

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: заочная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

**«Показательные уравнения и их основные виды как элемент содержания
обучения математике в старших классах»**

Студент

Мину 21.05.25
(подпись, дата)

Минина Алена Сергеевна
(ФИО полностью)

Руководитель

Жу 21.05.25
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

Жу - 28.06.25
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 2.06.25 № 11)

Заведующий кафедрой

Жу 2.06.25
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 4(хор) (протокол заседания ГЭК от 8.07.25 № 5)

Секретарь ГЭК

Жу - 8.07.25
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2025

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА I ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	6
1.1 Показательные уравнения и методы их решения	6
1.2 Основные виды показательных уравнений	14
1.3 Анализ учебников по алгебре и началам анализа по теме «Показательные уравнения»	21
ГЛАВА II МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	26
2.1 Методические аспекты изучения темы «Показательные уравнения»	26
2.2 Показательные уравнения в заданиях ЕГЭ и их анализ.....	29
2.3 Разработка сайта «Показательные уравнения»	36
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	40
СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ.....	42
ПРИЛОЖЕНИЕ 1.....	44
ПРИЛОЖЕНИЕ 2.....	45

ВВЕДЕНИЕ

Математика является фундаментальной наукой и играет важную роль в формировании у школьников научной картины мира и подготовке выпускников к продолжению образования и профессиональной деятельности. Федеральный государственный образовательный стандарт среднего общего образования (ФГОС СОО) предъявляет высокие требования к уровню подготовки учащихся в области математики, выделяя необходимость формирования хороших теоретических знаний и практических умений при решении различных типов задач, в частности, показательных уравнений.

Несмотря на значимость данной темы, практика показывает, что учащиеся испытывают трудности при изучении показательных уравнений, особенно сложных видов. Это связано с недостаточной разработанностью методического аппарата, что вызывает затруднения как у учителей, так и у учеников.

Таким образом, существует объективное противоречие между необходимостью повышения качества математической подготовки старшеклассников согласно требованиям ФГОС СОО и сложившимися трудностями усвоения учащимися материала по теме «Показательные уравнения», вызванными недостаточно эффективными методами преподавания. Именно поэтому актуальна тема моей выпускной квалификационной работы «Показательные уравнения и их основные виды как элемент содержания обучения математике в старших классах».

Отсутствие эффективных методик и технологий преподавания показательных уравнений приводит к низкой успеваемости школьников и недостаточному развитию аналитических способностей, необходимых для успешной сдачи Единого государственного экзамена (ЕГЭ). Данная ситуация требует разработки научно обоснованных педагогических рекомендаций и инновационных образовательных ресурсов, способствующих повышению

уровня овладения темой «Показательные уравнения» среди обучающихся старших классов.

Таким образом, цель моего исследования разбор существующих методик эффективного преподавания показательных уравнений в старших классах общеобразовательных школ. Для достижения поставленной цели необходимо решить следующие задачи:

1. Изучить различные виды показательных уравнений и определить наиболее эффективные методы их решения.
2. Провести сравнительный анализ школьных учебников и учебно-методических комплексов по разделу «Алгебра и начала анализа» по теме «Показательные уравнения».
3. Изучить структуру и уровень сложности заданий ЕГЭ по показательным уравнениям.
4. Определить оптимальные формы и методы представления изучаемой информации, рассчитанную на успешную сдачу выпускниками государственных экзаменов.
5. Создать сайт, предназначенный для поддержки самостоятельной работы учащихся по изучению и закреплению навыков решения показательных уравнений.

Объектом исследования является учебно-методический процесс и педагогическая деятельность учителя математики при освоении школьниками раздела «Показательные уравнения».

Предметом исследования выступают способы организации процесса обучения решению показательных уравнений, а также формирование способности применять полученные знания при выполнении задач различной степени сложности, включая задания формата ЕГЭ.

Новизна предлагаемого подхода заключается в формировании комплексной учебной программы, содержащей авторские материалы и инновационные образовательные технологии к обучению показательным

уравнениям, учитывающие современные тенденции развития школьного образования.

Данная работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка использованной литературы, приложений.

В первой главе рассматриваются вопросы классификации показательных уравнений, основные методы их решения, приводится анализ изданных учебников по теме «Показательные уравнения».

Вторая глава посвящена исследованию структуры и сложности заданий ЕГЭ, связанных с решением показательных уравнений, разрабатываются методические рекомендации по повышению качества изучения данной темы. Заканчивается глава разработкой веб-сайта.

Практическая значимость работы состоит в разработке веб-сайта по теме: «Показательные уравнения», который можно в дальнейшем использовать учителям на уроках математики и ученикам, в качестве самостоятельной подготовке к ЕГЭ.

ГЛАВА I ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 Показательные уравнения и методы их решения

Основные методы решения показательных уравнений

Уравнение вида: $a^x = a^b$, где $a > 0$, $a \neq 1$, x – неизвестное, называется показательным уравнением.

При решении подобного уравнения важно помнить, что при равенстве оснований степени равны только в случае, когда совпадают показатели $a > 0$, $a \neq 1$.

Например,

1) $5^{x-1} - 5^x + 5^{x+1} = 21$;

2) $0,9^{x^2+4x-5} = 1$.

Необходимый переход к простейшему виду дает возможность решать любые показательные уравнения.

Уравнение вида: $a^x = b$, где a – положительное число, не равное единице, b – данное действительное число, относится к категории простейших показательных уравнений.

Например,

1) $2^x = 4$;

2) $\left(\frac{1}{3}\right)^x = 27$ –

3) $13^x = 169$.

Для эффективного решения показательных уравнений важно знание основных свойств степени.

Свойства:

1. $a^0=1, a^1 = a$
2. $a^m \times a^n = a^{n+m}$
3. $\frac{a^m}{a^n}=a^{m-n}$
4. $(a^m)^n = a^{mn}$
5. $(a \times b)^m = a^m \times b^m$
6. $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$
7. $\left(\frac{a}{b}\right)^{-n} = \left(\frac{b}{a}\right)^n$
8. $a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$

Существует множество методов решения показательных уравнений.

В рамках методологических подходов к решению показательных уравнений можно выделить несколько уникальных подходов, благоприятно влияющих на упрощение процесса нахождения решений.

Первый метод направлен на упрощение уравнения путем уравнивания показателей. Это достигается путем преобразования показателей через деление или умножение, что позволяет упростить исходное уравнение.

Второй метод состоит в том, чтобы ввести вспомогательной переменной, которая приведёт упрощению исходных уравнений и облегчает вычислительный процесс, сделав его более оперативным.

Метод выделения общего множителя позволяет извлечь общий множитель из данного выражения и преобразовать зависимости, что, в свою очередь, приводит к снижению вычислительной сложности и повышению скорости поиска решений.

Функционально-графический метод предполагает графическое изображение взаимосвязей между переменными, что позволяет выявить закономерности и ускоряет поиск решений за счёт визуализации данных.

Метод логарифмического преобразования показательных уравнений в линейные зависимости существенно облегчает поиск решений, позволяя свести задачу к более элементарным алгебраическим операциям.

1. Метод уравнивания показателей

При решении показательных уравнений данным методом является то, что равенство оснований степени влечет равенство показателей. Для нахождения корней уравнения необходимо привести выражения, содержащиеся с левой и правой сторон, к общему основанию. Установление равенства оснований позволяет сделать вывод о равенстве показателей, что приводит к необходимости дальнейшего разрешения полученного уравнения.

Пример: $18^{x-17} \cdot 18^{17} = 18^{-1} \cdot ((18)^2)^{x-1}$.

Решение:

После преобразований данное показательное уравнение примет вид: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, где $a = 18$, $f(x) = x$, $g(x) = 2x-3$. Поскольку основания уравнения одинаковые, решение сводится к уравнению вида:

$$x = 2x - 3$$

Таким образом, остается решить только простейшее линейное уравнение.

$$x - 2x = -3$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

Ответ: $x = 3$.

Дополнительные примеры: $3^{x-4} = 27^{19}$; $0,3^{x^2-8x+12} = 1$.

2. Метод введения новой переменной

Первоначальный этап исследования включает в себя тщательный анализ обоснованности перехода к преобразованному уравнению, сопровождающийся процессом замены переменных. После удачной подстановки новых переменных и получения преобразованного уравнения завершающим этапом является

разрешение данного уравнения, что позволяет выделить искомую переменную и сформулировать окончательный ответ.

Пример: $27^x - 5 \cdot 9^x - 3^{x+2} + 45 = 0$

Решение:

Записываем уравнение в виде: $3^{3x} - 5 \cdot 3^{2x} - 3^{x+2} + 45 = 0$

$$3^{3x} - 5 \cdot 3^{2x} - 3^x \cdot 9 + 45 = 0$$

Затем вводим новую переменную $t = 3^x$, уравнение принимает форму кубического уравнения вида:

$$t^3 - 5t^2 - 9t + 45 = 0$$

Применяя прием группировки, разложим левую часть уравнения на множители и затем найдем его корни.

$$t^2(t - 5) - 9(t - 5) = 0$$

$$(t - 5)(t^2 - 9) = 0$$

$$t_1 = 5; t_2 = 3; t_3 = -3.$$

Исходное уравнение равносильно совокупности трёх показательных уравнений $3^x = -3$; $3^x = 3$; $3^x = 5$. Получаем: первое уравнение решений не имеет, $x_2 = 1$; $x_3 = \log_3 5$

Ответ: 1; $\log_3 5$.

Дополнительные примеры: $9^{x-\frac{1}{2}} - 8 \cdot 3^{x-1} + 5 = 0$; $7 \cdot 9^{x^2-3x+1} + 5 \cdot 6^{x^2-3x+1} - 48^{x^2-3x} = 0$

3. Метод вынесения общего множителя за скобки

Для решения показательного уравнения этим методом нужно соблюдать два условия:

1. Все степени должны иметь одинаковые показатели.

2. Показатели всех степеней должны содержать одинаковые коэффициенты при переменных.

