

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
ФГБОУ ВО «ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
Факультет вычислительной техники
Кафедра «Математика и суперкомпьютерное моделирование»

Курсовая работа
на тему: Шуховская башня
по дисциплине: Дифференциальная геометрия

Выполнил:
ст. гр. 19ВМ1
Симакова Е.А.
Принял:
к.ф.-м.н.,
доцент кафедры «МСМ»
Деревянчук Е.Д.

Пенза, 2020

Содержание

Введение	3
Поверхности второго порядка	4
Цилиндрические поверхности	4
Уравнение поверхности вращения	6
Сжатие и растяжение поверхностей	8
Однополостный гиперболоид	9
Построение однополостного гиперболоида	10
Шуховская башня	12
В.Г. Шухов	12
История создания башни Шухова	12
Особенности конструкции	13
Особенности строительства башни	14
Трудности строительства	14
Необычайная прочность	15
История вещания с Шуховской башни	15
Мировая известность	16
Современное состояние башни	16
Заключение	17
Список литературы	18

Введение

Цель курсовой работы: рассмотреть строение Шуховской башни, как поверхность второго порядка – однополостный гиперболоид.

Были изучены поверхности второго порядка: цилиндрические и поверхности вращения, их сжатие и растяжение.

Построен однополостный гиперболоид – один из видов поверхности вращения.

Примером однополостного гиперболоида является Шуховская башня. В курсовой работе были рассмотрены: история создания башни, особенности строения, конструкции и ее современное состояние.

1. Поверхности второго порядка.

1.1. Цилиндрические поверхности.

Поверхности 2-го порядка – поверхности, имеющие уравнение второй степени. В теории поверхностей второго порядка классифицируют и изучают различные виды поверхностей. Простейшие из них – это цилиндрические поверхности¹ 2-го порядка.

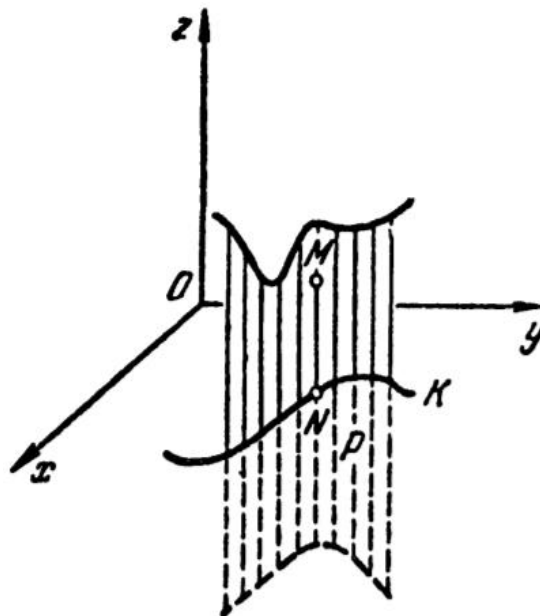


Рис. 309.

Пусть в плоскости лежит линия K (рис. 309). Проведем через каждую точку K прямую параллельную оси Oz . Множество этих прямых образует некоторую поверхность P , которая называется *цилиндрической*. Эти прямые называются *образующими* поверхности P , а линия K – ее *направляющей*. Уравнение направляющей K :

$$F(x, y) = 0. \quad (1)$$

Возьмем на P любую точку $M(x, y, z)$. Эта точка лежит на какой-то образующей. Если N – пересечение этой образующей с плоскостью xy , то N

¹ Поверхность, образуемая движением прямой (образующей) вдоль кривой (направляющей), причем прямая всегда параллельна своему начальному положению.

лежит на К и координаты N должны удовлетворять (1). Ясно, что у N такие же x и y , что и у точки M. Стало быть эти x и y тоже удовлетворяют (1). Поскольку M – любая точка поверхности P, то (1) и будет уравнением этой поверхности. Мы видим, что *уравнение цилиндрической поверхности с образующими, параллельными оси Oz, не содержит координаты z* (и совпадает с уравнением направляющей).

