МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Методические аспекты изучения иррациональных чисел в рамках учебного курса «Алгебра» на уровне основного общего образования»

Студент 25.05.26 Лосев Алексей Николаевич
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Руководитель 25.05.26 Сорокина М. В.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр - 30.06.26 Журавлева Е. Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 01.06.26 № 10)

И. о. заведующего кафедрой 01.06.26 Паньженский В. И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой хорошо (протокол заседания ГЭК от 08.07.26 № 3)

Секретарь ГЭК - 08.07.26 Журавлева Е. Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ……. 3

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ…….. 6

1.1 Теоретические основы введения понятия иррационального числа. Множество действительных чисел……...…… 6

1.2 Место темы «Иррациональные числа» в школьной программе… 12

1.3 Содержание школьных учебников по теме «Иррациональные числа»..... 21

1.4 Анализ заданий по теме в структуре ОГЭ…….....…… 23

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО ТЕМЕ «ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ»……...… 28

2.1 Технологические карты уроков ……..... 28

2.2 Методические разработки самостоятельных и контрольных работ. 55

ЗАКЛЮЧЕНИЕ…… 60

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ…….....… 62

ПРИЛОЖЕНИЕ……...…… 64

ВВЕДЕНИЕ

Сегодня в России формируется модернизированная система образования, направленная на интеграцию в глобальное образовательное пространство и соответствие международным стандартам. Трансформируются педагогическая парадигма и практика обучения-воспитания. Учебное содержание насыщается компетенциями, информационной культурой, креативными технологиями решения педагогических задач, инновационными цифровыми методами контроля и оценки.

Сегодня отчетливо проявляется проблема недостаточной математической грамотности абитуриентов. Преподаватели алгебры и анализа фиксируют у выпускников школ дефицит элементарных представлений, включая числоведение. У нынешних поступающих в университеты и колледжи слабое понимание генезиса чисел, принципов построения множеств $\mathbb{N}$, $\mathbb{Z}$, $\mathbb{Q}$, $\mathbb{R}$, различий между действительными, рациональными, иррациональными структурами, а также элементарной теории делимости, свойств простых чисел, понятий модуля и абсолютного значения величины.

Осознание категории числа и его характеристик служит базовой аксиоматической основой всех разделов математики. Ключевая трудность состоит в том, что сведения, усвоенные выпускником на этапе школьного обучения, представляют собой разрозненный поверхностный фактологический материал, а совокупность тем программы не трансформируется в целостную инвариантную когнитивную систему и лишена четкой методологической ориентации.

Особые затруднения при формировании целостного представления о концепте числа и иерархии числовых множеств вызывает освоение класса иррациональных чисел. Главной дидактической проблемой, с которой сталкиваются школьники, служит нетипичная, непериодическая внутренняя структура этих чисел. Тогда как рациональные величины выражаются обыкновенными или десятичными дробями с повторяющимся периодом,

иррациональные записи лишены конечного или циклического хвоста, что затрудняет их моделирование, интерпретацию и ментальную визуализацию. Дополнительное препятствие создаёт символический аппарат, включающий радикалы, иррациональные корни, логарифмы и предельные обозначения, воспринимаемый учащимися как абстрактный и трудночитаемый относительно привычных наглядных алгебраических знаков.

Иррациональные числа, такие как $\sqrt{2}$, π и φ, значимо формируют мировоззрение школьника, обогащая его алгебраико-геометрическое понимание континуума числовой оси и общегуманитарную культуру; эти константы утверждают логико-философский, гносеологический взгляд на происхождение и эволюцию математических знаний, образуя фундамент.

Практика показывает, что ученики испытывают трудности с освоением навыков решения иррациональных чисел и ошибки при их нахождении – распространенное явление. Тем не менее, задания данного типа регулярно встречаются во вступительных испытаниях, представляя для многих абитуриентов серьезное препятствие.

Выше изложенное обусловило проблему исследования: обучение школьников изучению иррациональных чисел.

Объектом исследования является процесс обучения алгебре на уровне основного общего образования.

Предметом исследования является процесс изучения иррациональных чисел в рамках учебного курса.

Целью работы является разработка методических аспектов изучения иррациональных чисел в рамках учебного курса «Алгебра» на уровне основного общего образования.

Гипотеза исследования: освоение умения различать основные виды иррациональных чисел, умения применять необходимые приемы и методы их решения позволит учащимся решать иррациональные выражения на сознательной основе, выбирать наиболее рациональный способ решения, применять разные способы решения, в том числе те, которые не рассмотрены в

школьных учебниках.

Для достижения поставленной цели и проверки гипотезы необходимо решить следующие задачи:

– изучить теоретические основы введения понятия иррационального числа, множества действительных чисел;

– рассмотреть место темы «Иррациональные числа» в школьной программе;

– изучить содержание школьных учебников по теме «Иррациональные числа»;

– проанализировать задания по теме в структуре ОГЭ;

– разработать технологические карты уроков;

– методические разработки самостоятельных и контрольных работ.

Методы исследования: изучение и анализ методической, математической, психолого-педагогической и философской литературы; наблюдение, анкетирование, тестирование; анализ контрольных и самостоятельных работ школьников по алгебре; методы математической статистики.

Структура. Работа состоит из введения, двух глав, выводов по главам, заключения, списка литературы и приложений.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 Теоретические основы введения понятия иррационального числа. Множество действительных чисел

На ранних этапах эволюции человеческого сообщества натуральные числа, выявленные в ходе практической деятельности, применялись для элементарного подсчёта объектов, календарных суток, пройденных шагов и т. д. В первобытной среде человеку хватало лишь начальных количественных понятий. Однако по мере культурного прогресса возникла необходимость формировать обширные числовые множества, и этот длительный процесс потребовал напряжённой творческой умственной работы коллективов учёных.

Математики античной Эллады, анализируя задачи огромных количеств, совершили принципиальный переход от конечного множества к потенциальной бесконечности. Дерзкая концепция континуума, опровергавшая космологическое убеждение об ограниченной Вселенной, открыла новому числовому исчислению широкие перспективы, вызвав фундаментальные парадоксы, многие не разрешены по математической логике и теории множеств поныне.

В IV веке до н. э. эллинские математики пифагорейской школы обнаружили несоизмеримые отрезки, чья длина не представлялась ни целым, ни дробным числом рационального ряда, то есть конечной или периодической дробью. Это положило начало понятию иррациональных чисел.

Сегодня такую длину записываем радикалом $\sqrt{\ }$. Типичный пример – диагональ единичного квадрата, являющаяся гипотенузой согласно знаменитой теореме Пифагора.

Мыслители той эпохи причисляли к числам исключительно рациональные величины, отрицая существование иррациональных чисел.

Решением стала геометрическая интерпретация: числом объявлялась длина прямолинейного отрезка на основе эвклидовой парадигмы [12].

Геометрическая интерпретация числовых величин на ранних стадиях развития математической науки оказалась полезной, однако впоследствии породила методические сложности и заметно затормозила эволюцию арифметических операций и алгебраических структур.

Как известно, концепция числа эволюционировала последовательно: сначала возникли целые, затем дробные, позже рациональные величины (как положительные, так и отрицательные) и, в завершение, континуальные действительные реальные структуры (любая конечная либо бесконечная десятичная запись соответствует элементу самого множества действительных чисел).

О наличии иррациональных величин, точнее отрезков, несоизмеримых с единичным эталоном, было известно ещё античным геометрам: они строго доказали несоизмеримость диагонали квадрата со стороной, эквивалентную иррациональности указанного числа.

Понятие иррациональности чисел косвенно осознали древнеиндийские алгебраисты в VII столетии до н. э., когда мудрец Манава (ок. 750 до н. э. – ок. 690 до н. э.) доказал, что радикалы некоторых натуральных величин, например 2 или 61, несоизмеримы и непредставимы как конечная дробь либо целое рациональное уравнение [12].

В 1761 году Ламберт, применив разложение гиперболического тангенса в цепную дробь, доказал, что число π рациональным быть не может и что e^n остаётся иррациональным числом при любом ненулевом рациональном n. Хотя эта аргументация неполна, многие современники сочли её абсолютно убедительной. Лежандр в 1794-м, опираясь на функцию Бесселя-Клиффорда, вывел иррациональность π^2, откуда мгновенно следует иррациональность π, поскольку квадрат рационального числа остаётся рациональным [12].

Аксиоматическая математическая трактовка действительных чисел сформировалась во второй половине XIX века.

Вейерштрасс трактует действительное число через бесконечное десятичное разложение; иррациональное число – как бесконечную непериодическую экспансию, задаваемую сходимыми числовыми последовательностями – точными нижними и верхними приближениями.

Дедекинд вводит понятие действительного числа посредством построения Dedekind-сечения в упорядоченном множестве рациональных чисел. Формулировка теоремы: любое такое сечение в поле r однозначно определяется элементом, являющимся supremum нижнего класса или infimum соответствующего верхнего класса, то есть разделяющего [10].

В упорядоченном множестве рациональных чисел различают три категории Дедикиндовых сечений. При одной конфигурации максимальный элемент принадлежит нижнему классу, при другой минимальный элемент переходит в верхний класс, а при третьей ситуации нижний класс лишён максимума, а верхний класса – минимума. Данная структура несовершенна, полнота отсутствует. Сечения третьего типа идентифицируют крайние иррациональные границы между этими двумя рациональными группами в порядке возрастания [10].

Коши аксиоматически конструирует действительные числа как пределы фундаментальных рациональных последовательностей.

Рациональные числа – это множество $\mathbb{Q}$, включающее натуральные, целые, простые дроби, периодические и также конечные десятичные представления.

Числовое множество рациональных чисел традиционно обозначают символом $\mathbb{Q}$.

Примеры рациональных чисел:

– десятичная дробь 1,15 эквивалентна 115/100;

– десятичная дробь 0,2 равна рациональному 1/5;

– целое число 0 – это 0/1;

– целое число 6 – это 6/1;

– целое число 1 – это 1/1;

– бесконечная периодическая десятичная дробь 0,33333... эквивалентна 1/3;

– смешанное число;

– отрицательная десятичная дробь -3,16 соответствует рационалу -316/100.

Иррациональным принято считать число, представимое бесконечной, непериодической, десятичной, несократимой последовательностью цифр. Классическими примерами служат числа *e*, π, синусы рациональных углов, а также натуральные логарифмы целых положительных неединичных чисел.

Иррациональные числовые значения в строгом математическом анализе невозможно корректно представить как несократимую алгебраическую дробь с целым числителем и натуральным знаменателем. Их десятичная экспансия бесконечна, абсолютно лишена повторяющейся периодической компоненты. Тогда как каждое рациональное число однозначно записывается бесконечной периодической десятичной цепью, полностью эквивалентной обычной дроби.

Иррациональные числа характеризуются множеством фундаментальных математико-теоретических свойств, радикально отделяющих их от чисел рациональных – проанализируем каждое из них.

Эта математическая величина записывается именно через бесконечную непериодическую десятичную дробь.

Бесконечную периодическую десятичную дробь определяют как число, чья десятичная запись содержит повторяющийся период – блок разрядов либо один и тот же символ.

Примеры иррациональных чисел:

π = 3,1415926...

$\sqrt{2}$ = 1,41421356...

e = 2,71828182…

$\sqrt{8}$ = 2.828427...

