

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

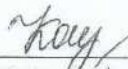
Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

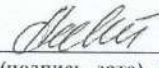
«Методика обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах»

Студент


(подпись, дата)

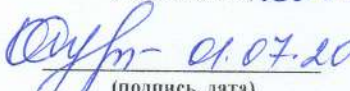
Кочетова Анастасия Алексеевна
(ФИО полностью)

Руководитель


(подпись, дата)

Никитина О.Г.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

 01.07.20
(подпись, дата)

Сурина О.П.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 15.06.20 № 10)

Заведующий кафедрой


(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отл. (протокол заседания ГЭК от 8.07.20 № 6)

Секретарь ГЭК

 08.07.20
(подпись, дата)

Сурина О.П.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2020

Оглавление

Введение.....	3
Глава 1. Психолого-педагогические и методические аспекты обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах	6
1.1. Особенности развития учеников среднего школьного возраста (14-16 лет)	6
1.2. Роль параметра в школьном курсе математики.....	8
1.3. Анализ школьных учебников по математике на тему «Задачи с параметром»	11
Глава 2. Организация обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах ..	23
2.1. Роль факультативных занятий.....	23
2.2. Разработка факультатива «Задачи с параметром» для 8-9 классов	26
2.3. Конспекты занятий	34
Заключение	58
Список использованной литературы.....	60

Введение

К числу характеризующих эффективность процесса обучения ключевых показателей относится степень обеспечения развития ребенка в психическом отношении, в том числе развития мыслительных способностей ребенка.

Таким образом, развитие мышления учащихся должно составлять задачу обучения любому предмету. В отношении обучения математике необходимо отметить следующее – выработка навыков доказательного, логического мышления представляет собой закономерное следствие изучения данного предмета. Однако, наряду с указанными навыками, у учащихся необходимо формировать умение подходить к решению задач творчески.

Решение задач с параметром служит средством, позволяющим оценивать уровень знаний по темам курса математики, уровень логического мышления, уровень формирования характерных для математической деятельности качеств и развития учащихся в интеллектуальном отношении.

Процесс решения задач с параметром предполагает необходимость исследовательской деятельности. В случае, если значение параметра меняется, возможные варианты решения и само решения могут ощутимо меняться. Алгоритм, позволяющий решать все подобные задачи, отсутствует. В этой связи подобные задачи формируют класс задач, являющийся уникальным, что обуславливает необходимость в их исследовании.

Посредством данных задач может осуществляться проверка овладения учащимися базовыми навыками деятельности исследовательского характера, проверка уровня развития логического и математического мышления, знания основных разделов математики, которые изучаются в школьном курсе.

В процессе исследования подобных задач учащиеся должны уметь выявлять основные компоненты задачи, логические связи между ними, причины, которые могут вызывать изменение числа решений, определять основные значения, которые принимает параметр.

Подавляющее большинство учащихся испытывают затруднения при решении подобных задач, в силу того, что для их решения недостаточно применять стереотипный подход, т.е. подставлять значения в формулы. Необходимо выявлять закономерности, и осуществлять анализ, основываясь на общих свойствах, присущих объекту.

В силу особенностей существующей школьной программы подобные задачи в школах либо не входят в содержание обучения, либо их рассмотрение занимает весьма непродолжительное время. Однако оперативно ознакомить учащихся со всеми способами решения данных задач невозможно. В этой связи педагогу при ознакомлении учащихся с данными задачами необходимо использовать системный подход.

Решение задач с параметрами предполагает последовательность, системность. Наиболее оптимальным является переход к изучению подобных задач после того, как учащиеся освоят тему «Уравнения». Параметры необходимо вводить при освоении данной и последующих тем алгебры. В этом случае исследование задач с параметрами постепенно перестанет вызывать у учащихся выраженные затруднения.

Актуальность данной темы состоит в необходимости усиления роли задач с параметрами в школьном курсе математики, поскольку умение решать задачи с параметрами позволяет проверить истинные знания ученика, а не его умения решать однотипные задачи по одному и тому же алгоритму. Вместе с тем, знаний, полученных в рамках школьной программы, недостаточно для решения задач данного типа. Поэтому целесообразно проводить обучение решению задач с параметрами в рамках факультативных занятий.

Цель работы состоит в разработке методики обучения решению задач с параметрами в рамках занятий факультативного характера.

Объектом исследования является процесс обучения математике в 8-9 классах

Предметом исследования являются методические особенности обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах.

Для достижения указанной цели необходимо было решить следующие задачи:

1. Изучить психологические особенности развития учащихся.
2. Провести анализ содержания учебников, учебно-методических пособий различных авторов по исследуемой теме.
3. Разработать план факультативных занятий по решению задач с параметрами.
4. Разработать конспекты уроков по решению задач с параметрами.

Полученные в рамках проведенного исследования результаты могут использоваться преподавателями математики в процессе организации занятий факультативного характера в 8-9 классах, и проведения данных занятий.

В соответствии с поставленными задачами разработана структура дипломной работы. Она состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

В первой главе рассмотрены вопросы, раскрывающие роль задач, содержащих параметры, в школьном курсе математики 8-9 классов, проведен анализ школьных учебников. Во второй главе рассмотрены вопросы практического характера, включающие разработку программы факультативного курса «Задачи с параметром» для 8-9 классов и конспектов уроков по обучению школьников решению задач с параметрами.

Глава 1. Психолого-педагогические и методические аспекты обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах

1.1. Особенности развития учеников среднего школьного возраста (14-16 лет)

Анализируя присущие развитию когнитивных процессов и в особенности мышления в подростковом возрасте особенности необходимо отметить существование двух аспектов данного процесса – количественного и качественного.

Проявлением количественной составляющей является повышение эффективности, оперативности решения задач интеллектуального характера в подростковом возрасте в сравнении с периодом обучения в начальной школе. В свою очередь, проявлением качественных изменений является совершенствование способов решения задач. Подобные изменения являются отражением изменений в структурной организации процессов мышления.

В сопоставлении с учащимся начальной школы подросток обладает восприятием, являющимся более организованным, планомерным и более целенаправленным.

Как правило, школьники данного возраста обладают более избирательным отношением к различным учебным предметам. Длительная концентрация на том или ином явлении или материале обуславливается интересом подростка к изучаемому предмету. В то же время непроизвольное переключение внимание вызывается интересом к яркому, необычному, повышенной возбудимостью. Обоснованным является подход к организации процесса обучения, исключающий возможность для обучающегося отвлекаться на постороннее.

Для данного возраста характерно то, что в мыслительной деятельности происходят значительные сдвиги. Происходит улучшение способности к

абстрактному мышлению. Мышление приобретает более последовательный, зрелый характер, а также выражена способность к систематизации знаний.

Целенаправленность становится выраженной чертой восприятия обучающегося.

Наблюдается существенное развитие и совершенствование способности к распределению внимания, к его переключению между различными видами деятельности. Происходит формирование умения слушать предлагаемые учителями объяснения, записывать лекции, следить за собственными ответами с точки зрения их содержания и оформления.

Также в данном возрасте происходит перестройка памяти, ее активное развитие приводит к тому, что школьник использует преимущественно опосредованную и произвольную память. У учащихся 8-9 классов запоминание связано с установлением логических связей в запоминаемом материале. Припоминание предполагает восстановление материала на основе указанных связей.

Ощутимо меняется характер умственной деятельности, происходит изменение мыслительной деятельности в целом. В качестве ведущей деятельности в подростковом периоде выступает учебная деятельность. Существенным значением характеризуются написание докладов, рефератов, самостоятельное выполнение работ практического плана, а также лекционные формы занятий. Процесс обучения сопровождается формированием интеллектуальных способностей, в особенности понятийного теоретического мышления на основе выработки способности к абстрактным, логическим рассуждениям, усвоения новых понятий и оптимизации умения ими пользоваться.

Абстрагирование, теоретическое обобщение, анализ, синтез развиваются настолько, что подростки приобретают способность осуществлять творческую самостоятельную деятельность в различных областях.

1.2. Роль параметра в школьном курсе математики

Параметр является величиной, значение которой обеспечивает возможность выделения того или иного элемента из множества элементов той же категории.

Задачи с параметрами представлены в виде задач, в которых форма процесса решения в логическом и техническом отношениях, а также форма результата определяются величинами, значения которых следует считать известными при том, что конкретно они не заданы. Изучение данных задач в школьном курсе математики является непродолжительным, в то время как учащиеся косвенно сталкиваются с понятием параметра неоднократно.

Решение задач данного типа способствует проведению учащимися простейших математических рассуждений, развитию логического мышления, формированию математической культуры, овладению техникой исследования, выявлению степени развития творческого мышления учащихся.

Подобные задачи в рамках элементарной математики следует рассматривать в качестве наиболее сложных в техническом и логическом отношении. Формально присущее подобным задачам математическое содержание не охватывается школьной программой.

Параметр может пониматься двояко.

Так, параметр может трактоваться в качестве некоторой переменной, являющейся постоянной при решении задач. В то же время параметр является величиной, для которой не задано конкретное численное значение. При этом значения параметра могут быть произвольными. Соответственно, параметр, представляет собой фиксированное число, не являющееся известным. Пределы свободы обращения с параметром ограничены его неизвестностью. В то же время вследствие предполагаемой известности с ним следует обращаться как с числом.

При описании параметров, как отмечалось ранее, отсутствует определенность – применительно к каким этапам решения параметры должны трактоваться как постоянные величины, и когда они являются величинами переменными. Подобная неопределенность способна вызывать у обучающихся определенные затруднения.

В рамках начальной стадии ознакомления с параметром целесообразно интерпретировать результаты в наглядно-графическом виде. За счет этого обеспечивается формирование уверенности учащихся при решении задач анализируемого типа. Учитель одновременно имеет возможность вырабатывать у обучающихся привычку решать задачи с параметрами на основе использования графических приемов.

Необходимо принимать во внимание, что использование схем в ряде случаев позволяет выявлять направление исследования. В некоторых случаях обеспечивается возможность оперативного выявления направления решения задачи. Применительно к ряду задач использование элементарного изображения позволяет исключить ошибки, выявить простой способ для получения ответа в задаче. Решение задач при изучении математики представляет собой для учащихся наиболее сложную деятельность, т.к. для этого необходимо, чтобы уровень развития умственной деятельности, рефлексивного, формального, теоретического мышления являлся весьма высоким, в то время как в подростковом возрасте подобное мышление находится лишь на стадии развития.

Следует отметить значение задач, предполагающих анализ, в развитии пространственных представлений обучающихся. По своим методам решения и постановке данные задачи позволяют формировать геометрические представления, вырабатывать способность к представлению и построению графиков функций. Решение задач, содержащих параметр, позволяет формировать умение мысленно осуществлять операции с составляющими графиков функций.

