

**МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ**  
**Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение**  
**высшего образования**  
**«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»**  
**ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ.В.Г. БЕЛИНСКОГО**

Факультет физико-математических и  
естественных наук

Кафедра  
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование  
Профиль «Математика»  
Форма обучения: заочная

**ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА**  
**бакалаврская работа на тему:**  
**«Организационные формы при обучении решению задач, содержащих**  
**переменную под знаком модуля»**

|                |                                                                                                                          |                                               |
|----------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------------------------------------------|
| Студент        |  <u>18.06.2021</u><br>(Подпись, дата)  | Жирнова Мария Владимировна<br>(ФИО полностью) |
| Руководитель   |  <u>07.06.2021</u><br>(Подпись, дата) | Журавлева Е.Г.<br>(ФИО)                       |
| Нормоконтролер |  <u>06.07.2021</u><br>(Подпись, дата) | Журавлева Е.Г.<br>(ФИО)                       |

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 18.06.2021 № 9)

|                     |                                                                                                                    |                  |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|
| Заведующий кафедрой |  <u>18.06.2021</u><br>(Подпись) | Паньженский В.И. |
|---------------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|------------------|

Работа защищена с отметкой 3/4000 (протокол заседания ГЭК от 14.07.2021 № 2)

|               |                                                                                                                    |                |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|
| Секретарь ГЭК |  <u>14.07.2021</u><br>(Подпись) | Журавлева Е.Г. |
|---------------|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------|

Пенза 2021

## Содержание

|                                                                                                                                  |           |
|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|-----------|
| <b>Введение .....</b>                                                                                                            | <b>3</b>  |
| <b>Глава 1. Теоретические основы обучения решению задач с<br/>переменной под знаком модуля в школьном курсе математики. ....</b> | <b>6</b>  |
| 1.1 Анализ школьных учебников математики по теме «Решение задач с<br>переменной под знаком модуля».....                          | 6         |
| 1.2 Основные способы решения уравнений , содержащих переменную<br>под знако модуля.....                                          | 11        |
| 1.3 Организационные формы обучения в школьном курсе математики...                                                                | 22        |
| 1.4 Методические рекомендации по использованию методов решения<br>уравнений, содержащих модуль. ....                             | 29        |
| <b>Глава 2. Методические основы использования организационных<br/>форм обучения при решении задач с модулем .....</b>            | <b>31</b> |
| 2.1 Использование организационных форм обучения на факультативных<br>занятиях в школе. ....                                      | 31        |
| 2.2 Примеры занятий из факультативного курса на тему « Решение<br>уравнений, содержащих переменную под знаком модуля». ....      | 37        |
| <b>Заключение.....</b>                                                                                                           | <b>48</b> |
| <b>Список литературы .....</b>                                                                                                   | <b>49</b> |

## Введение

Материал, связанный с уравнениями, составляет значительную часть школьного курса математики. В школе уравнениям, содержащим переменную под знаком модуля, уделяется достаточно мало внимания.

Необходимость рассмотрения данной темы обусловлена тем, что задания, содержащие модуль, вызывают у учащихся значительные проблемы.

Задания подобного типа регулярно встречаются в материалах ОГЭ, ЕГЭ как в основной части, так и в заданиях повышенного и высокого уровня сложности.

Вместе с тем, решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля, является эффективным способом повторения и закрепления навыков решения других видов уравнений и способов их решения: линейных, квадратных, дробно-рациональных, тригонометрических, показательных, логарифмических.

Понятие модуля (абсолютной величины) является одной из важнейших характеристик числа как в области действительных, так и в области комплексных чисел. Это понятие широко применяется не только в различных разделах школьного курса математики, но и в курсах высшей математики, физики и технических наук, изучаемых в вузах.

Понятие абсолютной величины (модуля) в школьной программе впервые вводится в 6 классе, где изучается его определение и геометрический смысл, встречается в 8 классе при изучении арифметического квадратного корня и векторов. Но не предусмотрено обобщение и систематизация знаний о модулях, их свойствах, полученных учащимися за весь период обучения. Недостаточно времени уделяется решению уравнений с модулем.

Из выше сказанного можно сделать вывод, что тема исследования является актуальной.

Использование разнообразных форм воспитательной деятельности зависит напрямую от умелого использования форм ее организации. Само определе-

ние организационных форм обучения представлено в научно-педагогических исследованиях. На сегодняшний день существует множество определений организационных форм обучения. Они содержат в себе множество отличий.

Целью данной работы является рассмотрение применения организационных форм обучения на уроках математики при решении задач с переменной под знаком модуля.

Объект исследования: процесс обучения решению уравнений, содержащих переменную под знаком модуля.

Предмет исследования: организационные формы обучения в решении задач с модулем в школьном курсе математики.

Достижение цели исследования определило следующие задачи исследования.

1. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы раскрыть роль уравнений, содержащих переменную под знаком модуля в школьном курсе математики.

2. Провести сравнительный анализ учебников на предмет изложения темы: «Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля».

3. Рассмотреть различные подходы к решению уравнений с модулем.

4. Определить особенности применения организационных форм обучения на уроках математики.

5. Разработать факультативные занятия по математике с использованием различных организационных форм обучения.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

В первой главе «Теоретические основы обучения решению задач с переменной под знаком модуля в школьном курсе математики» был выполнен сравнительный анализ школьных учебников по алгебре, выделены основные способы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля,

приведены примеры организационных форм при решении данного вида уравнений.

Во второй главе «Методические основы использования организационных форм обучения при решении задач с модулем» раскрыто применение организационных форм обучения при решении задач, содержащих переменную под знаком модуля на факультативных занятиях. Представлены фрагменты факультативных занятий по теме исследования. В заключении сделаны выводы и обобщения по теме работы.

Практическая значимость работы заключается в том, что представленный методический материал может быть использован в практике обучения в школе для повышения её эффективности. Результаты исследования могут быть использованы студентами при подготовке уроков математики во время прохождения производственной практики. Данный материал можно расширять и дорабатывать.

## Глава 1. Теоретические основы обучения решению задач с переменной под знаком модуля в школьном курсе математики

### 1.1. Анализ школьных учебников математики по теме «Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля»

В данном параграфе выясним, в каких классах и темах школьного курса математики встречается понятие модуля, а также, какие требования предъявляются к знаниям и умениям школьников при изучении «модуля числа».

Само понятие «модуль числа», впервые, встречается в средней школе в 6-ом классе в разделе «Положительные и отрицательные числа».

Такие авторы, как Н.Я. Виленкин, В.И. Жохов, А.С. Чесноков, С.И. Шварцбурд и др. в учебнике «Математика 6 класс» [11] рассматривают тему, в которой изучается модуль числа. Данный учебник по математике для учащихся шестого класса. Тема рассматривается в разделе учебника, который посвящен отрицательным и положительным числам.

В этом параграфе вводится только само понятие «модуль числа», которое несет в себе геометрический смысл.

Модулем числа можно назвать то расстояние, которое берется от начала координат до точки А.

Получается, равенство модуля числа равное пяти. Это можно понять из того, что точка В (5) находится на расстоянии от того места, где берет свое начало отсчет на пяти отрезках, которые являются единичными. Для записи принята следующая форма, а именно  $|5| = 5$ .

Модуль числа 0 равен 0, так как точка с координатой 0 совпадает с началом отсчета О, т.е. удалена от нее на 0 единичных отрезков.

Пишут:  $|0| = 0$ .

Не может быть так, чтобы модуль числа имел отрицательное значение. Если речь идет о числе с положительным знаком, то модуль числа будет равен

самому себе. Это, также, справедливо в отношении нуля. Если речь идет о числе с отрицательным знаком, то модуль будет равен противоположному числу. Это выражается таким образом:  $|-a| = a$ .

Целесообразно привести пример:  $|3| = 3$ ,  $|1,4| = 1,4$ ,  $\left|\frac{2}{3}\right| = \frac{2}{3}$ ;  $|-7| = 7$ ,  
 $|-1,5| = 1,5$ .

В учебнике «Математика. 6 класс» авторов И.И. Зубарева, А.Г. Мордкович [24] понятие «модуль числа» подробно не разбирается, вводится лишь только само понятие.

В учебнике «Математика 6 класс» авторов Г.В. Дорофеева, И.Ф. Шарыгина, С.Б. Суворова и др. [12] есть раздел, в котором изучается модуль числа. В частности, он рассматривается в той части учебника, где изучаются рациональные числа.

Определение модуль берет свое начало от слова «modus» —это латинское определение, переводится как величина или мера.

Для того, чтобы получить модуль отрицательного числа, необходимо отбросить знак «минус».

Применяя термин «модуль», правило сравнения отрицательных чисел можно сформулировать следующим образом: «Из двух отрицательных чисел меньше то, у которого модуль больше».

Если мы изучаем математику, то нужно иметь в виду не только модуль числа с отрицательным знаком. Необходимо, также, вести речь о тех числах, которые являются положительными. И конечно же, говорить и о модуле нуля. Приведем пример.

В частности, если говорить о числе три, то оно будет находиться на тождественном удалении от того, когда был начат отсчет на три единицы. И, это дает основания быть уверенным в том, что модуль числа будет тождественен трем. Что касается числа нуля, то оно будет располагаться на том расстоянии, которое будет также равно нулю. Соответственно, модуль будет равен нулю.

Итак, в отношении модуля того числа, которое является положительным, можно сказать, что обнаруживается равенство модуля этому числу. Что касается того числа, которое является отрицательным, то, можно говорить о значении модуля, которое будет находиться в равенстве с числом противоположным. Говоря о модуле нуля, следует считать, что он находится в состоянии равенства с самим собой.

Из выше сказанного видим то, что модуль любого числа либо положителен, либо равен нулю. (Можно сказать иначе: модуль любого числа не отрицателен.)

Для модуля есть специальное обозначение. Если  $a$ -некоторое число, то его модуль обозначают символом  $|a|$ . Например,  $|3|$ ,  $|-4|$ ,  $|0|$ .

Более подробно хотелось бы, остановиться на рассмотрении понятия «модуль числа» в учебнике «Математика 6 класс» автора Н.Я. Виленкина.

Автор Н. Я. Виленкин [11] в учебнике дает определение модулю числа. В его понимании, это не что иное, как, то расстояние, которое вычисляется в единичных отрезках. Свое начало расстояние берет в начале координат и продолжается до той точки, которая именуется  $A(a)$ ».

Дав определение, автор исследует те особенности, или свойства, которыми обладает модуль.

В частности, если речь идет о положительном числе, то следует считать, что модуль в этом случае будет находиться в равенстве с этим же числом. Если говорить о числе отрицательном, то у модуля обнаружится равенство противоположному числу. Модуль при этом является положительным числом. Говоря о модулях чисел, которые противоположны, следует понимать, что они находятся в состоянии равенства.

