивалентность уравнений и неравенств»,

«Уравнения и неравенства с одной переменной», «Уравнения с двумя переменными и их системы», «Неравенства с двумя переменными и их системы [19].

Материалы по указанной теме содержатся в учебнике 9 класса авторов А. Г. Мордковича и Н. П. Николаева. Согласно учебной программе по математике для общеобразовательных учреждений, основанной на данном учебнике, тема «Множества и операции над ними» представлена отдельным разделом в главе «Рациональные неравенства и их системы».

Программа А. Г. Мордковича устанавливает, что после завершения изучения указанной темы учащиеся должны приобрести следующие способности: объективно оценивать обоснованность высказанных утверждений, иллюстрировать объяснения с помощью примеров, правильно трактовать сведения, представленные на графиках и схемах, а также составлять собственные диаграммы. По плану А. Г. Мордковича на изучение темы «Множества и операции над ними» выделяется четыре урока и проводится один проверочный тест [22].

Основные положения теории множеств включены в школьные учебники в разной степени глубины. Некоторые авторы сосредоточены на введении простых понятий и применении их в практической работе, тогда как другие предоставляют полноценное изучение всей тематики, необходимой для глубокого понимания математики.

В учебнике «Бунимович Е. А., Кузнецова Л. В., Минаева С. С.: Алгебра. Вероятность и статистика. 8 класс.» тема «Теория множеств» служит как основа для введения вероятностных концепций. Тема охватывает около пяти параграфов, включающих введение в понятие множества, его обозначения, операции над множествами (объединение, пересечение, разность). Задания варьируются от простых вопросов определения элементов множества до более сложных комбинаторных задач, предполагающих знание пересекающихся и несвязанных множеств. Количество заданий по данной теме примерно 30, по

уровню сложности – средний (около половины заданий требуют применения ранее изученных правил арифметики и алгебры).

В учебнике «Макарычев Ю. Н., Индюк Н. Г., Муравин Г. К.: Алгебра. 8 класс» тема «Теория множеств» представлена менее подробно, занимая лишь один-два параграфа в самом начале главы о случайных событиях и вероятностях. Тем не менее, учебник также знакомит с основными операциями над множествами и акцентирует внимание на связи множеств с решением прикладных задач (таких как вычисления вероятностей события).

Количество заданий по теме примерно 15, уровень сложности: низкий (задания ориентированы преимущественно на базовые определения и простейшие комбинации множеств) [19].

Учебники геометрии не фокусируются специально на теории множеств, в некоторых изданиях встречаются фрагменты, связывающие элементарные понятия множеств с тематиками координатных плоскостей и областей фигур. Например, задания на установление взаимосвязи между областями плоскости и соответствующими множествами точек [2].

Количество заданий около 10, уровень сложности: высокий (задачи предполагают развитые пространственного мышления и интеграцию разных направлений математики).

По результатам проведенного анализа можно сделать следующие выводы:

Наиболее полное представление элементов теории множеств присутствует в учебнике Бунимовича, тогда как другие издания предлагают ограниченное количество материала.

Наибольшее разнообразие уровней сложности наблюдается в учебнике Бунимовича, в то время как остальные материалы предоставляют задания низкого уровня сложности.

Во всех рассматриваемых учебниках элементы теории множеств используются как вспомогательные инструменты для дальнейшего освоения вероятностных и статистических методов.

Для повышения эффективности учебного процесса рекомендуется включить больше практических занятий, направленных на освоение именно операций над множествами, и увеличить долю комбинированных задач, интегрированных с материалом основной программы математики.

2.2 Методические рекомендации по изучению темы «Элементы теории множеств» в 7-9 классе

Многие учебные пособия начальной школы уже включают базовые знания о теории множеств, поэтому целесообразно продолжить развитие этих понятий и в пятом классе. Для тех учеников, кто пока не познакомился с этой темой, необходимо представить ключевые термины: понятие множества, операции объединения и пересечения, разъяснить значение термина «подмножество», рассмотреть примеры конечных и бесконечных числовых множеств.

Важно развивать навыки решения логических задач, применяя наглядные инструменты вроде диаграмм Эйлера-Венна, и познакомить школьников с условными обозначениями множеств. Занятия позволят детям научиться изображать множества и взаимосвязи между ними визуально, с помощью рисунков. Использование диаграмм Эйлера-Венна помогает лучше увидеть свойства множеств и делает более очевидными логические выводы о связях между ними.