Главная особенность, присущая задачам с параметрами, состоит в ветвлении решения исходя из значений параметров. Таким образом, в процессе решения производится классификация неравенств, уравнений, выделение типов, с дальнейшим выявлением решения применительно к неравенствам, уравнениям каждого из типов.

Для решения с учетом необходимости обеспечивать равносильность преобразований множества частных неравенств, уравнений требуется достаточный уровень развития логического мышления. В то же время выработка методов решения неравенств, уравнения с параметрами способствует развитию математической культуры учащихся.

Таким образом, изучение параметра сопровождается на начальном этапе значительными затруднениями. Основной причиной является отсутствие определенности по вопросу о том, в каких случаях параметр следует рассматривать как постоянный, в каких – как переменный. В этой связи необходимо при изучении параметра изображать результаты в графическом виде. Подобный подход способствует приобретению учащимися большей уверенности при решении задач, и одновременно позволяет вырабатывать у учащихся привычку применять графический способ при решении и доказывании задач анализируемого типа. Требуется учитывать, что использование схем позволяет выявить способ решения, являющийся правильным. Для ряда категорий задач использование простейших схем позволяет, как минимум исключить ошибки при решении задачи. При решении задач учащиеся используют навыки, формирование которых в подростковом возрасте находится лишь на начальном этапе.

1.3. Анализ школьных учебников по математике на тему «Задачи с параметром»

С решением уравнений и неравенств, содержащих параметр, учащиеся встречаются в основном, изучая углубленный курс математики. Данная тема актуальна для профильных классов. Но задачи с параметрами могут присутствовать и в учебниках общеобразовательной школы, причем они не обязательно будут выноситься отдельной темой. Такие задачи идут параллельно с другими темами алгебры и способны развивать глубину мышления и осмысленность изучения текущей темы. Таким образом, учитель сам может в качестве дополнения включать задачи с параметром в ход урока.

Чтобы понять, на каком уровне даются задачи с параметром в учебных заведениях, проанализируем некоторые учебники курса алгебры за 8-9 классы на наличие задач, содержащих параметр.

1. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г., и др.

а) Алгебра. 8 класс [3]

В учебнике, в разделе «Для тех, кто хочет знать больше», который не всегда рассматривается на уроках, есть параграф 27 «Уравнения с параметром».

Сначала даются три частных примера уравнения $ax = b$, два из которых имеют решение, а одно не имеет решения. Далее переходят к общему виду этих уравнений и в неявном виде вводят понятие параметра, а также решения уравнения с параметром. Далее предлагается два примера решения уравнений с параметром:

Пример 1. Решить уравнение $bх - 3х = b^3 - 3b^2 + 4b - 12$ с параметром b – линейное уравнение с параметром относительно переменной x .

Пример 2. Решить уравнение $ax^2 + (a^2 - 1)x + (a - 1)^2 = 0$ с параметром a – квадратное уравнений с параметром относительно переменной x .

После разбора примеров решения уравнений с параметром идут упражнения № 640 – 649, в которых требуется решить уравнения с параметром. Приведем несколько примеров.

№ 640. Какие случаи надо выделять при решении уравнения $bx + 2x = 3b + 6$ с параметром b ? Найдите корни уравнения в каждом из этих случаев.

№ 641. Решите относительно y уравнение:

а) $py - p - 1 = 0$;

б) $py - 3y - 4p + 12 = 0$.

№ 642. Решите уравнение с параметром a : $ax - 2x = a^3 - 2a^2 - 9a + 18$.

№ 643. Решите уравнение с параметром b : $2x^2 - 4x + b = 0$.

№ 646. Выясните, при каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 - ax + a - 3 = 0$ принимает наименьшее значение, и найдите это значение.

№ 648. Решите уравнение с параметром k : $x^2 - (4k + 1)x + 2(2k^2 + k - 3) = 0$.

№ 649. Выясните, при каких значениях параметра b равна 7 сумма корней уравнения $y^2 - (2b - 1)y + b^2 - b - 2 = 0$.

б) Алгебра. 9 класс [4]

В учебнике нет теоретических сведений по задачам с параметрами, а также нет отдельного параграфа, содержащего задачи с параметрами. Но подобные задания иногда встречаются в различных темах учебника и помечены как «задания повышенной сложности». Рассмотрим некоторые примеры таких заданий.

В блоке дополнительных заданий к главе I «Квадратичная функция» есть несколько заданий с параметрами.

№ 216. При каком значении p выражение $2px^2 - 2x - 2x - 3$ становится квадратным трехчленом, одним из корней которого является число нуль? Найдите другой корень.

№ 225. Зная, что m – целое число, найдите целые корни трехчлена $mx^2 + (m - 3)x - 3$.

В блоке дополнительных заданий к главе II «Уравнения и неравенства с одной переменной» представлены квадратные и биквадратные уравнения с параметром.

№ 379. При каких значениях a уравнение $(a + 2)x^2 + 8x + a - 4 = 0$ имеет два корня?

№ 380. При каких значениях b уравнение $(b - 1)x^2 + 6x + b - 3 = 0$ не имеет корней?

№ 381. При каких значениях c не имеет корней уравнение:

а) $x^4 - 12x^2 + c = 0$;

б) $x^4 + cx^2 + 100 = 0$?

В блоке дополнительных заданий к главе III «Уравнения и неравенства с двумя переменными» даются задания на решение систем уравнений с параметром.

№ 525. Сколько решений может иметь система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = r^2 \\ y = -x^2 + 4 \end{cases}$, где r – положительное число?

№ 526. При каких значениях m система уравнений $\begin{cases} x^2 + y^2 = 5 \\ x - y = m \end{cases}$ имеет:
а) одно решение; б) два решения?

2. Мордкович А. Г., Николаев Н. П.

а) Алгебра. 8 класс [2], [9]

Учебное пособие повышенного уровня состоит из двух частей: 1 часть – учебник, содержащий теоретический материал и разбор примеров, 2 часть – задачник.

В 6 главе «Алгебраические уравнения» учебника есть параграф 39 «Задачи с параметрами», в котором представлен материал, касающийся решения уравнений с параметрами.

Сначала представлен разбор двух примеров квадратных уравнений с параметром и замечания к ним.

Пример 1. Решить уравнение $x^2 - (2p + 1)x + (p^2 + p - 2) = 0$ – квадратное уравнение с параметром p .

Пример 2. Решить уравнение $px^2 + (1 - p)x - 1 = 0$ – квадратное уравнение с параметром. При решении учитывается случай, когда данное уравнение становится линейным.

Далее предложен небольшой теоретический материал и введены понятия параметра и уравнения с параметром в неявном виде, а также поясняется трудность решения таких уравнений.

После идет разбор еще трех примеров уравнений с параметром.

Пример 3. Решить уравнение с параметром a : $2a(a - 2)x = a - 2$ – линейное уравнение относительно переменной x .

Пример 4. Сколько корней имеет уравнение $2|x - a| = x + 1$ при различных значениях параметра a ? Данное уравнение, содержащее параметр и переменную под знаком модуля, решается при помощи графика.

Пример 5. Решить уравнение $\sqrt{x - a} = 2a - x$ – данное уравнение решено двумя способами: графически и аналитически.

Задачник к параграфу 39 «Задачи с параметром» содержит 56 различных заданий с параметрами: линейные, квадратные уравнения, системы уравнений, уравнения с модулем. Выполнение данных заданий предполагает использование различных методов решения. Приведем несколько примеров таких заданий.

№ 39.1. Для каждого из уравнений определите, при каких значениях параметра a число 5 является корнем уравнения:

а) $ax = 7$;

б) $(5a - 1)x = 2a + 3$;

в) $2x = 3a$;

г) $(3 - a)x = 2 - 5a$.

При решении этого задания достаточно подставить значение корня $x = 5$ и решать линейное уравнение относительно переменной a .

№ 39.6. Для каждого значения параметра b решите уравнение:

а) $(b^2 + 9)x = b - 3$;

б) $(b - 3)x = b + 3$;

в) $(b + 3)x = b + 3$;

г) $(b^2 - 9)x = b + 3$.

№ 39.7. Найдите все такие пары чисел $(a; b)$, при которых числа 2 и 9 являются корнями уравнения $(a^2 + 3a - 4)x = b^2 + a$ – при решении этого задания нужно подставить значения корня $x = 2$ и $x = 9$ и решать систему уравнений с двумя переменными a и b .

№ 39.21. а) При каких значениях параметра a системе уравнений
$$\begin{cases} 3x + 2y = 15a \\ \frac{1}{a}x + y = 9 \end{cases}$$
 удовлетворяет пара равных чисел? Для каждого такого a найдите решение системы.

б) При каких значениях m системе уравнений
$$\begin{cases} 8x + y = 14m \\ \frac{1}{m}x + 2y = 6 \end{cases}$$
 удовлетворяет пара противоположных друг другу чисел? Для каждого такого m найдите решение системы.

№ 39.36. При каких значениях параметра a сумма квадратов корней уравнения $x^2 + ax - a^2 - 5 = 0$ наименьшая?

№ 39.48. а) При каких значениях параметра a уравнение $\left| \frac{x+1}{x} \right| = a$ имеет ровно один корень?

б) При каких значениях параметра a график функции $y = \left| \frac{x+1}{x} \right|$ имеет с прямой $y = x + a$ ровно две общие точки? Для каждого значения a найдите эти точки.

№39.55. При каких значениях параметра a существует хотя бы одно значение b , при котором уравнение $\sqrt{x-b} = -a^2$ имеет хотя бы одно решение?

б) Алгебра. 9 класс [6], [10]

Учебное пособие повышенного уровня состоит из двух частей: 1 часть – учебник, содержащий теоретический материал и разбор примеров, 2 часть – задачник.

В 1 главе «Неравенства с одной переменной. Системы и совокупности неравенств» учебника есть параграф 7 «Задачи с параметрами», в котором представлен материал, касающийся решения уравнений с параметрами. В параграфе разобрано три примера задач с параметрами: два уравнения и система неравенств.

Пример 1. Известно, что уравнение $ax^2 - (4a + 4)x + 3a + 13 = 0$ имеет действительные корни (один или два). При каких значениях параметра a :

- а) каждый из корней больше 1;
- б) каждый из корней меньше 1;
- в) один корень больше, а другой меньше 1?

При решении данного уравнения используются свойства графика соответствующей функции и переходят к системе неравенств.

Пример 2. Сколько корней имеет уравнение $|x - 2| = ax + 1$ при различных значениях параметра a ? Уравнение с модулем решено двумя способами: аналитически (при помощи раскрытия модуля) и графически.

Пример 3. При каких значениях параметра a системе неравенств
$$\begin{cases} x^3 + 4x^2 - 5x < 0 \\ |x - 2a| \leq 2 \end{cases}$$
 удовлетворяет только одно значение переменной x ? Данная система неравенств с параметром решена с использованием графической интерпретации.