Определим модуль числа. Также, необходимо произвести сравнение модулей разных чисел. И, есть такое задание, в котором нужно определить те значения выражений, в которых имеется знак модуля.

Итак, данное положение позволяет нам сказать о том, что автор Н. Я. Виленкин [11] в наиболее исчерпывающей форме дает представление о модуле числа.

Проведем исследование учебно-методической литературы по предмету алгебра, которая предназначена для учеников седьмых и девярых классов. В учебнике «Алгебра 7 класс», автором которого является Ш. А. Алимов [1], есть ряд заданий.

Итак, нужно выполнить решение задач, где есть уравнение и модуль. Это те задания, которые считаются наиболее трудными. Нужно, также, решить уравнения, где есть знак модуля. При этом, он присутствует во всех частях равенства.

Рассмотрим учебник «Алгебра 7 класс» автора А. Г. Мордковича [6]. Учебник состоит из двух частей: первая часть представляет собой учебник с основными понятиями и примерами по изучаемым темам, вторая часть представляет собой сборник задач. В данном учебно-методическом комплексе нет детального исследования, которое посвящено заданиям, содержащим модуль. Однако, в учебнике есть и другие задания.

Обучающимся рекомендуется использовать те свойства, которые имеет модуль и произвести раскрытие модуля. Также, есть задания с уравнениями, где есть модуль. Есть при этом такие уравнения, где имеется переменная при знаке модуля и без знака модуля.

Можно сказать, что в учебниках за седьмой класс не так много заданий, где есть определение модуля числа. Отметим, что самой большой трудностью отличаются задания, которые содержатся в учебнике для 7 класса таких авторов, как Ю. Н. Макарычев [5] и А. Г. Мордкович [6].

Алгебра 8 класс.

Для 8 класса, также, можно рассмотреть, к примеру, учебники авторов Ш.А. Алимова [1] и А.Г. Мордковича [6].

В учебнике Ш.А. Алимова рассматриваются следующие задачи:

1. Решить простейшие неравенства с модулем, где рассматривается именно алгебраическое решение таких неравенств;

2. Определить знака модуля, если  $a \cdot |a| < 0$ .

3. Проверить справедливо ли тождество  $|a \cdot b| = |a| \cdot |b|$ .

Автор учебника Ш. А. Алимов, предлагает задания, в которых есть модуль. Это, в частности, решение уравнений. Кроме того, есть задания для того, чтобы ученики приобретали навык в вычислении корня. Также, есть и задания для того, чтобы научиться проводить сравнение чисел, которые являются иррациональными. Ученики могут выполнять и такие задания, где требуется сделать построение графика для функции.

Учебник, автором которого является А. Г. Мордкович [6], исследует само определение модуля числа. Причем, это делается с позиции действительного числа. Есть определение. Суть его в том, что если число не имеет отрицательного знака и оно является действительным числом, то им и будет это самое число.  $|x| = x$ .

Если речь идет об отрицательном действительном числе, то его модуль будет противоположным числом.  $|x| = -x$ .

Кроме того, учебник содержит сведения о применении модуля для того, чтобы дать оценку числам, которые являются иррациональными.

Модуль обладает смыслом с точки зрения геометрии. Это выражается так:  $|a - b| = |b - a|$ .

Учебник содержит графики функции. Также, в нем есть уравнения, где имеется переменная, у которой есть знак модуля.

С моей точки зрения, наибольшего внимания заинтересованности заслуживает учебник автора Ш. А. Алимова [1].

Все рассмотренные учебники содержат разные методы решения заданий. Есть такие, в которых применяется аналитический и графический метод.

Это служит основанием того, чтобы не применять единственный учебник для обучения. С точки зрения автора, нужно чаще применять решение уравнений с модулем, а также неравенств. Это может помочь хорошо пройти экзаменационные испытания в будущем.

Проведенный анализ позволяет сделать следующие выводы:

- в каждом проанализированном учебнике задания, содержащие модуль, используются для проверки знаний и умений, приобретенных во время изучения той или иной темы, очень редко предлагаются задания творческого характера, требующие от учащихся применения полученных знаний и умений в нестандартных условиях;
- во всех рассмотренных учебниках не дается чёткое определение модуля; чаще всего модуль встречается при вычислении значений выражений, решении уравнений и неравенств;
- не во всех учебниках рассматривается графический и аналитический методы решения уравнений и неравенств с модулем.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что для реализации разноуровневого изучения темы «модуль» в школьном курсе математики недостаточно пользоваться каким-либо одним учебником.

## **1.2. Основные способы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля**

Рассмотрим базовые определения, которые были описаны ранее. Итак, что такое равенство? Это не что иное, как уравнение. В этом уравнении есть только одна переменная. Корень уравнения представляет собой именно то значение, при котором возможно превращение уравнения в такое равенство, которое будет признано истинным. Для того, чтобы решить уравнения, нужно найти корни, которые имеются. Также, решением может быть доказательство того, что в уравнении нет корней.

Что, из себя, представляет уравнение, в котором есть модуль? Это не что иное, как равенство, в котором есть переменная, которая при этом имеет знак модуля.

Существуют такие уравнения, в которых есть знак, отражающий значение в абсолютном выражении. В таком случае, базой для решения будет выявление абсолютного значения. Это нужно сделать в отношении числа и особенностей, то есть свойств того числа, значение которого определятся как абсолютное.

Стоит отметить, что, для решения уравнений содержащих знак модуля существует определенный алгоритм:

1. Найти в уравнении все выражения, содержащиеся под знаком модуля.
2. Найти, при каких значениях переменной они обращаются в нуль.
3. Разбить числовую прямую на непересекающиеся промежутки.
4. Определить для каждого числового промежутка, чему равно значение каждого модуля: самому выражению, содержащемуся под знаком модуля, или противоположному ему.
5. Для каждого числового промежутка записать и решить исходное уравнение без знаков модуля.
6. Оставить только те решения, которые соответствуют числовому промежутку, и записать их в ответе.

Рассмотрим, каким образом можно решить уравнение с модулем.

**1. Уравнение вида  $|x| = c$ , где  $c$  – действительное число.**

Данные уравнения решаются на основании определения модуля. Для этого представим варианты решения в виде схемы 1:

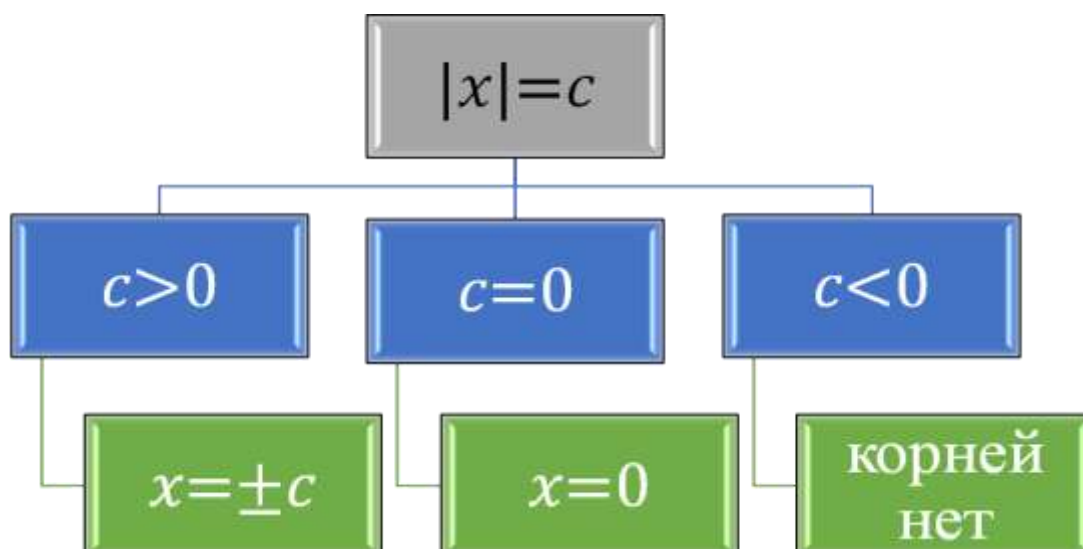


**Схема 1 - Решение уравнений вида  $|x|=c$**

Рассмотрим несколько примеров.

1)  $|x| = \frac{1}{15}$ , т.к.  $\frac{1}{15} > 0$ , то

$$x = \pm \frac{1}{15};$$

2)  $|x| = -2,18$ , т.к.  $-2,18 < 0$ , то уравнение не имеет корней;

3)  $|x| = 0$ , то

$$x = 0.$$

**2. Уравнение вида  $|f(x)| = b$ .**

Решения данного уравнения можно представить в виде схемы 2:

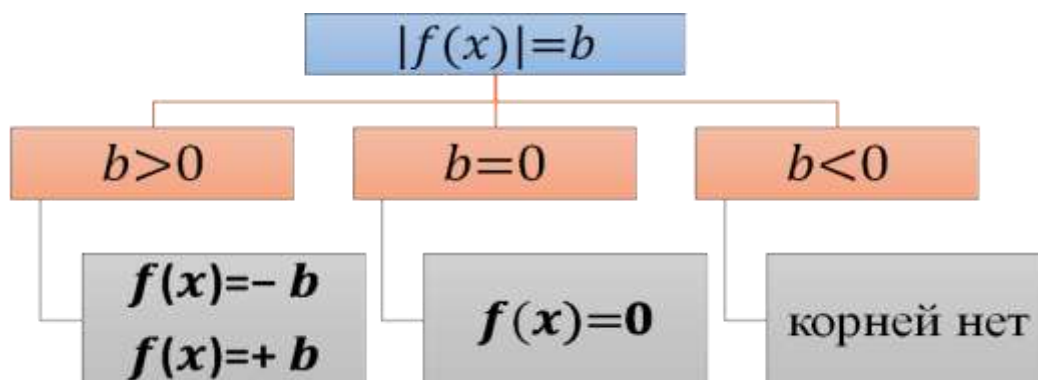


Схема 2 - Решение уравнений вида  $|f(x)|=b$

Рассмотрим примеры решения уравнений данного вида:

1)  $|x + 2| = 4$ , т.к.  $4 > 0$ ,  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x + 2 = 4, \\ x + 2 = -4; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 2; \\ x = -6. \end{cases}$$

2)  $|x^2 - 5| = 11$ , т.к.  $11 > 0$ ,  $\Rightarrow$

$$\begin{cases} x^2 - 5 = 11, \\ x^2 - 5 = -1; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x^2 = 16 \\ x^2 = -8; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm 4 \\ \text{корней нет.} \end{cases}$$

3)  $|x^2 - 5x| = -8$ , т.к.  $-8 < 0$ , то уравнение не имеет корней.