Шестиклассникам следует закрепить полученные знания о множествах и расширить сферу применения теории на случаи, связанные с бесконечными множествами. Нужно показать использование теории множеств при решении логических задач, подчеркнув метод включений и исключений. Поскольку теория множеств тесно связана с логическим мышлением, учащимся шестых классов важно объяснить основы прямого доказательства утверждений, способы полного перебора возможных случаев и технику доказательства путем доведения до противоречия.

Учащимся седьмых классов рекомендуется расширить изучение операций над множествами, дополнительно освоив такие понятия, как дополнение и декартово произведение наряду с объединением, пересечением и разностью. Важно детально рассмотреть понятие отображения между множествами и научиться применять законы алгебры множеств для упрощения простых выражений, включающих множества. Целесообразно также начать знакомство с решением простейших уравнений, используя целые и натуральные числа.

Для восьмых–девятых классов целесообразно систематизировать представления о различных видах числовых множеств – натуральных, целых, рациональных, иррациональных и действительных числах. Особое значение имеет практика решения уравнений и неравенств разных типов, подчёркивающая их прямую взаимосвязь с ключевыми идеями теории множеств.

Изучению элементов теории множеств уделяется особое внимание в средней школе, поскольку этот раздел математики развивает у школьников аналитические способности, логику и позволяет освоить универсальный инструмент для представления и обработки информации.

2.3 Программа учебной деятельности по теме «Элементы теории множеств»

Нами была разработана программа учебной деятельности по теме «Элементы теории множеств», данная программа направлена на развитие познавательного интереса школьников 7–9-х классов к математике, ознакомление их с основами современной математики – теорией множеств. Это способствует формированию научного мировоззрения, развитию аналитических способностей и критического мышления учеников.

Теория множеств является фундаментом современной математики и широко применяется в разных областях человеческой деятельности, от программирования и информатики до экономики и социальных наук. Освоение

основных понятий и методов теории множеств помогает ученикам успешно подготовиться к освоению более сложных дисциплин, развивает абстрактное мышление и повышает интерес к предмету.

Цель программы: формирование у учащихся понимания фундаментальных понятий теории множеств и умение применять полученные знания при решении практических задач, воспитывая логику, самостоятельность и инициативность.

Задачи программы:

1) познакомить учащихся с основными понятиями теории множеств (множество, элемент множества, операции над множествами);

2) развивать способности к восприятию абстрактных объектов и оперированию ими;

3) способствовать выработке навыков самостоятельной постановки и решения учебных проблем;

4) повышать мотивацию к изучению математики и смежных предметов.

Программа рассчитана на один учебный год, продолжительность каждого занятия составляет 45 минут. Всего предусмотрено 34 часа, включая итоговую диагностику и защиту проектов.

Формы занятий включают лекции-презентации, групповые обсуждения, индивидуальные практические задания, работу в парах и мини-группах, выполнение творческих работ и участие в проектной деятельности. Занятия проводятся еженедельно, преимущественно в первой половине учебного дня.

Основные ценности занятий заключаются в развитии креативности, стремлении к саморазвитию и любви к познанию мира через математику.

Курс направлен на формирование ключевых компетенций, необходимых учащимся в будущем обучении и профессиональной жизни, прививая уважение к интеллектуальному труду и командному взаимодействию.

Учебно-тематический план:

№	Тема раздела	Кол-во часов	Форма занятий
1.	Изучение основных понятий	12	Лекции (4),

			Практика (8)
	Блок 1. Основные понятия теории множеств	4	Лекции
	Блок 2. Операции над множествами	8	Практика
2.	Решение задач с применением теории	10	Практика
3.	Проектно-исследовательская деятельность	10	Практика
4.	Итоговая диагностика	2	Практика
	Итого	34	

Содержание программы:

Раздел 1.

Блок 1. Основные понятия теории множеств (4 ч.)

Определение множества и элементов множества.

Методы задания множеств.

Признаки равенства множеств.

Понятия подмножества и надмножества.

Понятие пустого множества.

Универсальное множество.