$-\sqrt{11}$ = -3.31662…

Множество иррациональных чисел представляет собой подмножество

числовой прямой, которое не выражается конечной либо периодической десятичной записью и, следовательно, не сводится к дроби m/n, где m – целое, n – натуральное [13].

Множество иррациональных чисел в теории чисел обозначают прописной латинской литерой «I» жирного начертания без заливки.

Фундаментальные свойства иррациональных чисел:

– их десятичная экспансия является бесконечным непериодическим десятичным развитием: после запятой располагается бесконечно много цифр без циклического паттерна повторяющегося шаблона;

– математическое множество иррациональных чисел обозначают литерой «I»;

– совместно с рациональными числами (множество $\mathbb{Q}$) они формируют совокупность действительных, или вещественных, чисел ($\mathbb{R}$). При этом ни один элемент не принадлежит одновременно $\mathbb{Q}$ и I: $\mathbb{Q} \cap I = \emptyset$.

Примеры иррациональных чисел:

$\sqrt{8}$ – квадратный корень из восьми;

π – отношение длины окружности к её диаметру;

e – основание натурального логарифма;

φ – золотое сечение.

Таким образом: множество иррациональных чисел есть разность множеств вещественных и рациональных чисел.

Свойства иррациональных чисел:

– результат суммы иррационального числа и рационального равен иррациональному числу;

– результат умножения иррационального числа на любое рациональное число ($\neq 0$) равен иррациональному числу;

– результат вычитания двух иррациональных чисел равен иррациональному числу или рациональному;

– результат суммы или произведения двух иррациональных чисел равен

рациональному или иррациональному, например: $\sqrt{2}$ *$\sqrt{8}$ = $\sqrt{16}$ = 4.

Теоретико-множественные свойства:

– множество иррациональных чисел несчетно;

– множество иррациональных чисел плотно расположено на числовой прямой – между любыми двумя числами всегда найдется иррациональное;

– иррациональных чисел значительно больше рациональных.

Общие свойства:

– всякое вещественное число может быть записано в виде бесконечной десятичной дроби, при этом иррациональные числа и только они записываются непериодическими бесконечными десятичными дробями;

– множество иррациональных чисел всюду плотно на числовой прямой: между любыми двумя числами имеется иррациональное число;

– множество иррациональных чисел несчётно, является множеством второй категории [12].

Цепные дроби, тесно связанные с иррациональными числами (цепная дробь, представляющая данное число, бесконечна тогда и только тогда, когда число является иррациональным), были впервые исследованы Катальди в 1613 году, затем снова привлекли к себе внимание в работах Эйлера, а в начале XIX века – в работах Лагранжа. Дирихле также внёс значительный вклад в развитие теории цепных дробей.

Иррациональные числа – это важная часть математики, без которой невозможно точно описать многие явления природы. Они не просто дополняют рациональные числа, а принципиально расширяют возможности для точного описания реальности. Благодаря им числовая прямая становится непрерывной.

Это фундаментальное свойство делает иррациональные числа незаменимыми в самых разных областях. В геометрии они появляются при вычислении гипотенузы прямоугольного треугольника или длины окружности. В физике без них нельзя описать ни колебания маятника, ни движение планет. В природе они проявляются в форме золотого сечения, например раковины моллюсков [13].

Особую роль играют математические константы. Число π необходимо в строительстве, машиностроении, астрономии. Число *e* лежит в основе финансовых расчетов, теории вероятностей, ядерной физики.

Главное преимущество иррациональных чисел – их бесконечная точность. В отличие от обычных дробей, которые дают лишь приближенные значения, иррациональные числа позволяют работать с абсолютно точными величинами. Именно это свойство делает их незаменимыми в научных исследованиях, где важна предельная точность, в инженерных расчетах при проектировании сложных конструкций, в компьютерных технологиях и криптографии.

Таким образом, иррациональные числа – это важнейший инструмент познания мира, позволяющий точно описывать непрерывные процессы и сложные соотношения в природе, технике и науке. От простых школьных задач до передовых научных открытий – везде можно увидеть важную роль иррациональных чисел.

1.2 Место темы «Иррациональные числа» в школьной программе

Термин «иррациональное число» впервые внедрил Штифель в 1544 году, описывая несоизмеримые величины в рамках ранней алгебры. Доказательство иррациональности константы π опубликовал Ламберт в 1766 году. Аксоматическая теория иррациональных чисел сформировалась лишь во второй половине XIX столетия и анализа.

Подобно каждому прогрессу математической науки, продиктованному практическими запросами, иррациональные величины – π, $\sqrt{2}$ и другие – вошли в поле алгебры, геометрии и школьной дидактики, где их методично исследуют учёные и обучающиеся со времён античности.

Федеральная рабочая программа по учебному курсу «Математика» базового уровня (предметная область «Математика и информатика») содержит пояснительную статью, наполнение, ожидаемые алгебраические и

геометрические результаты усвоения курса.

Учебный курс математики для школьников 7–9-х классов спроектирован в соответствии с требованиями ФГОС ООО. В нем учтены ключевые принципы, задачи и приоритеты Концепции развития математического образования РФ.

В федеральной рабочей программе дисциплины «Математика» (базовый уровень) модуль «Действительные числа» охватывает освоение рациональных и иррациональных чисел, их десятичных представлений, операций и свойств, приближённых вычислений, алгоритмов округления, прикидочной оценки результатов.

В школьной программе 8 класса, разделе «Числа и вычисления», изучаются:

- Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, процентные соотношения, бесконечные периодические записи. Арифметические действия над рациональными значениями, алгебраические преобразования числовых выражений. Использование дробей и процентов при решении прикладных задач из разных дисциплин и практики.
- Действительные числа, охватывающие рациональные и иррациональные.
- Арифметические операции над вещественными числами. Приближённые вычисления, алгоритмы округления, экспресс-оценка точности результатов и погрешностей.
- Степень с целочисленным показателем. Научная экспоненциальная нотация действительного числа. Оптимальный выбор числовой записи при прикладных вычислениях, обработке экспериментальных данных и их визуализации.
- Арифметический (радикальный) корень n-й натуральной степени. Операции с этими арифметическими радикалами.
- Тригонометрические синус, косинус, тангенс скалярного аргумента. Обратные арксинус, арккосинус, арктангенс скалярного.

- Алгебраические тождества, эквивалентные преобразования.
- Тригонометрические преобразования выражений, базовые фундаментальные формулы.

В курсе математики 9 класса по разделу «Числа, вычисления» рассматриваются:

- Множество натуральных и целых чисел. Основные критерии делимости.
- Степень с рациональным экспонентом: алгебраические свойства.
- Преобразование выражений.
- Преобразование алгебраических выражений со степенями рационального порядка.

Таблица 1 – Программа 8 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Коли-че-ство часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Множества рациональных и действительных чисел.	14	Множество, операции над множествами. Диаграммы Эйлера–Венна. Рациональные числа. Обыкновенные и десятичные дроби, проценты, бесконечные периодические дроби. Арифметические операции с рациональными числами, преобразования числовых выражений. Применение дробей и процентов для решения прикладных задач из различных отраслей знаний и реальной жизни. Действительные числа. Рациональные и иррациональные числа. Арифметические операции с действительными числами. Тождества и тождественные преобразования.	Использовать теоретико-множественный аппарат для описания хода решения математических задач, а также реальных процессов и явлений, при решении задач из других учебных предметов. Оперировать понятиями: рациональное число, действительное число, обыкновенная дробь, десятичная дробь, проценты. Выполнять арифметические операции с рациональными и действительными числами; приближённые вычисления, используя правила округления. Выполнять преобразования целых и рациональных выражений.

Продолжение таблицы 1

Функции и графики. Степень с целым показателем	6	Функция, способы задания функции. Взаимно обратные функции. График функции. Область определения и множество значений функции. Нули функции. Промежутки знакопостоянства. Чётные и нечётные функции. Степень с целым показателем. Стандартная форма записи действительного числа. Использование подходящей формы записи действительных чисел для решения практических задач и представления данных. Степенная функция с натуральным и целым показателем. Её свойства и график	Оперировать понятиями: функция, способы задания функции, взаимно обратные функции, область определения и множество значений функции, график функции; чётность и нечётность функции, нули функции, промежутки знакопостоянства. Выполнять преобразования степеней с целым показателем. Использовать стандартную форму записи действительного числа. Формулировать и иллюстрировать графически свойства степенной функции. Выражать формулами зависимости между величинами. Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функции и изучения их свойств.
Арифметический корень n–ой степени.	18	Арифметический корень натуральной степени. Действия с арифметическими корнями n –ой степени. Свойства и график корня n -ой степени	Формулировать, записывать в символической форме и иллюстрировать примерами свойства корня n -ой степени. Выполнять преобразования иррациональных выражений. Строить, читать график корня n -ой степени. Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств.
Формулы тригонометрии.	22	Синус, косинус и тангенс числового аргумента. Арксинус, арккосинус и арктангенс числового аргумента. Тригонометрическая окружность, определение тригонометрических функций числового аргумента.Основные тригонометрические формулы. Преобразование тригонометрических выражений.	Оперировать понятиями: синус, косинус и тангенс произвольного угла. Использовать запись произвольного угла через обратные тригонометрические функции. Выполнять преобразования тригонометрических выражений.

Продолжение таблицы 1

Последовательности и прогрессии	5	Последовательности, способы задания последовательностей. Монотонные последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессии. Бесконечно убывающая геометрическая прогрессия. Сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Формула сложных процентов. Использование прогрессии для решения реальных задач прикладного характера	Оперировать понятиями: последовательность, арифметическая и геометрическая прогрессии; бесконечно убывающая геометрическая прогрессия, сумма бесконечно убывающей геометрической прогрессии. Задавать последовательности различными способами. Применять формулу сложных процентов для решения задач из реальной практики (с использованием калькулятора).
Повторение, обобщение, систематизация знаний	3	Основные понятия курса алгебры и начал математического анализа 10 класса, обобщение и систематизация знаний	Применять основные понятия курса алгебры и начал математического анализа для решения задач из реальной жизни и других школьных дисциплин
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ	68		

К завершению освоения курса 8 класса ученик продемонстрирует следующие образовательные достижения:

По теме «Числа и вычисления»:

– оперировать категориями: числа рациональные и действительные, дроби обыкновенные и десятичные, проценты;

– осуществлять арифметико-алгебраические действия с рациональными и вещественными числами;

– проводить аппроксимационные численные расчёты, применяя алгоритмы округления, осуществлять оценку погрешности полученных результатов;

– оперировать фундаментальными понятиями:

– степень с целым показателем,

– стандартная запись действительного числа,

– корня натуральной степени, а также оптимально представлять действительные числа для решения задач и отображения данных.

Пользоваться фундаментальными понятиями синуса, косинуса и тангенса произвольного угла, корректно выражать его через обратные тригонометрические функции:

– оперировать ключевыми: тождество, целое, рациональное, иррациональное выражение;

– осуществлять тригонометрико-алгебраические преобразования выражений.

– осуществлять алгебраические преобразования целых, рациональных, иррациональных выражений;

– формализовать эмпирические процессы средствами алгебры, формировать символические выражения согласно условию задачи, анализировать созданные математические модели посредством алгебраического аппарата.

Программа в курсе математики 9 класса по разделу «Числа, вычисления» представлена в таблице 2.