Задачник, авторами которого являются Звавич Л. И., Рязановский А. Р., Семёнов В. П., к параграфу 7 «Задачи с параметром» содержит 76 различных

заданий с параметрами: неравенства и системы неравенств. Приведем несколько примеров таких заданий.

№ 7.04. При каком значении параметра a решением неравенства $(x^2 - 9)(x + a) \leq 0$ является числовой луч?

№ 7.05. Для каждого значения параметра a решите систему неравенств:

а) $\begin{cases} x^2 < 9; \\ x > a \end{cases}$;

б) $\begin{cases} x^2 \leq 9; \\ x \leq a \end{cases}$;

в) $\begin{cases} x^2 \geq 9; \\ x > a \end{cases}$;

г) $\begin{cases} x^2 > 9; \\ x \leq a \end{cases}$.

№ 7.09. При каких значениях параметра a неравенству $\frac{2x^2 - 17x + 15}{x - a} \leq 0$ удовлетворяет только одно простое число?

№ 7.14. Найдите все значения параметра k , при которых любое число x , удовлетворяющее неравенству $\frac{k - x^2 + 1}{x - k} < 0$, по абсолютной величине больше двух.

№ 7.18. При каких значениях параметра b неравенство $\frac{x+7}{x^2+b} < 5$ выполняется при всех значениях x ?

№ 7.29. Найдите все значения параметра a , при которых система
$$\begin{cases} x^2 + x + a - a^2 = 0 \\ x \geq 0 \end{cases}$$

- а) имеет ровно два решения;
- б) имеет единственное решение;
- в) не имеет решений.

№ 7.35. При каких целых значениях параметра c неравенство $\frac{x-c}{x+3c-12} \leq 0$ имеет:

- а) ровно 16 целых решений;

б) не более 16 целых решений?

№ 7.70. Решите неравенство $|x + 2a| \leq \frac{1}{x}$ для каждого значения параметра a .

№ 7.75. При каких значениях параметра a для всех чисел, удовлетворяющих неравенству $x^2 - (a^3 + a)x + a^4 < 0$, выполняется неравенство $x^2 + 4x + 3 < 0$?

Учебники базового уровня 8 и 9 класса не содержат задачи с параметрами.

З. Алимов Ш. А., Колягин Ю. М. и др.

а) Алгебра. 8 класс [1]

В учебнике нет теоретических сведений по задачам с параметрами, а также нет отдельного параграфа, содержащего задачи с параметрами. Но задания с параметром иногда встречаются в различных темах учебника и помечены как «трудные задания». Рассмотрим некоторые примеры таких заданий.

В главе IV «Квадратные уравнения» после параграфа 25 «Квадратное уравнение и его корни» дано одно задание с параметром № 414:

Найти такое положительное число b , чтобы левая часть уравнения оказалась квадратом суммы или разности, и решить полученное уравнение:

1) $x^2 + bx + 4 = 0$;

2) $x^2 - bx + 9 = 0$;

3) $x^2 - 8x + b = 0$;

4) $x^2 + \frac{2}{3}x + b = 0$.

После параграфа 28 «Решение квадратных уравнений» предложено два задания на решение квадратного уравнения с параметром:

№ 442. Найти все значения a , при которых уравнение $ax^2 + 3x + 2 = 0$, где $a \neq 0$:

1) имеет два различных корня;

- 2) не имеет корней;
- 3) имеет один корень.

№ 443. Найти все значения q , при которых уравнение $x^2 - 2x + q = 0$:

- 1) имеет два различных корня;
- 2) не имеет корней;
- 3) имеет один корень.

После параграфа 37 «Функция $y = ax^2$ » есть два с параметром.

№ 602. Найти значение параметра a , при котором одна из точек пересечения параболы $y = ax^2$ и прямой $y = 5x - 2$ имеет абсциссу $x = 2$.

№ 603. Найти значение параметра k , при котором парабола $y = -5x^2$ и прямая $y = kx + 6$ пересекаются в точке с абсциссой $x = 2$. Имеются ли другие точки пересечения графиков?

В упражнениях к главе V «Квадратичная функция» дано задание № 647. Найти значение параметра k , при котором прямая $y = kx$ и парабола $y = x^2 + 4x + 1$ имеют только одну общую точку.

В главе VI «Квадратные неравенства» после параграфа 41 «Решение квадратного неравенства с помощью графика функции» предложено три задания на решение неравенств с параметром.

№ 671. Показать, что при $q > 1$ решениями неравенства $x^2 - 2x + q > 0$ являются все действительные значения x .

№ 672. Найти все значения параметра r , при которых неравенство $x^2 - (2 + r)x + 4 > 0$ выполняется при всех действительных значениях x .

№ 673. Найти все значения параметра r , для которых при всех действительных значениях x выполняется неравенство $(r^2 - 1)x^2 + 2(r - 1)x + 2 > 0$.

К параграфу 43* «Исследование квадратичной функции» приложены два задания с параметром.

№ 685. Найти все действительные значения параметра b , при которых корни x_1 и x_2 уравнения $x^2 + 2bx + 4b = 0$ действительные и такие, что $x_1 > -1, x_2 > -1$.

№ 686. Найти все действительные значения параметра b , при которых корни уравнения $x^2 - bx + 2 = 0$ действительные и принадлежат интервалу $(0; 3)$.

В конце учебника представлены «Задачи для внеклассной работы», среди которых также есть и задания с параметром.

№ 889. Найти все значения параметра r , при которых уравнение $x^2 + rx + 2r - 3 = 0$ имеет:

- 1) равные корни;
- 2) действительные корни, модули которых равны, а знаки противоположны.

№ 896. Найти все значения параметра r , для которых при всех действительных значениях x выполняется неравенство $(r^2 - 1)x^2 + 2(r - 1)x + 1 > 0$.

№ 898. Найти все значения параметра a , при которых уравнения $x^2 + ax + 1 = 0$ и $x^2 + x + a = 0$ имеют хотя бы один общий действительных корень.

№ 900. Найти все значения параметра r , при которых корни уравнения $(r - 4)x^4 - 2(r - 3)x + r = 0$ положительны.

№ 902. Найти все значения параметра r , при которых корни уравнения $2rx^2 - (r + 1)x + 1 = 0$ действительны и оба по модулю меньше единицы.

№ 908. Найти все значения параметра a , при которых вершины двух парабол $y = x^2 - 2(a + 1)x + 1$ и $y = ax^2 - x + a$ лежат по разные стороны от прямой $y = \frac{3}{4}$.

№ 909. Найти все значения параметра a , при которых вершины двух парабол $y = 4x^2 + 8ax - a$ и $4ax^2 - 8x + a - 2$ лежат по одну сторону от прямой $y = -5$.

б) Алгебра. 9 класс [5]

В учебнике нет теоретических сведений по задачам с параметрами, а также нет отдельного параграфа, содержащего задачи с параметрами. Но задания с параметром иногда встречаются в различных темах учебника и помечены как «трудные задания». Рассмотрим некоторые примеры таких заданий.

В главе I «Алгебраические уравнения. Системы нелинейных уравнений» в параграфе 3 «Уравнения, сводящиеся к алгебраическим» есть несколько уравнений с параметром.

№ 23. Выяснить, при каких действительных значениях a уравнение $\frac{x^2 + 2(a-1)x + a^2 - a}{x-2} = 0$ имеет два действительных различных корня.

№ 24. Выяснить, при каких действительных значениях a уравнение $\frac{x^3 - 2ax^2 - a^2x + 2a^3}{x+3} = 0$ имеет три различных действительных корня.

В параграфе 5 «Различные способы решения систем уравнений» рассмотрен пример решения системы уравнений с двумя переменными с параметром:

Задача 7*. При каких значениях a система уравнений $\begin{cases} x^2 + axy + y^2 = 25 \\ ax + y = 8 \end{cases}$ имеет решение $(x; y)$, где $x = 1$? Подставив в систему значение $x = 1$, получаем систему с двумя переменными y и a .

Среди упражнений к главе I «Алгебраические уравнения. Системы нелинейных уравнений» имеется одно уравнение с параметром № 56. Выяснить, при каких действительных значениях a уравнение $\frac{x^4 - 10a^3x^2 + 9a^4}{2x^2 - 3x - 2} = 0$ имеет четыре различных корня.

В конце учебника представлены «Задачи для внеклассной работы», среди которых также есть и задания с параметром.

№ 790. Найти все действительные значения r , при которых уравнение $x^2 + (4 + 2r)x + 5 + 4r = 0$ имеет:

- 1) действительные и равные корни;
- 2) действительные корни, равные по модулю, но противоположные по знаку.

№ 791. Найти все действительные значения a , при которых корни уравнения $ax^2 + 2(a + 3)x + a + 2 = 0$ неотрицательны.

№ 792. Найти все значения a , при которых уравнение $x^2 + ax + a = 0$ имеет действительные корни x_1 и x_2 , удовлетворяющие условиям $x_1 < x_2$, $x_1^2 x_2 = a^2$.

№ 793. Найти все значения a , при которых квадратичная функция $y = x^2 + ax + a^2 + 6a$ принимает отрицательные значения при всех x , таких, что $1 < x < 2$.

№ 796. Найти все значения r , при которых неравенство $-3 < \frac{x^2 + rx - 2}{x^2 - x + 1} < 2$ выполняется при всех значениях x .

№ 797. Найти все значения a , для которых при всех действительных значениях x выполняется неравенство $ax^2 + 2(a + 2)x + 2a + 4 < 0$.

Таким образом, на основе содержательного анализа школьных учебников алгебры базового уровня 8 и 9 классов можно сделать вывод, что материал, касающийся решения задач с параметрами, представлен в небольшом объеме и редко рассматривается на уроках.

Глава 2. Организация обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах

2.1. Роль факультативных занятий

Факультативные занятия – одна из форм обучения, направленная на расширение научно-теоретических знаний и практических навыков учащихся, развитие их познавательных интересов, творческих способностей и профориентацию. Факультативы проводятся по специальным программам, согласованным с программами обязательных предметов, организуются по выбору и желанию учащихся в соответствии с отводимыми на них учебными часами в учебном плане [7].

Значение факультативных занятий состоит в том, что они позволяют:

- развивать склонности и способности учащихся, давая им соответствующую интеллектуальную нагрузку;
- удовлетворять интересы учащихся;
- повышать качество подготовки учащихся к продолжению образования;
- развивать творческие способности учащихся, их самостоятельность;
- знакомить учащихся с современными достижениями науки и техники;
- формировать у учащихся общеучебные умения: готовить доклады и представлять их, выполнять рефераты, работать в группе, умение работать с информацией;
- способствовать профессиональной ориентации учащихся.