В частности, если направляющей служит эллипс:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1, \quad (2)$$

то соответствующая цилиндрическая поверхность называется *эллиптическим цилиндром* и (2) – ее уравнение. Аналогично приходим к *параболическому цилиндру*:

$$y^2 = 2px$$

и к *гиперболическому цилиндру*:

$$\frac{x^2}{a^2} - \frac{y^2}{b^2} = 1.$$

Это также поверхности 2-го порядка. Вообще, цилиндрическая поверхность не обязательно является поверхностью 2-го порядка.

1.2. Уравнение поверхности вращения.

Ряд поверхностей 2-го порядка являются *поверхностями вращения*².

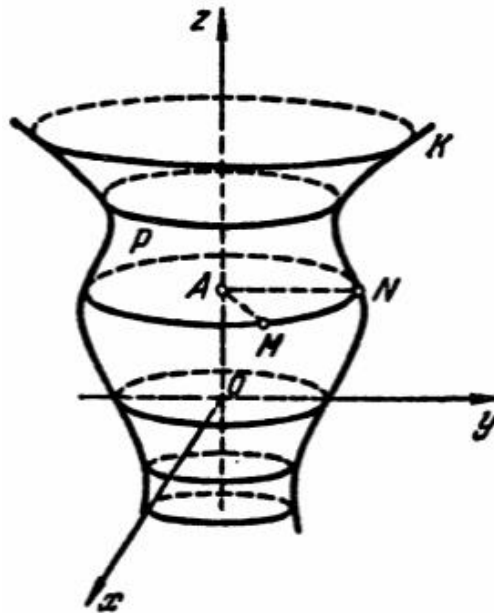


Рис. 310.

Пусть в плоскости yz лежит некоторая линия K . Представим, что K вращается вокруг оси Oz , благодаря чему образуется некоторая поверхность P , называемая *поверхностью вращения*. Исходная линия K называется *начальным меридианом*.

Уравнение этого меридиана:

$$F(y, z) = 0. \quad (3)$$

Каково же будет уравнение поверхности P ? Предположим, что меридиан K лежит в той части плоскости yz , где $y \geq 0$. Рассмотрим (рис. 310) какую-либо точку $M(x, y, z)$ поверхности P . Как и всякая точка поверхности P точка M получена в результате процесса вращения из некоторой точки N начального меридиана K . При этом вращении N остается в плоскости, перпендикулярной оси Oz , и описывает окружность с центром A , лежащим на оси Oz . Ясно, что z

² Поверхность, образуемая путем вращения вокруг оси поверхности произвольной линии (начального меридиана).

точки N такая же, как и у точки M. Если ордината $N = y^*$, то радиус $AN = y^*$. Таков же радиус AM. С другой стороны, радиус AM – расстояние между точками M (x, y, z) и A $(0, 0, z)$ и он равен:

$$AM = \sqrt{x^2 + y^2}.$$

Так,

$$y^* = \sqrt{x^2 + y^2}. \quad (4)$$

Поскольку точка N лежит на меридиане K, то ее координаты удовлетворяют (3). Стало быть,

$$F(y^*, z) = 0.$$

Отсюда и из (4) следует:

$$F(\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0. \quad (5)$$

Если бы линия K не лежала целиком в той части плоскости yz , где $y \geq 0$, то могло бы оказаться, что $y^* < 0$. Тогда $AN = -y^*$, откуда

$$y^* = -\sqrt{x^2 + y^2},$$

и вместо (5) было бы:

$$F(-\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0.$$

Так, координаты (x, y, z) любой точки поверхности P удовлетворяют уравнению:

$$F(\pm\sqrt{x^2 + y^2}, z) = 0, \quad (6)$$

которое является искомым уравнением поверхности P. Мы видим, что (6) получается из (3) простой заменой y на $\pm\sqrt{x^2 + y^2}$. В случае вращения исходного меридиана вокруг Оу уравнение поверхности вращения получается заменой z на $\pm\sqrt{x^2 + z^2}$.

1.3. Сжатие и растяжение поверхностей.

