

МИНИСТЕРСТВО ОБРАЗОВАНИЯ И НАУКИ РФ
Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования
«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПОЛИТЕХНИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ

Факультет
вычислительной техники

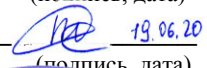
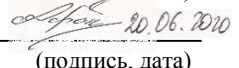
Кафедра
«МОиПЭВМ»

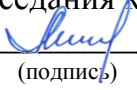
Направление подготовки 09.04.02 – «Информационные системы и технологии»
Магистерская программа Проектирование, разработка и эксплуатация информационных систем

МАГИСТЕРСКАЯ ДИССЕРТАЦИЯ

на тему

**Анализ образовательной деятельности в высшем учебном
заведении**

Студент	 (подпись, дата)	Прошкина Елена Николаевна (ФИО полностью)
Руководитель	 (подпись, дата)	Безяев В.С. (фамилия, инициалы)
Нормоконтролер	 (подпись, дата)	Такташкин Д.В. (фамилия, инициалы)
Рецензент	 (подпись, дата)	Афонин А.Ю. (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от _____ № _____)
Заведующий кафедрой  Макарычев П.П.
(подпись) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с отметкой _____ (протокол заседания ГЭК от _____ № _____)

Секретарь ГЭК _____
(подпись) Попова Н.А.
(фамилия, инициалы)

Пенза, 2020

Список сокращений

ВУЗ – высшее учебное заведение

ЛПР – лицо, принимающее решение

ЗУН – знания, умения, навыки

МТО – материально-техническое обеспечение

ДЕ – дидактическая единица

ГОС – государственный образовательный стандарт

IRT – Item Response Theory

Содержание

Введение.....	5
1 Обзор методов мониторинга и анализа данных в вузе.....	9
1.1 Методы мониторинга образовательного процесса в вузе.....	9
1.2 Алгоритмы анализа данных мониторинга образовательного процесса в вузе	14
1.3 Виды корреляционной зависимости	18
Выводы	20
2 Разработка концепции анализа образовательного процесса в высшем учебном заведении	22
2.1 Функциональная модель деятельности преподавателя.....	22
2.2 Методика и алгоритм оценки деятельности преподавателя с использованием репрезентативной теории измерений	25
2.3 Алгоритм нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации	28
2.4 Функциональная модель процесса обучения студентов.....	34
2.5 Методика расчёта адекватности механизма оценивания результатов педагогического теста	36
2.6 Математическая модель анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений	40
2.7 Определение взаимосвязи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студента	53
Выводы	59
3 Практическая реализация концепции анализа образовательного процесса в высшем учебном заведении	62
3.1 Реализация модели нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации	62
3.2 Реализация модели анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений	65

3.3 Реализация модели определения корреляции между качеством учебной работы преподавателя и качеством подготовки студентов	68
Выводы	71
Заключение	72
Список использованных источников	74
Приложение А ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИК АНАЛИЗА ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ В СИСТЕМЕ MATHCAD	77

Введение

Актуальность темы. Высшее учебное заведение (вуз) – это учебное заведение, дающее высшее профессиональное образование и осуществляющее научную деятельность. Однако кроме этого вуз представляет собой сложный вид социальной организации. В последнее время изучение организаций стало главной задачей многих научных исследований. В связи с этим существуют следующие определения организации:

- 1) внутренняя упорядоченность, взаимодействие, согласованность более или менее дифференцированных и автономных частей целого, обусловленная его строением;
- 2) совокупность процессов или действий, ведущих к образованию и совершенствованию взаимосвязей между частями целого;
- 3) объединение людей, совместно реализующих некоторую программу или цель и действующих на основе определенных процедур и правил.

Во взаимоотношениях людей внутри организации существует иерархия – принцип структурной организации сложных многоуровневых систем, состоящий в упорядочении взаимодействий между уровнями в порядке от высшего к низшему. В иерархически построенной системе каждый уровень специализируется на выполнении определенного круга функций, причем на более высоких уровнях иерархии преимущественно осуществляются функции согласования, интеграции. Иерархия в организации систем необходима в связи с тем, что управление в них связано с получением, переработкой и использованием больших массивов информации. На нижних уровнях используется конкретная, охватывающая лишь отдельные стороны функционирования системы, информация, а на более высокие уровни поступает обобщенная информация, характеризующая

условия существования всей системы, и принимаются решения, относящиеся к системе в целом.

Для принятия решений, определяющих стратегию развития высшего учебного заведения, необходимо обладать актуальной и проверенной информацией. Извлечение такой информации из большого объёма разнородных данных можно выполнить с помощью анализа. Анализ образовательной деятельности высшего учебного заведения позволит выявить наличие скрытых закономерностей в данных и использовать их в дальнейшем для прогнозирования развития вуза.

Цель диссертации состоит в исследовании и анализе образовательной деятельности высшего учебного заведения, а также выявлении наличия значимой корреляционной связи между показателями учебной и учебно-методической деятельности преподавателя и средним баллом студентов по его дисциплине.

Задачи исследования. В соответствии с поставленной целью выделены следующие задачи работы:

- проведение анализа предметной области по тематике магистерской диссертации;
- разработка функциональных моделей деятельности преподавателя и обучения студентов;
- разработка методики и алгоритма оценки деятельности преподавателей с использованием репрезентативной теории измерений;
- разработка алгоритма нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации;
- разработка методики анализа адекватности механизма оценивания результатов педагогического теста;
- разработка математической модели анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений;

– выявление наличия корреляционной связи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Объектом исследования является образовательная деятельность в высшем учебном заведении.

Предметом исследования являются учебная и учебно-методическая деятельность преподавателя и качество подготовки студентов в высшем учебном заведении.

Методы исследования основаны на репрезентативной теории измерений, методах нечеткой кластеризации и нечёткого анализа данных, методах корреляционного анализа.

Научная новизна работы заключается в следующем:

- предложена методика оценки деятельности преподавателей с использованием репрезентативной теории измерений;
- предложен алгоритм нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации;
- предложена методика анализа адекватности механизма оценивания результатов педагогического теста;
- предложена математическая модель анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений;
- выявлено наличие корреляционной связи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Практическая значимость исследований. Практическая ценность работы заключается разработке эффективных методик оценки деятельности преподавателей и уровня подготовки студентов, а также выявлении наличия значимой корреляционной связи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Разработанные методики могут быть применены при оценке деятельности преподавателей и уровня подготовки студентов в любом высшем учебном заведении.

Основные положения, выносимые на защиту:

- алгоритм нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации;
- математическая модель анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений;
- результаты определения наличия значимой корреляционной связи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Апробация работы. Основные результаты работы были доложены и обсуждены на следующих конференциях:

- XV Международная научно-практическая интернет-конференция «Молодежь. Наука. Инновации.» (г. Пенза, 2018 г.);
- XVI Международная научно-практическая интернет-конференция «Молодежь. Наука. Инновации.» (г. Пенза, 2019 г.);
- XVII Международная научно-практическая интернет-конференция «Молодежь. Наука. Инновации.» (г. Пенза, 2020 г.).

Публикации. По теме диссертационного исследования было опубликовано 6 печатных работ.

Структура и объем работы. Работа состоит из введения, трех тематических глав, заключения, списка литературы и приложения. Общий объем основного текста – 76 страниц, включая 17 рисунков и 10 таблиц. Список литературы изложен на 3 страницах и содержит 27 наименований.

1 Обзор методов мониторинга и анализа данных в вузе

1.1 Методы мониторинга образовательного процесса в вузе

Качество профессионального образования является не только одним из ключевых направлений государственной политики, но и важнейшим показателем эффективности системы образования. Повышение требований общества и рынка труда к качественной подготовке современного специалиста не только стимулирует ВУЗы к динамическому развитию, но и требует постоянного усовершенствования управления качеством учебного процесса. Среди инструментов обеспечения эффективности процесса управления качеством высшего образования, в частности его сердцевины – качества учебного процесса – ученые ведущую роль отводят мониторингу. Организация и реализация в высшем учебном заведении мониторинга качества учебного процесса позволяет отследить все условия и аспекты овладения личностью профессиональной компетентностью и обеспечивает принятие оптимальных управленческих решений о преодолении проблемных сфер в учебном процессе и способствует повышению уровня его качества.

Под мониторингом качества учебного процесса высшего учебного заведения будем понимать инструмент управления качеством учебного процесса ВУЗа, а также систему сбора, обработки, хранения и распространения информации о состоянии учебного процесса или отдельных его элементов с целью информационного обеспечения управления и принятия оптимальных управленческих решений по повышению эффективности функционирования составляющих учебного процесса, их взаимодействия с целью достижения ожидаемых участниками учебного процесса и запланированных результатов обучения, а также его инновационного развития [1].

Можно выделить следующие аспекты мониторинга, отличающие его от других процессов:

- непрерывность, которая заключается в постоянном сборе данных;

- наличие модели или критериев, по которым можно оценить текущее состояние отслеживаемого процесса;
- научность, т.е. обоснованность модели и критериев;
- информативность, состоящая в отборе для отслеживания только наиболее значимых критериев, на основании которых можно делать выводы о состоянии процесса;
- обратная связь – обеспечение объекта мониторинга информацией, позволяющей корректировать отслеживаемый процесс.

Качество образования является многомерным понятием, включающим не только качество знаний, умений и навыков выпускников, но и качество организации учебного процесса, а также обеспечение учебно-материальной базы.

При этом показатели качества образования в вузе должны соответствовать требованиям международных стандартов. В соответствии с этим предлагается следующая система показателей:

- показатели конечных результатов образовательного процесса (количество студентов, закончивших вуз; количество студентов, окончивших вуз на отлично; количество студентов, устроившихся на работу по профилю обучения; количество студентов, продолживших обучение по другим образовательным программам; количество студентов, участвующих в олимпиадах и конкурсах; количество студентов, удовлетворенных обучением);
- показатели качества реализации образовательного процесса (остепенённость преподавательского состава, рейтинг преподавателей, использование современных технологий обучения, модульность образовательных программ);
- показатели качества управления деятельностью подразделения (востребованность образовательных программ, организация контроля и диагностики результатов обучения, проведение мониторинговых

исследований рыночных потребностей, организация повышения квалификации преподавателей);

– показатели ресурсного обеспечения (количество специальностей и направлений подготовки, показатели сохранности контингента, динамика изменения спроса на обучение, размер финансовых вложений для организации обучения, наличие необходимой материально-технической базы).

Учитывая наличие неопределенности, возникающей при оценке указанных показателей экспертами, выделим две группы методов мониторинга – экспертные оценки и объективные показатели. К объективным показателям качества относятся уровень успеваемости; показатели успешности, выявленные по стандартизованным тестам оценки знаний и умений; процент выпускников, работающих по специальности; оснащенность библиотечных фондов; уровень квалификации преподавателей (выражающихся в наличии степеней и званий, числе публикаций и т.п.), а также «объективные показатели», зафиксированные в государственных нормативных актах, поскольку именно через такие показатели формулируются закрепленные на государственном уровне представления о качестве образования.

Среди методов получения оценок экспертов наиболее перспективными являются опросные методы. В том случае, когда экспертные оценки получают в письменном виде, то данная процедура называется анкетированием. В анкетных опросах вопросы следуют в определенном порядке, имеют определённую форму и содержание, ясно указаны способы ответа, которые должны быть зафиксированы либо респондентом (заочный опрос), либо в присутствии анкетера (прямой опрос).

Использование письменного опроса в большей степени необходимо на начальных этапах мониторинга, поскольку он позволяет найти определенные усредненные тенденции, дать оценку разбросу мнений, найти как благополучные позиции, так и наиболее актуальные для большинства

участников проблемы. При составлении анкет необходимо использовать различные типы вопросов: вопросы и утверждения с оценочными шкалами, открытые вопросы, закрытые или полужакрытые вопросы с выбором ответа из ряда альтернатив. Также должны быть приведены правила выбора оценки и интерпретация оценочной шкалы. В зависимости от целей анкетирования и опыта экспертов могут выбираться более или менее дифференцированные шкалы. Чаще всего используется пятибалльная шкала. Она менее дифференцируема и даёт мало информации. Использование же более дифференцированных шкал сильно усложняет задачу экспертам.

В качестве отдельного ответа необходимо предусмотреть отказ от оценивания по данному вопросу в случае, если у человека возникли затруднения. Частота встречаемости такого показателя сама по себе несёт определённую информацию. Кроме того очень важно, чтобы эксперт, в случае затруднения, не выбирал нейтральные или вообще произвольные ответы, так как это будет вносить искажения в итоговые результаты.

Следует, однако, помнить, что не всякий процесс в образовании поддаётся контролю, например чтение лекций, проведение практических занятий. Такие процессы принято называть специальными и, согласно стандартам по менеджменту качества, их необходимо аттестовывать или утверждать. То есть чтобы быть уверенным в том, что работа выполняется качественно, необходимо установить правила её проведения, требования к оборудованию, к инструментам, к производственной среде, к квалификации исполнителя, а потом предложить исполнителю выполнить её под контролем комиссии. Если результат выполнения положительный, то на данный процесс выдаётся аттестат. Аттестацию некоторых процессов в образовании можно включить в систему повышения квалификации педагогов.

Когда для оценки образовательных процессов применяются экспертные оценки, то они представляются обычно в виде ранговых оценок. В этом случае главными показателями являются обобщённое мнение группы экспертов, степень согласованности их мнений, компетентность экспертов.

Для представления обобщённости мнений экспертов используются среднее, мода, медиана, частота максимально возможных оценок. Для определения компетентности эксперта необходимо рассмотреть набор аргументов, послуживших ему основанием для ответа, а также степень осведомлённости его в данном вопросе. Согласованность мнений экспертов можно оценить с помощью коэффициента ранговой корреляции Спирмена и коэффициента конкордации.

В настоящее время для нахождения численных значений измеряемых параметров используются методы квалиметрии [2]. Таким образом, профессиональную деятельность преподавателей и уровень подготовки студентов можно оценить по некоторой совокупности показателей. Многие вузы на данный момент применяют рейтинговую систему оценки их деятельности, которая позволяет выявить положительные стороны их работы, укрепить и развить их, а также найти слабые стороны, которые необходимо устранить или исправить.

Методы оценки деятельности преподавателей можно разделить на следующие группы:

- 1) методы, которые основаны на мнении студентов о преподавателе и/или учебном процессе;
- 2) методы, которые основаны на рейтинге обучаемых студентов;
- 3) методы, которые основаны на единых для всех преподавателей критериях, характеризующих квалификационный потенциал преподавателей, накопленный им за все время работы, и активность по основным направлениям работы за последние несколько лет.

Методы первой группы получили своё отражение в работах Г.Б. Скок, Б.Б. Горелова, Б. Зеленцова [3].

Методы второй группы – в работах В. Пантилеевко, А.А. Калмыкова, П.Н. Сапожникова, В. Соловьева, Г. Курдюмова, А. Кулагина [4].

Методы третьей группы – в работах И.А. Новакова, Ю.В. Попова, В.Н. Подлеснова, В.И. Садовникова [5].

Оценку уровня подготовки студентов будем выполнять с помощью тестирования. Созданием адекватных тестов, которые измеряют и отражают реальный уровень знаний тестируемых, занимается отдельная наука. Разработка теста предполагает создание модели педагогического тестирования, т.е. необходимо подготовить банк тестовых заданий, выбрать метод обработки результатов тестирования, определить, в каком порядке следует предъявлять задания и как определять уровень его знаний по результатам тестирования. На данный момент известны следующие модели педагогического тестирования [6]: классическая модель, классическая модель с учетом сложности заданий, модель с возрастающей сложностью, модель с разделением заданий по уровням усвоения, модель с учетом времени ответа на задание, модель с ограничением времени на тест, адаптивная модель, модель тестирования по сценарию, модель на нечеткой математике. Выбор модели тестирования зависит от целей и задач, преследуемых преподавателем.

1.2 Алгоритмы анализа данных мониторинга образовательного процесса в вузе

Современное общество придаёт образованию огромное значение. Оно выступает в качестве основы для роста и развития государства. Действительность требует от человека быстрого принятия решений, касающихся управления в разных жизненных и профессиональных ситуациях. Однако для анализа любой ситуации необходимо обладать информацией о ней. Очень часто информация может быть скрыта от пользователя за большим объёмом разнородных данных. Для выявления скрытых закономерностей к данным необходимо применить алгоритмы анализа.

Данные, полученные в рамках образовательного процесса, также содержат в себе большое количество скрытой информации. Выявление скрытых закономерностей в данных мониторинга образовательного процесса

будем выполнять с помощью интеллектуального анализа. Важными задачами интеллектуального анализа образовательных данных являются:

- анализ того, насколько у выпускников сформированы профессиональные компетенции;
- анализ того, насколько выпускник конкурентоспособен на рынке труда и каким образом можно это повысить;
- определение уровня качества образования для своевременной компенсации нежелательных отклонений;
- оценка реального качества образования на его соответствие стандартам.

Тогда основными целями интеллектуального анализа данных будут:

- улучшить образовательный процесс путём поддержки принятия рациональных решений;
- направить студентов по «правильной» образовательной траектории;
- дать рекомендации студентам и преподавателям по корректировке образовательного процесса;
- выявить неявные взаимосвязи между данными об образовательном процессе.

Основные методы интеллектуального анализа данных базируются на статистике, машинном обучении и теории баз данных. К этим методам относятся:

- поиск аномалий;
- поиск ассоциаций;
- классификация;
- регрессионный анализ;
- кластерный анализ;
- факторный анализ;
- нейронные сети.

В рамках перечисленных методов реализовано большое количество подходов, базирующихся на различных алгоритмах. Эффективность работы по анализу образовательных данных во многом зависит от представления анализируемых объектов в виде системы показателей. Одним из ведущих принципов методологии педагогических измерений является сочетание количественного и качественного уровня измерений.

В современной практике педагогического тестирования намечен переход от простого шкалирования результатов по числу правильных ответов к более сложным методам, основанным на математических моделях современной теории параметризации и моделирования педагогических тестов [7].

Следует выделить два больших класса математических моделей – параметрические и непараметрические. Параметрические модели подразумевают набор параметров для описания заданий, что накладывает дополнительные ограничения на сами задания. Непараметрические модели предполагают меньшее количество ограничений, их всего три.

1. Статистическая независимость заданий – общая вероятность получения того или иного набора ответов $(x_1, \dots, x_j)$ на задания $(X_1, \dots, X_j)$ может быть выражена как произведение частных вероятностей.

2. Монотонность – характеристические кривые заданий $P(X_j = 1/Q)$ являются неубывающими функциями уровня подготовленности Q (или неубывающими по каждой из координат, если Q – вектор).

3. Непрерывность – Q является вещественным числом или вектором вещественных чисел (т.е. подготовленность оценивается в непрерывной шкале).

Эти ограничения являются базовыми и характерны как для непараметрических, так и для параметрических моделей. В любой модели, удовлетворяющей этим ограничениям первичный балл можно использовать для ранжирования тестируемых по уровню подготовленности.

В параметрических моделях тестовые задания описываются с помощью набора параметров (трудность, различающая способность и т.д.).

Основной моделью, на которой базируются все остальные, является однопараметрическая модель Г. Раша, разработанная им в 1960 году. В рамках этой модели задания характеризуются только одним параметром – трудностью. Вероятность правильного ответа на задание трудностью b_j для испытуемого с уровнем подготовленности q_i выражается зависимостью:

$$P_j(q) = \frac{\exp(q_i - b_j)}{(1 + \exp(q_i - b_j))}. \quad (1)$$

Достоинство модели Раша – аддитивность, т.е. вероятность успеха зависит только от разницы между уровнем подготовленности тестируемого и трудностью задания. Оба параметра b_j и q_i оцениваются на одной и той же шкале логитов, логит – математически обоснованная единица измерения уровня учебных достижений (шкала получила название логической).

Модель Бирнбаума описывает задания тремя параметрами – трудностью (b_j), различающей способностью (a_j) и уровнем угадывания (c_j). Вероятность успеха для модели Бирнбаума имеет вид:

$$P_j(T) = \frac{c_j + (1 - c_j) \cdot \exp(a_j \cdot (q_i - b_j))}{1 + \exp(a_j \cdot (q_i - b_j))}. \quad (2)$$

В классической тестовой теории смысл введения понятия о дифференцирующей способности задания заключается в отбраковке заданий с низкой дифференцирующей способностью, т.е. заданий плохо различающих сильных и слабых испытуемых.

На практике всегда ставится задача по числу правильно выполненных заданий оценить значения латентных параметров B и Q . Именно для ее решения и выбирают тот или иной вид соотношения между ними

(математическую модель), устанавливают взаимосвязь между эмпирическими результатами тестирования и значениями этих латентных переменных на шкале оценок.

1.3 Виды корреляционной зависимости

В образовании, также как в природе и в обществе, многие факторы связаны между собой. При проведении статистического исследования часто возникает необходимость проанализировать выявленные связи между различными явлениями и дать обобщающую характеристику. Различают две формы проявления связей между явлениями: функциональную и корреляционную.

Функциональная связь означает строгую зависимость одного признака от другого, когда определенному значению одной величины соответствует строго определенное значение другой. Функциональная связь характерна для физико-химических процессов.

Корреляционная связь – это такая связь, когда одной и той же величине одного признака соответствует несколько значений другого взаимосвязанного с ним признака.

Для явлений, происходящих в образовательном процессе, характерно наличие именно корреляционных связей.

По форме корреляционная связь бывает прямолинейная и криволинейная. При прямолинейной связи равномерные изменения одного признака соответствуют равномерным изменениям второго признака при незначительных отклонениях. При криволинейной связи равномерные изменения одного признака соответствуют неравномерным изменениям второго признака, причем неравномерность имеет определенную закономерность.

Корреляционная связь имеет также направление. Связь будет прямая (положительная) если с увеличением одного признака второй также увеличивается или с уменьшением одного признака другой тоже

уменьшается. Связь будет обратной (отрицательная) когда с увеличением одного признака, другой, корреляционно связанный с ним признак, уменьшается.

Под силой связи следует понимать степень корреляции (степень сопряженности между признаками).

Измерение силы связи и определение ее направления осуществляется путем вычисления коэффициента корреляции. Существуют следующие методы вычисления коэффициента корреляции: рядов (Пирсона), рангов (Спирмена), путем составления корреляционной решетки.

Коэффициент корреляции Пирсона применяется для исследования взаимосвязи двух переменных, измеренных в метрических шкалах на одной и той же выборке. Он позволяет определить, насколько пропорциональна изменчивость двух переменных.