Таблица 2 – Программа 9 КЛАСС

Наименование раздела (темы) курса	Количество часов	Основное содержание	Основные виды деятельности обучающихся
Степень с рациональным показателем. Показательная функция. Показательные уравнения и неравенства	12	Степень с рациональным показателем. Свойства степени. Преобразование выражений, содержащих рациональные степени. Показательные уравнения и неравенства. Показательная функция, её свойства и график	Формулировать, записывать в символической форме и иллюстрировать примерами свойства степени. Применять свойства степени для преобразования выражений. Формулировать и иллюстрировать графически свойства показательной функции. Решать основные типы показательных уравнений и неравенств. Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств

Продолжение таблицы 2

Натуральные и целые	6	Натуральные и целые числа в задачах из	Оперировать понятиями: натуральное число, целое число. Использовать

числа		реальной жизни. Признаки делимости целых чисел	признаки делимости целых чисел, разложение числа на простые множители для решения задач
Логарифмическая функция. Логарифмические уравнения и неравенства	12	Логарифм числа. Десятичные и натуральные логарифмы. Преобразование выражений, содержащих логарифмы. Логарифмические уравнения и неравенства. Логарифмическая функция, её свойства и график.	Формулировать, записывать в символической форме и иллюстрировать примерами свойства логарифма. Выполнять преобразования выражений, содержащих логарифмы. Формулировать и иллюстрировать графически свойства логарифмической функции. Решать основные типы логарифмических уравнений и неравенств. Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств. Знакомиться с историей развития математики
Тригонометрические функции и их графики.	7	Тригонометрические функции, их свойства и графики.	Оперировать понятием периодическая функция. Строить, анализировать, сравнивать графики тригонометрических функций. Формулировать и иллюстрировать графически свойства тригонометрических функций. Использовать цифровые ресурсы для построения графиков функций и изучения их свойств.
Повторение, обобщение, систематизация знаний	18	Основные понятия курса алгебры, обобщение и систематизация знаний	Решать прикладные задачи из различных областей науки и реальной жизни с помощью основных понятий курса алгебры и начал математического анализа. Выбирать оптимальные способы вычислений. Использовать для решения з
ОБЩЕЕ КОЛИЧЕСТВО ЧАСОВ ПО ПРОГРАММЕ	55		

По завершении освоения программы 9 класса ученик достигнет таких предметных результатов:

По теме «Числа и вычисления»:

– оперировать категориями: натуральные, целые числа, применять

признаки делимости целых чисел, факторизацию числа на простые множители при решении задач;

– оперировать понятием: возведение в степень рациональную;

– исследовать понятия логарифма числа, десятичных и натуральных логарифмов;

– использовать правила степеней при упрощении выражений;

– выполнять алгебраические преобразования;

– осуществлять математическое моделирование процессов средствами алгебры, формировать алгебраические выражения по условию задачи, аналитически исследовать полученные модели алгебраическим аппаратом.

Изучение «Теории иррациональных чисел» направлено на:

– осуществление формирования фундаментальных представлений о множестве чисел, не выражаемых рациональной дробью m/ n, где m целое, n натуральное; любое иррациональное число соответствует бесконечной десятичной записи без повторяющегося периода цифр в её хвосте.

– развитие прикладной математической грамотности – способности идентифицировать количественные и пространственные аспекты явлений в повседневных контекстах и межпредметном обучении, переводить их в символический математический язык и конструировать математические модели.

Далее проанализируем Федеральную основную рабочую учебную программу по дисциплине «Математика» (профильный уровень, область «Математика и информатика») для 8–9 классов.

В системе школьного предмета «Алгебра и начала математического анализа» рассмотрены фундаментальные содержательно-методические направления: «Числа и вычисления», «Функции и графики». Метапредметная линия «Числа и вычисления» завершает развитие умений оперировать множеством действительных чисел, формирование которых стартовало на этапе базового образования.

По завершении обучения в 8-м классе обучающийся освоит следующие

предметные компетенции по ключевым разделам ФГОС-утверждённой программы профильного уровня курса «Алгебра и основы математического анализа»:

По теме «Числа и вычисления»:

– уверенно манипулировать категориями: рациональное число, бесконечная периодическая десятичная дробь, процентное соотношение, иррациональный элемент, множества $\mathbb{Q}$ и $\mathbb{R}$, абсолютная величина реального числа; использовать дроби и проценты, решая прикладные задачи из различных сфер науки и практики;

– использовать аппроксимационные расчёты, стандарты округления, грубую оценку и анализ результата;

– уверенно оперировать понятием: степень с целым индексом-экспонентой, применять научную нотацию реальных чисел при решении прикладных задач и визуализации данных;

– уверенно оперировать термином: n -й арифметический корень степени;

– умело манипулировать понятием степени с рациональным экспонентом;

– манипулировать тригонометрическими функциями: синус, косинус, тангенс, котангенс вещественного аргумента.

К окончанию обучения в 9 классе школьник освоит следующие предметные достижения по ключевым разделам федеральной рабочей программы учебной дисциплины «Алгебра и основы математического анализа»:

По теме «Числа и вычисления»:

– умело оперировать следующими категориями: натуральные и целые числа, их множества; применять критерии делимости целых чисел, вычислять НОД и НОК натуральных чисел, использовать алгоритм Евклида при решении задач;

– уметь применять понятие модульного остатка, представлять натуральные числа в различных позиционных разрядных системах счисления;

– свободно использовать категории: отдельное комплексное число и

совокупность комплексных чисел; задавать их алгебраической, полярно-тригонометрической записью, осуществлять сложение, умножение, возведение в степень и графически отображать на комплексной плоскости.

В рамках среднего общего образования приоритет отводится развитию компетенций рациональных вычислений, включающих применение разнообразных представлений числа, навыки прикидочных оценок, осуществление приближённых вычислений, анализ числовых выражений, использование фундаментальных математических констант. Традиционные для школьников множества натуральных, целых, рациональных и вещественных чисел расширяются множеством комплексных чисел. Внутри каждого из указанных множеств исследуются характерные задачи и операции: целочисленное деление, работа с остатками в $\mathbb{Z}$, свойства рациональных и иррациональных чисел, стандартные арифметические действия, а также извлечение корней натуральной степени в C, исследование алгебраических тождеств и преобразований на данных множествах.

Путём поступательного расширения совокупности числовых множеств и ознакомления с спектром их применения при решении разнообразных задач закрепляется идея целостности математики как дисциплины и её значимости в математическом моделировании реальности, активно применяются методы абстрагирования и конкретизации.

1.3 Содержание школьных учебников по теме «Иррациональные числа»

При изучении любой новой темы в основном курсе школы встает проблема изложения данной темы в школьных учебниках. Пропедевтикой изучения раздела иррациональных чисел в школе является введение понятие иррациональных чисел. Проанализируем в каких классах вводится данное понятие разными авторами учебников.

Теперь проанализируем действующие учебники по алгебре и началам математического анализа для 7–9 классов, чтобы выяснить, как в них

представлены данное понятие.

Данное учебное пособие «Алгебра, 8», авт. А. Г. Мордкович состоит из двух частей: учебника и задачника.

Параграф 11 задачника посвящен иррациональным числам, а параграф 12 – множеству действительных чисел.

В I части данного учебного пособия материал, посвященный иррациональным числам, изложен в параграфе «Иррациональные числа». Параграф начинается с определения иррационального числа. Далее рассматривается определение квадратного корня. Система задач во II части данного учебного пособия достаточно разнообразна.

Таким образом, Мордкович А. Г. в учебнике «Алгебра. 8 класс» вводит понятие иррационального числа, множества действительных чисел.

В учебнике Ю. Н. Макарычева для 7–9-х классов тема «Иррациональные числа» изложена с помощью индуктивного метода. Для введения понятия иррационального числа рассматривается задача измерения длины отрезка: учащиеся осознают, что результатом измерения всегда является бесконечная десятичная дробь, и выясняют, что бесконечная десятичная дробь может оказаться непериодической [3].

Для преподавания темы «Иррациональные числа» в рамках УМК федерального комплекта используется пособие для учителей «Изучение алгебры в 7–9 классах» Ю.Н. Макарычева [13].

В параграфе «Действительные числа» поставлена цель – систематизировать и развить знания о рациональных числах, сформировать начальные представления об иррациональных числах. В пособии указано, что доказательство теоремы о том, что нет рационального числа, квадрат которого равен 2, на первых порах можно опустить, хотя сильных учащихся в принципе следует с ним познакомить.

Дидактические материалы к учебнику, сопровождающие тему «Иррациональные числа», – карточки, тесты и задания для самостоятельной работы.

Алимов Ш. А., Колягин Ю. М. «Алгебра. 8 класс»: параграф 21 посвящен иррациональным и действительным числам. Алимов Ш. А. в учебнике «Алгебра. 9 класс» вводит понятие арифметического корня натуральной степени, а также свойства арифметического корня [4].

Виленкин Н. Я. и др. «Алгебра, 8»: «действительные числа» носит название глава IV, в которой параграф № 1 содержит информацию о действительных числах и измерении величин, а параграф № 2 – о рациональных и иррациональных числах [10].

Макарычев Н. Г. же разделяет понятия квадратного корня и корня n-ой степени. В учебнике «Алгебра. 8 класс» классе вводится понятие арифметического квадратного корня и рассматриваются его свойства [3].

В учебнике «Алгебра. 9 класс» вводятся понятия корня n-ой степени, арифметического корня n-ой степени и рассматриваются свойства арифметического корня n -ой степени [16].

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы: в каждом учебнике рассмотрены основные вопросы изучения иррациональных чисел.

1.4 Анализ заданий по теме в структуре ОГЭ

В заданиях ОГЭ по математике часто встречаются вопросы, связанные с определением типа чисел – рациональные они или иррациональные. Эта тема вызывает затруднения у многих учащихся, поэтому требует особого внимания при подготовке.

Спецификация работы.

1. Назначение работы – оценка достижений обучающимися 9 класса планируемых результатов по математике.

2. Содержание итоговой работы определяется на основе нормативных документов – ФГОС ООО и Рабочей программы учителя.

3. Характеристика структуры и содержания работы

4. Время выполнения работы 90 минут.

5. Дополнительные материалы и оборудование – справочные материалы.

6. Оценка выполнения отдельных заданий и работы в целом.

За выполнение каждого задания ученик получает определенное число баллов: задания 1-10 оценивается в 1 баллов (за каждый верно выполненный пункт), задания 11-12 оцениваются в 2 балла.

Контрольная работа содержит 12 заданий. Она состоит из Части 1, 2.

Правильно выполненная вся работа оценивается в 12 баллов.

Кодификатор проверяемых предметных требований к результатам обучения

Спецификация КИМ ОГЭ по математике для 9 класса, в том числе по модулю «Алгебра».

В спецификации ОГЭ 2025 года говорилось, что работа состоит из двух частей и включает 25 заданий:

Часть 1 содержит 12 заданий с кратким ответом. В ней представлены задания по всем ключевым разделам математики.

Часть 2 включает 6 заданий с развёрнутым ответом. Они направлены на проверку владения материалом на повышенном и высоком уровнях [15].

Проверяемые требования к математической подготовке в модуле «Алгебра»:

– умение выполнять вычисления и преобразования;

– описывать с помощью функций различные реальные зависимости между величинами;

– умение решать несложные практические расчётные задачи, в том числе связанные с отношением, пропорциональностью величин, дробями, процентами;

– умение решать элементарные задачи, связанные с числовыми последовательностями;

– умение выполнять преобразования и вычисления алгебраических выражений;

– умение решать неравенства и их системы.