В процессе решения таких уравнений удобно выносить степень с наименьшим показателем, если $a > 1$, и с наибольшим показателем, если $a < 1$.

Пример: $5^{x+1} + 3 \cdot 5^{x-1} - 6 \cdot 5^x + 10 = 0$

Решение:

Перепишем уравнение, сгруппировав одинаковые показатели в одной части и вынеся за скобки наименьший показатель степени.

$$(5^x \cdot 5 + 3 \cdot \frac{5^x}{5} - 6 \cdot 5^x) = -10$$

$$5^x \left(5 + \frac{3}{5} - 6 \right) = -10$$

$$5^x \left(-\frac{2}{5} \right) = -10$$

$$5^x = 5^2$$

Откуда $x=2$

Ответ: 2.

Дополнительные примеры: $3^x + 4 \cdot 3^{x-1} + 2 \cdot 5^{x-1} = 19 \cdot 5^{x-2} - 4 \cdot 3^{x-2}$;

$$3^x + 3^{x+1} = 108.$$

4. Функционально-графический метод решения

Перед проведением графического анализа показательного уравнения осуществляется преобразование левой и правой частей данного уравнения в функциональные зависимости, что позволяет постепенно формировать функции, графики которых затем строятся для определения абсцисс точек пересечения; каждое из таких значений служит решением уравнения. Следует отметить, что полученные результаты носят приближенный характер, что обусловлено ограниченной точностью построений, в связи с чем графический метод применяется преимущественно в тех случаях, когда использование иного метода решения становится затруднительным.

Пример: $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x + 4$

Решение:

Изначально необходимо построить в одной системе координат графики функций $y=\left(\frac{1}{3}\right)^x$ и $y=x+4$; (рисунок 1).

Первая функция – показательная функция основание степени меньше 1, это значит, что график функции будет проходить через точку (0;1) и монотонно убывать, при $x=1$, имеем значение функции $\frac{1}{3}$, если $x=-1$, то значение функции 3. Этим трех точек достаточно, соединяем найденные точки и получаем график показательной функции.

Построим график линейной функции $x+4$. В данном случае графиком будет являться прямая, поэтому достаточно найти две точки. Если $x=0$, то значение функции равно 4, если $x=-4$, то $y=0$. Соединяем найденные точки и получаем график линейной функции $y=x+4$.

Заметим, что графики пересекаются в точке с координатами (-1;3). Это значит, что в этой точке значения функций совпадают при значении аргумента -1. Итак, $x=-1$. Поскольку графический метод допускает погрешность при построении графика, проверяем найденное значение, подставляем его в исходное уравнение

$$\left(\frac{1}{3}\right)^{-1} = -1 + 4; 3 = 3.$$

Равенство верное, значит значение нам подходит.

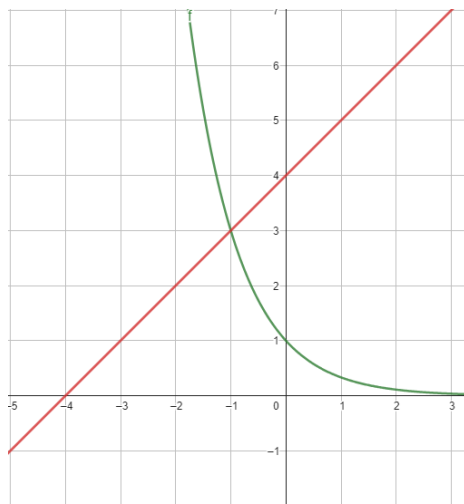


Рисунок 1 – Функционально-графический метод

Ответ: -1.

Заметно, что график экспоненты опускается вниз, тогда как прямая неизменно возрастает. Это обуславливает единство точки пересечения графиков, в которой достигается решение.

Дополнительные примеры: $(\frac{1}{2})^{3x} = 2x - 3$; $4^x = 5 - x$.

5. Метод логарифмирования

Логарифмирование — это один из самых популярных способов решений показательных уравнений, проявляющий свою эффективность тогда, когда одна сторона уравнения представлена в виде степени, а другая — в виде положительного числа. Логарифмирование также применяется в таких ситуациях, когда обе стороны уравнения представлены в виде степеней с положительными числовыми коэффициентами, которые можно выразить через произведения и дроби.

При применении данного метода обе стороны уравнения подвергаются логарифмированию при помощи общего положительного основания, отличного от единицы. Процедура завершается нахождением решения полученного уравнения, возникшего в результате логарифмирования.

Пример: $|x + 2|^{x^2+3x-10} = 1$

Сначала производим логарифмирование обеих сторон показательного уравнения с основанием 10, в результате чего уравнение преобразуется следующим образом.

$$\lg|x + 2|^{x^2+3x-10} = \lg 1$$

Используя логарифмические свойства, преобразуем исходное уравнение, разделив его на два самостоятельных уравнения. После проведённых преобразований получится четыре значения x , которые могут выступать в качестве решений исходной задачи.

$$x^2 + 3x - 10 \cdot \lg|x + 2| = 0$$

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

По т. Виета $x_1 = -5; x_2 = 2$.

$$\lg|x + 2| = 0$$

$$|x + 2| = 1$$

$$\begin{cases} x + 2 = 1; \\ x + 2 = -1. \end{cases} \begin{cases} x_3 = -1; \\ x_4 = -3. \end{cases}$$

Однако на начальном этапе, когда ограничения на переменные отсутствовали, необходимо провести проверку: подставив каждый найденный корень x в исходное уравнение, удостоверимся, что все полученные значения действительно являются корнями.

Ответ: $x_1 = -5; x_2 = 2; x_3 = -1; x_4 = -3$.

Дополнительные примеры: $2^x = 3; 2^{x^2+7} = 3 \cdot 7^x$.

1.2 Основные виды показательных уравнений

Методическая литература разделяет уравнения на три группы: ознакомительная, репродуктивная (представляющая собой процесс воспроизводства и усвоения учебной информации) и итоговая (направленная на формирование навыков и знаний в соответствии с установленными стандартами математической подготовки). Такой способ упрощает оценку усвоения материала и способствует формированию у обучающихся необходимых квалификационных навыков в математике. Основой классификации служит степень, что облегчает представление уравнений в виде показательных выражений, использующих рациональные показатели.

Выбрать основание и критерии для классификации показательных уравнений, соответствующие всем правилам классификации и удобные для практического применения, достаточно сложно. Общего метода решения показательных уравнений в математике нет. На мой взгляд, наиболее успешным оказалось разделение показательных уравнений на группы, основанное на их различиях по видам. Признак, положенный в основу деления по видам, исходит из количества чисел в основании степени, которые можно/нельзя представить в виде степени с рациональным показателем.

I. Уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$ и сводящиеся к ним

В ряде исследовательских публикаций и учебных материалов выделяются случаи, когда переменная представляется исключительно в виде степени, что может привести к неопределенности в интерпретации использования показателей. В одних источниках рассматривается соотношение как чисто функциональное выражение, тогда как в других предлагаются различные альтернативные интерпретации, что создает необходимость более глубокого анализа и уточнения понятийного аппарата в данной области.

В основе решения показательных уравнений лежит следующая теорема:
«Если $a > 0$ и $a \neq 1$, то уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ и $f(x) = g(x)$ равносильны».

Пример: Решить уравнение $2^{2x-4} = 256$

Решение: Представив 256 как 2^8 , перепишем уравнение в виде $2^{2x-4} = 2^8$.

Откуда $2x-4=8$, поэтому $x=6$.

Ответ: $x=6$.

Обычно решение таких и аналогичных уравнений не представляет особой сложности для учеников. Поэтому на основе уравнений этой группы можно предложить организовать повторение решения алгебраических уравнений. Например, $3^{|x-1|} = 3^{|x+3|}$. Здесь решение показательного уравнения сводится к решению уравнения с модулем.

II. Уравнения вида $a^{f(x)} = b^{f(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$ и сводящиеся к ним, где a и b нельзя представить в виде степени с одинаковым основанием и рациональным показателем

Пример: Решить уравнение $3^x = 7^x$

Решение. Так как $7^x \neq 0$, то разделим обе части исходного уравнения на 7^x , получим $\frac{3^x}{7^x} = 1$, откуда $x=0$.

Ответ: $x=0$.

Это уравнение относится к категории стандартных для второй группы, которую мы выделили. Учащиеся должны освоить метод его решения до автоматизма. Тогда они смогут переходить к решению более сложных уравнений, например: $5^{x+1} + 3 \cdot 5^{x-1} - 6 \cdot 5^x + 10 = 0$

В данной группе следует рассмотреть уравнение вида $a^{f(x)} = b$, $a > 0$, $a \neq 1$, которое при $f(x)=x$ называют простейшим показательным уравнением. В зависимости от b это уравнение всегда имеет либо один корень ($b>0$), либо не имеет корней ($b \leq 0$).

III. Уравнения вида $k_1 a^{2f(x)} + k_2 a^{f(x)} + k_3 = 0$, $a > 0$, $a \neq 1$, $k_1 \neq 0$ (квадратные относительно $a^{f(x)}$), в более общем случае – уравнения

вида $(g(a^{f(x)})) = 0, a > 0, a \neq 1$, где g – **рациональная функция от аргумента** $a^{f(x)}$

Пример: Решить уравнение $2^{2x} - 6 \cdot 2^x + 8 = 0$

Решение. Обозначим $2^x = t$, тогда исходное уравнение запишется в виде $t^2 - 6t + 8 = 0$ откуда $t = 2$ или $t = 4$. Возвращаясь к переменной x , получим $2^x = 2$ или $2^x = 4$, откуда $x_1 = 1, x_2 = 2$.

Ответ: $x_1 = 1, x_2 = 2$.

IV. Однородные уравнения (второй степени и выше)

Формальное понятие однородного уравнения обычно изучают в рамках курса тригонометрии. Например, при решении тригонометрических уравнений вводится определение, согласно которому уравнение вида $a \sin^2 x + b \sin x \cdot \cos x + c \cos^2 x = 0$ считается однородным тригонометрическим уравнением второй степени, и рассматриваются методы его решения.