Изображение множеств с помощью кругов Эйлера-Венна.

Отношения между множествами («включено», «не включено»).

Решение задач.

Блок 2. Операции над множествами (8 ч.)

Объединение множеств.

Пересечение множеств.

Разность множеств.

Симметрическая разность.

Дополнение множества.

Законы алгебры множеств.

Расширенная практика вычислений с операциями над множествами.

Раздел 2. Решение задач с применением теории множеств (10 ч.)

Задачи на применение операций над множествами.

Простые логические задачи с множествами.

Комбинаторика и теория вероятностей в связи с множествами.

Реализация алгоритмов на множественной основе.

Работа с заданиями повышенной сложности.

Раздел 3. Проектно-исследовательская деятельность (10 ч.)

Создание индивидуальных и коллективных проектов и исследовательских, связанных с практическим применением теории множеств в повседневной жизни и учебной практике.

Задачи:

1. Повторить основные понятия теории множеств (множество, элементы, подмножества, операции над множествами).

2. Научиться применять теорию множеств для анализа и решения реальных задач из различных областей (например, статистика, логистика, социология).

3. Развивать навыки работы в команде, планирования, проведения исследований и презентации результатов.

4. Совершенствовать навыки использования информационных технологий для обработки и визуализации данных.

План работы (10 часов):

Этап проекта	Содержание деятельности	Часы
Выбор темы и формирование групп	Обсуждение возможных тем проектов. (Примеры тем: "Множества и их свойства", "Диаграммы Эйлера-Венна", "Множества в реальной жизни"). Формирование групп (3-5 человек).	1
Постановка задачи и планирование	Определение конкретной проблемы, которую нужно решить с помощью теории множеств. Разработка плана исследования (какие данные нужно собрать, какие методы анализа использовать).	1
Сбор данных	Проведение опросов, анкетирования, наблюдений. Сбор статистических данных из открытых источников.	2
Анализ данных с использованием теории множеств	Представление данных в виде множеств и диаграмм Венна. Применение операций над множествами для выявления закономерностей, пересечений, объединений. Интерпретация результатов.	3

Оформление проекта	Подготовка отчета о проделанной работе (описание проблемы, методы сбора и анализа данных, результаты, выводы). Создание презентации (слайды с основными результатами и визуализацией данных).	2
Защита проектов	Представление проектов группами. Ответы на вопросы. Обсуждение результатов и оценка проектов.	1

Примеры тем проектов и исследовательских работ:

1) Множества и их свойства: Исследование основных понятий теории множеств, таких как объединение, пересечение и разность множеств.
2) Диаграммы Эйлера-Венна: Создание и анализ диаграмм для наглядного представления отношений между множествами.
3) Числа и множества: Исследование множеств натуральных, целых, рациональных и действительных чисел, их свойств и взаимоотношений.
4) Множества в реальной жизни: Применение теории множеств в различных областях, таких как география, биология или экономика.

Оценка результатов:

Оценивается качество выполнения каждого этапа проекта.

Учитывается умение применять теорию множеств для решения поставленной задачи.

Оценивается качество оформления и представления результатов.

Учитывается вклад каждого участника группы.

Рекомендации:

Предоставить учащимся шаблоны для отчетов и презентаций.

Обеспечить доступ к необходимым ресурсам (компьютеры, программное обеспечение).

Поощрять творческий подход и самостоятельность при выполнении проектов.

Проводить консультации и оказывайте помощь учащимся на каждом этапе проекта.

Раздел 4. Итоговая диагностика (2 ч.)

Проверочная работа по пройденному курсу, обсуждение достижений и трудностей, рефлексия.

Мониторинговая карта определения результатов освоения курса:

Оцениваются три уровня достижения результата:

– личностные результаты (мотивация, отношение к учёбе, ответственность),

– метапредметные результаты (развитие коммуникативных навыков, умения работать в команде, критически мыслить),

– предметные результаты (уровень усвоения основных понятий и навыков, решение практических задач).

Примеры критериев оценки: устойчивость мотивации к дальнейшему обучению, активность участия в дискуссиях и проектах, уровень самостоятельного освоения материала и принятия решений.