**3. Уравнение вида  $|f(x)| = g(x)$ .**

Данное уравнение схоже по принципу решения с предыдущим (схема 3).

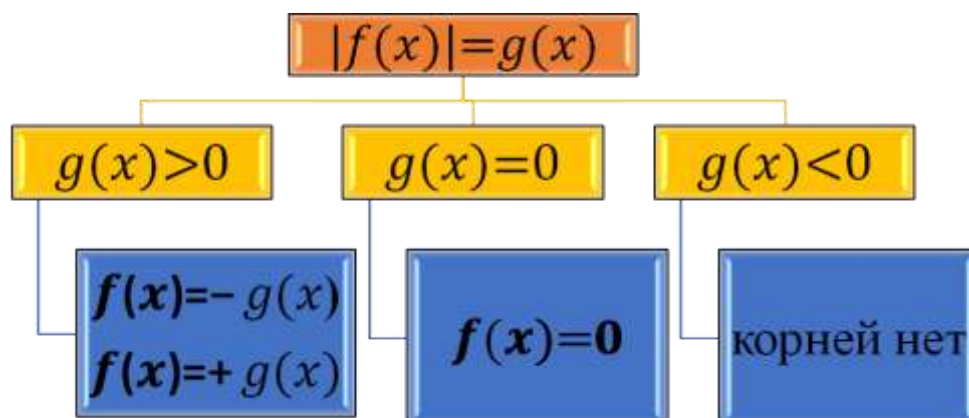


**Схема 3 - Решение уравнений вида  $|f(x)| = g(x)$**

Рассмотрим примеры:

1)  $|2x - 1| = 5x - 10$ .

Стоит учитывать, что уравнение будет иметь корни, если  $5x - 10 \geq 0$ .

Поэтому, найдем ОДЗ:

$$5x - 10 \geq 0$$

$$5x \geq 10$$

$$\underline{x \geq 2.}$$

Решаем уравнение по первому случаю:

$$\begin{cases} 2x - 1 = 5x - 10, \\ 2x - 1 = -5x + 10; \end{cases}$$

$$\begin{cases} 3x = 9 \\ 7x = 11; \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 3 \\ x = \frac{11}{7}. \end{cases}$$

Объединяем ОДЗ и решение, получаем:

$x = \frac{11}{7} \approx 1,57 < 2$ , не удовлетворяет условию

$x = 3 > 2$  этому условию удовлетворяет.

Ответ:  $x = 3$

#### 4. Уравнение вида $|f(x)| = |g(x)|$ .

Схема 4 решения уравнения данного вида:

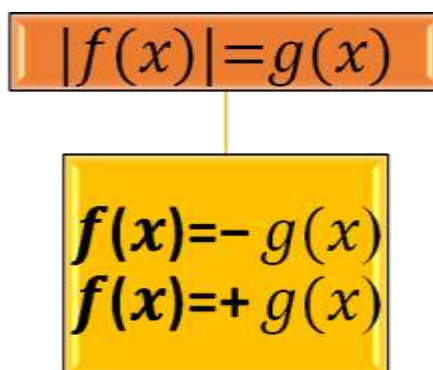


Схема 4 - Решение уравнений вида  $|f(x)| = |g(x)|$

Пример:

1)  $|x^2 - 5x + 7| = |2x - 5|$ .

$$\begin{cases} x^2 - 5x + 7 = 2x - 5, \\ x^2 - 5x + 7 = -2x + 5; \end{cases}'$$

$$\begin{cases} x^2 - 7x + 12 = 0 \\ x^2 - 3x + 2 = 0; \end{cases}'$$

$$\begin{cases} x_1 = 3 \\ x_2 = 4 \\ x_3 = 2 \\ x_4 = 1 \end{cases}.$$

Ответ:  $x_4 = 1$ ;  $x_3 = 2$ ;  $x_2 = 3$ ;  $x_1 = 4$ .

## 5. Уравнения, решаемые методом подстановки (замены переменной).

Данный метод решения проще всего объяснить на конкретном примере. Так, пусть дано квадратное уравнение с модулем:

$$x^2 - 6|x| + 5 = 0.$$

По свойству модуля  $x^2 = |x|^2 \Rightarrow |x|^2 - 6|x| + 5 = 0$ .

Пусть  $|x| = t \geq 0 \Rightarrow t^2 - 6t + 5 = 0$ .

По теореме Виета получим корни:  $\begin{cases} t_1 = 1, \\ t_2 = 5. \end{cases}$

Вернемся к замене:

$$\begin{cases} |x_1| = 1, \\ |x_2| = 5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = \pm 1, \\ x = \pm 5, \end{cases}$$

Ответ:  $x_4 = 1$ ;  $x_3 = -1$ ;  $x_2 = 5$ ;  $x_1 = -5$ .

## 6. Еще один вид уравнений – уравнения со «сложным» модулем.

К таким уравнениям относятся уравнения, в которых есть «модули в модуле». Уравнения данного вида можно решать, применяя свойства модуля.

Рассмотрим примеры:

$$1) |3 - |x|| = 4.$$

Для решения таких уравнений нужно основываться на уравнениях второго вида

$$4 > 0, \Rightarrow$$

$$\begin{cases} 3 - |x| = 4, \\ 3 - |x| = -4, \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x| = -1, \\ |x| = 7, \end{cases}$$

$$\begin{cases} \text{корней нет} \\ x = \pm 7, \end{cases}$$

Ответ  $x = -7, x = 7$ .

$$2) |3 + |x + 1|| = 5.$$

Решаем это уравнение аналогичным образом:

$$\begin{cases} 3 + |x + 1| = 5, \\ 3 + |x + 1| = -5, \end{cases}$$

$$\begin{cases} |x + 1| = 2, \\ |x + 1| = -8, \end{cases}$$

$$\begin{cases} x + 1 = 2, \\ x + 1 = -2, \\ \text{корней нет,} \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1, \\ x = -3, \\ \text{корней нет.} \end{cases}$$

Ответ:  $x = -3, x = 1$ .

## 7. Метод интервалов.

Существует и такой способ, при котором применяются интервалы. Суть в том, что числовая прямая делится на отрезки. Во всех промежутках нужно произвести решение уравнения. После того, как уравнение найдет свое решение, нужно дать вывод о том, какие корни в итоге получились. Если были найдены те корни, которые соответствуют промежуткам, то этот ответ будет достаточным.

В отличие от рассмотренного выше приёма, основанного на раскрытии модулей по определению, метод интервалов оказывается эффективен в задачах, содержащих сразу несколько модулей.

Рассмотрим данный способ на конкретных примерах:

$$1) |x + 3| + |x - 1| = 6$$

Найдем корни (нули) каждого выражения, содержащего переменную под знаком модуля:  $x + 3 = 0, x = -3$ ;  $x - 1 = 0, x = 1$ .

Эти значения  $x$  разбивают числовую прямую на три промежутка  $(-3 \text{ до } 1)$

Найдем решение уравнения. Причем, решение будет сделано относительно всех промежутков, которые образовались. В том промежутке, который стоит на первом месте, все выражения, которые находятся под знаком модуля, будут иметь отрицательное значение. И, это дает основание для того, чтобы, записывая уравнение, при этом без абсолютной величины, изменить на противоположные знаки данных выражений.

Итогом будет такое уравнение:  $-x - 3 - x + 1 = 6$ , откуда  $x = -4$ .

Решение уравнения - 4. Это можно объяснить тем, что оно принадлежит тому промежутку, который рассматривается.

Есть два выражения. При этом одно из них имеет отрицательное значение, а другое положительное. Следуя аналогиям в ходе наших мыслей, можно получить такое уравнение:  $x + 1 - x + 1 = 6$ . Результатом будет числовое неравенство. Это говорит нам о том, что данном промежутке нет корней.

В последнем промежутке  $(x \geq 1)$  оба выражения положительные, поэтому уравнение записываем так:  $x + 3 + x - 1 = 6$  откуда  $x = 2$ . Это значение удовлетворяет неравенству  $x \geq 1$ .

Ответ:  $x = -4$ .

$$2) |x - 1| - 2|x - 2| + 3|x - 3| = 4$$

Рассмотрим каждое под модульное выражение:

$$\begin{cases} x - 1 = 0 \\ x - 2 = 0 \\ x - 3 = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x = 1 \\ x = 2 \\ x = 3 \end{cases}$$

Таким образом, получаем четыре промежутка, и далее раскрываем модули последовательно на каждом из них.

1) Пусть  $x \in (-\infty; 1]$ . Определим знак промежутка. Подставим вместо  $x$  любое число лежащее внутри этого промежутка, например  $-10$ . Оцениваем знак каждого подмодульного выражения. Так как, при  $x = -10$  имеем  $x - 1 < 0, x - 2 < 0, x - 3 < 0$ , то все три модуля на данном промежутке раскроем со знаком «минус», и уравнение примет вид:

$$-(x - 1) + 2(x - 2) - 3(x - 3) = 4$$

$$x = 1$$

$x \in (-\infty; 1]$  – решение.

2) Пусть  $x \in (1; 2]$  аналогично решаем и получаем, что весь промежуток войдёт в ответ.

3) Пусть  $x \in (2; 3]$  действуя аналогично предыдущему, получим нет решений.

4) Пусть  $x \in (3; +\infty)$  на последнем промежутке уравнение примет вид решение.

Для получения ответа осталось объединить все найденные решения.

Ответ:  $x \in [1, 2] \cup \{5\}$

## 8. Графический метод.

Определим сущность метода. Это не что иное, как применение графиков функций. Это нужно для того, чтобы определить корни уравнения. Данный способ используется не так часто. Это можно объяснить тем, что он достаточно затратный по времени. Кроме того, итоги решения не во всех случаях могут быть определены как достаточно точные.

$$1) |x + 1| = 2.$$

Построим графики функций  $y = |x + 1|$  и  $y = 2$  (Рисунок 1).

Для построения графика  $y = |x + 1|$  построим график функции  $y = x + 1$ , затем отразим часть прямой, лежащую ниже оси  $OX$ . Абсциссы точек пересечения графиков и есть корни уравнения:  $x_1 = 1$ ,  $x_2 = -3$ .