Факультативные курсы могут быть посвящены более углубленному изучению разделов, включенных в основную общеобразовательную программу, так и разделов, не входящих в обязательную программу. Факультативные занятия являются связующим звеном между уроками и внеклассными

занятиями, степенью перехода от усвоения предмета к изучению соответствующей науки, одной из эффективных форм группового дифференцированного обучения, рассчитанной на расширение знаний, приобретенных при изучении обязательных учебных программ, развитие познавательных интересов, способностей и профессиональную ориентацию обучающегося.

К основным принципам факультативного образования можно отнести:

1. вариативность содержания обучения и оценки результатов деятельности;
2. успешность школьника в учебной деятельности;
3. продуктивный характер деятельности обучающихся;
4. учет индивидуальных особенностей обучающихся на основе диагностики их интересов и склонностей к тому или иному виду и направлению деятельности.

На данный момент существует система факультативных курсов, в которой условно можно выделить три группы:

1. Курсы повышенного уровня, которые тесно связаны с основным курсом математики. Их основная цель – углубить знания, полученные учащимися на уроках. Данные курсы сочетают теоретическую и экспериментальную подготовку учащихся.
2. Курсы прикладной математики, цель которых – познакомить учащихся с важнейшими путями и методами использования достижений математической науки на практике и развивать их интерес к развитию современной математической науке.
3. Спецкурсы, на которых более глубоко изучаются некоторые разделы математики, играющие важную роль в формировании у обучающихся научного мировоззрения. Цель этих курсов – компенсировать отсутствие некоторых важных тем в программе основного курса.

Некоторые факультативные курсы изучаются в течение одного года, другие – в течение двух-трех лет. Однако в последнем случае программы каждого года автономны и ученик может начать заниматься данным курсом в любом году.

На факультативных занятиях используются различные формы организации обучения, среди них могут быть как теоретические занятия: лекции, семинары, так и практические: решение задач, практикум.

Лекция сопровождается иллюстрациями, записями на доске, демонстрационным экспериментом. Школьная лекция отличается тем, что в нее вводятся некоторые элементы беседы, элементы практической работы учащихся, что связано с возрастными особенностями учащихся, в силу которых они не могут длительное время слушать объяснение учителя, им необходима смена видов деятельности. Доля таких элементов обычно уменьшается в соответствии с возрастом учащихся.

На занятиях практикума по решению задач имеется возможность развивать самостоятельность учащихся, их творческие способности, соответствующим образом организуя их познавательную деятельность и предлагая нетривиальные задачи, в том числе исследовательские, повышенной сложности, с неполными или избыточными данными. На этих занятиях появляется возможность познакомить учащихся с некоторыми специфическими методами решения задач, например с методом областей.

Работа учащихся по изучению факультативных курсов должна определенным образом оцениваться и учитываться. Основными показателями успешности учащихся является их интерес к занятиям, появление любознательности, смекалки, интуиции. Учитель постоянно фиксирует работу, выполняемую каждым учеником во время занятий, а по окончании курса оценивает ее.

В основе выбора учащимися факультативного курса по математике лежит в определенной степени устойчивый интерес к математике или ее

приложениям. Развитие и наличие такого интереса у значительной группы учащихся позволяет в рамках факультативных занятий рассматривать разделы математики на достаточно высоком уровне.

Углубление школьного курса математики, достигаемое на факультативных занятиях, возможно лишь при определенных затратах времени и энергии. Учащийся идет на эти затраты только тогда, когда интересуется математикой серьезно.

В основе выбора учащимися факультативных занятий по математике лежит серьезный интерес к математике или ее приложениям. Этот интерес удовлетворяется и развивается при рассмотрении тем, имеющих большое общекультурное или прикладное значение. Он также требует не поверхностного, а достаточно глубокого рассмотрения изучаемых вопросов.

2.2. Разработка факультатива «Задачи с параметром» для 8-9 классов

Пояснительная записка

Задачи с параметром традиционно представляют для обучающихся сложность в логическом, техническом и психологическом плане. Однако именно решение таких задач открывает перед обучающимися большое число эвристических приемов общего характера, применяемых в исследованиях на любом математическом материале. Эти задачи играют важную роль в формировании логического мышления и математической культуры обучающихся. Задачи с параметрами обладают диагностической и прогностической ценностью, которые дают возможность проконтролировать знания основных разделов школьного курса математики, уровень логического мышления.

Уравнения и неравенства с параметрами, предлагаемые в данном курсе, интересны и зачастую не легки в решении, что дает возможность увеличить учебную мотивацию учеников и проверить свои возможности к математике.

Одновременно с этим, содержание курса дает возможность школьнику любого уровня активно включаться в учебно-познавательный процесс и максимально проявить себя.

Курс формирует такие умения и навыки как логичность и независимость мышления, способность подводить итог и классифицировать, навыки в решении задач.

Параметр есть величина, входящая в состав алгебраических выражений, для которой не задано численное значение, при этом оно принадлежит к определенному числовому множеству.

Значимость понимания параметров обусловлена следующим – параметры используются для того, что описывать свойства, присущие математическим объектам – неравенствам, уравнениям, функциям.

Формулировка задачи может не содержать упоминания о необходимости осуществлять исследование. Однако для решения подобных задач исследование является необходимым. В данном случае навыки применения формул являются недостаточными. Требуется обладать навыком проведения анализа применительно к конкретным ситуациям в соответствии с известными общими свойствами объекта. Обучающийся должен обладать умением выявлять закономерности. Необходимы навык объединения частных случаев для получения единого результата, последовательность и системность. Необходимость соответствия данным требованиям определяет возникновение затруднений у обучающихся в процессе решения подобных задач. Указанные положения также составляют основание, по которому задачи данной категории включаются в состав заданий для экзаменационных работ в общеобразовательных учреждениях и предоставляются для выполнения на вступительных экзаменах в высшие учебные заведения.

Факультатив ориентирован на обучение учащихся восьмого – девятого классов. В рамках изучения курса для обучающихся предусматриваются широкие возможности для того, чтобы осуществлять деятельность

исследовательского характера, применять творческий подход, осуществлять самостоятельную работу. Курс рассчитан на 27 часов в 8 классе и 30 часов в 9 классе по часу в неделю.

Курс предполагает необходимость формировать условия для выработки у обучающихся навыков и умений решения задач с параметрами.

Образовательное значение курса при изучении математики состоит в том, что он ориентирован на решение задач, связанных с:

- 1) формированием математических способностей и интереса к математике на основе решения задач с параметром и их исследования;
- 2) овладением знаниями об указанных задачах как о совокупности неравенств и уравнений, что имеет существенное значение с точки зрения понимания особенностей и свойств, присущих неравенствам и уравнениям;
- 3) развитием познавательной и исследовательской активности обучающихся;
- 4) формированием математической культуры, творческого, логического мышления обучающихся.

Согласно поставленным задачам, целям определены формы проведения занятий в виде практикумов и лекций.

Основу проведения занятий факультативного курса составляет включение обучающихся в организованную на основе внутренней мотивации деятельность учебно-познавательного характера, а также диалог как между педагогом и обучающимися, так и между самими обучающимися.

Целесообразным в рамках факультативного курса является применение педагогом ИКТ. Использование компьютера для демонстрации учебных материалов; представление материала, связанного с историей возникновения задач анализируемого класса, в виде презентации.

Содержание курса (8 класс)

Раздел 1. Знакомство с параметрами.

Определение параметра. Типы задач с параметрами. Основные методы и приемы решения задач с параметрами. Решение простейших уравнений с параметрами. Задачи с параметром.

Раздел 2. Линейные уравнения с параметром и их системы.

Алгоритм решения линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметром. Решение линейных уравнений с параметром, содержащих модуль. Параметр и количество решений системы линейных уравнений. Решение систем линейных уравнений с параметром.

Раздел 3. Линейные неравенства с параметром и их системы.

Алгоритм решения линейных неравенств с параметром. Решение линейных неравенств с параметром. Графическое решение неравенств с параметром. Параметр и количество решений системы линейных уравнений. Решение систем линейных неравенств с параметром.

Раздел 4. Квадратные уравнения с параметром.

Свойство квадратного трехчлена. Алгоритм решения квадратных уравнений с параметром. Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром. Расположение корней квадратного трехчлена относительно заданной точки. Решение квадратных уравнений с параметром.

Раздел 5. Квадратные неравенства с параметром.

Решение квадратных неравенств с параметром.

Тематическое планирование (8 класс)

№	Наименование разделов и тем	Количество часов
Раздел 1. Знакомство с параметрами (1 час)		
1	Задачи с параметром. Типы задач с параметрами	1
Раздел 2. Линейные уравнения с параметром и их системы (6 часов)		
2	Решение линейных уравнений с параметром	2
3	Решение линейных уравнений с параметром, содержащих	2

	модуль	
4	Решение систем линейных уравнений с параметром	2
Раздел 3. Линейные неравенства с параметром и их системы (6 часов)		
6	Решение линейных неравенств с параметром	2
7	Решение линейных неравенств с параметром при помощи графика	2
8	Решение систем линейных неравенств с параметром	3
9	Проверочная работа «Линейные уравнения и неравенства с параметром и их системы»	1
Раздел 4. Квадратные уравнения с параметром (8 часов)		
10	Решение квадратных уравнений с параметрами (через дискриминант)	1
11	Применение теоремы Виета при решении квадратных уравнений с параметром	1
12	Расположение корней квадратного трехчлена относительно заданной точки	2
13	Взаимное расположение корней двух квадратных уравнений	2
14	Решение квадратных уравнений с параметрами	2
Раздел 5. Квадратные неравенства с параметром (6 часов)		
15	Решение квадратных неравенств с параметрами	3
16	Нахождение заданного количества решений уравнения или неравенства	2
17	Проверочная работа «Квадратные уравнения и неравенства с параметром»	1

Содержание курса (9 класс).

Раздел 1. Аналитический метод решения задач с параметром.

Линейные уравнения, неравенства с параметром и их системы. Квадратные уравнения и неравенства с параметром. Дробно-рациональные уравнения и неравенства с параметром. Уравнения и неравенства с параметром, содержащие модуль.

Раздел 2. Графический метод решения задач с параметрами.

Построение графического образа в системе координат xOy . Построение графического образа в системе координат xOa . Сочетание аналитического и графического способов решения задач с параметрами.

Раздел 3. Задачи с параметром в заданиях ОГЭ.

Построение графиков заданных функций и нахождение значений параметра.