Для успешного осуществления образовательной деятельности необходимы следующие ресурсы: учебники и пособия по теории множеств, компьютерное оборудование для презентаций и демонстрации интерактивных материалов, методические рекомендации для учителей, электронные образовательные платформы для дистанционного взаимодействия.

Материально-техническое обеспечение: кабинеты оборудуются наглядными пособиями, учебниками, компьютерами и мультимедийными средствами. Для проектных мероприятий рекомендуется наличие печатающей техники и доступ к сети Интернет.

2.4 Система упражнений по учебно-тематическому плану

Также нами были разработана система упражнения для изучения элементов тории множеств.

Система упражнений включает в себя:

1) устные задания на понятие множества;

2) задания на основе понятий теории множеств.

2) упражнения на пересечение и объединение множеств;

3) упражнения на понятие разности множеств;

4) упражнения на работу с бесконечными множествами и установление соответствия между ними;

5) упражнения на иллюстрацию отношений между множествами с помощью диаграмм Эйлера-Венна.

Устные задачи на понятие множества

Эти устные задания помогают быстро проверить знание основных понятий и операций теории множеств и развивать начальные навыки анализа и классификации элементов.

Примеры заданий:

1. Приведите примеры известных вам названий множества городов.

2. Какие элементы входят в множество букв русского алфавита?

3. Пусть В – множество делителей числа 80. Правдивы ли предположения: 6 ∈ В; 11 ∈ В; 30 Ø В?

4. Назовите три элемента множества четных положительных чисел меньше 10.

5. Даны числа: 325; 0; -17; -3,8; 7. Установите, какие из них принадлежат множеству: 1) натуральных чисел; 2) целых чисел; 3) рациональных чисел; 4) действительных чисел.

6. Можно ли назвать совокупность учеников вашего класса множеством?

7. Верно ли утверждение: число 5 принадлежит множеству чётных чисел?

Задачи на задание множеств перечислением элементов, характеристическим свойством

Благодаря данным заданиям учащиеся закрепляют умение представлять множества разными методами, развивая абстрактное мышление и способность формализовать описания множеств.

Примеры заданий:

1. Запишите множество букв русского алфавита двумя способами:

перечислением и характеристическим свойством.

2. Задайте множество цифр, стоящих в разряде десятков двузначных чисел, сначала перечислением, потом характеристическим свойством.

3. Задайте характеристическим свойством множества: а) всех правильных многоугольников; б) параллельных прямых.

4. Задайте множество делителей числа 12 двумя способами.

5. Запишите с помощью знака равенства и фигурных скобок предложения: 1) X – множество чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5; 2) Y – множество букв в слове «геометрия».

6. Приведите примеры конечных и бесконечных множеств.

7. Задайте множество месяцев календарного года перечислением и характеристическим свойством.

Задачи на объединение и пересечение множеств

Задачи позволяют закрепить понимание операций над множествами и подготовить школьников к решению более сложных комбинаторных и геометрических задач.

Примеры заданий:

1. Приведите собственные примеры практического использования операции пересечения множеств в повседневной жизни.

2. Группа школьников собрала грибы и ягоды в лесу. Среди собранных грибов оказалось 25 белых грибов, 30 маслят и 10 грибов оказались и белыми, и маслятами одновременно. А всего было собрано 60 экземпляров. Сколько грибников собирали исключительно ягоды?

3. Пусть A – множество цифр числа 658421, а B – множество цифр, которые использовались для записи числа 234578. Найти объединение множеств A и B.

4. Найти множество корней уравнения $(x^2 - 4)\,(x^2 - 9) = 0$.

5. Среди студентов колледжа были проведены опросы относительно предпочтений музыкальных жанров. Оказалось, что 45% слушают рок-музыку, 35% предпочитают классику, а 15% любят оба жанра одинаково сильно. Какова

доля студентов, предпочитающих хотя бы один жанр музыки?

Задачи на разность множеств

Данные задачи позволят ученикам закрепить понимание операций над множествами и умение решать прикладные задачи, используя понятие разности множеств.

Примеры заданий:

1. Какие элементы входят в состав множества C, если дано, что A – множество обучающихся вашего класса, B – множество девочек вашего класса и $C = A\backslash B$?