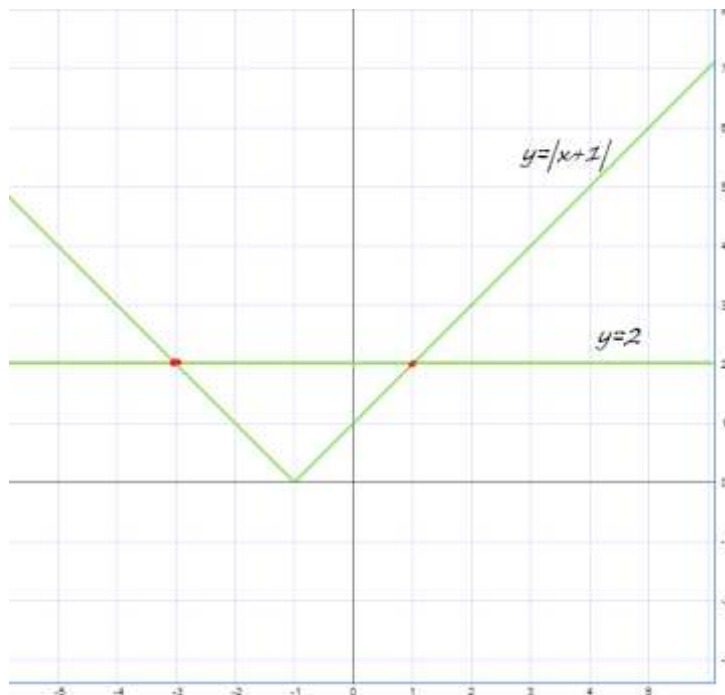


Рисунок 1 - График функций  $y = |x + 1|$  и  $y = 2$

Ответ:  $x_1 = 1$ ;  $x_2 = -3$

### 9. Использование геометрической интерпретации модуля.

У модуля есть геометрический смысл. Суть в том, что это разница в величинах, которая определяется тем расстоянием, которое находится между ними. Приведем пример геометрического смысла выражения.

Итак,  $|x - a|$  – длина отрезка координатной оси, соединяющей точки с абсциссами  $a$  и  $x$ . Перевод алгебраической задачи на геометрический язык часто позволяет избежать громоздких решений.

$$1) |x - 2| + |x - 3| = 1$$

Исходя из геометрической интерпретации модуля, левая часть уравнения представляет собой сумму расстояний от некоторой точки с абсциссой  $x$  до двух фиксированных точек с абсциссами 2 и 3. Тогда, очевидно, что все точки

с абсциссами принадлежащими отрезку  $[2; 3]$  обладают требуемым свойством, а точки, расположенные вне этого отрезка – нет. Отсюда, множеством решений уравнения отрезка является отрезок  $[2; 3]$ .

Ответ:  $[2; 3]$

$$2) |x - 2| - |x - 3| = 1$$

Рассуждая аналогично, получим, что разность расстояний до точек с абсциссами 2 и 3 равна 1 только для точек, расположенных на координатной оси правее числа 3. Следовательно, решением данного уравнения будет являться луч, выходящий из точки 3, и направленный в положительном направлении оси ОХ.

Ответ:  $[3; +\infty]$

Таким образом, при решении уравнений с модулем нет общих и достаточно универсальных методов. Это, в свою очередь, означает, что ученику необходимо дать наибольшее количество способов для решения задач. Следовательно, из них, он будет выбирать наиболее приемлемые для себя.

### **1.3. Организационные формы обучения в школьном курсе математики**

Прежде чем перейти непосредственно к формам, методам, средствам обучения решений неравенств с модулем в курсе алгебры основной школы, необходимо определить, что именно понимается под этими понятиями в методической литературе.

Основной формой организации учебно-воспитательного процесса является урок А.А. Темербековой [14]. Также и другие авторы в своих учебниках отмечают, что «урок- это логически законченный, целостный, ограниченный определенными рамками времени отрезок учебно-воспитательный процесс, где представлены все основные элементы этого процесса (цели, содержание, средства, методы, формы организации» (схема 5).



**Схема 5 - Урок**

Обучение учеников в школе осуществляется при помощи разнообразных форм, характер которых определяется за счет целей и задач обучения, количеством учащихся, местом и оснащённостью математической литературы.

Организационные формы обучения – это виды обучения, которые различаются целями, составом учащихся, местом проведения, продолжительностью, деятельностью преподавателя и учащихся. В организационных формах обучения реализуется система взаимодействия обучения и управления учебной деятельностью в соответствии с заранее заданным порядком и режимом.

При изучении различных организационных форм обучения, учителю необходимо обеспечить для учащихся активную и познавательную деятельность, в которой используются групповые, фронтальные и индивидуальные работы.

Фронтальная работа предполагает совместную работу всего класса: то есть, преподаватель объясняет учебный материал для всего класса, ставит одинаковые задачи, а затем, учащиеся решают задачи и осваивают тему.

В групповой работе ученики делятся на несколько команд (групп или подразделений), а затем, выполняют одинаковые или разные задачи. Как правило, состав этих групп, при этом, может быть, как одинаков, так и различен. Количество учащихся зависит от задания (от 2 до 10 человек, но чаще всего среднее количество учеников 3-5). Тщательно проделанная работа в группах создает благоприятные возможности и приучает школьников к коллективной деятельности.

В индивидуальной работе и тот, и другой ученик получает индивидуальное задание, которое он выполняет самостоятельно, независимо от других учащихся. Индивидуальная форма обучения познавательной деятельности предполагает высокий уровень активности и самостоятельности, а особенно, подходит для тех видов работы, в которых индивидуальные особенности и способности учеников могут быть проявлены достаточно четко. С помощью одних и тех же заданий, выбирая систему самостоятельных заданий, учащиеся могут регулировать темп работы в соответствии со своими личными возможностями.

Если в образовании применять такие методы обучения, как организационные, то это будет способствовать интеграции обучения. Так, полагает автор И. М. Чередов [30]. При этом нужно понимать, что, именно при таких формах возникает взаимодействие между учеником и педагогом, которое может быть characterized как внешнее. У такого взаимодействия будут определенные условия, которые будут содержаться в методологии, приемах, средствах и видах обучающей активности. Нужно сказать, что форме принадлежит ведущая роль в определении того, как будет проходить обучение.

Анализируя это, автор И.Ф. Харламов [22], например, считает, что понятие «Организационные формы обучения» не имеет четкого определения. Многие авторы обходят эту проблему и ограничиваются обычным представлением о сущности этой категории.

Существуют различные принципы понимания формы организации обучающего процесса. В частности, автор Ю. К. Бабанский [17] предлагает такое понимание формы, при котором ее значение будет выражено обучением с внешней стороны. При этом, деятельность должна включать в себя именно эту форму, и тогда, работа ученика и преподавателя будет согласованной. Таким образом, формы организации обучающего процесса можно рассматривать, как определение, содержащееся внутри организации самого процесса.

Существует мнение, что форма представляет собой метод, который структурирует работу учеников. При этом, нужно принять во внимание сам процесс взаимодействия преподавателя и класса. Это мнение автора С.А. Смирнова [21].

С моей точки зрения, самое объемное понимание вопроса формы принадлежит автору В. И. Андрееву [10]. Он полагает, что форма, в которой организовано обучение, есть элемент процесса образования. И, при этом, она характеризуется совместной работой как класса, так и преподавателя. При этом нужно принимать во внимание те особенности, в которых проходит обучение. Это, как место обучения, так и время обучения. Не мало важное значение имеет состав учеников, как количественно, так и качественно. Нужно принимать во внимание цели, которые ставит учитель, применяемые средства, а также, итоги обучения и его содержание.

В то же время эффективность практики обучения обеспечивается не отдельными формами, а их продуманной, взаимосвязанной системой. У такой системы есть ряд задач. Они могут быть рассмотрены как функции. Итак.

В первую очередь отметим, что функции нужны для обучения и воспитания. При этом, формы применяются для того, чтобы сформировать нужные условия для того, чтобы знания были усвоены. Кроме того, у детей нужно развивать воображение, учить их понимать окружающую среду и иметь собственное мнение.

Есть и такая функция, как образовательная. Ее суть в том, что дети будут включены в нужные для образования виды активности. Таким образом, ученики обогащаются с точки зрения интеллекта, у них формируются нужные психологические, нравственные качества. Нельзя, также и забывать о физических качествах.

В рамках организационной функции отметим, что это не что иное, как использование методологии в обучении и выбор инструментов.

Суть психологической функции в том, что она дает основания для должного развития когнитивных процессов у учеников. Это нужно для успешного обучения.

Развивающая функция в том, что дети обучаются в разных условиях. Это нужно для вариативности принятия решений, развития интеллекта.

Функция создания структуры и системности в том, что нужно определить, какая последовательность деятельности учебном процессе будет наиболее оптимальной на основе научных данных.

Нельзя забывать и о таких функциях как, координирующая и комплексная. Суть в том, что формы обучающего процесса находятся в связи с тем, что процесс образования становится наиболее результативным в их применении.

Таким образом, ряд авторов считают, что, если данные функции будут воплощаться в контексте обучающих форм, то это дает возможность для того, чтобы и преподаватель, и его ученики интеллектуально росли.

Для того чтобы отнести формы обучения к определенному классу, рассмотрим мнения некоторых авторов для этого вопроса. В частности, таких как, С. А. Смирнов [21] и М. И. Махмутов [18]. Они считают, что целесообразно определить те отличия, которые имеются в дидактической науке с точки зрения определения формы. Итак, можно выделить такую форму, как форма обучения. Это не что иное, как технология, которую применяет педагог. Также, можно выделить форму, которая определяет работу учащихся в процессе их обучения. Кроме того, выделяется такая форма, как конструирование деятельности групповой работы.

С точки зрения авторов Ч. Куписевича [16] и И.П. Подласова [19], имеет смысл распределить формы обучения, исходя из ряда оснований. Так, в частности, авторы считают, что значение имеет и число обучающихся. То есть, с точки зрения работы в группе или же индивидуальной. Существенным представляется место, где проходит обучение. Оно может проходить в рамках как школы, так и вне ее. Значение имеет и продолжительность обучения.

По мнению современных авторов: И.Ф. Исаевой, Сластенина и Е.Н. Шияновой [20], в дидактике о наличии трех наиболее известных базовых систем организационного проектирования педагогического процесса, отличающихся друг от друга количеством учащихся, признается соотношение коллективных и индивидуальных форм организации учебной деятельности, степени их самостоятельности и спецификой управления учебным процессом со стороны учителя.

Они включают в себя:

- индивидуальное обучение;
- систему классных комнат;
- систему сбора и проведения семинаров.

Автор Т. И. Шамова [29] считает, что для того, чтобы достигнуть ряд целей в образовании, необходимо использовать обучающие формы. Рассмотрим, о каких целях идет речь.

В частности, цель может состоять в том, чтобы получить новые сведения. Для этого, можно применять такие формы, как действия в рамках программы школы. Это также может быть лекционная форма, которая содержит в себе проблему для обсуждения. Хороший результат может дать экскурсия. Необходимы практические действия в рамках работ лабораторного характера. Нужны также занятия в мастерской.

Знания следует системно объединять. В результате, появляются новые умения и навыки. Для этого применяется практикум. В то же время, может быть использован семинар и дискуссионная форма работы.