Аналогичные уравнения могут возникнуть на стадии, предшествующей основному этапу, например, в процессе работы с дробно-рациональными уравнениями.

Напомним, что однородным уравнением второй степени относительно переменных a и b называется уравнение вида $k_1 a^2 + k_2 ab + k_3 b^2 = 0$, где, по крайней мере два коэффициента k_i не равны нулю. Например, полагая $a = 2^x, b = 5^x, k_1 = 5, k_2 = 8, k_3 = -4$ получим однородное показательное уравнение второй степени $5 \cdot 2^{2x} + 8 \cdot 10^x - 4 \cdot 5^{2x} = 0$. Метод решения однородных уравнений заключается в делении на одно из слагаемых и последующей замене переменной, что приводит к рациональному уравнению. В школьной программе чаще всего встречаются однородные уравнения первой и второй степеней.

Пример. Решить уравнение $5 \cdot 4^x + 8 \cdot 10^x - 4 \cdot 25^x = 0$

Решение. Это однородное показательное уравнение второй степени относительно переменных 2^x и 5^x . Поскольку $25^x \neq 0$, то обе части уравнения можно разделить на 25^x :

$$5 \cdot 4^x + 8 \cdot 10^x - 4 \cdot 25^x = 0$$

$$5 \cdot \frac{4^x}{25^x} + 8 \cdot \frac{10^x}{25^x} - 4 \cdot \frac{25^x}{25^x} = 0$$

$$5 \cdot \left(\frac{4}{25}\right)^x + 8 \cdot \left(\frac{10}{25}\right)^x - 4 = 0$$

$$5 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^{2x} + 8 \cdot \left(\frac{2}{5}\right)^x - 4 = 0$$

Пусть $\left(\frac{2}{5}\right)^x = t$, тогда уравнение можно переписать в виде: $5t^2 + 8t - 4 = 0$, $t = -2$ или $t = \frac{2}{5}$.

Возвращаясь к переменной x , получим: $\left(\frac{2}{5}\right)^x = -2$ или $\left(\frac{2}{5}\right)^x = \frac{2}{5}$.

Первое уравнение не имеет действительных корней, второе уравнение имеет единственный корень $x = 1$.

Ответ: $x = 1$.

V. Показательно-степенные уравнения

Показательно-степенные уравнения — это такие уравнения, в которых неизвестная величина находится одновременно и в основании, и в показателе степени. Эти уравнения относятся к сложным, и их успешное решение требует хорошей математической подготовки учащихся. Трудности в решении таких уравнений связаны также с тем, что в математике выражение u^v определено не для всех действительных чисел. Для учащихся будет полезно запомнить область существования выражения u^v в следующей форме:

$$u > 0, v - \text{любое}$$

$$u = 0, v > 0$$

$$u > 0, v - \text{целое}$$

В остальных случаях выражение u^v не имеет смысла.

Рассматриваются два вида показательно- степенных уравнений.

1. $(a(x))^{f(x)} = (a(x))^{g(x)}$. Решение такого уравнения на области определения сводится к совокупности:

$$\left[\begin{array}{l} f(x) = g(x), \\ a(x) = 1, \\ a(x) = 0, \\ a(x) = -1, f(x) \text{ и } g(x) - \text{целые, одной четности.} \end{array} \right.$$

Пример: Решить уравнение $(2 - 0,5x)^{x^2-6} = (2 - 0,5x)^{4x-1}$

Решение:

а) Рассмотрим случай, когда равны показатели степеней:

$$x^2 - 6 = 4x - 1$$

$$x^2 - 4x - 5 = 0$$

$$x = -1 \text{ или } x = 5.$$

Проверим (подстановкой), принадлежат ли эти значения области определения исходного уравнения:

При $x = -1$:

$$(2 - 0,5 \cdot (-1))^{(-1)^2-6} = (2 - 0,5 \cdot (-1))^{4 \cdot (-1)-1}$$

$2,5^{-5} = 2,5^{-5}$ верно. Значит $x = -1$ – корень уравнения.

При $x = 5$:

$$(2 - 0,5 \cdot 5)^{5^2-6} = (2 - 0,5 \cdot 5)^{4 \cdot 5-1}$$

$(-0,5)^{19} = (-0,5)^{19}$ – верно Значит $x = 5$ – корень уравнения.

б) Рассмотрим случай, когда основание степеней равно 1 :

$$2 - 0,5x = 1,$$

$$x = 2.$$

Проверка (подстановкой):

При $x = 2$:

$$(2 - 0,5 \cdot 2)^{2^2-6} = (2 - 0,5 \cdot 2)^{4 \cdot 2-1}$$

$1^{-2} = 1^7$ – верно. Значит $x=2$ – корень уравнения.

в) Рассмотрим случай, когда основание степеней равно 0:

$$2 - 0,5x = 0,$$

$$x = 4.$$

Проверка (подстановкой):

При $x=4$:

$$(2 - 0,5 \cdot 4)^{4^2-6} = (2 - 0,5 \cdot 4)^{4 \cdot 4-1}$$

$0^{10} = 0^{15}$ – верно. Значит $x=4$ – корень уравнения.

г) Рассмотрим случай, когда основание степеней равно -1 :

$$2 - 0,5x = -1,$$

$$x = 6.$$

Проверка (подстановкой):

При $x=6$:

$$(2 - 0,5 \cdot 6)^{6^2-6} = (2 - 0,5 \cdot 6)^{4 \cdot 6-1}$$

$(-1)^{30} = (-1)^{25}$ – неверно. Значит $x=6$ не является корнем уравнения.

Ответ: $x_1 = -1, x_2 = 5, x_3 = 2, x_4 = 4$.

2. $(a(x))^{f(x)} = (b(x))^{f(x)}$. Решение такого уравнения на области определения сводится к совокупности:

$$\begin{cases} a(x) = b(x) \\ f(x) = 0 \end{cases}$$

Пример: Решить уравнение $\left(\frac{x-4}{x}\right)^{x^2+3x-10} = \left(\frac{2x+10}{x+4}\right)^{x^2+3x-10}$

Решение.

а) Рассмотрим случай, когда равны основания степеней:

$$\frac{x-4}{x} = \frac{2x+10}{x+4}$$

$$(x-4)(x+4) = x(2x+10)$$

$$x^2 + 10x + 16 = 0$$

$$x = -8 \text{ или } x = -2$$

Проверим (подстановкой), принадлежат ли эти значения области определения исходного уравнения:

При $x = -8$:

$$\left(\frac{(-8) - 4}{(-8)}\right)^{(-8)^2 + 3(-8) - 10} = \left(\frac{2(-8) + 10}{(-8) + 4}\right)^{(-8)^2 + 3(-8) - 10}$$

$$\left(\frac{3}{2}\right)^{30} = \left(\frac{3}{2}\right)^{30} - \text{верно.}$$

Значит $x = -8$ – корень уравнения.

При $x = -2$

$$\left(\frac{(-2) - 4}{(-2)}\right)^{(-2)^2 + 3(-2) - 10} = \left(\frac{2(-2) + 10}{(-2) + 4}\right)^{(-2)^2 + 3(-2) - 10}$$

$3^{-12} = 3^{-12}$ – верно. Значит $x = -2$ – корень уравнения.

б) Рассмотрим случай, когда показатель степени равен нулю:

$$x^2 + 3x - 10 = 0$$

$$x = -5 \text{ или } x = 2$$

Проверим (подстановкой), принадлежат ли эти значения области определения исходного уравнения:

При $x = -5$

$$\left(\frac{(-5) - 4}{(-5)}\right)^{(-5)^2 + 3(-5) - 10} = \left(\frac{2(-5) + 10}{(-5) + 4}\right)^{(-5)^2 + 3(-5) - 10}$$

$1,8^0 = 0^{-0}$ – выражение не имеет смысла. Значит $x = -5$ не является корнем уравнения.

При $x = 2$

$$\left(\frac{2 - 4}{2}\right)^{2^2 + 3 \cdot 2 - 10} = \left(\frac{2 \cdot 2 + 10}{2 + 4}\right)^{2^2 + 3 \cdot 2 - 10}$$

$(-1)^0 = \left(\frac{7}{3}\right)^0$ – верно. Значит $x = 2$ – корень уравнения.

Ответ: $x_1 = -8, x_2 = -2, x_3 = 2$.

1.3 Анализ учебников по алгебре и началам анализа по теме «Показательные уравнения»

В ходе комплексного анализа содержания тематики «Показательные уравнения», представленной в образовательных планах для старших классов, было проведено исследование нескольких учебников по алгебре. Результаты анализа выявили как общие черты, так и разнообразие учебных материалов, наряду с однородностью методов преподавания, применяемых в рамках одних и тех же изданий. В итоговом отчёте составлен перечень учебников, рекомендуемых для десятых и одиннадцатых классов общеобразовательных учреждений, который включает следующие наименования:

- Мордкович А.Г., Семенов П.В. «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы».
- Алимов Ш.А., Колягин Ю.М., Ткачева М.В. «Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы».
- Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс, 11 класс».

Учебное пособие «Алгебра и начало математического анализа», составленное А.Г. Мордковичем и П.В. Семеновым, нацелено на обучающихся старших классов и охватывает основные разделы алгебры и математического анализа, включая функции, уравнения и неравенства. Задания в пособии варьируются по степени сложности, способствуя углублению теоретических знаний и развитию логического мышления.

Структура учебника представляет собой гармоничное сочетание теоретического материала и практических задач, что обеспечивает глубокое усвоение как алгебраических, так и аналитических методов. В соответствии с образовательными стандартами пособие включает большое количество

примеров с подробными пояснениями, а также дополнительные материалы, позволяющие более детально изучить рассматриваемые темы.