Данный коэффициент разработали Карл Пирсон, Фрэнсис Эджуорт и Рафаэль Уэлдон в 90-х годах XIX века. Коэффициент корреляции изменяется в пределах от -1 до +1.

Коэффициент корреляции Спирмена относится к непараметрическим критериям. Он используется при необходимости получения быстрого результата, при малом числе наблюдений, а также в тех случаях, когда изучаемые признаки не имеют точных количественных значений или носят описательный характер. Этот метод основан на определении ранга (места) каждого из значений ряда.

Вычисления проводятся по следующему алгоритму.

1. Определить ранги по значению каждой величины ряда (1, 2, 3, 4...). Если первый ряд (x) ранжируется от меньшего значения к большему, то второй ряд (y) следует ранжировать в том же порядке.

2. Определить разность рангов каждой пары ряда (x) и ряда (y): $(d_{xy}) = (x) - (y)$. Они в сумме с учетом знаков равны нулю.

3. Возвести в квадрат полученные разности и суммировать их.

4. Рассчитать коэффициент корреляции рангов.

Однако когда имеется большое число наблюдений и данные сгруппированы с определенным интервалом, т.е. представлены в виде взвешенных сгруппированных вариационных рядов, вычисление производится по другой формуле и является более трудоемким. Техника вычисления осуществляется непрямым способом на основе метода Бравэ.

Для вычисления коэффициента корреляции при этих условиях необходимо строить корреляционную решетку, или таблицу сопряженности. Такие условия на практике чаще всего встречаются при изучении и оценке физического развития отдельных групп населения.

В нашем случае для определения зависимости между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов целесообразно использовать коэффициент ранговой корреляции Спирмена, поскольку предполагается выполнять и ранжирование преподавателей в соответствии с их рейтингом в порядке увеличения и, преподаваемые ими, предметы по среднему баллу также в порядке увеличения. А затем уже выявлять наличие значимой корреляционной связи.

Выводы

Образовательный процесс высшего учебного заведения – это сложный процесс, в реализацию которого вовлечены и преподаватели и студенты.

В настоящее время работа профессорско-преподавательского состава высшего учебного заведения оценивается по многим параметрам: научно-исследовательская работа, учебная работа, учебно-методическая работа, повышение квалификации, организационная работа и т.д. Для оценки труда педагога используется рейтинговая система оценки. Именно на основе этих данных делаются выводы о продуктивности труда профессорско-преподавательского состава.

Для оценки знаний студентов применяется устный, письменный опрос и тестирование. При этом намечается переход от простого шкалирования результатов к созданию сложных моделей тестирования.

Однако в настоящее время трудно установить зависимость между качеством учебной и учебно-методической работой преподавателя и качеством подготовки студента. В связи с этим считаю актуальной задачу выявления корреляционной связи между качеством работы преподавателя и средним баллом студента по его предмету.

2 Разработка концепции анализа образовательного процесса в высшем учебном заведении

2.1 Функциональная модель деятельности преподавателя

Концепция стратегического управления качеством образования определяет, что для оценивания любого сотрудника или подразделения необходимо знать, какие процессы ими выполняются и в чем цель этих процессов [8].

В деятельности преподавателя можно выделить следующие основные макропроцессы: учебно-методическая работа, обучение студентов, научно-исследовательская работа, организационно-методическая работа, повышение квалификации [9]. Представим деятельность преподавателя в виде функциональной модели в нотации IDEF0 (рисунок 1).

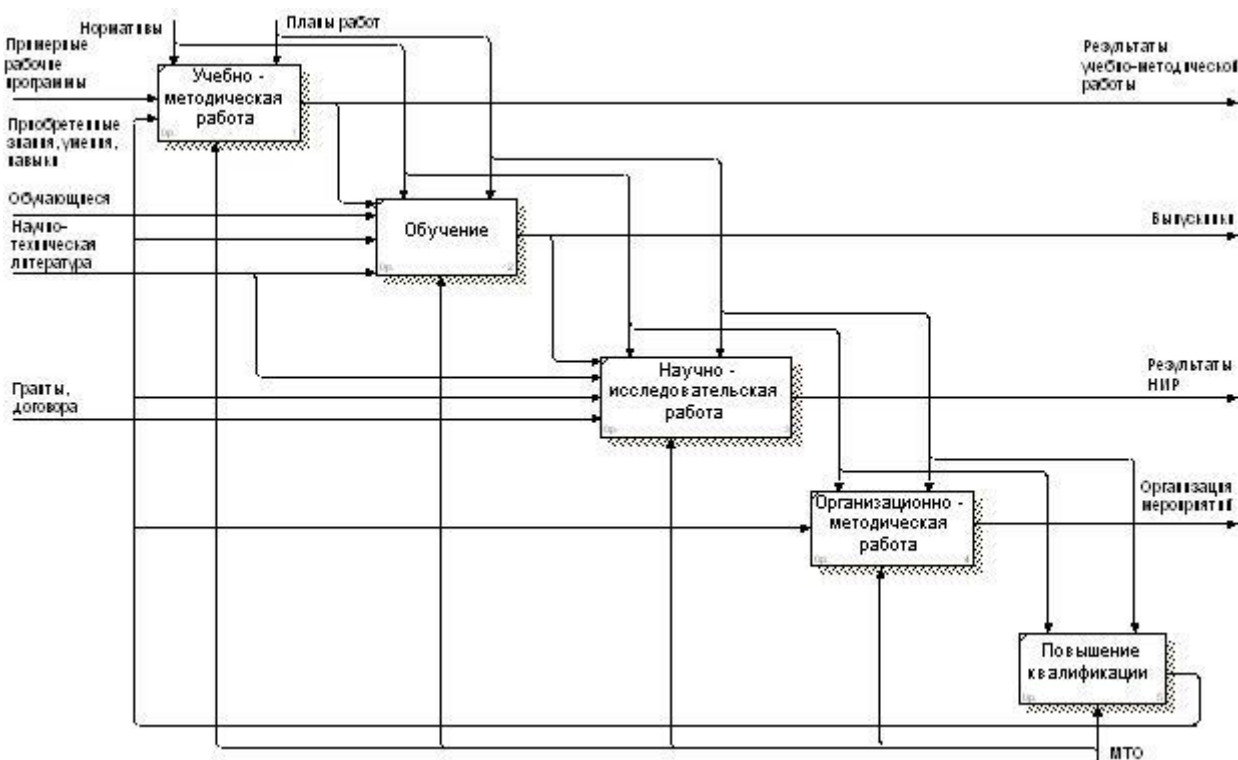


Рисунок 1 – Функциональная модель деятельности преподавателя в нотации IDEF0

В современных условиях реформирования системы высшего профессионального образования особая роль отводится формированию и

развитию системы методической работы в вузе. От её организации, широты и доступности зависит уровень целостного образовательного процесса. На основе примерных рабочих программ по дисциплинам и в соответствии со своими знаниями, умениями и навыками преподаватель, используя материально техническое обеспечение вуза, осуществляет учебно-методическую работу, которая включает подготовку учебников и учебных пособий, методической документации, а также электронных изданий учебного назначения. Цель данного процесса – подготовить учебно-методические пособия, которые наиболее эффективным образом можно было бы использовать в работе.

Другим направлением в деятельности преподавателя является его научно-исследовательская работа, осуществляемая как по заказу сторонних организаций (по договору), так и в рамках собственных интересов [10]. Очень часто к своей работе преподаватель привлекает талантливых студентов, реализуя, таким образом, научно-исследовательскую работу со студентами. Результатами НИР преподавателя являются монографии, статьи, патенты, лицензии, награды, премии. Целью научно-исследовательской работы является получение научных результатов, которые ранее не были известны, и которые были бы полезны для общества.

Организационно-методическая работа преподавателя предполагает его участие в работе советов вуза, редакционных советах различных изданий, участие в выставках, организацию и проведение научно-технических конференций с целью повысить эффективность и продуктивность их работы, вывести организационную составляющую данных мероприятий на более высокий уровень.

Каждый преподаватель в процессе своей работы должен осуществлять повышение квалификации. К повышению квалификации можно отнести обучение на курсах повышения квалификации, защиту кандидатской или докторской диссертации, научную стажировку, оппонирование диссертаций, подготовку отзыва на автореферат. Назначение данного процесса состоит в

повышении кадрового потенциала преподавателя, приобретение им новых знаний, умений, навыков, которые в дальнейшем он мог бы использовать в работе.

Таким образом, деятельность преподавателя неразрывно связана с процессом обучения студентов. Адекватная оценка учебных достижений обучаемого невозможна без оценки деятельности педагога.

Для оценки деятельности преподавателей в настоящее время применяется рейтинговая оценка. Примерами частных показателей, по которым рассчитывается рейтинг преподавателя, являются: должность и звание, награды, повышение квалификации, объем учебной нагрузки, выпущенные учебники и учебные пособия, монографии, статьи, премии, патенты, руководство НИРС, членство в работе советов и т.д. Часть этих показателей характеризуют квалификацию преподавателя (рейтинг К), накопленную им за все время работы, а часть учитывает производственную и творческую активность, например, за год (рейтинг А). Совокупность значений этих показателей и будет составлять рейтинг преподавателя.

Количество баллов по каждому показателю устанавливается в соответствии с приоритетами деятельности университета и для достижения критериальных показателей, учитываемых при аттестации и аккредитации университета. При этом следует учесть, что поскольку часть показателей характеризуют квалификацию преподавателя, накопленную им за все время работы, а часть учитывает производственную и творческую активность, например, за год, то целесообразным будет выставлять разное количество баллов по одному и тому же показателю в квалификационную (К) и текущую составляющую (А) рейтинга.

Будем считать приоритетными те показатели, которые в наибольшей степени влияют на успешное обучение студентов. К таким показателям отнесём: научно-педагогическая квалификация преподавателя, образовательная деятельность, организация научно-исследовательской

работы со студентами, учебно-методическая работа. Именно их будем учитывать при подсчёте рейтинга педагога.

Итоговый рейтинг преподавателя P_{Π} формируется на основе суммирования рейтинга А и рейтинга К с заданными весовыми коэффициентами: $P_{\Pi} = P_K \cdot K_K + P_A \cdot K_A$, где P_K, P_A – соответственно рейтинг К и рейтинг А, K_K, K_A – весовые коэффициенты, значения которых определяются в соответствии с приоритетами исследования.

2.2 Методика и алгоритм оценки деятельности преподавателя с использованием репрезентативной теории измерений

Обработка полученных экспериментальных данных будет производиться с использованием репрезентативной теорией измерения и допустимых для данной шкалы операций. Чтобы установить, какое из двух наблюдений x_i или x_j предпочтительнее, будем использовать индикатор положительных чисел – функцию $C(t) = \{1: t \geq 0; 0: t < 0\}$. Кроме того, для порядковых экспериментальных данных допускается выполнять операцию проверки на совпадение или несовпадение, обозначаемую с помощью символа Кронекера δ_{ij} , и вычислять ранг объекта R_i . С результатами этих операций можно выполнять уже следующие преобразования.

1. Подсчитывать количество совпадений, например число преподавателей, обладающих признаком k-го класса равно $n_k = \sum_{j=1}^n \delta_{kj}$, n – общее число преподавателей, $\delta_{kj} = 1$, если у j-го преподавателя присутствует признак k-го класса и $\delta_{kj} = 0$, если отсутствует. На основе полученных таким образом результатов можно вычислять относительные частоты классов, например частота k-го класса $p_k = \frac{n_k}{n}$.

2. Осуществлять ранжирование преподавателей по любому рейтинговому показателю $R_i = \sum_{j=1}^n C(x_i - x_j)$, где R_i – ранг i -го преподавателя по показателю x , n – общее число преподавателей, участвующих в ранжировке, x_i и x_j – значения выбранного показателя у разных преподавателей, $C(x_i - x_j)$ – индикатор положительных чисел.

Выявлять, существует ли значительная корреляционная связь между двумя показателями, по которым оцениваются преподаватели. Для этого выполняем ранжирование преподавателей по показателю А и по показателю В, определяя R_{Aj}^i – ранг i -го преподавателя по показателю А (j – порядковый номер преподавателя в ранжировке), и R_{Bj}^i – ранг i -го преподавателя по показателю В. Рассчитаем выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена по формуле: $\rho_s = 1 - \left[(6 \sum_{j=1}^n d_j^2) / (n^3 - n) \right]$, где

$d_j = R_{Aj}^i - R_{Bj}^i$, n – общее число преподавателей. Затем для того чтобы при уровне значимости $\alpha = 0.05$ проверить нулевую гипотезу о равенстве нулю генерального коэффициента ранговой корреляции ρ_r Спирмена при конкурирующей гипотезе $H_1: \rho_r \neq 0$, вычислим критическую точку $T_{кр} = t_{кр}(\alpha; k) \cdot \sqrt{(1 - \rho_s^2) / (n - 2)}$, где n – общее число преподавателей, ρ_s – выборочный коэффициент ранговой корреляции Спирмена, $t_{кр}(\alpha; k)$ – критическая точка двусторонней критической области, которую находят по таблице критических точек распределения Стьюдента, по уровню значимости α и числу степеней свободы $k = n - 2$. Если $|\rho_s| < T_{кр}$ – нет оснований отвергнуть нулевую гипотезу. То есть с вероятностью 95% можно сказать, что ранговая корреляционная связь между качественными признаками незначима. Если $|\rho_s| > T_{кр}$ – нулевую гипотезу отвергают. То есть с

вероятностью 95% можно сказать, что между качественными признаками существует значимая ранговая корреляционная связь.

Алгоритм реализации предложенной методики представлен на рисунке 2.

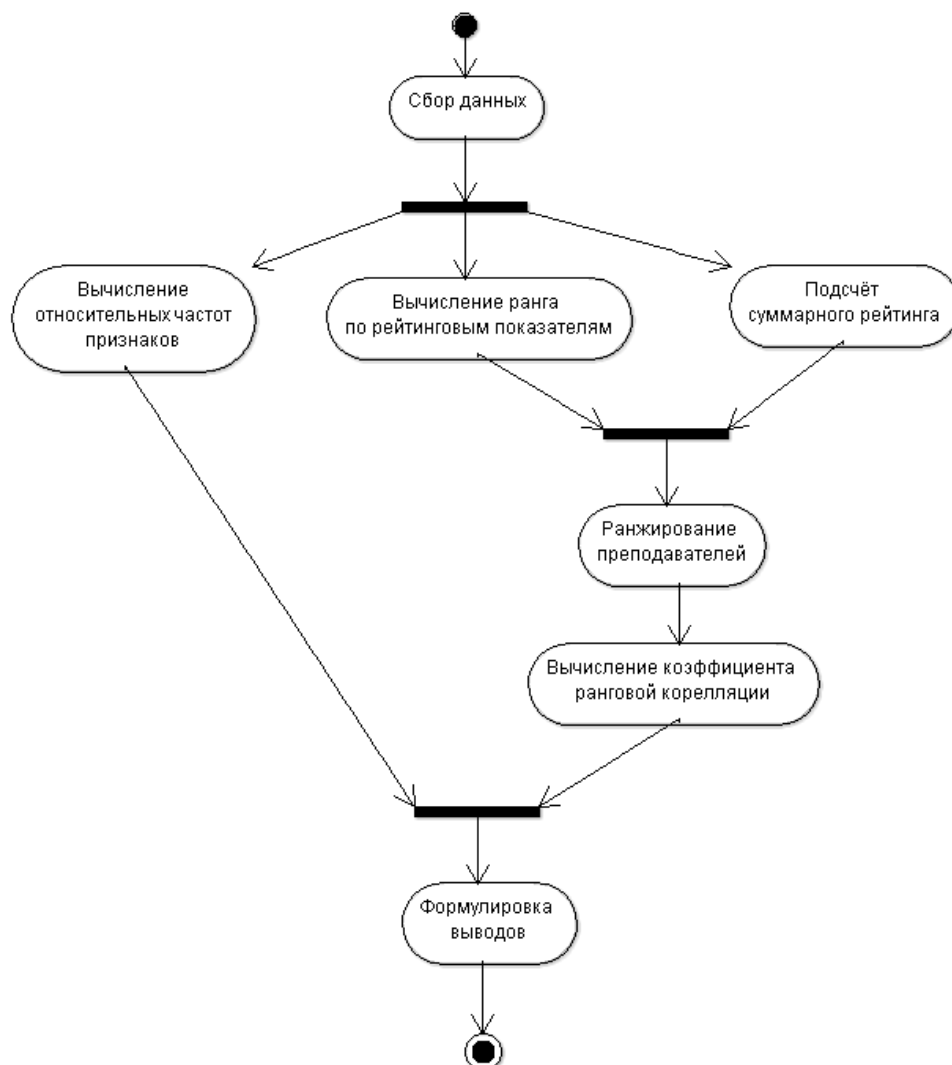


Рисунок 2 – Алгоритм оценки деятельности преподавателей

Методика и алгоритм оценки деятельности преподавателей с использованием репрезентативной теории измерения позволяют осуществить предварительную обработку порядковых экспериментальных данных и получить статистические закономерности адекватные реальности.

2.3 Алгоритм нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации

Для оценки деятельности преподавателей сейчас в вузах используется рейтинговая система. Цель рейтинговой оценки деятельности преподавателей университета заключается в стимулировании роста квалификации и профессионализма, развития творческой инициативы, эффективности педагогической и научной работы преподавателей, что позволяет повысить качество образовательных услуг, предоставляемых университетом и престижность вуза [11]. Чтобы результаты, показываемые преподавателями, были сравнимы, выделим следующие группы: все преподаватели, профессора, доценты, старшие преподаватели (преподаватели), ассистенты. В данном случае границы формируемых классов могут быть четко определены. Однако бывают ситуации, когда для поиска закономерностей в данных необходимо сформировать кластеры, границы которых размыты. Это связано с тем, что переход от принадлежности к непринадлежности элементов к данным классам скорее постепенен, чем скачкообразен [12]. В такой ситуации следует применять методы нечеткой кластеризации.

При рейтинговой оценке деятельности преподавателей выборку для кластеризации могут составлять преподаватели одной кафедры, одного факультета или всего университета в целом. Обозначим множество преподавателей как $A = \{a_1, a_2, \dots, a_n\}$. Конечное множество признаков или атрибутов $P = \{p_1, p_2, \dots, p_q\}$ количественно представляет собой некоторое свойство или характеристику преподавателя. При этом натуральное n определяет общее число преподавателей, а натуральное q – общее число измеряемых характеристик педагога.

Выдвинем предположение, что для каждого объекта кластеризации (преподавателя) определённым образом измерены все характеристики множества P в некоторой количественной шкале. Затем каждому из

элементов $a_i \in A$ поставлен в соответствие некоторый вектор $x_i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_q^i)$, где x_j^i – количественное значение признака $p_j \in P$ для преподавателя $a_i \in A$. Для определенности будем полагать, что все x_j^i принимают некоторые действительные значения, т.е. $x_j^i \in R$. Следует отметить, что само множество характеристик следует выбирать таким образом, чтобы все x_j^i были измерены в шкале отношений или интервалов. Именно в этом случае результаты нечеткой кластеризации имеют содержательную интерпретацию, адекватную проблеме нахождения нечетких кластеров.

Векторы значений признаков $x_i = (x_1^i, x_2^i, \dots, x_q^i)$ будем представлять в виде матрицы данных D размерности $(n \times q)$, каждая строка которой равна значению вектора x_i . Тогда задача нечеткого кластерного анализа формально может быть представлена следующим образом: на основе исходных данных D определить такое нечеткое разбиение $\mathfrak{R}(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k | \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ множества $\tilde{A} = A$ на заданное число c нечетких кластеров $\tilde{A}_k (k \in \{2, \dots, c\})$, которое доставляет экстремум некоторой целевой функции $f(\mathfrak{R}(\tilde{A}))$ среди всех нечетких разбиений [13].

Дополним вид целевой функции $f(\mathfrak{R}(\tilde{A}))$ с помощью некоторых понятий. Сделаем предположение, что искомые нечеткие кластеры представляют собой нечеткие множества $\tilde{A}_k$, которые образуют нечеткое разбиение исходного множества преподавателей $\tilde{A} = A$, для которого

$$\sum_{k=1}^c \mu_{\tilde{A}_k}(a_i) = 1 \quad (\forall a_i \in A), \quad (3)$$

где c – общее количество нечетких кластеров $\tilde{A}_k (k \in \{2, \dots, c\})$, которое считается предварительно заданным ($c \in N, c > 1$).

Каждый нечёткий кластер имеет центры ν_k или типичных представителей нечётких кластеров $\tilde{A}_k (k \in \{2, \dots, c\})$, которые могут быть рассчитаны для каждого нечеткого кластера по каждому признаку по формуле [14]:

$$\nu_j^k = \frac{\sum_{i=1}^n (\mu_{\tilde{A}_k}(a_i))^m \cdot x_j^i}{\sum_{i=1}^n (\mu_{\tilde{A}_k}(a_i))^m} \quad (\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall p_j \in P), \quad (4)$$

где m – некоторый параметр, называемый экспоненциальным весом и равный некоторому действительному числу ($m > 1$). Каждый из центров кластеров представляет собой вектор $\nu_k = (\nu_1^k, \nu_2^k, \dots, \nu_q^k)$ в некотором q – мерном нормированном пространстве.

Целевая функция представляет собой сумму квадратов взвешенных отклонений координат объектов кластеризации от центров искоемых нечетких кластеров:

$$f(\tilde{A}_k, \nu_j^k) = \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^c (\mu_{\tilde{A}_k}(a_i))^m \sum_{j=1}^q (x_j^i - \nu_j^k)^2. \quad (5)$$

Тогда, учитывая введенные понятия, задача нечеткой кластеризации может быть переписана следующим образом: для заданных матрицы данных D , количества нечетких кластеров c ($c \in N, c > 1$), параметра m определить матрицу U значений функций принадлежности преподавателей $a_i \in A$ нечетким кластерам $\tilde{A}_k (k \in \{2, \dots, c\})$, которые доставляют минимум целевой функции (5) и удовлетворяют ограничениям (3) и (4), а также дополнительным ограничениям (6) и (7):

$$\sum_{i=1}^n \mu_{\tilde{A}_k}(a_i) > 0 \quad (\forall k \in \{2, \dots, c\}); \quad (6)$$

$$\mu_{\tilde{A}_k}(a_i) \geq 0 \quad (\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall a_i \in A). \quad (7)$$

Условие (6) исключает появление пустых нечетких кластеров в искомой нечеткой кластеризации. Условие (7) непосредственно следует из определения функции принадлежности нечетких множеств. В этом случае минимизация целевой функции (5) минимизирует отклонение всех объектов кластеризации от центров нечетких кластеров пропорционально значениям функций принадлежности этих объектов соответствующим нечетким кластерам.