Тематическое планирование (9 класс)

№	Наименование разделов и тем	Количество часов
Раздел 1. Аналитический метод решения задач с параметрами (11 часов)		
1	Решение линейных уравнений и неравенств с параметром	2
2	Решение квадратных уравнений и неравенств с параметром	3
3	Решение дробно-рациональных уравнений и неравенств с параметром	3
4	Решение уравнений и неравенств с параметром, содержащих модуль	3
Раздел 2. Графический метод решения задач с параметрами (10 часов)		
5	Построение графического образа в системе координат xOy	3
6	Построение графического образа в системе координат xOa	3
7	Сочетание аналитического и графического способов	3

	решения задач с параметрами	
8	Проверочная работа «Решение задач с параметром»	1
Раздел 3*. Задачи с параметром в заданиях ОГЭ (9 часов)		
9	Дробно-рациональные функции	3
10	Кусочно-заданные функции	3
11	Функции, содержащие модуль	3

Изучение указанного курса должно обеспечить:

- владение приемами работы с информацией, получаемой в рамках занятий и с использованием сети Интернет;
- владение основными методами и приемами решения задач с параметром;
- умение осуществлять совместную групповую работу;
- умение решать неравенства, уравнения, системы неравенств и уравнений с параметром;
- владение базовыми приемами исследовательской деятельности;
- умение обосновывать решения задач с параметрами.

По результатам изучения математики на факультативном курсе обучающийся должен достичь следующих результатов развития:

1) предметные результаты:

- уметь применять методы, результаты, понятия, освоенные в процессе занятий и самостоятельной работы для того, чтобы решать практические задачи, задачи, относящиеся к смежным дисциплинам, с привлечением материалов справочного характера в случае необходимости;
- уметь использовать при интерпретации уравнению, систем идею координат, решать уравнения, системы уравнений, использовать приемы выполнения преобразований;

- уметь при решении относящихся к различным разделам курса задач применять уравнения, преобразования;

- уметь осуществлять логическое обоснование, классификацию;
- уметь применять математические символы и термины, анализировать математические тексты, извлекать требующуюся информацию;
- владеть основными понятиями по ключевым разделам курса;
- обладать представлением об основных изученных понятиях курса;

2) метапредметные результаты:

- уметь планировать деятельность, ориентированную на поиск решения задач исследовательского характера;

- иметь базовые представления об идеях математики, математических методах;

- уметь самостоятельно осуществлять постановку целей, выбор и создание алгоритмов для решения математических задач;

- уметь получать информацию из различных источников для решения математических задач, выражать ее в доступной форме, и принимать решения в условиях, когда информация избыточная или является неполной;

- понимать сущность алгоритмов, обладать умением осуществлять действия по алгоритму;

- уметь понимать средства наглядности из арсенала математики, использовать их для того, чтобы осуществлять интерпретацию, аргументацию;

- уметь применять способы рассуждений на основе дедукции, индукции;

- уметь формулировать гипотезы в процессе решения учебных задач, понимать необходимость осуществлять проверку гипотез;

3) личностные результаты:

- обладать способностью эмоционально воспринимать математические рассуждения, объекты, решения, задачи;

- уметь выдвигать аргументы, приводить примеры, в соответствии с критериями грамотности, точности и ясности излагать собственные мысли письменно и устно;
- уметь осуществлять контроль в отношении процесса и результатов математической деятельности;
- обладать активностью, находчивостью, инициативой, креативностью мышления в процессе решения математических задач;
- обладать умением отличать факты и гипотезы, выявлять высказывания, некорректные с точки зрения логики, обладать критичностью мышления.

Умение обучающихся использовать графические и аналитические способы для того, чтобы осуществлять решение неравенств, уравнений выступает в качестве показателя, характеризующего глубину усвоения учебных материалов, уровень развития в математическом отношении. Владение обучающимся навыками решения задач данного типа может рассматриваться в качестве критерия, характеризующего уровень развития логического мышления, знание основных разделов курса школьной математики.

2.3. Конспекты занятий

Факультативное занятие по теме «Решение линейных уравнений с параметром»

Класс: 8 класс.

Тема: Решение линейных уравнений с параметром.

Цель: создание условий для формирования умений решать линейные уравнения с параметром, задачи на определение количества решений линейных уравнений с параметром.

Задачи:

образовательные: введение определения линейного уравнения с параметром, рассмотрение и усвоение схемы исследования линейных уравнений с параметром, отработка умений решения линейных уравнений с параметром;

развивающие: развитие навыков деятельности исследовательского характера, памяти, наблюдательности, логического мышления и творческих способностей;

воспитательные: формирование посредством введения элементов деятельности исследовательского характера устойчивого интереса к математике, формирование коммуникабельности.

Планируемые результаты представлены в виде:

Личностные: умения понимать смысл задачи, вырабатывать аргументы, осуществлять контроль процесса учебной математической деятельности и ее результатов, способности эмоционально воспринимать математические объекты и решения.

Метапредметные: умения производить определение целей, задач деятельности, оценивать собственные возможности для решения задачи на основе оценки ее трудности; отбирать средства, с помощью которых задача может быть решена, создавать схемы для решения задач учебного и познавательного характера, применять данные схемы, осуществлять их преобразование давать адекватную оценку выполнения учебной задачи с точки зрения правильности.

Предметные: умения выполнять преобразования выражений, применять преобразования при решении математических задач, осуществлять решение линейных уравнений с параметром.

Структура урока:

I. Организационный момент (2 минуты).

II. Актуализация опорных знаний и умений (8 минут).

III. Открытие нового знания. Первичное усвоение (10 минут).

IV. Решение заданий (20 минут).

V. Рефлексия (5 минут).

Ход урока.

I. Организационный момент.

Учитель: Здравствуйте, дорогие ученики! На прошлом занятии мы начали знакомиться с задачами, содержащими параметр, и рассмотрели несколько простых заданий. Сегодня мы научимся решать уравнения с параметром.

II. Актуализация опорных знаний и умений.

Учитель: Перед вами несколько уравнений. Какие это уравнения?

Ученики: Линейные уравнения.

Учитель: Верно. Сегодня мы будем учиться решать линейные уравнения с параметром. Но прежде, предлагаю решить эти уравнения по вариантам.

Вариант 1	Вариант 2	Вариант 3
а) $2x - (x - 19) = -x$ б) $3(5x - 4) - 8x = 4x + 9$	а) $4(x - 3) = 4x - 12$ б) $\frac{1}{4}x + 3(x - 1) = 3(\frac{1}{4}x - 1)$	а) $3x + 6 = 3(x - 1) + 4$ б) $15x - 8(x - 3) = 6,6 - 7x$

После решения ученики сообщают результаты учителю и приходят к выводу, что уравнения 1 варианта имеют одно решение, уравнения 2 варианта имеют бесконечное число решений, уравнения 3 варианта не имеют решений.

Учитель: Итак, сколько же решений может иметь линейное уравнение?

Ученики: Одно, бесконечное множество и ни одного.

Учитель: Хорошо. На прошлом занятии мы с вами рассматривали решение некоторых простых уравнений. Приведите несколько таких примеров.

Ученики приводят примеры уравнений вида $ax = b$.

Учитель: Что значит решить уравнение с параметром?

Ученики: Решить уравнение с параметром – значит указать, при каких значениях параметра существуют решения, выяснить их количество, каковы они, указать, при каких значениях параметра уравнение решений не имеет.

Учитель: В каком же случае приведенное вами уравнение будет иметь решения? В каком нет?

Ученики: Если $a \neq 0$, то $x = \frac{6}{a}$. Если $a = 0$, то уравнение не имеет решений.

III. Открытие нового знания. Первичное усвоение.

Учитель: Предлагаю вам решить следующее уравнение $m(x - 1) - 3m = x + 1$, где m – некоторое фиксированное число. Мы выяснили, что m называется параметром, а уравнение, в таком случае, называется линейным уравнением с параметром m .

Перед решением задания, обучающиеся совместно с учителем обговаривают и составляют план решения подобных заданий:

1) слагаемые с переменной x переносим в одну сторону уравнения, остальные слагаемые – в другую;

2) выносим общий множитель x за скобку;

3) исследуем коэффициент при x и делаем вывод о наличии решений и их количестве:

– если коэффициент при x обращается в нуль и правая часть уравнения обращается в нуль, то уравнение имеет бесконечно много решений;

– если коэффициент при x обращается в нуль, а правая часть не равна нулю, то уравнение не имеет решений;

– если коэффициент при x не нуль и правая часть не нуль, то находим корень уравнения.

Задание выполняется одним учащимся у доски, с пояснением каждого действия, остальные учащиеся решают задание в тетради. Если возникают вопросы – задают их. В результате совместного обсуждения решают их.

$$m(x - 1) - 3m = x + 1$$

$$mx - m - 3m = x + 1$$

$$mx - x = 4m + 1$$

$$(m - 1)x = 4m + 1$$

Если $m = 1$, то уравнение принимает вид $0x = 5$ – не имеет решений.

Если $m \neq 1$, то уравнение имеет решение вида $x = \frac{4m+1}{m-1}$.

Ответ: при $m = 1$ уравнение корней не имеет; при $m \neq 1$ (т.е. при $m \in (-\infty; 1) \cup (1; +\infty)$) уравнение имеет единственный корень $x = \frac{4m+1}{m-1}$.

При записи ответа учитель делает акцент на том, что мы исследовали все возможные значения параметра m .

IV. Решение упражнений.

Задания выполняются одним учащимся у доски, с пояснением каждого действия, остальные учащиеся решают задание в тетради. Если возникают вопросы – задают их. В результате совместного обсуждения решают их.

Задание 1. Решить уравнения с параметром a :

а) $ax - 7 = 2x + 10$; б) $2x - 4a = ax - 8$.

Решение:

а) $ax - 7 = 2x + 10$

$$ax - 2x = 17$$

$$(a - 2)x = 17$$

Если $a \neq 2$, то уравнение имеет единственное решение вида $x = \frac{17}{a-2}$.

Если $a = 2$, то уравнение принимает вид $0x = 17$ – не имеет решений.

Ответ: при $a = 2$ уравнение не имеет решений; при $a \neq 2$ уравнение имеет один корень $x = \frac{17}{a-2}$.

б) $2x - 4a = ax - 8$

$$2x - ax = 4a - 8$$

$$(2 - a)x = 4a - 8$$

Если $a \neq 2$, то уравнение вид $x = \frac{4a-8}{a-2} \rightarrow x = \frac{4(a-2)}{a-2} \rightarrow x = 4$. Уравнение имеет единственное решение $x = 4$.

Если $a = 2$, то уравнение принимает вид $0x = 0$ – имеет бесконечно много решений.

Ответ: при $a = 2$ уравнение имеет бесконечно много решений; при $a \neq 2$ уравнение имеет единственное решение $x = 4$.

Задание 2. При каких значениях параметра q уравнение $3(qx - q) = x - 1$ не имеет решения?

$$3qx - 3q = x - 1$$

$$3qx - x = 3q - 1$$

$$(3q - 1)x = 3q - 1$$

Если $q = \frac{1}{3}$, то уравнение принимает вид $0x = 0$ – бесконечно много решений.

Если $q \neq \frac{1}{3}$, то уравнение принимает вид $x = \frac{3q-1}{3q-1} \rightarrow x = 1$ – единственное решение.