Уровни сложности заданий обозначаются буквами: Б – базовый, П – повышенный, В – высокий.

В ОГЭ не содержатся задания на решение иррациональных уравнений, так как в ОГЭ проверяются умения учеников работать с иррациональными числами, умения упрощать выражение содержащее иррациональное число или находить значение иррационального выражения, на множество иррациональных чисел. Действия с иррациональными числами.

По теме «Иррациональные числа» существуют задачи, связанные со сравнением чисел, представлением иррациональных чисел в виде десятичных дробей.

Для решения задач необходимо уметь определять тип числа, анализировать квадратные корни, десятичные дроби и числа в виде выражений. Также важно знать свойства квадратных корней и то, что если n – натуральное число и не является полным квадратом, то $\sqrt{n}$ – иррациональное число.

Представим основные задачи по теме «Иррациональных чисел», используемые в заданиях ОГЭ.

Задание 1. Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $\sqrt{72}+\sqrt{8}$ 1) $4\sqrt{5}$; 2) 8; 3) $8\sqrt{2}$; 4) $20\sqrt{2}$.

2. $\sqrt{54}-\sqrt{6}$ 1) $8\sqrt{6}$; 2)3; 3) $4\sqrt{3}$; 4) $2\sqrt{6}$.

Задание 2. Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $\frac{\sqrt{432}}{12}$ 1) 3; 2) $12\sqrt{3}$; 3) $\sqrt{3}$; 4) 18.

2. $\frac{\sqrt{726}}{11}$ 1) 33; 2) $11\sqrt{6}$; 3) $\sqrt{66}$; 4) $\sqrt{6}$.

Задание 3. Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $\frac{\sqrt{200}}{\sqrt{16}}$ 1) 5; 2) $25\sqrt{8}$; 3) $5\sqrt{8}$; 4) 40.

2. $\sqrt{45*27}*\sqrt{60}$ 1) 270; 2) $270\sqrt{5}$; 3) $270\sqrt{3}$; 4) $270\sqrt{2}$.

Задание 4. Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $\frac{(3\sqrt{6})\,2}{18}$ 1) 1; 2) 3; 3) 6; 4) 18.

Задание 5. Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $\frac{15}{(3\sqrt{5})\,2}$ 1) 1; 2) $\frac{1}{5}$; 3) $\frac{1}{3}$; 4) $\frac{1}{15}$.

2. $\frac{35}{(7\sqrt{11})\,2}$ 1) $\frac{35}{15}$; 2) $\frac{1}{14}$; 3) $\frac{5}{7}$; 4) $\frac{5}{77}$.

Задание 6. Найдите значение выражения. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $(\sqrt{164})^4$ 1) 256; 2) 4096; 3) 16; 4) $\frac{1}{256}$.

2. $(\sqrt{4})^6$ 1) $\frac{1}{64}$; 2) 1024; 3) 64; 4) 256.

Задание 7. Значение какого из выражений является числом рациональным? В ответе укажите номер правильного варианта.

1) $3\frac{(\sqrt{3})}{2}$; 2) $3\sqrt{26}$; 3) $\sqrt{12} * \sqrt{3}$; 4) $\frac{\sqrt{3}}{\sqrt{18}}$.

Задание 8. Представьте выражение в виде степени. В ответе укажите номер правильного варианта.

1. $((m^{-2})^{-4})*m^{-10}$ 1) m^{-2}; 2) m^{17}; 3) m^3; 4) m^{22}

Задание 9. На рулоне обоев имеется надпись, гарантирующая, что длина полотна обоев находится в пределах 10 ± 0,05 м. Какую длину не может иметь полотно при этом условии? В ответе укажите номер правильного варианта.

1) 10,61; 2) 9,98; 3) 9,97; 4) 10,08.

Задание 10. Сравните числа и выберите верный вариант ответа:

1. $\sqrt{24} + \sqrt{26}$ и 10

1) $\sqrt{24} + \sqrt{26} < 10$;

2) $\sqrt{24} + \sqrt{26} = 10$;

2. $\sqrt{5} + \sqrt{13}$ и $2+\sqrt{14}$

1) $\sqrt{5} + \sqrt{13} = 2+\sqrt{14}$;

2) $\sqrt{5} + \sqrt{13} > 2+\sqrt{14}$;

3) $\sqrt{24} + \sqrt{26} > 10$. 3) $\sqrt{5} + \sqrt{13} < 2 + \sqrt{14}$.

Задание 11. Какое из следующих чисел является наименьшим?

1) $(1{,}8 \cdot 10^{-3})$; 2) $(4{,}7 \cdot 10^{-4})$; 3) $(2{,}9 \cdot 10^{-5})$; 4) $(9{,}5 \cdot 10^{-3})$.

Задание 12. Какое из следующих чисел является наибольшим?

1) $(4{,}9 \cdot 10^{-10})$; 2) $(1{,}9 \cdot 10^{20})$; 3) $(9{,}2 \cdot 10^{-20})$; 4) $(0{,}8 \cdot 10^{10})$.

Задание 13. В лабораторию купили электронный микроскоп, который даёт возможность различать объекты размером до $2 \cdot 10^{6}$ см. Выразите эту величину в миллиметрах:

1) 0,002; 2) 0,0002; 3) 0,00002; 4) 0,000002.

Итоговая аттестация учащихся 9 класса по математике проводится в форме тестирования по принципу основного государственного экзамена.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РАЗРАБОТКИ ПО ТЕМЕ: «ИРРАЦИОНАЛЬНЫЕ ЧИСЛА И ДЕЙСТВИЯ НАД НИМИ»

2.1 Технологические карты уроков

Урок алгебры в 8 классе.

Тема урока: **«Иррациональные числа» .**

Цель урока: изучить множества иррациональных и действительных чисел; формировать умение различать различные множества чисел и сравнивать действительные числа.

Задачи:

Обучающие: расширение понятийной базы по теме множества иррациональных и действительных чисел, отработка навыков работы с числами.

Развивающие: развивать логическое мышление, умение анализировать, обобщать, делать выводы, умение работать в должном темпе.

Воспитывающие: воспитывать самоконтроль, ответственность, самостоятельность при выполнении действий и оформлении результатов.

Тип урока: изучение нового материала.

Формы работы учащихся: индивидуальная, фронтальная.

Планируемые результаты урока: знает множество натуральных чисел; знает множество целых чисел; знает множество рациональных чисел; умеет представлять обыкновенную дробь в виде десятичной; знает множество действительных чисел.

Применяемые формы деятельности*:* фронтальная, индивидуальная, парная.

Методы обучения*:* частично-поисковый, самопроверка, взаимопроверка.

Оборудование: ПК учителя, интерактивная доска, мультимедийный проектор.

Этап урока	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Способы организации деятельности
1. Организационный этап.	Приветствует учащихся, отмечает отсутствующих, проверяет готовность к уроку. Какую дверь нам предстоит открыть сегодня? О чем мы говорили на прошлом уроке? Как вы думаете, все ли мы узнали о действительных числах? Как вы думаете, чем мы будем заниматься сегодня? Мы сегодня побываем в удивительном царстве чисел и наведем там математический порядок. Что вы знаете о множестве натуральных чисел? При сложении и умножении натуральных чисел всегда получаются натуральные числа. Однако разность и частное натуральных чисел не всегда являются натуральными числами. Решите следующие задачи: Одно число в два раза больше другого. Если большее из этих чисел умножить на два, а меньшее умножить на четыре, то их сумма будет равна 48. Найдите эти числа. Меньшее из них покажет вам, сколько минут жизни забирает одна сигарета. Дополним множество натуральных чисел, нулем и отрицательными числами (т. е. числами противоположными натуральным). Мы получим множество	Приветствуют учителя, проверяют свою готовность к уроку. Повторяют действия с целыми числами. Решают задачи.	Фронтальная работа

	целых чисел. Надо заметить, что при сложении, вычитании, умножении целых чисел, всегда образуются целые числа. Однако частное двух целых чисел, не обязательно будет целым числом. Исследователи установили, что до 15 % рабочего времени уходит на курение. Рабочий день длится 8 ч. Сколько рабочего времени теряется из-за курения? (1,2ч.)		
2. Актуализация знаний.	Вспомним, что такое периодическая дробь. Это бесконечная десятичная	Ученики просматривают тетрадь, отвечают на вопросы.	Фронтальная работа

	дробь, у которой начиная с некоторого десятичного знака повторяется одна и та же цифра или несколько цифр – период дроби. Например, 0,3333…= 0,(3); 1,057373…=1,05(73). Читаются эти дроби так : «0 целых и 3 в периоде», «1 целая, 5 сотых и 73 в периоде». *Справедливо и обратное утверждение: каждая бесконечная периодическая десятичная дробь является рациональным числом, так как может быть представлена в виде дроби , где m – целое число, ℕ – натуральное число.		
3. Проверка домашнего задания.	Проверка домашнего задания: 1. Представьте в виде: а) десятичной дроби: $\frac{38}{11}$= б) обыкновенной дроби: 1,(3) =...; 0,3(17) =... 2. Прочитайте дроби: 0,(5); 3,(24); 15,2(57); -3,51(3). 3. округлите данные числа: 3,45; 10,59; 23,263; 0,892 а) до единиц; б) до десятых.	Отвечают на вопросы.	Фронтальная работа
4. Изучение нового материала.	Организует беседу (теоретический материал темы «Иррациональные числа»		Фронтальная работа

	Объяснение проводится в несколько этапов. *Иррациональным числом* называется бесконечная десятичная непериодическая дробь. Рациональные и иррациональные числа объединились в новое множество – множество действительных чисел (ℝ), которое в отличии от множества рациональных чисел оказалось непрерывным. Показать это на числовой прямой. Немного истории. Математики Древней Греции более двадцати веков тому назад пришли к выводу, что нет ни целого, ни дробного числа, выражающего диагональ квадрата со стороной 1. Это вызвало кризис в математической науке: диагональ у квадрата есть, а длины у неё нет! Математики нашли выход из этой ситуации: раз имеющегося запаса чисел – целых и дробных – не хватает для выражения длин отрезков, значит, нужны какие-то новые числа. Так появились иррациональные числа. Число «π» – это отношение длины окружности к ее диаметру, $\pi = 3{,}14159\ldots$ Действительные числа – это все возможные числа, которые можно расположить на числовой прямой. Они включают в себя: рациональные числа – целые числа, дроби, периодические десятичные дроби;	Принимают участие в беседе, записывают краткий конспект в тетради.	

	иррациональные числа – непериодические бесконечные десятичные дроби. Главное свойство действительных чисел – непрерывность: между любыми двумя числами на числовой прямой всегда найдется бесконечно много других действительных чисел. Теперь, когда мы разобрали теорию, применим её на практике. Эти задачи помогут закрепить понимание действительных чисел и их свойств. *Задача 1.* Какие из чисел являются действительными? а) -5; б) π; в) $\frac{2}{3}$; г) $e + 3$. Решение и ответ к задаче 1: а) -5 – целое число; б) π– иррациональное число; в) $\frac{2}{3}$ – рациональное число; г) $e + 3$ – иррациональное число. Все перечисленные числа действительные. Ответ: а), б), в), г). *Задача 2.* Какие из следующих чисел являются иррациональными? а) $\frac{2}{3}$; б) 0,333; в) $\frac{7}{8}$; г) $\pi + 1$. Решение и ответ к задаче 2: а) $\frac{2}{3}$– это рациональное; б) 0,333 – рациональное число;	Выполняют задания.	