Воспользуемся алгоритмом нечетких c -средних для решения задачи нечеткой кластеризации (FCM, Fuzzy C-Means). Формально алгоритм нахождения теоретико-множественного разбиения множества преподавателей на подмножества представляется в форме итеративного выполнения следующей последовательности шагов.

1. На первом этапе следует задать следующие значения: количество искомых нечетких кластеров c ($c \in N, c > 1$), максимальное количество итераций алгоритма s ($s \in N$), параметр сходимости алгоритма ε ($\varepsilon \in R_+$), а также экспоненциальный вес расчета целевой функции и центров кластеров m (как правило, $m = 2$). В качестве текущего нечеткого разбиения на первой итерации алгоритма для матрицы данных D зададим некоторое исходное нечеткое разбиение $\mathfrak{R}(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k | \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ на c непустых нечетких кластеров, которые описываются совокупностью функций принадлежности $\mu_k(a_i)$ ($\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall a_i \in A$). Возможный вид функций принадлежности приведен на рисунке 3.

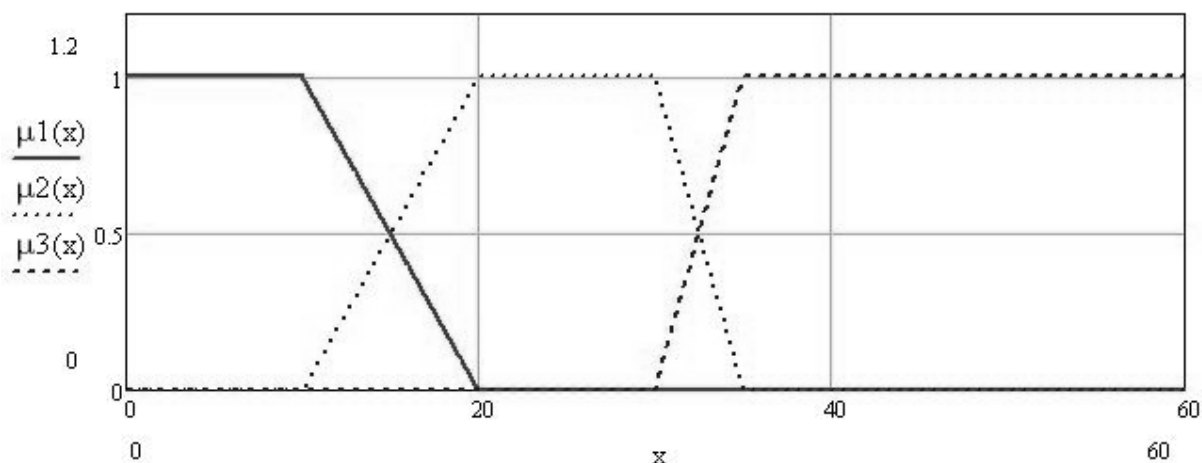


Рисунок 3 – Функции принадлежности объектов кластеризации

На основе правила формирования кластеров выполним расчёт значения функции принадлежности для каждого объекта $a_i \in A$ исходя из правила формирования кластеров. К примеру, по результатам рейтинговой оценки деятельности преподавателей необходимо выделить следующие кластеры: преподаватели, у которых активностная составляющая рейтинга превышает квалификационную; преподаватели, у которых квалификационная составляющая рейтинга превышает активностную и прочие. Тогда значение функции принадлежности может быть рассчитано по следующему правилу, представленному на рисунке 4.

```

μ := for i ∈ 0,1...(n-1)
    if M_low_K(Di,1) > 0 ∧ (M_high_A(Di,0) > 0 ∨ M_sred_A(Di,0) > 0)
        μi,0 ← min(max(M_high_A(Di,0), M_sred_A(Di,0)), M_low_K(Di,1))
        μi,0
    μi,0 ← 0 otherwise
    if (M_high_K(Di,1) > 0 ∨ M_sred_K(Di,1) > 0) ∧ M_low_A(Di,0) > 0
        μi,1 ← min(M_low_A(Di,0), max(M_high_K(Di,1), M_sred_K(Di,1)))
        μi,1
    μi,1 ← 0 otherwise
    μi,2 ← 1 - (μi,0 + μi,1)
μ

```

Рисунок 4 – Фрагмент программы в среде MathCAD

2. Для исходного нечеткого разбиения $\mathfrak{R}(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k | \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ по формуле (4) рассчитаем центры нечетких кластеров ν_j^k ($\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall p_j \in P$) и значение целевой функции $f(\tilde{A}_k, \nu_j^k)$ по формуле (5). Число итераций, которые были выполнены, будет равно 1.

3. Сформируем новое нечеткое разбиение $\mathfrak{R}'(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k | \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ исходного множества преподавателей A на c непустых нечетких кластеров, которые будут характеризоваться совокупностью функций принадлежности $\mu'_k(a_i)$ ($\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall a_i \in A$), которые определим по формуле:

$$\mu'_k(a_i) = \left[\sum_{l=1}^c \left[\frac{\left(\sum_{j=1}^q (x_j^i - \nu_j^k)^2 \right)^{\frac{1}{2}}}{\left(\sum_{j=1}^q (x_j^i - \nu_j^l)^2 \right)^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{2}{m-1}} \right]^{-1} \quad (\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall a_i \in A). \quad (8)$$

4. При этом если для некоторого $k \in \{2, \dots, c\}$ и некоторого $a_i \in A$ значение $\sum_{j=1}^q (x_j^i - \nu_j^k)^2 = 0$, то для соответствующего нечеткого кластера $\tilde{A}_k$ полагаем $\mu'_k(a_i) = 1$, а для остальных $\tilde{A}_l$ ($\forall l \in \{2, \dots, c\}, l \neq k$) полагаем $\mu'_l(a_i) = 0$. Если же таких $k \in \{2, \dots, c\}$ для некоторого $a_i \in A$ окажется несколько, то для меньшего из k полагаем $\mu'_k(a_i) = 1$, а для остальных $l \in \{2, \dots, c\}, l \neq k$ полагаем $\mu'_l(a_i) = 0$.

5. Для нового нечеткого разбиения $\mathfrak{R}'(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k | \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ по формуле (4) рассчитываем центры нечетких кластеров ν_j^k ($\forall k \in \{2, \dots, c\}, \forall p_j \in P$) и значение целевой функции $f'(\tilde{A}_k, \nu_j^k)$ по формуле (5).

6. В случае, когда число выполненных шагов будет больше заданного числа s или модуль разности $|f(\tilde{A}_k, \nu_j^k) - f'(\tilde{A}_k, \nu_j^k)| \leq \varepsilon$, т.е. не превышает значения параметра сходимости алгоритма ε , тогда в качестве искомого

результата нечеткой кластеризации принимаем нечеткое разбиение $\mathfrak{R}'(\tilde{A}) = \{\tilde{A}_k | \tilde{A}_k \subseteq \tilde{A}\}$ и заканчиваем выполнение алгоритма. В противном случае считаем текущим разбиением $\mathfrak{R}(\tilde{A}) = \mathfrak{R}'(\tilde{A})$ и переходим на шаг 3 алгоритма. При этом увеличиваем число выполненных итераций на 1.

В дальнейшем в полученных группах может быть выполнена следующая обработка данных: ранжирование преподавателей, вычисление средних значений и т.д.

2.4 Функциональная модель процесса обучения студентов

Важнейшей составляющей всей системы качества образования является качество подготовки выпускников вуза как результата образовательной деятельности. В связи с этим ключевой проблемой является оценка качества подготовки специалистов, причём не только на выходе из университета, но и в течение всего процесса обучения. Для оценки деятельности обучаемого построим модель обучения студента (рисунок 5).

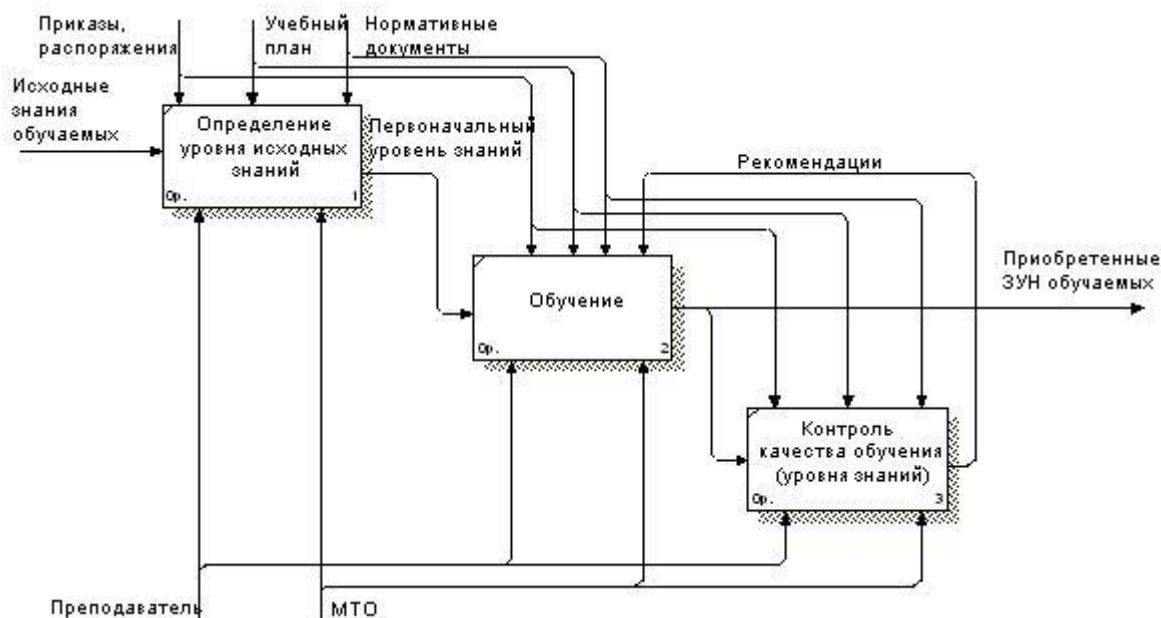


Рисунок 5 – Модель обучения студента

Исходными данными для осуществления учебного процесса в вузе являются первоначальные знания учащихся, которые они приобрели на предыдущих стадиях обучения. Преподаватели вуза, используя материально-

техническое обеспечение вуза (МТО) и руководствуясь приказами, распоряжениями, нормативными документами в соответствии с учебным планом осуществляют обучение студентов. Целью любого учебного процесса и его результатом являются новые знания, умения, навыки (ЗУН), которые учащийся должен приобрести по окончании обучения.

Определение уровня исходных знаний обучаемых осуществляется при прохождении ими единого государственного экзамена. В дальнейшем в процессе обучения выявлять уровень знаний студента предполагается путём проведения зачётов и экзаменов. Текущая аттестация может проводиться в устной или письменной форме. Устная форма испытаний имеет определенные преимущества: студент может получить свою оценку сразу, на экзамене. Так же беседа позволяет исправить неточности в терминологии, расположить собеседников друг к другу. Однако живая беседа имеет и ряд недостатков, главным из которых является возможная субъективность преподавателя в оценке знаний студентов.

Для того чтобы исправить все недостатки устного экзамена, необходимо проводить испытания в письменной форме. Обычно экзаменационный билет содержит два вопроса и одно задание практического характера. Несомненно, в этом случае равные возможности предоставляются всем студентам, но вопросы могут отличаться по объему, форме, структуре и даже в некоторой степени по содержанию изложения [15]. Кроме того, при проверке таких ответов в значительной степени проявляется субъективизм проверяющего. При такой организации экзамена равноценные в принципе ответы могут быть весьма по-разному оценены.

Таким образом, при письменной организации экзамена, лучше всего использовать тесты. В данном случае к вопросу прилагаются несколько вариантов ответов, из которых студент должен выбрать один или несколько верных. Наряду с этим могут быть вопросы, на которые экзаменуемый должен дать свои ответы, но они должны быть однозначными. Это позволит

практически полностью устранить субъективизм преподавателя при проверке работ [16].

Таким образом, в процессе обучения учащийся получает новые ЗУН, качество которых должно подвергаться контролю на всех этапах обучения. В качестве формы контроля целесообразно выбрать тестирование, поскольку оно позволяет получить объективные, достоверные теоретически обоснованные измерения и оценки результатов обучения. Эти оценки дают преподавателям информацию о ходе педагогического процесса, учебных достижениях каждого обучаемого, позволяют выявить влияние тех или иных факторов на ход обучения и его результаты, выработать управляющие воздействия и рекомендации.

2.5 Методика расчёта адекватности механизма оценивания результатов педагогического теста

Педагогический тест представляет собой группу взаимосвязанных заданий. Выполнение тестового задания оценивается в двоичной системе («правильно», «неправильно»), а результат выполнения всего теста оценивается по количеству «правильно» выполненных заданий [17]. При этом оценка за тест зависит не только от уровня знаний тестируемого, но и от адекватности механизма оценивания результата педагогического теста.

Адекватность механизма оценивания теста является вероятностной характеристикой и определяется законами математической статистики [18]. Действительно, любой тест формируется из ограниченного подмножества (n) тестовых заданий, которые случайным образом извлекаются из общего множества (N) заданий, охватывающих содержание всего проверяемого учебного курса. Тестирование, соответствующее такой модели, характеризуется следующими основными параметрами: N – общее число тестовых заданий, охватывающих в совокупности содержание всего проверяемого учебного курса; D – число тестовых заданий множества N , на которые тестируемый не знает правильного ответа; $q=D/N$ – индекс

неподготовленности тестируемого; n – число тестовых заданий, включенных в тест; d – число заданий в составе n , на которые тестируемый дает неправильный ответ; c – браковочное число, являющееся критерием оценивания результата тестирования: при $d \leq c$ результат тестирования является положительным, а при $d > c$ отрицательным; $P(q)$ – оперативная характеристика теста, которая равна вероятности положительного оценивания теста при заданном значении индекса неподготовленности q тестируемого [19] и является показателем адекватности оценивания знаний тестируемого:

$$P(q) = \sum_{d=0}^{d=c} P_n(d), \quad (9)$$

где $P_n(d)$ – вероятность того, что в случайной выборке тестовых заданий объемом n появятся d заданий, на которые тестируемый не может дать правильный ответ.

В общем случае $P_n(d)$ имеет гипергеометрическое распределение:

$$P_n(d) = \frac{C_D^d \cdot C_{N-D}^{n-d}}{C_N^n}, \quad (10)$$

где C_D^d – число сочетаний из D по d ; C_{N-D}^{n-d} – число сочетаний из $(N-D)$ по $(n-d)$; C_N^n – число сочетаний из N по n .

Согласно вышеописанной методике выполним расчет оперативных характеристик ($P(q)$) теста для $n=4$, $N=10$. Результаты такого расчета представлены в таблице 1.

Таблица 1 – Результаты расчета оперативных характеристик

c	q						
	0.0	0.1	0.2	0.3	0.4	0.5	0.6
	$P(q)$						
0	1.00	0.60	0.33	0.17	0.07	0.02	0.00
1	1.00	1.00	0.87	0.67	0.45	0.26	0.12
2	1.00	1.00	1.00	0.97	0.88	0.74	0.55

Таким образом, достоверность теста характеризуется вероятностью возникновения ошибок первого рода («риск тестируемого»), которая равна $1-P(q)$, и вероятностью возникновения ошибок второго рода («риск тестирующего»), которая равна $P(q)$.

Например, рассмотренный тест с $n=4$ при 40% неподготовленности тестируемого, для браковочных чисел $s=0, 1, 2$ характеризуется рисками тестирующего, равными 7%, 45% и 88% и рисками тестируемого, равными 93%, 55% и 12% соответственно. При этом, если браковочным числам поставить в соответствие оценки «отлично», «хорошо» и «удовлетворительно», то получение тестируемым оценки «удовлетворительно» можно считать практически гарантированным, т.к. его риск составляет всего 12%. Отсюда, если полагать, что 60% подготовленность тестируемого объективно соответствует оценке «удовлетворительно», то рассматриваемый тест можно считать достоверным.

Однако в рассмотренной выше методике не учитывается возможность расслоения всего множества тестовых заданий N на подмножества $N_1, N_2, N_3...$ и т.д., каждое из которых представляет собой множество всех возможных тестовых заданий по отдельному модулю (дидактической единице) проверяемой учебной дисциплины. Концептуальной основой модели оценки уровня подготовки студентов на соответствие требованиям государственных образовательных стандартов (ГОС) является оценка освоения всех дидактических единиц (ДЕ) дисциплины на уровне требований ГОС.

Если множество тестовых заданий разбить на подмножества, то мы получим набор тестов, каждый из которых будет касаться отдельной дидактической единицы. Чтобы оценить достоверность каждого полученного блока, будем последовательно применять к каждому из них выше рассмотренную методику. Тогда достоверность всего теста $P(q)$ рассчитаем как произведение вероятностей ($P(q)_i$) положительного оценивания теста

по каждой ДЕ при заданном значении индекса неподготовленности (q_i) тестируемого по каждой ДЕ:

$$P(q) = \prod_{i=1}^k P(q)_i, \quad (11)$$

где k – количество ДЕ.

Сделаем расчет достоверности педагогического теста для случая, когда все множество тестовых заданий разбито на 2 подмножества. Исходные данные для расчета приведены в таблице 2.

Таблица 2 – Исходные данные

i	N_i	n_i	q_i
1	10	4	0.4
2	10	4	0.2

Результаты расчета приведены в таблице 3.

Таблица 3 – Результаты расчета достоверности теста

c	$P(q)_1$	$P(q)_2$	$P(q)$
0	0.07	0.33	0.02
1	0.45	0.87	0.39
2	0.88	1	0.88

Из полученных результатов видно, что рассмотренный педагогический тест по проверяемой учебной дисциплине, разбитой на две ДЕ, является достоверным, т.к. при 60% подготовленности тестируемого по первой ДЕ и 80% подготовленности тестируемого по второй ДЕ, он практически гарантированно получает оценку «удовлетворительно» (при браковочном числе $c=2$), поскольку его риск равен 12%.

В заключении можно сказать, что использование математического аппарата статистического контроля качества применительно к педагогическому тестированию знаний [20] позволяет формализовано

оценить степень достоверности тестов, что весьма важно при проектировании контрольных тестов и тестовых программ.

2.6 Математическая модель анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений

В последнее время в педагогической практике наблюдается переход от простой проверки знаний обучаемого к диагностике [21]. Проверка лишь констатирует результаты, не объясняя их происхождения. Диагностирование же рассматривает результаты в связи с путями, способами их достижения, выявляет тенденции, динамику формирования продуктов обучения. Диагностирование включает в себя контроль, проверку, оценивание, накопление статистических данных, их анализ, выявление динамики, тенденций, прогнозирование дальнейшего развития событий.

В основе квалитетического подхода к современному тестированию лежат идеи использования математических моделей конструирования и параметризации тестов по методологии IRT (Item Response Theory), получившей развитие в трудах зарубежных ученых [22]. Основным предположением IRT является наличие взаимосвязи между наблюдаемыми результатами учебных достижений, латентными свойствами самих тестируемых (подготовленность по предмету на момент тестирования) и характеристиками используемых тестовых заданий (уровнями трудности).

Используем в качестве математической модели однопараметрическую модель Раша [23]. В рамках этой модели задания характеризуются только одним параметром – трудностью. Вероятность правильного ответа на задание трудностью b_j для испытуемого с уровнем подготовленности q_i выражается зависимостью:

$$P_j(q) = \frac{\exp(q_i - b_j)}{(1 + \exp(q_i - b_j))}, \quad (12)$$

где q_i – уровни учебных достижений испытуемых, $i = 1, 2, \dots, N$ – номера испытуемых, N – количество участников тестирования; b_j – уровни трудности тестовых заданий, $j = 1, 2, \dots, n$ – номера заданий, n – общее число заданий в тесте.

Если мы предъявляем обучаемому лёгкие задания, то, как правило, результаты получаются высокими и не соответствуют реальности. Если же даём слишком трудные, то результаты низкие. Такая же зависимость будет иметь место и при оценке самих тестовых заданий: в сильной группе трудность этих заданий оказывается заниженной, в слабой – завышенной. Параметр q_i характеризует положение i -го испытуемого, а значение b_j – положение j -го задания на шкале логитов. Чем ближе значения b_j и q_i друг к другу, тем j -е задание считается более адаптированным к уровню обученности i -го тестируемого. Значения параметров q и b могут меняться в интервале: от $-\infty$ до $+\infty$. Однако на практике этот интервал рекомендуется уменьшить до $[-3, +3]$.

Создание адаптивного теста является трудной задачей [24]. Для этого необходимо иметь хороший банк тестовых заданий с известными уровнями трудности (калиброванных заданий). Множество B назовем банком заданий. Уровень трудности каждого задания определяется преподавателем. Использование аппарата теории нечетких отношений даёт возможность отразить субъективное мнение педагога о степени сложности задания. Преподаватель оценивает степень сложности каждого задания на отрезке $[0, 1]$, формируя, таким образом, нечеткое отношение $\tilde{S} \subset B$, $\tilde{S} = \{b, \mu_{\tilde{S}}(b)\}$ – «сложное задание». Поскольку носитель данного нечеткого отношения конечен, дискретен и с относительно небольшим числом элементов, то нечеткое отношение $\tilde{S}$ задается преподавателем в форме списка путем явного перечисления всех кортежей и соответствующих им функций принадлежности.

Поскольку для определения вероятности правильного ответа испытуемого на задание теста его сложность должна измеряться в логитах, то на основе экспертных оценок строится график функции принадлежности для нечеткого множества $\tilde{S}$. В общем случае функция может быть задана аналитически следующим выражением:

$$\mu_{\tilde{S}}(b, a, d) = \begin{cases} 0, & b < a \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cos\left(\frac{b-d}{d-a} \pi\right), & a \leq b \leq d \\ 1, & b > d \end{cases}, \quad (13)$$

где a, d – некоторые числовые параметры, определяемые на основе экспертных оценок и упорядоченные отношением: $a < d$. График этой функции для нечеткого множества $\tilde{S}$, универсума $B = [-3, 3]$, $a = -4$ и $d = 4$ изображен на рисунке 6.