2. Определите элементы множество K, если $K = M\backslash P$ и кроме того: M - множество натуральных чисел, меньших 10, P – множество нечетных чисел; пусть A – множество цифр числа 701263557, B – множество цифр числа 1765230. Найдите элементы следующих множеств: $A\backslash B$; $B\backslash A$.

3. Найдите множество $A\backslash B$, если $A = \{1, 2, 3\}$, B = $\{2, 3, 5, 4\}$.

4. Пусть библиотека содержит книги различных тематик, включая искусство и научные дисциплины. Пусть множество всех книг библиотеки обозначается буквой A, а множество всех существующих математических книг (независимо от наличия в конкретной библиотеке) – буквой B. Опишите содержание множества A\B.

5. Найдите $A\backslash B$: а) A = $\{3k \mid k \in Z\}$, $B = \{6m \mid m \in Z\}$; б) A = $\{2k \mid k \in Z\}$, $B = \{4m + 2 \mid m \in Z\}$.

6. В магазине продаются яблоки трёх сортов: красные, зелёные и жёлтые. Покупатель хочет купить именно яблоки красного цвета, но только те, которые не являются зелеными яблоками сорта «Грани Смит». Всего в продаже имеется 50 красных яблок, среди которых 15 относятся к сорту «Груни Смит», имеющему зеленоватый оттенок. Сколько красных яблок покупатель сможет приобрести?

7. Пусть $A = \{x|x = 2m - 1, m$ – целое число$\}$, $B = \{x|x = 4n + 1, n$ – целое число$\}$. Опишите множество $A\backslash B$.

Задачи на оценку количества элементов конечного множества и установление соответствия между бесконечными

Решив подобные задачи, учащиеся смогут уверенно ориентироваться в понятиях количество элементов в пересечении и объединении конечного множества.

Примеры заданий:

1. На полке стоят следующие наборы книг: 5 детективов, 3 романа, 4 справочника и 2 сборника стихов. Чему равно количество всех книг на полке?

2. Есть два множества чисел: A = {1, 2, 3}, B = {2, 3, 4, 5}. Определите количество пересечения и объединения этих множеств.

3. Учительница задала своим ученикам две контрольные работы: по математике и русскому языку. По итогам работ выяснилось следующее: всего написали работу 30 учеников; 18 учеников получили пятерки по математике; 15 учеников получили пятерки по русскому языку; четверых похвалили двойными пятёрками. Вопрос: сколько учеников получили хотя бы одну пятёрку?

4. Каждая из 30 невест красива, воспитана или умна. Воспитанных невест — 21, красивых — 18, умных — 15, красивых и воспитанных — 11, умных и воспитанных — 9, умных и красивых — 7. Сколько невест обладает всеми тремя указанными качествами?

5. Рассмотрим следующие множества: Множество A – совокупность всех возможных окружностей на плоскости. Множество B – совокупность всех квадратных фигур на плоскости, стороны которых параллельны осям координат. Каждой фигуре из множества B сопоставляется окружность, вписанная внутрь квадрата. Вопрос: представляет ли такое отображение взаимно однозначное соответствие?

6. Каждому числу присваивается его квадрат. Устанавливают ли таким образом взаимно-однозначные соответствия между: а) множеством натуральных чисел и множеством их квадратов? б) множеством целых чисел и множеством их квадратов?

Таким образом, данная программа позволяет школьникам углублённо изучить основы теории множеств, приобрести опыт решения различных видов задач и развить способность анализировать реальные ситуации с точки зрения данной науки.

Методические указания по решению заданий, содержащих теорию множеств.

Задачи на задание множеств перечислением элементов, характеристическим свойством

Задание 5.

1. Запись с помощью знака равенства и фигурных скобок предложения «***X*** — множество чисел 0, 1, 2, 3, 4, 5»: ***X*** = {0, 1, 2, 3, 4, 5}.

2. Запись предложения «***Y*** — множество букв в слове «геометрия»»: ***Y*** = {г, е, о, м, е, т, р, и, я, с, т}.

Задание 7.

1. Перечисление: **М**={Январь,Февраль,Март,Апрель,Май,Июнь,Июль,Август,Сентябрь,Октябрь,Ноябрь,Декабрь}

2. Характеристическое свойство: **М**={x|x — месяц григорианского календаря} или более формально: **М**={x|x — один из 12 месяцев года, упорядоченных от Января до Декабря}.