	в) $\frac{7}{8}$ – обыкновенная дробь (отношение целых чисел), значит, рациональное; г) $\pi + 1 - \pi$ иррационально, прибавление 1 не меняет иррациональность (иначе $\pi = (\pi+1) - 1$ было бы рациональным). Значит, $\pi + 1$ – иррациональное. Ответ: иррациональным является $\pi + 1$ (вариант г). *Задача 3.* Расположите числа в порядке возрастания: -1,5; 0; $\frac{3}{2}$; π. -1,5; 0; $\frac{3}{2} = 1,5$; $\pi \approx 3,14\ldots$ Ответ: -1,5; 0; $\frac{3}{2}$; π. *Задача 4.* Приведите пример: а) отрицательного рационального числа; б) положительного иррационального числа; в) целого числа, не являющегося натуральным. Возможные варианты: а) $-\frac{3}{4}$; -7; -0,(45); б) π; 3π; в) 0; -5; -12.		

	Ответ: а) $-\frac{3}{4}$; -7; -0,(45): б) π; 3π:; в) 0; -5; -12.		
5. Закрепление нового материала.	Все задания, которые будут выполнять учащиеся на этом уроке, можно разбить на две группы. В первую группу войдут устные задания на определение принадлежности чисел различным числовым множествам, во второй группе будут задания на сравнение действительных чисел. 1-ая группа. 1. Даны числа: 9; 0; $-\frac{3}{4}$; –6(3); 7,020020002…; 1,24(53); 345; π; –7; $\frac{3}{8}$. а) разделить их на две группы: рациональные и иррациональные; б) заполнить таблицу: <table><tr><td>Натуральные числа</td><td>Целые числа</td><td>Рациональные числа</td><td>Иррациональные числа</td></tr><tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr></table> 2-ая группа. Сравнить числа: 1. -5,7 и 0,334; 2. 5,(7) и 5, 773; 3. 4,8 и π.	Выполняют задания.	Фронтальная работа

6. Контроль и коррекция знаний.	Вы убедили меня в том, что вы хорошо усвоили многообразие числовых множеств. Пришло время проверить насколько хорошо! Тест по проверке знаний. 1. Какое из чисел является целым? А) 4,3; Б) 0,33; В) -12; Г) 13,7. 2. Какое из чисел являются иррациональным? А) 1,34; Б) 3,4(85); В) 5,1011011101111…; Г) 1560. 3. Какое из чисел является натуральным? А) -17; Б) 2,56; В) 0; Г) 18. 4. Действительные числа обозначаются буквой: А) $\mathbb{Z}$; Б) $\mathbb{Q}$; В) $\mathbb{R}$; Г) $\mathbb{N}$. 5. Рациональные числа обозначаются буквой: А) $\mathbb{Z}$; Б) $\mathbb{Q}$; В) $\mathbb{R}$; Г) $\mathbb{N}$.	Выполняют на специальных бланках, затем меняются работами и проверяют друг у друга, используя критерий.	Индивидуальная работа

7. Итоги урока, рефлексия.	Вопросы учащимся: Какие числа называются рациональными? Какие числа называются иррациональными? Из каких чисел состоит множество действительных чисел?		Фронтальная работа
8. Домашнее задание.	№278, №281 (б, г, е), №282.	Записывают домашнее задание.	

Урок алгебры в 8 классе

Тема урока: **«Арифметический квадратный корень»**

Цель урока:

– повторить понятия иррационального, рационального чисел;

– формировать умение применять свойства квадратного корня;

– научить находить приближенные значения корней;

– познакомить с четырехзначными математическими таблицами.

Задачи:

Обучающие:

1. Расширение понятийной базы по теме понятие иррационального числа, отработка работы с числами.

2. Повторить понятия иррационального, рационального чисел.

3. Познакомить учащихся с историей возникновения знака квадратного корня.

4. Повторить свойства квадратных корней.

Развивающие:

1. Развивать логическое мышление, умение анализировать, обобщать, делать выводы, умение работать в должном темпе.

2. Формировать умение устанавливать аналогии, сравнивать, контролировать, анализировать, делать выводы.

3. Формировать умение преобразовывать выражения, содержащие квадратные корни.

4. Формировать умение осуществлять поиск информации.

5. Формировать умение ориентироваться в содержании текста, отвечать на вопросы, используя явно заданную в тексте информацию.

Воспитывающие: воспитывать самоконтроль, ответственность, самостоятельность при выполнении действий и оформлении результатов.

Тип урока: изучение нового материала.

Формы работы учащихся: индивидуальная, фронтальная.

Планируемые результаты урока:

<table>
<tr><td rowspan="4">Предметные:
1.Знать: понятие иррационального числа, действительного числа.
2.Уметь: находить приближенные значения корней с помощью микрокалькулятора.</td><td>Метапредметные:</td><td rowspan="4">Личностные:
формировать умение формулировать собственное мнение</td></tr>
<tr><td>познавательные – понимать позицию другого человека</td></tr>
<tr><td>регулятивные – контролировать процесс деятельности, вносить коррективы</td></tr>
<tr><td>коммуникативные – строить высказывания</td></tr>
</table>

Формы деятельности: фронтальная, индивидуальная, парная.

Методы обучения: частично-поисковый, самопроверка, взаимопроверка.

Необходимое техническое оборудование: ПК учителя, интерактивная доска, мультимедийный проектор.

<table>
<tr><th>Этап урока</th><th>Деятельность учителя</th><th>Деятельность учащихся</th><th>Способы организации деятельности</th></tr>
<tr><td>1. Организационный этап.</td><td>Приветствует учащихся, отмечает отсутствующих, проверяет готовность к уроку.</td><td>Приветствуют учителя, проверяют свою готовность к уроку.</td><td></td></tr>
<tr><td>2. Проверка домашнего задания.</td><td>Разбор наиболее трудных заданий на доске.</td><td>Ученики просматривают тетрадь и анализируют свои ошибки.</td><td>Фронтальная работа</td></tr>
<tr><td>3. Актуализация знаний.</td><td>Какие числа вы знаете?
В чем отличие рациональных от иррациональных чисел?
Приведите примеры иррациональных и рациональных чисел.

1. Определите, к какому множеству принадлежит каждое из чисел:

-7; 19,(3); –5,7; 235; -90; -1.

2. Даны числа:

9; 0; -6(3); 7,020020002…; 1,24(53); 345; π; -7 .

Заполнить таблицу:
<table>
<tr><th>Натуральные числа</th><th>Целые числа</th><th>Рациональные числа</th><th>Иррациональные числа</th></tr>
<tr><td></td><td></td><td></td><td></td></tr>
</table>
</td><td>Отвечают на вопросы.

Выполняют задания.</td><td>Фронтальная работа</td></tr>
</table>

4. Изучение нового материала.	1. Сообщение темы и целей урока. 2. Объяснение учителя. Сегодня на уроке мы с вами совершим путешествие в одну таинственную страну под названием Корнеляндия, где вы узнаете историю открытия квадратного корня и его обозначения, повторите свойства квадратных корней и действий с ними. Начну я наш урок со следующей цитаты Аристотеля:‘’Пифагорейцы были первыми, кто, занявшись математическими науками, продвинул их вперёд; воспитавшись на них, пифагорейцы стали считать их началами всех вещей’’. Вследствие того, что пифагорейцы придавали числу такое огромное значение, в школе уделялось много внимания изучению чисел, то есть было положено начало теории чисел. Изучая свойства чисел, пифагорейцы первые обратили внимание на законы их делимости. Они разбили все числа на четные и нечетные и, что очень важно, на простые и составные. Пифагорейцы называли составные числа, представимые в виде произведения двух сомножителей, "плоскими числами" и изображали их в виде прямоугольников, а составные числа, представимые в виде произведения трех сомножителей, – "телесными числами" и изображали их в виде параллелепипедов. Вопрос для всех, что же такое квадратный корень? *Задание* распределить числа:	Принимают участие в беседе, записывают краткий конспект в тетради.	Фронтальная работа

	1 группа учеников выбирает натуральные числа, 2 – целые, 3 – рациональные, 4 – иррациональные. Числа записаны на доске: 2; -8; $\sqrt{45}$-2$\sqrt{5}$; ($\sqrt{24}$-$\sqrt{2}$)($\sqrt{24}$+$\sqrt{2}$); 3,3; π; $\sqrt{2}$; 16; -17,9; 100; $\sqrt{6}$; $\sqrt{24}$; -0,001; $\sqrt{10}$; $\sqrt{9}$; $(\sqrt{8})^2$; $\sqrt{-100}$; $(3\sqrt{2})^2$. Как определить является ли число рациональным? Как определить является ли число иррациональным? Слово «корень» пришло в математику от арабов. Они представляли себе квадрат числа вырастающим из корня – как растение, – и поэтому называли корнями такие числа. Начиная с 13 века итальянские и другие европейские математики обозначали корень словом radix (корень), а затем сокращенно r, рядом с ней ставилась первая буква латинского слов ‘’квадратный’’ (q), ‘’кубический’’(c). Вместо ‘’+’’ и ‘’ -’’ писали p и m. В 15 веке писали $r^2 12$ вместо $\sqrt{12}$. В 1525 г. появилось обозначение V для квадратного корня, которое вскоре вытеснило знак $\mathbb{R}$, при этом над подкоренным выражением ставилась горизонтальная	Отвечают на вопросы, выполняют задание	

	черта. Современное обозначение корня впервые появилось в книге Рене Декарта “Геометрия”, изданной в 1637 году, где он ввёл горизонтальную черту над выражением под радикалом, но только спустя 100 лет он вошёл во всеобщее употребление. В курсе высшей математики доказывается, что из любого неотрицательного числа можно извлечь квадратный корень.Иррациональные числа получаются не только при извлечении корней. Какие числа называются иррациональными? (чтение ответа из учебника). На практике для нахождения приближенных значений корней с требуемой точностью используются таблицы, микрокалькуляторы и другие вычислительные средства. Знакомство с четырехзначными математическими таблицами Для тех, кто интересуется более подробно познакомиться с нахождением квадратных корней с помощью таблицы может почитать пояснения к таблице.		

5. Закрепление нового материала.	Прежде, чем уехать из города истории, вам надо пройти небольшое испытание и доказать, что вы готовы покинуть данный город. Вычислите: 1)$\sqrt{16}$; 2)$\sqrt{25}$ -9; 3)$\sqrt{3^2 + 4^2}$; 4)$\sqrt{0{,}36}$; 5) 7 -$\sqrt{64}$; 6) 3.7 +$\sqrt{\frac{4}{100}}$; 7) 4.$\sqrt{0{,}01}$; 8)$\sqrt{\frac{4}{25}}$ +2; 9) $\sqrt{0{,}25}$; 10) $\frac{1}{3}\sqrt{81}$; 11)$\sqrt{3\frac{1}{16}}$; 12)$\sqrt{0{,}0016} - \sqrt{0.0004}$.	Выполняют задания.	Фронтальная работа

6. Контроль и коррекция знаний.	**Самостоятельная работа.** Вариант 1. 1.Найдите значение выражения: а)$\sqrt{144 * 49}$; б)$\frac{\sqrt{121}}{\sqrt{225}}$; в)$\sqrt{2}*\sqrt{32}$; г)$\frac{\sqrt{432}}{\sqrt{27}}$; д)$\sqrt{\frac{48}{147}}$; е)$\sqrt{13\frac{1}{2}}* \sqrt{12}$; з)$\sqrt{113^2 - 111^2}$; и)$\sqrt{2^8} *\sqrt{3^4}$. 2.Упростите выражение: а)$\sqrt{36x^4y^6}$; б)$\sqrt{0{,}16x^{12}}$. 3.Сравните значения выражений: а)$\sqrt{27}$ и $4\sqrt{3}$; в) $4\sqrt{5}$ и $5\sqrt{4}$;	Выполняют задания.	Индивидуальная работа

б) $3\sqrt{2}$ и $2\sqrt{3}$; г)$\frac{1}{2}\sqrt{8}$ и $\frac{1}{3}\sqrt{27}$.