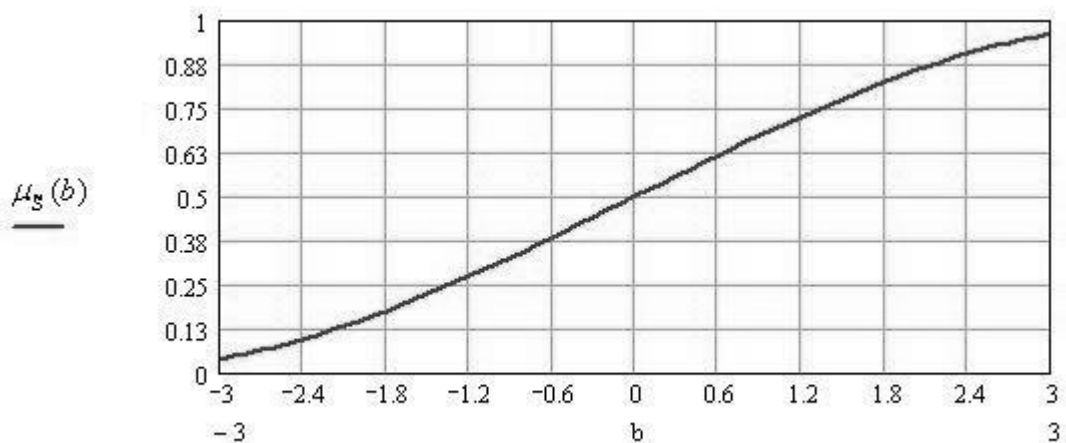


Рисунок 6 – График функции принадлежности $\mu_{\tilde{S}}(b)$ для значений параметров $a = -4$, $d = 4$

Для определения уровня подготовленности испытуемых по предмету на момент тестирования введем в рассмотрение лингвистическую переменную $\tilde{Q}$ – «уровень подготовленности». Тогда множество различных уровней подготовленности $T_{\tilde{Q}} = \{\tilde{Q}_i | i = \overline{1, n}\}$, определенных преподавателем, является терм-множеством лингвистической переменной $\tilde{Q}$. Согласно

практическим рекомендациям, областью определения нечетких значений $\tilde{Q}_i$ есть множество $D(\tilde{Q}) = [-3, 3]$. Определим способ представления функций принадлежности каждого терма лингвистической переменной $\tilde{Q}$.

Поскольку уровень подготовленности измеряется в количественной шкале – в логитах на отрезке $[-3, 3]$, то при построении функций принадлежности значений лингвистической переменной $\tilde{Q}$ целесообразно использовать прямой метод построения функций принадлежности. При прямом построении функций принадлежности следует учесть то обстоятельство, что теория нечетких множеств не требует абсолютно точного задания функций принадлежности, поэтому достаточно определить лишь наиболее характерные значения функции принадлежности, каковыми в условиях данной задачи являются модальные значения либо точки перехода лингвистической переменной, а также тип функции принадлежности [25].

Основываясь на том, что термы лингвистической переменной определяются самим преподавателем или экспертами, то для их представления будем использовать трапецевидную или П-образную функцию принадлежности. При этом следует помнить, что использование трапецевидного представления функций принадлежности лингвистических переменных требует задания как нижнего, так и верхнего модальных значений каждого из термов, также не вполне удобна сама форма трапецевидного представления в виде выражения «условие, накладываемое на переменную – значение функции». При рассмотрении класса П-образных функций принадлежности выделим колоколообразную функцию. При её использовании преподаватель или эксперт должен задать точки перехода лингвистических переменных, обеспечивая при этом нормальность термов. Кроме того, записи колоколообразной функции весьма удобна. Она определяется аналитическим выражением и не накладывает никаких условий на переменную. Исходя из выше приведённых исследований, функцию

принадлежности значений лингвистической переменной в форме колоколообразной функции.

Таким образом, нечеткие множества $\tilde{Q}_i$ значений лингвистической переменной $\tilde{Q}$ – «уровень подготовленности» строятся путем указания преподавателем (экспертами) точек перехода функций принадлежности термножеств, заданных колоколообразной функцией принадлежности следующим образом:

$$\mu_{\tilde{Q}_i}(q) = \frac{1}{1 + \left| \frac{q - c_{\tilde{Q}}^i}{a_{\tilde{Q}}^i} \right|^6}, \quad (14)$$

где q – численное значение переменной $\tilde{Q}$ (значение уровня подготовленности), $a_{\tilde{Q}}^i, c_{\tilde{Q}}^i$, $i = \overline{1, n}$ – точки перехода переменной $\tilde{Q}$, указанные преподавателем (экспертами).

В качестве примера на рисунке 7 представлены графики функций принадлежности для трех термов лингвистической переменной $\tilde{Q}$ – уровень подготовленности: $T_{\tilde{Q}} = \{\text{«низкий»}, \text{«средний»}, \text{«высокий»}\}$, функции принадлежности которых определены преподавателем (экспертами) путем указания точек перехода:

- «низкий уровень подготовленности» – $a_{\tilde{Q}} = -2, c_{\tilde{Q}} = -3$;
- «средний уровень подготовленности» – $a_{\tilde{Q}} = -1, c_{\tilde{Q}} = 0$;
- «высокий уровень подготовленности» – $a_{\tilde{Q}} = 2, c_{\tilde{Q}} = 3$.

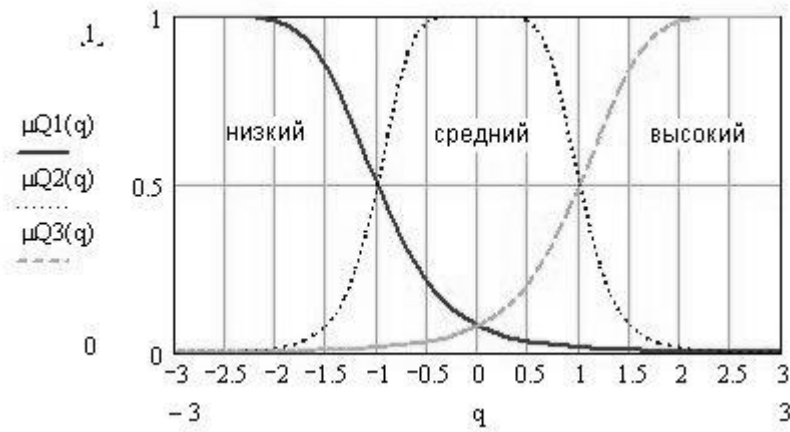


Рисунок 7 – Графики функций принадлежности термов лингвистической переменной $\tilde{Q}$

Преподаватель считает, что уровень подготовленности студента с определенной степенью принадлежности $\mu_{\tilde{Q}_i}^j$ можно отнести к одному из термов лингвистической переменной $\tilde{Q}$. Для определения интервала, в пределах которого находится уровень подготовленности $\mu_{\tilde{Q}_i}^j$ j-го студента, выполним дефаззификацию функции принадлежности лингвистической переменной «уровень подготовленности» с использованием методов левого модального значения $q_{left}^i = \min\{q_m^i\}$ и правого модального значения $q_{right}^i = \max\{q_m^i\}$ где q_m^i – модальное значение нечеткого множества $\tilde{Q}_i$, рассчитываемое по формуле: $q_m^i = \arg \max_{q \in [-3, 3]} \{\mu_{\tilde{Q}_i}(q)\}$.

Определившись со значениями q_{left}^i и q_{right}^i , для осуществления адаптивного тестирования нам необходимо подобрать задания такой трудности, чтобы вероятность правильного ответа $P_j(q) = 0.5$. Именно в этом случае задание будет подобрано эффективно и стандартная ошибка измерения будет минимальна. Из выражения (13) следует, что $b_{left}^i = q_{left}^i, b_{right}^i = q_{right}^i$, т.е. уровень трудности задания должен находиться в интервале от b_{left}^i до b_{right}^i логит.

Поскольку преподаватель при составлении теста определяет уровень сложности задания в интервале $[0, 1]$, то из выражения (14) находим, что степень сложности задания располагается в пределах от $\mu_{\tilde{S}}(b_{left}^i)$ до $\mu_{\tilde{S}}(b_{right}^i)$.

Таким образом, преподаватель, на основе собственного опыта, формирует банк тестовых заданий, субъективно присваивая каждому из них определенную степень сложности. Для отражения уровня подготовленности испытуемого преподаватель определяет термы лингвистической переменной «уровень подготовленности». Затем в соответствии с методикой осуществления тестирования для испытуемого подбираются такие задания, которые в наибольшей степени соответствуют его уровню. Это в свою очередь позволяет наиболее точно, беспристрастно и объективно оценить уровень знаний учащихся.

Развитие современных тестовых методов и технологий оценки качества подготовки студентов ставит вопрос о необходимости шкалирования результатов тестирования и расчета окончательного балла с учетом уровня трудности заданий теста. Точное определение уровня знаний испытуемого становится возможным только в случае детального изучения процесса тестирования с помощью адекватных моделей. Представим процесс тестирования в виде скрытой марковской модели. В данной модели последовательность ответов тестируемого – это результат двух случайных процессов. Первый – скрытый процесс – его никак нельзя зарегистрировать, но его можно охарактеризовать с помощью другого случайного процесса, который предоставляет нам набор сигналов – наблюдаемую последовательность ответов тестируемого.

Формально элементы СММ можно определить следующим образом.

1. N – общее количество состояний в модели. При этом состояния СММ являются скрытыми, во многих случаях есть соответствие между состоянием модели и реальным состоянием процесса. В случае тестирования состояние модели будет соответствовать выбранной ДЕ. Обозначим

совокупность состояний модели множеством $S = \{S_1, S_2, \dots, S_N\}$, а текущее состояние в момент времени t как q_t .

2. M – количество возможных символов в наблюдаемой последовательности, размер алфавита наблюдаемой последовательности. В случае тестирования – это 2 символа: «правильный ответ» («1») и «неправильный ответ» («0»). Алфавит наблюдаемой последовательности обозначим как $V = \{v_1, v_2, \dots, v_M\}$.

3. Матрица вероятностей переходов (или матрица переходов) $A = \{a_{ij}\}$, где $a_{ij} = P[q_{t+1} = S_j | q_t = S_i]$, $1 \leq i, j \leq N$ – это вероятность того, что система, находящаяся в состоянии S_i , перейдет в состояние S_j , т.е. от одной ДЕ к другой. Если для любых двух состояний в модели возможен переход из одного состояния в другое, то $a_{ij} > 0$ для любых i, j .

4. Распределение вероятностей появления символов в j -том состоянии, $B = \{b_j(k)\}$, где $b_j(k) = P[v_k | q_t = S_j]$, $1 \leq j \leq N$, $1 \leq k \leq M$, $b_j(k)$ – вероятность того, что в момент времени t система, находящаяся в j -ом состоянии (состояние S_j), выдаст символ v_k в наблюдаемую последовательность, т.е. вероятность правильного или неправильного ответа тестируемого на вопрос по данной ДЕ.

5. Распределение вероятностей начального состояния $\pi = \{\pi_i\}$, где $\pi_i = P[q_1 = S_i]$, $1 \leq i \leq N$ – это вероятность того, что S_i – это начальное состояние модели, т.е. что тестирование начнется с вопросов по данной ДЕ.

Совокупность значений N, M, A, B, π – это скрытая марковская модель, которая может сгенерировать наблюдаемую последовательность $O = O_1, O_2, \dots, O_T$, где O_t – один из символов алфавита V , а T – это количество элементов в наблюдаемой последовательности. Для обозначения достаточного описания параметров модели используем запись $\lambda = (A, B, \pi)$.

Построенная нами модель будет адекватно описывать реальность, если будут выполнены три условия [26]. Первое условие заключается в том, что скрытая марковская модель должна соответствовать той последовательности ответов, которую мы наблюдаем. Второе условие заключается в том, что мы должны найти оптимальную последовательность состояний, через которые проходит модель. И третье условие предполагает такую оптимизацию модели, чтобы она должным образом описывала реальную наблюдаемую последовательность.

Спроектируем СММ для процесса тестирования. Предположим, что весь материал учебной дисциплины разбит на 3 дидактические единицы. Учащемуся случайным образом, в соответствии с его уровнем подготовленности, предъявляются 20 вопросов из разных дидактических единиц. Требуется создать СММ, адекватно описывающую процесс тестирования.

В данном случае общее количество состояний в модели будет равно количеству ДЕ, т.е. $N=3$, тогда $S=\{S_1, S_2, S_3\}$. Количество возможных символов в наблюдаемой последовательности $M=2$, алфавит наблюдаемой последовательности $V=\{0, 1\}$. «0» – неправильный ответ, «1» – правильный ответ на очередное задание теста. Матрица вероятностей переходов $A=\{a_{ij}\}$

$$A := \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.6 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix},$$

где $a_{ij} = P[q_{t+1} = S_j | q_t = S_i]$, $1 \leq i, j \leq 3$, т.е. вероятность того, что система, находящаяся в состоянии S_i (выбирается вопрос из i -й ДЕ), перейдет в состояние S_j (будет выбираться вопрос из j -й ДЕ). Распределение вероятностей появления правильных и неправильных ответов

$$B := \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix},$$

где $B_{0,j}$ – вероятность правильного ответа тестируемого на вопрос из j -й ДЕ, $B_{1,j}$ – вероятность неправильного ответа тестируемого на вопрос из j -й ДЕ, $1 \leq j \leq 3$. В соответствии с методикой тестирования испытуемому следует предъявлять задания такой трудности, чтобы вероятность правильного ответа на вопрос $B_{0,j} = 0.5$, тогда $B_{1,j} = 1 - B_{0,j}$. Распределение вероятностей начального состояния $\pi := (0.34 \ 0.33 \ 0.33)$, т.е. система практически равновероятно может выбрать первый вопрос для тестируемого из любой ДЕ. Скрытая марковская модель, описывающая процесс тестирования представлена на рисунке 8.

Результатом тестирования учащегося является последовательность «правильных» и «неправильных» ответов $O := (1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1 \ 0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0 \ 1 \ 1)$. Необходимо оптимизировать модель таким образом, чтобы она адекватно описывала наблюдаемую последовательность.

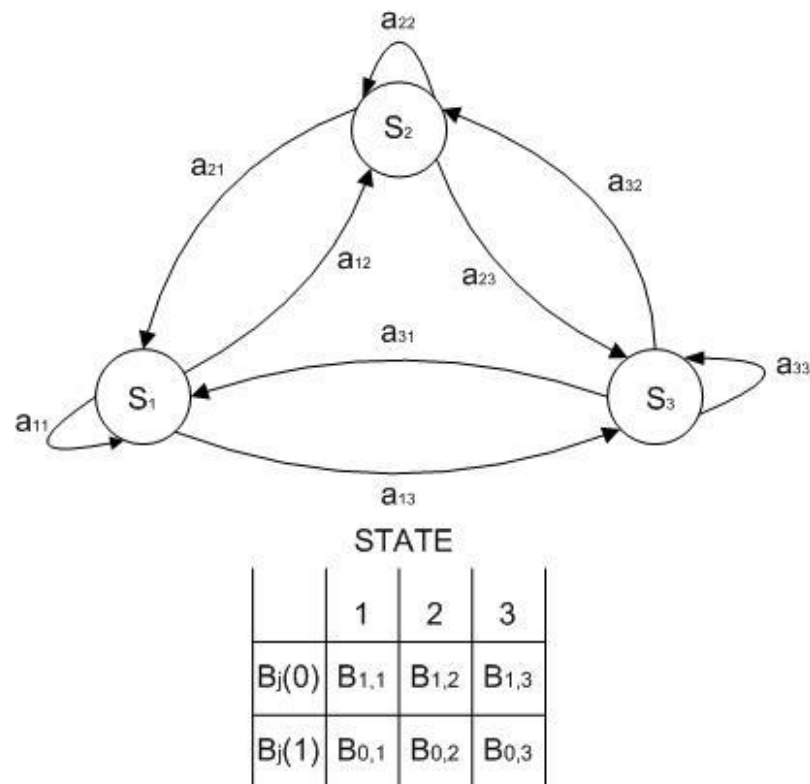


Рисунок 8 – Скрытая марковская модель, описывающая процесс тестирования

Для решения поставленной задачи воспользуемся алгоритмом Баума-Уэлша. Для работы данного алгоритма необходимы следующие переменные:

– вероятность того, что при заданной последовательности наблюдений O система в моменты времени t и $t+1$ будет находиться соответственно в состояниях S_i и S_j : $\xi_t(i, j) = P(q_t = S_i, q_{t+1} = S_j | O, \lambda)$;

– прямая переменная $\alpha_t(i) = P(o_1 o_2 \dots o_t, q_t = S_i | \lambda)$ – это вероятность того, что к моменту времени t наблюдалась последовательность $o_1 o_2 \dots o_t$ и в момент t система находится в состоянии S_i . Значения прямой переменной вычисляются: $\alpha_1(i) = \pi_i \cdot b_i(o_1)$, $1 \leq i \leq N$; для всех $t = 1, 2, \dots, T-1$, $1 \leq j \leq N$

$$\alpha_{t+1}(j) = \left[\sum_{i=1}^N \alpha_t(i) \cdot a_{ij} \right] \cdot b_j(o_{t+1});$$

– обратная переменная $\beta_t(i) = P(o_{t+1} o_{t+2} \dots o_T | q_t = S_i, \lambda)$ – это условная вероятность наблюдения последовательности $o_{t+1} o_{t+2} \dots o_T$ начиная с момента $t+1$ до T при условии, что в момент времени t система находится в состоянии S_i , значения обратной переменной находятся: $\beta_T(i) = 1$, $1 \leq i \leq N$;

$$\text{для всех } t = T-1, T-2, \dots, 1, 1 \leq i \leq N \quad \beta_t(i) = \sum_{j=1}^N a_{ij} \cdot b_j(o_{t+1}) \cdot \beta_{t+1}(j);$$

– апостериорная вероятность того, что при заданной последовательности O система в момент времени t будет находиться в состоянии S_i : $\gamma_t(i) = \sum_{j=1}^N \xi_t(i, j)$.

Тогда, используя прямую и обратную переменные, запишем:

$$\xi_t(i, j) = \frac{\alpha_t(i) \cdot a_{ij} \cdot b_j(o_{t+1}) \cdot \beta_{t+1}(j)}{\sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \alpha_t(i) \cdot a_{ij} \cdot b_j(o_{t+1}) \cdot \beta_{t+1}(j)}. \quad (15)$$

Введенные величины обладают следующими свойствами:

$$\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i) - \text{ожидаемое число переходов из состояния } S_i;$$

$\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)$ - ожидаемое число переходов из состояния S_i в состояние S_j .

С учетом этих свойств формулы переоценки параметров СММ выглядят следующим образом:

$$\pi_i^\xi = \gamma_t(i), \quad (16)$$

$$a_{ij}^\xi = \frac{\sum_{t=1}^{T-1} \xi_t(i, j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(i)}, \quad (17)$$

$$b_j^\xi(k) = \frac{\sum_{\substack{t=1 \\ o_t=k}}^{T-1} \gamma_t(j)}{\sum_{t=1}^{T-1} \gamma_t(j)}. \quad (18)$$

Для представленной модели получим результаты:

$$\pi^\xi = (0.319 \quad 0.402 \quad 0.279),$$

$$A^\xi = \begin{pmatrix} 0.41 & 0.246 & 0.343 \\ 0.13 & 0.196 & 0.674 \\ 0.543 & 0.271 & 0.186 \end{pmatrix},$$

$$B^\xi = \begin{pmatrix} 0.673 & 0.635 & 0.605 \\ 0.327 & 0.365 & 0.395 \end{pmatrix}.$$

Вычислим и сравним правдоподобность появления данной последовательности наблюдений для модели с исходными параметрами $P(O|\lambda)$ и с переоцененными $P(O|\lambda^\xi)$. Для решения этой задачи будем использовать алгоритм прямого хода и прямую переменную, описанную выше. Тогда вычисление искомой вероятности $P(O|\lambda) = \sum_{i=1}^N \alpha_T(i)$. Для представленной модели $P(O|\lambda^\xi) = 5.391 \cdot 10^{-13}$, а $P(O|\lambda) = 7.697 \cdot 10^{-14}$. Из результатов видно, что $P(O|\lambda^\xi) > P(O|\lambda)$, т.е. после переоценки параметров модели правдоподобность увеличивается.

По полученным результатам вычислим уровень подготовки испытуемого по каждой ДЕ, используя скорректированное распределение вероятностей «правильных» и «неправильных» ответов испытуемого B^ξ . В соответствии с методикой тестирования вероятность правильного ответа на вопрос определяется по формуле (12). Обозначим разность между уровнем подготовки испытуемого и уровнем трудности задания $q - b = \theta$, тогда формула (12) переписывается в виде $P_j(\theta) = \frac{\exp(\theta)}{(1 + \exp(\theta))}$, и будет означать вероятность правильного ответа тестируемого на вопрос j-й ДЕ и будет равна $B_{0,j}^\xi$. Вычислим эту разность для каждой ДЕ по формуле $\theta_j = \ln\left(\frac{B_{0,j}^\xi}{1 - B_{0,j}^\xi}\right)$, $1 \leq j \leq N$. Для вышеописанной модели получим $\theta = (0.722 \ 0.552 \ 0.427)$. Отсюда, зная разность θ и граничные значения уровня трудности для тестовых заданий каждой ДЕ в логитах b_{left}^j и b_{right}^j (методика их вычисления рассмотрена выше), можно вычислить реальный уровень подготовки тестируемого по каждой ДЕ в логитах. Для этого сначала определяем граничные значения q_{left}^j и q_{right}^j по формулам: $q_{left}^j = \theta_j + b_{left}^j$, $q_{right}^j = \theta_j + b_{right}^j$. А затем, используя метод центра тяжести, находим итоговое количественное значение уровня подготовленности тестируемого по каждой ДЕ:

$$q_j = \frac{\int_{q_{left}^j}^{q_{right}^j} q \cdot \mu_j(q) dq}{\int_{q_{left}^j}^{q_{right}^j} \mu_j(q) dq}, \quad 1 \leq j \leq N, \quad (19)$$

где $\mu_j(q)$ – итоговая функция принадлежности нечеткого множества значений лингвистической переменной $\tilde{Q}$, определяемая как объединение функций принадлежности ее термов: $\mu_j(q) = \max(\mu_{\tilde{Q}_i}(q))$, где $\mu_{\tilde{Q}_i}(q)$ –

функция принадлежности i -го терма лингвистической переменной $\tilde{Q}$, $i = \overline{1, n}$, n – общее число термов переменной $\tilde{Q}$. Для рассматриваемого примера $q = (0.564 \ 0.416 \ 0.325)$ логит.