Задачи на объединение и пересечение множеств

Задание 3.

Дано: **А** — множество цифр числа 658421. **В** — множество цифр числа 234578.

1. Найдём множества А и В:

А = {6,5,8,4,2,1}

В = {2,3,4,5,7,8}

2. Объединение множеств A∪B— это множество всех цифр, которые есть хотя бы в одном из них:

A∪B = {1,2,3,4,5,6,7,8}

Ответ:

$A \cup B = \{1,2,3,4,5,6,7,8\}$.

Задание 5.

Для решения задачи воспользуемся формулой включений-исключений для двух множеств:

$P(A \cup B) = P(A)+P(B)-P(A \cap B)$

Где:

$P(A) = 45\%$ — доля студентов, слушающих рок,

$P(B)=35\%$ — доля студентов, предпочитающих классику,

$P(A \cap B) = 15\%$ — доля студентов, любящих оба жанра.

Подставляем значения:

$P(A \cup B) = 45\%+35\%-15\%=65\%$

Ответ: 65% студентов предпочитают хотя бы один из жанров (рок или классику).

Задачи на разность множеств

Задание 2.

1. Определим множество $K = M \setminus P$:

M = {1,2,3,4,5,6,7,8,9} (натуральные числа < 10),

P = {1,3,5,7,9} (нечётные числа).

Тогда:

K $= M \setminus P$ = {2,4,6,8}

2. Найдём множества A и B:

A — цифры числа 701263557:

A = {7,0,1,2,6,3,5}

(Повторяющиеся цифры в множестве не учитываются.)

B — цифры числа 1765230:

B = {1,7,6,5,2,3,0}

3. Найдём $A \setminus B$ (элементы A, которых нет в B):

$A \setminus B = \emptyset$

(Все цифры из A есть в B.)

4. Найдём $B \setminus A$ (элементы B, которых нет в A):

B\A = ∅

(Все цифры из B есть в A.)

Итоговые ответы:

K = {2,4,6,8},

A\B=∅

1. B\A=∅

Примечание: В числах 701263557 и 1765230 используются одни и те же цифры, поэтому разность множеств **A** и **B** пуста.

Задачи на оценку количества элементов конечного множества и установление соответствия между бесконечными

Задание 3.

Дано:

Всего учеников: 3030

Пятёрки по математике (M): 1818

Пятёрки по русскому (R): 1515

Пятёрки по обоим предметам (M∩R): 44

Найти: Количество учеников с хотя бы одной пятёркой (M∪R).

Решение:

Применяем формулу: |M∪R|=|M|+|R|−|M∩R||$M \cup R$|=|M|+|R|−|$M \cap R$|

Подставляем значения: |M∪R|=18+15−4=29|$M \cup R$|=18+15−4=29

Ответ: 2929 учеников получили хотя бы одну пятёрку.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе выполненного исследования были рассмотрены различные аспекты введения элементов теории множеств в школьный курс математики, выделены ключевые моменты, определяющие необходимость и целесообразность их изучения, а также выявлены методические трудности, возникающие перед учителем в данном направлении.

Во введении было обозначено, что элементы теории множеств являются основой современного математического образования, играющей ключевую роль в формировании научной картины мира у учащихся. Были сформулированы цели и задачи работы, определён объект и предмет исследования.

Первая глава посвящена теоретическим вопросам. Здесь представлен исторический обзор возникновения и становления теории множеств, определены основные понятия и описаны принципы, лежащие в основе этой дисциплины. Рассмотрены возрастные особенности учащихся 7-9 классов, на основании которых сформированы рекомендации по эффективному введению теории множеств в учебный процесс. Показано, что знание возрастных особенностей существенно влияет на выбор эффективных методов и приемов подачи материала, что особенно важно для поддержания устойчивого интереса учащихся к предмету.

Вторая глава носит практический характер. В ней проведен подробный анализ существующих учебников и учебно-методических пособий по математике для 7-9 классов, касающихся элементов теории множеств. Определены сильные стороны представленных изданий, выявлены недостатки и пробелы, препятствующие полноценному овладению материалом. Особенностью данной части стало рассмотрение теории множеств в контексте изучения статистики и теории вероятностей, где эта дисциплина находит широкое применение. Наконец, представлены собственные методические рекомендации, направленные на улучшение преподавания темы «Элементы теории множеств».