Настоящее учебник состоит из шести глав. Первый раздел посвящён n -ой степени действительного числа, где рассматриваются его ключевые свойства. Далее обсуждаются темы, связанные с показателями. Подробно анализируются характеристики показательной функции и её график. Решения показательных уравнений и неравенств представлены в седьмом разделе под названием «Показательная и логарифмическая функции». Этот раздел охватывает девять параграфов.

При рассмотрении темы, изначально вводится определение показательного уравнения. Показательным уравнением называют уравнения вида: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ где a – положительное число, отличное от 1, и уравнения сводящиеся к нему. Далее дана теорема решения показательного уравнения с одинаковыми основаниями. После теоремы автор предлагает рассмотреть несколько примеров с подробным решением показательных уравнений. Даны несколько примеров.

Пример 1: $3^{2x-4} = 81$.

Пример 2: $\frac{(0,3)^{x-0,5}}{\sqrt{8}} = 8 \cdot 0,08^{x-2}$.

Пример 3: $(5^x)^2 + 2 \cdot 5^x - 25 = 0$.

Пример 4: $6^{2x+2\sqrt{x^2-4}} - 5 \cdot 6^{x+\sqrt{x^2-4}} = 6$.

В данном разделе учебника представлены методы решения показательных уравнений. Среди них выделяются графический метод, сравнительный анализ, замена переменных и операции логарифмирования. Рассматривается алгоритм работы с системами однородных уравнений, дополненный конкретным примером его реализации. В разделе «Показательные уравнения и неравенства» решаются задачи, сосредоточенные на определении корней как одиночных, так и множества уравнений одновременно.

Следующий раздел, третий в нашем учебном пособии из тринадцати глав, будет посвящён изучению свойств показателей. В данном разделе приведены примеры показательных уравнений и неравенств. Сначала анализируются свойства показательной функции, сопровождающиеся графическим изображением, а затем представлены примеры, служащие иллюстрацией формулировки теорем и определений. Итоги решения ряда примеров приведены в компактном формате.

Учебное пособие «Алгебра и начало математического анализа. 10-11 классы», созданное Алимовой Ш.А., Колягиным Ю.М. и Ткачевой М.В., направлено ученикам старших классов и предполагает изучение базовых математического анализа. Практическое руководство «Алгебра и начала математического анализа», подготовленное под редакцией Алимова Ш.А. и Колягиным Ю.М., охватывает разнообразные темы и предлагает задачи, сопоставимые по уровню сложности с аналогичными источниками.

Следует отметить, что в традиционных учебных пособиях по алгебре зачастую отсутствует систематизация заданий по уровням сложности, однако изучаемый материал эффективно готовит к вступительным экзаменам в высшие учебные заведения, предъявляющим строгие требования к математическим знаниям, благодаря акценту на решении сложных задач.

Пример 1: $16 \cdot 2^x = 1$.

Пример 2: $4^{3x} \cdot 3^x = 576$.

Пример 3: $2^{x+1} - 2 \cdot 2^{x-2} = 25$.

Пример 4: $6^x = 9^x$.

Пример 5: $3 \cdot 2^{x+1} + 2 \cdot 5^{x-2} = 5^x + 2^{x-2}$.

Пример 6: $\left(\frac{1}{3}\right)^x = x - \frac{8}{3}$.

В разделе, посвящённом показателям, подробно рассматриваются методы решения уравнений и неравенств, такие как замена переменной, вынос общего множителя и систематизация показателей. Далее представлен ряд практических

заданий, включающих в себя: вычисление значений переменных, подтверждение единственности решения при заданном значении, визуальный анализ уравнений и решение систем уравнений. Примеры решений предшествуют постановке заданий, что способствует лучшему усвоению изучаемого материала.

Авторы учебного пособия «Алгебра и начала математического анализа. 10 класс, 11 класс» — Никольский С.М., Потапов М.К., Решетников Н.Н., Шевкин А.В. — разработали содержание в соответствии с современными образовательными стандартами, которые предполагают дифференциацию процесса обучения. Данное пособие предназначено для решения задач, охватывающих широкий спектр подготовки учащихся по математике.

Первая глава пособия посвящена уравнениям и неравенствам с показателями. Изучение начинается с определения простейших уравнений, где a обозначает положительное число, отличное от единицы, а b — любое действительное число. Затем проводится систематический анализ методов решения с практическими примерами.

Каждый раздел включает теоретические материалы, разнообразные примеры и практические задания, способствующие глубокому пониманию темы. Заключительный раздел содержит задания для закрепления изученного материала и подготовки к контрольным мероприятиям, что способствует формированию прочной основы для дальнейшего освоения профильных дисциплин.

Пример 1: $\left(\frac{1}{2}\right)^x = 2.$

Пример 2: $7^x = 5.$

Пример 3: $13^x = -13.$

Пример 4: $7^{x+2} - 2 \cdot 7^x - 3 \cdot 7^{x+1} = 210.$

Пример 5: $16 \cdot 3^x - 81 \cdot 2^x = 0.$

Для эффективного освоения логарифмических и показательных функций необходимо применить системный подход, который включает в себя как разрешение уравнений и неравенств, так и исследование их взаимозависимостей. Применение замены переменной в процессе решения уравнений даёт возможность исследовать данные функции.

В учебном пособии, посвящённом разделу «Показательные уравнения», представлены задачи для самостоятельного решения, включая как нахождение ответов на уравнения, так и определение значений переменных в рамках заданной системы уравнений.

Разнообразие методических стратегий, применяемых в процессе освоения данного раздела, способствует формированию множества способов его изучения. Алгоритмы, представленные в учебных пособиях по данной тематике, зачастую имеют заметное сходство. Наибольшее внимание разделу «Показательные уравнения» уделяют учебные пособия, разработанные А.Г. Мордковичем и П.В. Семёновым, которые предназначены для старшеклассников, обучающихся в 10-11 классах.

ГЛАВА II МЕТОДИЧЕСКИЕ АСПЕКТЫ ИЗУЧЕНИЯ ТЕМЫ «ПОКАЗАТЕЛЬНЫЕ УРАВНЕНИЯ» В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

2.1 Методические аспекты изучения темы «Показательные уравнения»

Согласно предложениям школьной программы, изучение показательных уравнений проходит поэтапно, что способствует постепенному освоению материала.

На начальном этапе ученики знакомятся с понятием степени числа, рассматривая как определение и свойства степеней, так и практические примеры их применения в математических вычислениях. При этом основное внимание уделяется тому, что степень числа иллюстрирует процесс многократного умножения этого числа на саму себя.

Следующий этап заключается в изучении простейших показательных уравнений, что содействует укреплению базовых навыков работы с показательной функцией. В дальнейшем учебная программа включает задачи на решение уравнений с использованием свойств степеней, что повышает уровень усвоения материала.

Заключительный этап охватывает изучение систем показательных уравнений, что приводит к углублению предметных знаний и подготовке учащихся к решению более сложных математических задач.

При изучении теоретических аспектов необходима тщательная проработка методических особенностей, при этом особое внимание следует уделять активному вовлечению старшеклассников в учебный процесс. Примеры, способствующие эффективному усвоению материала, могут включать групповые задания, совместный разбор задач и коллективное решение проблем на доске. Интерактивные формы обучения способствуют более глубокому пониманию

учебного материала и стимулируют познавательную активность, используя проблемные ситуации как инструмент повышения мотивации.

Долговременное использование реальных примеров, имеющих практическое приложение, оправдано на занятиях по темам, связанным с показательными функциями в таких областях, как физика, биология и экономика, поскольку это позволяет студентам осознать актуальность и значимость изучаемого материала.

Методические рекомендации для учителей старших классов подразумевают применение дифференцированного подхода учитывая уровень подготовки старшеклассников и индивидуального подбора заданий: для учеников демонстрирующих высокие результаты, могут быть предусмотрены задания повышенной сложности, это способствует более глубокому освоению учебного материала.

Углублённое изучение раздела «Показательные уравнения» обуславливает необходимость подбора учебных материалов, адекватно отражающих широкий спектр образовательного процесса. Включение заданий с различной степенью сложности способствует не только закреплению теоретических знаний, но и формированию навыков их практического применения.

На начальном этапе рассматриваются простейшие уравнения с показателями, решаемые с использованием определения степени и свойств, связанных с ней. На среднем этапе учащиеся получают опыт решения уравнений, содержащих логарифмические выражения, а также задач, требующих применения методов подстановки или изменения переменных. На продвинутом уровне рассматриваются системы показательных уравнений, а также задачи с иррациональными выражениями и другими сложными компонентами.

Регулярное проведение тестирования и контрольных работ позволяет не только оценить уровень усвоения материала, но и выявить пробелы в знаниях. Тесты, включающие задания различной сложности, направлены на всех учащихся.

Информационные технологии значительно улучшили процесс изучения математики, усилив интерес к предмету, в связи с чем повысилось усвоение учебного материала. Использование интерактивных досок и специализированных программ, помогает лучше визуализировать решения уравнений и демонстрации свойств показательных функций. Задания с анимационными элементами способствуют более глубокому пониманию процессов, возникающих при решении уравнений.

В настоящее время существует широкий выбор интернет-ресурсов, которые предполагают интерактивные курсы и разнообразные математические задания. Такие платформы как «ЯКласс» и «Решу ЕГЭ», предлагают задания различной степени сложности, что способствует качественной подготовке учащихся к экзаменам. Онлайн-тесты и тренировочные варианты позволяют осуществлять самостоятельную работу с мгновенной проверкой.

Видеолекции и вебинары, проводимые преподавателями и экспертами, эффективно дополняют традиционные формы обучения, предоставляя учащимся возможность разобраться в сложных аспектах математической теории и практики. Таким образом, информационно-коммуникационные технологии делают изучение математики более доступным и эффективным, особенно в условиях современного образовательного пространства.