Пересчет уровня учебных достижений испытуемых, выраженный в логитах на любую другую шкалу будем осуществлять путем линейных преобразований, не нарушающих метричность шкалы: $B_j = A + M \cdot (q_j - q_0)$, $1 \leq j \leq N$, где константы A и M определяют соответственно начало и масштаб новой шкалы, так называемых, тестовых баллов B_j , q_j – уровень подготовленности тестируемого по j -й ДЕ, q_0 – начало старой шкалы логитов.

Выполним пересчет уровня учебных достижений тестируемого по каждой ДЕ, выраженный в логитах в интервале $[-3, +3]$, в 100-балльную шкалу. Тогда $A = 0$, $M = 16.67$, $q_0 = -3$. Получим $B = (59 \ 57 \ 55)$ баллов. Задав для каждой ДЕ пороговое значение в баллах, можно сказать, освоил ли испытуемый ДЕ на требуемом уровне, т.е. «зачет» или «незачет». Если испытуемый получает «зачет» по всем ДЕ, то он получает «зачет» в целом по дисциплине.

В заключение следует сказать, что предложенная методика позволяет на основе априорного предположения о степени подготовленности испытуемого подобрать ему задания, соответствующие его уровню, провести тестирование и определить уровень учебных достижений испытуемого по наиболее распространенной в настоящее время 100-балльной шкале.

2.7 Определение взаимосвязи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студента

Объективность оценки качества подготовки студента будет повышаться, если при этом учитывать результаты учебной работы преподавателей. Это также будет способствовать совершенствованию

учебно-методического и материально-технического обеспечения учебных дисциплин.

Для оценки деятельности преподавателя используется рейтинговая оценка в пределах 100 баллов. Оценка учебных достижений студента осуществляется по 100-бальной шкале с использованием однопараметрической модели Раша. Для удобства введём лингвистические значения оценок для студента.

Лингвистические значения оценок для студента следующие:

5 – (87 – 100) баллов – «отлично»;

4 – (73 – 86) баллов – «хорошо»;

3 – (60 – 72) баллов – «удовлетворительно»;

2 – (0 – 59) баллов – «неудовлетворительно»;

1 – (0 – 19) баллов – «полное непонимание материала».

Для определения взаимосвязи между качеством учебной работы преподавателя и качеством подготовки студентов выполним предварительную обработку результатов.

1. По полученным результатам находим количество и процент студентов, получивших по данному предмету у конкретного преподавателя определённую оценку. Пусть x_i – оценка, выставленная i -му студенту по предмету. Тогда искомое количество студентов с одинаковыми оценками

найдется следующим образом: $n_i = \sum_{j=1}^n \delta_{ij}$, n – общее число студентов в

группе, $\delta_{ij} = \{1: x_i = x_j; 0: x_i \neq x_j\}$, x_i и x_j – оценки, выставленные преподавателем, по данному предмету. Для нахождения процента таких

оценок будем использовать формулу: $p_i = \frac{n_i}{n} \cdot 100\%$.

2. Для одного преподавателя вычислим общее количество и процент студентов, которые в течение учебного года получили по его предметам оценки «отлично» или «неудовлетворительно» в сумме с «полное

непонимание материала». Тогда искомое количество найдем по формуле

$$n_k = \sum_{j=1}^n \delta_{kj}, \quad n - \text{общее количество студентов, прошедших курсы данного}$$

преподавателя, n_k – количество оценок «отлично» или «неудовлетворительно» в сумме с «полное непонимание материала»,

$$\delta_{kj} = \{1: x_k = x_j; 0: x_k \neq x_j\}, \quad x_k \text{ и } x_j - \text{оценки, выставляемые студентам по}$$

дисциплинам данного преподавателя. Процент критериев вычислим по

$$\text{формуле: } p_k = \frac{n_k}{n} \cdot 100\%.$$

3. Для каждого преподавателя выполним ранжирование преподаваемых предметов по проценту «отличных» оценок в порядке

$$\text{убывания. Для этого вычислим ранг каждого предмета: } R_i = \sum_{j=1}^n C(x_i - x_j),$$

n – общее число предметов, x_i и x_j – процент «отличных» оценок,

выставляемых преподавателем по предмету. Если $(x_i - x_j) \geq 0$, то

$C(x_i - x_j) = 1$, а если $(x_i - x_j) < 0$, то $C(x_i - x_j) = 0$. Затем выполняем

ранжирование предметов в соответствии с полученными рангами в порядке их убывания.

4. Для получения более обобщенной информации найдем среднее

значение оценки знаний студентов по каждому предмету для каждого

преподавателя. Для этого воспользуемся понятием среднего по Коши:

средней величиной является любая функция $f(x_1, x_2, \dots, x_n)$ такая, что при всех

возможных значениях аргументов значение этой функции не меньше, чем

минимальное из чисел $x_1, x_2, \dots, x_n$, и не больше, чем максимальное из этих

чисел:

$$u_i = \sum_{q=1}^5 A_q e_{i,q} / \sum_{q=1}^5 e_{i,q}, \quad (20)$$

где A_q – веса лингвистических оценок $e_{i,q}$. $e_{i,1}$ – число студентов, получивших оценку «отлично»; $e_{i,2}$ – число студентов, получивших оценку «хорошо»; $e_{i,3}$ – число студентов, получивших оценку «удовлетворительно»; $e_{i,4}$ – число студентов, получивших оценку «неудовлетворительно»; $e_{i,5}$ – число потребителей, выставивших оценку «полное непонимание материала».

Возможные веса лингвистических оценок знаний студентов: $A_1 = 5$, $A_2 = 4$, $A_3 = 3$, $A_4 = 2$, $A_5 = 1$.

Для характеристики разброса оценок отдельных студентов относительно средней оценки по дисциплине вычислим дисперсию и среднее квадратическое отклонение. Дисперсия оценки по дисциплине: $D_i = \frac{1}{m-1} \sum_{j=1}^m (u_i - A_{ji})^2$, где m – общее количество студентов, u_i – среднее значение оценки студента по i -ой дисциплине, A_{ji} – вес лингвистической оценки выставленной j -ому студенту по i -ой дисциплине. Среднее квадратическое отклонение рассчитаем по формуле: $\sigma_i = \sqrt{D_i}$. Полученные статистические показатели позволяют прогнозировать размеры области, в которую с заданной вероятностью попадают значения оценок студентов по каждой дисциплине. Эту область определим следующим образом: $u_i - \Delta_{1i} \leq x_i \leq u_i + \Delta_{2i}$. Будем считать, что суммы величин x_{ij} распределены по нормальному закону. Для симметричного закона $\Delta_{1i} = \Delta_{2i} = t \frac{\sigma}{\sqrt{m}}$, где t имеет распределение Стьюдента с $m-1$ степенями свободы для доверительной вероятности $P = 95\%$.

5. Выполним ранжирование преподавателей в соответствии с их рейтинговой оценкой и ранжирование предметов в соответствии со средней оценкой студентов по дисциплине. Концепция устойчивости рекомендует

использовать различные методы для обработки одних и тех же данных с целью выделить выводы, получаемые одновременно при всех методах. Применим метод средних арифметических рангов и метод медианных рангов. Средний арифметический ранг каждого преподавателя равен:

$$R_{cp.i} = \frac{\sum_{j=1}^m R_{ij}}{m}, \text{ где } m - \text{общее количество преподавателей, } R_{ij} - \text{ранг,}$$

присвоенный i -му преподавателю в соответствии с его рейтинговой оценкой. По средним рангам выполняем ранжирование преподавателей. Для нахождения медианы рангов расположим ранги в порядке возрастания и выделим значение ранга, которое находится в центре. По полученным медианам рангов выполним ранжирование преподавателей. Затем выполним согласование ранжировок, полученных по методу средних рангов и по методу медиан. Применим метод согласования кластеризованных ранжировок, предложенный профессором А.И. Орловым. Данный метод позволяет «загнать» противоречия внутрь специальным образом построенных кластеров, в то время как упорядочение кластеров соответствует всем исходным упорядочениям [27]. Алгоритм согласования состоит из следующих этапов:

- выделяем противоречивые пары объектов во всех парах ранжировок; пара объектов является «противоречивой», если эти объекты по-разному упорядочены в сравниваемых ранжировках;
- формируем кластеры итоговой кластеризованной ранжировки;
- упорядочиваем выделенные кластеры.

6. Исследуем, существует ли значимая ранговая корреляционная связь между рейтинговой оценкой деятельности преподавателя и средней оценкой студентов по их предметам. Для этого выполняем ранжирование преподавателей в порядке убывания их рейтинга и ранжирование предметов в порядке убывания средней оценки студента по дисциплине. Обозначим R_{1j}^i – ранг i -го преподавателя, j – порядковый номер ранга в

последовательности $j = \overline{1, n}$, n – общее число преподавателей; R_{2j}^i – ранг предмета, преподаваемого i -м преподавателем. Тогда имеем следующие последовательности.

Преподаватели: $R_{11}^1, R_{12}^3, R_{13}^9, \dots, R_{1n}^i$.

Предметы: $R_{21}^1, R_{22}^3, R_{23}^9, \dots, R_{2n}^i$.

Вычисляем коэффициент ранговой корреляции:

$\rho_s = 1 - [6 \sum_{j=1}^n d_j^2 / (n^3 - n)]$, где $d_j = R_{1j}^i - R_{2j}^i$. При уровне значимости $\alpha = 0.05$

проверяем является ли ранговая корреляционная связь между преподавателями и предметами значимой. Для этого вычисляем критическую точку: $T_{кр} = t_{кр}(\alpha, k) \cdot \sqrt{(1 - \rho_s^2) / (n - 2)}$, где $\alpha = 0.05$, $k = n - 2$ – число степеней свободы, $t_{кр}(\alpha, k)$ – критическая точка двусторонней критической области, определяемая по таблице критических точек распределения Стьюдента. Затем, если $|\rho_s| < T_{кр}$, то с доверительной вероятностью равной 95% можно сказать, что корреляционная связь незначима, если $|\rho_s| > T_{кр}$ – с доверительной вероятностью равной 95% считаем, что корреляционная связь является значительной.

7. Для выявления степени согласованности оценок целесообразно использовать коэффициент конкордации, предложенный Кендаллом:

$W = \frac{12 \sum_{i=1}^n (R_i - \bar{R})^2}{m^2 (n^3 - n)}$, где R_i – сумма рангов, полученных i -м преподавателем

или предметом во всех ранжировках, $\bar{R}$ – среднее значение ранга, полученное i -м преподавателем или предметом, m – число рангов, n – число преподавателей или предметов. Для оценки значимости коэффициента конкордации используем критерий χ^2 . При этом необходимо и достаточно, чтобы найденное $\chi_\infty^2 = (n - 1)mW$ было больше табличного χ^2 , определяемого числом степеней свободы $\nu = n - 1$ и уровнем доверительной

вероятности $P = 95\%$. Если это условие выполняется, то можно утверждать, что коэффициент конкордации является значимым для уровня значимости 0.05 (95%).

Алгоритм реализации предложенной методики представлен на рисунке 9.

Такая обработка результатов измерений с использованием методов математической статистики позволяет определить существует ли корреляционная связь между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Выводы

Таким образом, функциональная модель деятельности преподавателя даёт нам полное представление об основных составляющих его работы, которые затем можно оценить с помощью репрезентативной теории измерений. Это позволит нам получить статистические выводы, адекватные реальности. Затем, с использованием методов нечёткой кластеризации, всех преподавателей возможно разбить на группы, чтобы дальнейшие сравнения выполнять уже внутри полученных групп.

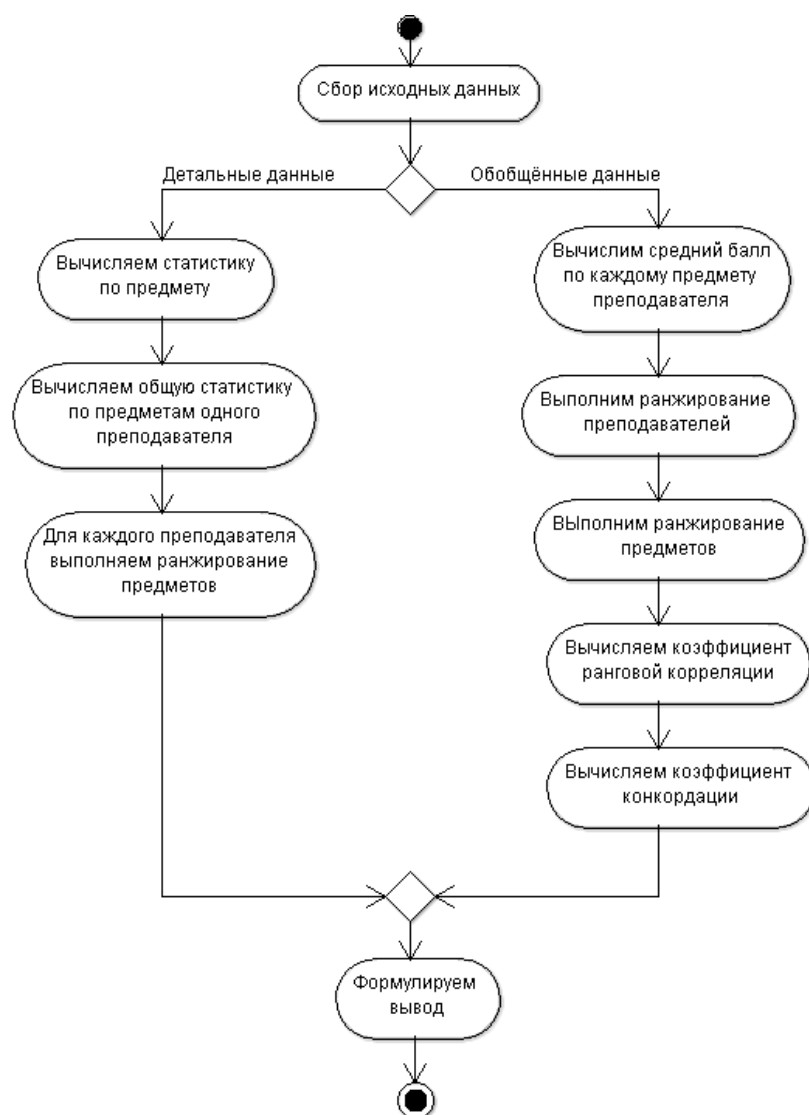


Рисунок 9 – Алгоритм нахождения корреляционной связи между рейтингом преподавателя и средним баллом по его дисциплине

Функциональная модель процесса обучения студентов позволяет выявить основные этапы образовательного процесса, определить оптимальную форму контроля знаний студентов. Методика расчёта адекватности механизма оценивания результатов педагогического теста позволяет формализовано оценить степень достоверности тестов. А математическая модель анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений позволяет на основе априорного предположения о степени подготовки студентов подобрать ему задания, соответствующие его уровня.

Алгоритм нахождения корреляционной связи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов позволяет выявить наличие значимой корреляционной связи между этими показателями учебного процесса высшего учебного заведения.

3 Практическая реализация концепции анализа образовательного процесса в высшем учебном заведении

3.1 Реализация модели нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации

Разбиение преподавателей на группы позволяет в дальнейшем выявлять скрытые закономерности внутри групп, осуществлять ранжирование и т.д.

Представим с помощью диаграммы деятельности алгоритм нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы (рисунок 10).

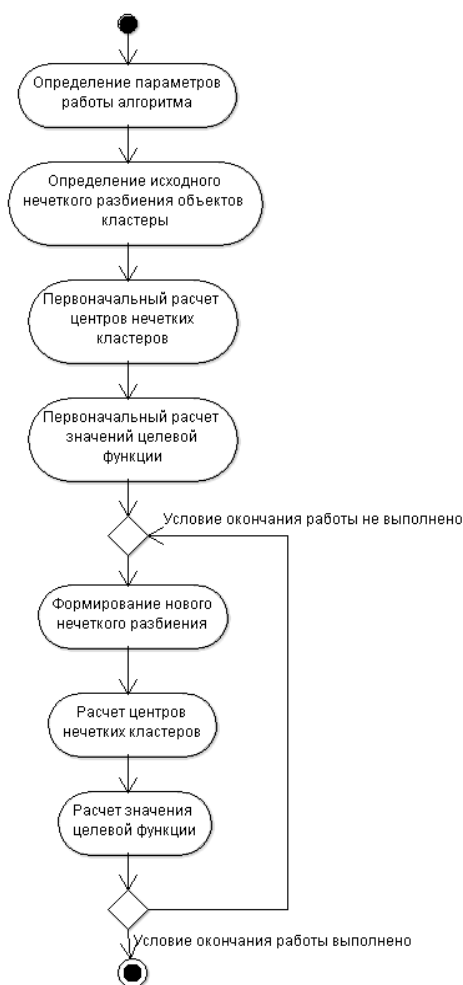


Рисунок 10 – Диаграмма деятельности для нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы

По результатам мониторинга деятельности преподавателей, проводимом на одном из факультетов университета, были собраны данные необходимые для расчета рейтинга преподавателей. Объем выборки составил 53 человека. Все множество преподавателей, для обеспечения сравнимости результатов, было разбито предварительно на группы: профессора (9 человек), доценты (29 человек), старшие преподаватели и ассистенты (15 человек).

На следующем этапе в каждой группе были выделены следующие кластеры.

1. Преподаватели, у которых активностная составляющая рейтинга (рейтинг А) превышает квалификационную (рейтинг К).
2. Преподаватели, у которых квалификационная составляющая превышает активностную.
3. Преподаватели, у которых обе составляющие приблизительно одинаковые.

В системе MathCad зададим функции принадлежности для лингвистических переменных «высокий рейтинг А», «средний рейтинг А» и «низкий рейтинг А» (рисунок 11).

$$MF(a, b, c, d, x) := \begin{cases} 1 - \frac{b - x}{b - a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } b \leq x \leq c \\ 1 - \frac{x - c}{d - c} & \text{if } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

Рисунок 11 – Определение функции принадлежности для лингвистической переменной «Рейтинг А»

Графики функций принадлежности представлены на рисунке 12.

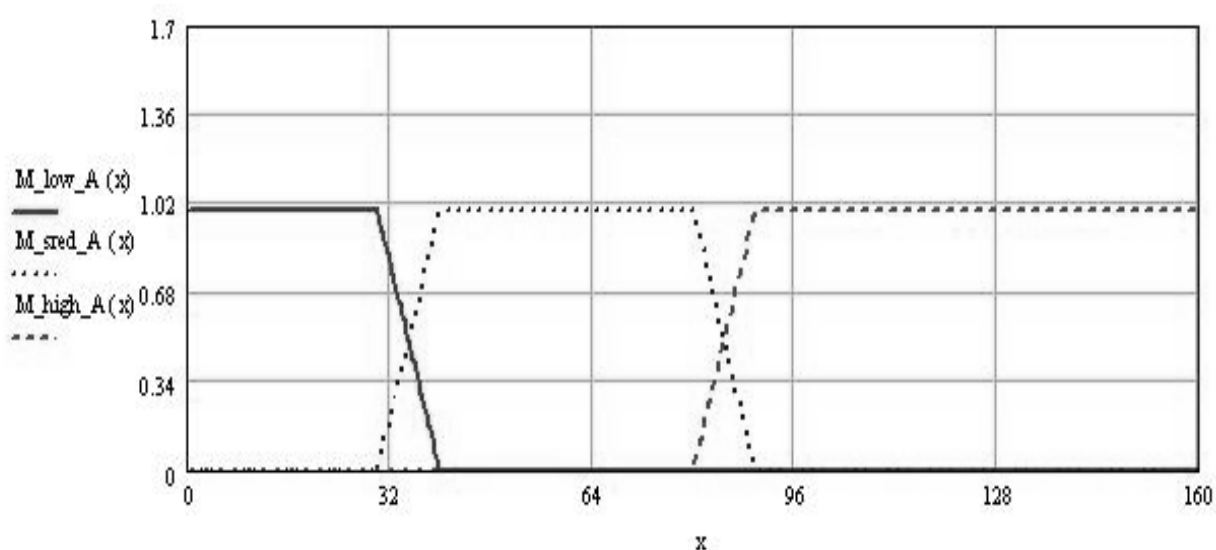


Рисунок 12 – Графики функций принадлежности для лингвистической переменной «Рейтинг А»

Таким же образом зададим функции принадлежности для лингвистической переменной «Рейтинг К». Полученные графики представим на рисунке 13.

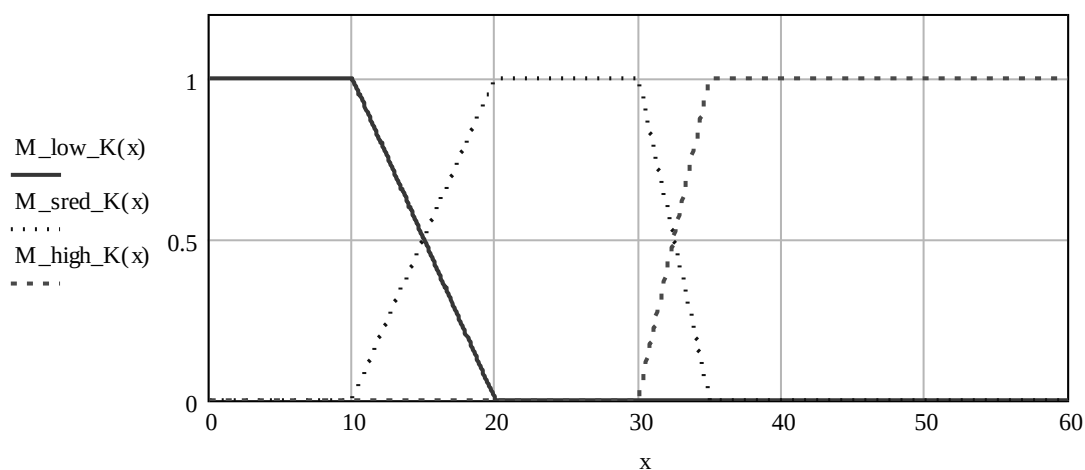


Рисунок 13 – Графики функций принадлежности для лингвистической переменной «Рейтинг К»

Далее выполняем кластеризацию объектов в соответствии с приведённым ранее алгоритмом. В результате получим разбиение группы

«Профессора» на три кластера (рисунок 14) с центрами в точках

$$K := \begin{pmatrix} 75.364 & 19.031 \\ 13.562 & 8.105 \\ 325.053 & 27.393 \end{pmatrix}.$$



Рисунок 14 – Графическая иллюстрация разбиения группы «Профессора» на кластеры

Программная реализация всего алгоритма и табличное представление результатов приводится в приложении.