Итоги исследования показывают, что интеграция элементов теории множеств в школьный курс математики необходима и оправдана. Правильно организованный учебный процесс способен значительно повысить уровень математической подготовки учащихся, способствовать глубокому пониманию закономерностей и связей между математическими понятиями. Выработаны четкие рекомендации для педагогов, позволяющие грамотно организовать обучение, учитывая специфику возраста и интересы учащихся.

Подводя итоги, отметим, что выполненные выводы и рекомендации позволят учителям повысить эффективность преподавания математики, внести разнообразие в учебный процесс и сформировать прочные знания и устойчивый интерес к предмету у учащихся 7-9 классов.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

1. Федеральная рабочая программа основного общего образования по математике (базовый уровень). М. : Просвещение, 2023. 106 с.

2. Александрия Г. В., Рабинович Р. М. Математика. 7 класс. СПб. : Дрофа, 2015.

3. Атанасян Л. С. Школа России. Математика. 9 класс / под ред. Л. С. Атанасяна. М. : Просвещение, 2020.

4. Бурмистрова И. В. Математика. 9 класс : учебник для общеобразовательных организаций. М. : Бином. Лаборатория знаний, 2018.

5. Веденяпина Т. И. Возрастные особенности учащихся и их влияние на учебную деятельность // Педагогика. 2021.

6. Величко М. В. Алгебра. 9–11 классы: проектная деятельность учащихся. М., 2008. 123 с.

7. Виноградова Л. В. Методика преподавания алгебры в средней школе: учебное пособие. Рустов-на-Дону: Феникс, 2013. 252 с.

8. Густава С. А., Крельштейн Б. И. Методика преподавания алгебры в восьмилетней школе : учеб. М. : Просвещение, 1965. 744 с.

9. Гельфман Э. Г., Холодная М. А. Психодидактика. Интеллектуальное воспитание учащихся. СПб. : Питер, 2012. 384 с.

10. Глейзер Г. И. История математики в средней школе : пособие для учителей. М. : Просвещение, 1970. 222 с.

11. Голан Е. И. Теория множеств: основы и возможности применения в учебном процессе. М. : Образование, 2013.

12. Головин А. И. Теория множеств: методические рекомендации // Математика в школе. 2020.

13. Горбачев Н. В. Задачи по математике : сборник олимпиадных задач. М. : МЦНМО 2013. 560 с.

14. Данилова Л. В. Сборник задач по математике. М.; 2018. 250 с.

15. Ерёмин С. В. Об обучении теории множеств в условиях реализации ФГОС: проблемы и перспективы // Вестник педагогического института. 2020. № 5(1). С. 42–48.

16. Колмогоров А. Н. Фомин С. В. Элементы теории множеств. М. : Наука, 1976.

17. Колягин Ю. М., Луканкин Г. Л. Основные понятия современного школьного курса математики : пособие для учителей / под ред. А. И. Меркушевича. М. : Просвещение, 1974. 382 с.

18. Костин А. И. Математика. 7–9 классы: задачник и справочник. М. : Эксмо, 2019.

19. Лобычев О. А. Элементы теории множеств в школьном курсе математики. Нижний Новгород : Наука, 2016.

20. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. Алгебра : дополнительные главы к школьному учебнику 8-го класса : учеб.-метод. пособие. М. : Просвещение, 2003. 207 с.

21. Манвелов С. Г. Конструирование современного урока алгебры : книга для учителя. М. : Просвещение, 2014. 175 с.

22. Мордкович А. Г. Беседы с учителями алгебры. М. : Мир и образование, 2013. 336 с.

23. Мордкович А. Г. Николаев Н. П. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразовательных учреждений. М. : Мнемозина, 2012. 239 с.

24. Муравин Г. К. Муравина К. С. Муравина О. В. Алгебра. 7 класс : учебник для общеобразовательных учреждений. М. : Дрофа, 2009. 286 с.

25. Никольский С. М., Потапов М. К., Решетников Н. Н. Алгебра. 8 класс : учебник для общеобразовательных учреждений. М. : Просвещение, 2010. 287 с.

26. Попова А. А. Учебник в руках ученика // Алгебра (приложение к газете «Первое сентября»). 2013. № 5. 156 с.