Пусть P' – какая-то поверхность. Выберем положительное число k и заменим каждую точку $M' (x, y, z')$ поверхности P' другой точкой $M (x, y, z)$, у которой

$$z = kz'. \quad (7)$$

Иными словами, при $k > 1$ мы увеличиваем расстояния всех точек P' от плоскости xy в k раз. Если $k < 1$, то мы уменьшаем эти расстояния в $\frac{1}{k}$ раз. В результате этой операции поверхность P' преобразуется (рис. 311) в новую поверхность P .

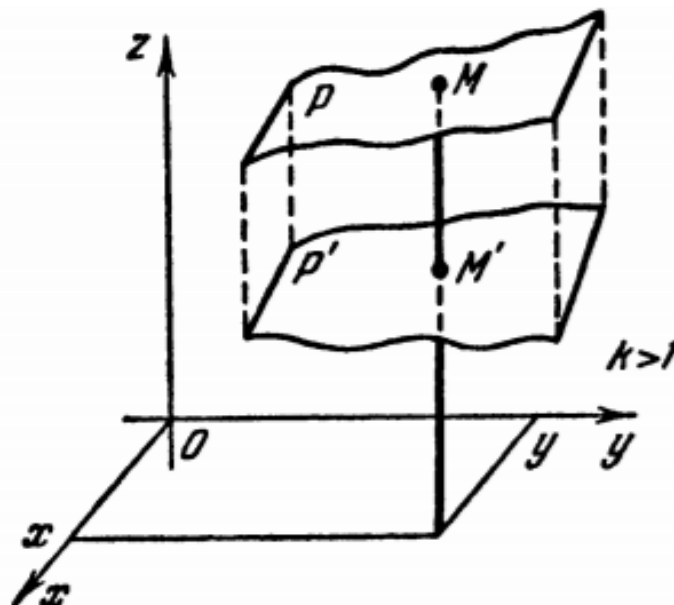


Рис. 311.

Про эту поверхность говорят, что она получена из P' при помощи *растяжения в направлении оси Oz в k раз* (если $k < 1$, то говорят, про *сжатие*).

Как, зная уравнение исходной поверхности P' , найти уравнение поверхности P ?

Пусть уравнение P' будет

$$F(x, y, z) = 0. \quad (8)$$

Возьмем на P любую точку $M (x, y, z)$. Она получена из точки $M' (x, y, z')$ поверхности P' , причем z и z' связаны соотношением (7).

Раз M' лежит на P' , то координаты (x, y, z') удовлетворяют (8), т.е. справедливо соотношение:

$$F(x, y, z') = 0.$$

Заменяя здесь z' равной величиной $\frac{z}{k}$, находим:

$$F\left(x, y, \frac{z}{k}\right) = 0. \quad (9)$$

Это равенство, верное для всех точек P , и является уравнение P . Мы видим, что для получения уравнения «растянутой» поверхности, надо в уравнении исходной поверхности заменить z на $\frac{z}{k}$, где k – коэффициент растяжения.

1.4. Однополостный гиперболоид.

Рассмотрим гиперболу

$$\frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

лежащую на плоскости yz . Вращая ее вокруг оси Oz , мы получим поверхность

$$\frac{x^2}{b^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1,$$

которая называется *однополостным³ гиперболоидом вращения*.

³ Поверхность состоит из **одного** цельного куска (“полости”).

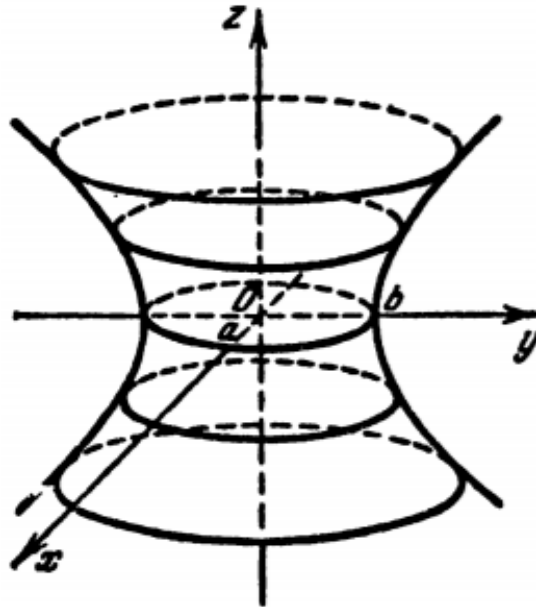


Рис. 313.