3.2 Реализация модели анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений

Процесс анализа уровня подготовки студентов будет состоять из нескольких этапов. Представим их в виде диаграммы деятельности (рисунок 15).

Для реализации математической модели анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений в соответствии с методикой, описанной в главе 2, сначала необходимо сформировать банк тестовых заданий с известными уровнями трудности.

В системе MathCad задаём нечёткое множество «Сложное задание» (рисунок 16).

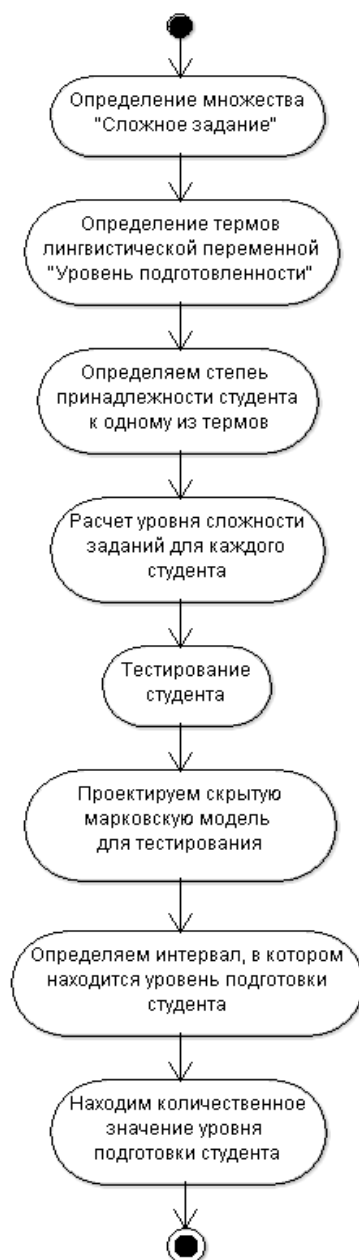


Рисунок 15 – Диаграмма деятельности для анализа уровня подготовки студентов

Для каждого студента из группы задаем степень принадлежности к одному из термов лингвистической переменной «уровень подготовленности». Запись «0.9 – 4» означает, что уровень подготовки данного студента со степенью 0.9 принадлежит к среднему, тогда 3 – низкий уровень подготовленности, 4 – средний уровень подготовленности, 5 – высокий уровень подготовленности.

$$Ms(b, a, d) := \begin{cases} 0 & \text{if } b < a \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{b-d}{d-a} \cdot \pi\right) & \text{if } a \leq b \leq d \\ 1 & \text{if } b > d \end{cases}$$

Рисунок 16 – Нечёткое множество «Сложное задание»

Рассчитаем для каждого студента уровень сложности заданий. Представим исходные данные в виде матрицы D , строки которой будут соответствовать студентам, а столбцы – определять степень принадлежности уровня подготовки студента к одному из термов лингвистической переменной уровень подготовленности (рисунок 17).

$$D := \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0.7 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Рисунок 17 – Матрица принадлежности уровня подготовки студентов к одному из термов

Для каждого обучаемого рассчитываем интервал, в пределах которого должна располагаться сложность предъявляемых ему заданий в логитах и степень сложности в интервале $[0, 1]$, а затем осуществляем тестирование студентов. В результате проведения тестирования получим последовательность ответов тестируемого, где «0» – неправильный ответ, «1» – правильный ответ.

Спроектируем скрытую марковскую модель для процесса тестирования. Оптимизируем модель для каждого тестируемого. Затем определяем интервал, в котором находится уровень подготовки каждого тестируемого по каждой ДЕ, а затем с помощью метода центра тяжести находим итоговое количественное значение уровня подготовленности тестируемого по каждой ДЕ в логитах. Выполнив линейные преобразования, получим уровень учебных достижений испытуемого по каждой ДЕ по 100-балльной шкале.

3.3 Реализация модели определения корреляции между качеством учебной работы преподавателя и качеством подготовки студентов

Наличие корреляционной связи между качеством учебной работы преподавателя и качеством подготовки студентов будем определять в соответствии с алгоритмом, приведённым в главе 2.

На первом этапе выполним ранжирование преподавателей факультета методом средних рангов и методом медиан рангов. Для удобства работы каждому преподавателю был присвоен уникальный код. Например, Иванов Иван Иванович – p1 и т.д. Для каждого преподавателя было рассчитано среднее значение ранга. Результаты расчетов приведены в таблице 4.

Таблица 4- Среднее значение ранга для преподавателей

Преподаватель (код)	P1	P2	P3	P4	...	P50	P51	P52	P53
Среднее значение ранга	6	3,95	40,5	35,6		23,5	8,95	1,05	2,85

Медианы рангов преподавателей также приведены в таблице 5.

Таблица 5 – Медианы рангов для преподавателей

Преподаватель (код)	P1	P2	P3	P4	...	P50	P51	P52	P53
Медиана ранга	6	4	41	36		24	9	1	3

В результате согласования ранжировок, полученных разными методами, получаем итоговые согласованные ранжировки.

Для работы с предметами также выполним их кодирование. Например, если преподаватель имеет код P1, то предмет, который он преподаёт, будет иметь код Q1-1.

Рассчитаем количество и процент студентов, получивших по данному предмету у конкретного преподавателя оценку «отлично» (таблица 6).

Таблица 6 – Количество и процент студентов, получивших «отлично»

Преподаватель – P1		
Предмет	Количество	Процент
Q1-1	10	35%
Q1-2	15	42%

Для каждого преподавателя вычислим общее количество и процент студентов, которые получили «отлично» или «неудовлетворительно», по его предметам. Результаты расчетов представим в виде таблиц (таблица 7).

Таблица 7 – Статистика по предметам

Преподаватель - P1				
Предмет	Количество студентов с «отлично»	Процент студентов с «отлично»	Количество студентов с «неудовл.»	Процент студентов с «неудовл.»
Q1-1	10	30%	2	7%
Q1-2	13	43%	1	3%

Для каждого преподавателя выполним ранжирование преподаваемых предметов по проценту отличных оценок в порядке убывания:

P1: Q1-2>Q1-1;

P2: Q2-1>Q2-3>Q2-1;

...

P53: Q53-2>Q53-1.

Для каждого преподавателя по предмету, имеющему наивысший ранг, найдём среднее значение балла, который был поставлен студентам по данной дисциплине. Результаты расчетов приведём в таблице 8.

Таблица 8 – Средний балл по дисциплине

Предмет	Q1-2	Q2-1	Q3-1	Q4-2	Q5-3	Q6-2	Q7-1	...	Q53-2
Средний балл	4,5	4,7	4,2	3,9	4,6	4,8	4,1		3,8
Доверительный интервал	0,2	0,1	0,3	0,4	0,1	0,2	0,3		0,3

Для определения наличия значимой корреляционной связи между рейтингом преподавателя и средней оценкой по дисциплине выполним ранжирование преподавателей в соответствии с их рейтингом в порядке убывания и ранжирование дисциплин в соответствии со средним баллом в порядке убывания.

1. Преподаватели: P21>P43>P6>P2>P5>P1>P3>...>P28.

2. Предметы: Q21-1>Q43-2>Q6-2>Q2-1>Q5-3>...>Q29-1.

Теперь определим, существует ли корреляционная связь между рейтингом преподавателя и средним баллом студентов по дисциплине. Вычислим коэффициент ранговой корреляции для доверительной вероятности $P=95\%$ (таблица 9).

Таблица 9 – Значение коэффициента ранговой корреляции

Корреляционная связь между рейтингом преподавателя и средним баллом студента												
	Q1-2	Q2-1	Q3-1	Q4-2	Q5-3	Q6-2	Q7-1	Q8-3		Q53-3	Q52-1	Q53-2
P1		0,953	0,945	0,893	0,962	0,867	0,934	0,871		0,995	0,982	0,967
P2	0,953		0,981	0,962	0,962	0,951	0,985	0,953		0,993	0,977	0,996
P3	0,945	0,981		0,943	0,942	0,916	0,955	0,974		0,993	0,988	0,991
P4	0,893	0,962	0,943		0,964	0,914	0,982	0,893		0,936	0,933	0,959
P5	0,962	0,962	0,942	0,964		0,875	0,981	0,861		0,944	0,964	0,971
P6	0,867	0,951	0,916	0,914	0,875		0,942	0,921		0,936	0,904	0,934
P7	0,934	0,985	0,955	0,982	0,981	0,942		0,907		0,964	0,957	0,981
P8	0,871	0,953	0,974	0,893	0,861	0,921	0,907			0,973	0,936	0,954
.....												
P51	0,955	0,993	0,993	0,936	0,944	0,936	0,964	0,973			0,986	0,995
P52	0,982	0,977	0,988	0,933	0,964	0,904	0,957	0,936		0,986		0,991
P53	0,967	0,996	0,991	0,959	0,971	0,934	0,981	0,954		0,995	0,991	

Для каждого преподавателя выполним расчет коэффициента конкордации и оценим значимость коэффициента конкордации для доверительной вероятности $P=95\%$. Результаты расчетов представим в таблице 10.

Таблица 10 – Значение коэффициента конкордации

Коэффициент конкордации (W)				
Преподаватель	W	Кол-во	χ^2 расчетное	χ^2 табличное
P1	0,56	20	59,24	11,1
P2	0,65	45	146,55	11,1
P3	0,63	32	101,03	11,1
P4	0,77	9	34,84	11,1
P5	0,68	21	71,39	11,1
P6	0,79	9	35,92	11,1
P7	0,67	19	63,66	11,1
P8	0,89	15	66,75	11,1
...	...	...	...	...
P50	0,64	71	227,2	11,1
P51	0,55	16	44	11,1
P52	0,63	296	932,4	11,1
P53	0,63	11	34,65	11,1

Поскольку χ^2 расчетное по всем преподавателям оказалось больше χ^2 табличное, то с вероятностью $P=95\%$ можно утверждать, что существует определенная согласованность оценок.

Таким образом, можно сказать, что существует значимая корреляционная связь между рейтингом преподавателя и средним баллом, полученным студентом по его дисциплине.

Выводы

В данной главе представлена практическая реализация методик оценки качества учебной и учебно-методической работы преподавателей и качества подготовки студентов в системе MathCAD. Приводятся реальные результаты, полученные в процессе реализации представленных методик.

Расчёты показывают, что существует значимая корреляционная связь между качеством работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Заключение

В ходе магистерской диссертации были решены следующие задачи:

- проведение анализа предметной области по тематике магистерской диссертации;
- разработка функциональных моделей деятельности преподавателя и обучения студентов;
- разработка методики и алгоритма оценки деятельности преподавателей с использованием репрезентативной теории измерений;
- разработка алгоритма нахождения теоретико-множественного разбиения преподавателей на группы с использованием методов нечеткой кластеризации;
- разработка методики анализа адекватности механизма оценивания результатов педагогического теста;
- разработка математической модели анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений;
- выявление наличия корреляционной связи между качеством учебной и учебно-методической работы преподавателя и качеством подготовки студентов.

Одним из важных направлений развития высшего учебного заведения является прогнозирование показателей эффективности его функционирования. Успеваемость студентов и рейтинг преподавателей являются одними из таких показателей.

Высокий средний балл студента в дипломе становится в последнее время залогом его успеха в жизни, а соответственно и одним из показателей престижности вуза. Рейтинг преподавателя определяет качество его работы, а соответственно и качество подготовки обучаемых. Определение наличия корреляционной связи между этими двумя показателями позволит в дальнейшем регулировать образовательную деятельность вуза.

Развитие учебно-методической составляющей работы преподавателя позволит создать высококачественную методическую базу высшего учебного заведения, использование которой в учебном процессе, поможет подготовить компетентных в своей отрасли специалистов и повысить рейтинг учебного заведения.

Список использованных источников

1. Макарычев, П.П. Система мониторинга качества обучения / П. П. Макарычев, Е. Н. Прошкина // X Международная научно-методическая конференция «Университетское образование» Пенза – 2006: Сб. статей X Международ. научно-метод. конф. – Пенза, 2006 С. 279 – 282.
2. Субетто, А.И. Введение в квалиметрию высшей школы. В 4-х кн. / А. И. Субетто. М.: Исследовательский центр проблем качества подготовки специалистов, 1991. – 88 с; 122 с; 171 с; 163 с.
3. Скок, Г.Б. Основное и вспомогательное: [Как оценить труд преподавателя] / Г. Б. Скок, Б. Б. Горелов // Вестник высшей школы. 1988. №6. С. 38 – 43.
4. Панталеенко, В. Критерии оценки труда преподавателя / Ухтинский индустриальный институт / В. Панталеенко, В. Панталеев // Вестник высшей школы. 1991. № 2. С. 13 – 14.
5. Новаков, И.А. Рейтинг в вузе: научно-методические основы и практика: Учеб. Пособие / И. А. Новаков, Ю. В. Попов, В. Н. Подлеснов, Е. Р. Андросюк, В. Г. Кучеров, В.И. Садовников. – ВолгГТУ: Волгоград, 1999. – 102 с.
6. Нейман, Ю.М. Введение в теорию моделирования и параметризации педагогических тестов / Ю. М. Нейман, В. А. Хлебников. – М.: Прометей, 2000. – 169 с.
7. Чельшкова, М.Б. Применение математических моделей для разработки педагогических тестов. Учебное пособие / М. Б. Чельшкова. – М.: Исследовательский центр, 1995. – 48 с.
8. Мещеряков, В.А. Анализ методов оценки качества образования / В.А. Мещеряков, Е.Н. Прошкина // В сб. материалов X Международной научно-методической конференции «Университетское образование» Пенза – 2006: Сб. статей X Международ. научно-метод. конф. Пенза, 2006. С.122 – 124.

9. Прошкина, Е.Н. Мониторинг качества образования / Е. Н. Прошкина // Вычислительные системы и технологии обработки информации: Межвуз. сб. науч. тр. – Пенза: Информационно-издательский центр ПГУ, 2006. – Вып. 5 (30). С.100 – 104.
10. Соловьев, В. В поисках критериев эффективности преподавательского труда / В. Соловьев, Г. Курдюмов, А. Кулагин // Высшее образование в России. 1997. № 1. С. 72 – 76.
11. Федюкин, В.К. О качестве образования / В. К. Федюкин // Система управления качеством университетского образования: проблемы создания и эффективность функционирования. Учеб.-метод. конф.: Тез. докл. СПб.: СПбГИЭУ, 2001. С. 64 – 67.
12. Штовба, С.Д. Введение в теорию нечетких множеств и нечеткую логику. / С. Д. Штовба. – М.: Высшая школа, 1997. – 450 с.
13. Кофман, А. Введение в теорию нечетких множеств. / А. Кофман. – М.: Высшая школа, 1997. – 450 с.
14. Леоненков, А.В. Нечеткое моделирование в среде MATLAB и fuzzyTECH. / А. В. Леоненков – СПб.: БХВ-Петербург, 2003. – 540 с.
15. Прошкина, Е.Н. Информационная система рейтинговой оценки знаний студентов / Е. Н. Прошкина // Математические методы в технике и технологиях – ММТТ-19: Сб. трудов XIX Международ. науч. конф. В 10-и т. Т. 4. Секции 4, 9 / Под общ. ред. В.С. Балакирева. – Воронеж, Воронеж. гос. технол. акад., 2006. С.125 – 127.
16. Прошкина, Е.Н. Математическая модель оценки знаний студентов / Е. Н. Прошкина // XI Международная научно-методическая конференция «Университетское образование» Пенза – 2007: Сб. статей XI Международ. научно-метод. конф. Пенза, 2007. – С.280 – 282.
17. Прошкина, Е.Н. Математическая модель оценки знаний студентов / Е. Н. Прошкина // Компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем: Сб. статей I Международ.

научно-технич. конф. молодых специалистов, аспирантов и студентов – Пенза, 2007. С.89 – 91.

18. Макарычев, П.П. Адекватность механизма оценивания результатов тестирования остаточных знаний / П. П. Макарычев, Е. Н. Прошкина // Новые информационные технологии и системы: Труды VII Междунар. научно-технич. конф. Ч.2 – Пенза, ПГУ, 2006. С.245 – 247.

19. Макарычев, П.П. Методика принятия решений по управлению качеством образования / П. П. Макарычев, Е. Н. Прошкина // Территория науки. 2007. № 4(5). С.523 – 529.

20. Безяев, В.С. Теоретические основы принятия решений : учебное пособие / В.С. Безяев: под ред. д-ра техн. наук, проф П.П. Макарычева. // Пенза: Изд-во ПГУ, 2014. – 186 с.

21. Кругликов, В. Рейтинговая система диагностики учебного процесса в вузе / В. Кругликов. // Высшее образование в России. 1996. № 2. С.100 – 102.

22. Субетто, А.И. Квалиметрия. / А. И. Субетто. – СПб.: Астерион, 2002. – 288 с.

23. Пфанцагль, И. А. Теория измерений. / И. А. Пфанцагль. – М.: Мир, 1976. – 320 с.

24. Попов, Д.И. Способ оценки знаний в дистанционном обучении на основе нечетких отношений / Д. И. Попов. // Дистанционное образование. 2000. №6. С.34 – 41.

25. Перегудов, Ф.И. Введение в системный анализ: Учеб. пособие для вузов. / Ф. И. Перегудов, Ф.П. Тарасенко. – М.: Высш.шк., 1989. – 367 с.

26. Аванесов, В.С. Вопросы применения тестов для контроля знаний студентов. Научная организация учебного процесса. Ч. 1. / В. С. Аванесов, Б. В. Володин. – М.: МИФИ, 1976. Вып. 3. – С. 102-107.

27. Орлов, А.И. Многомерный статистический анализ в социально-экономических исследованиях. / А. И. Орлов. – М.: Наука, 1974. – С. 388 – 393.

Приложение А
ПРАКТИЧЕСКАЯ РЕАЛИЗАЦИЯ МЕТОДИК АНАЛИЗА
ОБРАЗОВАТЕЛЬНОГО ПРОЦЕССА В ВЫСШЕМ УЧЕБНОМ ЗАВЕДЕНИИ
В СИСТЕМЕ MATHCAD
(рекомендуемое)

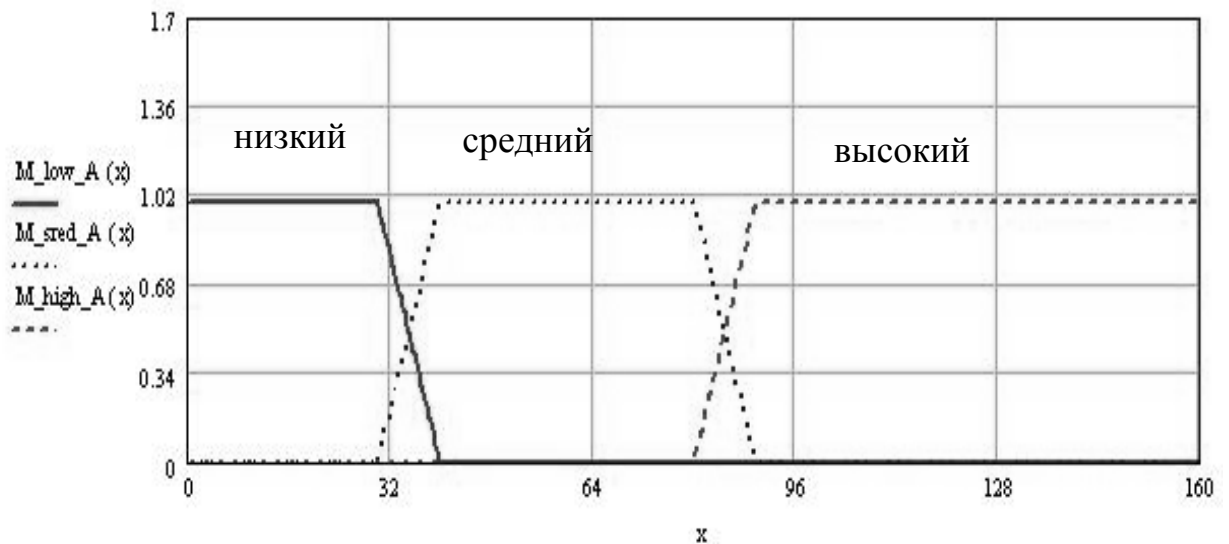
Кластеризация группы «Профессора»

$$MF(a,b,c,d,x) := \begin{cases} 1 - \frac{b-x}{b-a} & \text{if } a \leq x \leq b \\ 1 & \text{if } b \leq x \leq c \\ 1 - \frac{x-c}{d-c} & \text{if } c \leq x \leq d \\ 0 & \text{otherwise} \end{cases}$$

$M_{low_A}(x) := MF(0, 0, 30, 40, x)$ - низкий рейтинг А

$M_{sred_A}(x) := MF(30, 40, 80, 90, x)$ - средний рейтинг А

$M_{high_A}(x) := MF(80, 90, 400, 400, x)$ - высокий рейтинг А

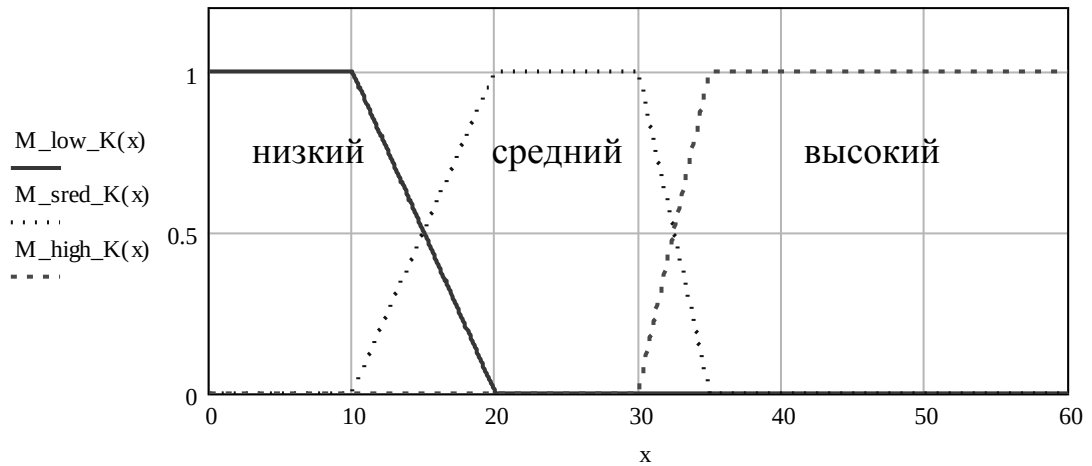


Зададим функции принадлежности для лингвистических переменных «высокий рейтинг К», «средний рейтинг К» и «низкий рейтинг К» для группы «Профессора».