27. Попова Т. М. Элементы теории множеств : методические указания для студентов, изучающих курс «Дискретная математика» / Т. М. Попова. Хабаровск : ХГТУ, 2002. 15 с.

28. Саранцев Г. И. Сборник упражнений по методике преподавания алгебры в средней школе : учеб. пособие для студентов-заочников III–IV курсов физико-математических факультетов педагогических институтов. М. : Просвещение, 2013. 80 с.

29. Семенов М. В., Морозова М. В. Теория множеств : методические указания. Самара, 2015. 20 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» 10 2024 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Степновой Светланы Станиславовны
(ФИО полностью)

Тема работы Элементы теории множеств в школьном курсе математики

Утверждена приказом по Университету от «25.12» 2024 г. № 1351/0

Срок сдачи студентом законченной работы «24» мая 2025 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1	Изучение основных понятий.	октябрь-ноябрь 2024	Выполнено
2	Анализ Федеральной рабочей программы основного общего образования по математике.	декабрь 2024	Выполнено
3	Изучение литературы по теме работы.	январь-февраль 2024	Выполнено
4	Обзор тематических задач.		Выполнено
5	Подбор и систематизация материала для учебной деятельности.	март 2024	Выполнено
6	Оформление методических указаний.	апрель 2024	Выполнено
7	Оформление работы. Подготовка к защите.	май 2024	Выполнено

Дата выдачи задания «28» 10 2024 г.

Руководитель _____ Монахова О.А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

_____ Степнова С.С.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Степновой Светланы
Станиславовны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Степнова Светлана Станиславовна,
Ф.И.О. студента
студентка 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Элементы теории множеств в школьном курсе математики», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлена с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

Стеф
подпись
24.05.25
дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку 24.05.25
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР Моф Монахова О.А.
подпись И.О.Ф.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему «Элементы теории множеств в школьном курсе математики» студентки 5 курса Степновой Светланы Станиславовны
И.О. Фамилия

направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
профиля «Математика»
Руководитель ВКР Оксана Александровна Монахова
И.О. Фамилия

АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

СПРАВКА

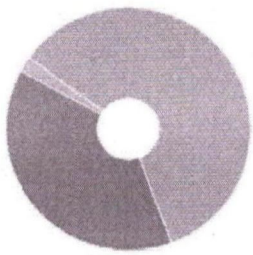
о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Степнова Светлана Станиславовна
Самоцитирование рассчитано для: Степнова Светлана Станиславовна
Название работы: Элементы теории множеств в школьном курсе математики
Тип работы: Не указано
Подразделение:

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 24.05.2025



Совпадения: 38,66%
Оригинальность: 59,58%
Цитирования: 1,76%
Самоцитирования: 0%

«Совпадения», «Цитирования», «Самоцитирования», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

Проверено: 89,4% текста документа, исключено из проверки: 10,6% текста документа. Разделы, отключенные пользователем: Библиография

24.05.2025 — дд.мм.гггг.
подпись
О.А. Монахова — И.О.Ф. руководителя ВКР

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Элементы теории множеств в школьном курсе математики»
студентки Степновой Светланы Станиславовны
факультета физико-математических и естественных наук направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 20ЗФПМ1

Одной из ключевых тем, которая занимает центральное место в школьной математике, является теория множеств. Элементы теории множеств закладывают основы для дальнейшего изучения математики и формируют логическое мышление учащихся.

Целью представленной работы была разработка программы учебной деятельности по теме «Элементы теории множеств» в 7-9 классе.

В ходе работы был проведен исторический обзор развития понятия множество, проанализированы учебные пособия, разработаны методические рекомендации по изучению темы «Элементы теории множеств» в 7-9 классе. В том числе подобран задачный материал и даны методические указания по основным темам, даны методические указания для проведения занятий и внеурочной деятельности.

Работа Степновой С.С. заслуживает оценки «хорошо» и может быть использована в учебном процессе учителем при подготовке обучающихся.

Руководитель ВКР:
Монахова Оксана Александровна,
кафедра «Математическое образование»
Педагогического института
им. В.Г. Белинского, ПГУ, доцент,
доцент, кандидат физико-математических наук _____