2.2 Показательные уравнения в заданиях ЕГЭ и их анализ

Решение показательных уравнений следует считать одной из важнейших тем экзаменационных материалов Единого государственного экзамена (ЕГЭ), так как для успешной сдачи экзамена требуется не только глубокое понимание ключевых аспектов теории показательных функций, но и уверенное владение навыками работы с показательными и логарифмическими выражениями. Уравнения аналогичного типа включаются как в базовую, так и в профильную части экзамена, что подчеркивает необходимость их изучения всеми выпускниками независимо от уровня первоначальной подготовки.

Основные типы показательных уравнений, которые встречаются в ЕГЭ:

1. **Простые показательные уравнения:** $a^x = b$, где $a > 0$, $a \neq 1$.
2. **Уравнения, сводящиеся к простейшим через преобразования:** $\left(\frac{a}{b}\right)^x = c$.
3. **Показательно-степенные уравнения:** уравнения вида: $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$ где $f(x)$ и $g(x)$ — функции.
4. **Логарифмические уравнения:** которые могут быть преобразованы в показательную форму.
5. **Сложные уравнения с использованием свойств степеней:** такие как $(a^x + b)^y = c$.

В разделе «Показательные уравнения» представлена группа заданий, отличающихся уровнем сложности. Степень сложности задач изменяется в зависимости от года проведения экзамена и предъявляемых квалификационных требований.

Базовый уровень подразумевает задачи на решение простых показательных уравнений, при которых определение значения показателя осуществляется непосредственно.

Повышенный уровень требует использования свойств степеней, логарифмических функций или работы с иррациональными выражениями.

Высокий уровень включает задачи с несколькими переменными, системы уравнений с показательными выражениями, а также уравнения, решение которых требует замены переменных.

Задания, требующие глубокого осмысления предмета и изучения различных подходов к решению, способствуют повышению эффективности участников. Анализ экзаменационных работ по математике в разделе «Показательные уравнения» выявил ряд распространённых ошибок среди обучающихся.

К числу наиболее частых проблем можно отнести недостаточное усвоение свойств степеней, что ведёт к ошибкам в применении математических правил. Кроме того, решение логарифмических уравнений нередко сопровождается ошибками, обусловленными неверным использованием логарифмических свойств и неполной интерпретацией равенства логарифма нуля.

Некоторые учащиеся пренебрегают проверкой области допустимых значений: проверка области определения после нахождения корней уравнения не проводится. Ошибки также проявляются в неверном выборе стратегии решения; например, при решении комплексных уравнений участники чаще предпочитают метод подбора, несмотря на то что методы подстановки или логарифмирования демонстрируют более высокую эффективность.

Рассмотрим задания из ЕГЭ, которые содержат примеры на решение показательных уравнений 2023 - 2024 г. Задачи на решение показательных уравнений встречаются как в первой части, так и во второй части. В первой части в основном предлагают решить простейшие показательные уравнения в задании №6. Во второй части встречаются более сложные показательные уравнения. Также во второй части могут встречаться комбинированные уравнения, т.е. быть показательными и рациональными, показательными и иррациональными, показательными и тригонометрическими, показательными и

логарифмическими и т.д. Такие задания, как правило, встречаются в задании №13.

Примеры заданий первой части ЕГЭ №6:

Пример 1: $3^{x+11} = 27$;

Пример 2: $4^x = \frac{1}{2}$;

Пример 3: $(\frac{1}{6})^{x-2} = 6^x$;

Пример 4: $(\sqrt{2})^{x^4x-3} = 2$.

Примеры заданий второй части ЕГЭ №13:

Пример 1: а) Решить уравнение $2 \cdot 16^{\cos x} - 9 \cdot 4^{\cos x} + 4 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-3\pi; -\frac{3\pi}{2}]$

Пример 2: а) Решить уравнение $9^{\cos x} + 9^{-\cos x} = \frac{10}{3}$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$

Пример 3: а) Решить уравнение $9^{\sin x} = 3^{\cos(\frac{3\pi}{2}+x)} + 6$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$

Эффективное усвоение математических задач требует как теоретической подготовки, так и способности адаптировать подходы к решению, учитывая специфику поставленных задач; подготовка к ЕГЭ в области показательных уравнений охватывает несколько ведущих направлений.

Приоритет следует отдать теоретической подготовке: доскональное изучение свойств степеней и логарифмов, а также постоянное совершенствование практических навыков оказывают решающее влияние на успешность выполнения экзаменационных заданий.

Регулярный анализ ошибок, возникающих при решении задач, способствует выявлению недостатков, что, в свою очередь, позволяет снизить

вероятность их повторного появления; такая практика формирует у учащихся критическое мышление и способность к самоанализу.

Тренировка на пробных вариантах ЕГЭ способствует не только адаптации к экзаменационному формату, но и укреплению уверенности в собственных силах, что особенно важно в условиях стрессовой ситуации.

Увеличение скорости решения задач остаётся важным компонентом подготовки, поскольку строгие временные ограничения на экзамене требуют умения оперативно находить правильные ответы, что существенно повышает шансы на успешное прохождение аттестации.

Пример оценивания решений задания 13

а) Решить уравнение $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$.

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие промежутку $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$

Ответ: а) $\pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}; \frac{\pi}{3} + 2\pi l, l \in \mathbb{Z}; -\frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z};$ б) $3\pi; \frac{11\pi}{3}$.

$9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$
 $9 \cdot (9^{\cos x})^2 - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$
 $9^{\cos x} = t$, тогда
 $9t^2 - 28t + 3 = 0$
 $D = 784 - 108 = 676$
 $t = \frac{28 \pm 26}{18}$ $t_1 = \frac{1}{9}$ $t_2 = 3$
 $9^{\cos x} = \frac{1}{9}$ $9^{\cos x} = 3$
 $9^{\cos x} = 9^{-1}$ $3^{\cos x} = 3^1$
 $\cos x = -1$ $2 \cos x = 1$ $\cos x = \frac{1}{2}$
 $x = \pi + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$ $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$, объединяя
 x_1 и x_2 получаем $x = \frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$
 б) $\frac{11\pi}{3}; 3\pi; 4\pi \in [\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$
 Ответ: а) $\frac{\pi}{3} + \frac{2\pi k}{3}, k \in \mathbb{Z}$, б) $3\pi, \frac{11\pi}{3}, 4\pi$.

Рисунок 2 – Пример оценивания задания (1)

Комментарий.

Обоснованно получен верный ответ в пункте а. При отборе корней отсутствует решение и ошибочно указано число, которое не является корнем тригонометрического уравнения.

Оценка эксперта: 1 балл.

а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$
 $9 \cdot 3^{4 \cos x} - 28 \cdot 3^{2 \cos x} + 3 = 0$
Положим $3^{2 \cos x} = t$, то $9 \cdot t^2 - 28 \cdot t + 3 = 0$
 $D = 784 - 4 \cdot 9 \cdot 3 = 676$
 $t_1 = \frac{28 - 26}{18} = \frac{1}{9}$
 $t_2 = \frac{28 + 26}{18} = 3$
 $3^{2 \cos x} = \frac{1}{9}$
 $3^{2 \cos x} = 3^{-2}$
 $\cos x = -1$
 $x = \pm \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
б) $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$
 $x = \frac{\pi}{3} + 2\pi k$, не подходит.
1. $x = -\frac{\pi}{3} + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $2,5\pi < -\frac{\pi}{3} + 2\pi k < 4\pi \quad | : \pi$
 $2,5 < -\frac{1}{3} + 2k < 4$
 $2\frac{5}{6} + \frac{2}{6} < 2k < 4\frac{1}{3} \quad | : 2$
 $1\frac{5}{6} < k < 2\frac{1}{3}$
 $\Rightarrow k = 2 \quad x = -\frac{\pi}{3} + 4\pi = \frac{11\pi}{3}$
2. $x = \pi + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$
 $2,5\pi < \pi + 2\pi k < 4\pi \quad | : \pi - 1$
 $2,5 - 1 < 2k < 4 - 1 \quad | : 2$
 $0,75 < k < 1,5$
 $\Rightarrow k = 1$
 $x = \pi + 2\pi = 3\pi$
3. $x = \pi + 2\pi k$
 $2,5\pi < \pi + 2\pi k < 4\pi \quad | : \pi$
 $1,75 < k < 2,5$
 $\Rightarrow k = 2$
 $x = \pi + 4\pi = 5\pi$
Ответ: $x = 3\pi, x = \frac{11\pi}{3}$

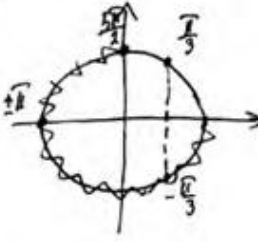


Рисунок 3 - Пример оценивания задания (2)

Комментарий.

В записи корней первого тригонометрического уравнения содержится дублирующаяся запись корней, но ошибки в этом нет. Получен верный ответ в пункте а. При отборе корней допущены ошибки при делении $2\frac{5}{6}$ и $4\frac{1}{3}$ на 2.

Оценка эксперта: 1 балл.