Растягивая этот гиперболоид в направлении Ох в k раз, приходим к общему однополостному гиперболоиду:

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1, \quad (10)$$

Где для краткости положено $bk = a$. Из самого процесса получения этой поверхности ясно, что она имеет вид, изображенный на рис. 313.

Важно отметить, что на гиперболоиде *лежат прямые линии*. Оказывается, что через любую точку гиперболоида проходят *две прямые, целиком лежащие на нем*.

1.5. Построение однополостного гиперболоида.

В каноническое уравнение однополостного гиперболоида

$$\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$$

подставляем вместо a, b, c свои значения. Строим ПДСК.

Строим сечения однополостного гиперболоида плоскостями; а) $\begin{cases} x = 0 \\ \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \end{cases}$ —

гипербола, б) $\begin{cases} y = 0 \\ \frac{x^2}{a^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1 \end{cases}$ — гипербола, в) $\begin{cases} z = 0 \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 \end{cases}$ — эллипс,

$$\Gamma) \begin{cases} z = \pm h \\ \frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} = 1 + \frac{h^2}{c^2} \end{cases} - \text{эллипсы. Строим все сечения. Соединяем полученные}$$

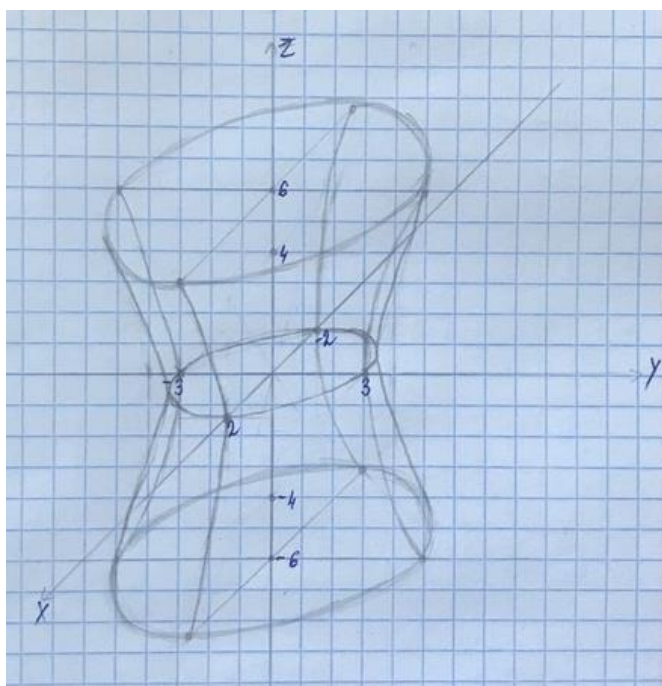
эллипсы из уравнений в) и г). Так получается однополостный гиперболоид.

Решение:

$$\frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1$$

$$\text{a)} \begin{cases} x = 0 \\ \frac{y^2}{9} - \frac{z^2}{16} = 1 \end{cases} \quad \text{б)} \begin{cases} y = 0 \\ \frac{x^2}{4} - \frac{z^2}{16} = 1 \end{cases} \quad \text{в)} \begin{cases} z = 0 \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 \end{cases}$$

$$\Gamma) \begin{cases} z = \pm 6 \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = 1 + \frac{36}{16} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \pm 6 \\ \frac{x^2}{4} + \frac{y^2}{9} = \frac{13}{4} \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} z = \pm 6 \\ \frac{x^2}{13} + \frac{y^2}{\frac{117}{4}} = 1 \end{cases}$$



2. Шуховская башня

2.1. В. Г. Шухов.