$M_{low_K}(x) := MF(0, 0, 10, 20, x)$ - низкий рейтинг К

$M_{sred_K}(x) := MF(10, 20, 30, 35, x)$ - средний рейтинг К

$M_{high_K}(x) := MF(30, 35, 100, 100, x)$ - высокий рейтинг К



Берем из файла данные для кластеризации.

Выделяем значения рейтинга A и рейтинга K.

```
str := rows(Dannie)
```

```
i := 0, 1..(str - 2)
```

```
Di,0 := Danniei+1,3 // Рейтинг A
```

```
Di,1 := Danniei+1,4 // Рейтинг K
```

	0	1
0	52.226	28.5
1	59.884	18
2	1.33	5.5
3	49	12.5
4	121.666	27
5	59.463	8.5
6	356.104	19.5
7	93.577	19.5
8	293.609	35.5

Подсчитываем количество объектов кластеризации n и количество признаков q .

```
n := rows(D)
```

```
q := cols(D)
```

```

μ := for i ∈ 0, 1..(n - 1)
    if M_low_K(Di,1) > 0 ∧ (M_high_A(Di,0) > 0 ∨ M_sred_A(Di,0) > 0)
        μi,0 ← min(max(M_high_A(Di,0), M_sred_A(Di,0)), M_low_K(Di,1))
        μi,0
    μi,0 ← 0 otherwise
    if (M_high_K(Di,1) > 0 ∨ M_sred_K(Di,1) > 0) ∧ M_low_A(Di,0) > 0
        μi,1 ← min(M_low_A(Di,0), max(M_high_K(Di,1), M_sred_K(Di,1)))
        μi,1
    μi,1 ← 0 otherwise
    μi,2 ← 1 - (μi,0 + μi,1)
μ

```

Подсчитываем первоначальное значение функции принадлежности объекта кластеризации к каждому кластеру.

$$\mu =$$

	0	1	2
0	0	0	1
1	0.2	0	0.8
2	0	0	1
3	0.75	0	0.25
4	0	0	1
5	1	0	0
6	0.05	0	0.95
7	0.05	0	0.95
8	0	0	1

Выполняем кластеризацию объектов в соответствии с алгоритмом, описанным в главе 3.

```

Mk(μ, c, s, ε, m, q, D) := Mk ← μ
for h ∈ 1, 2..s
  for k ∈ 0, 1..(c - 1)
    for j ∈ 0, 1..(q - 1)
      
$$v_{k,j} \leftarrow \frac{\sum_{i=0}^{n-1} (Mk_{i,k})^m \cdot D_{i,j}}{\sum_{i=0}^{n-1} (Mk_{i,k})^m}$$

    f ←  $\sum_{i=0}^{n-1} \sum_{k=0}^{c-1} (Mk_{i,k})^m \cdot \sum_{j=0}^{q-1} (D_{i,j} - v_{k,j})^2$ 
    for i ∈ 0, 1..(n - 1)
      for k ∈ 0, 1..(c - 1)
        if  $\sum_{j=0}^{q-1} (D_{i,j} - v_{k,j})^2 = 0$ 
          Mki,k ← 1
          break
        
$$Mk_{i,k} \leftarrow \left[ \sum_{l=0}^{c-1} \frac{\left[ \sum_{j=0}^{q-1} (D_{i,j} - v_{k,j})^2 \right]^{\frac{1}{2}}}{\left[ \sum_{j=0}^{q-1} (D_{i,j} - v_{l,j})^2 \right]^{\frac{1}{2}}} \right]^{\frac{2}{m-1}}^{-1}$$

    g ← f if h = 1
    h ← s + 1 if (h > 1) ∧ [(g - f) ≤ ε]
Mk

```

В результате кластеризации получим:

1. Координаты центров искомых кластеров

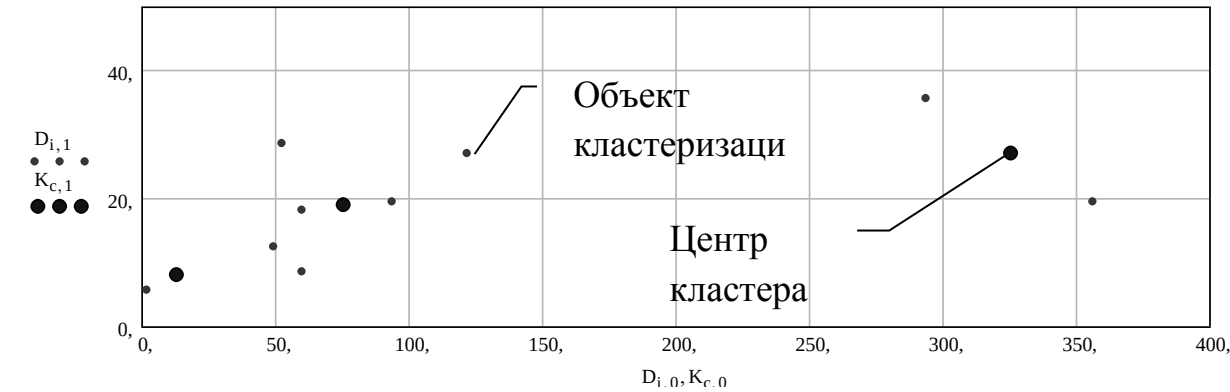
$$K := \begin{pmatrix} 75.364 & 19.031 \\ 13.562 & 8.105 \\ 325.053 & 27.393 \end{pmatrix}$$

2. Значения функций принадлежности объектов кластеризации каждому из трех кластеров:

$Mk(\mu, 3, 10, 0.01, 2, 2, D) =$

	0	1	2
0	0.749	0.245	$6.287 \cdot 10^{-3}$
1	0.9	0.097	$3.078 \cdot 10^{-3}$
2	0.027	0.972	$1.444 \cdot 10^{-3}$
3	0.63	0.364	$6.078 \cdot 10^{-3}$
4	0.809	0.148	0.043
5	0.849	0.147	$4.356 \cdot 10^{-3}$
6	0.013	$8.552 \cdot 10^{-3}$	0.979
7	0.946	0.048	$5.854 \cdot 10^{-3}$
8	0.021	0.013	0.966

Графическая иллюстрация результатов кластеризации:



Табличное представление результатов кластеризации:

	0	1	2	3
0	"Бутаев Михаил Матвеевич"	0.749	0.245	$6.287 \cdot 10^{-3}$
1	"Гурин Евгений Иванович"	0.9	0.097	$3.078 \cdot 10^{-3}$
2	"Коннов Николай Николаевич"	0.027	0.972	$1.444 \cdot 10^{-3}$
3	"Лебедев Виктор Борисович"	0.63	0.364	$6.078 \cdot 10^{-3}$
4	"Макарычев Петр Петрович"	0.809	0.148	0.043
5	"Ремонтов Андрей Петрович"	0.849	0.147	$4.356 \cdot 10^{-3}$
6	"Финогеев Алексей Германович"	0.013	$8.552 \cdot 10^{-3}$	0.979
7	"Фионова Людмила Римовна"	0.946	0.048	$5.854 \cdot 10^{-3}$
8	"Шахов Эдуард Константинович"	0.021	0.013	0.966

1-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Бутаев Михаил Матвеевич	0,749
Гурин Евгений Иванович	0,9
Лебедев Виктор Борисович	0,63
Макарычев Петр Петрович	0,809
Ремонтов Андрей Петрович	0,849
Фионова Людмила Римовна	0,946

2-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Конов Николай Николаевич	0,972

3-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Финогеев Алексей Германович	0,979
Шахов Эдуард Константинович	0,966

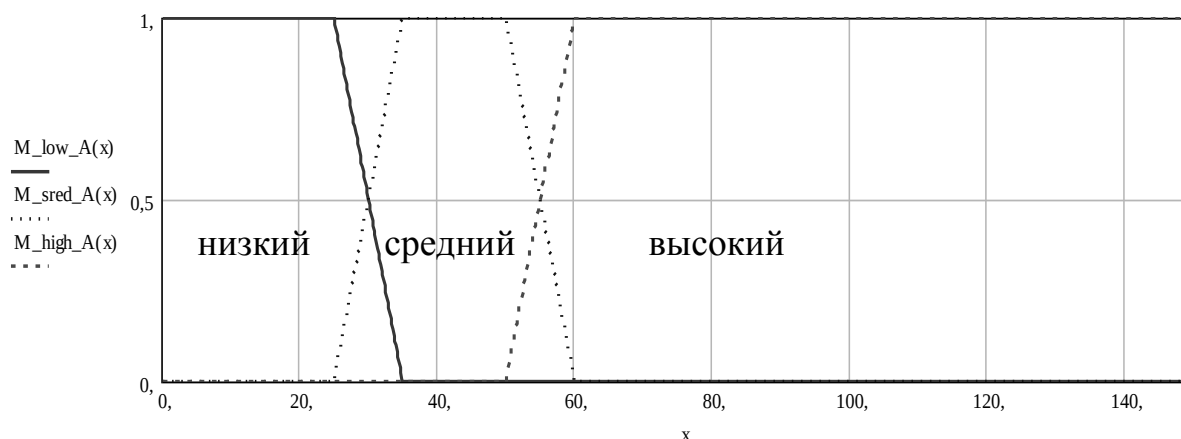
Кластеризация группы «Доценты»

Зададим функции принадлежности для лингвистических переменных «высокий рейтинг А», «средний рейтинг А» и «низкий рейтинг А».

$M_{low_A}(x) := MF(0, 0, 25, 35, x)$ - низкий рейтинг А

$M_{sred_A}(x) := MF(25, 35, 50, 60, x)$ - средний рейтинг А

$M_{high_A}(x) := MF(50, 60, 150, 150, x)$ - высокий рейтинг А

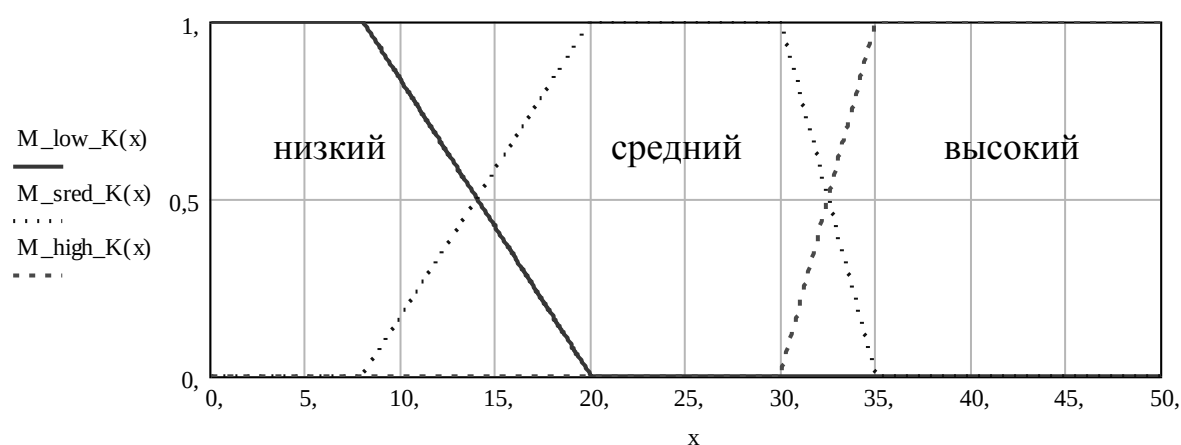


Зададим функции принадлежности для лингвистических переменных «высокий рейтинг К», «средний рейтинг К» и «низкий рейтинг К».

$M_{low_K}(x) := MF(0, 0, 8, 20, x)$ - низкий рейтинг К

$M_{sred_K}(x) := MF(8, 20, 30, 35, x)$ - средний рейтинг

$M_{high_K}(x) := MF(30, 35, 110, 110, x)$ - высокий рейтинг К



Берем из файла данные для кластеризации:

Применяем описанный в главе 3 алгоритм и получаем следующие результаты:

1. Координаты центров искомых кластеров

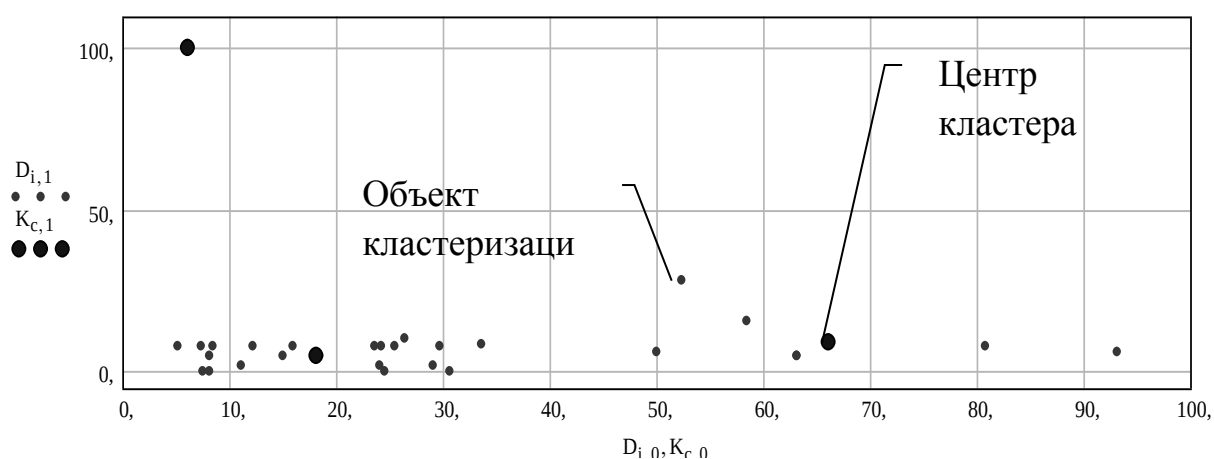
$$K := \begin{pmatrix} 66.068 & 9.513 \\ 6.323 & 100.862 \\ 18.235 & 5.383 \end{pmatrix}$$

2. Значения функций принадлежности объектов кластеризации каждому из трех кластеров:

$M_k(\mu, 3, 10, 0.01, 2, 2, D) =$

	0	1	2
0	0.939	0.009	0.052
1	0.081	0.011	0.907
2	0.005	0.001	0.994
3	0.036	0.006	0.958
4	0.934	0.014	0.052
5	0	1	0
6	0.713	0.054	0.233
7	0.015	0.005	0.98
8	0.03	0.012	0.959
9	0.092	0.013	0.895
10	0	0	1
11	0.045	0.019	0.935
12	0.983	0.002	0.015
13	0.037	0.012	0.951
14	0.052	0.009	0.938
15	0.03	0.011	0.959
16	0.035	0.014	0.951
17	0.023	0.005	0.973
18	0.769	0.019	0.212
19	0.034	0.006	0.96
20	0.983	0.002	0.015
21	0.184	0.021	0.795
22	0.02	0.006	0.973
23	0.85	0.038	0.112
24	0.039	0.013	0.948
25	0.004	0.001	0.994
26	0.019	0.004	0.977
27	0.117	0.015	0.869
28	0.024	0.004	0.972

Графическая иллюстрация результатов кластеризации:



Табличное представление результатов кластеризации:

	0	1	2	3
0	"Алехина Марина Анатольевна"	0.939	$8.889 \cdot 10^{-3}$	0.052
1	"Андрюшаев Александр Михайлович"	0.081	0.011	0.907
2	"Баусова Зоф Ивановна"	$4.842 \cdot 10^{-3}$	$1.399 \cdot 10^{-3}$	0.994
3	"Бодин Олег Николаевич"	0.036	$6.204 \cdot 10^{-3}$	0.958
4	"Бождай Александр Сергеевич"	0.934	0.014	0.052
5	"Брякин Леонид Алексеевич"	$4.231 \cdot 10^{-5}$	1	$5.439 \cdot 10^{-5}$
6	"Бугаев Михаил Матвеевич"	0.713	0.054	0.233
7	"Бычков Андрей Станиславович"	0.015	$5.076 \cdot 10^{-3}$	0.98
8	"Глотова Татьяна Владимировна"	0.03	0.012	0.959
9	"Голышевский Олег Анатольевич"	0.092	0.013	0.895
10	"Гудков Павел Анатольевич"	$6.684 \cdot 10^{-5}$	$1.647 \cdot 10^{-5}$	1
11	"Дорофеева Ольга Станиславовна"	0.045	0.019	0.935
12	"Дубинин Виктор Николаевич"	0.983	$2.35 \cdot 10^{-3}$	0.015
13	"Дунаева Валентина Ивановна"	0.037	0.012	0.951
14	"Ерёменко Алексей Владимирович"	0.052	$9.475 \cdot 10^{-3}$	0.938
15	"Зинкин Сергей Александрович"	0.03	0.011	0.959
16	"Игошина Людмила Викторовна"	0.035	0.014	0.951
17	"Казakov Борис Владимирович"	0.023	$4.516 \cdot 10^{-3}$	0.973
18	"Кириухин Юрий Григорьевич"	0.769	0.019	0.212
19	"Князев Виктор Николаевич"	0.034	$6.229 \cdot 10^{-3}$	0.96
20	"Кольчугина Елена Анатольевна"	0.983	$2.361 \cdot 10^{-3}$	0.015
21	"Никишин Александр Васильевич"	0.184	0.021	0.795
22	"Пашенко Дмитрий Владимирович"	0.02	$6.416 \cdot 10^{-3}$	0.973
23	"Печерский Анатолий Вадимович"	0.85	0.038	0.112
24	"Писарев Аркадий Петрович"	0.039	0.013	0.948
25	"Семянкова Ольга Ивановна"	$4.374 \cdot 10^{-3}$	$1.249 \cdot 10^{-3}$	0.994
26	"Сипягин Николай Анатольевич"	0.019	$3.857 \cdot 10^{-3}$	0.977
27	"Убиенных Геннадий Федорович"	0.117	0.015	0.869
28	"Хохлов Алексей Евгеньевич"	0.024	$4.324 \cdot 10^{-3}$	0.972

1-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Алехина Марина Анатольевна	0,939
Бождай Александр Сергеевич	0,934
Дубинин Виктор Николаевич	0,983
Кирюхин Юрий Григорьевич	0,769
Кольчугина Елена Анатольевна	0,983
Печерский Анатолий Вадимович	0,85

2-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Брякин Леонид Алексеевич	1

3-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Андрюшаев Александр Михайлович	0,907
Баусова Зоя Ивановна	0,994
Бодин Олег Николаевич	0,958
Бычков Андрей Станиславович	0,98
Глотова Татьяна Владимировна	0,959
Голышевский Олег Анатольевич	0,895
Гудков Павел Анатольевич	1
Дорофеева Ольга Станиславовна	0,935
Дунаева Валентина Ивановна	0,951
Еременко Алексей Владимирович	0,938
Зинкин Сергей Александрович	0,959
Игошина Людмила Викторовна	0,951
Казаков Борис Владимирович	0,973
Князев Виктор Николаевич	0,96
Никишин Александр Васильевич	0,795
Пащенко Дмитрий Владимирович	0,973
Писарев Аркадий Петрович	0,948
Семянкова Ольга Ивановна	0,994
Сипягин Николай Анатольевич	0,977
Убиенных Геннадий Федорович	0,869
Хохлов Алексей Евгеньевич	0,972

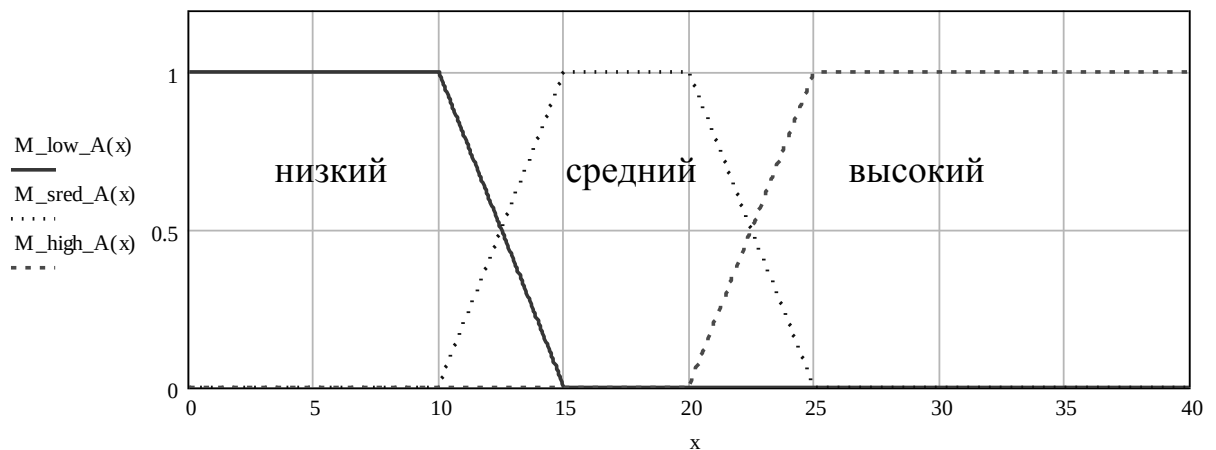
Кластеризация группы «Старшие преподаватели и ассистенты»

Зададим функции принадлежности для лингвистических переменных «высокий рейтинг А», «средний рейтинг А» и «низкий рейтинг А».

$M_{low_A}(x) := MF(0, 0, 10, 15, x)$ - низкий рейтинг А

$M_{sred_A}(x) := MF(10, 15, 20, 25, x)$ - средний рейтинг А

$M_{high_A}(x) := MF(20, 25, 100, 100, x)$ - высокий рейтинг А

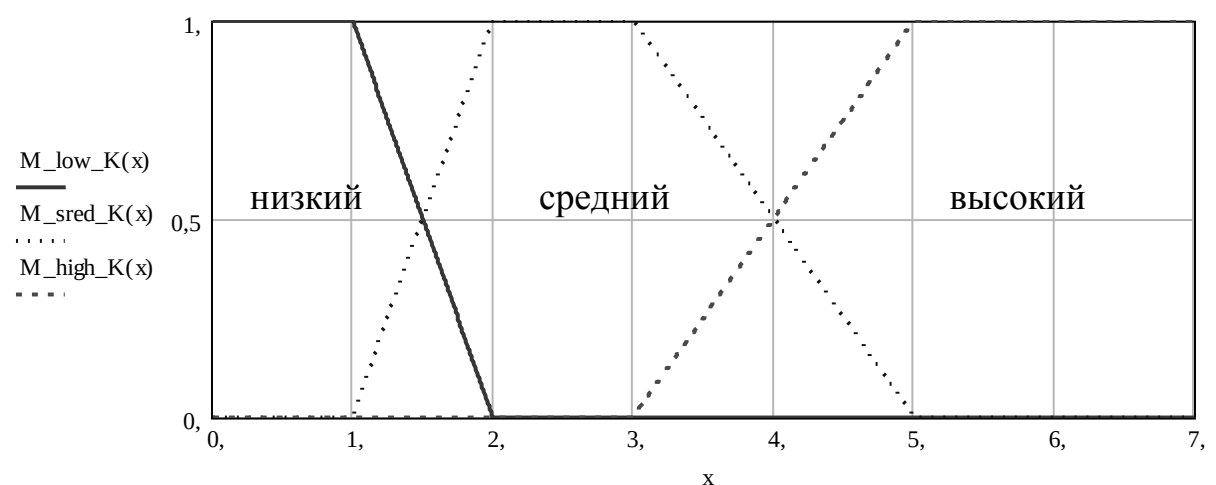


Зададим функции принадлежности для лингвистических переменных «высокий рейтинг К», «средний рейтинг К» и «низкий рейтинг К».