а) $9 \cdot 81^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$
 $9 \cdot (9^2)^{\cos x} - 28 \cdot 9^{\cos x} + 3 = 0$
Пусть $9^{\cos x} = t$, тогда:
 $9t^2 - 28t + 3 = 0$
 $D = (-28)^2 - 4 \cdot 9 \cdot 3 = 784 - 108 = 676$
 $t_1 = \frac{28-26}{2 \cdot 9} = \frac{2}{18} = \frac{1}{9}$; $t_2 = \frac{28+26}{2 \cdot 9} = \frac{54}{18} = 3$
Вернемся к замене: $9^{\cos x} = \frac{1}{9}$ или $9^{\cos x} = 3$
 $\cos x = -1$ или $(3^2)^{\cos x} = 3^1$
 $x = \pi + 2\pi d, d \in \mathbb{Z}$ $2 \cos x = 1$
 $\cos x = \frac{1}{2}$
 $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$

б) $[\frac{5\pi}{2}; 4\pi]$
 $\frac{5\pi}{2} \leq \frac{\pi}{3} + 2\pi n \leq 4\pi$; $\frac{5\pi}{2} \leq -\frac{\pi}{3} + 2\pi k \leq 4\pi$ $\frac{5\pi}{2} \leq \pi + 2\pi d \leq 4\pi$
 $\frac{5}{2} \leq \frac{1}{3} + 2n \leq 4, n \in \mathbb{Z}$ $\frac{5}{2} \leq -\frac{1}{3} + 2k \leq 4, k \in \mathbb{Z}$ $\frac{5}{2} \leq 1 + d \leq 4, d \in \mathbb{Z}$
 $2\frac{1}{6} \leq 2n \leq 3\frac{2}{3}, n \in \mathbb{Z}$ $2\frac{5}{6} \leq 2k \leq 4\frac{1}{3}, k \in \mathbb{Z}$ $1\frac{1}{2} \leq d \leq 3, d \in \mathbb{Z}$
 $1\frac{1}{12} \leq n \leq 1\frac{5}{6}, n \in \mathbb{Z}$ $1\frac{5}{12} \leq k \leq 2\frac{1}{6}, k \in \mathbb{Z}$ $d = 2, 3$
 n - нет чисел $k = 2$ $x_2 = \pi + 2\pi = 3\pi$
 $x_1 = -\frac{\pi}{3} + 2 \cdot 2\pi = \frac{11\pi}{3}$ $x_3 = \pi + 4\pi = 5\pi$

Ответ: а) $x = \pi + 2\pi d, d \in \mathbb{Z}$; $x = \pm \frac{\pi}{3} + 2\pi n, n \in \mathbb{Z}$;
б) $x_1 = \frac{11\pi}{3}$; $x_2 = 3\pi$; $x_3 = 5\pi$

Рисунок 4 - Пример оценивания задания (3)

Комментарий.

Тригонометрическое уравнение $\cos x = -1$ решено неверно.

Оценка эксперта: 0 баллов.

Таким образом, подготовка к ЕГЭ по теме «Показательные уравнения» должна предусматривать системный подход и постоянное совершенствование навыков решения математических задач, что обеспечит высокую степень готовности к экзамену.

2.3 Разработка сайта «Показательные уравнения»

Проект предполагает создание онлайн-платформы, ориентированной на поддержку старшеклассников в изучении показательных уравнений, которая включает в себя несколько ключевых направлений:

- Предоставление высококачественных учебных материалов, полностью посвящённых теме показательных уравнений.
- Формирование интуитивно понятного и доступного интерфейса, способствующего самостоятельному изучению материала и решению практических задач.
- Внедрение разнообразных образовательных инструментов, включая интерактивные тренажёры и тесты, что позволит осуществить более глубокое усвоение материала.
- Повышение уровня математической грамотности старшеклассников за счет использования новейших педагогических технологий, то есть совместное использование инновационных подходов в процесс обучения.

Веб-платформа предназначена для содействия обучающимся в освоении темы «Показательные уравнения» и включает в себя разнообразные образовательные ресурсы. Структура сайта организована по основным рубрикам, что значительно облегчает восприятие информации.

На главном экране представлено сжатое описание функционала платформы и удобное навигационное меню, обеспечивающее лёгкий переход между разделами. Теоретическая часть включает в себя подробное изложение основ показательных уравнений, дополненное примерами различной степени сложности.

Сайт разделен на следующие основные разделы:

1. **Главная страница:**
 - Краткое описание содержания сайта.
 - Навигационное меню для перехода к различным разделам.

2. **Теоретическая часть:**

- Подробное, а главное понятное изложение основ теории показательных уравнений.

- Различные примеры решения простых и усложненных показательных уравнений.

3. **Интерактивные тренажёры:**

- Специальные тест для тренировки навыков решения показательных уравнений.

- Мгновенная проверка правильности решения

4. **Форум и чат поддержки:**

- Ссылка на страницу создателя, для обратной связи.

- Возможность задать вопрос и получить помощь от преподавателей или других пользователей.

Для обеспечения качественного образовательного процесса на сайте планируется размещение следующих материалов:

1. **Видеоуроки:**

- Вводный курс по показательным уравнениям.

- Решение некоторых типов показательных уравнений.

- Советы по подготовке к экзаменам.

2. **Интерактивные тренажёры:**

- Практические задания для отработки основных навыков решения показательных уравнений.

- Задачи с постепенным увеличением уровня сложности.

- Игровые элементы для повышения мотивации учащихся.

3. **Тесты и контрольные работы:**

- Тесты с автоматическим подсчётом результата.

- Контрольные работы, моделирующие реальные экзаменационные задания.

- Индивидуальные отчёты с рекомендациями по дальнейшей подготовке.

Эти материалы будут регулярно обновляться и дополняться новыми учебными ресурсами для поддержания актуальности и соответствия современным требованиям образования.

Интерактивные тренажёры предоставляют пользователям практические инструменты для закрепления методов решения показательных уравнений, обеспечивая мгновенную проверку результатов и получение отзывов. При этом обучающиеся могут ознакомиться с итогами тестирования и получать рекомендации по совершенствованию своих навыков.

Форум и служба поддержки функционируют как коммуникационные площадки, позволяющие пользователям задавать вопросы и получать квалифицированные ответы. Контактные данные разработчиков и форма обратной связи способствуют улучшению взаимодействия с клиентами и оперативному решению возникающих проблем.

С целью повышения эффективности обучения предусмотрено дополнение курсов видеоматериалами, охватывающими вводные занятия и рекомендации по подготовке к экзаменам. Интерактивные тренажёры объединяют задания с возрастающей сложностью и игровые элементы, способствуя повышению мотивации обучающихся.

Тесты с автоматизированным подсчётом результатов и контрольные работы, следуя формату экзаменационных заданий, сопровождаются индивидуальными отчётами с рекомендациями по подготовке, что делает процесс обучения более структурированным и целенаправленным.

Разработанный интернет-ресурс, ориентированный на совершенствование математического образования, продемонстрировал свою эффективность в ходе исследования, проведённого среди старшеклассников, в рамках которого оценивались уровень усвоения теоретических основ, навыки решения практических задач, а также степень мотивации к изучению математики.

В процессе эксперимента участники были разделены на две группы: экспериментальную, использующую данный ресурс, и контрольную, продолжающую обучение по традиционной программе. Контрольные замеры включали начальную диагностику, промежуточные проверки и итоговую оценку по завершении курса, при этом результаты экспериментальной группы значительно превысили показатели контрольной по итогам обучения.

Применение нового образовательного ресурса способствовало более глубокому усвоению темы «Показательные уравнения» и продемонстрировало высокий уровень успеха в решении практических задач, одновременно способствуя укреплению интереса к математике и увеличению уверенности учащихся в собственных способностях.

Таким образом, разработанный ресурс подтвердил свою эффективность как надёжное средство в области математического обучения и рекомендован для внедрения на уровне школьного образования, а также в других образовательных учреждениях. Регулярное обновление и дополнение ресурса новыми научными материалами обеспечивает его соответствие современным образовательным стандартам и требованиям.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Показательные уравнения занимают центральное место в школьном математическом курсе, способствуя формированию математической грамотности учащихся. Изучение данной темы охватывает множество аспектов методики преподавания, начиная от принципов формирования показательных уравнений и заканчивая анализом решений и структурой учебного материала.

В ходе проведенного исследования были успешно решены все поставленные задачи.

1) Была выполнена классификация показательных уравнений, были определены их основные виды и определены наиболее эффективные методы их решения. Особое внимание выделено таким методам, как введение новой переменной, вынесение общего множителя за скобки, функционально-графический подход и метод логарифмирования.

2) Был проведен сравнительный анализ учебников и учебно-методических пособий по алгебре и началам анализа, используемых в школах. Выявлены положительные и отрицательные стороны каждого издания.

3) Исследована структура и уровни сложности заданий единого государственного экзамена (ЕГЭ) по показательным уравнениям. Результаты исследования показали, что задания повышенной и высокой сложности, требующие использования знаний в области логарифмических функций, являются наиболее трудными для обучающихся.

4) Определены оптимальные формы и методы подачи материала, направленных на успешную подготовку выпускников к государственным экзаменам. Результаты исследования свидетельствуют о том, что наиболее результативным подходом является интеграция классических образовательных методик с инновационными информационными технологиями. К последним можно отнести использование электронных образовательных платформ, интерактивных тестовых заданий и интернет-ресурсов, которые способствуют

активизации самостоятельной учебной деятельности учеников, учитывая их индивидуальные образовательные потребности.

5) Создан специализированный веб-ресурс, содержащий учебные материалы, тестовые задания и тренажёры для самостоятельного изучения и закрепления навыков решения показательных уравнений. На данной платформе размещены учебные ресурсы, включая теоретические материалы, задания для контроля знаний и практические упражнения, предназначенные для самостоятельного изучения и совершенствования навыков решения уравнений с показателями. Целью создания веб-сайта является стимулирование самостоятельной образовательной деятельности учащихся, а также предоставление инструментов, способствующих повышению их мотивации и улучшению качества подготовки к предстоящим экзаменационным испытаниям.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННОЙ ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алимов Ш. А. Алгебра и начала математического анализа. 10-11 классы : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый уровень / Ш. А. Алимов, Ю. М. Колягин, М. В. Ткачева [и др.]; 18-е изд. М. : Просвещение, 2012. 464 с.
2. Бакашева А. Б., Бачаева И. Р. Формирование умений решать показательные уравнения в школьном курсе математики // Актуальные вопросы физико-математического образования. 2021. С. 75–82.
3. Кудрявцев И. И., Халикова Р. В. Приёмы решения степенно-показательных уравнений в школьном курсе математики // Вестник Российского университета дружбы народов. 2022. № 3. С. 88–96.
4. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов / под ред. И. В. Ященко [и др.]; М. : Издательство «Национальное образование», 2025. 224 с.
5. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа. 10-11 кл. : в двух частях. Ч. 1 : Учеб. для общеобразоват. учреждений. / А. Г. Мордкович [и др.]; 14-е изд. М. : Мнемозина, 2013. 400 с.
6. Мордкович А. Г. Алгебра и начала анализа : 11 класс. В 2 ч. Ч. 2 Задачник для учащихся общеобразовательных учреждений (профильный уровень) / под ред. А. Г. Мордковича [и др.]; 3-е изд., стер. М. : Мнемозина, 2013. 264 с.
7. Никольский С. М. Алгебра и начала анализа : учеб. Для 10 кл. общеобразоват. учреждений / С. М. Никольский [и др.]; М. : Просвещение, 2009. 383 с.
8. Никольский С. М. Алгебра и начала математического анализа. 11 класс : учеб. для общеобразоват. учреждений : базовый и профил. уровни / С. М. Никольский [и др.]; 8-е изд. М. : Просвещение, 2009. 464 с.