Владимир Григорьевич Шухов – великий инженер, изобретатель, учёный; почётный член Академии наук СССР, Герой Труда. Он первым в мире применил для строительства зданий и башен стальные сетчатые оболочки.

В конце XIX века, изобретением конструкций на сетчатой основе, Владимир Шухов обогнал инженерную мысль на десятки лет вперёд. Именно ему первому пришла идея использования совместной статической работы системы из металлических стержней, перекрещивающихся в двух направлениях.

Говорят, идея использования сетчатых конструкций у Шухова родилась благодаря казусу, аналогичному тому, который позволил Ньютону открыть закон всемирного тяготения. В данном случае источником озарения послужило обычное цветочное кашпо, сплетенное из прутьев.

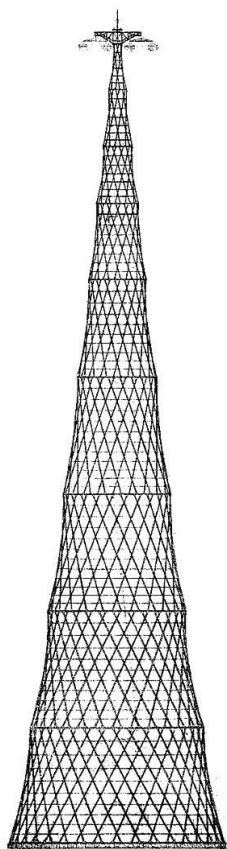
Его прочность оказалась достаточной, чтобы выдержать вес взрослого человека, вставшего на него одной ногой. Это и стало причиной экспериментов с конструкциями, аналогичными по своему устройству тому самому «плетеному горшку».

Шухов ввёл в архитектуру форму однополостного гиперboloида вращения, создав первые в мире гиперboloидные конструкции.

2.2. История создания башни Шухова.

Эта телевизионная башня построена по проекту академика В.Г. Шухова в период 1919-1922 годов. Проект телебашни на Шаболовке конструктор разработал в 1919 году. По первоначальному плану сооружение должно было

быть 350-метровым и превзойти известную на весь мир Эйфелеву башню. Но в процессе строительства высоту телебашни уменьшили до 160 метров.



Башня системы инж. В.Г.Шухова для беспроволоч. телеграфа высотой 350 м.

2.3. Особенности конструкции.

Архитектуру строения можно назвать смелой и новаторской. Это гиперболоидная конструкция в виде стальной сетчатой оболочки. *Гиперболоид в архитектуре* – это особая линейчатая жесткая конструкция. В Шаболовской башне она представлена в виде перекрещивающихся между собой прямых стальных профилей, которые базируются на прочных основаниях – кольцах, создавая четкий геометрический рисунок – сетку.

На первый взгляд это сетчатое сооружение очень непрочное. Но оно обладает неоценимым достоинством – нагрузка ветра на нее сведена к минимуму. Для строения, выполненного целиком из металлических балок, у Шуховской башни очень низкий вес.

2.4. Особенности строительства башни.

Шуховскую башню начали строить 14 марта 1920 года. Проект контролировал лично Ленин. В строительстве принимал участие лично сам конструктор Шухов. Башня состоит из 6 секций, каждая из которых имеет длину 25 метров. Нижняя секция установлена на бетонном фундаменте диаметром 40 метров и глубиной 3 метра. Каждая секция была собрана внизу и затем поднималась на место с помощью специальных лебедок. Помогал один координирующий рабочий на верху башни. Ни строительных лесов, ни подъемных кранов в строительстве не использовалось. Сетчатая конструкция обеспечила устойчивость к силе ветров, от которой обычно страдают высотные сооружения. Крепились секции с помощью заклепок. Ажурно-сетчатая конструкция имеет удивительный запас прочности. Без капитального ремонта она прослужила людям 90 лет.

2.5. Трудности строительства.