Ответ: уравнение будет иметь решение при любых значениях параметра q .

Задание 3. При каком значении параметра s уравнение $3(sx + 1) + 1 = 2(s - x) - 6$ имеет корень, равный 5?

При решении задания достаточно в уравнение подставить значение переменной $x = 5$ и решать линейное уравнение относительно s .

$$3(5s + 1) + 1 = 2(s - 5) - 6$$

$$15s + 3 + 1 = 2s - 5 - 6$$

$$13s = -15$$

$$s = -\frac{15}{13}$$

Ответ: при $s = -\frac{15}{13}$ $x = 5$.

Задание 4. Найти все значения параметра p , при которых корень уравнения $2x(p + 3) - 3p(x + 5) = 5(2 - 3p)$ является натуральным числом. Найти эти корни.

$$2px + 6x - 3px - 15p = 10 - 15p$$

$$-px + 6x = 10$$

$$(6 - p)x = 10$$

Если $p = 6$, то уравнение принимает вид $0x = 10$ – не имеет решений.

Если $p \neq 6$, то решение уравнения имеет вид $x = \frac{10}{6-p}$.

Нас интересует случай, когда уравнение имеет решения, причем корни уравнения должны быть натуральными числами. В ходе совместного обсуждения, приходим к выводу, что $x = \frac{10}{6-p}$ будет являться натуральным числом в случаях, когда $6 - p = 1$, $6 - p = 2$, $6 - p = 5$, $6 - p = 10$, т.е. p может принимать значения 5, 3, 1, -4.

Ответ: при $p = -4$ $x = 1$; при $p = 1$ $x = 2$; при $p = 3$ $x = 5$; при $p = 5$ $x = 10$.

Задание 5. Найдите все значения параметра m , при каждом из которых решение уравнения $4mx - 3 = x - 2m(5 - 2x)$ больше 2.

$$4mx - 3 = x - 10m + 4mx$$

$$x = 10m - 3$$

Уравнение имеет решение при любом значении параметра m .

Нас интересует случай, когда корень уравнения $x > 2$.

$$10m - 3 > 2$$

$$10m > 5$$

$$m > \frac{1}{2}$$

Ответ: при $m > \frac{1}{2}$ корень уравнения больше 2.

V. Рефлексия.

Учитель: Итак, наше занятие подходит к концу. Поведем итоги. С чем мы с вами сегодня познакомились? Что узнали? Чему научились? Что означает решить линейное уравнение с параметром? Было ли вам интересно занятие? Понятен ли вам материал?

Учащиеся отвечают на вопросы, высказывают свое мнение, делятся впечатлениями, задают интересующие их вопросы.

Домашнее задание:

Задание 1. Решить уравнения с параметром a :

а) $2ax + 3 = 2a - x$;

б) $6(ax + 1) + a = 3(a + x) + 7$;

в) $2x - 4a = ax - 1$.

Решение:

а) $2ax + 3 = 2a - x$

$$2ax + x = 2a - 3$$

$$(2a + 1)x = 2a - 3$$

При $a = -\frac{1}{2}$ нет решений, при $a \neq -\frac{1}{2}$ $x = \frac{2a-3}{2a+1}$ – одно решение.

б) $6(ax + 1) + a = 3(a + x) + 7$

$$6ax + 6 + a = 3a + 3x + 7$$

$$6ax - 3x = 2a + 1$$

$$3(2a - 1)x = 2a + 1$$

При $a = \frac{1}{2}$ нет решений, при $a \neq \frac{1}{2}$ $x = \frac{2a+1}{3(2a-1)}$ – одно решение.

в) $2x - 4a = ax - 1$

$$2x - ax = 4a - 1$$

$$(2 - a)x = 4a - 1$$

При $a = 2$ нет решений, при $a \neq 2$ $x = \frac{4a-1}{2-a}$ – одно решение.

Задание 2. Составьте линейные уравнения с параметром, которые:

а) не имеют решения;

б) имеют бесконечное множество решений;

в) имеют единственное решение.

Технологическая карта факультативного занятия на тему «Решение квадратных уравнений с параметрами»

Предмет	Алгебра
Класс	8
Тип урока	Открытие новых знаний
Технология построения урока	Системно-деятельностный подход
Тема	Решение квадратных уравнений с параметрами
Цель	Создание условий для формирования умений решать квадратные уравнения с параметром при помощи дискриминанта, задачи на определение количества решений
Основные термины, понятия	Параметр, решить уравнение с параметром, квадратное уравнение, дискриминант, квадратное уравнение с параметром

Планируемые результаты	
Предметные умения: – уметь решать квадратные уравнения с параметром при помощи	Личностные УУД: – способность к самооценке на основе успешной учебной деятельности Регулятивные УУД: – уметь определять и формулировать цель урока

<p>дискриминанта, исследовать количество решений уравнения</p>	<ul style="list-style-type: none"> – оценивать правильность выполнения действий – планировать свои действия в соответствии с поставленной задачей – вносить необходимые коррективы в действие после его завершения на основе его оценки и учета характера сделанных ошибок – высказывать свои предположения <p>Познавательные УУД:</p> <ul style="list-style-type: none"> – уметь отличать новое от уже известного – находить ответы на вопросы, используя учебник, свой жизненный опыт и информацию, полученную на уроке – самостоятельно создавать алгоритм деятельности – извлекать из математических текстов необходимую информацию – использовать знаково-символические средства <p>Коммуникативные УУД:</p> <ul style="list-style-type: none"> – уметь оформлять свои мысли в устной и письменной форме – слушать и понимать речь других – уметь выражать свои мысли четко, полно и точно
--	---

Дидактические задачи этапов урока

Этапы урока	Дидактические задачи
Организационный момент (2 минуты)	<ul style="list-style-type: none"> – создать благоприятный психологический настрой на работу – включение учащихся в учебную деятельность
Актуализация опорных знаний и умений (5 минут)	<ul style="list-style-type: none"> – готовность мышления – осознание потребности к построению нового способа действия
Постановка учебной проблемы, планирование деятельности (5 минуты)	<ul style="list-style-type: none"> – выявление и фиксация места и причины затруднения – постановка цели учебной деятельности, выбор способа и средств ее реализации
Открытие нового знания, первичное усвоение (10 минут)	<ul style="list-style-type: none"> – построение и фиксация нового знания – включение нового знания в систему знаний
Применение полученных знаний при решении задач (20 минут)	<ul style="list-style-type: none"> – повторение и закрепление ранее изученного материала – контроль способностей применять полученные знания и умения в нестандартной ситуации
Рефлексия (3 минуты)	<ul style="list-style-type: none"> – соотнесение цели урока и его результатов – самооценка работы на уроке

Технология изучения

Этапы урока	Формируемые умения	Деятельность учителя	Деятельность учащихся
Организационный момент	<p>Метапредметные (УУД):</p> <p>– регулятивные:</p> <p>организация рабочего пространства, своей деятельности, настрой на продуктивную работу</p>	Здравствуйте, ребята. Сегодня мы переходим к изучению следующего раздела задач с параметрами.	Учащиеся приветствуют учителя, настраиваются на работу.
Актуализация опорных знаний и умений	<p>Предметные:</p> <p>повторение основных понятий, связанных с решением квадратных уравнений</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>– познавательные:</p>	<p>Прежде чем приступить к решению задач, давайте вспомним, что мы называем квадратным уравнением?</p> <p>Какой способ решения квадратных уравнений мы с вами знаем на данный момент?</p>	<p>Уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где x – переменная, a, b, c – некоторые действительные числа, причем $a \neq 0$, называется квадратным уравнением.</p> <p>Через нахождение дискриминанта $D = b^2 - 4ac$.</p>

<p>структурирование собственных знаний</p> <p>– регулятивные: контроль и оценка процесса и результатов деятельности</p> <p>– коммуникативные: умение оформлять свои мысли, организовывать и планировать учебное сотрудничество с учителем и одноклассниками</p>	<p>Сколько решений может иметь квадратное уравнение?</p> <p>От чего будет зависеть количество решений квадратного уравнения?</p> <p>Сколько корней имеют следующие квадратные уравнения:</p> <p>а) $x^2 + x - 2 = 0$;</p> <p>в) $9x^2 - 6x + 10 = 0$;</p> <p>г) $4x^2 + 12x + 9 = 0$.</p>	<p>Количество решений квадратного уравнения зависит от значения дискриминанта:</p> <p>1) если $D < 0$, то квадратное уравнение корней не имеет;</p> <p>2) если $D = 0$, то квадратное уравнение имеет два равных корня $x_1 = x_2 = \frac{-b}{2a}$;</p> <p>3) если $D > 0$, то квадратное уравнение имеет два различных корня $x_1 = \frac{-b+\sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b-\sqrt{D}}{2a}$.</p> <p>Учащиеся самостоятельно решают уравнения, затем обсуждают получившиеся результаты:</p> <p>а) $D = 9$, $D > 0$ – уравнение имеет два различных корня: $x_1 = -2$, $x_2 = 1$;</p>
---	--	---

			б) $D = -324$, $D < 0$ – уравнение не имеет корней; в) $D = 0$ – уравнение имеет два равных корня: $x_1 = x_2 = -1,5$.
Поста- новка учебной проблемы, планиро- вание дея- тельности	Предметные: повторение основных понятий, связанных с решением квадратных уравнений, параметра, составление квадратных уравнений с параметром Метапредметные (УУД): – познавательные: умение строить логические рассуждения, структурирование собственных знаний	Рассмотрим последнее уравнение $4x^2 + 12x + 9 = 0$. В этом уравнении заменим число 2 переменной p . Какой вид может принять наше уравнение? Какие же мы получили уравнения	Учащиеся предлагают варианты ответов, затем совместно обсуждают получившиеся результаты: 1) $4x^2 + 6px + 9 = 0$; 2) $4x^2 + 3p^2x + 9 = 0$; 3) $2px^2 + 12x + 9 = 0$; 4) $2px^2 + 6px + 9 = 0$; 5) $2px^2 + 3p^2x + 9 = 0$; 6) $p^2x^2 + 12x + 9 = 0$; 7) $p^2x^2 + 6px + 9 = 0$; 8) $p^2x^2 + 3p^2x + 9 = 0$. Квадратные уравнения с параметром p .