9. Рисберг В. Г. Решение показательных и логарифмических уравнений, неравенств и систем уравнений повышенного и высокого уровня сложности. Ч.1. Пермь : Пушка, 2015. 56 с.

10. Усманова Л. Ф. Анализ заданий ЕГЭ по показательным уравнениям : методический аспект // Современные проблемы науки и образования. 2022. № 4. С. 112–119.

11. Федеральная служба государственной статистики (Росстат). Образование : основные показатели по федеральным округам и субъектам Российской Федерации за 2022 г. // Статистический сборник. 2023. С. 134 URL : <https://rosstat.gov.ru/statistics/education> (дата обращения : 13.12.2024)

12. Ященко И. В. ЕГЭ. Математика. Профильный уровень : типовые экзаменационные варианты : 36 вариантов / И. В. Ященко [и др.]; М. : Издательство «Национальное образование», 2017. 256 с.

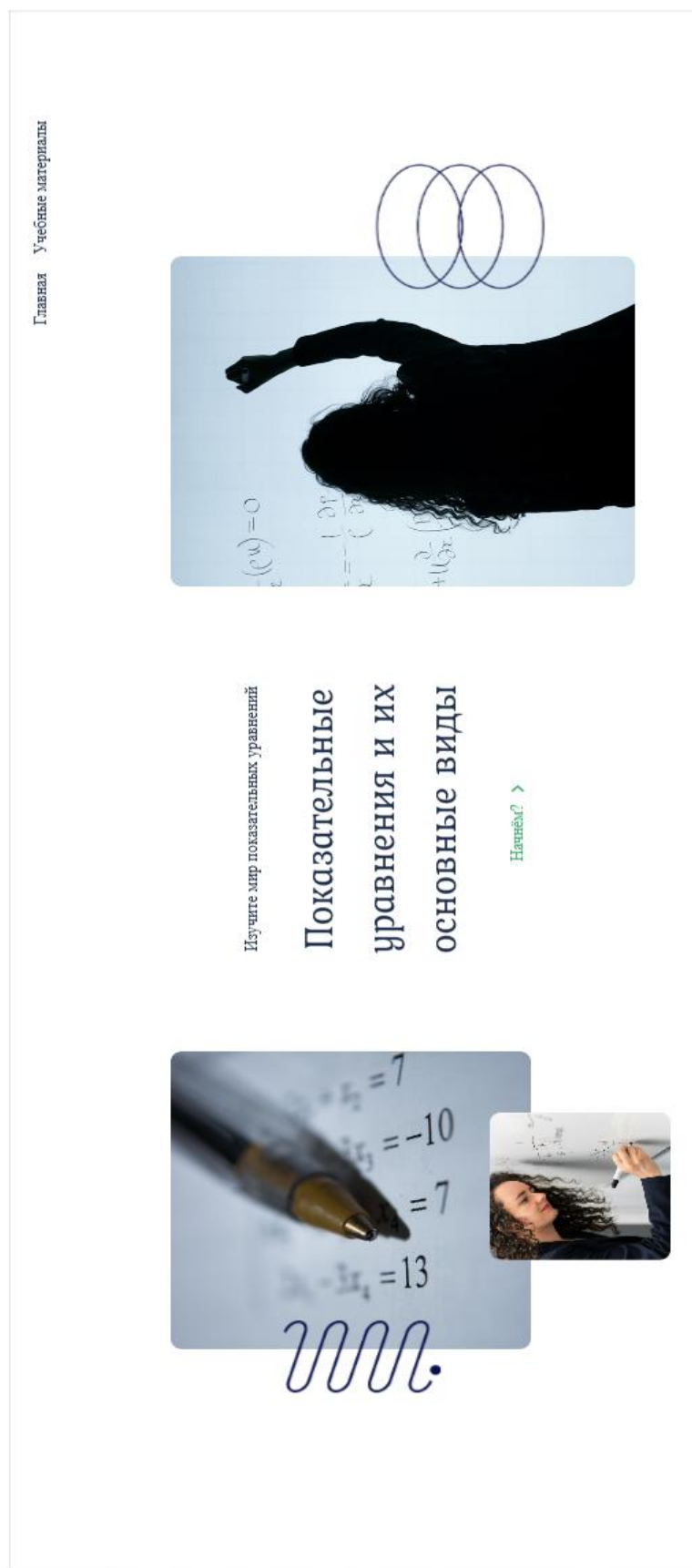
ПРИЛОЖЕНИЕ 1

Qr-код сайта «Показательные уравнения»



ПРИЛОЖЕНИЕ 2

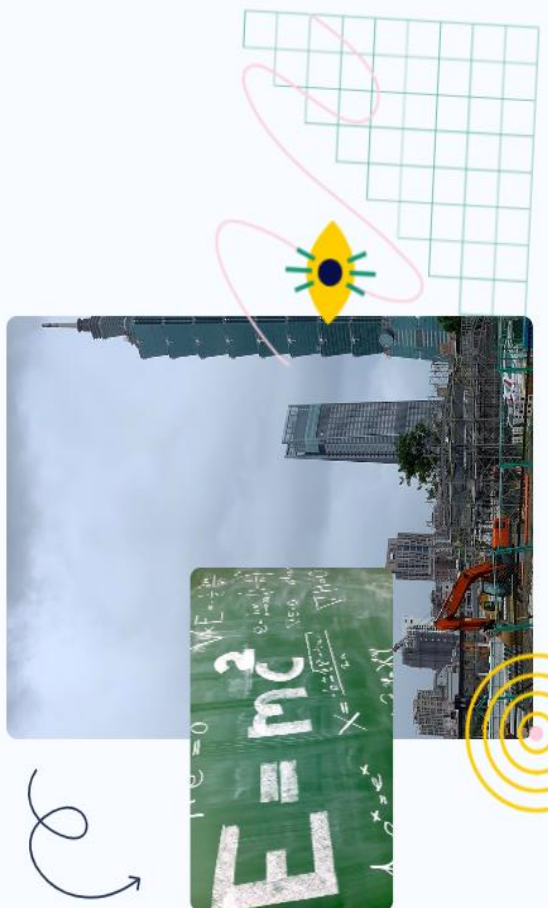
Скриншоты сайта «Показательные уравнения»



О Показательных уравнениях и их основных видах

Добро пожаловать в мир показательных уравнений, где мы специализируемся на изучении различных видов показательных уравнений! Здесь вы найдете все необходимые знания о простейших, а также о более сложных показательных уравнениях. Наша команда готова помочь вам разобраться в этих математических концепциях и подготовиться к ЕГЭ с использованием тестов и практических заданий с ФИПИ. Исследуйте с нами мир показательных уравнений и достигайте новых высот в математике!

Теория >



С чего начнём?

На первом этапе нашего знакомства с показательными уравнениями и их разнообразными видами, важно не только понять их структуру, но и вспомнить, что такое показательная функция и какие ключевые свойства ей присущи. Показательная функция, как мы знаем, является одной из основных математических функций, в которой переменная находится в показателе степени. Она обладает уникальными свойствами, такими как быстрое возрастание или убывание, в зависимости от основания степени. Эти характеристики делают ее незаменимой в различных областях науки и техники, что подчеркивает важность глубокого понимания данного понятия.

Присутствует



Главная Учебные материалы

Свойства степеней

Не стоит забывать и про свойства степеней, они играют важную роль в изучении показательных уравнений, помогают преобразовывать уравнения, содержащие степени, и находить корни.

С натуральными показателями

С целыми показателями

С рациональными показателями

- 1) $a^1 = a;$
- 2) $a^m \cdot a^n = a^{m+n};$
- 3) $a^m : a^n = a^{m-n} \ (a \neq 0);$
- 4) $(a^m)^n = a^{mn};$
- 5) $a^m b^n = (ab)^n;$

Активация Windows
Чтобы активировать Windows, перейдите в раздел "Параметры".

Учебные материалы

Теория

С помощью нашего обширного материала и экспертных знаний мы предлагаем подробное изучение различных видов показательных уравнений, чтобы вы могли глубже понять эту тему и успешно применить её на практике.

[Познакомиться](#) >

Практика

Наши опытные преподаватели предоставляют персонализированную поддержку на каждом этапе обучения, от начальных понятий до сложных задач, обеспечивая легкость и комфорт в процессе изучения.

[Порешаем](#) >

Задачи с ФИПИ

Мы предлагаем ценный анализ различных типов уравнений и их решений, помогая вам понять уникальные характеристики каждого вида и выбрать подходящий метод для решения задач.

[Начнём](#) >

Упражнения

для

тренировки

В данном разделе вам предоставляется уникальная возможность погрузиться в мир показательных уравнений, где каждый сможет найти задание по своему уровню подготовки. Здесь вы сможете не только развить свои математические навыки, но и испытать свои силы, решая задачи различной сложности. Мы уверены, что этот процесс станет для вас не только полезным, но и увлекательным. Присоединяйтесь к нам в этом интеллектуальном путешествии и откройте для себя новые горизонты в решении показательных уравнений!