Чтобы навыки усваивались наиболее полно, нужно использовать различные ситуации, которые будут для учеников новыми. Это, также, может быть семинар, это может быть проблемный спор на заданную тему и многое другое. Очень интересные результаты дают игры, в которых ученики примеряют на себя различные роли.

Полученные знания должны сформироваться у учеников в систему. Это можно сделать на таких занятиях, как семинар, конференция. Можно сформировать специальное занятие для того, чтобы обобщить пройденный материал.

Для того, чтобы выяснить, как ученики усвоили материал, нужно применять специальные занятия, в ходе которых будет осуществлён контроль. Это, как правило, происходит на коллоквиумах. Может быть использован урок, посвященный системному освещению пройденного материала.

Автор В.И. Андреев [10] дает принцип моделирования, который имеет три меры измерения. Он основан на исследовании других классификаций. Рассмотрим, на чем базируется трехмерная модель.

Итак, нужно принимать во внимание общие формы. Это ни что иное, как детали работы учеников в ходе их совместной деятельности. Она может быть, как индивидуальной, так и в парах. Может быть использована работа в группах. Есть методы фронтальные и коллективный метод.

Имеет место компонент внешнего характера. Он основан на том, что учебные сведения передаются с различными особенностями. Так, в частности, может быть использован урок, который можно применять на семинарах и в лабораторных заданиях.

Имеет значение и компонент внутреннего характера. Он определяет, какая цель обучения является наиболее важной. Это может быть урок по практике, это может быть вводное занятие. Также, формы проведения занятия могут быть созданы на основе комбинации.

Для целостного понимания особенностей форм организации учебного процесса, необходимо рассмотреть его основные характеристики в соответствии с представленной трехмерной моделью.

На сегодняшний день форма обучения используется для адаптации степени сложности учебных заданий, оказания помощи учащимся с учетом их индивидуальных особенностей и оптимизации самого учебного процесса. В связи с этим основным преимуществом этой формы обучения является возможность

полностью индивидуализировать содержание, методы и темпы обучения, отслеживая и корректируя как преподавательскую, так и учебную деятельность.

Парная форма обучения связана с взаимодействием учителя и пары учеников, выполняющих различные решения задач под его руководством.

Групповая форма обучения – это когда учитель общается с группой детей, состоящей из более трех человек, взаимодействующих как между собой, так и с учителем для выполнения различного уровня задач.

Коллективная форма обучения является одной из самых сложных форм, учитывая подготовку объединенной команды, в которой есть лидер из числа учащихся. Эта форма ориентирована на активное взаимное обучение школьников, их сплоченность и взаимопонимание.

Фронтальная форма обучения включает в себя одновременное обучение группы учащихся или целого класса. При этом дети решают задания одного типа. Затем, преподаватель осуществляет контроль. Такая форма обучения уходит своими корнями вглубь традиций.

#### **1.4. Методические рекомендации по использованию методов решения уравнений, содержащих модуль**

Вполне естественно, что любой способ имеет как положительные, так и отрицательные стороны. Рассмотрим особенности метода, который применяется для того, чтобы решить уравнения с модулем в последовательном порядке.

В первую очередь отметим, что, если раскрыть один модуль, то возникает возможность того, чтобы произвести раскрытие другого модуля. Таким образом, можно решить задачу за более короткий промежуток времени.

В ходе поиска решения есть возможность того, чтобы вести контроль за тем, как получаются промежуточные итоги решения. При этом, раскрытие модуля может вести к тому, что время для решения увеличивается.

Среди самых результативных методов следует выделить интервальный метод. Суть в том, что при его использовании нужно выполнять относительно небольшое число действий. Нужно определять концы интервалов. При этом,

решение уравнения может быть затруднительным. Также, возможна такая ситуация, при которой у ученика не будет достаточно знаний для решения заданного уравнения.

Что касается такого метода, как графический, то нужно отметить, что он часто применяется в школьном курсе. И, весьма характерно то, что ответ может быть приблизительным, а не точным.

Существует и такой метод решения, при котором применяются те зависимости, которые возникают между числами. Такой способ, часто дает возможность для того, чтобы достигнуть результата достаточно быстро. Однако, не все случаи таковы. Может сложиться такая ситуация, при которой решение будет весьма непростым. Или, может быть, оно не является доступным для ученика, потому что он не обладает достаточным объемом знаний и умений.

Модуль может быть интерпретирован с точки зрения геометрии. Такой подход дает основания для того, чтобы не применять сложные решения. Однако, такой метод можно применять только в уравнениях, которые имеют определенный вид.

Исследовав положительные и отрицательные стороны всех способов, можно сказать, что для учащихся, важно научиться применять все способы при решении задач. Особенно это важно на раннем этапе обучения. При этом обучение должно иметь конкретный характер и базироваться на примерах. Ученик должен самостоятельно уметь выбирать тот метод, который будет наиболее результативным.

Итак, подводя итоги исследования всех методов, применяемых для решения уравнения, в которых имеется знак модуля, можно сказать, что универсальных методов не существует. Ученик должен уметь применять разные способы. Все достигшие умения ученика приводят к тому, что он все в большей мере начинает интересоваться предметом. А также, начинает прекрасно обладать ресурсами, обогащающими его знания, а также умения и навыки.

## **Глава 2. Методические основы использования организационных форм обучения при решении задач с модулем**

### **2.1. Использование организационных форм обучения на факультативных занятиях в школе**

Сегодня все большую значимость приобретает тема, в рамках которой идет изучение уравнений и задач со знаком модуля. При этом нужно понимать, что у школьной программы есть свои ограничения. И они не дают возможности рассмотреть данную тему во всей ее полноте.

Данные задания нередко присутствуют на экзаменах. Их решение затруднительно для учеников. Такое положение может возникать в связи с тем, что ученики недостаточно владеют инструментами анализа и не обладают конкретными навыками решения. Примером может служить решение линейных или квадратных уравнений с модулем.

Задачи с модулем представляют для школьников наибольшую трудность, как в логическом, так и в техническом смысле, поэтому уравнения и неравенства, содержащие модуль – это один из труднейших разделов школьного курса математики. В этом случае, кроме использования алгоритмов решения уравнений или неравенств, приходится думать об удачной классификации, следить за тем, чтобы не пропустить множество тонкостей, спрятанных в задаче. Уравнения и неравенства с модулями – это тема, где проверяется ученик, на понимание и усвоение того материала, который он изучил. И, естественно, цена задачи резко возрастает, если в нее включен модуль.

В данной работе представлены разработки школьной программы факультативного курса. Тема факультатива «Различные способы решения уравнений под знаком модуля». В ходе факультативного курса обучающиеся познакомятся с основными и нетрадиционными способами решения задач и уравнений содержащих знак модуля, методическая особенность данного курса – использование разнообразных организационных форм.

Факультативный курс позволяет значительно сократить разрыв между требованиями, которые предъявляет своему абитуриенту ВУЗ и требованиями, которые предъявляет к своему выпускнику школа.

Рабочая программа факультативного курса по математике составлена на основе федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования.

Основная задача обучения математике в школе - обеспечить прочное и сознательное овладение учащимися системой математических знаний и умений, необходимых для изучения смежных дисциплин и продолжения образования.

Как активизировать мыслительную деятельность учащихся на уроке? Как заставить школьника начать размышлять над математическими заданиями, вопросами, задачами? Принуждение, которое угнетает ребенка, не способствует развитию его учебной мотивации и математических способностей. Сделать процесс обучения увлекательным и интересным могут помочь внеклассные занятия по математике в форме факультатива.

Программа занятий выражает целевую направленность на развитие и совершенствование познавательного процесса с внесением акцента на развитие у ученика внимания, восприятия и воображения, памяти и мышления.

Программа факультатива строится на углубленном изучении вопросов, предусмотренных программой основного курса. Углубление реализуется на базе обучения методам и приёмам решения нестандартных математических задач с помощью логического мышления.

Рабочая программа составлена на основе:

- федерального компонента Государственного образовательного стандарта основного общего образования по математике (геометрия) [24];
- Федерального перечня учебников на 2019/2020 учебный год, утвержденный приказом Министерства просвещения РФ от 28.12.2018 года № 345 [23];

- Закона РФ «ОБ образовании» [24];
- Приказа Министерства образования и науки РФ от 6 октября 2009 г. N 373 «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования» [24].

Организационные формы работы на факультативных занятиях будут применяться разнообразные: *индивидуальные, парные, групповые*. Административной проверки усвоения материала курса не предполагается, соответствующие задачи не будут включаться в контрольные работы.

В факультативном курсе рассматриваются различные методы решения уравнений и неравенств с модулем, основанные на определении модуля, его свойствах и графической интерпретации. Значительное внимание уделяется вопросам приложения модулей к преобразованиям корней.

Для второй части характерна практическая направленность. Её основное содержание составляют учебные задачи. Часть из них приводится на занятиях с полным решением, иллюстрирующим тот или иной метод. Другие предлагаются для самостоятельной работы. Правильность выполнения этих заданий контролируется посредством приведенных ответов. Изложение практических приемов решения сопровождается необходимыми теоретическими сведениями.

Стоит отметить, что навыки в решении уравнений, неравенств, содержащих модуль, безусловно, необходимы любому ученику, желающему успешно сдать экзамен по математике.

Таким образом, наряду с основной задачей обучения математики, а также, умений и навыков, данный факультативный курс предусматривает формирование устойчивого интереса к предмету, выявление и развитие математических способностей, ориентацию на профессии, связанные с математикой, выбору профиля в дальнейшем, а также подготовку обучающихся к успешной сдаче ЕГЭ.

Отметим, что, главными целями факультативных занятий по математике являются:

- углубление и расширение знаний;
- развитие интереса учащихся к предмету;
- развитие их математических способностей;
- привитие школьникам интереса к самостоятельным занятиям;
- воспитание инициативы и творчества.

В рамках школьной программы, на занятия факультативного курса в старших классах отводится 35 часов (таблица 1).