	<p>– регулятивные:</p> <p>умение высказывать предположения, контроль и оценка процесса и результатов деятельности</p> <p>– коммуникативные:</p> <p>умение оформлять свои мысли, взаимодействовать с учителем и одноклассниками</p>	<p>относительно переменной x?</p> <p>Как вы думаете, чему мы с вами будем учиться на занятии?</p> <p>Что значит решить уравнение с параметром?</p>	<p>Решать квадратные уравнения с параметром.</p> <p>Решить уравнение с параметром – значит указать, при каких значениях параметра решения существуют, выяснить их количество, выяснить их вид; указать, при каких значениях параметра уравнение решений не имеет.</p>
Открытие нового знания, первичное усвоение	<p>Предметные:</p> <p>умение решать квадратные уравнения, содержащие параметр</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <p>– познавательные:</p>	<p>Мы уже умеем решать линейные уравнения. Вспомните, каким образом мы действовали при решении линейных уравнений с параметром?</p> <p>Решим одно из составленных вами квадратных уравнений с</p>	<p>Мы выясняли, имеет ли уравнение решение или нет, затем устанавливали вид каждого решения при соответствующих ему значениях параметра.</p> <p>Учащиеся выбирают одно из уравнений.</p>

	<p>умение строить логичные рассуждения, работать с информацией, структурировать полученные знания, умение применять полученную информацию</p> <p>– регулятивные:</p> <p>умение высказывать предположения, планирование своей деятельности для решения поставленной задачи, работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки</p>	<p>параметром.</p> <p>Выясним, при каких значениях параметра p квадратное уравнение $2px^2 + 6px + 9 = 0$.</p> <p>Прежде, чем перейти к решению, обратите внимание на то, что старший коэффициент при переменной x содержит параметр p.</p> <p>Всегда ли данное уравнение будет квадратным?</p> <p>Верно. Наложим ограничение на параметр $p \neq 0$. В каком же случае, наше уравнение будет иметь единственное решение (два равных корня)? Найдите это решение.</p>	<p>Не всегда, при $p = 0$ уравнение принимает вид $0x = -9$ и не имеет решений.</p> <p>Уравнение будет иметь единственное решение, когда дискриминант будет равен нулю.</p> $2px^2 + 6px + 9 = 0 \quad (p \neq 0)$
--	--	--	--

	<p>самостоятельно</p> <p>– коммуникативные:</p> <p>умение взаимодействовать с учителем во время фронтальной работы, выслушивать мнения одноклассников, корректировать свое мнение, умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли</p>	<p>Учащиеся совместно с учителем обговаривают и составляют план решения подобных заданий:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1) если коэффициент при старшей степени переменной содержит параметр, то выделяется случай, когда квадратное уравнение обращается в линейное уравнение с параметром; 2) определить, при каких значениях параметра уравнение имеет решения; 3) определить, при каких значениях параметра уравнение не имеет решения; 4) установить количество решений; 	$D = (6p)^2 - 4 \cdot 2p \cdot 9 = 36p^2 - 72p$ $= 36p(p - 2)$ $D = 0 \rightarrow 36p(p - 2) = 0$ $p_1 = 0 \text{ и } p_2 = 2$ <p>Учитывая наложенное ограничение на параметр ($p \neq 0$), составляем решение квадратного уравнения: при $p = 2$</p> $x = \frac{-6p}{2 \cdot 2p} = -1,5.$
--	--	--	--

		5) найти вид каждого решения при соответствующем ему значениях параметра.
Применение полученных знаний при решении задач	<p>Предметные:</p> <p>умение решать квадратные уравнения, содержащие параметр</p> <p>Метапредметные (УУД):</p> <ul style="list-style-type: none"> – познавательные: умение ориентироваться в системе полученных знаний, умение применять информацию, полученную на уроке, строить логичные рассуждения – регулятивные: планирование своей деятельности для решения 	<p>Учащиеся выполняют задания у доски и в тетрадях с пояснением. Если возникают вопросы – задают их. В результате совместного обсуждения решают их. В случае необходимости учитель корректирует учащихся.</p> <p>Задание 1.</p> <p>Решить уравнение с параметром a: $x^2 - 2(a + 1)x + 4a = 0$.</p> $D = (-2(a + 1))^2 - 4 \cdot 4a = 4a^2 + 8a + 4 - 16a = 4a^2 - 8a + 4$ $= 4(a^2 - 2a + 1) = 4(a - 1)^2$ <p>Так как дискриминант неотрицателен при любых значениях параметра, то уравнение всегда имеет решение.</p> <p>1) если $a = 1$, то $D = 0$, тогда уравнение имеет единственный корень (два равных корня) $x = \frac{2(a+1)}{2} = a + 1 = 2$;</p> <p>2) если $a \neq 1$, то $D > 0$, тогда уравнение имеет два различных корня</p> $x = \frac{2(a+1) \pm \sqrt{4(a-1)^2}}{2} = a + 1 \pm a - 1 $ <p>$x_1 = a + 1 + a - 1 = 2a$ и $x_2 = a + 1 - a + 1 = 2$.</p>

	<p>поставленной задачи, работая по плану, сверять свои действия с целью и, при необходимости, исправлять ошибки</p> <p>– коммуникативные:</p> <p>умение взаимодействовать с учителем и одноклассниками, слушать и понимать речь других, умение с достаточной полнотой и точностью выражать свои мысли</p>	<p>Ответ: при $a = 1$ $x = 2$; при $a \neq 1$ $x_1 = 2a$, $x_2 = 2$.</p> <p>Задание 2.</p> <p>При каких значениях параметра m уравнению $x^2 + mx + 1 = 0$ удовлетворяет единственное значение переменной x? Найти значения переменной.</p> <p>Уравнению будет удовлетворять единственное значение переменной x в том случае, когда дискриминант равен нулю: $D = m^2 - 4 \rightarrow m^2 - 4 = 0$ $m_1 = 2$ и $m_2 = -2$.</p> <p>Тогда $x = \frac{-m}{2}$, т.е. $x_1 = -1$ и $x_2 = 1$.</p> <p>Ответ: при $m = -2$ $x = 1$; при $m = 2$ $x = -1$.</p> <p>Задание 3.</p> <p>Найдите все значения параметра k, при каждом из которых уравнение $x^2 - 2kx + k^2 + 2k - 1 = 0$ имеет два различных корня.</p> <p>Уравнение будет иметь два различных корня в том случае, когда дискриминант будет больше нуля: $D = (-2k)^2 - 4(k^2 + 2k - 1) = 4k^2 - 4k^2 - 8k + 4 = 4(1 - 2k) \rightarrow 4(1 - 2k) > 0 \rightarrow k < \frac{1}{2}$.</p>
--	---	---

		<p>Ответ: $k \in (-\infty; 0,5)$.</p> <p>Задание 4.</p> <p>Найдите все значения параметра t, при каждом из которых уравнению $(t - 2)x^2 - 2tx + 2t - 3 = 0$ удовлетворяет единственное значение переменной x.</p> <p>Обращаем внимание на то, что старший коэффициент при переменной x содержит параметр, поэтому отдельно рассматриваем случай, когда квадратное уравнение принимает вид линейного уравнения: при $t = 2$ уравнение имеет вид $0x^2 - 4x + 4 - 3 = 0 \rightarrow 4x = 1 \rightarrow x = \frac{1}{4}$.</p> <p>Накладываем ограничение на параметр $t \neq 2$. Уравнению будет удовлетворять единственное значение переменной x в том случае, когда дискриминант равен нулю:</p> $D = (-2t)^2 - 4(t - 2)(2t - 3) = 4t^2 - 4(2t^2 - 7t + 6)$ $= 4t^2 - 8t^2 + 28t - 24 = -4t^2 + 28t - 24 = -4(t^2 - 7t + 6)$ $-4(t^2 - 7t + 6) = 0$ $t^2 - 7t + 6 = 0$
--	--	---

		$D' = 49 - 24 = 25$ $t_1 = 6 \text{ и } t_2 = 1$ <p>Тогда $x_1 = \frac{2t}{2(t-2)} = \frac{t}{t-2} = \frac{6}{6-2} = 1,5$ и $x_2 = \frac{2t}{2(t-2)} = \frac{t}{t-2} = \frac{1}{1-2} = -1$.</p> <p>Ответ: при $t = 1$ $x = -1$; при $t = 2$ $x = \frac{1}{4}$; при $t = 6$ $x = \frac{3}{2}$.</p> <p>Задание 5.</p> <p>Найдите все значения параметра a, при каждом из которых уравнение $(a + 1)x^2 + 2(a + 1)x + a - 2 = 0$ не имеет решений.</p> <p>Обращаем внимание на то, что старший коэффициент при переменной x содержит параметр, поэтому отдельно рассматриваем случай, когда квадратное уравнение принимает вид линейного уравнения: при $a = -1$ уравнение имеет вид $0x^2 + 0x + a - 2 = 0 \rightarrow 0x = 2 - a$ – не имеет решений.</p> <p>Накладываем ограничение на параметр $a \neq -1$. Уравнение не будет иметь решений в том случае, когда дискриминант меньше нуля:</p>
--	--	---

		$D = (2(a + 1))^2 - 4(a + 1)(a - 2) = 4a^2 + 8a + 4 - 4(a^2 - a - 2)$ $= 4a^2 + 8a + 4 - 4a^2 + 4a + 8 = 12a + 12$ $12a + 12 < 0 \rightarrow a < -1$ <p>Объединяя найденные значения параметров, получим $a \in (-\infty; 1]$.</p> <p>Ответ: $a \in (-\infty; 1]$.</p>	
Рефлексия	Метапредметные (УУД): – познавательные: умение находить ответы на вопросы, используя полученную информацию на уроке – регулятивные: умение анализировать собственные успехи, неудачи, определять пути коррекции	Итак, наше занятие подходит к концу. Поведем итоги. С чем мы с вами сегодня познакомились? Что узнали? Чему научились? По какой схеме мы решаем квадратные уравнения с параметром? Было ли вам интересно занятие? Понятен ли вам материал?	Учащиеся отвечаю на вопросы, высказывают свое мнение, делятся впечатлениями. Задают интересующие их вопросы.
		Домашнее задание. Задание 1.	