Во время строительства произошла авария. При подъеме четвертой секции третья сломалась. Четвертая упала, повредив вторую и первую. Для Советского Союза надвигалась военная опасность, башня должна была обеспечить надежную связь между столицей и регионами. Планы правительства срывались, этого советская власть простить не могла. Инженера Шухова отдали под суд и приговорили к условному расстрелу. Это значило, что если строительство не удастся завершить в срок, то расстрел из условного превратится в настоящий. Сам Владимир Григорьевич в это время переживал глубокую личную драму – у него в один год умирают мать и сын. Но все же талантливый инженер продолжил работу и блестяще завершил ее. Всего за 2 года башня выросла до своей настоящей величины. Гениальный конструктор положил в основу строительства способ плетения крестьянских ивовых корзин. Башня стала прообразом многочисленных конструкций подобного

рода не только на территории Советского Союза (создано 9 подобных сооружений), но и в Китае, Японии, Швейцарии.

2.6. Необычайная прочность.

Легкость и простота сооружения сочетается с удивительной прочностью. Об этом свидетельствует один любопытный факт. В 1941 году в районе башни пролетал почтовый самолет. В результате неисправности он задел металлический трос, свисавший с конструкции и закрепленный у ее основания. Башня получила мощнейший удар, самолет, не выдержав столкновения, развалился на куски в одном из ближайших дворов. Комиссия, собранная для выявления нанесенных башне повреждений, таковых не обнаружила.

2.7. История вещания с Шуховской башни.

Радиопередачи Шуховская башня начала транслировать сразу же после постройки. Первые же телепередачи жители Москвы увидели только в 1939 году. Но с началом Великой отечественной войны трансляции прекратились. Башня вновь превратилась в столичный радиопередатчик. В год Победы телевидение вновь вернулось в Советский Союз, а Шуховская телебашня обрела статус национального символа и стала олицетворением советского телевидения.

Трансляции с Шуховской башни прекращены в 2002 году. Территория, на которой она находится, считается закрытой. Попасть на площадку можно только после специально выданного разрешения. Можно также просто подойти к огороженной территории и полюбоваться легендарной конструкцией.

2.8. Мировая известность.

Слава о Шуховской телебашне распространилась далеко за пределами России. Во многих странах Европы в книгах по истории архитектуры описано это сооружение. Международная комиссия рекомендовала включить конструкцию в список Всемирного наследия ЮНЕСКО. В 2016 году башня была включена в список Памятников мировой культуры с охраняемым статусом.

2.9. Современное состояние башни.

За время своего существования башня ни разу не подвергалась полноценной реставрации. В 2003 году был утвержден фонд «Шуховская башня», который возглавил правнук инженера – Владимир Шухов. Специалисты установили, что башня находится в опасности, и в 2009 году принято решение о реставрационных работах. На эти цели было выделено 135 миллионов рублей. Этих средств оказалось недостаточно, и работы отложили. Между тем состояние памятника становилось близким к аварийному, и был предложен проект по разбору. Против этой инициативы выступил целый ряд архитекторов с мировым именем. Летом 2014 года москвичи путем референдума высказались за сохранение Шуховской башни. С целью безопасности была снята «антенная» секция.

Внутри установили конструкции, поддерживающие стены и снимающие часть нагрузки с каркаса. В январе 2017 года была заказана разработка проектной документации по реконструкции памятника.

Заключение

В ходе курсовой работы была рассмотрена Шуховская башня как поверхность второго порядка – однополостный гиперболоид.

Башня имеет конструкцию в виде стальной сетчатой оболочки, которая сочетает в себе легкость и прочность одновременно, покрытие работает как одно целое, а стержни несут одинаковую нагрузку. Это сетчатое сооружение обладает неоценимым достоинством – нагрузка ветра на него сведена к минимуму.

В настоящее время принцип однополостного гиперболоида успешно используется в искусстве, науке, технике и архитектуре.

Список литературы

1. И.П. Натансон. Краткий курс высшей математики.
2. <https://architectureguru.ru/shukhov-tower-in-moscow/>
3. https://ru.wikipedia.org/wiki/Шухов,_Владимир_Григорьевич