» « « »

Итоговая

работа

В заключительном разделе нашего увлекательного обучения тебе предстоит бросить вызов своим математическим навыкам и проверить свои силы в решении захватывающих показательных уравнений. Это не просто задача — это увлекательное испытание, которое позволит тебе погрузиться в мир чисел и формул, раскрывая тайны, скрытые за каждым уравнением. Подготовься к тому, чтобы проявить свою креативность и аналитическое мышление, ведь каждое уравнение — это не только вызов, но и шанс продемонстрировать свои знания и умения. Так что вооружись ручкой и бумагой, и давай вместе откроем двери в мир математических приключений!



Teo рия

Давайте погрузимся в
увлекательный мир
показательных
уравнений и откроем
их удивительные
виды!

Показательное уравнение — это математическая задача, в которой неизвестное находится в самом сердце степени. Эти уравнения занимают центральное место в множестве научных дисциплин, таких как физика, биология, экономика и многие другие. Умение разгадывать показательные уравнения — это ключ к успешному освоению множества математических направлений.

Существует несколько уникальных типов показательных уравнений, каждое из которых обладает своими характеристическими чертами и методами решения. Каждое из них требует особого подхода и знания специфических математических приемов. Понимание нюансов каждого типа показательного уравнения и освоение техник их решения значительно упростит изучение этой увлекательной темы.

В мире математики показательные уравнения — это настоящие волшебники, открывающие двери к новым знаниям и возможностям. Погрузившись в их тайны, вы не только развиваете свои аналитические способности, но и получаете возможность применить эти навыки в самых разных сферах жизни. Используйте себя стать мастером в решении этих уравнений и откройте для себя безграничные горизонты математического творчества!

Начинай!

Путь к успеху

Уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$ и сводящиеся к ним

Данные уравнения в некоторых учебниках алгебры классифицируются как показательные уравнения. В других учебниках под показательными уравнениями понимаются уравнения, в которых неизвестное находится в показателе степени. Основой для решения показательных уравнений служат следующие теоремы:

В основе решения показательных уравнений лежит следующая теорема: «Если $a > 0$ и $a \neq 1$, то уравнения $a^{f(x)} = a^{g(x)}$ и $f(x) = g(x)$ равносильны».

Практика

Присутствует

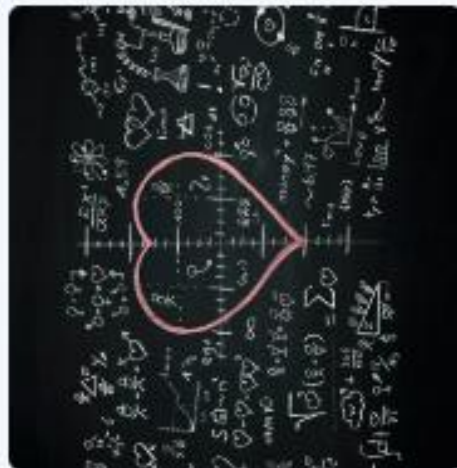
"Изучив разные виды
показательных
уравнений посмотрим,
как их решать на
примерах!"

Платформа: Урок

...

Уравнения вида $a^{f(x)} = a^{g(x)}$, $a > 0$, $a \neq 1$
и сводящиеся к ним

'Какой математический уровень откроет для тебя новые горизонты?'



Профильный (1 часть)

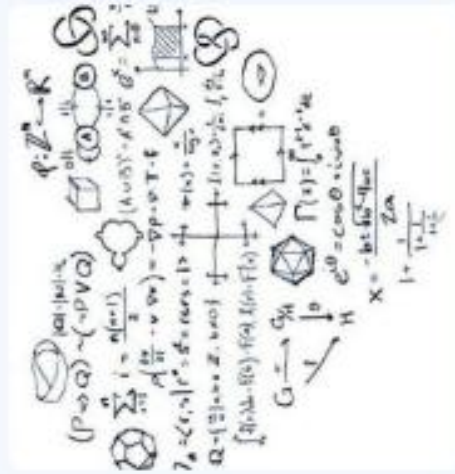
ЕГЭ по профильному математике — это экзамен для выпускников, планирующих поступать в вузы с математическими специальностями. Он охватывает глубокие знания по алгебре, геометрии, тригонометрии и началам анализа, проверяя способность решать сложные задачи и применять в лауреатскому обучению.

Действуем >

Базовый

ЕГЭ по базовому математике — это обязательный экзамен для выпускников, продолжающих знания и умения, необходимые для продолжения образования в основной профессиональной деятельности. Экзамен включает знания по алгебре, геометрии и теории вероятностей, позволяя оценить уровень подготовленного учащегося.

Действуем >



МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: заочная

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» 10 2024 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Мининой Алены Сергеевны

(ФИО полностью)

Тема работы «Показательные уравнения и их основные виды как элемент
содержания обучения математике в старших классах»

Утверждена приказом по Университету от «25.12» 2024 г. № 1351/0

Срок сдачи студентом законченной работы «27» мая 2025 г.

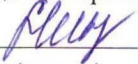
КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1	Анализ литературы по теме	октябрь	выполнено
2	Изучение показательных уравнений и методов их решения	ноябрь	Выполнено
3	Методические аспекты изучения темы «Показательные уравнения» в школьном курсе математики	декабрь- январь	Выполнено
4	Показательные уравнения в заданиях ЕГЭ и их анализ	февраль	Выполнено
5	Разработка сайта по теме «Решение показательных уравнений»	март- апрель	Выполнено
6	Работа над презентацией	май	выполнено

Дата выдачи задания «28» 10 2024 г.

Руководитель  Журавлева Е.Г.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

 Минина Алена Сергеевна
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студента (ки) 5 курса ФФМЕН
заочной формы обучения
Мининой Алены Сергеевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Минина Алена Сергеевна, _____,
Ф.И.О. студента

студент(ка) 5 курса заочной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему **«Показательные уравнения и их основные виды как элемент содержания обучения математике в старших классах»**, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

подпись

12.05.25

дд.мм.гггг

ВКР представлена на проверку _____ 12.05.25
дд.мм.гггг

Руководитель ВКР _____ Е.2. Исурбиева
подпись И.О.Ф.

ПРОТОКОЛ

проверки на оригинальность в системе "Антиплагиат.ВУЗ" выпускной квалификационной работы на тему «Показательные уравнения и их основные виды как элемент содержания обучения математике в старших классах»

студентки 5 курса Мининой Алены Сергеевны

направления подготовки 44.03.01 "Педагогическое образование"

профиль подготовки "Математика"

Руководитель ВКР Журавлева Е.Г.



АНТИПЛАГИАТ
ОБЪЕДИНЕННАЯ СЛУЖБА ЗАЩИТЫ

Отчет предоставлен сервисом
«Антиплагиат» - <http://pncsu.antiplagiat.ru>



Отчет о проверке

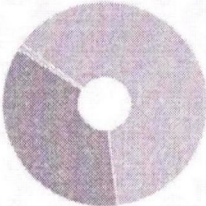
Автор: Журавлева Е.Г., Минина А.С.

Проверяющий: Журавлева Екатерина Геннадьевна

Название документа: Показательные уравнения и их основные виды как элемент содержания обучения математике в старших классах

Организация: Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования "Пензенский государственный университет"

РЕЗУЛЬТАТЫ ПРОВЕРКИ



Совпадения:
35,78%

Цитирование:
1,21%

Оригинальность:
63,01%

Самодетерминация:
0%

«Совпадения», «Цитирование», «Самодетерминация», «Оригинальность» являются отдельными показателями, отображаются в процентах и в сумме дают 100%, что соответствует проверенному тексту документа.

Проверено: 95,45% текста документа, исключено из проверки: 4,55% текста документа. Разделы, отключенные пользователем: Библиография

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

Номер документа: 134

Количество страниц: 36

Тип документа: Выпускная квалификационная работа

Символов в тексте: 49255

Дата проверки: 12.05.2025 12:14:52

Слов в тексте: 6588

Дата корректировки: 12.05.2025 12:23:26

Число предложений: 1145

Комментарий: не указано

Руководитель ВКР

12.05.25 
дата, подпись

Е.Г. Журавлева

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Показательные уравнения и их основные виды как элемент
содержания обучения математике в старших классах»
студентки Мининой Алены Сергеевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»
профиль «Математика», гр. 203ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Мининой Алены Сергеевны посвящена разбору существующих методик эффективного изучения показательных уравнений в старших классах.

В школьном курсе математики важное место занимает решение показательных уравнений. В зависимости от авторов учебника эта тема изучается в 10 или 11 классе. При решении показательных уравнений развиваются навыки систематизации, логического мышления при выборе правильного метода решения, повышаются творческие и умственные способности. Изучение уравнений такого типа очень важно в школьном курсе математики, т.к. примеры, содержащие показательные уравнения встречаются в заданиях ЕГЭ, не только в составе логарифмических и показательных уравнений, но и в системах и смешанных уравнений, в решениях комбинированных уравнений и неравенств (метод оценки). Поэтому изучению методов решения показательных и логарифмических уравнений должно быть уделено особое внимание. Несмотря на значимость данной темы, практика показывает, что учащиеся испытывают трудности при изучении показательных уравнений, особенно сложных видов. Это связано с недостаточной разработанностью методического аппарата, что вызывает затруднения как у учителей, так и у учеников.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка литературы.

В ходе выполнения работы были решены следующие задачи: изучены основные виды показательных уравнений и определены наиболее эффективные методы их решения; проведен анализ школьных учебников по теме исследования; изучена структура и уровень сложности заданий ЕГЭ по теме "Показательные уравнения"; создан сайт, предназначенный для поддержки самостоятельной работы учащихся по изучению и закреплению навыков решения показательных уравнений.

Работа является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован в школе.

Выпускная квалификационная работа Мининой А.С. удовлетворяет требованиям, предъявляемым к выпускным работам и заслуживает оценки «хорошо».

Руководитель, к.п.н., доцент кафедры
«Математическое образование»



Е.Г. Журавлева