	<p>– коммуникативные: уметь оформлять свои мысли в устной форме, слушать и понимать речь других, выражать свои мысли четко, полно и точно</p> <p>Личностные (УУД): оценивание собственной деятельности на уроке, установление учащимся значения результатов своей деятельности для удовлетворения своих потребностей, мотивов, жизненных интересов</p>	<p>Найти все значения параметра, при каждом из которых уравнение</p> <p>а) $x^2 - 4x + a = 0$ имеет два различных решения; Решение: Уравнение имеет два различных решения в том случае, когда дискриминант больше нуля:</p> $D = (-4)^2 - 4a = 16 - 4a = 4(4 - a)$ $4(4 - a) > 0 \rightarrow a < 4$ <p>Ответ: $a \in (-\infty; 4)$.</p> <p>б) $2kx^2 - 2x - 3k - 2 = 0$ имеет единственное решение; Решение: 1 случай. $k = 0$, тогда уравнение имеет вид $0x^2 - 2x - 2 = 0 \rightarrow x = -1$. 2 случай. $k \neq 0$, тогда уравнение имеет единственное решение в том случае, когда дискриминант равен нулю:</p> $D = (-2)^2 + 8k(3k + 2) = 4 + 24k^2 + 16k = 4(6k^2 + 4k + 1)$ $4(6k^2 + 4k + 1) = 0$ $6k^2 + 4k + 1 = 0$ $D' = 16 - 24 = -8$
--	--	---

		<p>Уравнение $6k^2 + 4k + 1 = 0$ не имеет корней.</p> <p>Ответ: $k = 0$.</p> <p>в) $4x^2 - 2x + m = 0$ не имеет решений.</p> <p>Решение:</p> <p>Уравнение не имеет корней в том случае, когда дискриминант меньше нуля:</p> $D = 4 - 16m = 4(1 - m) \rightarrow 4(1 - m) < 0 \rightarrow m > 4.$ <p>Ответ: $m \in (4; +\infty)$.</p> <p>Задание 2.</p> <p>Из уравнения $5x^2 + 10x + 5 = 0$ составьте несколько уравнений с параметром (на следующем задании они будут включены в небольшую самостоятельную работу).</p> <p>а) $5x^2 + 10x + a = 0$; б) $5x^2 + 2ax + 5 = 0$; в) $5x^2 + 2ax + a = 0$; г) $ax^2 + 10x + 5 = 0$; д) $ax^2 + 10x + a = 0$; е) $ax^2 + 2ax + 5 = 0$; ж) $ax^2 + 2ax + a = 0$; з) $5x^2 + 5mx + 5 = 0$.</p>
--	--	--

Заключение

Задачи с параметром представляют собой один из разделов курса обучения математике в школе, вызывающих у учащихся наибольшие затруднения. Учащимся, наряду с применением алгоритмов решения неравенств, уравнений, требуется анализировать, какой признак следует использовать для выделения классов во множестве значений параметра.

Сегодня в условиях базовой школы возможность подготовить на уроках к решению задач с параметром практически отсутствует, в том числе применительно к наиболее сильным обучающимся. Для этого требуется проводимая под руководством педагогов, обладающих специальной подготовкой, системная факультативная, кружковая работа.

В рамках представленного исследования цель исследования, состоящая в разработке модели обучения решению задач с параметрами в условиях школьного обучения, была достигнута на основе решения комплекса задач. Задачи исследования состояли в изучении присущих учащимся психолого-педагогических особенностей, определяющих необходимость обучению решению задач с параметрами, анализе содержания учебных пособий по математике по исследуемой теме и разработке двух конспектов занятий.

В первой главе данной работы были изучены психологические особенности развития учащихся среднего школьного возраста, проведен анализ действующих школьных учебников по алгебре с целью выявления использования параметра и методов решения уравнений и неравенств с параметрами. В основном все задания, связанные с решением уравнений и неравенств с параметрами, носят повышенный уровень сложности и редко рассматриваются в рамках урока, в школьных учебниках не дается четкого определения параметра.

Во второй главе представлен факультативный курс «Задачи с параметром» для учащихся 8-9 классов и разработаны конспекты

факультативных занятий. Результаты работы могут быть использованы учителями математики при организации и проведении факультативных занятий в 8-9 классах по теме «Задачи с параметром».

Список использованной литературы

1. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов [и др.]; 19-е изд. М.: Просвещение, 2012. 255 с.
2. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 2: задачник для учащихся общеобразоват. учреждений / А. Г. Мордкович [и др.]; под ред. А. Г. Мордковича. 11-е изд., испр. и доп. М.: Мнемозина, 2013. 344 с.
3. Алгебра. 8 класс: учеб. для общеобразоват. организаций с прил. на электрон. носителе / Ю. Н. Макарычев [и др.]; под ред. С. А. Теляковского. М.: Просвещение, 2013. 287 с.
4. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. организаций / Ю. Н. Макарычев [и др.]; под ред. С. А. Теляковского. 21-е изд. М.: Просвещение, 2014. 271 с.
5. Алгебра. 9 класс: учеб. для общеобразоват. учреждений / Ш. А. Алимов [и др.]; 17-е изд. М.: Просвещение, 2012. 287 с.
6. Звавич Л. И., Рязановский А. Р., Семенов П. В. Алгебра. 9 класс: задачник для учащихся общеобразоват. учреждений. 3-е изд., перераб. М.: Мнемозина, 2008. 336 с.
7. Коджаспирова Г. М., Коджаспиров А. Ю. Педагогический словарь: для студ. высш. и сред. пед. учеб. заведений. М.: Издательский центр «Академия», 2000. 176 с.
8. Мирошин В. В. Решение задач с параметрами. Теория и практика. М.: Издательство «Экзамен», 2009. 286 с.
9. Мордкович А. Г., Николаев Н. П. Алгебра. 8 класс. В 2 ч. Ч. 1: учебник для учащихся общеобразоват. учреждений. 10-е изд., доп. М.: Мнемозина, 2013. 256 с.
10. Мордкович А. Г., Николаев Н. П. Алгебра. 9 класс: учебник для учащихся общеобразоват. учреждений. 3-е изд., перераб. М.: Мнемозина, 2008. 255 с.

11. Мухина В. С. Возрастная психология: феноменология развития, детство, отрочество: учебник для студ. вузов. 4-е изд., стер. М.: Издательский центр «Академия», 1999. 456 с.
12. Шаповаленко И. В. Возрастная психология (Психология развития и возрастная психология). М.: Гардарики, 2005. 349 с.
13. Шахмейстер А. Х. Задачи с параметрами на экзаменах. 3-е изд., испр. М.: Издательство МЦНМО; СПб.: Петроглиф: Виктория плюс, 2009. 248 с.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» августа 2019 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Кочетовой Анастасии Алексеевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Методика обучения решению задач с параметрами в 8-9
классах»

Утверждена приказом по Университету от «29.10» 2019 г. № 1183 а/о

Срок сдачи студентом законченной работы «23» июня 2020 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Подбор и изучение литературы по теме выпускной квалификационной работы.	Сентябрь-октябрь 2019 г.	<i>выполнено</i>
2.	Анализ материала школьных учебников по теме «Задачи с параметром».	Ноябрь 2019 г.	<i>выполнено</i>
3.	Изучение психолого-педагогических и методических аспектов обучения школьников решению задач с параметрами в 8-9 классах.	Декабрь 2019 г. – январь 2020 г.	<i>выполнено</i>
4.	Рассмотрение вопросов организации обучения школьников решению задач с параметрами в 8-9 классах.	Февраль 2020 г.	<i>выполнено</i>
5.	Разработка конспектов занятий.	Март 2020 г.	<i>выполнено</i>
6.	Систематизация материала. Оформление работы.	Апрель – май 2020 г.	<i>выполнено</i>

Дата выдачи задания «23» сентября 2019 г.

Руководитель *Желтух* Никитина О. Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

Кочетова Кочетова А.А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А. Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Кочетовой Анастасии Алексеевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Кочетова Анастасия Алексеевна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль подготовки «Математика», прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему *«Методика обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах»*, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


подпись студента
23 июня 2020г.
дата

ВКР представлена на проверку 24 июня 2020г.
дата

Руководитель ВКР 
подпись Никитина О.Г.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ»
выпускной квалификационной работы на тему:

**«Методика обучения решению задач с параметрами
в 8-9 классах»**

студентки 4 курса **Кочетовой Анастасии Алексеевны**
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Никитина Ольга Геннадьевна



Отчет о проверке на заимствования №1



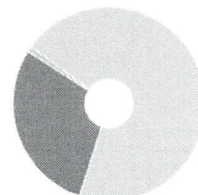
Автор: Кочетова Анастасия Алексеевна kochetova.a.a.2405@mail.ru / ID: 2581
Проверяющий: Никитина Ольга Геннадьевна (nikitina1005@mail.ru) / ID: 165
Организация: Пензенский государственный университет
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат»- <http://pnzgu.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 51
Начало загрузки: 24.06.2020 14:22:49
Длительность загрузки: 00:00:18
Имя исходного файла: ВКР Кочетова.docx
Название документа: ВКР Кочетова.docx
Размер текста: 1 кБ
Тип документа: Выпускная квалификационная работа
Символов в тексте: 69911
Слов в тексте: 9026
Число предложений: 443

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Последний готовый отчет (ред.)
Начало проверки: 24.06.2020 15:09:10
Длительность проверки: 00:00:17
Комментарии: не указано
Модули поиска: Модуль поиска перефразирований Интернет, Модуль поиска "ПГУ", Модуль поиска общеупотребительных выражений, Сводная коллекция ЭБС, Коллекция Медицина, Кольцо вузов, Модуль поиска переводных заимствований, Коллекция РГБ, Модуль поиска перефразирований eLIBRARY.RU, Коллекция eLIBRARY.RU, Модуль поиска ИПС "Адилет", Модуль выделения библиографических записей, Цитирование, Модуль поиска переводных заимствований по eLibrary (EnRu), Модуль поиска переводных заимствований по интернет (EnRu), Коллекция ГАРАНТ, Коллекция Патенты



ЗАИМСТВОВАНИЯ

29,32%

САМОЦИТИРОВАНИЯ

0%

ЦИТИРОВАНИЯ

0,95%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ

69,73%

Дата 24 июня 2020 г.

(Никитина О. Г.)

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Методика обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах»
студентки Кочетовой Анастасии Алексеевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование,
профиль подготовки «Математика», гр. 16ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Кочетовой Анастасии Алексеевны посвящена вопросам обучения школьников 8-9 классов решению задач с параметрами.

Актуальность темы работы заключается в необходимости усиления роли задач с параметрами в школьном курсе математики, поскольку умение решать задачи с параметрами позволяет проверить истинные знания ученика, а не его умения решать однотипные задачи по одному и тому же алгоритму. Вместе с тем, знаний, полученных в рамках школьной программы, недостаточно для решения задач данного типа. Поэтому целесообразно проводить обучение решению задач с параметрами в рамках факультативных занятий.

Целью работы является разработка методики обучения решению задач с параметрами в рамках факультативных занятий.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы.

В первой главе рассмотрены вопросы, касающиеся роли задач с параметрами в школьном курсе математики 8-9 классов, а также проведен анализ школьных учебников. Во второй главе рассмотрены вопросы организации обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах, в частности, рассмотрена роль факультативных занятий, разработана программа факультативного курса «Задачи с параметром» для 8-9 классов, приведены конспекты занятий.

Выпускная квалификационная работа Кочетовой А.А. по теме «Методика обучения решению задач с параметрами в 8-9 классах» может быть использована в работе с учащимися на факультативных занятиях.

Работа Кочетовой А.А. является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован при проведении факультативных занятий со школьниками.

Выпускная квалификационная работа Кочетовой Анастасии Алексеевны заслуживает оценки «отлично».

Руководитель ВКР доцент кафедры «Математическое образование»,

к.ф.-м.н.



подпись

Никитина Ольга Геннадьевна