Таблица 1 -Тематическое планирование

| №<br>п/п | Наименование<br>тем                                                                       | Количество часов       |                       | Итого          |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------|------------------------|-----------------------|----------------|
|          |                                                                                           | Теоретическая<br>часть | Практическая<br>часть |                |
| 1        | <b>Понятие модуля.<br/>Свойства Моду-<br/>ля.</b>                                         | 1                      | 1                     | (2 ча-<br>са)  |
|          | Определение мо-<br>дуля, его геомет-<br>рическая интер-<br>претация.<br>Свойства модуля.  |                        |                       |                |
| 2        | <b>Решение систем<br/>уравнений с од-<br/>ной переменной<br/>под знаком моду-<br/>ля.</b> | 4                      | 4                     | (8 ча-<br>сов) |

|   |                                                                                                                                                                                                                                                                          |   |   |           |
|---|--------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|-----------|
|   | <p><i>Решение систем уравнений, используя геометрическую интерпретацию модуля.</i></p> <p><i>Решение систем уравнений по определению абсолютной величины.</i></p> <p><i>Решение систем уравнений содержащих одну переменную. Решение систем уравнений с модулем.</i></p> |   |   |           |
| 3 | <p><b><i>Решение систем уравнений с двумя переменными под знаком модуля.</i></b></p>                                                                                                                                                                                     | 4 | 4 | (8 часов) |
|   | <p><i>Решение неравенств, используя геометрическую интерпретацию модуля. Решение систем уравнений с двумя переменными. Решение систем уравнений с использованием свойств модуля.</i></p>                                                                                 |   |   |           |
| 4 | <p><b><i>Графики функций, содержащие модуль.</i></b></p>                                                                                                                                                                                                                 | 2 | 2 | (4 часа)  |

|   |                                                                                                                                                                               |   |   |          |
|---|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|----------|
|   | <i>Построение графиков функций, содержащих модуль. Графический метод решения уравнений и их систем с модулем. Графический метод решения неравенств и их систем с модулем.</i> |   |   |          |
| 5 | <b><i>Решение иррациональных уравнений с модулем.</i></b>                                                                                                                     | 1 | 2 | (3 часа) |
|   | <i>Решение иррациональных уравнений, которых используется модуль.</i>                                                                                                         |   |   |          |
| 6 | <b><i>Решение уравнений с модулем из сборника ЕГЭ.</i></b>                                                                                                                    | 1 | 2 | (3 часа) |
|   | <i>Решение уравнений из единого государственного экзамена, в которых содержится модуль.</i>                                                                                   |   |   |          |
| 7 | <b><i>Решение систем уравнений с модулем из сборника ЕГЭ.</i></b>                                                                                                             | 1 | 2 | (3 часа) |

|   |                                                                                                     |   |   |          |
|---|-----------------------------------------------------------------------------------------------------|---|---|----------|
|   | <i>Решение систем уравнений из единого государственного экзамена, в которых содержится модуль.</i>  |   |   |          |
| 8 | <b><i>Построение графиков функций с модулем из сборника для ЕГЭ.</i></b>                            | 2 | 2 | (4 часа) |
|   | <i>Построение графиков функций из заданий единого государственного экзамена, содержащих модуль.</i> |   |   |          |

Рассмотрим 2 урока по математике из факультативного курса на тему:  
«Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля».

## **2.2 Примеры занятий из факультативного курса на тему «Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля»**

В ходе факультативного курса на уроках используются следующие формы работ: групповая, парная и индивидуальная.

На первом уроке рассмотрим групповую (парную) форму обучения.

### **Первый урок.**

**Тема:** Понятие модуля. Решение уравнений по определению модуля и методом интервалов.

**Тип урока:** практикум.

**Оборудование:** компьютер, проектор.

**Цели урока:**

1. *Обучающая:* научить применять полученные знания при решении заданий повышенного уровня сложности, стимулировать учащихся к овладению рациональными приемами и методами решения;

2. *Развивающая:* развивать логическое мышление, память, выработать умение анализировать и сравнивать;

3. *Воспитательная:* развивать аккуратность и трудолюбие;

**Задача:** научить учащихся решать задачи с модулем.

**Методы обучения:** объяснение, решение задач, беседа.

**План урока:**

I. Организационный момент.

II. Устная работа. Повторение основных понятий.

**Определение:** Абсолютной величиной или модулем действительного числа  $x$  называется само это число, если  $x \geq 0$  и  $(-x)$ , если  $x < 0$ , то есть

$$|x| = \begin{cases} x, & x \geq 0 \\ -x, & x < 0 \end{cases}$$

Свойства модуля справедливы для любых действительных чисел  $x$  и  $y$ :

1) Модуль произведения равен произведению модулей:

$$|x \cdot y| = |x| \cdot |y|;$$

2) Модуль частного является частным модулей:  $\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|};$

Если известен график функции  $y = f(x)$ , график функции  $y = |f(x)|$  можно построить согласно определению модуля. Действительно,

$$|f(x)| = f(x) = \begin{cases} -f(x), & f(x) < 0 \\ f(x), & f(x) \geq 0 \end{cases}$$

Теперь перейдём к практической части занятия.

### III. Практическая часть.

Перед началом занятия, обучающиеся, получают карточки с заданием и делятся на небольшие группы . Каждой группе необходимо решить примеры №1 и №2. Работа в группах способствует развитию у учащихся умственного мышления, организованности, умению коллективно выполнять то или иное задание.

Пример №1. Решить уравнение  $|2x + 4| + |3x - 15| = 7$

Найдем ОДЗ:

$$1) \quad 2x + 4 = 0$$

$$2x = -4$$

$$x = -2$$

$$2) \quad 3x - 15 = 0$$

$$3x = 15$$

$$x = 5$$

Таким образом, получается 3 промежутка:

$$x \in (-\infty; -2) \cup (-2; 5) \cup (5; +\infty)$$

Теперь, решим уравнение и посмотрим, соответствуют ли корни уравнения данному промежутку.

Получаем,

$$1) \quad -2x - 4 - 3x + 15 = 7,$$

$$-5x + 11 = 7,$$

$$-5x = -4,$$

$$x = \frac{4}{5} \notin (-\infty; -2)$$

$$2) \quad 2x + 4 - 3x + 15 = 7,$$

$$-x + 19 = 7,$$

$$-x = -12,$$

$$x = 12 \notin (-2; 5)$$

$$3) \quad 2x + 4 + 3x - 15 = 7,$$

$$5x - 11 = 7,$$

$$5x = 18,$$

$$x = \frac{18}{5} = 3\frac{3}{5} \notin (5; +\infty)$$

Таким образом, можно прийти к выводу о том, что в данном уравнении решений нет.

Ответ: решений нет

*Переходим к решению следующего примера.*

*Теперь каждая группа разделяется на пары, получает задание и начинает его решать. Затем, предоставляет ответ учителю и рассказывает о ходе решения. Особенность данного уравнения: при решении обязательно нужно рассматривать два случая. Поэтому, перед решением учитель с учащимися обсуждает, какие случаи возможны, а после предлагает каждой паре рассмотреть один случай и найти общее решение уравнения.*

*Пример №2. Решить уравнение  $x^2 + 4|x - 3| - 7x + 11 = 0$*

Рассмотрим 2 случая решения:

**1 случай:**

$x \geq 3$ , снимаем знак модуля,

$$x^2 + 4(x - 3) - 7x + 11 = 0,$$

$$x^2 - 3x - 1 = 0,$$

$$x_1 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2}; x_2 = \frac{3 - \sqrt{13}}{2}.$$

Число  $x_2$  не удовлетворяет условию  $x \geq 3$ , поэтому не является корнем исходного уравнения.

Выясним, удовлетворяет ли данному условию число  $x_1$ . Для этого составим разность и определим ее знак:

$$x_1 - 3 = \frac{3 + \sqrt{13}}{2} - 3 = \frac{\sqrt{13} - 3}{2} = \frac{\sqrt{13} - \sqrt{9}}{2} > 0.$$

Так как  $x_1 > 3$ , то значит, что является корнем исходного уравнения.

**2 случай:**

$x < 3$ , снимаем знак модуля:

$$x^2 + 4(3 - x) - 7x + 11 = 0,$$

$$x^2 - 11x + 23 = 0,$$

$$x_3 = \frac{11 + \sqrt{29}}{2}, x_4 = \frac{11 - \sqrt{29}}{2}.$$

Число  $x_3$  больше чем  $\frac{11}{2}$ , поэтому оно не удовлетворяет условию  $x < 3$ .

Проверим  $x_4$ , для этого составим разность и определим знак:

$$x_4 - 3 = \frac{11 - \sqrt{29}}{2} - 3 = \frac{5 - \sqrt{29}}{2} = \frac{\sqrt{25 - \sqrt{29}}}{2} < 0.$$

Число  $x_4$  является корнем исходного уравнения, поэтому запишем ответ.

Ответ:  $\frac{3 + \sqrt{13}}{2}; \frac{11 - \sqrt{29}}{2}$

*Задание выполнено успешно, теперь запишем домашнее задание.*

IV. Домашнее задание.

1) Решить уравнение  $|2x + 4| + |3x - 15| = 7$

2) Решить уравнение  $|x + 1| - |x| + 3 \cdot |x - 1| = 2$

*Подведём итоги первого урока.*

V. Итоги урока.

Учащиеся заполняют бланк, где выставляют себе отметки. Во время урока, учитель внимательно следит за ходом мыслей учащихся и по необходимости направляет их к правильному решению.

Данный урок проводится не для выставления оценок за решение, а с целью научиться решать задачи группами и в парах. Это активно способствует развитию навыков общения, высказывания, умения вести дискуссию, а также верно мыслить.

На втором уроке рассмотрим индивидуальную форму обучения, с помощью которой каждый учащийся сможет самостоятельно выполнить то или иное задание, подобранное в соответствии с его подготовкой и учебными возможностями.

## **Второй урок.**

**Тема:** Решение систем уравнений с двумя переменными под знаком модуля.

**Тип урока:** Урок закрепление.

### **Цели урока:**

- обеспечить повторение, обобщение и систематизацию материала темы;
- создать условия контроля (самоконтроля) усвоения знаний и умений;
- способствовать развитию математического кругозора, мышления, речи, внимания, памяти;
- содействовать воспитанию интереса к математике, активности, мобильности, умению общаться в группах.

**Оборудование:** компьютер, проектор.

### **План урока:**

#### **I. Организационный момент.**

Тему решения уравнений с переменной под знаком модуля вы теперь знаете на «отлично». Проверим вашу готовность к сегодняшнему уроку : (проверка домашнего задания, краткое выступление учащихся по теме: «Понятие модуля. Решение уравнений с переменной под знаком модуля»).

На экзаменах, как правило, высокие результаты всегда показывают учащиеся, которые за отведенное время решают большое количество заданий. Многие задачи, могут быть решены разными способами. Поэтому, очень важно уметь выбирать наиболее удобный и правильный способ решения.

#### **II. Устная работа. Повторение основных понятий.**

На прошлом уроке факультативного урока вы познакомились и с самим понятием модуля, и с его свойствами, а также решили несколько задач по этой теме. Сейчас, мы закрепим все ваши полученные знания таким образом: плавно переходим от решения систем уравнений с переменной, под знаком модуля к решению систем уравнений с двумя переменными под знаком модуля.

Данная тема способствует развитию умственного мышления, а также является достаточно актуальной на сегодняшний день.