$M_{low_K}(x) := MF(0, 0, 1, 2, x)$ - низкий рейтинг К

$M_{sred_K}(x) := MF(1, 2, 3, 5, x)$ - средний рейтинг К

$M_{high_K}(x) := MF(3, 5, 10, 10, x)$ - высокий рейтинг К



Берем из файла данные для кластеризации.

Применяем описанный в главе 3 алгоритм и получаем следующие результаты:

1. Координаты центров искомых кластеров

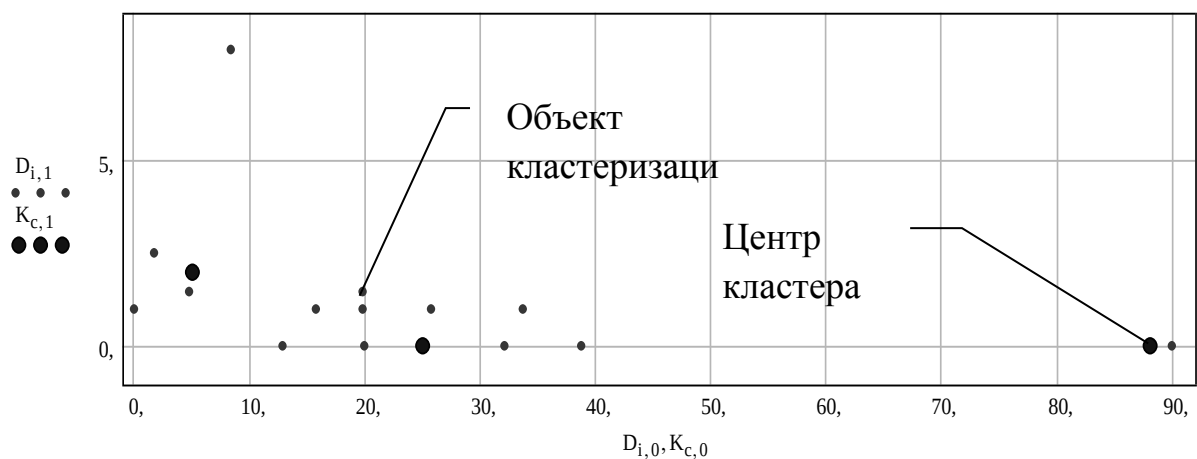
$$K := \begin{pmatrix} 88.98 & 0.003 \\ 25.511 & 0.597 \\ 5.348 & 2.604 \end{pmatrix}$$

2. Значения функций принадлежности объектов кластеризации каждому из трех кластеров:

$$Mk(\mu, 3, 10, 0.01, 2, 2, D) =$$

	0	1	2
0	0.004	0.046	0.951
1	0	0.998	0.002
2	1	0	0
3	0.008	0.272	0.721
4	0.005	0.099	0.896
5	0.006	0.867	0.127
6	0.012	0.932	0.056
7	0.002	0.023	0.976
8	0.02	0.905	0.075
9	0	0.999	0
10	0	0.004	0.996
11	0.006	0.851	0.142
12	0.009	0.533	0.458
13	0.006	0.855	0.139
14	0.056	0.817	0.127

Графическая иллюстрация результатов кластеризации:



Табличное представление результатов кластеризации:

	0	1	2	3
0	"Аксёнова Лидия Ивановна"	$3.743 \cdot 10^{-3}$	0.046	0.951
1	"Бобрышева Галина Владимировна"	$1.803 \cdot 10^{-4}$	0.998	$1.905 \cdot 10^{-3}$
2	"Бурукина Ирина Петровна"	1	$1.903 \cdot 10^{-4}$	$1.103 \cdot 10^{-4}$
3	"Вергазов Ринат Ильдусович"	$7.631 \cdot 10^{-3}$	0.272	0.721
4	"Глотова Татьяна Владимировна"	$5.231 \cdot 10^{-3}$	0.099	0.896
5	"Голобокова Елена Михайловна"	$5.817 \cdot 10^{-3}$	0.867	0.127
6	"Долгова Ирина Анатольевна"	0.012	0.932	0.056
7	"Казакова Ирина Анатольевна"	$1.704 \cdot 10^{-3}$	0.023	0.976
8	"Катышева Марина Александровна"	0.02	0.905	0.075
9	"Кошелева Галина Викторовна"	$4.955 \cdot 10^{-5}$	0.999	$4.761 \cdot 10^{-4}$
10	"Макурина Татьяна Александровна"	$2.297 \cdot 10^{-4}$	$3.761 \cdot 10^{-3}$	0.996
11	"Надеева Наталья Николаевна"	$6.142 \cdot 10^{-3}$	0.851	0.142
12	"Персицкова Любовь Михайловна"	$9.468 \cdot 10^{-3}$	0.533	0.458
13	"Фионова Юлия Юрьевна"	$6.039 \cdot 10^{-3}$	0.855	0.139
14	"Чугунова Варвара Валерьевна"	0.056	0.817	0.127

1-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Бурукина Ирина Петровна	1

2-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Бобрышева Галина Владимировна	0,998
Голобокова Елена Михайловна	0,867
Долгова Ирина Анатольевна	0,932
Катышева Марина Александровна	0,905
Кошелева Галина Викторовна	0,999
Надеева Наталья Николаевна	0,851
Персицкова Любовь Михайловна	0,533

Фионова Юлия Юрьевна	0,855
Чугунова Варвара Валерьевна	0,817

3-й кластер:

Преподаватель	Степень принадлежности
Аксенова Лидия Ивановна	0,951
Вергазов Ринат Ильдусович	0,721
Глотова Татьяна Владимировна	0,896
Казакова Ирина Анатольевна	0,976
Макурина Татьяна Александровна	0,996

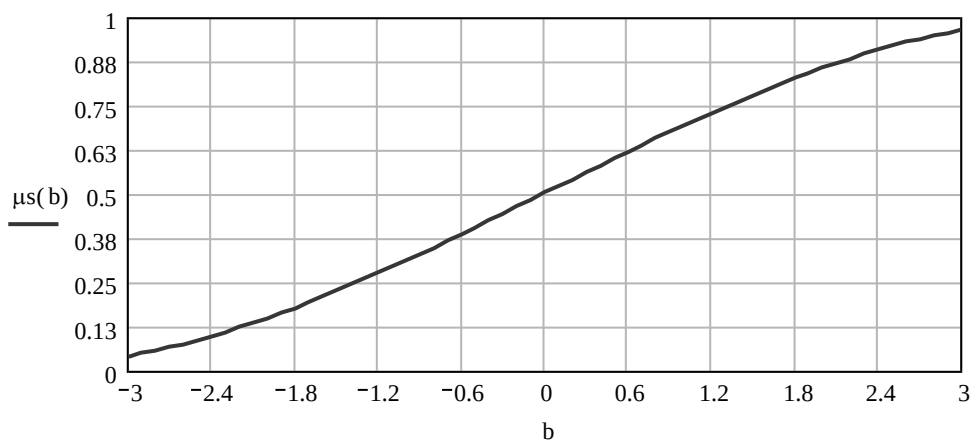
Для реализации математической модели анализа уровня подготовки студентов по результатам их учебных достижений в соответствии с методикой, описанной в главе 3, сначала необходимо сформировать банк тестовых заданий с известными уровнями трудности.

Задаем нечеткое множество «сложное задание»:

$$Ms(b, a, d) := \begin{cases} 0 & \text{if } b < a \\ \frac{1}{2} + \frac{1}{2} \cdot \cos\left(\frac{b-d}{d-a} \cdot \pi\right) & \text{if } a \leq b \leq d \\ 1 & \text{if } b > d \end{cases}$$

$$\mu_s(b) := Ms(b, -4, 4)$$

// нечеткое множество "сложное задание"



Предположим, что уровень подготовки студентов будет иметь три градации: «низкий», «средний», «высокий».

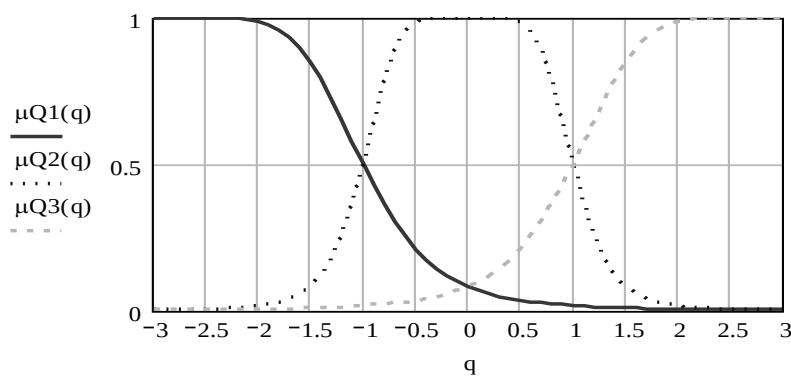
Задаем функции принадлежности для трех термов лингвистической переменной $\tilde{Q}$ - уровень подготовленности: $T_{\tilde{Q}} = \{\text{«низкий»}, \text{«средний»}, \text{«высокий»}\}$:

$$\mu_q(q, a, c) := \frac{1}{1 + \left(\left| \frac{q - c}{a} \right| \right)^6}$$

$$\mu_{Q1}(q) := \mu_q(q, -2, -3) \quad // \text{ низкий уровень}$$

$$\mu_{Q2}(q) := \mu_q(q, -1, 0) \quad // \text{ средний уровень}$$

$$\mu_{Q3}(q) := \mu_q(q, 2, 3) \quad // \text{ высокий уровень}$$



Для каждого студента из группы задаем степень принадлежности к одному из термов лингвистической переменной «уровень подготовленности».

Запись «0.9 – 4» означает, что уровень подготовки данного студента со степенью 0.9 принадлежит к среднему, тогда 3 – низкий уровень подготовленности, 4 – средний уровень подготовленности, 5 – высокий уровень подготовленности.

№ п.п.	ФИО	Степень принадлежности
1	Архипов Д.	0,9 – 4
2	Каргин С.	0,9 – 4
3	Корунов Г.	0,9 – 4
4	Панкова Г.	0,7 – 5
5	Синельникова Е.	0,7 – 5
6	Сундукова А.	0,7 – 5
7	Третьяков И.	0,5 – 3
8	Чикирова Ю.	0,5 – 3
9	Щербакова О.	0,5 – 3
10	Кирасиров И.	0,5 – 3
11	Клянчин Н.	0,5 – 5
12	Курышев П.	0,5 – 3
13	Марочкина Ж.	0,5 – 3
14	Шокорова О.	0,5 – 3

Рассчитаем для каждого студента уровень сложности заданий. Представим исходные данные в виде матрицы D , строки которой будут соответствовать студентам, а столбцы – определять степень принадлежности уровня подготовки студента к одному из термов лингвистической переменной уровень подготовленности.

$$D := \begin{pmatrix} 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0.9 & 0 \\ 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0.7 \\ 0 & 0 & 0.7 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0.5 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \\ 0.5 & 0 & 0 \end{pmatrix}$$

Для каждого студента рассчитываем интервал, в пределах которого должна располагаться сложность предъявляемых ему заданий в логитах и степень сложности в интервале $[0,1]$:

```

μS(D) := n ← rows(D)
for i ∈ 0, 1..(n - 1)
  if Di,0 ≠ 0
    b1 ← -3 + (-2) ·  $\sqrt[6]{\frac{1}{D_{i,0}} - 1}$ 
    b2 ← -3 - (-2) ·  $\sqrt[6]{\frac{1}{D_{i,0}} - 1}$ 
    μSi,0 ← μs(b1)
    μSi,1 ← μs(b2)
    bi,0 ← b1
    bi,1 ← b2
  μS
  if Di,1 ≠ 0
    b1 ← -1 ·  $\sqrt[6]{\frac{1}{D_{i,1}} - 1}$ 
    b2 ←  $\sqrt[6]{\frac{1}{D_{i,1}} - 1}$ 
    μSi,0 ← μs(b1)
    μSi,1 ← μs(b2)
    bi,0 ← b1
    bi,1 ← b2
  μS
  if Di,2 ≠ 0
    b1 ← 3 - 2 ·  $\sqrt[6]{\frac{1}{D_{i,2}} - 1}$ 
    b2 ← 3 + 2 ·  $\sqrt[6]{\frac{1}{D_{i,2}} - 1}$ 
    μSi,0 ← μs(b1)
    μSi,1 ← μs(b2)
    bi,0 ← b1
    bi,1 ← b2
  μS
μS

```

$$\mu S(D) =$$

	0	1
0	0.366	0.634
1	0.366	0.634
2	0.366	0.634
3	1	0.738
4	1	0.738
5	1	0.738
6	0	0.309
7	0	0.309
8	0	0.309
9	0	0.309
10	1	0.691
11	0	0.309
12	0	0.309
13	0	0.309

$$b := \begin{pmatrix} -0.693 & 0.693 \\ -0.693 & 0.693 \\ -0.693 & 0.693 \\ 1.263 & 3 \\ 1.263 & 3 \\ 1.263 & 3 \\ -3 & -1 \\ -3 & -1 \\ -3 & -1 \\ -3 & -1 \\ 1 & 3 \\ -3 & -1 \\ -3 & -1 \\ -3 & -1 \end{pmatrix}$$

В результате проведения тестирования получим последовательность ответов тестируемого, где «0» - неправильный ответ, «1» - правильный ответ.

O :=

	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
0	1	1	1	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	1	1
1	0	1	1	0	1	1	1	0	1	1	0	1	1	1	0
2	0	1	1	0	1	1	1	1	0	0	0	0	1	1	1
3	0	0	0	1	1	0	0	1	1	1	0	0	0	1	1
4	1	0	0	1	1	0	0	1	1	0	1	0	1	1	0
5	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
6	1	0	0	1	1	0	0	1	0	0	0	0	1	1	0
7	0	1	0	1	1	1	1	0	0	1	0	1	1	1	1
8	0	0	1	1	1	0	1	1	0	0	1	0	1	0	1
9	0	1	0	0	1	0	1	1	1	0	0	0	1	0	0
10	1	1	0	0	1	1	1	1	1	0	0	0	1	0	0
11	0	1	1	1	1	1	1	1	1	1	1	0	0	1	1
12	0	1	0	1	1	1	1	1	0	1	1	1	0	1	1
13	1	1	0	0	0	1	1	1	0	1	1	1	0	0	1

Спроектируем скрытую марковскую модель для процесса тестирования:

$N := 3$ - количество ДЕ

$M := 2$ - количество возможных символов, у нас это "0" и "1"
 "0" - неправильный ответ; "1" - правильный ответ

$V := (1 \ 0)$ - алфавит наблюдаемой последовательности

$\pi := (0.34 \ 0.33 \ 0.33)$ - распределение вероятностей начального состояния

$A := \begin{pmatrix} 0.5 & 0.3 & 0.2 \\ 0.2 & 0.3 & 0.5 \\ 0.6 & 0.3 & 0.1 \end{pmatrix}$ - матрица вероятностей переходов

$B := \begin{pmatrix} 0.5 & 0.5 & 0.5 \\ 0.5 & 0.5 & 0.5 \end{pmatrix}$ -распределение вероятностей появления правильных и неправильных ответов

Оптимизируем модель для каждого тестируемого в соответствии с методикой, описанной в главе 3 следующим образом:

$T := 15$ - количество заданий в тесте

$j := 0, 1..(N - 1)$

$$b(j, k) := \begin{cases} bb \leftarrow B_{0,j} & \text{if } k = 1 \\ bb \leftarrow B_{1,j} & \text{if } k = 0 \\ bb & \end{cases}$$

- выбор вероятности распределения правильных и неправильных ответов тестируемого

1. Инициализация α

$i := 0, 1..(N - 1)$

$\alpha_{i,0} := \pi_{0,i} \cdot b(i, O_{0,0})$

$$\alpha = \begin{pmatrix} 0.17 \\ 0.165 \\ 0.165 \end{pmatrix}$$

2. Вычисление всех α

$j := 0, 1..(N - 1)$

$t := 0, 1..(T - 2)$

3. Инициализация β

$i := 0, 1..(N - 1)$

$\beta_{i,(T-1)} := 1$

4. Вычисление всех β

$i := 0, 1..(N - 1)$

$t := (T - 2), (T - 3)..0$

$$\beta_{i,t} := \sum_{j=0}^{N-1} \left((A_{i,j} \cdot b(j, O_{0,t+1}) \cdot \beta_{j,t+1}) \right)$$

5. Вычисляем ξ

$$\xi(i, j, t) := \frac{\alpha_{i,t} \cdot A_{i,j} \cdot b(j, O_{0,t+1}) \cdot \beta_{j,t+1}}{\sum_{i=0}^{N-1} \sum_{j=0}^{N-1} \alpha_{i,t} \cdot A_{i,j} \cdot b(j, O_{0,t+1}) \cdot \beta_{j,t+1}}$$

6. Вычисляем γ

$$\gamma(i, t) := \sum_{j=0}^{N-1} \xi(i, j, t)$$

7. Вычисляем π

$i := 0, 1..(N-1)$

$\pi_{0,i} := \gamma(i, 0)$

8. Вычисляем A и B

$i := 0, 1..(N-1)$

$j := 0, 1..(N-1)$

$$A_{i,j} := \frac{\sum_{t=0}^{T-2} \xi(i, j, t)}{\sum_{t=0}^{T-2} \gamma(i, t)}$$

```

Summa(k, j) :=
    Summa ← 0
    for t ∈ 0, 1..(T - 2)
        Summa ← Summa + γ(j, t) if O0,t = k
    Summa

```

j := 0, 1..(N - 1)

$$B1_{0,j} := \frac{\text{Summa}(1, j)}{\sum_{t=0}^{T-2} \gamma(j, t)}$$

$$B1_{1,j} := \frac{\text{Summa}(0, j)}{\sum_{t=0}^{T-2} \gamma(j, t)}$$

Обозначим разность q-b как θ , тогда

i := 0, 1.. N - 1

$$\theta_{0,i} := \ln \left(\frac{B1_{0,i}}{1 - B1_{0,i}} \right)$$

Рассчитаем значение θ для каждого тестируемого:

$\theta :=$

	0	1	2
0	1.975	1.758	1.723
1	0.89	0.857	0.991
2	0.363	0.231	0.297
3	-0.47	-0.291	-0.176
4	0.171	0.255	0.39
5	-0.311	-0.336	-0.228
6	-0.311	-0.336	-0.228
7	0.552	0.526	0.67
8	-0.101	0	0.055
9	-0.258	-0.306	-0.288
10	0.388	0.302	0.214
11	1.277	1.341	1.274
12	0.815	0.925	0.971
13	0.346	0.348	0.196

Тогда, зная разность θ и интервал, в котором находится уровень сложности заданий, вычисляем реальный уровень подготовки тестируемого по каждой ДЕ в логитах.

Для этого сначала определяем интервал, в котором находится уровень подготовки каждого тестируемого по каждой ДЕ, а затем с помощью метода центра тяжести находим итоговое количественное значение уровня подготовленности тестируемого по каждой ДЕ в логитах:

$$Q(\theta, b) := \begin{array}{l} n \leftarrow \text{rows}(\theta) \\ \text{for } i \in 0, 1..(n-1) \\ \quad \text{for } j \in 0, 1..2 \\ \quad \quad q1 \leftarrow \theta_{i,j} + b_{i,0} \\ \quad \quad q2 \leftarrow \theta_{i,j} + b_{i,1} \\ \quad \quad Q_{i,j} \leftarrow \frac{\int_{q1}^{q2} q \cdot \max(\mu Q1(q), \mu Q2(q), \mu Q3(q)) dq}{\int_{q1}^{q2} \max(\mu Q1(q), \mu Q2(q), \mu Q3(q)) dq} \end{array}$$

Выполнив линейные преобразования, получим уровень учебных достижений испытуемого по каждой ДЕ по 100-балльной шкале:

$$B(Q) := \begin{cases} n \leftarrow \text{rows}(Q) \\ \text{for } i \in 0, 1..(n-1) \\ \quad \text{for } j \in 0, 1..2 \\ \quad \quad B_{i,j} \leftarrow 16.67(Q_{i,j} + 3) \end{cases}$$

B

B(Q) =

	0	1	2
0	83.415	80.232	79.734
1	64.059	63.424	66.047
2	55.203	53.421	54.317
3	79.117	81.965	83.561
4	88.694	90.006	92.159
5	81.677	81.305	82.836
6	10.992	10.617	12.216
7	25.028	24.524	27.321
8	14.028	15.413	16.183
9	11.777	11.067	11.334
10	90.191	88.894	87.6
11	39.005	40.193	38.949
12	30.141	32.275	33.166
13	21.089	21.126	18.405

Представим результаты в виде таблицы:

№ п.п.	ФИО	Балл по 1-й ДЕ	Балл по 2-й ДЕ	Балл по 3-й ДЕ
1	Архипов Д.	83	80	80
2	Каргин С.	64	63	66
3	Корунов Г.	55	53	54
4	Панкова Г.	79	82	84
5	Синельникова Е.	87	90	92
6	Сундукова А.	82	81	83
7	Третьяков И.	11	11	12
8	Чикирова Ю.	25	25	27
9	Щербакова О.	14	15	16
10	Кирасиров И.	12	11	11
11	Клянчин Н.	90	89	88
12	Курышев П.	39	40	39
13	Марочкина Ж.	30	32	33
14	Шокорова О.	21	21	18

Представленная методика была опробована на студентах 4-го курса. Общий объем выборки составил 86 человек. Методика показала хорошие результаты и может быть использована при тестировании студентов.