4.Внесите положительный множитель под знак корня:

а) $3\sqrt{5}$; б) $-4\sqrt{a}$.

5.Вынесите множитель из-под знака корня:

а)$\sqrt{72}$; б)$0{,}01\sqrt{800}$;

в)$\sqrt{3y^2}$; г)$\sqrt{y^5}$.

Вариант 2.

1.Найдите значение выражения:

а)$\sqrt{121 * 36}$; б)$\sqrt{\frac{81}{256}}$;

в) $\sqrt{\frac{147}{27}}$; г)$\frac{\sqrt{363}}{\sqrt{12}}$;

д)$\sqrt{\frac{147}{27}}$; е)$\sqrt{3^6 2^4}$;

ж) $\sqrt{15\frac{1}{24}} * \sqrt{6}$; з) $\sqrt{98,5^2 - 97,5^2}$.

2.Упростите выражение:

а) $\sqrt{25x^8y^4}$; б) $\sqrt{\frac{4}{36}}c^4y^2$.

3.Сравните значения выражений:

а) $\sqrt{15}$ и $2\sqrt{3}$; в) $4\sqrt{3}$ и $3\sqrt{4}$;

б) $3\sqrt{3}$ и $5\sqrt{3}$; г) $\frac{1}{2}\sqrt{20}$ и $\frac{1}{3}.\sqrt{54}$.

4.Внесите положительный множитель под знак корня:

а) $3\sqrt{6}$; б) $-2\sqrt{a}$.

2.Вынесите множитель из-под знака корня:

а) $\sqrt{27}$; б) $0{,}01\sqrt{200}$;

в) $\sqrt{5y^2}$; г) $\sqrt{y^7}$.

7. Итоги урока, рефлексия.	Вопросы учащимся: -Какие числа иррациональными? – Дайте определение арифметического квадратного корня.	Отвечают на вопросы.	Фронтальная работа
8. Домашнее задание.	п.21, №322(2,4,6), №323, дополнительное задание (карточки).	Записывают домашнее задание.	

Урок алгебры в 9 классе

Тема урока**: «Иррациональные и действительные числа, бесконечная периодическая десятичная дробь».**

Цель урока: определение качества усвоения учащимися программного материала, диагностирование и корректирование их знаний и умений.

Задачи:

Образовательные:

– рассмотреть натуральные числа и целые;

– рассмотреть рациональные числа;

– рассмотреть иррациональные числа;

– ввести понятие конечной и бесконечной десятичной дроби;

– дать определение бесконечной периодической десятичной дроби;

– сформировать умение переводить обыкновенную дробь в десятичную;

– сформировать умение переводить бесконечную периодическую дробь в обыкновенную;

– сформировать желание самостоятельно изучать материал.

Развивающие:

– формировать у учащихся способность к рефлексии (фиксирование собственных затруднений в деятельности, выявление причин);

– развивать логическое мышление, инициативу, находчивость, активность при решении задач.

Воспитательные:

– воспитывать положительное отношение к приобретению новых знаний;

– воспитывать ответственность за свои действия и поступки;

– вызвать заинтересованность новым для учащихся подходом изучения математики.

Планируемый результат: ученик знает определение бесконечной периодической десятичной дроби, знает множество натуральных чисел, знает множество целых чисел, знает множество рациональных чисел, умеет представлять обыкновенную дробь в виде десятичной, умеет представлять

бесконечную периодическую дробь в виде обыкновенной дроби, знает множество действительных чисел.

Тип урока: урок контроля знаний и умений.

Форма организации познавательной деятельности: фронтальная, парная, индивидуальная, групповая.

Средства обучения: мультимедийное оборудование (проектор, компьютер, экран), лист учета знаний, тестовые теоретические задания, карточки-задания для самостоятельной работы, критерии оценки, Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, Ю. В. Сидоров и др. 2014 [6].

Этап	Деятельность учителя	Деятельность ученика	УУД
1. Постановка цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности учащихся.	Приветствие. Проверка готовности к уроку. Организация внимания учащихся к уроку и обеспечение благоприятного настроя:”математику нельзя изучать, наблюдая, как это делает сосед, поэтому будем сегодня не наблюдать, а работать, в основном, самостоятельно”. Обобщим и приведем в систему изученное по теме: «Множества чисел». Ваша задача – показать свои знания и умения. Определить, где вы испытываете затруднения и как ликвидировать пробелы, а в конце урока сформулировать общую тему наших занятий. На столе у учащихся лежат листы учета знаний, в которых указаны 3 этапа проверки (Приложение 1). Напротив каждого этапа учащиеся будут ставить либо сами себе, либо соседу по парте полученную отметку. Итоговая отметка есть результат сложения отметок, поделенный на 3.	Приветствуют учителя, организуют свое рабочее место, демонстрирует свою готовность к уроку, включаются в ритм урока. Учащиеся заполняют лист учета знаний в течение урока.	Целеполагание. Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками.
2. Актуализация знаний.	Работа с тестом в группах малого состава: «Верно– неверно», карточки –задания по вариантам (Приложение 2).	Ученики получают карточки с высказываниями, отмечают верные предложения и записывают в тетрадь номера верных высказываний. Далее проверка в группе по эталону.	Осознанное построение речевого высказывания, фиксирование индивидуальног о затруднения. Выражение своих мыслей с достаточной

			полнотой и точностью.
3. Выявление знаний, умений и навыков, проверка уровня сформированности у учащихся общеучебных умений.	Математический диктант с последующей проверкой (Приложение 3). 1. Учащиеся слушают задания и записывают на символическом языке математики утверждения (диктант-Приложение 3, проверка на доске) 2. Проверка: работа в парах. 3. Фронтальная работа в тетрадях и у доски. Физкульт-минутка. Закройте глаза и сделайте медленные вращения головой влево и вправо. Вытяните руки вперед и несколько раз сожмите в кулак и разожмите кисти рук. Бесконечную периодическую десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной дроби с помощью определённого алгоритма. Периодические дроби бывают двух видов: чистые (период	Учащиеся выполняют предложенные задания, проводят взаимопроверку работ в парах по эталону, заполняют лист учета знаний. Учащиеся выполняют предложенные задания. Учитель проверяет, формирует систему знаний по теме урока. Комментирование, выполнение заданий: запись обыкновенной дроби в виде конечной десятичной дроби, бесконечной десятичной дроби	Умение конкретизировать информацию, обобщать, анализировать. Умение работать в паре, оценивать работу партнера. Умение записывать число в виде десятичной дроби и наоборот, представлять бесконечную

	начинается сразу после запятой) и смешанные (между запятой и периодом есть не повторяющиеся цифры). Чистая периодическая дробь – это дробь, в которой период начинается сразу после запятой. Алгоритм перевода: 1. Обозначить дробь буквой x, то есть x = 0,(31) (например). 2. Умножить обе части равенства на такую степень десяти, показатель которой равен количеству цифр в периоде. В данном случае – на 10^2 (так как в периоде две цифры): 100x = 31, (31). 3. Вычесть из полученного уравнения исходное: 100x – x = 31, (31) – 0,(31). 4. Решить уравнение: 99x = 31, откуда x = 31/99.	Запись бесконечной десятичной периодической дроби в виде обыкновенной.	десятичную периодическую дробь в виде обыкновенной.
4. Динамическая пауза.	**Самостоятельная работа.** Первичная рефлексия знаний. Работа выполняется на 4 варианта. (Приложение 4).	Выполняют рекомендации учителя. Учащиеся выполняют предложенные задания. Через 10 минут учащиеся выполняют самопроверку и, пользуясь критериями, сами выставляют себе отметку.	Умение работать в коллективе. Построение цепочки рассуждений. Оценка результата деятельности.

5. Подведение итогов. Рефлексия.	1.Учитель просит учащихся вычислить итоговую отметку и внести её в лист учета знаний. 2.Контроль за работой учащихся в тетрадях (сбор тетрадей и листов учета знаний). 3.Учитель предлагает ребятам подвести итог и сформулировать тему урока сегодня (слайд) и предлагает продолжить работу над этой темой на следующих занятиях. 4.Учитель просит учащихся оценить свою работу в ходе урока.	Выполняют требования учителя.	Соотносят поставленную цель и полученный результат деятельности. Оценивают результат собственной деятельности.
6. Домашнее задание.	Учитель предлагает учащимся, допустившим в самостоятельной работе ошибки, выполнить работу над ошибками. Домашнее задание: с. 6 №3(6), 4(2), 5(2). Творческое задание: проект по теме «Алгоритм перевода бесконечной периодической десятичной дроби в обыкновенную».	Объясняет домашнее задание.	Записывают домашнее задание.

2.2 Методические разработки самостоятельных и контрольных работ

Для того, чтобы определить уровень знаний учащихся в 8 классе по теме «Иррациональные и действительные числа» были разработаны самостоятельные и контрольные работы.

Ниже приведена подборка упражнений на повторение свойств рациональных и иррациональных чисел, а также упражнений, которые отвечают на вопрос, всегда ли сумма, разность, произведение и частное двух иррациональных чисел является иррациональным числом.

<table>
<tr><td colspan="2">Самостоятельная работа №1.</td></tr>
<tr><td>Вариант №1.

1. Среди чисел

$\frac{1}{3}$; 567; $-\sqrt{25}$; 82; -53; $\sqrt{25}$; 10,5; 3

выпишите те, которые являются:

а) натуральными;
б) целыми;
в) рациональными;
г) иррациональными.

2. Сравните числа:

1. $6{,}5$ и $\sqrt{41}$.

2. $-10{,}3$ и $\sqrt{107}$.

3. Между какими целыми числами лежат:

1. $\sqrt{21}$. 2. $\sqrt{\frac{198}{6}}$.

4. Выполните действия:

$\left(5\frac{1}{6}+3\frac{5}{6}-3\frac{5}{9}\right)\div\frac{1}{9}+21$.</td><td>Вариант №2.

1. Среди чисел

$\sqrt{\frac{81}{256}}$; 97; -9,2; 1,7320508; 4(61); 1; -905; $\sqrt{50}$

выпишите те, которые являются:

а) натуральными;
б) целыми;
в) рациональными;
г) иррациональными.

2. Сравните числа:

1. $2{,}3$ и $\sqrt{7}$.

2. $-9{,}3$ и $-\sqrt{89}$.

3. Между какими целыми числами лежат:

1. $\sqrt{71}$. 2. $\sqrt{\frac{124}{62}}$.

4. Выполните действия:

$\left(2\frac{1}{2}+6\frac{1}{6}-\frac{1}{11}\right)\div\frac{1}{33}-89$.</td></tr>
</table>

Самостоятельная работа №2.	
Вариант №1.	Вариант №2.
1. Сравните числа: а) 4,3 и $\sqrt{17}$; б) -2,2 и $-\sqrt{3}$. 2. Докажите, что: а) сумма чисел 2 $-4\sqrt{3}$ и $4\sqrt{3}+101$ число рациональное; б) произведение чисел $6-\sqrt{3}$ и $6+\sqrt{3}$ число рациональное; 3. Между какими целыми числами лежит $(-\sqrt{17})$. 4) Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt{10}$; $2\sqrt{2}$; 3,5. 5) Какое из чисел является рациональным: $\sqrt{25000}$; $\sqrt{0{,}0025}$; $\sqrt{2{,}5}$.	1. Сравните числа: а) 6,2 и $\sqrt{35}$; б) -4,7 и $-\sqrt{21}$. 2. Докажите, что: а) сумма чисел $2\sqrt{33}+21$ и $1-2\sqrt{33}$ число рациональное; б) произведение чисел $7+\sqrt{2}$ и $\sqrt{2}-7$ число рациональное ; 3) Между какими целыми числами лежит $\sqrt{13}$. 4) Расположите числа в порядке убывания: $\sqrt{43}$; $2\sqrt{11}$; 6,5. 5) Какое из чисел является рациональным: $\sqrt{400}$; $\sqrt{40}$; $\sqrt{0{,}4}$.

Самостоятельная работа №3.	
Вариант №1.	Вариант №2.
1. Сравните числа: а) 5,7 и $\sqrt{31}$; б) -4,2 и $-\sqrt{17}$. 2) Докажите, что: а) сумма чисел $4-6\sqrt{7}$ и $6\sqrt{7}+11$число рациональное;	1. Сравните числа: а) 5,1 и $\sqrt{23}$; б) -3,4 и $-\sqrt{13}$. 2) Докажите, что: а) сумма чисел $12\sqrt{3}+1$ и $1-12\sqrt{3}$ число рациональное;

б) произведение чисел $2-\sqrt{3}$ и $\sqrt{3}+2$ число рациональное; 3. Между какими целыми числами лежит $\sqrt{11}$? 4. Расположите числа в порядке убывания:$\sqrt{30}$; $3\sqrt{3}$; 5,5. 5. Какое из чисел является иррациональным: $\sqrt{0,36}$; $\sqrt{36}$; $\sqrt{3,6}$?	б) произведение чисел $4+\sqrt{5}$ и $\sqrt{5}-4$ число рациональное; 3. Между какими целыми числами лежит $-\sqrt{33}$? 4. Расположите числа в порядке убывания:$\sqrt{22}$; $2\sqrt{6}$; 4,5. 5. Какое из чисел является иррациональным:$\sqrt{0,064}$; $\sqrt{64}$; $\sqrt{0,0064}$?

Самостоятельная работа № 4 по теме: «Рациональные и иррациональные числа».

Вариант №1.

1. Докажите, что число $\sqrt{3}$ иррационально.

2. Выполните действия, предварительно обратив бесконечные десятичные периодические дроби в обыкновенные:

а) $((0,6)^3-\sqrt{0,4})^{-1}$; б) $(\sqrt{2,7}+0,08(3))\cdot 0,1(3)$.

3. Найдите хотя бы одно рациональное и хотя бы одно иррациональное число на полуинтервале $(1,2;\sqrt{2}]$.

Вариант №2.

1. Докажите, что число $\sqrt{7}$ иррационально.

2. Выполните действия, предварительно обратив бесконечные десятичные периодические дроби в обыкновенные:

а) $(0,(3)^3-\sqrt{1,7}$; б) $(\sqrt{0,4}+0,08(6))\cdot 0,1(6)$.

3. Найдите хотя бы одно рациональное и хотя бы одно иррациональное число на полуинтервале $(1,5;\sqrt{3}]$.

Тематическая контрольная работа №1.

Тема: «Множество рациональных и действительных чисел».

Вариант №1.	Вариант №2.
1.Вычислить и результат записать десятичной дробью: $0,4+\frac{3}{4}$.	1.Вычислить и результат записать десятичной дробью: $1,3+\frac{2}{5}$.
2. Записать в виде обыкновенной дроби: 0,(3).	2. Записать в виде обыкновенной дроби: 0,(6).
3.Вычислить: $\sqrt{27}\cdot\sqrt{300}$.	3. Вычислить: $\sqrt{125}\cdot\sqrt{8}$.
4.Найти сумму первых пяти членов геометрической прогрессии: $a_1=2$, $\mathbb{Q}=3$.	4. Найти сумму первых шести членов геометрической прогрессии: $a_1=3$, $\mathbb{Q}=4$.
5. Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое значение выражения:	5. Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое значение выражения:
а) $(2-\sqrt{3})^2+(2+\sqrt{3})^2$; б) $(6\sqrt{7}+\sqrt{63})$.	а) $(7+\sqrt{5})^2-(7-\sqrt{5})^2$; б) $(7\sqrt{11}-\sqrt{99}):\sqrt{11}$.
Вариант №3.	**Вариант №4.**
1.Вычислить и результат записать десятичной дробью: $0,7+\frac{1}{2}$.	1.Вычислить и результат записать десятичной дробью: $2,4+\frac{4}{5}$.
2. Записать в виде дроби: 0,(2).	2. Записать в виде дроби: 0,(4).
3. Вычислить: $\sqrt{8}*\sqrt{200}$.	3. Вычислить: $\sqrt{32}*\sqrt{50}$.
4. Найти сумму первых семи членов геометрической прогрессии: $a_1=-3$, $\mathbb{Q}=2$.	4. Найти сумму первых четырех членов геометрической прогрессии: $a_1=-2$, $\mathbb{Q}=3$.
5. Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое значение выражения:	5. Выяснить, каким числом (рациональным или иррациональным) является числовое выражение:
а) $(7-\sqrt{2})^2+(7-\sqrt{2})^2$; б) $(7\sqrt{3}+\sqrt{27}):\sqrt{3}$.	а) $(6+\sqrt{3})^2-(6-\sqrt{3})^2$; б) $(9\sqrt{2}+\sqrt{8}):\sqrt{2}$.

Самостоятельная работа по теме: «Иррациональные числа. Действительные числа».
Алгебра, 8 класс.

Вариант №1.	Вариант №2.
1.Сравните числа: а) 4,6 и $\sqrt{2}$; б) -3,9 и $\sqrt{15}$. 2. Докажите, что значение выражения есть число рациональное: $\frac{3}{\sqrt{5}+4}-\frac{3}{\sqrt{5}-4}$ 3. Сравните числа x и y, если y-x=$-\sqrt{5}$. 4. Расположите числа в порядке убывания: $10\sqrt{\frac{1}{300}}$; 0,5; $\frac{1}{5}\sqrt{15}$; $\frac{3}{5}$.	1.Сравните числа: а) 1,6 и $\sqrt{29}$; б) -2,2 и $-\sqrt{48}$. 2. Докажите, что значение выражения есть число рациональное: $\frac{3}{3\sqrt{6}+7}-\frac{3}{3\sqrt{6}-7}$ 3. Сравните числа x и y, если x-y= ⌐=-3. 4. Расположите числа в порядке убывания: $\frac{\sqrt{3}}{3}$; 1,5; $2\sqrt{5}$; $\frac{3}{\sqrt{3}}$.

При разработке самостоятельной работы, нужно учитывать отведенное на неё время.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Сформулируем ключевые выводы и интерпретируем итоги эмпирико-теоретического исследования.

Исследовано математическое понятие «иррациональные числа».

Иррациональным называют число, представимое бесконечной, непериодической десятичной последовательностью цифр. Например, трансцендентные e, π, синусы большинства рациональных аргументов, логарифмы натуральных чисел, прочие континуальные величины также являются типичными примерами.

Проанализировано положение раздела «Иррациональные числа» в общеобразовательном курсе.

Сформулированы ключевые образовательные ориентиры раздела школьной алгебры. Установлено, что при освоении понятия «иррациональные числа» учащиеся укрепляют логико-математическое мышление, совершенствуют аргументацию и учатся использовать теорию числовых выражений при решении вычислительных и прикладных задач.

Проведен анализ школьных учебников раздела темы «Иррациональные числа».

На ступени среднего общего образования особый акцент делается на формировании у школьников компетенций рационального счёта, охватывающих применение десятичной, экспоненциальной и инженерной форм записи числа, умение оценивать порядок величины, выполнять приближённые вычисления, анализировать числовые выражения, работать с математическими константами. Изучаемые обучающимися фундаментальные множества натуральных, целых, рациональных и действительных чисел дополняются новым алгебраическим полем комплексных чисел. В каждом множестве изучаются характерные задачи и операции: деление с остатком на целых, свойства рациональных и

иррациональных чисел, основные арифметические действия и извлечение корней натуральной степени в поле комплексных чисел.

4. Проанализированы задания по теме в структуре ОГЭ.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы: в каждом учебнике рассмотрены основные вопросы изучения иррациональных чисел.

5. Разработаны технологические карты уроков.

Технологическая карта урока – это документ, который регламентирует деятельность учителя по планированию и организации образовательного процесса на уроке в соответствии с требованиями федеральных государственных стандартов (ФГОС).

6. Представлены методические разработки самостоятельных и контрольных работ.

При разработке самостоятельной работы, нужно учитывать отведенное на неё время.

СПИСОК ИСПОЛЬЗУЕМОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Федеральный государственный образовательный стандарт основного общего образования : Приказ Мин. образования и науки РФ от 17.12.2010 г. № 1897. URL: http://www.минобрнауки.рф/документы/938. Заглавие с экрана (дата обращения: 16.02.2026).

2. Единое содержание общего образования. URL: https://www.edsoo.ru/wp-content/uploads/2023/08/13/_ФРП_Математика_5-9-классы_база.pdf. Заглавие с экрана (дата обращения: 03.03.2026).

3. Алгебра : учеб. для 8 кл. общеобразоват. учреждений / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; 15-е изд., дораб. М. : Просвещение, 2007. 271 с.

4. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Ю. М. Колягин [и др.] ; М. : Просвещение, 2013. 336 с.

5. Алгебра. 8 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский [и др.] ; М. : Просвещение, 2014. 301 с.

6. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Ю. М. Колягин [и др.] ; М. : Просвещение, 2014. 304 с.

7. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / Ю. Н. Макарычев [и др.] ; 21-е изд. М. : Просвещение, 2014. 271 с.

8. Алгебра. 9 класс : учеб. для общеобразоват. организаций / С. М. Никольский [и др.] ; М. : Просвещение, 2014. 335 с.

9. Алгебра. 9 класс. Методические рекомендации / Ю. М. Колягин [и др.] ; М. : Просвещение, 2017. 159 с.

10. Виленкин Н. Я., Сурвилло Г. С. Алгебра. 9 класс : учеб. с углубленным изучением математики. 7-е изд. М. : Просвещение, 2006. 368 с.

11. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И. Сборник задач по алгебре : учеб. пособие для 8–9 кл. с углубл. изучением математики. М. : Просвещение, 2001. 271 с.

12. Глейзер Г. И. История математики в школе IV–VI кл. : пособие для учителей. М. : Просвещение, 1981. 239 с.

13. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., Нешков К. И. Алгебра. 9 класс : учеб. с углубленным изучением математики. М. : Просвещение, 2017. 400 с.

14. Методика преподавания математики в средней школе. Частные методики : учеб. пособие для студентов физ.-мат. факультетов пед. ин-тов / Ю. М. Колягин [и др.] ; М. : Просвещение, 1977. 480 с.

15. Методика преподавания математики в средней школе: Частная методика : учеб. пособие для студентов пед. ин-тов по физ.-мат. спец. / А. Я. Блох [и др.] ; сост. В. И. Мишин. М. : Просвещение, 1987. 416 с.

16. Миндюк Н. Г., Шлыкова И. С. Алгебра. Методические рекомендации. 9 класс : учеб. пособие для общеобразоват. организаций. М. : Просвещение, 2017. 239 с.

17. Федеральный институт педагогических измерений. URL: http://www.fipi.ru. Заглавие с экрана (дата обращения: 18.03.2026).

ПРИЛОЖЕНИЕ

Приложение 1

Лист учета знаний

Фамилия Имя_____

Этапы зачета **Оценка**

Тестовая работа (Запишите количество верно выполненных заданий)

_____

Матем. диктант (Запишите количество верно выполненных заданий)

_____

Самостоятельная работа

Критерии оценки самостоятельной работы		
Количество ошибок	отметка	
	Уровень А	Уровень В
0	4	5
1 – 2	3	4
3	2	3
4 и более	1	2

итоговая оценка есть результат сложения оценок за тестовую работу, математический диктант и самостоятельную работу, поделенный на 3 (дробное число округлять по правилам округления дроби)

Итоговая оценка _____

Приложение 2

Верно – неверно

Прочитайте и запишите в тетрадь номера верных высказываний:

Вариант №1.

1. Сумма натуральных чисел всегда является натуральным числом.
2. Произведение иррациональных чисел иррационально.
3. Произведение целых чисел всегда является целым числом.
4. Сумма рационального и иррационального числа иррациональна.
5. Каждое целое число можно представить в виде бесконечной периодической десятичной дроби.
6. Объединение множества рациональных чисел и натуральных чисел дает множество целых чисел.
7. Целое число может быть положительным, отрицательным или равным нулю.
8. Сочетательный закон действует для рациональных чисел.

Вариант №2.

1. Произведение натуральных чисел всегда является натуральным числом.
2. Произведение рационального и иррационального числа иррационально.
3. Частное целых чисел всегда является целым числом.
4. Сумма рационального и иррационального чисел остаётся иррациональной.
5. Конечную десятичную дробь можно представить в виде бесконечной периодической десятичной дроби.
6. Натуральные числа всегда положительны.
7. Множество целых чисел включает в себя множество натуральных чисел.
8. Распределительный закон действует для рациональных чисел.

Ответы к тесту Верно – неверно:

Вариант №1. 1 3 4 5 7 8.

Вариант №2. 1 2 4 5 6 8.

Приложение 3

Математический диктант

Вариант №1.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»):

1. $\sqrt{2}$ – это иррациональное число.
2. π – это иррациональное число.
3. $\sqrt{5}$ – это действительное число.
4. $\sqrt{10}$ – это действительное число.
5. $\sqrt{0,5}$ меньше 1.
6. Любое иррациональное число заключено между двумя целыми числами.
7. Если число стоит под корнем, то оно иррациональное.
8. $\sqrt{7}$ заключено между числами 7 и 8.

Вариант №2.

Верно ли высказывание (ответьте «да» или «нет»):

1. $\sqrt{3}$ – это иррациональное число.
2. $\sqrt{11}$ – это иррациональное число.
3. $\sqrt{10}$ – это действительное число.
4. $\sqrt{5}$ – это действительное число.
5. $\sqrt{0,5}$ меньше 1.
6. Если число стоит под знаком радикала, то оно иррациональное.
7. $\sqrt{19}$ заключено между числами 19 и 21.

Проверка:

Вариант №1: 1 – да, 2 – нет, 3 – да, 4 – да, 5 – нет, 6 – да, 7 – да, 8 – нет, 9 – нет, 10 – да.

Вариант №2: 1 – нет, 2 – да, 3 – да, 4 – да, 5 – да, 6 – да, 7 – нет, 8 – да, 9 – да, 10 – нет.

Приложение 4

Вариант №1.	Вариант №2.
1. Сравнить числа: а) $\sqrt{50}$ и 7,1; б) $-\sqrt{17}$ и - 4,5; в) 3,(6) и $\sqrt{11}$. 2. Расположить числа в порядке возрастания: 0,5; $\sqrt{2}$; 1,7; 2.	1. Сравнить числа: а) $\sqrt{30}$ и 5,7; б) $-\sqrt{13}$ и -3,5; в) 4,(3) и $\sqrt{17}$. 2. Расположить числа в порядке возрастания: 2,5; $\sqrt{5}$; 3,7; 3.
Вариант №3.	**Вариант №4.**
1. Сравнить числа: а) $\sqrt{45}$ и 6,8; б) $-\sqrt{27}$ и -5,5; в) 1,(3) и $\sqrt{3}$. 2. Расположить числа в порядке возрастания: 1,5; $\sqrt{3}$; 2,7; 4.	1. Сравнить числа: а) $\sqrt{61}$ и 7,7; б) $-\sqrt{23}$ и -4,7; в) 6,(3) и $\sqrt{41}$. 2. Расположить числа в порядке возрастания: 2,7; $\sqrt{7}$; 3,2; 3.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В. Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«12» 09 2025 г.
Паньженский В. И.

Задание

по ВКР студента Лосева Алексея Николаевича
(ФИО полностью)

Тема работы: «Методические аспекты изучения иррациональных чисел в рамках учебного курса «Алгебра» на уровне основного общего образования»

Утверждена приказом по университету от «25.09» 2025 г. № 1102/0

Срок сдачи студентом законченной работы «25» 05 2026 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Выбор темы, определение цели, задач, объекта и предмета исследования	сентябрь 2025	Выполнено
2.	Подбор и изучение литературы по теме исследования	октябрь 2025	Выполнено
3.	Подготовка введения и теоретической главы ВКР	ноябрь — декабрь 2025	Выполнено
4.	Анализ учебников, заданий по теме в структуре ОГЭ и трудностей учащихся	январь — февраль 2026	Выполнено
5.	Разработка технологических карт уроков	март 2026	Выполнено
6.	Подготовка второй главы, заключения, списка литературы	апрель — май 2026	Выполнено
7.	Редактирование работы, устранение замечаний, подготовка к защите	май 2026	Выполнено

Дата выдачи задания «11» 09 2025 г.

Руководитель _____ Сорокина М. В.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

_____ Лосев А. Н.
(подпись) (Ф.И.О.)

И. о. ректора Пензенского
государственного университета
Васину С. М.
студента 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Лосева Алексея Николаевича

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Лосев Алексей Николаевич, студент 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему: «Методические аспекты изучения иррациональных чисел в рамках учебного курса «Алгебра» на уровне основного общего образования», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

подпись

20.05.2026
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 20.05.2026
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР _____ Сорокина М. В.
подпись Ф. И. О.

Протокол
проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему:
«Методические аспекты изучения иррациональных чисел
в рамках учебного курса «Алгебра»
на уровне основного общего образования»
Студента 5 курса Лосева Алексея Николаевича
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Сорокина Марина Валерьевна

Отчет о проверке

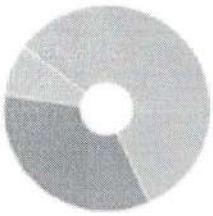
Автор: Лосев Алексей Николаевич

Название документа: VKR-2

Проверяющий: Сорокина Марина Валерьевна

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения: 33.77%

Оригинальность: 58.24%

Интернет: 0%

Цитирования: 7.99%

Самоцитирования: 0%

«Совпадения», «Цитирования», «Самоцитирования», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

Проверено: 88.45% текста документа, исключено из проверки: 11.55% текста документа. Разделы и элементы, отключенные пользователем: Библиография, Таблицы

- **Совпадения** — фрагменты проверяемого текста, полностью или частично сходные с найденными источниками, за исключением фрагментов, которые система отнесла к цитированию или самоцитированию. Показатель «Совпадения» – это доля фрагментов проверяемого текста, отмеченных как совпадения, в общем объеме текста.
- **Самоцитирования** — фрагменты проверяемого текста, совпадающие или почти совпадающие с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является автор проверяемого документа. Показатель «Самоцитирования» – это доля фрагментов текста, отнесенных к самоцитированию, в общем объеме текста.
- **Цитирования** — фрагменты проверяемого текста, которые не являются авторскими, но которые система отнесла к корректно оформленным. К цитированиям относятся также шаблонные фразы, библиография, фрагменты текста, найденные модулем поиска «СПС Гарант: нормативно-правовая документация». Показатель «Цитирования» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к цитированию, в общем объеме текста.
- **Текстовое пересечение** — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.
- **Источник** — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводится проверка.
- **Оригинальный текст** — фрагменты проверяемого текста, не обнаруженные ни в одном источнике и не отмеченные ни одним из модулей поиска. Показатель «Оригинальность» – это доля фрагментов проверяемого текста, отнесенных к оригинальному тексту, в общем объеме текста.

Обращаем Ваше внимание, что система находит текстовые совпадения проверяемого документа с проиндексированными в системе источниками. При этом ответственность за корректное использование заимствований, определение корректности оформления и правомерности совершения цитирований, а также авторство текстовых фрагментов проверяемого документа остается на стороне лица, проводящего проверку.

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 112

Тип документа: Не указано

Дата проверки: 20.05.2026 21:14:33

Дата корректировки: Нет

Количество страниц: 67

Символов в тексте: 82586

Слов в тексте: 10459

Число предложений: 1801

20.05.2026 (дата)

(подпись)

М. В. Сорокина (ИОФ руководителя ВКР)

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Методические аспекты изучения иррациональных чисел в рамках учебного курса «Алгебра» на уровне основного общего образования»
студента Лосева Алексея Николаевича
факультета физико-математических и естественных наук направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование, профиль подготовки «Математика», гр. 21ЗФПМ1

Введение понятия иррациональных и действительных чисел традиционно вызывает трудности у обучающихся в курсе алгебры.

Выпускная квалификационная работа Лосева А. Н. посвящена рассмотрению методических аспектов изучения темы «Иррациональные числа» и разработке методических материалов.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы и приложений. В первой главе изложены исторические факты, касающиеся введения понятия иррационального числа, проведен анализ федеральных рабочих по математике для базового и профильного уровней. Рассмотрено изложение материала по теме исследования в различных учебниках по алгебре. Приведены примеры задач, встречающихся в ОГЭ в заданиях разного уровня сложности, при решении которых необходимо усвоение материала по исследуемой теме.

Во второй главе представлены методические разработки: технологические карты уроков, тексты самостоятельных и контрольных работ.

Работа Лосева А. Н. является самостоятельным исследованием. Текст работы, список литературы, доклад и презентация оформлены в соответствии с требованиями, предъявляемыми к выпускным квалификационным работам. Представленные результаты могут быть использованы в работе учителя математики.

Выпускная квалификационная работа заслуживает оценки «хорошо».

Научный руководитель,
доцент кафедры «МО»,
к.ф.м.н., доцент М. В. Сорокина