К доске выходит ученик и начинает решать задание с пояснением, остальные учащиеся делают записи себе в тетради. Через несколько минут сверяем решение в тетради с доской и в случае ошибок, определяем причину ошибки и устраняем пробелы в ходе обсуждения с учителем.

### III. Практическая часть.

Пример №1. Решить систему уравнения 
$$\begin{cases} 2x + y = 7 \\ |x - y| = 2 \end{cases}$$

Выразим из 1 уравнения переменную  $y$  и подставим во 2 уравнение.

$$y = 7 - 2x$$

$$|x - 7 + 2x| = 2$$

$$|3x - 7| = 2$$

Выражение под модулем будет менять знак, когда  $x = \frac{7}{3}$

При  $x < \frac{7}{3}$  выражение  $-3x + 7 = 2$  будет с отрицательным знаком

$$-3x = -5$$

$$x = \frac{5}{3}$$

Теперь, подставим  $x$  в выражение с  $y$ , получаем

$$y = 7 - 2 \cdot \frac{5}{3} = 7 - \frac{10}{3} = \frac{11}{3}$$

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = \frac{5}{3} \\ y = \frac{11}{3} \end{cases}$$

Но у данной системы есть также 2 решение, рассмотрим его.

При  $x \geq \frac{7}{3}$  выражение  $3x - 7 = 2$  будет с положительным знаком

$$3x - 7 = 2$$

$$3x = 9$$

$$x = 3$$

Подставим значение  $x$  в выражение со значением  $y$ , получаем

$$y = 7 - 2 \cdot 3 = 1$$

Таким образом, мы решили данную систему уравнений и нашли значения  $x$  и  $y$ . Теперь запишем ответ.

$$\text{Ответ: } \begin{cases} x = 3 \\ y = 1 \end{cases}$$

Приступаем к решению последнего примера, к доске учитель приглашает следующего учащегося, который также будет выполнять задание у доски самостоятельно.

$$\text{Пример №2. Решить систему уравнения } \begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1 \\ y = 5 + |x - 1| \end{cases}$$

Перепишем 1 уравнение

$$|x - 1| + |y - 5| = 1$$

Во 2 уравнении перенесем 5 в левую часть со знаком минус, получаем

$$y - 5 = |x - 1|$$

$$\text{Запишем систему } \begin{cases} |x - 1| + |y - 5| = 1 \\ y - 5 = |x - 1| \end{cases}$$

Подставим  $|x - 1|$  в 1 уравнение вместо  $|y - 5|$  запишем, что получилось:

$$\begin{cases} |x - 1| + |x - 1| = 1 \\ y - 5 = |x - 1| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 2 \cdot |x - 1| = 1 \\ y - 5 = |x - 1| \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} |x - 1| = \frac{1}{2} \\ y - 5 = \frac{1}{2} \end{cases}$$

Решим 1 уравнение.

Модуль числа  $|x - 1|$  равен положительному числу  $\frac{1}{2}$

Значит, может быть только 2 случая:

1) Когда подмодульное выражение  $|x - 1|$  равно положительному числу  $\frac{1}{2}$ ;

2) Когда подмодульное выражение  $|x - 1|$  равно отрицательному числу  $\frac{1}{2}$ ;

Т.е  $|x - 1| = \pm \frac{1}{2}$  запишем

$$\begin{cases} x - 1 = \pm \frac{1}{2} \\ y = 5 + \frac{1}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 1 - \frac{1}{2} \\ x = 1 + \frac{1}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = \frac{1}{2} \\ x = \frac{3}{2} \\ y = \frac{11}{2} \end{cases}$$

Система решена, в ответе будет 2 пары решений.

Ответ:  $(\frac{1}{2}; \frac{11}{2})$ ,  $(\frac{3}{2}; \frac{11}{2})$

После некоторого промежутка времени учащийся проверяет решение вместе с учителем и записываем домашнее задание.

#### IV. Домашнее задание.

Решить систему уравнения  $\begin{cases} x + 2y - 6 = 0 \\ |x - 3| - y = 0 \end{cases}$

Решить систему уравнения  $\begin{cases} |x - 1| + |y - 2| = 1 \\ y = 3 - |x - 1| \end{cases}$

#### V. Итоги урока.

На уроке факультативного занятия выступающие учащиеся у доски успешно выполнили все задания. Самостоятельно произвели анализ, сделали обобщение, а также, краткие записи с пометками в тетради. Прodelали очень усердную и активную работу.

В ходе прохождения педагогической практики нами были оценены результаты обучающихся «до» и «после» проведения факультативных занятий.

В начале занятий была проведена самостоятельная работа с целью определения первичных результатов. Результаты работы оценивались по 100- бальной системе представлены в следующей таблице 2:

Таблица 2 - Результаты тестирования

| <b>Ученик</b> | <b>Результаты тестирования, %</b> | <b>Ученик</b> | <b>Результаты тестирования, %</b> |
|---------------|-----------------------------------|---------------|-----------------------------------|
| №1            | 70                                | №7            | 25                                |
| №2            | 65                                | №8            | 54                                |
| №3            | 55                                | №9            | 48                                |
| №4            | 34                                | №10           | 37                                |
| №5            | 78                                | №11           | 36                                |
| №6            | 90                                | №12           | 46                                |
| <b>ИТОГО</b>  |                                   |               | <b>53,17</b>                      |

В конце последней недели факультативных занятий была проведена самостоятельная работа, с аналогичными заданиями из первой проверочной работы.

Результаты первичной и итоговой работы представим в следующей таблице 3:

Таблица 3 - Результаты итоговой работы

| <b>Ученик</b> | <b>Результаты тестирования, %</b> |              | <b>Ученик</b> | <b>Результаты тестирования, %</b> |              |
|---------------|-----------------------------------|--------------|---------------|-----------------------------------|--------------|
|               | <b>До</b>                         | <b>После</b> |               | <b>До</b>                         | <b>После</b> |
| №1            | 70                                | 72           | №7            | 25                                | 31           |
| №2            | 65                                | 64           | №8            | 54                                | 55           |

|              |    |    |     |    |              |
|--------------|----|----|-----|----|--------------|
| №3           | 55 | 59 | №9  | 48 | 48           |
| №4           | 34 | 46 | №10 | 37 | 48           |
| №5           | 78 | 75 | №11 | 36 | 46           |
| №6           | 90 | 86 | №12 | 46 | 55           |
| <b>ИТОГО</b> |    |    |     |    | <b>57,08</b> |

Как мы видим из таблицы, результаты у обучающихся повысились, тем самым поднялся общий процент. Основываясь на этом, мы можем сделать вывод о том, что перечень задач был подобран правильно и получился положительный результат.

## Заключение

В ходе исследования были решены следующие задачи:

1. Раскрыта роль уравнений, содержащих переменную под знаком модуля в школьном курсе математики.
2. Проведен сравнительный анализ учебников на предмет изложения темы: «Решение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля».
3. Рассмотрены различные подходы к решению уравнений с модулем.
4. Определены особенности применения организационных форм обучения на уроках математики.
5. Разработаны конспекты 2-х занятий из факультативного курса с использованием различных организационных форм обучения.

Таким образом, в процессе выполнения выпускной квалификационной работы, в соответствии с поставленными целями и задачами, получены основные выводы:

- изучение уравнений, содержащих переменную под знаком модуля, обязательно и важно в курсах школьной математики;
- проблема разработки эффективного наглядного материала при проведении уроков по изучению уравнений, содержащих переменную под знаком модуля, является очень актуальной;
- для каждого вида уравнений в выпускной работе представлен наиболее удобный метод его решения;
- использование различных организационных форм способствует эффективности учебно-воспитательной работы.

Задачи выпускной квалификационной работы решены. Цель достигнута.

Данная работа может быть рекомендована для практического использования студентам математических факультетов в период прохождения производственной практики и учителям математики.

## Список литературы

1. Алгебра и начала анализа : учебник для 8-11 классов общеобразовательных учреждений : базовый уровень / Ш.А. Алимов [и др.]; под ред. Ш.А. Алимова . 19-е изд., М. : Просвещение, 2014. 255 с.
2. Алгебра : учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Г.В. Дорофеев [и др.]; под ред. Г.В.Дорофеева. 3-е изд., М. : Просвещение, 2016. 320 с.
3. Алгебра : учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Ю.Н. Макарычев [и др.]; под ред.С. А. Теляковского. М. : Просвещение, 2015. 256 с.
4. Алгебра : учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Г.К. Муравин [и др.]; под ред. Г.К. Муравина. 15-е изд. М. : Дрофа, 2015. 254 с.
5. Алгебра : учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Ю.Н. Макарычев [и др.]; под ред. С.А. Теляковского. 21-е изд., М. : Просвещение, 2014. 271 с.
6. Алгебра : учебник для 7 класса общеобразовательных учреждений ч.2 / А.Г. Мордкович [и др.]; под ред.А.Г. Мордковича.-17-е изд., М. : Просвещение, 2013. 271 с.
7. Алгебра : учебник для 8 класса общеобразовательных учреждений ч.2 / А.Г.Мордкович [и др.]; под ред. А.Г. Мордковича. 12-е изд., М. : Просвещение, 2010. 271 с.
8. Алгебра : учебник для 9 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Ю.М. Колягин [и др.]; под ред. Ю.М. Колягина. М. : Просвещение, 2014. 304 с.
9. Алгебраический тренажер : учеб. / А.Г. Мерзляк [и др.]; под ред. А.Г. Мерзляка. М. : Илекса, 2007. 320 с.

10. Инновационно - прогностический курс : учеб. / В.И. Андреев [и др.]; под ред. В.И. Андреева. М. : Просвещение, 2013. 500 с.
11. Математика : учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений / Н.Я. Виленкин [и др.]; под ред. Н.Я. Виленкина. 30-е изд., М. : 2014. 288 с.
12. Математика : учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / Г.В. Дорофеев [и др.]; под ред. Г.В. Дорофеева. 11-е изд., М. : Просвещение, 2014. 303 с.
13. Математика : учебник для 6 класса общеобразовательных учреждений: базовый уровень / И.И. Зубарева [и др.]; под ред. И.И. Зубаревой. 8-е изд., М. : Просвещение, 2014. 264 с.
14. Методика преподавания математики : учеб. / А.А. Темербекова [и др.]; под ред. А.А. Темербековой. М. : Лан, 2015. 512 с.
15. Общие методы решения уравнений и неравенств : учеб. / В.И. Горбачев [и др.]; под ред. В.И. Горбачева. М. : Просвещение, 2014. 60-68с.
16. Основы общей дидактики : учеб. / Ч. Куписевич [и др.]; под ред. Ч. Куписевича. М. : Просвещение, 1986. 368 с.
17. Педагогика : учеб. / Ю.К. Бабанский [ и др.]; под ред. Ю. К. Бабанского. М. : Просвещение, 1983. 608 с.
18. Педагогика : учеб. / М.И. Махмутов [и др.]; под ред. М.И. Махмутова. М. : Просвещение, 1975. 258 с.
19. Педагогика : учеб. / И.П. Подласый [и др.]; под ред. И.П. Подласова.-2-е изд., М. : ВЛАДОС, 2007. 463 с.
20. Педагогика : учеб. / В. А. Сластенин [и др.]; под ред. В.А. Сластенина. М. : Академия, 2013. 576 с.
21. Педагогика : учеб. / С А. Смирнов [и др.]; под ред. С.А. Смирнова.-4-е изд., М. : Академия, 2001. 512 с.
22. Педагогика : учеб. / И.Ф. Харламов [и др.]; под ред.И.Ф. Харламова.-4-е изд., М. : Гардарики, 2005. 520 с.

23. Приказ Министерства просвещения РФ от 8 мая 2019 г. N 233 “О внесении изменений в федеральный перечень учебников, рекомендуемых к использованию при реализации имеющих государственную аккредитацию образовательных программ начального общего, основного общего, среднего общего образования, утвержденный приказом Министерства просвещения Российской Федерации от 28 декабря 2018 г. N 345. URL: <http://www.garant.ru/products/ipo/prime/doc/72142806/>. Заглавие с экрана (дата обращения: 15.10.2020).

24. Приказ Министерства образования и науки РФ от 6 октября 2009 г. N 373 «Об утверждении и введении в действие федерального государственного образовательного стандарта начального общего образования». URL: <http://base.garant.ru/197127/> . Заглавие с экрана (дата обращения: 21.03.2021).

25. Психолого-педагогические основы преподавания математики в школе : учеб. / Л.М. Фридман [и др.]; под ред. Л.М. Фридмана. М. : Просвещение, 2014. 160 с.

26. Сборник рабочих программ по алгебре : учебник для 7-9 классов общеобразовательных учреждений : под ред.Т.А. Бурмистровой. 2-е изд., М. : Просвещение, 2016. 96 с.

27. Скокова О.Г. Коллективный метод преподавания уроков математики // Математика в школе. 2014. № 6. С. 47-49.

28. Технология обучения арифметики в школе : учеб. / Ю.М. Колягин [и др.]; под ред. Ю.М. Колягина. М. : Просвещение, 2014. 315 с.

29. Управление образовательными системами : учеб. / Т.И. Шамова [и др.]; под ред. Т.И. Шамовой. М. : ВЛАДОС, 2001. 319 с.

30. Формы учебной работы в средней школе : учеб. / И. М. Чередов [и др.]; под ред. И.М. Чередова. М. : Просвещение, 1988. 157 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ  
Федеральное государственное бюджетное образовательное  
учреждение высшего образования  
ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ  
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических  
и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки  
44.03.01 Педагогическое образование  
Профиль подготовки «Математика»  
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой  
23 » сентября 2020 г.  
Паньженский В.И.

Задание

по ВКР студента Жирновой Марии Владимировны  
(ФИО полностью)

Тема работы: «Организационные формы при обучении решению задач,  
содержащих переменную под знаком модуля»

Утверждена приказом по Университету от «16.11» 2020 г. № 0819/0

Срок сдачи студентом законченной работы «04» июня 2021 г.

# КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

| №<br>п/п | Перечень подлежащих<br>разработке вопросов                                                                  | Сроки<br>выполнения      | Примечания |
|----------|-------------------------------------------------------------------------------------------------------------|--------------------------|------------|
| 1.       | Анализ школьных учебников                                                                                   | Октябрь-<br>ноябрь, 2020 | Выполнено  |
| 2.       | Знакомство с основными методами<br>решения уравнений с модулем                                              | Декабрь, 2020            | Выполнено  |
| 3.       | Организационные формы обучения                                                                              | Январь, 2021             | Выполнено  |
| 4.       | Разработка факультативного курса по<br>теме "Решение уравнений, содержащих<br>переменную под знаком модуля" | Февраль-<br>март, 2021   | Выполнено  |
| 5.       | Оформление работы                                                                                           | Апрель, 2021             | Выполнено  |
| 6.       | Работа над выступлением и<br>презентацией                                                                   | Май-июнь,<br>2021        | Выполнено  |

Дата выдачи задания «25» сентября 2020 г.

Руководитель М.В. Исиркова  
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению  
Исиркова М.В.  
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского  
государственного университета  
А.Д. Гулякову  
студента (ки) 5 курса ФФМЕН  
заочной формы обучения

Жирнова Мария Владимировна

### ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Жирнова Мария Владимировна,  
Ф.И.О. студента

студент (ка) 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Организационные формы при обучении решению задач, содержащих перемену под знаком модуля», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен (на) с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

  
подпись  
04.06.2021  
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 04.06.2021  
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР

  
подпись

Е.Г. Муравьева  
И.О.Ф.

## ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему «Организационные формы при обучении решению задач, содержащих переменную под знаком модуля»

студентки 5 курса **Жирновой Марии Владимировны**  
направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование"

профиль подготовки "Математика"

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.

 **АНТИПЛАГИАТ**  
обнаружить заимствования

### Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: Жирнова М.В.  
Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна ([ju@antiplagiat.ru](mailto:ju@antiplagiat.ru)) / ID: 1559  
Организация: Пензенский государственный университет  
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <https://antiplagiat.ru>

| ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                        | ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                                               |
|-----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|----------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------------|
| № документа: 55<br>Начало загрузки: 07.06.2021 13:25:23<br>Длительность загрузки: 00:03:42<br>Имя исходного файла: ВКР ЖИРНОВА М.pdf<br>Название документа: Организационные формы при обучении решению задач, содержащих переменную под знаком модуля<br>Размер текста: 66 кБ<br>Тип документа: Дипломный проект<br>Символов в тексте: 68967<br>Слов в тексте: 8742<br>Число предложений: 893 | Начало проверки: 07.06.2021 13:29:09<br>Длительность проверки: 00:00:32<br>Корректировка от 07.06.2021 13:30:24<br>Комментарий: не указано<br>Поиск с учетом редактирования: да<br>Модули поиска: Модуль поиска "ПУ", Шаблоны фразы, Кольцо вуров, Интернет Плюс, Перефразирование по Интернету, Перефразирование по eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ, eLIBRARY.RU, Сводная коллекция РЭС, СМИ России и СНГ, Библиография ИПС Адилет, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn), Медицина, Диссертации НББ, Патенты СССР, РФ, СНГ, Издательство Wiley, Переводные заимствования |

| ЗАИМСТВОВАНИЯ | САМОЦИТИРОВАНИЯ | ЦИТИРОВАНИЯ | ОРИГИНАЛЬНОСТЬ |
|---------------|-----------------|-------------|----------------|
| 35,25%        | 0%              | 10,82%      | 54,13%         |

Заимствования — доля всех найденных текстовых пересечений, за исключением тех, которые система отнесла к цитированиям, по отношению к общему объему документа.  
Самоцитирование — доля фрагментов текста проверяемого документа, совпадающей или почти совпадающей с фрагментом текста источника, автором или соавтором которого является проверяемый документ, по отношению к общему объему документа.  
Цитирования — доля текстовых пересечений, которые не являются авторскими, но система посчитала их использованием корректным, по отношению к общему объему документа, с оформлением по ГОСТу цитаты, общепотребительные выражения, фрагменты текста, найденные в источниках из коллекций нормативно-правовой документации.  
Текстовое пересечение — фрагмент текста проверяемого документа, совпадающий или почти совпадающий с фрагментом текста источника.  
Источник — документ, проиндексированный в системе и содержащийся в модуле поиска, по которому проводилась проверка.  
Оригинальность — доля фрагментов текста проверяемого документа, не обнаруженных ни в одном источнике, по которому шла проверка, по отношению к общему объему документа.  
Заимствования, самоцитирование, цитирование и оригинальность являются отдельными показателями и в сумме дают 100%, что соответствует всему тексту проверяемого документа.  
Область «Язык» указывает, что система заимствования рассчитывает показатели оригинальности и цитирования по отношению к языку источника. По умолчанию система не

Руководитель ВКР

07.06.2021 (подпись)

Журавлева Е.Г.

дата, подпись

## ОТЗЫВ

**РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ**  
**на тему: «Организационные формы при обучении решению задач, содержащих**  
**переменную под знаком модуля»**  
**студентки Жирновой Марии Владимировны**  
**факультета физико-математических и естественных наук**  
**направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»**  
**профиль «Математика», гр. 163ФПМ51**

Выпускная квалификационная работа Жирновой М.В. «Организационные формы при обучении решению задач, содержащих переменную под знаком модуля» состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованной литературы.

Понятие «модуль» широко применяется во многих разделах школьного курса математики, например, в изучении абсолютной и относительной погрешностей приближенного числа; в геометрии и физике будут изучаться понятия вектора и его длины (модуля вектора). Понятия модуля применяется в курсах высшей математики, физики и технических наук, изучаемых в высших учебных заведениях. Но для ее изучения по программе отводится очень мало времени. Уравнения с модулем выступают эффективным средством для использования организационных форм обучения на занятиях по математике, т.к. обладают большой вариативностью методов и способов их решения (метода последовательного раскрытия модулей, графического метода, метода введения новой переменной, равносильных переходов, перевода алгебраической задачи на геометрический язык и др.), ранжирования задач по уровням сложности, использования взаимосвязи с другими разделами школьного курса естественнонаучных дисциплин.

Во введении отмечается актуальность выбранной темы и обозначаются степень ее разработанности, а также цели и задачи исследования, его практическая основа.

В первой главе выпускной квалификационной работы «Теоретические основы обучения решению задач с переменной под знаком модуля в школьном курсе математики» был выполнен сравнительный анализ школьных учебников по алгебре, выделены основные способы решения уравнений, содержащих переменную под знаком модуля, приведены примеры организационных форм.

Во второй главе «Методические основы использования организационных форм обучения при решении задач с модулем» раскрыто применение организационных форм обучения при решении задач, содержащих переменную под знаком модуля на факультативных занятиях. Представлены фрагменты уроков факультативного курса по темам: «Решение уравнений с модулем по определению и методом интервалов», «Решение систем уравнений с двумя переменными под знаком модуля».

В заключении формулируются основные выводы, к которым пришел автор в ходе выполнения работы.

Практическая значимость работы заключается в том, что представленный методический материал может быть использован в практике обучения в школе для повышения её эффективности. Результаты исследования могут быть использованы студентами при подготовке уроков математики во время прохождения производственной практики.

Выпускная квалификационная работа Жирновой М.В. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «удовлетворительно».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры

«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева