МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль подготовки «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Проектная деятельность школьников по математике как средство достижения личностных и метапредметных результатов обучения на ступени основного общего образования»

Студент 06.05.25 Плаксина Софья Сергеевна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель 06.05.25 Шарапова Н.Н.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр 23.06.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 02.06.25 № 11)

Заведующий кафедрой 2.06.25 Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой 5 (отл) (протокол заседания ГЭК от 27.06.25 № 14)

Секретарь ГЭК 27.06.25 Журавлева Е.Г.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2025

Содержание

ВВЕДЕНИЕ **2**

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ ЛИЧНОСТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ НА СТУПЕНИ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ **5**

1.1 Современные тенденции развития образования, как предпосылки внедрения проектной деятельности в учебный процесс 5

1.2 Понятие проектной деятельности в образовании. Роль и место проектной деятельности в образовательном процессе 12

1.3 Проектная деятельность как средство формирования личностных и метапредметных универсальных учебных действий у обучающихся в современном образовательном процессе 21

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВА ДОСТИЖЕНИЯ ЛИЧНОСТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ НА СТУПЕНИ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ 25

2.1 Методические рекомендации по организации проектной деятельности школьников по математике 25

2.2 Методические рекомендации по организации проектной деятельности на примере раздела «Числа и вычисления» 35

ЗАКЛЮЧЕНИЕ **63**

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ **65**

ПРИЛОЖЕНИЯ **68**

ВВЕДЕНИЕ

Во ФГОС устанавливаются требования к результатам освоения обучающимися программ основного общего образования, такие как – «готовность обучающихся к саморазвитию, самостоятельности и личностному самоопределению; ценность самостоятельности и инициативы; готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности и организации сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками; к участию в построении индивидуальной траектории; овладение навыками работы с информацией; восприятие и создание информационных текстов в различных форматах, в том числе цифровых с учетом назначения информации и ее целевой аудитории» [1]. Все эти навыки можно развивать, применяя проектную деятельность в учебном процессе. Однако учителя и обучающиеся сталкиваются с проблемами организации проектной деятельности в образовательном процессе, которые могут существенно снижать образовательный потенциал рассматриваемого педагогического приёма. Эти проблемы касаются сложности подбора темы проекта, трудности связи проекта с основным предметным содержанием курса математики, проблемы дифференцирования заданий для учеников с различным уровнем математических знаний, отсутствие времени на проектную деятельность, недостаточная самостоятельность обучающихся и т.д. Недостаточная освещённость перечисленных проблем и возможных их решений в педагогической и методической литературе определяет *актуальность* выпускной квалификационной работы.

Объект исследования: процесс обучения математики на ступени основного общего образования.

Предмет исследования: процесс организации проектной деятельности на уроках математики в 5-9 классах.

Цель выпускной квалификационной работы: разработать методические рекомендации по организации проектной деятельности на уроках математики в 5-9 классах, ориентированных формирование личностных и метапредметных результатов обучения.

Для достижения поставленной цели были выделены и решены следующие *задачи*:

1. Раскрыть основные тенденции современного образования, как предпосылки внедрения проектной деятельности в учебный процесс;
2. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы раскрыть сущность понятия проектной деятельности и описать её структуру;
3. Рассмотреть проектную деятельность как средство формирования личностных и метапредметных универсальных учебных действий у обучающихся в современном образовательном процессе и выделить условия её эффективной организации;
4. Разработать методические рекомендации по организации проектной деятельности на уроках математики в 5-9 классах, направленных на формирование личностных и метапредметных результатов обучения;
5. Реализовать методические рекомендации на примере одного из разделов математики в 5-9 классах.

Для решения поставленных в работе задач будут использованы следующие методы:

1. Анализ психолого-педагогической, научной и учебной-методической литературы;
2. Изучение, наблюдение и обобщение школьной практики;
3. Анализ собственного опыта работы в школе, систематизация и обобщение теоретического и практического материала по теме выпускной квалификационной работы.

Теоретическая значимость выпускной квалификационной работы состоит в следующем:

– были систематизированы сведения, касающиеся организационных форм проектной деятельности школьников;

– была изучена и описана организация работы над разными типами проектов;

– выделены условия эффективной организации проектной деятельности в процессе обучения математике.

Практическая значимость выпускной квалификационной работы состоит в разработке методических рекомендаций по организации проектной деятельности по математике, которые могут быть использованы учителями математика в своей работе.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, двух глав, заключения, списка использованных источников и приложения.

Во введении обоснована актуальность исследования, обозначены объект и предмет исследования, сформулированы цель и задачи.

В первой главе рассмотрены общие теоретические вопросы, касающиеся понятия проектной деятельности, ее сущности и роли в образовании.

Во второй главе изложены методические рекомендации по организации проектной деятельности на уроках математики в 5-9 классах, направленных на формирование личностных и метапредметных результатов обучения школьников, а также их реализация на примере раздела математики «Числа и вычисления».

В заключении обобщаются результаты исследования. Список использованных источников состоит из 17 источников.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВО ДОСТИЖЕНИЯ ЛИЧНОСТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ НА СТУПЕНИ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

1.1 Современные тенденции развития образования, как предпосылки внедрения проектной деятельности в учебный процесс

Современное общество на данном этапе развития претерпевает колоссальные изменения. В большей степени эти изменения связаны с достижениями научно-технического прогресса. Значительная перестройка произошла во всех сферах нашей жизни, что оказало значительное влияние на современные тенденции развития образования.

Современные образовательные тенденции всё больше ориентируются на развитие компетенций, необходимых для успешной жизни в XXI веке. Исследования Всемирного экономического форума показывают, что к 2030 году ключевыми навыками станут критическое мышление, сотрудничество, креативность и умение работать с информацией. Эти компетенции невозможно развить исключительно через традиционные формы обучения. Учителя всё больше включают в современный урок активные методы обучения, это помогает обучающимся приобретать необходимые компетенции, а также способствует разнообразить урочное время и активизировать познавательную деятельность обучающихся.

Развитие современного образования неразрывно связано с ведением 1 сентября 2022 года обновленных Федеральных государственных образовательных стандартов (далее ФГОС). Основное внимание уделяется достижению предметных, личностных и метапредметных результатов обучения, что стало основой для обновления и образовательного процесса. В результате

реализации обновленного ФГОС возникает необходимость формирования у учеников целого ряда знаний и умений. Он предполагает, что современный ученик должен обладать не только предметными знаниями и умениями, но и метапредметными, такими как способность решать проблемы, взаимодействовать и сотрудничать, работать с разнообразной и обширной информацией, проводить исследования и многое другое.

Личностные результаты обучения являются важным компонентом результата освоения программы основного общего образования. Во ФГОС личностные результаты освоения программы отражают готовность обучающихся руководствоваться системой позитивных ценностных ориентаций и расширять опыт деятельности на её основе и в процессе реализации основных направлений воспитательной деятельности [1]:

– гражданское воспитание;

– патриотическое воспитание;

– духовно-нравственное воспитание;

– физическое воспитание, формирование культуры здоровья и эмоционального благополучия;

– трудовое воспитание;

– экологическое воспитание;

– ценности научного познания.

Личностные результаты являются значимыми и очень сложными для формирования их у обучающихся. ФГОС предполагает, что на уроках должна прослеживаться взаимосвязь единства учебной и воспитательной цели, а также взаимосвязь требований к результатам воспитательной деятельности образовательной организации и личностным результатам, формируемым на учебных предметах, каждый из которых обладает серьёзным воспитательным потенциалом [6].

Метапредметные результаты обучения включают в себя развитие познавательных, коммуникативных, регулятивных учебных действий

обучающего, что способствует формированию глубокого понимания материала и его применению в различных контекстах.

Метапредметные результаты освоения программы основного общего образования, в том числе адаптивной, должны отражать [1]:

– базовые логические действия;

– базовые исследовательские действия;

– работа с информацией.

Овладение системой универсальных учебных действий обеспечивает сформированность социальных навыков и эмоционального интеллекта обучающихся.

Овладение универсальными учебными действиями:

– общение;

– совместная деятельность.

Овладение системой универсальных учебных коммуникативных действий обеспечивает сформированность социальных навыков и эмоционального интеллекта обучающихся.

Овладение универсальными учебными регулятивными действиями:

– самоорганизация;

– самоконтроль;

– эмоциональный интеллект;

– принятие себя и других.

Овладение системой универсальных учебных регулятивных действий обеспечивает формирование смысловых установок личности (внутренняя позиция личности) и жизненных навыков личности (управления собой, самодисциплины, устойчивого поведения).

В современной педагогической парадигме вопросы дифференцированного подхода к обучающимся приобретают особую актуальность. Достижение метапредметных результатов предполагает учет индивидуальных способностей, интересов и особенностей учеников, что требует дополнительных усилий со

стороны педагогов. Многие педагоги до сих пор придерживаются традиционной модели урока, характеризующийся доминированием учительской активности над ученической. На таких уроках невозможно в полной мере достичь развития метапредметных результатов обучения каждого ученика, что в свою очередь противоречит обновленному ФГОС, который предполагает, что урок должен быть построен на основе вариативности. ФГОС дает возможность для проведения уроков и с использованием активных методов обучения, что позволяет проводить урок с учетом образовательных потребностей и способностей обучающихся, включая одаренных детей, детей с ограниченными возможностями здоровья.

Таким образом, можно сделать вывод о том, что эффективная реализация требований ФГОС в части формирования личностных и метапредметных результатов невозможна без пересмотра образовательных подходов к организации учебного процесса. Переход от традиционного к системно-деятельностному подходу построения урока, внедрение дифференцированных заданий и индивидуализированных образовательных маршрутов.

ФГОС акцентирует внимание на важности личностно-ориентированного обучения. Главная роль в учебном процессе переходит к ученику, учитель только направляет и помогает ему достичь цели. Учитель в таком случае приобретает роль наставника для обучающихся. Он определяет направление учебной деятельности, контролирует соблюдение времени и порядка выполнения заданий, при необходимости дает консультации обучающимся, помогает им разрешить серьезные затруднения. При этом у учеников активизируется собственная творческая и познавательная активность. Обучающие овладевают практическими и мыслительными действиями, поскольку самостоятельно выделяют проблемную ситуацию, формулируют проблему, определяют способы её решения, намечают план действий по достижению цели.

Познавательная активность тесно связана с организацией самостоятельной деятельности школьников. М.А. Данилов раскрывает эти отношения, называя их познавательной самостоятельностью, и указывает, через какие характеристики она проявляется в учебной деятельности, так школьник [3]:

– умеет и стремится самостоятельно мыслить;

– может ориентироваться в новой ситуации и находить свой способ решения задачи;

– стремиться не только усвоить знания, но и способы их получения;

– критически подходит к суждениям других;

– способен к собственным суждениям.

Таким образом, одной из главных задач педагога является стимулирование самостоятельной активности обучающихся. Необходимым условием для этого является воспитание устойчивого интереса к обучению, использование таких вопросов и заданий, решение которых требует от обучающихся активной поисковой деятельности, возможность проявить себя, свою умственную самостоятельность и инициативность в процессе обучения. Л.Н. Матвеева отмечает, что «развитие самостоятельности школьников осуществляется при постепенном переходе от репродуктивных методов к творческим, от конкретных действий к целостной системе учебной деятельности» [7, с. 22].

В.В. Николина отмечает важность «владения обучающимися функциональной грамотностью, которая характеризуется умением самостоятельно ориентироваться и действовать в неопределенных ситуациях, проявлять инициативу и быть ответственным при принятии решений» [10, с.5]. В обновленном ФГОС закреплено «В целях реализации программ общего образования должны создаваться условия, обеспечивающие возможность формирования функциональной грамотности обучающихся» [1]. Функциональная грамотность определяется как способность решать учебные

задачи и жизненные проблемные ситуации на основе сформированных предметных, метапредметных и универсальных способов деятельности [1]. Она включает овладение ключевыми компетенциями, составляющими основу дальнейшего успешного образования и ориентации в мире профессий.

Функциональная грамотность сегодня стала важнейшим индикатором общественного благополучия, а функциональная грамотность школьников – важным показателем качества образования.

Индикатором функциональной грамотности являются [12]:

– знания сведений, правил, принципов;

– усвоение общих понятий и умений, составляющих познавательную основу решения стандартных задач в различных сферах жизнедеятельности;

– умение адаптироваться к изменяющемуся миру;

– решать конфликты, работать с информацией;

– вести деловую переписку;

– применять правила личной безопасности в жизни;

– готовность ориентироваться в ценностях и нормах для удовлетворения своих жизненных запросов;

– повышать уровень образования на основе осознанного выбора.

Математическая грамотность – способность человека определять и понимать роль математики в мире, в котором он живет, высказывать хорошо обоснованные математические суждения и использовать математику так, чтобы удовлетворять в настоящем и будущем потребности, присущие созидательному, заинтересованному и мыслящему гражданину.

Процесс формирования функциональной грамотности не может быть набором отдельных уроков или набором отдельных заданий, этот процесс логично и системно должен быть «вшит» в учебную программу как обязательная составляющая.

Формирование личностных и метапредметных результатов обучения сложный и многогранный процесс. Для формирования универсальных учебных

действий максимально эффективно реализуется посредством использования проектной деятельности обучающихся. Именно использование проектно-исследовательской технологии позволяет создать обучающую среду, в которой будут формироваться требуемые УУД. Компетентностно-ориентированные задачи должны содержать конкретные практические ситуации, которые решаются обучающимися в процессе реализации учебных проектов. Результатом решения данных задач и будут являться сформированные универсальные учебные действия [4].

Проектная деятельность оказывает значительное влияние на достижение личностных результатов обучающихся, способствуя формированию таких качеств, как ответственность, самостоятельность и критические мышление, а также формированию навыков работы в команде и сотрудничеству.

С целью достижения метапредметных результатов обучения в учебный процесс необходимо внедрение активных и интерактивных методов обучения. С.В. Лазорев связывает повышение уровня освоения метапредметных знаний с введением в учебный процесс проектной деятельности, так как «оно содержит специальные средства, позволяющие лучше анализировать проблемные ситуации, понять в чем состоит проблема, выявлять возможности для ее решения, оценивать, какие из существующих возможностей предпочтительней, проектировать реалистичные цели, оценивать риски и снижать их» [5, с 302].

Проектная деятельность, как одна из форм активного обучения позволяет интегрировать знания из разных областей и применять их на практике. Процесс проектной деятельности используется для развития функциональной грамотности школьников. Один из способов применения проектной деятельности на практике для развития функциональной грамотности – создание проектов, которые требуют решения реальных проблем. Например, обучающиеся могут работать над проектом по оптимизации расписания уроков, разработке бюджета для школьного мероприятия или моделирования финансовых инвестиций [1].

Проектная деятельность выступает как средство итоговой аттестации школьников, что позволяет проверить академическую успеваемость обучающихся выпускных классов. Использование проектов как формы итоговой аттестации способствует повышению мотивации к обучению математики, а также стимулирует школьников к лучшему освоению учебного материала. Возможность выбора темы проекта и самостоятельного исследования позволяет обучающимся проявить свою индивидуальность и творческий потенциал.

В целом, проектная деятельность по математике как итоговая аттестация обучающихся представляет собой эффективный и инновационный подход к оценке уровня освоения математических знаний. Она способствует развитию не только предметных знаний и умений, но и личностных и метапредметных результатов обучения. Такой подход не только повышает качество образовании, но и способствует формированию у обучающихся глубокого понимания роли математики в современном мире.

Таким образом, проектная деятельность в обновленном ФГОС выступает одним из требований к организации образовательного процесса. Включение в урочное время элементов проектной деятельности положительно сказывается на развитие УУД и основных компетенций школьников. Проектная деятельность отражает современные образовательные тенденции, способствующие формированию умений самостоятельно добывать новые знания, работать с информацией, делать выводы и умозаключения.

1.2 Понятие проектной деятельности в образовании. Роль и место проектной деятельности в образовательном процессе

Основное изменение, отраженное в обновлённом ФГОС, касается результатов обучения, в нём конкретно определяются требования к личностным, предметным и метапредметным образовательным результатам.

Это позволило сделать образовательные цели наиболее достижимыми и измеримыми. Введение проектной деятельности в учебный процесс может значительно повысить эффективность достижения этих результатов.

Во ФГОС устанавливаются требования к результатам освоения обучающимися программ основного общего образования, такие как – «готовность обучающихся к саморазвитию, самостоятельности и личностному самоопределению; ценность самостоятельности и инициативы; готовность к самостоятельному планированию и осуществлению учебной деятельности и организации сотрудничества с педагогическими работниками и сверстниками; к участию в построении индивидуальной траектории; овладение навыками работы с информацией; восприятие и создание информационных текстов в различных форматах, в том числе цифровых с учетом назначения информации и ее целевой аудитории» [1]. Все эти навыки можно развивать, применяя проектную деятельность в учебном процессе. Понятие проектной деятельности не раз рассматривалось психологами и педагогами в научных трудах.

А.И. Блесман понимает под проектной деятельностью «совокупность действий, направленных на решение конкретной задачи в рамках проекта, ограниченного целевой установкой, сроками и достигнутыми результатами (или продуктами)» [2, с. 4].

Н.Ю. Пахомова видит в проектной деятельности средство решения проблем современного образования. Например, формирование у школьников информационных компетенций, умение применять полученные знания, повышение коммуникативной компетенции [14].

Т.Г. Новикова определяет как «деятельность, направленная на разработку и реализацию образовательных проектов, под которыми понимаются оформленные комплексы инновационных идей в образовании» [11].

Таким образом, проектная деятельность в разных трактовках – это совместная целенаправленная деятельность, направленная на достижение результата по определенному плану для решения поисковых,

исследовательских, практических задач по любому направлению содержания образования. Далее в работе будем придерживаться этого определения.

Целью проектной деятельности является понимание и применение обучающимися знаний, умений и навыков, приобретенных при изучении различных предметов.

В соответствии с целью были выделены основные задачи проектной деятельности [15]:

– обучение планированию;

– формирование навыков сбора и обработки информации, материалов;

– умение анализировать;

– формирование позитивного отношения к работе;

– проявление инициативы, энтузиазма, выполнение работы в срок в соответствии с установленным планом и графиком работы.

Проектная деятельность, в отличие от других методов обучения, обладает особенностями:

– направлена на получение конкретного результата;

– имеет прикладной характер и ориентирована на поиск, нахождение обучающимися практического инструмента для решения жизненной, социально-значимой и познавательной проблемы.

Средством формирования компетенций обучающихся является проект.

Н.Ф. Яковлева дает такое определение проекта «это ограниченная во времени деятельность, представленная в виде мероприятий, направленная на решение социально-значимой проблемы и достижение определенной цели, предполагающая получение ожидаемых результатов, путем решения связанных с целью задач, обеспеченная необходимыми ресурсами и управляемая на основе постоянного мониторинга деятельности ее результатов с учетом возможных рисков» [17, с.14].

Образовательный проект рассматривается как «совместная учебно-познавательная, творческая деятельность, которая имеет общую цель,

согласованные способы, методы деятельности, направленные на достижение результата деятельности» [13, с. 115].

Образовательный проект обладает рядом отличительных признаков:

– развитие познавательных, творческих навыков обучающихся, умений самостоятельно искать информацию, развитие критического мышления;

– самостоятельная деятельность обучающихся (индивидуальная, парная, групповая), которую они выполняют в течение определенного отрезка времени;

– решение какой-то значимой для обучающихся проблемы, моделирующей деятельность специалистов в какой-либо области;

– представление итогов выполненных проектов в «осязаемом» виде, причем в форме конкретных результатов, готовых к внедрению.

Процесс создания проекта называется проектированием. В широком смысле проектирование – это «идеальное продумывание и практическое воплощение того, что возможно, и того, что должно быть». Для проектирования в образовательном процессе принято употреблять термин социальное проектирование. Под учебным проектированием будем понимать создание учебного проекта. Это деятельность, представляющая собой комплекс интеллектуальных и/или практических действий, определяющих будущий процесс и результат решения определенной учебной проблемы.

Многообразие проектов можно классифицировать по следующим типологическим признакам [16, с.72]:

– по доминирующий в проекте деятельности;

– по предметно-содержательной области;

– по характеру координации проекта;

– по характеру контактов;

– по количеству участников проекта;

– по продолжительности выполнения проекта.

В соответствии с доминирующей деятельностью в процессе выделяют:

1. Исследовательские проекты.

Исследовательские проекты представляют собой хорошо структурированные исследования. Для организация таких проектов используются такие методы как метод анализа, опыта, практических работ, методы обработки полученных результатов. Отличительная особенность таких проектов – это строгая логика научного анализа, а также структура схожая с научным исследованием.

2. Творческие проекты.

Творческие проекты отличаются уникальным оформлением результатов проекта. В таких проектах не прослеживается четко организованная структура, как в исследовательских. При планировании такого проекта важно заранее согласовывать конечную форму продукта, например, это может быть сценарий кинофильма, репортаж, постановка, программа праздника, журнал, сборник и прочее.

3. Ролевые, игровые проекты.

В ролевых проектах организация формируется по ходу работы над проектом. Характерная черта таких проектов – высокая степень творчества в процессе создания продукта. Ролевая-игровая деятельность является доминирующей, с помощью нее ученики могут «примерить» различные социальные роли.

4. Ознакомительно-ориентировочные (информационные) проекты.

Данные проекты, также как исследовательские, требуют от обучающихся четкой, продуманной структуры, возможность систематической коррекции по ходу работы. Часто такие проекты можно интегрировать в исследовательские или они являются их частью. Этот тип проектов фокусируется на сбор данных об объекте или явлении, знакомстве участников с этими данными, их изучении и обобщении для широкой аудитории.

5. Практико-ориентированные (прикладные) проекты.

Отличительной особенностью этих проектов является обозначенный с самого начала результат проекта. Как правило продукт проекта направлен на

удовлетворение социально-значимых запросов участников проекта. Данный проект предполагает тщательно проработанную организацию, включая согласование деятельности всех участников с точным определением всех обязанностей, четкое изложение выводов и оформленных результатов. Такие проекты предусматривают активное, личное участие каждого на всех этапах работы. Важным является эффективное согласование этапов процесса, включая обсуждение, корректировку как коллективных, так и индивидуальных усилий, апробирование полученных результатов и возможных способов их практического использования.

По предметно-содержательной области можно выделить следующие два типа:

1. Монопроекты.

Проекты реализуются в рамках одной учебной дисциплины. При этом выбирается наиболее сложные и объёмные разделы или темы. Предварительно планируется логика организации проектной деятельности на уроках, определяются цели и задачи проекта, а также система знаний и умений, которые будут получены в ходе выполнения проекта. Часто работа над такими проектами имеет свое продолжение в виде индивидуальных или групповых проектов во внеурочное время.

2. Межпредметные.

Межпредметные проекты часто выполняются во внеурочное время и затрагивают два – три предмета. Эти проекты достаточно объёмные, продолжительные, общешкольные. Такие проекты могут иметь социальную направленность или затрагивать сложные проблемы, значимые для всех участников проекта. Такие проекты требуют квалификационной координации со стороны специалистов, слаженной работы многих творческих групп, имеющих четко определенные исследовательские задания, хорошо проработанные формы промежуточных и итоговых презентаций.

По характеру координации проекты могут быть:

1. С открытой, явной координацией.

В таких проектах координатор выполняет свою собственную функцию, он является наставником, контролирует работу участников и, направляя их деятельность, в случае необходимости, организует отдельные этапы проекта или деятельности отдельных исполнителей.

2. Со скрытой координацией.

В таких проектах координатор выступает как полноправный участник проекта.

По характеру контактов проекты бывают:

1. Внутренние или региональные (в пределах одной страны).

Это проекты, организуемые либо внутри одной школы, либо между школами, классами внутри региона или одной страны.

2. Международные.

Это проекты, участники которых являются представителями разных стран.

По количеству участников можно выделить проекты:

1. Личностные;

2. Парные;

3. Групповые.

По продолжительности выполнения проекта бывают:

1. Краткосрочные.

Для решения небольшой проблемы или части более крупной проблемы, которые могут быть разработаны на нескольких уроках по программе одного предмета или как междисциплинарные;

2. Средней продолжительности;

3. Долгосрочные.

Выбор типа проекта зависит от целей и задач, которые должны быть достигнуты. В реальной практике чаще всего приходится иметь дело со смешанными типами проектов. Каждый тип проекта характеризуется тем или

иным видом координации, сроками исполнения, этапностью, количеством участников.

В работе над проектами, не только исследовательскими, но и многими другими, используются разные методы самостоятельной познавательной деятельности обучающихся. Среди них исследовательский метод занимает едва ли не центральное место и, вместе с тем, вызывает наибольшие трудности. Поэтому кратко остановимся на характеристике данного метода.

Исследовательский метод основан на развитии умения осваивать окружающий мир на базе научной методологии, что является одной из важнейших задач общего образования. Учебный исследовательский проект структурируется в соответствии с общенаучным методологическим подходом:

1. Определение целей исследовательской деятельности;

2. Выдвижение проблемы исследования по результатам анализа исходного материала;

3. Формулировка гипотезы о возможных способах решения поставленной проблемы и результатах предстоящего исследования;

4. Уточнение выявленных проблем и выбор процедуры сбора информации, её обработка и анализ полученных результатов, подготовка соответствующего отчета и обсуждение возможного применения полученных результатов.

Организацию работы над проектом в сжатом виде можно разбить на несколько этапов:

– поиск или формулирование проблемы, которую необходимо решить.

Основная задача на данном этапе вывести обучающихся на осознание проблемы, создать мотивацию к её решению и получению конкретного результата – продукта проектирования.

– организация творческих групп для работы над проектом.

Данный этап осуществляется в условиях парного и группового проектирования, создавая творческие группы разного характера в зависимости от вида проекта.

– планирование работы над проектом.

На данном этапе определяются возможные источники информации, способы сбора и анализа информации, способы представления результатов, критерии оценки продукта, обязанности участников творческой группы.

– поиск и сбор информации.

На этом этапе организуется исследовательская деятельность в соответствии с планом. Основное требование – наличие разнообразных источников информации, использование различных методов её получения.

– анализ информации.

На этом этапе осуществляется совместное обсуждение полученных исходных данных, разработка проекта. Способы оформления результатов учебного проектирования зависят от его вида и могут быть разными – письменный отчет, издание практических рекомендаций (компьютерный вариант), видеофильм, изготовление макета, технические устройства и т.д. Отчет о работе представляется на занятии в группе, может быть также устроена открытая защита проекта с приглашением учителей, родителей, специалистов в данной области.

– анализ и оценка результатов работы над проектом.

Данный этап обязательно должен включать в себя – групповую рефлексию авторов проекта, самоанализ процесса и результата своей деятельности, анализ и оценку качества проекта другими обучающимися, экспертами, учителями.

На основе вышеизложенного, можно сделать вывод, что проектная деятельность является одним из эффективных способов изучения учебного материала, способствующая формированию и воспитанию активной, самостоятельной личности школьника, способного планировать свою

деятельность в дальнейшем не только в рамках урока, но и в жизни в целом. Такой вид деятельности играет немаловажную роль при формировании личностных и метапредметных учебных действий у обучающихся в современном образовательном процессе.

1.3 Проектная деятельность как средство формирования личностных и метапредметных универсальных учебных действий у обучающихся в современном образовательном процессе

ФГОС основного общего образования рассматривает проектную деятельность как способ формирования требуемых универсальных учебных действий. ФГОС определяет индивидуальный проект как одну из актуальных организационных форм учебной деятельности обучающихся. Кроме этого, ФГОС устанавливает фиксированные требования к выполнению проектов.

Проведенный анализ позволяет сформулировать вывод о том, что организация проектной деятельности выступает важным условием обеспечения результатов освоения программ начального, основного общего и среднего общего образования. Процесс формирования универсальных учебных действий максимально эффективно реализуется посредством правильной организации проектной деятельности обучающихся. Именно правильная организация проектной технологии позволяет создать обучающую среду, в которой будут формироваться требуемые УУД. Проектные задачи должны содержать конкретные практические ситуации, которые решаются обучающимися в процессе реализации учебных проектов. Результатом решения данных задач и будут являться сформированные универсальные учебные действия.

Формируемые универсальные учебные действия неразрывно связаны с деятельностью учителя и обучающихся на разных этапах проектной деятельности (см. приложение 1).

Несмотря на все плюсы введения проектной деятельности в современный образовательный процесс, учителя и обучающиеся сталкиваются с проблемами ее организации. Эти проблемы касаются сложности подбора темы проекта, трудности связи проекта с основным содержанием, проблемы дифференцирования заданий для учеников с различным уровнем математических знаний, отсутствие времени на проектную деятельность, недостаточная самостоятельность обучающихся и т.д.

Выделим основные условия, соблюдение которых в процессе организации проектной деятельности на уроках математики будет способствовать достижению личностных, метапредметных и предметных результатов обучения:

1. Соответствие выбранной темы проекта интересам обучающихся.

При организации проектной деятельности по математике одной из первостепенных задач является выбор, подходящий темы для проекта. Этот этап является наиболее важным и ответственным в процессе организации проектной деятельности, так как от правильного выбора темы зависит не только мотивация обучающихся к данному проекту, но и его целесообразность с точки зрения обучения математики. При выборе темы проекта необходимо учитывать интересы обучающихся, это способствует заинтересованности и мотивации на активное участие в проекте.

2. Соответствие выполняемого проекта предметным целям обучения математике.

При организации проекта частой проблемой является согласование с учебной программой. Проект должен соответствовать учебной программе, и в то же время затрагивать и углублять знания вне школьного курса математики. Так же важным умением для организации проектной деятельности является объединение знаний и методов из разных сфер жизни.

3. Практическая ориентация выбираемых тем проектов.

Проект по математике должен иметь практическую значимость и применение, чтобы учащиеся понимали важность изучаемых математических

концепций. Поэтому при выборе проекта следует учитывать те области математики, которые могут быть применены в реальной жизни или с актуальными проблемами современного общества. Обучающимся, может быть, сложно применить математические концепции на практике, особенно если проект требует творческого подхода или решения нетипичных задач.

4. Использование приёмов организации деятельности школьников, позволяющих реализовать дифференцированный подход.

Данный подход подразумевает под собой умение учитывать разную математическую подготовку обучающихся, так как у многих проектные задания могут вызвать сложности.

Слабые дети испытывают затруднения в планировании своей деятельности, постановке задач и их выполнении, это может быть вызвано нехваткой знаний и неумением находить новые пути решения. Сильным детям необходимо предлагать более сложные математические многоуровневые задачи, требующие доказательства математических концепций, которые стимулируют их познавательную активность. Важно организовать взаимодействие с другими амбициозными и одаренными школьниками, которые могут поделиться своими знаниями и умениями.

5. Создание творческой образовательной среды.

Проблема организации проектной деятельности по математике также связана с недостаточной самостоятельностью школьников. Обучающиеся могут испытывать страх перед ошибками, неуверенность в себе и в своих математических способностях. Для эффективной организации проектной деятельности учителю важно стимулировать познавательную деятельность учеников, поощрять инициативу и творческий подход. Необходимо обеспечить обучающимся комфортную образовательную среду, в которой ученики могут свободно высказывать свои идеи и мнения.

6. Оптимальный развивающий потенциал предлагаемых исследовательских заданий.

Подбор заданий для проектной деятельности должен осуществляться с учетом возрастных особенностей и уровня подготовки обучающихся, а также соответственно целям учебного курса. Такие задания должны находиться в зоне ближайшего развития, что означает, что они должны быть чуть сложнее текущего уровня знаний учеников, побуждая их к активному поиску решений и самостоятельному освоению новых концепций.

7. Планомерный характер организации проектной деятельности в течение всего обучения математике.

Планомерный характер организации проектной деятельности в течение всего обучения математике предполагает систематический и последовательный подход к внедрению проектов в образовательный процесс. Такой подход обеспечивает непрерывность и преемственность в развитии у учащихся навыков исследования, анализа и творчества, что способствует более глубокому усвоению математического материала. Важным аспектом является то, что проектная деятельность должна интегрироваться целиком, а не включаться в учебный процесс фрагментами, чтобы обеспечить целостность восприятия и полноценное развитие исследовательских компетенций у учеников.

Исходя из вышеизложенного, актуальной проблемой является возможности и преимущества проектной деятельности в достижении метапредметных результатов обучения математике.

Во второй главе будут рассмотрены вопросы связанные с тем какими путями следует добиваться оптимального баланса формирования личностных и метапредметных результатов обучения каждого ученика в образовательном процессе, как выстраивать систему формирования УУД обучающихся через курсы учебного плана, и каковы условия, наиболее благоприятные для внедрения проектной технологии по математике.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРОЕКТНОЙ ДЕЯТЕЛЬНОСТИ ШКОЛЬНИКОВ ПО МАТЕМАТИКЕ КАК СРЕДСТВА ДОСТИЖЕНИЯ ЛИЧНОСТНЫХ И МЕТАПРЕДМЕТНЫХ РЕЗУЛЬТАТОВ ОБУЧЕНИЯ НА СТУПЕНИ ОСНОВНОГО ОБЩЕГО ОБРАЗОВАНИЯ

2.1 Методические рекомендации по организации проектной деятельности школьников по математике

Выполнение проекта является для ученика довольно сложной задачей, включающей в себя несколько этапов, поэтому целесообразно включать школьников в проектную деятельность постепенно под руководством учителя. Предлагаемая нами система организации учебных проектов школьников включает в себя несколько этапов. Каждый из них основан на предыдущем, поскольку работа по формированию данного вида деятельности носит индивидуальный характер, и переход с одного этапа на другой во многом зависит от самого ученика.

На первом этапе, соответствующим курсу математики в 5-6 классах основной целью реализации проектной деятельности является знакомство обучающихся со всеми этапами проектирования, и в силу низкого уровня самостоятельности в выполнении проектных действий рекомендовано применять проектные задачи. Для их разработки учителем подбирается проблемная ситуация, описывающая проблему из реальной жизни. Для решения этой проблемы продумывается продукт-проект и шаги, которые учащимся необходимо совершить для его получения, которые в свою очередь формулируются в виде заданий и сопровождаются пакетом необходимых документов для их выполнения.

Регулярное использование проектных задач позволяет формировать универсальные учебные действия – коммуникативные (оценивать соответствие

результата цели и условия, объяснять причины достижения (недостижения) результатов деятельности под руководством педагога); регулятивные (распределять роли, принимать цель совместной деятельности, выявлять проблемы для решения в жизненных и учебных ситуациях); познавательные (формулировать цель, выбирать, анализировать, систематизировать информацию, выбирать оптимальную форму представления под руководством учителя).

Подобная работа проводится непосредственно на уроках математики.

На первом этап включения обучающихся в проектную деятельность можно использовать проектно-исследовательские задачи и проекты с ними. Рассмотрим примеры проектов на разных этапах изучения материала.

1. Этап ознакомления с новым материалом.

На этапе ознакомления с новым материалом обучающимся можно предложить мини-проекты на тему: «Натуральные числа». На занятии ученики знакомятся с понятием натурального числа, натурального ряда, системы счисления и т.д. Проект рассматривает следующие вопросы: что такое натуральные числа, их возникновение, где и как применяются натуральные числа в жизни, как выполняются действия с натуральными числами. Для исследования данных вопросов школьники делятся на группы и работают с раздаточным материалом. Полученные выводы фиксируются в тетрадях и в конце урока представляются одноклассникам. В ходе работы над проектом формируются личностные и метапредметные результаты, например, анализ и оценивание полученного результата; оценка своих возможностей; формирование целевых установок учебной деятельности; формирование и решение учебной проблемы; контроль правильности ответов окружающих, самоконтроль и взаимоконтроль; осуществлять поиск необходимой информации для выполнения учебных заданий, преобразование информации из одного вида в другой, структурирование знаний; развивать умение точно и грамотно

выражать свои мысли, учитывать разные мнения и стремиться к координации различных позиций в сотрудничестве, управление эмоциями и поведением.

2. Этап усвоения полученных знаний.

На этапе первичного усвоения нового знания и первичной проверки понимания нового знания учитель организует поиск обучающимися информации, её сравнение, выявление ключевых признаков изучаемых объектов и установление закономерностей. Проектные задания, рекомендуемые для использования на данном этапе – протокол исследований и анкета проекта. Эти элементы могут помочь алгоритмизировать процесс изучения нового материала.

Анкета – это структурированная система вопросов, направленных на получение необходимой информации по данной теме. Анкета используется для первичной проверки знаний обучающихся.

Пример анкеты по теме «Натуральные числа».

1. Натуральные числа – это числа…

2. Числа записывают с помощью…

3. Чтобы прочитать число, его разбивают на…

4. Назовите наименьшее и наибольшее натуральное число…

5. Система счисления называется…

7. Назовите классы для натуральных чисел…

8. Ряд натуральных чисел – это…

3. Этап применения полученных знаний при решении задач.

Небольшие исследования проводятся не только на этапе изучения нового, но и на этапе применения полученных знаний при решении задач. Кроме того, немного изменяется технология работы учителя. Все этапы исследования проходятся вместе с учеником (вместе ставится проблема, вместе выдвигается гипотеза и т.д.). Но при этом, делаем больший упор на самостоятельную работу ученика, учителю отведена роль наставника, его задача вовремя указать или

скорректировать действия обучающихся. На этом этапе можно предложить использовать практико-ориентированные (прикладные) мини-проекты.

Пример мини-проекта.

Скоро Новый год. Семья Ивановых планирует семейную поездку в Москву. Нужно рассчитать в какую сумму обойдется поездка в Москву для семьи из 4 человек. Но на поездку запланирована конкретная сумма, за пределы которой нельзя выходить. Необходимо подобрать самый выгодный вариант для решения этой задачи.

В проектной задаче описывается жизненная ситуация, вплотную приближенная к реальным условиям. Ученикам требуется провести экономический расчет и вычислить, какая сумма необходима на поездку в Москву, а также выбрать наиболее экономный вариант. В предложенной проектной задаче проверяются умения выполнять действия с натуральными числами, решать задачи на деление с остатком, а также ориентироваться в конкретной ситуации при работе с информацией.

Цель, которую должны достичь школьники – произвести расчеты с использованием математических действий, необходимые для определения суммы поездки и составить таблицу расходов.

4. Этап обобщения и систематизации пройденного материала.

Важный аспект изучения нового материала – это этап обобщения и систематизации пройденного материала. Основная цель этого этапа – зафиксировать полученное знание, рассмотреть, как новое знание укладывается в систему ранее изученного, довести полученный навык до автоматизма и подготовить учеников к дальнейшему погружению в тему.

Пример проектного задания. Разработайте буклет, содержащий учебные материалы по теме «Натуральные числа», для учеников, которые испытывают затруднения по этой теме. Побеседуйте с учителем, одноклассниками, выделите ошибки, которые встречаются в ученических работах, определите задания,

вызывающие затруднения школьников по данной теме. Придумайте задания, которые бы могли предотвратить эти ошибки.

Пример проектного задания. Подготовьте электронную презентацию по теме «Натуральные числа». Постарайтесь, чтобы материалы о натуральных числах были представлены интересно, красочно и запоминались.

При организации проектной деятельности оптимальным является использование учебных исследовательских и проектных заданий на этапе выполнения домашнего задания. Проектное задание учитель может рассматривать как вариант краткосрочный (к следующему уроку) или долгосрочный (на продолжительный период) домашней работы. Домашнее задание может быть как индивидуальным, так и групповым. Задание может быть дифференцированным и/или опережающим, если это позволяет подготовленность класса или отдельных обучающихся. Школьникам может быть представлен набор при выполнения домашнего задания. Важно не то, что все должны выполнить одно и тоже задание, важно достижение поставленной учебной задачи, формирование положительного отношения к её выполнению, поддержанию интереса, развитие поисковых умений.

В качестве домашнего задания можно предложить обучающимся сочинить математическую сказку, в которой фигурирует натуральные числа. В сказке персонажи должны выполнять действия с натуральными числами.

На втором этапе, соответствующим изучению материала в 7 – 8 классах, продолжается реализация проектной деятельности через групповые проекты, где учителем, как и на предыдущем этапе, продумывается модельная ситуация, содержащая проблему и промежуточные результаты, которые необходимо получить обучающимся для создания итогового продукта-проекта, решающего указанную проблему. Но только к некоторым из них педагог составляет задания и подбирает пакет необходимых документов для их выполнения, что дает возможность школьником самостоятельно дополнить (сформулировать) задания, которое необходимо выполнить для получения итогового продукта. На

основе опыта проектной деятельности, полученного в 5-6 классах, обучающиеся могут это сделать.

Таким образом, к концу данного периода на частично-самостоятельный уровень выходят – коммуникативные универсальные учебные действия (оценивать соответствие результата цели условиям, объяснять причины достижения (недостижения) результатов деятельности) и действия по работе с информацией (познавательные); среди регулятивных универсальных учебных действий по сравнению с предыдущим этапом формируется умение составлять план действий.

На этом этапе можно предложить использовать следующие виды проектов.

1. Мини-проекты, направленные на исследование новых для обучающихся геометрических конфигураций и получение новых знаний, выполняемых на уроке или дома.

Приведем пример мини-исследовательского проекта по теме: «Признаки параллелограмма».

Учитель подбирает задания, целью которых является самостоятельная формулировка и доказательство признаков параллелограмма. Выполняются задания с использованием программной среды «1С: Математический конструктор», с помощью которой учащиеся строят графические модели задач, экспериментируя с данными моделями (изменяют значения сторон параллелограмма, величины углов и т.п.), формулируют и доказывают признаки параллелограмма. Результатом решения каждого задания является интерактивная модель, которая демонстрируется на уроке. Данный проект может выполняться как в групповой форме, так и индивидуально.

Группа 1.

1. Постройте четырехугольник, у которого противоположные стороны попарно равны.

2. Исследуйте вид полученного четырёхугольника и сделайте предварительный вывод.

3. Сформулируйте на основе этого вывода первый признак, по которому можно отличить параллелограмм от других видов четырехугольников. Проверьте правильность построения, используя определение параллелограмма.

4. Докажите полученную теорему.

Группа 2.

1. Постройте четырехугольник, у которого две противоположные стороны параллельны и одновременно равны.

2. Исследуйте вид полученного четырёхугольника и сделайте предварительный вывод.

3. Сформулируйте на основе этого второй признак параллелограмма. Проверьте правильность построения, используя первый признак.

4. Докажите полученную теорему.

Группа 3.

1. Постройте две прямые, пересекающиеся под произвольным углом в точке O. Отложите на одной из них отрезки $AO = OC = a$, на другой отрезки $DO = OB = d$.

2. Исследуйте особенности полученного четырёхугольника. Сформулируйте признак параллелограмма. Проверьте правильность построения с помощью второго признака.

3. Докажите полученную теорему.

2. Проекты, направленные на создание иллюстративных моделей для решения задач на построение в геометрии.

В рамках предлагаемых проектов учащиеся выполняют построение различных геометрических фигур традиционным способом и разрабатывают соответствующую модель в рамках программы 1С: Математический конструктор. Например, при изучении параллелограмма можно предложить

изучить возможность построения параллелограмма (и его некоторых видов) по различным его заданным элементам.

Задание: с помощью каких элементов мы можем задать параллелограмм? Укажите различные наборы элементов, необходимых для этого и выполните построение для каждого случая. Разработайте соответствующую интерактивную модель.

Результатом выполнения задания должна стать коллекция интерактивных моделей на построение параллелограмма по различным его элементам. Приведём пример одной из таких моделей для построения параллелограмма по двум сторонам и углу.

Выбирая последовательно команды «Анализ», «Шаг 1», «Шаг 2», «Шаг 3» ученик демонстрирует способ построения параллелограмма (см. рисунок 1).

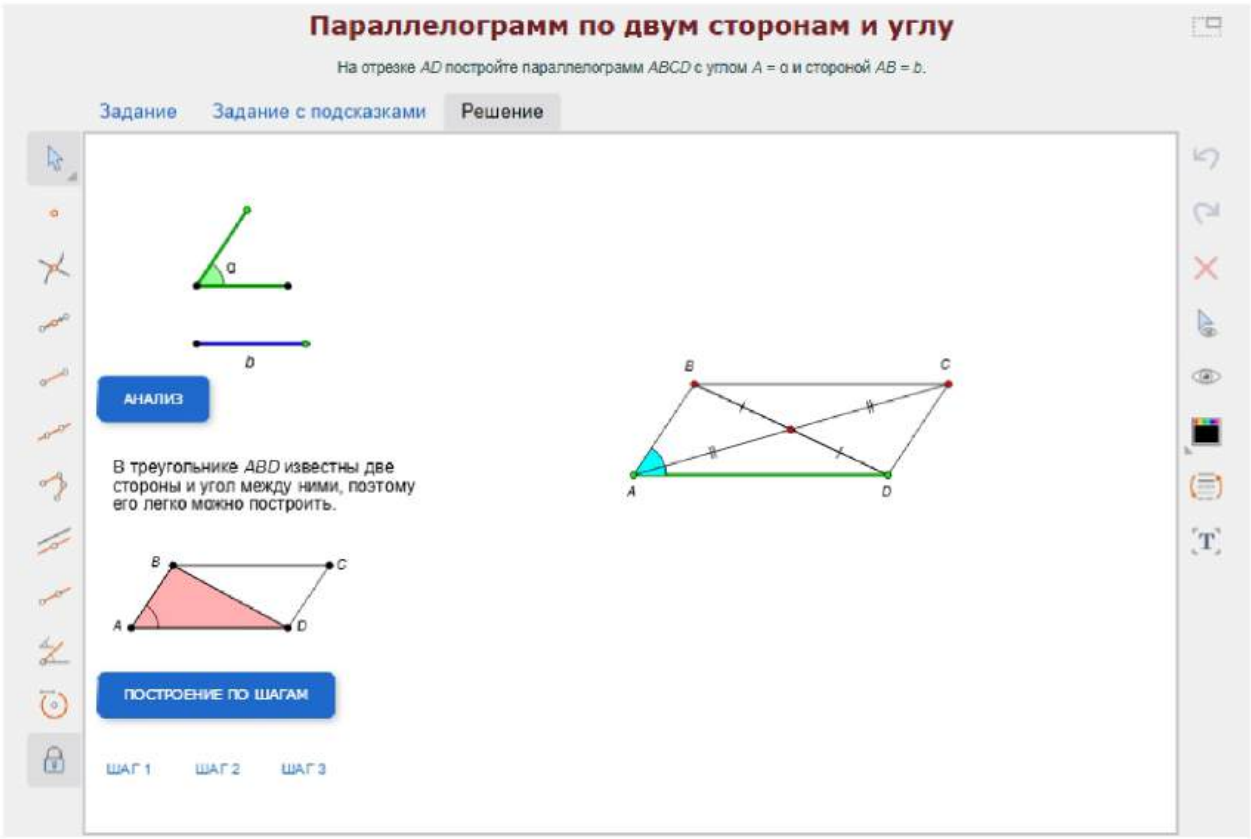


Рисунок 1 – Способ построения параллелограмма

Указанная коллекция может быть использована учителем математики для иллюстрации соответствующих построений при последующем изучении темы.

В процессе выполнения задания учащиеся совершенствуют свои навыки в решении задач на построение, так как конструирование моделей осуществляется полностью на основе элементарных конструктивных задач.

3. Проекты, в основе которых лежит исследование задачной ситуации и составление на этой основе системы цикла новых задач.

В основе выполнения проектов данного вида лежат приёмы преобразования математических задач. Это предполагает создание в процессе обучения математике таких условий, при которых учащиеся с большей или меньшей долей самостоятельности переконструировали математические объекты, входящие в заданную ситуацию, более полно использовали информацию об этих объектах, выдвигали и проверяли новые гипотезы относительно структурных взаимосвязей, представленных в условии задачи. Такую работу принято называть развитием темы задачи. При этом можно использовать следующие приёмы – обобщение задачи; специализация задачи; замена данных исходной задачи другими данными без замены заключения; добавления новых заключений при сохранении данных; исключение из задачи некоторых данных и добавление в неё новых. В соответствии со сказанным на основе одной задачи мы пытаемся сформулировать несколько других задач и проверяем их корректность на основе создания и исследования интерактивной модели рассматриваемой геометрической конфигурации. Например, в 7-ом классе в ходе изучения темы «Параллельные прямые» можно ученикам предложить решить задачу: «Две параллельные прямые пересечены секущей. Докажите, что биссектрисы накрест лежащих углов параллельны». После этого предлагаем проверить утверждения в том случае, если накрест лежащие углы заменить на соответственные и односторонние. Для выполнения задания учащиеся строят необходимые интерактивные модели на основе используемых программных средств и находят нужные закономерности. В последствии проводят доказательство. При этом почти все задачи взяты нами из школьных учебников геометрии, меняется только методика работы с ними.

На третьем этапе, соответствующем изучению материала в 9-11 классах, исследования проводятся не только в урочное время, но и должны проводиться обучающимися самостоятельно. Проектно-исследовательская деятельность в обучении школьников на данном этапе может осуществляться в некоторых основных формах:

– массовая проектная деятельность;

– конкурсная проектная деятельность.

Под массовой проектной деятельностью предполагается понимать разработку проектов на уровне образовательных учреждений. В рамках этой деятельности задача разработки и реализации проектов ставится перед всеми школьниками либо их группами. Основной задачей массовой проектной деятельности является вовлечение широкого круга детей и развитие исследовательских навыков. В рамках предыдущих этапов введения проектной деятельности у школьников появляется возможность познакомиться с методологией подготовки проекта, определить свою сферу научных интересов, сформировать собственный проект и провести его публичную защиту на уровне школы.

Конкурсная проектная деятельность представляет собой более сложную исследовательскую задачу, так как инициатором проведения может быть не только школа, но и высшее учебное заведение, крупные предприятия, органы власти.

На данном этапе введения проектной деятельности особое внимание уделяется развитию исследовательских и аналитических навыков обучающихся через междисциплинарные и исследовательские проекты. В этом возрасте изучение математических концепций выходит за рамки изучения школьного курса и предполагает изучение более сложных тем, таких как дифференциальное и интегральное исчисление, теория множеств, теория вероятностей и элементы математической статистики.

2.2 Методические рекомендации по организации проектной деятельности на примере раздела «Числа и вычисления»

Теория чисел – это раздел математики, посвященный изучению свойств целых чисел. В школьном курсе математики теоретические понятия из теории чисел представлены в упрощённой форме, но они являются основой для дальнейшего изучения математики. Кроме того, задачи олимпиадного типа присутствуют в контрольно-измерительных материалах итоговой аттестации. Некоторые ключевые темы изучаются в школьном курсе изучения математики, например, это темы «Делимость чисел», «Простые и составные числа», «НОД», «НОК» и т.д. В основном эти темы проходятся в 5-6 классах и практически не затрагиваются в 7-11 классах. Для более глубокого изучения данного раздела математики можно организовать проектную деятельность. Использование данной технологии предполагает включение проектных заданий в урочное и внеурочное время на протяжении изучения курса математики 5-11 класс. Ниже приведен календарно-тематический план изучения данного раздела.

Таблица 1 – Календарно-тематический план изучения элементов теории чисел в 5 классе

№ п/п	Тема урока	Кол-во часов	Форма организации проектной деятельности
30–31	Простые и составные числа	2	Мини-исследовательский проект по открытию понятий простые и составные числа
32–33	Признаки делимости на 2, 5, 10, 3, 9	2	Мини-исследовательский проект по открытию признаков делимости

Таблица 2 – Календарно-тематический план изучения элементов теории чисел в 6 классе

№ п/п	Тема урока	Кол-во часов	Форма организации проектной деятельности
20–22	Наибольший общий делитель. Взаимно	3	Мини-исследовательский

Продолжение таблицы 2

	простые числа		проект по открытию понятия наибольший общий делитель
23–25	Наименьшее общее кратное натуральных чисел	3	Мини-исследовательский проект по открытию понятия наименьшее общее кратное

В 5-6 классах проектную деятельность целесообразно вводить в виде проектно-исследовательских задач на этапах введения нового материала и усвоения полученных знаний. Такие задачи помогают активизировать познавательную активность школьников, повышают мотивацию обучения математики, способствуют развитию самостоятельности и креативности обучающихся. Именно на этапах ведения новых знаний и усвоения материала, проектно-исследовательские задачи наиболее эффективно способствуют пониманию изучаемых понятий и формированию необходимых навыков.

Приведем пример фрагментов уроков, с использованием проектной деятельности для 5-6 классов.

Урок «Простые и составные числа».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: создать условия для открытия простых и составных чисел.

Планируемые результаты:

Предметные:

– усвоение теоретических знаний о натуральных числах;

– умение различать простые и составные числа;

– развитие умений применять знаний при решении задач.

Метапредметные:

– развитие у учащихся умений формулировать и проверять гипотезу;

– развитие у учащихся умений находить и анализировать необходимую математическую информацию в тексте учебника;

– развитие у учащихся умений строить умозаключения и делать выводы.

Личностные:

– формирование коммуникативной компетентности общения и сотрудничества с одноклассниками в процессе учебно-исследовательской деятельности;

– формирование умений представлять результат своей деятельности, объективно оценивать свой труд;

– развитие математического языка учащихся.

Ход урока:

1. Организационный момент.

– Здравствуйте, дорогие ребята! Проверьте, пожалуйста, готовность к уроку, посмотрите у всех ли на столе есть раздаточный материал. Запишите, пожалуйста, у себя в тетрадях число и классная работа.

– Сегодня на уроке мы поработаем в ювелирной мастерской. Но чтобы стать настоящими мастерами нужно изучить теорию по данной теме. Для этого я предлагаю вам решить простую задачу.

2. Актуализация и фиксация затруднений в деятельности.

– Можно ли 30 драгоценных камней разделить поровну между 6 друзьями? (Да, каждый получит по 5 камней). В таком случаем, число 6 называют делителем числа 30, а 30 является кратным числа 6.

3. Создание проблемной ситуации.

- На доске записаны числа от 1 до 20, попробуйте найти все делители этих чисел. (Обучающиеся работают в парах).

4. Поиск и решение проблемной ситуации, работа над проектом.

Обучающиеся работают в мини-группах.

– Ребята, в мастерскую поступила партия драгоценных камней, каждый камень имеет уникальный номер. Номера камней содержат важную информацию о внутренней структуре камня и типе его огранки. Для успешной работы необходимо уметь отличать простые и составные числа, раскладывать

на множители. Это позволит выбрать тип огранки и разделить драгоценные камни по категориям.

Задание 1. Необходимо разделить камни на 2 группы «Простые» и «Составные».

Номера камней: 2,3,4,5,6,7,8,9,10,11,12,13,14,15,16,17,18,19,20.

Задание 2. Для огранки составных камней важна информация об их простых множителях. Каждый простой множитель указывает на определенную технологию камня:

2 – алмазная полировка

3 – лазерная резка

5 – химическая обработка

7 – Ультразвуковая очистка

Разложите номера составных камней на простые делители. Запишите, какие технологии обработки нужно применить к каждому камню.

Номера камней: 12, 35, 14, 24, 210.

Задание 3. Для оптимизации процесса в мастерской существуют ограничения по времени на каждый этап обработки камня:

Алмазная полировка – 5 минут

Лазерная резка – 7 минут

Химическая обработка – 10 минут

Ультразвуковая очистка – 12 минут

Рассчитайте, сколько времени потребуется на обработку каждого составного камня. Определите, какой камень потребует больше всего времени на обработку.

Задание 4. Некоторые этапы обработки можно комбинировать, чтобы сэкономить время. Алмазную полировку и ультразвуковую очистку можно проводить по группам по 2 камня одновременно. Определите, сколько времени можно сэкономить.

Творческое задание. У вас есть 2 простых камня, сумма номеров которых равна 30. Назовите номера этих камней. Подберите для каждого из них уникальную огранку и опишите её. Почему вы выбрали именно такую огранку для каждого камня.

5. Подведение итогов проекта.

Каждая группа представляет результаты своей работы классу, объясняют классу как они использовали полученные знания на практике, отвечают на поставленные вопросы в начале, рефлексируют. Класс задает вопросы, уточняет непонятные моменты. Учитель корректирует ответы, обобщает информацию, записывает ключевые понятия на доске.

6. Первичное закрепление новых знаний.

Задание 1. Мастер изготавливает амулеты с использованием драгоценных камней. Он хочет упаковать их в коробочки. У него есть: а) 12 рубинов; б) 13 изумрудов.

Сможет ли он разложить все амулеты в 2 коробочки, 3 коробочки, 4 коробочки, 5 коробочек, 6 коробочек так, чтобы в каждой коробке было одинаковое количество камней и ничего не осталось?

Задание 2.

Во время раскопок в старом замке археологи нашли сундук с драгоценными камнями. Всего в сундуке 24 камня. Археологи хотят разделить камни поровну между участниками экспедиции. Количество участников может быть 2, 4, 5, 6, 7, 12. В каких случаях археологи смогут разделить камни поровну?

7. Рефлексия учебной деятельности на уроке.

Учащиеся проводят рефлексию, отвечая на вопросы:

Что нового вы узнали на уроке?

Что было самым интересным?

Что вызвало затруднения?

Учитель оценивает работу обучающихся на уроке.

Урок: Признаки делимости.

Тип урока: Урок открытия новых знаний.

Цели урока: создать условия для открытия признаков делимости на 2,5,10.

Планируемые результаты:

Предметные:

– усвоение признаков делимости на 2, на 5 и на 10;

– формирование представлений о способах доказательства признаков делимости чисел на 2, 5, 10 на основе их представления в виде суммы разрядных слагаемых и без проведения операции деления;

– развитие умений применять изученные признаки делимости при решении задач.

Метапредметные:

– понимание учебной задачи урока и осуществление решений учебной задачи под руководством учителя;

– определение цели учебного задания;

– обнаружение и исправление ошибок, ответы на итоговые вопросы и оценивание своих достижений;

– умение находить и анализировать необходимую математическую информацию в тексте учебника;

– развитие строить умозаключения и делать выводы.

Личностные:

– формирование учебной мотивации;

– формирование адекватной самооценки.

Ход урока:

1. Организационный момент.

– Здравствуйте, дети! Запишите, пожалуйста, у себя в тетрадях число и классная работа.

2. Актуализация и фиксация затруднений в деятельности.

– На прошлом уроке вы познакомились с понятием делитель и кратное, давайте вспомним что это такое.

Учитель проводит устный опрос обучающихся.

1. Число *a* делится на число с, если _____

2. Натуральное число, на которое данное число делится без остатка_____

3. Натуральное число, которое делится на данное число без остатка_____

4. Число *a* является кратным числа *c*, если _____

5. Число, которое делится только на 1 и на само себя называется_____

После выполнения проводится самопроверка.

3. Создание проблемной ситуации.

– Предлагаю вам поиграть в такую игру, вы придумываете любое трехзначное число и записываете его в тетрадь, а я вам сразу скажу делится ли это число на 2, 5, 10. Вам необходимо проверить уголком верно ли я ответила или нет.

Как думаете это совпадение? На самом деле чтобы сразу ответить делится ли число на 2, 5, 10 мне помогают признаки делимости. Признак делимости – правило, позволяющее установить, делится ли данное натуральное число на другое число нацело, т.е. без остатка. Или, иными словами: признак делимости – алгоритм, позволяющий определить, является ли число кратным заранее заданному.

– Как вы думаете, как можно сформулировать тему и цель нашего сегодняшнего урока?

4. Поиск и решение проблемной ситуации, работа над проектом.

Групповая работа: образуется 6 групп обучающихся, в каждую группу объединяются ученики 2-х соседних парт.

Карточки с заданиями.

1 и 4 группы.

1. Запишите первые 10 чисел, кратные 2 (2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20) Что вы заметили? (Все числа оканчиваются чётной цифрой). Попробуйте выдвинуть гипотезу о том, как можно сформулировать признак делимости на 2? (Если число оканчивается четной цифрой, значит данное число делится на 2).

2. Найти в тексте п. 2 учебника формулировку признака делимости на 2, сравнить её со своей, сделать вывод о том, подтвердилась ли выдвинутая гипотеза.

3. Найти в тексте п. 2 учебника способ доказательства признака делимости конкретного числа на 2 на основе его представления в виде суммы разрядных слагаемых, без проведения операции деления; применить данный способ к любому выбранному числу.

4. Подобрать свои примеры и контрпримеры на признак делимости на 2.

2 и 5 группы.

1. Запишите первые 10 чисел, кратные 5. Что вы заметили? Сформулируйте признак делимости на 5.

2. Найти в тексте п. 2 учебника формулировку признака делимости на 5, сравнить её со своей, сделать вывод о том, подтвердилась ли выдвинутая гипотеза.

3. Найти в тексте п. 2 учебника способ доказательства признака делимости конкретного числа на 5 на основе его представления в виде суммы разрядных слагаемых, без проведения операции деления; применить данный способ к любому выбранному числу.

4. Подобрать свои примеры и контрпримеры на признак делимости на 5.

3 и 6 группы.

1. Запишите первые 10 чисел, кратные 10. Что вы заметили? Сформулируйте признак делимости на 10.

2. Найти в тексте п. 2 учебника формулировку признака делимости на 10, сравнить её со своей, сделать вывод о том, подтвердилась ли выдвинутая гипотеза.

3. Найти в тексте п. 2 учебника способ доказательства признака делимости конкретного числа на 10 на основе его представления в виде суммы разрядных слагаемых, без проведения операции деления; применить данный способ к любому выбранному числу.

4. Подобрать свои примеры и контрпримеры на признак делимости на 10.

5. Подведение итогов проекта.

Выступления групп по заданиям исследований. Выводы по исследовательской работе. Формулировка признаков делимости чисел на 2, на 5, на 10. Выделение общего для этих признаков? (Все эти признаки делимости по последней цифре записи числа.).

6. Первичное закрепление новых знаний.

1. Устное коллективное выполнение заданий.

а) Из данных чисел 230, 89, 4, 106, 3007, 358 выберите числа, которые делятся на 2 без остатка.

б) Из данных чисел 235, 54, 200, 634, 1100 выберите те, которые делятся на 5 без остатка.

в) Из данных чисел 243, 150, 165, 289, 2300 выберите те, которые делятся без остатка на 10.

2. Устное коллективное решение практико-ориентированных задач на изученные признаки делимости.

Задача № 1. Можно ли 113 туристов расселить в 2-х местные номера отеля так, чтобы не осталось свободных мест?

Задача № 2. На каждом этаже в доме по 5 квартир. Может ли количество квартир в доме быть равно 142?

Задача № 3. Бабушка купила несколько пачек печенья, по 10 штук в каждой пачке. Возможно ли, что всего печенья 35 штук?

3) Решение и оформление задач на доске и в тетрадях.

Задача № 4. В школу привезли новые стулья. Мальчики помогли перенести их в кабинеты, беря по 2 стула каждый раз. Сколько стульев могли привезти в школу?

А) 108; Б) 115; В) 103; Г) нет верного ответа.

Задача № 5. В магазин привезли упаковки с полотенцами – по 5 полотенец в каждой упаковке. Может ли быть всего 57 полотенец? 130 полотенец? 215 полотенец?

Задача № 6. Учитель принёс в класс несколько пачек карандашей по 10 штук в каждой пачке. Может ли быть, что он принёс всего 130 карандашей?

4) Решение задач в парах за партой и оформление в тетрадях с взаимопроверкой.

Задача № 7. Петя и Коля решили купить футбольный мяч и разделить его стоимость между собой поровну. Смогут ли они разделить стоимость покупки поровну в рублях, если мяч стоит 665 рублей?

Задача № 8. Мама купила Кате канцелярские принадлежности. Весь товар продавец разложила в пакеты по 5 предметов в каждый. Может ли общее число принадлежностей быть равным:

А) 11; Б) 15; В) 16.

Задача № 9. Даша купила в магазине 10 одинаковых тетрадей. Продавец назвал стоимость покупки – 176 рублей. Прав ли продавец?

5) Самостоятельное решение дополнительной практико-ориентированной задачи для обучающихся, работающих в быстром темпе.

Дополнительная задача. На ремонт одного башмака сапожник расходует 5 гвоздей. Гвозди продаются в упаковках по 86, 95 или 120 штук. Какую упаковку надо купить сапожнику, чтобы хватило на ремонт нескольких пар обуви и не осталось лишних гвоздей?

7. Рефлексия учебной деятельности на уроке.

Подводятся итоги урока. Ученикам предлагается ответить на вопросы и оценить урок смайликом.

1. Что такое признаки делимости?

2. Для чего необходимо знать признаки делимости?

3. Что объединяет признаки делимости на 2, на 5, на 10?

4. Если на уроке всё было понятно и урок понравился – поднимите красный радостный смайлик, если многое не поняли и урок не понравился – поднимите грустный синий смайлик.

Урок: «НОД».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: создать условия для открытия понятия наибольший общий делитель, открытия способа нахождения НОД, путем разложения на множители.

Планируемые результаты:

Предметные:

– усвоение понятия наибольший общий делитель;

– усвоения алгоритма разложения числа на простые множители;

– развитие умений применять изученные знания при решении задач.

Метапредметные:

– развитие формулировать и проверять гипотезу;

– развитие умений находить и анализировать необходимую математическую информацию в тексте учебника;

– развитие умений строить умозаключения и делать выводы.

Личностные:

– развитие умений планировать свои действия в соответствии с учебным заданием;

– развитие точно и грамотно излагать свои мысли в устной и письменной речи;

– формирование учебно-познавательной мотивации, готовности к самообразованию и самовоспитанию.

Ход урока:

1. Организационный момент.

– Здравствуйте, ребята! Сегодня на уроке мы займемся планированием школьного огорода. Чтобы узнать тему нашего урока предлагаю вам решить практическую задачу.

2. Создание проблемной ситуации.

Задание. Огород семьи Ивановых имеет прямоугольную форму, с длинной 12 м и шириной 8 м. Ивановы хотят разбить на нем одинаковые квадратные грядки. Какой должна быть максимальная длина сторон грядок, чтобы использовать всю площадь?

3. Актуализация и фиксация затруднений в деятельности.

– Предположите, как можно решить эту задачу? Что нужно знать, чтобы понять, какого размера будут грядки? Вспомните, что такое делитель числа? Как найти все делители числа? Какое число называется общим делителем для двух чисел?

– Чтобы решить данную задачу нам необходимо узнать новое математическое понятие «НОД» и научиться его находить.

4. Поиск и решение проблемной ситуации, работа над проектом.

Класс делится на 4 – 5 групп.

– Каждая команда – это команда агрономов. Ваша задача – стать экспертом в области НОД. Вам необходимо узнать, что такое НОД; научиться его находить разными способами; применить знания для решения практических задач.

Задание 1. Используя учебник дать определение наибольшего общего делителя.

Каждой группе дается задание на свой метод нахождения НОД.

Задание 2.1. Перечислите все делители чисел 32 и 128, а затем выберите наибольший из них.

Задание 2.2. Изучите способ разложения на простые множители в учебнике. Примените этот способ для чисел 64 и 72.

Задание 2.3. Для чисел 30 и 18 найти НОД по алгоритму Евклида.

1. Большее число делим на меньшее;

2. Если делится без остатка, то меньшее число и есть НОД (следует выйти из цикла);

3. Если есть остаток, то большее число заменяем на остаток от деления. Переходим к пункту 1.

5. Подведение итогов проекта.

Каждая группа представляет результаты своей работы классу. Обучающиеся делятся мнением о своей работе, рассказывают о своих открытиях; показывают примеры нахождения НОД разными способами, выясняют плюсы и минусы каждого способа.

6. Первичное закрепление новых знаний.

Задача 1. Фермер вырастил 36 морковок и 24 свеклы. Он хочет разложить их по пакетам для продажи на рынке. В каждый пакет должно поместиться одинаковое количество морковок и одинаковое количество свеклы. Какое наибольшее количество пакетов сможет сделать фермер? Сколько морковок и свеклы будет в каждом пакете?

Задача 2. На участке нужно высадить 96 кустов помидоров и 108 кустов перцев. Какое максимальное количество рядов можно сделать, если в каждом ряду должно быть одинаковое количество кустов каждого вида?

Задача 3. У фермера есть три рулона проволоки для ограждения грядок. Длина первой 240 см, второй 480 см, третьей 720 см. Он хочет разрезать каждый рулон на одинаковые куски, чтобы использовать их для ограждения грядок. Какова наибольшая длина каждого куска проволоки?

7. Рефлексия учебной деятельности на уроке.

Вопросы для рефлексии:

Что нового вы узнали на сегодняшнем уроке?

Что такое НОД?

Как найти НОД?

Какое практическое применение понятию НОД?

Что было самым интересным?

Какие трудности вы испытали?

Урок: «НОК».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: создать условия для открытия понятия наименьшее общее кратное, открытия способа нахождения НОК, путем разложения на множители.

Планируемые результаты:

Предметные:

– усвоение понятия наименьшее общее кратное;

– усвоения алгоритма разложения числа на простые множители;

– развитие умений применять изученные знания при решении задач.

Метапредметные:

– развитие умений находить и анализировать необходимую математическую информацию в тексте учебника;

– развитие умений строить умозаключения и делать выводы.

Личностные:

– развитие у обучающихся умений работать в группе, планировать и согласованно выполнять совместную деятельность;

– развитие мотивации к изучению математики посредством решения практико-ориентированных задач.

Ход урока:

1. Организационный этап.

Учитель приветствует учащихся, настраивает на активную, плодотворную работу.

– Чтобы узнать какая тема нашего урока предлагаю вам решить задачу.

2. Создание проблемной ситуации.

Теплоход «Суворов» свой рейс туда и обратно совершает за 8 дней, теплоход «Горький» за 12 дней, а теплоход «Киров» за 18 дней. Через сколько дней теплоходы снова встретятся в порту, если они ушли в рейс одновременно?

3. Актуализация и фиксация затруднений.

– Чтобы решить данную задачу попробуем перечислить дни когда каждый теплоход будет в порту.

Теплоход «Суворов» 8, 16, 24, 32, 40, 48, 56, 64, 72;

Теплоход «Горький» 12, 24, 36, 48, 60, 72;

Теплоход «Киров» 18, 36, 54, 72, 90, 108.

– Какое число является общим? (72)

– Какой вывод можно сделать? (Через 72 дня все 3 теплохода будут в порту).

– Сложно ли было подбирать такое число? Удобен ли такой способ для больших чисел? (Нет, нужен другой способ, универсальный).

– Давайте вспомним какие новые понятие мы узнали на прошлых уроках. (делители и кратные, НОД). Ученики проговаривают определение каждого понятия.

– На что делятся все числа в каждой строчке? (В первой на 8, во второй на 12, в третьей на 18).

– Как называются числа, которые делятся на 8 (кратные 8), на 12 и 18 (кратные 12 и 18).

– Что можно заметить у этих чисел и 72 (72 является кратным чисел 8, 12, 18).

– 72 называется общим кратным чисел 8, 12 и 18), как думаете оно будет единственное? (Нет).

– А какое общее кратное будет нам наиболее удобным? (Наименьшее).

– Какая тема нашего урока, какую поставим цель на этот урок? (Узнать, что такое наименьшее общее кратное, как его находить).

4. **Поиск и решение проблемной ситуации, работа над проектом.**

Класс делится на группы. Каждая из них изучает свой способ нахождения НОК.

Задание 2.1. Перебором найдите НОК чисел 75 и 60.

Задание 2.2. Изучите способ разложения на простые множители в учебнике. Примените этот способ для чисел 64 и 72.

Задание 2.3. Для чисел 30 и 18 найти НОК по алгоритму Евклида.

1. Большее число делим на меньшее.

2. Если делится без остатка, то меньшее число и есть НОК (следует выйти из цикла).

3. Если есть остаток, то большее число заменяем на остаток от деления.

Переходим к пункту 1.

Задание 2.4. Для чисел 70 и 163 найти НОК по формуле $НОК(a,b)=\frac{a\cdot b}{НОД(a,b)}$.

Проверить работает ли формула для трех чисел?

5. Подведение итогов проекта.

Каждая группа представляет результаты своей работы классу. Обучающиеся делятся мнением о своей работе, рассказывают о своих открытиях, показывают примеры нахождения НОК разными способами, выясняют плюсы и минусы каждого способа, а также демонстрируют решение практических задач, связанных с нахождением НОК чисел.

6. Первичное закрепление новых знаний.

Задача 1. Фермер меняет каждые 15 тыс. км моторное масло в тракторе, а каждые 60 тыс. км – приводной ремень. Через сколько тысяч километров совпадут замены масла и приводного ремня.

Задача 2. В магазин с фермерского хозяйства раз в два дня привозят помидоры, раз в три дня – красный перец и каждые десять дней – капусту. Первого июля в магазин привезли эти три вида товаров. Когда в следующий раз эти товары привезут в один день?

Задача 3. Для защиты от вредителей фермер обрабатывает огород двумя разными средствами. Первое средство нужно применять каждые 75 дней, второе – каждые 100 дней. Фермер обработал огород обоими средствами, через сколько дней ему снова нужно будет проводить обработку обоими средствами в один день?

7. Рефлексия учебной деятельности на уроке.

– Сегодня мы с вами решили сложные практические задачи и помогли фермеру. Что нового мы узнали на сегодняшнем уроке? (Узнали, что такое НОК). А зачем оно нужно? Где его можно использовать? (При решении практических задач, например, при планировании). Правильно, спасибо за урок.

Начиная с 7 класса целесообразно включать проектную деятельность комплексно в рамках урочной, так и внеурочной деятельности. На данном этапе проекты носят исследовательский характер и направлены на углубленное изучение материала в рамках отдельных тем и разделов математики. Это позволяет расширить кругозор школьников, познакомить с более сложными математическими концепциями. Приведем пример проекта по математике в 7 – 8 классах по теме «Уравнения в целых числах». Данная тема не входит в учебную программу и изучается преимущественно в рамках факультативных занятий. Несмотря на это изучение диофантовых уравнений имеет большое значение, так как задачи такого типа часто встречаются на олимпиадах разного уровня.

Урок-проект по теме: «Уравнения в целых числах».

Тип урока: урок открытия новых знаний.

Цели урока: создать условия для открытия понятия диофантового уравнения, открытия и систематизации методов решения диофантовых уравнений.

Ход урока:

1. Организационный момент.

Учитель настраивает учеников на плодотворную работу.

2. Создание проблемной ситуации.

Задание 1. Даниил со своим питомцем пришёл на площадку для выгула собак, где были только собаки и их хозяева. Он насчитал всего 38 ног, (считая свои ноги и ноги своего питомца). Сколько было на площадке собак и сколько хозяев?

– Какие у вас есть идеи решения задачи?

Обучающиеся могут предложить решить задачу перебором, например, на площадке было 8 собак и 3 хозяина, тогда ног было $8 \cdot 4 + 3 \cdot 2 = 38$ – подходит.

– Как думаете, будет ли это решение единственным? Чтобы догадаться давайте попробуем построить математическую модель этой задачи и проанализируем ее.

Пусть x – количество собак, тогда y – количество хозяев. Для решения данной задачи получим уравнение:

$4x + 2y = 38$.

Выразим y из уравнения: $y = 19 - 2x$.

Общее решение уравнения имеет вид:

$x = x_0$, $y = 19 - 2x_0$, x_0 — произвольное число.

По условию задачи, x, y — натуральные числа и $x \leq 9$. Этому требованию удовлетворяют только такие решения:

(9, 1); (8, 3); (7, 5); (6, 7); (5, 9); (4, 11); (3, 13); (2, 15); (1, 17).

Учитывая, что по условию задачи $x \geq y$, оставляем три решения:

(9, 1), (8, 3), (7, 5).

Заметим, что решение (9, 1) уравнения не является решением задачи. Действительно, в этом случае получается, что из хозяев на площадке был бы только Даниил. Но в задаче сказано, что он пришёл с одним питомцем (а не с девятью). Значит, задача имеет ровно два решения.

Ответ: 8 собак и 3 хозяина или 7 собак и 5 хозяев.

– В ходе решения задачи было использовано линейное уравнение вида:

ax + by = c, где a, b, c ϵ Z и нас интересовали только целочисленные значения неизвестных x и y (Z – множество всех целых чисел). Такие уравнения называют уравнения в целых числах или диофантовыми уравнениями (по имени греческого математика Диофанта).

– Давайте подумаем, всегда ли диофантовое уравнение с двумя неизвестными ax + by = c имеет целочисленные решения? Можно ли по коэффициентам a, b, c дать ответ на поставленный вопрос? Какие методы решения этих уравнений существуют?

3. Поиск и решение проблемной ситуации, работа над проектом.

– Рассмотрим в качестве примера уравнение 4x + 2y = 38 из задачи. Как мы убедились, оно имеет целочисленные решения (x; y)?

При любых таких целых числах x и y значение выражения 4x + 2y в левой части уравнения делится на 2 = НОД (4, 2). Значит и число c = 38 в правой части уравнения должно было делиться на 2.

Будут ли уравнение 4x + 2y = 39 иметь целочисленные решения?

D уравнении 4x + 2y = 39 свободный член c = 39 не делится нацело на 2 = НОД (4, 2). Следовательно, уравнение 4x + 2y = 39 не может иметь целочисленных решений.

– Какой вывод можно сделать?

Если в линейном диофантовом уравнении ax + by = c число c не делится на НОД (a, b), то уравнениеax + by = c не имеет целочисленных решений.

Задание 2. Какие из следующих линейных уравнений не имеют целочисленных решений:

а) 4x + 32y = 36

б) 45x – 30y = 25

в) 3x + 7y = 40

г) 121x — 66y = 100

д) 3x + y = 10?

Подберите хотя бы одно целочисленное решение для оставшихся уравнений.

Из предложенных уравнений не имеет целочисленных решений, например, уравнение б), так как с = 25 не делится нацело на НОД (45, 30) = 15.

– Предлагаю Вам поподробнее остановиться на уравнении д). Рассмотрим уравнение д). В нем один из коэффициентов при неизвестных равен 1 и с = 10 делится нацело на НОД (3, 1) = 1. Выразим неизвестное у из уравнения: $y = -3x + 10$. Тогда общее решение линейного уравнения можно записать в виде:

$x = x_0$, $y = -3x_0 + 10$, x_0 – произвольное число.

Из этого решения следует, что при любом целом значении $x = x_0$ число $y = -3x_0 + 10$ тоже является целым. Например, если x = 0, то y = 10; если x = 2, то y = 4; если x = – 1, то y = 13 и т.д.

Следовательно, уравнение $3x + y = 10$ имеет бесконечное множество целочисленных решений, которое описывается равенствами:

$x = x_0$, $y = -3x_0 + 10$, x_0 — произвольное.

– Как можно обобщить полученный вывод?

Если в линейном диофантовом уравнении $ax + by = c$ хотя бы один из коэффициентов при неизвестных равен 1 или –1, то уравнение имеет бесконечное множество целочисленных решении.

– Давайте запишем в общем виде наш вывод.

Уравнение имеет вид $x + by = c$, то $x = -by + c$. Общее решение уравнения можно записать в виде:

$x = -by_0 + c$, $y = y_0$, y_0— произвольное число.

Из этого решения следует, что при любом целом значении $y = y_0$ число $x = by_0 + c$ тоже является целым. Следовательно, уравнение $x + by = c$ имеет бесконечное множество целочисленных решений, которое описывается равенствами:

$x = -by_0 + c$, $y = y_0$, y_0— произвольное число.

Задание 3. Карандаш стоит 3 рубля, а ручка – 7 рублей. Сколько можно купить карандашей и ручек ровно на 40 рублей?

Решение.

Пусть можно купить x карандашей и y ручек. Составим уравнение:

$3x + 7y = 40$.

Выразим неизвестное x через y:

$x = (40 - 7y) : 3$.

Преобразуем это выражение:

$$x = \frac{39 - 9y + 1 + 2y}{3} = 13 + 3y + \frac{1 + 2y}{3}.$$

Теперь видно, что x будет целым числом, если значение 1 + 2y будет кратно 3. Подберем несколько таких целых значений y и вычислим соответствующие значения x:

$y = 1$, $x = 11$; $y = 4$, $x = 4$; $y = 7$, $x = -3$ и т.д.

Очевидно, таких пар будет бесконечно много, но не все они будут отвечать условию задачи. Прежде всего, x и y должны быть неотрицательными целыми числами. Далее, по условию задачи невозможно купить только одни карандаши, так как при $x = 13$ получим $3x = 39 < 40$, а при $x = 14$ получим $3x = 42 > 40$. Аналогично, если бы покупали одни ручки, то при $y = 5$ получили бы $7y = 35 < 40$, а при $y = 6$ получили бы $7y = 42 > 40$. Значит, по условию задачи $1 \leq x \leq 13$ и $1 \leq y \leq 6$. Данному требованию удовлетворяют только пары (11, 1) и (4, 4).

Ответ: можно купить 11 карандашей и 1 ручку или 4 карандаша и 4 ручки.

– Заметим, что если рассматривать линейное диофантовое уравнение $3x + 7y = 40$ независимо от условия задачи, то оно имеет бесконечное множество решений, но данные коэффициенты при x и y не равны 1 и – 1. Попробуем сформулировать вывод о этом случае.

Если в линейном диофантовом уравнении $ax + by = c$ коэффициенты удовлетворяют условию НОД (a, b) = 1 и (x_0, y_0) – одно из целочисленных решений уравнения, то общее решение уравнения можно представить в виде:

$x = x_0 + bt$, $y = y_0 - at$, t – произвольное целое число.

Например, для диофантового уравнения $3x + 7y = 40$ имеем: НОД (3, 7) = 1, и пара $x_0 = 4$, $y_0 = 4$ является одним из решений данного уравнения.

Следовательно, общее решение уравнения можно представить в виде:

$x = 4 + 7t$, $y = 4 - 3t$, t – произвольное целое число.

Предположим, например, $t = 1$. Тогда получим $x = 11$, $y = 1$ – целочисленное решение уравнения. При $t = 0$ получаем уже указанное решение $x = 4$, $y = 4$.

Задание 4. Разность квадратов двух целых чисел равна 5. Сколько существует пар таких чисел? Проанализируйте приведенное решение, заполните пропуски и составьте аналогичную задачу.

Решение.

Из равенства $x^2 - y^2 = 5$ следует, что $(x - y)(x + y) = 5$. Это равенство можно рассматривать как разложение числа 5 на целые множители. С учетом порядка множителей получаем ровно четыре разложения: $5 = 1 \cdot 5 = -1 \cdot (-5) = 5 \cdot 1 = -5 \cdot (-1)$. Составим для каждого разложения систему:

$$\begin{cases} x - y = 1. \\ x + y = 5; \end{cases} \begin{cases} x - y = -1. \\ x + y = -5; \end{cases} \begin{cases} x - y = 5. \\ x + y = 1; \end{cases} \begin{cases} x - y = -5. \\ x + y = -1. \end{cases}$$

Решим системы этих уравнений, получим:

(3, 2), (3, – 2), (– 3, 2), (– 3, 2).

Ответ: четыре пары чисел (3, 2), (3, – 2), (– 3, 2), (– 3, 2).

– Итак, мы кратко познакомились с уравнениями в целых числах – диофантовыми уравнениями – и их применением при решении задач. Некоторые из уравнений можно решить методом подбора или с помощью свойств делимости целых чисел.

– Продолжим изучение данной темы на следующем уроке. Попробуйте найти дополнительную информацию о Диофанте и диофантовых уравнениях. Попытайтесь самостоятельно познакомиться с другими методами решения диофантовых уравнений, например, с методом спуска, с алгоритмом Евклида.

На следующем уроке обучающиеся обсуждают найденные методы решения диофантовых уравнений и придумывают практические задачи к каждому методу. Все ученики готовят методичку по данной теме и защищают ее.

В 9-11 класса проектная деятельность носит индивидуальный характер. Проект носит исследовательский характер и нацелен на углубленное изучение материала.

Учебный проект старшеклассника – это работа, направленная на решение интересной проблемы, сформулированной, как правило, самим учеником в виде ряда задач, когда результатом этой работы является найденный способ решения проблемы, который носит практический характер, а также имеет важное прикладное значение и, что важно, интересен и значим для самого обучающегося. Приведем пример готового проекта по теории чисел для 11 класса (см. приложение 2).

В старших классах работа над проектом предполагает планирование деятельности и соблюдение основных этапов работы над проектом – это проблематизация, целеполагание, планирование, реализация, рефлексия.

Однако внутри каждого этапа есть более мелкие, но очень важные шаги, которые необходимо выполнять в ходе работы. Так, формулируя цель работы, автор проекта создает мысленный образ желаемого результата – проектного продукта, который является непременным условием работы. В ходе планирования необходимо определить задачи, которые предстоит решить на отдельных этапах работы и способы, которыми эти задачи будут решаться. Определить порядок и сроки выполнения работы – разработать график. На этапе реализации плана может возникнуть необходимость внести определенные изменения в задачи отдельных этапов и в способы деятельности, а иногда может измениться представление автора о конечном результате – проектном продукте. Завершается проект презентацией найденного автором способа

решения исходной проблемы, созданного им проектного продукта и самопрезентацией компетентности автора проекта.

На первоначальном этапе обучающийся сталкивается с проблемой выбора темы исследования. Тема должна быть интересна, выполнима, доступна и соответствовать содержанию. Пример темы проекта «Теория чисел в 19 задании ЕГЭ по математике».

Одним из важных компонентов проекта является его актуальность или проблема. В рамках данного раздела осуществляется изложение проблемы и соответственно описывается актуальность вашего проекта. Проблема данного проекта состоит в том, что, изучив результаты ЕГЭ по математики, в частности, статистику решения последнего задания на теорию чисел, за последние три года можно сделать вывод, что большинство выпускников, приступивших к решению этого задания, не справились с ним. Работа актуальна, так как в ней будут рассмотрены некоторые методы и способы решения различных задач на теорию чисел, что поможет решить наиболее сложную задачу второй части ЕГЭ по математике, за которую на экзамене можно получить 4 балла. Кроме того, приёмы и методы, рассматриваемые в работе, могут быть очень полезны при решении других заданий.

После актуальности проблемы исследования во введении исследовательской работы записывают объект и предмет исследования учащихся.

Объект исследования – это то, что будет взято для изучения и исследования.

Предмет исследования – это особая проблема, отдельные стороны объекта, его свойства и особенности, которые, не выходя за рамки исследуемого объекта, будут исследованы в работе.

Объект исследования: задачи № 19 из ЕГЭ по математике 2025 г.

Предмет исследования: методы и способы решения задач с целыми числами.

Далее формулируется гипотеза исследования. Гипотеза – обязательный элемент в структуре проекта, это предположение, при котором на основе ряда фактов делается вывод о существовании объекта, связи или причины явления, причем этот вывод нельзя считать вполне доказанным.

Гипотеза: существуют методы и способы, которые позволяют решать задачи по теории чисел.

Цель – это то, чего вы хотите достичь в результате действий. Те шаги, которые предстоит сделать для выполнения поставленной цели и будут задачами проекта.

Цель работы: классифицировать теоретический материал с целью изучения методов и способов решения задач номер 19, а также выбор наиболее оптимального из них.

Данная цель реализуется посредством решения ряда **задач:**

1. Изучить и классифицировать теоретический материал и расширить знания по выбранной теме;

2. Подобрать задачи из сборников по подготовке к ЕГЭ;

3. Научиться решать задачу № 19 разными способами.

Когда появилось четкое решение об исходной проблеме исследования проекта, необходимо спланировать шаги, которые предстоит пройти от исходной проблемы до реализации целей проекта. На данном этапе необходимо выбрать продукт проекта и сформулировать план работы над проектом. План работы над проектом можно представить в виде таблицы (см. таблицу 3).

Таблица 3 – План работы над проектом по теме «Теория чисел в 19 задании ЕГЭ по математике»

№ п/п	Название этапа	Сроки исполнения	Задачи этапа
1	Числовые множества. Признаки делимости	3-4 дня	Изучить теорию по признакам делимости. Изучить основные числовые множества, выделить какие элементы в них включаются.
2	Четность. Деление с остатном.	3-4 дня	Определить вид четного и нечетного числа, выделить

Продолжение таблицы 3

	Каноническое разложение.		основные свойства. Изучить основную теорему арифметики.
3	Взаимно обратные числа. Свойства.	3-4 дня	Изучить взаимно обратные числа и их свойства.
4	Последовательности. Арифметическая и геометрическая прогрессия	3-4 дня	Изучить понятие и виды последовательности, вывести основные формулы.
5	Методы решения задания 19 ЕГЭ	1 неделя	Изучить и отобрать методы решения задания 19 ЕГЭ
6	Задания 19 ЕГЭ	1 неделя	Подобрать и решить задания 19 ЕГЭ по теории чисел

Работа над проектом предполагает самостоятельную деятельность школьников. Учитель является наставником направляя и корректируя работу обучающихся. Учитель может предложить ученикам дополнительные задания для наилучшего исследования темы.

Например:

1. Докажите, что число 100 . . . 004 (между 1 и 4 стоит любое число нулей) не является квадратом целого числа.

2. Докажите, что квадрат целого числа при делении на 4 может давать только два остатка: 0 и 1.

3. Докажите, что $n^3 + 2n$ делится на 3.

Когда работа над проектом подошла к концу необходимо подготовить и оформить папку проекта, которая в обязательном порядке должна содержать:

1. Выносимый на защиту продукт проектно-исследовательской деятельности.

2. Отчет, который содержит описание работы над проектом, постановку цели, самооценку и рефлексию автора проекта. Отчет должен отражать основные этапы проектной деятельности – выбор темы и её значимость для автора проекта; планирование деятельности; описание этапов работы над проектом; самооценка и рефлексия.

Когда работа над проектом подошла к концу остаётся подготовиться к его публичной защите. Она состоит из нескольких этапов:

1. Подготовка презентации к защите проекта;

2. Подготовка текста сообщения;

3. Сдача проектной документации руководителю проектной деятельности;

4. Репетиция публичной защиты проекта.

Критерии оценивания индивидуального проекта старшеклассника:

1. Актуальность поставленной проблемы:

– Насколько работа интересна в практическом или теоретическом плане;

– Насколько работа является новой, обращается ли автор к проблеме, для комплексного решения которой нет готовых ответов;

– Верно ли определил автор актуальность работы;

– Верно, ли определены цели, задачи работы.

2. Теоретическая и практическая ценность:

– Результаты исследования доведены до идеи (потенциальной возможности) применения на практике;

– Автор в работе указал теоретическую и/или практическую значимость.

3. Методы исследования:

– Целесообразность применения методов;

–Соблюдение технологии использования методов.

4. Качество содержание проектной работы:

– Соответствие выводов поставленной цели;

– Оригинальность, неповторимость проекта;

– В проекте есть разделение на части, компоненты в каждом из которых освещается отдельная сторона работы;

– Наличие исследовательского аспекта в работе;

– Наличие дальнейшей перспективы развития выбранной темы.

5. Качество продукта проекта:

–Форма материала соответствует задумке;

– Практическая ценность продукта проектной деятельности.

6. Компетентность участника при защите работы:

– Четкие представления о целях работы, о направлениях её развития, критическая оценка работы и полученных результатов;

– Докладчик изъясняется ясно, четко, понятно, умеет заинтересовать аудиторию, обращает внимание на главные моменты в работе;

– Докладчик описается на краткие тезисные выводы, оформленные в презентации, и распространяет, объясняет их аудитории;

– Докладчик выдержал временные рамки выступления и успел раскрыть основную суть работы.

– Докладчик смог аргументировано ответить на заданные вопросы.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В процессе исследования были решены все поставленные задачи и получены следующие результаты:

1. Раскрыты основные тенденции современного образования, как предпосылки внедрения проектной деятельности в учебный процесс. Процесс организации проектной деятельности используется для развития функциональной грамотности школьников, используется как одна из форм активного обучения, способствует развитию индивидуальной траектории каждого школьника, а также применяется в качестве итоговой аттестации обучающихся.

2. Проведён анализ психолого-педагогической и методической литературы, раскрыта сущность понятия проектной деятельности и её структуры. Проектная деятельность – это совместная целенаправленная деятельность, направленная на достижение результата по определенному плану для решения поисковых, исследовательских, практических задач по любому направлению содержания образования. Ей присущи следующие цели: понимание и применение обучающимися знаний, умений и навыков, приобретенных при изучении различных предметов.

3. Рассмотрена проектная деятельность как средство формирования личностных и метапредметных универсальных учебных действий в современном образовательном процессе. Как известно, проектная деятельность оказывает значительное влияние на достижение личностных и метапредметных результатов обучающихся, способствуя формированию таких качеств, как ответственность, самостоятельность, а также формирование ключевых компетенций, необходимых для успешной социализации в обществе. На основе обобщения своего педагогического опыта и других учителей были проанализированы этапы проектной деятельности обучающихся и соотнесены с формируемыми УУД.

Были выделены основные сложности организации проектной деятельности на уроках математики основного общего образования и на этой основе выделены условия эффективной организации проектной деятельности в школе:

4. Описан общий подход организации проектной деятельности по математики в 5-9 классах. Для этого рассмотрены 3 этапа включения проектной деятельности в учебный процесс. На первом этапе основной целью реализации проектной деятельности является знакомство обучающихся с этапами проектирования, для включения обучающихся в проектную деятельность целесообразно использовать проектно-исследовательские задачи и проекты с ними. На втором этапе реализация проектной деятельности продолжается через групповые проекты, где учителем продумывается модельная ситуация, содержащая проблему и промежуточные результаты, которые необходимо получить обучающимся для создания итогового продукта-проекта, решающего указанную проблему. На завершающем этапе проектная деятельность реализуется не только в урочное время, но и должны проводиться обучающимися самостоятельно. Проектно-исследовательская деятельность на данном этапе может осуществляться как массовая проектная деятельность, конкурентная проектная деятельность и индивидуальные исследования.

5. Разработаны методические рекомендации по реализации предлагаемого подхода в рамках раздела «Числа и вычисления», которые включают в себя комплекс проектных заданий разного уровня для уроков математики в 5-9 классах и самостоятельного выполнения дома. Кроме того поскольку выбранная тема имеет перспективы развития для выполнения заданий ЕГЭ по математики в 11 классе был предложен проект, касающийся этих вопросов.

Таким образом, все поставленные задачи были выполнены, а значит, цель исследования полностью достигнута.

СПИСОК ИСПОЛЬЗОВАННЫХ ИСТОЧНИКОВ

Нормативно-правовые акты:

1. Об утверждении федерального государственного образовательного стандарта основного общего образования : приказ Министерства просвещения РФ от 31.05.2021 г. № 287 (ред. 19.02.2024) // Официальном интернет-портале правовой информации URL : www.pravo.gov.ru. Заглавие с экрана (дата обращения: 21.04.2025).

Учебная литература и периодические издания:

2. Белесман А. И. Основы проектной деятельности : метод. указания. Омск : Изд-во ОмГТУ, 2021. 38 с.

3. Данилов М. А. Воспитание у школьников самостоятельности и творческой активности в процессе обучения. Советская педагогика. 1961, С. 15-21.

4. Денисенко Е. Г., Ребро О. В., Ушаков А. А. Проектная деятельность как средство формирования универсальных учебных действий // Современные проблемы науки и образования. 2024. № 4. С. 1-8. URL : https://science-education.ru/ru/article/view?id=33576. (дата обращения : 21.04.2025).

5. Лазорев С. В. Проектная деятельность в школе: неиспользуемые возможности // Вопросы образования. 2015. № 3. С. 292-307.

6. Мансурова С. Е. Содержательный анализ обновленных ФГОС и проблема реализации их требований в работе учителя // Педагогика и просвещение. 2023. № 2. С. 85-93. URL : https://nbpublish.com/library_read_article.php?id=40608. (дата обращения : 21.04.2025).

7. Матвеева Л. Н. Самостоятельная работа на уроках как средство развития познавательной активности младших школьников // МНКО. 2017. №3 (64). С. 21-23. URL : https://cyberleninka.ru/article/n/samostoyatelnaya-rabota-na-

urokah-kak-sredstvo-razvitiya-poznavatelnoy-aktivnosti-mladshih-shkolnikov. (дата обращения : 21.04.2025).

8. Математика 5 класс : учебник для общеобразовательных учреждений в 2-х частях / Н. Я. Виленкин [и др.]. 3-е изд., перераб. М. : Просвещение, 2023. 174 с.

9. Математика 6 класс : учебник для общеобразовательных учреждений в 2-х частях / Н. Я. Виленкин [и др.]. 4-е изд., стер. М. : Просвещение, 2024. 163 с.

10. Николина В. В. Развитие функциональной грамотности обучающихся в образовательном процессе // Нижегородское образ.. 2021. №1. С. 4-13. URL : https://cyberleninka.ru/article/n/razvitie-funktsionalnoy-gramotnosti-obuchayuschihsya-v-obrazovatelnom-protsesse. (дата обращения : 21.04.2025).

11. Новикова Т. Г. Проектирование эксперимента в образовательных системах : науч.-метод. пособие М. : АПК и ПРО, 2002. 112 с.

12. Нурмуратова К. А. Функциональная грамотность как основа развития гармоничной личности в современных условиях // Педагогическая наука и практика. 2019. №1 (23). URL : https://cyberleninka.ru/article/n/funktsionalnaya-gramotnost-kak-osnova-razvitiya-garmonichnoy-lichnosti-v-sovremennyh-usloviyah. Заглавие с экрана (дата обращения : 21.04.2025).

13. Пасичник И. В. Формирование у учащихся универсальных учебных действий в процессе проектной деятельности // Современная высшая школа: инновационный аспект. 2012. №3. С. 114-121. URL : https://cyberleninka.ru/article/n/formirovanie-u-uchaschihsya-universalnyh-uchebnyh-deystviy-v-protsesse-proektnoy-deyatelnosti. (дата обращения : 21.04.2025).

14. Пахомова Н. Ю. Метод учебного проекта в образовательном учреждении: пособие для учителей и студентов пед. вузов. М. : АРКТИ, 2005. 112 с.

15. Петрухина М. Ю. Проектная деятельность как средство совершенствования профессиональных компетенций студентов СПО // Культура. Духовность. Общество. 2016. №26. С. 113-116. URL : https://cyberleninka.ru/article/n/proektnaya-deyatelnost-kak-sredstvo-sovershenstvovaniya-professionalnyh-kompetentsiy-studentov-spo. дата обращения : 21.04.2025).

16. Полат Е. С. Новые педагогические и информационные технологии в системе образования : учеб. пособие для студ. пед. вузов и системы повыш. квалиф. Пед. Кадров / М. : «Академия», 2002. 272 с.

17. Яковлева Н. Ф. Проектная деятельность в образовательном учреждении : учеб. пособие. 2-е изд. М. : ФЛИНТА, 2014. 144с.

ПРИЛОЖЕНИЯ

Приложение 1

Таблица 4 – Соотнесение этапов проектной деятельности с деятельностью учителя и обучающихся с формируемым компонентом универсальных учебных действий

Этап	Деятельность учителя	Деятельность обучающихся	Формируемый компонент ПУУД	Формируемый компонент РУУД	Формируемый компонент КУУД
Подготовительный	Заявляет общий замысел, создает положительный настрой, консультация обучающихся	Обсуждение идей, определение темы, целей, задач проекта. Разрабатывается план действий и совместной деятельности	Самостоятельное выделение и формулирование познавательной цели, поиск и выделение необходимой информации	Планирование последовательности действий для достижения цели, целеполагание	Планирование совместной работы в группе, аргументация собственного мнения, учет мнения других

Продолжение таблицы 4

Основной	Сам учитель является информационным источником. Принимает участие в обсуждении, контролирует по общим направлениям, следит за соблюдением трудовой дисциплины	Собирают, отбирают материал, работают с литературой и другими источниками, выполняют работу над проектом исходя из отобранного материала. После отобранного материала непосредственно выполняют и оформляют проект	Применять различные методы, инструменты и запросы при поиске и отборе информации или данных из источников с учетом предложенной учебной задачи и заданных критериев, выявлять причинно-следственные связи при изучении явлений и процессов, выявлять и характеризовать существенные признаки объектов (явлений), эффективно запоминать и систематизировать информацию	Самостоятельная организация выполнения задач, оценка промежуточных результатов и внесение необходимых корректировок	Адекватно использовать речевые средства для дискуссии, аргументировать свою позицию, слушать и понимать других, интегрироваться в группу и выстраивать продуктивное взаимодействие
Заключительный	Координирует готовность обучающихся к защите проекта	Осуществляет самооценку готовности к защите проекта	Делать выводы с использованием дедуктивных и индуктивных умозаключений	Оценка результатов проекта, выявление его сильных и слабых сторон, определение перспектив дальнейшей работы	Представление результатов, участие в дискуссии, формулирование выводов, конструктивное восприятие критики

Продолжение таблицы 4

Рефлексивно-оценочный	Выступает участником коллективной оценочный деятельности, координирует, направляет рефлексивно-оценочную деятельность обучающихся	Демонстрация результатов своей работы осуществляют устно или письменную самооценку, участвуют в коллективном обсуждении и содержательной оценку	Самостоятельно формулировать обобщение и выводы по результатам проведенного наблюдения, опыта, исследования, владеть инструментами оценки достоверности полученных выводов и обобщений	Оценивать результаты своей собственной деятельности и деятельности других людей, определять причины успеха или неудачи, планировать дальнейшие шаги для достижения результатов	Выражать свои мысли и чувства в соответствии с задачами и условиями коммуникации, уметь аргументировать свою точку зрения и принимать во внимание чужую, уметь участвовать в обсуждении и коллективной оценке результатов работы, слушать и принимать критику

Приложение 2

Проект по теме: «Теория чисел в 19 задании ЕГЭ по математике»

Содержание:

1.1 Числовые множества

1.2 Делимость

1.3 Чётность

1.4 Деление с остатком

1.5 Каноническое разложение

1.6 Взаимно простые числа

1.7 Последовательности

1.8 Арифметическая прогрессия

1.9 Геометрическая прогрессия

1.10 Метод «оценка плюс пример»

1.11 Задачи

Введение

Актуальность.

Данная работа будет актуальной, так как в ней будут рассмотрены некоторые методы и способы решения различных задач на теорию чисел, что поможет решить наиболее сложную задачу второй части ЕГЭ по математике, за которую на экзамене можно получить 4 балла. Кроме того, приёмы и методы, рассматриваемые в работе, могут быть очень полезны при решении и других заданий.

Цель работы: классифицировать теоретический материал с целью изучение методов и способов решения задач номер 19, а также выбор наиболее оптимального из них.

Данная цель реализуется посредством решения ряда **задач:**

1. Изучить и классифицировать теоретический материал и расширить знания по выбранной теме;

2. Подобрать задачи из сборников по подготовке к ЕГЭ;

3. Научиться решать задачу №19 разными способами.

Гипотеза: существуют методы и способы, которые позволяют решать задачи по теории чисел.

Объект исследования задачи №19 из ЕГЭ по математике 2025г.

Предмет исследования методы и способы решения задач с целыми числами.

В качестве **методов исследования** использовались поиск, сравнение, обобщение, подбор задач, синтез и анализ.

Рассмотрев задачи, содержащиеся в экзаменационном материале по теории чисел, можно выделить следующие классы задач:

Числовые множества

– делимость и признаки делимости;

– четность;

– деление с остатком;

– каноническое разложение;

– взаимо простые числа;

– числовые последовательности.

1.1 Числовые множества.

Натуральные числа – это числа 1, 2, 3, . . . Натуральные числа мы используем для счёта, а счёт начинается с единицы. Множество натуральных чисел обозначается N.

Целые числа – это числа 0, ±1, ±2, ±3, . . . Таким образом, целые числа – это нуль и «плюс-минус натуральные». Натуральные числа являются целыми положительными числами. Множество целых чисел обозначается Z.

Рациональные числа – это всевозможные дроби $\frac{m}{n}$ с целыми m и n (при этом, конечно, $n \neq 0$; чтобы избежать данной оговорки, говорят также, что m – целое, а n – натуральное). Любое целое число является в то же время рациональным (например, $3=\frac{6}{2}$). Множество рациональных чисел обозначается Q.

1.2 Делимость.

Понятие делимости относится к целым числам (в частности, к натуральным).

Целые числа мы обозначаем a, b, c, . . . , k, l, m, n, . . . , x, y, z, то есть используем все строчные буквы латинского алфавита.

Определение. Число a делится на $b \neq 0$, если найдётся число c такое, что $a = bc$. Если a делится на b, то число b называется делителем числа a.

Упражнение. Докажите, что если числа a и b делятся на c, то a + b делится на c.

Доказательство: $a \vdots c \Rightarrow a = c \cdot p$; $b \vdots c \Rightarrow b = c \cdot q$. Значит, $a + b = c \cdot p + c \cdot q = c \cdot (p + q) \Rightarrow (a + b) \vdots c$.

Сформулируем наиболее важные признаки делимости:

– a делится на 2 ⇔ последняя цифра числа a чётная;

– a делится на 3 ⇔ сумма цифр числа a делится на 3;

– a делится на 4 ⇔ последние две цифры числа a составляют число, которое делится на 4;

– a делится на 5 ⇔ последняя цифра числа a есть 0 или 5;

– a делится на 6 ⇔ число a делится и на 2, и на 3;

– a делится на 7 ⇔ результат вычитания удвоенной последней цифры из числа a без последней цифры делится 7;

– a делится на 8 ⇔ последние три цифры числа a составляют число, которое делится на 8;

– a делится на 9 ⇔ сумма цифр числа a делится на 9;

– a делится на 10 ⇔ последняя цифра числа a равна 0;

– a делится на 11 ⇔ сумма цифр в записи числа a, стоящих на чётных местах равна сумме цифр, стоящих на нечётных местах, или отличается от неё на 11;

– a делится на 13 ⇔ число его десятков, сложенное с учетверённым числом единиц этого числа делится на 13;

– а делится на 17 ⇔ если разность этого числа без его последней цифры и его последней цифры, умноженной на 5, делится на 17;

– а делится на 19 ⇔ если сумма этого числа без его последней цифры и его последней цифры, умноженной на 2, делится на 19.

1.3 Чётность.

Определение. Число называется чётным, если оно делится на 2. Число называется нечётным, если оно не делится на 2.

Вот все чётные числа: 0, ±2, ±4, ±6, . . . Если а чётно, то оно имеет вид $\boldsymbol{a = 2n}$. А вот все нечётные числа: ±1, ±3, ±5, . . . Ясно, что если а нечётно, то оно имеет вид $\boldsymbol{a = 2n + 1}$.

Следующие утверждения весьма очевидны, и их можно использовать их при решении задачи 19:

– сумма любого числа чётных слагаемых чётна;

– сумма чётного числа нечётных слагаемых чётна.

– сумма нечётного числа нечётных слагаемых нечётна;

– пусть имеется произведение нескольких множителей. Если все множители нечётны, то произведение нечётно. Если хотя бы один множитель чётный, то произведение чётно.

1.4 Деление с остатком.

Число 13 не делится на 5. Наибольшее число, которое делится на 5 и не превосходит 13, равно 10 = 5·2. Таким образом, 13 = 5·2+3, получим, что в результате деления 13 на 5 получается частное 2 и остаток 3. Оказывается, любое число а можно разделить с остатком на любое число $b \neq 0$. А именно, найдутся два числа q и r такие, что $\boldsymbol{a = bq + r}$, и при этом будет выполнено неравенство $0 \leq r < |b|$. Число q называется частным, а число r - остатком от деления а на b. Если r = 0, то есть $a = bq$, то а делится на b.

Упражнение. Найдите частное и остаток от деления: а) 7 на 2; б) 15 на 4; в) 2012 на 5; г) 1001 на 13; д) 9 на 8; е) 8 на 9.

Остаток от деления любого нечётного числа на 2 равен единице. Вот почему всякое нечётное число может быть записано в виде 2n + 1. Остатки оказываются полезными во многих ситуациях. Допустим, в ходе решения задачи вам нужно доказать, что равенство $n^2 = 3k + 2$ не может выполняться ни при каких целых числах n и k. Рассуждаем следующим образом.

Число n при делении на 3 может давать остатки 0, 1 или 2. Иными словами, возможны три случая: $n = 3m$, $n = 3m + 1$ или $n = 3m + 2$. Какие остатки при делении на 3 будут у числа n^2? Давайте посмотрим, что получается в каждом из трёх случаев. $(3m)^2 = 9m^2$ (остаток 0); $(3m + 1)^2 = 9m^2 + 6m + 1$ (остаток 1); $(3m + 2)^2 = 9m^2 + 12m + 4 = (9m^2 + 12m + 3) + 1$ (остаток 1). Таким образом, квадрат целого числа при делении на 3 не может давать остаток 2. Следовательно, равенство $n^2 = 3k + 2$ действительно невозможно ни при каких n и k.

Упражнение. Докажите, что число 100 . . . 004 (между 1 и 4 стоит любое число нулей) не является квадратом целого числа.

Упражнение. Докажите, что квадрат целого числа при делении на 4 может давать только два остатка: 0 и 1.

Упражнение. Докажите, что $n^3 + 2n$ делится на 3.

1.5 Каноническое разложение.

Всякое число делится на 1 и на само себя. Если натуральное число p не равно 1 и не имеет других натуральных делителей, кроме 1 и p, то такое число p называется простым.

Вот первые несколько простых чисел: 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19. Число 2 – единственное чётное простое число. Число, не равное 1 и не являющееся простым, называется составным. Единица не является ни простым числом, ни составным.

Упражнение. Число $3^{15} - 1$ является составным. Почему?

Оказывается, всякое число можно разложить на простые множители. Например: $30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$; $504 = 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 3 \cdot 7 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$.

Такое разложение единственно с точностью до порядка множителей и называется каноническим разложением. Утверждение о существовании и единственности канонического разложения носит название основной теоремы арифметики.

Каноническое разложение даёт полную картину делителей данного числа (и, в частности, позволяет найти их количество). Именно, пусть $a = p_1^{n1}p_2^{n2}\ldots p_s^{ns}$ – каноническое разложение числа a. Тогда каноническое разложение любого делителя числа a состоит из простых множителей, входящих в набор $\{p_1, p_2, \ldots, p_s\}$, показатели степени которых не превосходят соответственно чисел $n_1, n_2, \ldots, n_s$. Например, любой делитель числа $504 = 2^3 \cdot 3^2 \cdot 7$ имеет вид $2^a \cdot 3^b \cdot 7^c$, где $a \in \{0, 1, 2, 3\}$, $b \in \{0, 1, 2\}$ и $c \in \{0, 1\}$.

Отвечаем на вопрос упражнения: $3^{15} - 1$ является составным числом, т.к. при умножении нескольких раз числа 3 мы получим число, в конце которого стоит цифра 9, 7, 1 или 3. При вычитании из каждой из них единицы, всегда получаем чётное число, а, значит, всё число делится на 2, т.е. является составным.

Упражнение. Пусть p - простое число. Сколько делителей у числа: а) p^2; б) p^3; в) p^n?

Упражнение. Пусть p и q — простые числа. Сколько делителей у числа: а) pq; б) p^2q^3; в) p^mq^n?

Упражнение. Обобщив рассуждения пункта в) предыдущего упражнения, покажите, что количество делителей числа $a = p_1^{n1}p_2^{n2}\ldots p_s^{ns}$ равно $(n_1 + 1)(n_2 + +1)\ldots(n_s + 1)$. Найдите, сколько делителей имеет число 504.

Упражнение. Найдите канонические разложения чисел 540 и 252. С помощью полученных разложений найдите НОД (540, 252) – наибольший общий делитель этих чисел.

1.6 Взаимно простые числа.

Числа называются взаимно простыми, если они не имеют общих делителей кроме 1. Иными словами, числа a и b взаимно простые, если НОД (a,

b) = 1. Можно сказать и так: числа a и b взаимно простые тогда и только тогда, когда дробь $a\ b$ несократима. Числа взаимно простые тогда и только тогда, когда их канонические разложения состоят из непересекающихся наборов простых чисел. Например, числа $2^3 \cdot 5 \cdot 13^2$ и $3^2 \cdot 7^3 \cdot 11$ являются взаимно простыми.

Свойства взаимно простых чисел.

Пусть числа a и b взаимно просты. Тогда справедливы следующие утверждения.

1. Если некоторое число делится на a и b, то оно делится и на их произведение ab.

2. Если an делится на b, то n делится на b.

Упражнение. Какие цифры можно вставить вместо звёздочек в записи 35∗4∗, чтобы полученное пятизначное число делилось на 45?

Утверждение 2 обычно работает в ситуациях типа следующей. Пусть, например, 5n = 9m. Так как 5n делится на 9 и числа 5 и 9 взаимно простые, то n делится на 9. По той же самой причине m делится на 5.

1.7 Последовательности.

Что такое последовательность? Представьте себе устройство, которое с некоторыми интервалами выдаёт одно число за другим. Например: 2, −3, 15, 28, −6, 0, 3, . . . Набор чисел на выходе этого устройства и будет последовательностью. Более строго, последовательность чисел, или числовая последовательность – это набор чисел, в котором каждому числу можно присвоить некоторый номер, причём каждому номеру отвечает единственное число данного набора. Номер – это натуральное число; нумерация начинается с единицы. Так, в приведённой выше последовательности первый номер имеет число 2 (это первый член последовательности), а номер пять – число −6 (это пятый член последовательности). Число с номером n (то есть n-й член последовательности) обозначается an (или bn, cn, . . .). Весьма удобно, когда n-й член последовательности можно задать некоторой формулой. Например,

формула $an = 2n - 3$ задаёт последовательность: −1, 1, 3, 5, 7, . . . Формула $an = (-1)^n$ задаёт последовательность: −1, 1, −1, 1, . . .

Упражнение. Придумайте формулу n-го члена для следующих последовательностей: а) 1, 3, 5, 7, . . . ; б) 5, 8, 11, 14, . . . ; в) 1, 4, 9, 16, . . . ; г) 1, −2, 3, −4, . . .

Все рассмотренные нами последовательности являются бесконечными, то есть содержащими бесконечное множество чисел. Но бывают и конечные последовательности. Собственно, любой конечный набор чисел является конечной последовательностью. Например, конечная последовательность 1, 2, 3, 4, 5 состоит из пяти чисел.

1.8 Арифметическая прогрессия.

Арифметическая прогрессия – это последовательность, каждый член которой (начиная со второго) равен сумме предыдущего члена и некоторого фиксированного числа: $a_{n+1} = a_n + d$ ($n = 1, 2, \ldots$). Фиксированное число d называется разностью арифметической прогрессии. Например, последовательность 2, 5, 8, 11, . . . является арифметической прогрессией с первым членом 2 и разностью 3. Нетрудно получить формулу n-го члена арифметической прогрессии.

$a_2 = a_1 + d$,

$a_3 = a2 + d = (a_1 + d) + d = a_1 + 2d$,

$a_4 = a_3 + d = (a_1 + 2d) + d = a_1 + 3d$, и становится ясно, что формула для an имеет вид:

$a_n = a_1 + d(n - 1)$.

Упражнение. Сколько имеется трёхзначных чисел, делящихся на 13? Нужно знать формулу суммы $S_n = a_1 + a_2 + \ldots + a_n$ первых n членов арифметической прогрессии. Она имеет вид:

$$S_n = \frac{a1 + an}{2} \cdot n$$

Полезная модификация этой формулы получается, если в неё подставить формулу n-го члена: $S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$.

Свойство арифметической прогрессии. Если числа a, b, c образуют арифметическую прогрессию, то 2b = a + c.

Упражнение. Докажите это свойство.

1.9 Геометрическая прогрессия.

Геометрическая прогрессия – это последовательность, каждый член которой (начиная со второго) равен произведению предыдущего члена и некоторого фиксированного числа: $b_{n+1} = b_n q$ (n = 1, 2, . . .). Фиксированное число q называется знаменателем геометрической прогрессии.

Получим формулу n-го члена геометрической прогрессии. Пишем:

$b_2 = b_1 q$,

$b_3 = b_2 q = (b_1 q) q = b_1 q^2$,

$b_4 = b_3 q = (b_1 q^2) q = b_1 q^3$,

и в результате имеем: $b_n = b_1 q^{n-1}$.

Для суммы $S_n = b_1 + b_2 + \ldots + b_n$ первых n членов геометрической прогрессии нужно знать следующую формулу: $S_n = \frac{b1(qn-1)}{q-1}$.

Свойство геометрической прогрессии. Пусть числа a, b, c образуют геометрическую прогрессию. Тогда $b^2 = ac$.

Упражнение. Докажите это свойство.

Упражнение. Между числами 27 и 64 вставьте два числа так, чтобы получилась геометрическая прогрессия.

Для конечной геометрической прогрессии, состоящей из целых чисел, существует несколько иное представление, хорошо приспособленное именно для задач.

Представление конечной целочисленной геометрической прогрессии.

Геометрическая прогрессия из трёх целых чисел имеет вид: ka^2, kab, kb^2 (k, a, b — целые).

– Геометрическая прогрессия из четырёх целых чисел имеет вид: ka^3, ka^2b, kab^2, kb^3.

– Геометрическая прогрессия из пяти целых чисел имеет вид: ka^4, ka^3b, ka^2b^2, kab^3, kb^4. Вообще, пусть c_1, c_2, . . ., c_n — целые числа, образующие геометрическую прогрессию. Тогда найдутся целые числа k, a, b такие, что $c_1 = ka^{n-1}$, $c = ka^{n-2}b$, $c_3 = ka^{n-3}b^2$, . . ., $c_n = kb^{n-1}$.

Доказательство. Докажем общий случай. Пусть знаменатель прогрессии c_1, c_2, . . . , c_n равен q. Очевидно, q — число рациональное (иначе прогрессия не была бы целочисленной). Запишем q в виде несократимой дроби: $q = \frac{b}{a}$. Имеем: $c_2 = c_1\frac{b}{a}$, $c3 = c_1\frac{b^2}{a^2}$, . . ., $c_n = c_1\frac{b^{n-1}}{a^{n-1}}$,. Поскольку a и b взаимно простые и c_n — целое, число c_1 должно делиться на a^{n-1}. Иными словами, найдётся целое k такое, что $c= ka^{n-1}$. Далее. последовательно получаем:

$c_2 = ka^{n-1} \cdot \frac{b}{a} = ka_{n-2}b$,

$c_3 = ka^{n-1} \cdot \frac{b^2}{a^2}, = ka^{n-3} \cdot b^2$, . ..

$c_n = ka^{n-1}\frac{b^{n-1}}{a^{n-1}} = kb^{n-1}$, что и требовалось.

1.10 Метод «оценка плюс пример».

В большинстве случаев для решения задания 19 нужно запомнить следующую структуру этой задачи:

а) Да + пример;

б) Нет + доказательство;

в) Оценка + пример.

«Оценка плюс пример» – это специальное математическое рассуждение, которое применяется в некоторых задачах при нахождении наибольших или наименьших значений.

Суть метода состоит в следующем. Предположим, что мы ищем наименьшее значение некоторой величины A. Действуем в два этапа.

1. Оценка. Показываем, что выполнено неравенство $A \geq \alpha$.

2. Пример. Предъявляем пример, когда достигается равенство $A = \alpha$.

Тем самым доказано, что наименьшее значение A равно α.

Мы проиллюстрируем данный метод на трёх задачах, расположенных по возрастанию сложности.

1. Натуральные числа от 1 до 10 разбили на две группы так, что произведение чисел в первой группе делится на произведение чисел во второй группе. Какое наименьшее значение может принимать частное от деления первого произведения на второе?

Решение. Число 7 должно быть в первой группе, поскольку оно простое и никакое другое число на него не делится. Следовательно, частное не меньше 7 (оценка). Приведём пример разбиения, при котором частное равно 7. Первая группа: 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7; вторая группа: 8, 9, 10.

В таком случае $\frac{1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 7}{8 \cdot 9 \cdot 10} = 7$.

В данном случае нам захотелось разбить числа 1, 2, 3, 4, 5, 6, 8, 9, 10 на две группы с равными произведениями. Для этого находим каноническое разложение произведения всех этих чисел: $1 \cdot 2 \cdot 3 \cdot 4 \cdot 5 \cdot 6 \cdot 8 \cdot 9 \cdot 10 = 2^8 \cdot 3^4 \cdot 5^2$. Как видим, оно является квадратом числа $2^4 \cdot 3^2 \cdot 5 = 720$. Остаётся лишь найти числа, произведение которых равно 720. Это, например, 8, 9, и 10.

2. Все члены конечной последовательности являются натуральными числами. Каждый член этой последовательности, начиная со второго, либо в 13 раз больше, либо в 13 раз меньше предыдущего. Сумма всех членов последовательности равна 6075. а) Может ли последовательность состоять из двух членов? б) Может ли последовательность состоять из трёх членов?

Решение. а) Предположим, что в последовательности два члена. Тогда она имеет вид: а, 13а (или наоборот: 13а, а). Получаем: 14а = 6075. Это невозможно, так как слева стоит чётное число, а справа — нечётное. Следовательно, последовательность не может состоять из двух членов. б) Да, может. Пример: 405, 5265, 405. Ищем последовательность вида а, 13а, а. Получаем: 15а = 6075, откуда находим а = 405.

1.11 Задачи.

Задача 1. Перед каждым из чисел 6, 7, . . . , 11 и 9, 10, . . . , 17 произвольным образом ставят знак плюс или минус, после чего к каждому из образовавшихся чисел первого набора прибавляют каждое из образовавшихся чисел второго набора, а затем все 54 полученных результата складывают. Какую наименьшую по модулю сумму и какую наибольшую сумму можно получить в итоге?

Задача 2. На доске написано более 42, но менее 54 целых чисел. Среднее арифметическое этих чисел равно −7, среднее арифметическое всех положительных из них равно 6, а среднее арифметическое всех отрицательных из них равно −12. а) Сколько чисел написано на доске? б) Каких чисел больше: положительных или отрицательных? в) Какое наибольшее количество положительных чисел может быть среди них?

Задача 3. Набор состоит из 33 натуральных чисел, среди которых есть числа 3, 4 и 5. Среднее арифметическое любых 27 чисел этого набора меньше 2. а) Может ли такой набор содержать ровно 13 единиц? б) Может ли такой набор содержать менее 13 единиц? в) Док-те, что в любом таком наборе есть несколько чисел, сумма которых равна 28.

Задача 4. Бесконечная арифметическая прогрессия, состоящая из различных натуральных чисел, первый член которой меньше 10, не содержит ни одного числа вида $n(n+1)\ 2\ ,\ n \in N$. Какое наименьшее значение может принимать сумма первых 10 членов этой прогрессии?

Задача 5. Можно ли привести пример пяти различных натуральных чисел, произведение которых равно 1512 и а) пять; б) четыре; в) три из них образуют геометрическую прогрессию?

Задача 6. Все члены геометрической прогрессии – различные натуральные числа, заключённые между числами 210 и 350. а) Может ли такая прогрессия состоять из четырёх членов? б) Может ли такая прогрессия состоять из пяти членов?

Задача 7. В возрастающей последовательности натуральных чисел каждые три последовательных члена образуют либо арифметическую, либо геометрическую прогрессию. Первый член последовательности равен 1, а последний 2046. а) Может ли в последовательности быть три члена? б) Может ли в последовательности быть четыре члена? в) Может ли в последовательности быть меньше 2046 членов?

Задача 8. Дана последовательность натуральных чисел, причём каждый следующий член отличается от предыдущего либо на 10, либо в 7 раз. Сумма всех членов последовательности равна 163. а) Какое наименьшее число членов может быть в этой последовательности? б) Какое наибольшее число членов может быть в этой последовательности?

Задача 9. Каждое из чисел 1, −2, −3, 4, −5, 7, −8, 9, 10, −11 по одному записывают на 10 карточках. Карточки переворачивают и перемешивают. На их чистых сторонах заново пишут по одному каждое из чисел 1, −2, −3, 4, −5, 7, −8, 9, 10, −11. После этого числа на каждой карточке складывают, а полученные 10 сумм перемножают. а) Может ли в результате получиться 0? б) Может ли в результате получиться 1? в) Какое наименьшее целое неотрицательное число может в результате получиться?

Задача 10. Каждый из группы учащихся сходил в кино или в театр, при этом возможно, что кто-то из них мог сходить и в кино, и в театр. Известно, что в театре мальчиков было не более $\frac{3}{11}$ от общего числа уч-ся группы, посетивших театр, а в кино мальчиков было не более $\frac{3}{7}$ от общего числа уч-ся группы, посетивших кино. а) Могло ли быть в группе 10 мальчиков, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся? б) Какое наибольшее количество мальчиков могло быть в группе, если дополнительно известно, что всего в группе было 20 учащихся? в) Какую наименьшую долю могли составлять девочки от общего числа учащихся в группе без дополнительного условия пунктов а) и б)?

Задача 11. Имеется 33 коробки массой 19 кг каждая и 27 коробок массой 49 кг каждая. Все эти коробки раскладываются по двум контейнерам. Пусть S — модуль разности суммарных масс коробок в контейнерах. Найдите наименьшее значение S: а) если дополнительно требуется, что в контейнерах должно находиться одинаковое количество коробок; б) без дополнительного условия пункта а).

Задача 12. Учитель в школе ставит отметки от 1 до 5. Средний балл ученика равен 4,625. а) Какое наименьшее количество оценок может иметь ученик? б) Если у ученика заменить оценки 3, 3, 5, 5 на две четвёрки, то на сколько максимально может увеличиться средний балл?

Задача 13. Натуральные числа от 1 до 12 разбивают на четыре группы, в каждой из которых есть по крайней мере два числа. Для каждой группы находят сумму чисел этой группы. Для каждой пары групп находят модуль разности полученных сумм и полученные 6 чисел складывают. а) Может ли в результате получиться 0? б) может ли в результате получиться 1? в) Какое наименьшее возможное значение полученного результата?

Задача 14. По окружности расставляют 48 ненулевых целых чисел с общей суммой 20. При этом любые два стоящих рядом числа должны отличаться не более чем на 7 и среди любых четырёх, подряд идущих чисел, должно быть хотя бы одно положительное. а) Среди таких 48 чисел найдите наибольшее возможное количество положительных. б) Среди таких 48 чисел найдите наименьшее возможное количество положительных.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра «Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«30» 10 2024 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Плаксиной Софьи Сергеевны
(ФИО полностью)

Тема работы «Проектная деятельность школьников по математике как средство достижения личностных и метапредметных результатов обучения на ступени основного общего образования»

Утверждена приказом по Университету от «25. 12» 2024 г. № 1350/о

Срок сдачи студентом законченной работы «6» мая 2025 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ психолого-педагогической и методической литературы по теме исследования	Октябрь-ноябрь 2024	выполнено
2.	Раскрыть основные тенденции современного образования, как предпосылки внедрения проектной деятельности в учебный процесс	Декабрь 2024	выполнено
3.	Рассмотреть проектную деятельность как средство формирования личностных и метапредметных универсальных учебных действий в современном образовательном процессе	Январь-февраль 2025	выполнено
4.	Разработать методические рекомендации по организации проектной деятельности на уроках математики в 5-9 классах, направленных на формирование личностных и метапредметных результатов обучения и реализовать на примере одного из разделов математики в 5-9 классах.	Март-апрель 2025	выполнено
5.	Оформление текста работы	Май 2025	выполнено
6.	Подготовка презентации и выступления	Июнь 2025	выполнено

Дата выдачи задания «28» 10 2024 г.

Руководитель _____ Шарапова Н.Н.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

_____ Плаксина С.С.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А.Д. Гулякову
студентки 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Плаксиной Софьи Сергеевны

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Плаксина Софья Сергеевна, студентка 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика» прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Проектная деятельность школьников по математике как средство достижения личностных и метапредметных результатов обучения на ступени основного общего образования», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

подпись

16.05.25
ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 16.05.25
ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР _____ Шарапова Н.Н.
подпись Ф.И.О.

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ»

выпускной квалификационной работы на тему:

«Проектная деятельность школьников по математике как средство достижения личностных и метапредметных результатов обучения на ступени основного общего образования»

студентки 4 курса **Плаксиной Софьи Сергеевны**

направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,

профиль подготовки «Математика»

Руководитель ВКР Шарапова Наталья Николаевна

АНТИПЛАГИАТ
ОБНАРУЖЕНИЕ ЗАИМСТВОВАНИЙ

СПРАВКА

Пензенский государственный университет

о результатах проверки текстового документа
на наличие заимствований

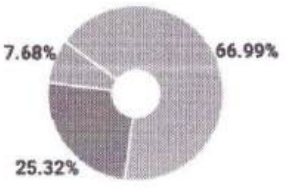
ПРОВЕРКА ВЫПОЛНЕНА В СИСТЕМЕ АНТИПЛАГИАТ.ВУЗ

Автор работы: Плаксина С С
Самоцитирование рассчитано для: Плаксина С С
Название работы: ВКР Плаксина
Тип работы: Не указано
Подразделение:

РЕЗУЛЬТАТЫ

СОВПАДЕНИЯ	25.32%
ОРИГИНАЛЬНОСТЬ	66.99%
ЦИТИРОВАНИЯ	7.68%
САМОЦИТИРОВАНИЯ	0%

ДАТА ПОСЛЕДНЕЙ ПРОВЕРКИ: 16.05.2025



Дата _____ Шарапова Н.Н.

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Проектная деятельность школьников по математике как средство достижения личностных и метапредметных результатов обучения на ступени основного общего образования»
студентки Плаксиной Софьи Сергеевны
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 21ФПМ1

Бакалаврская работа Плаксиной С. С., посвящена организации проектной деятельности школьников по математике на ступени основного общего образования. В настоящее время уделяется большое внимание включению школьников в проектную деятельность, поскольку это обеспечивает формирование необходимых умений для подготовки подрастающего поколения к будущей профессиональной деятельности. Однако, в школьной практике возникает довольно много проблем, связанных с выбором тем проектов, включению всех учащихся в данный вид деятельности и др. Для решения выделенных проблем необходимо в процессе обучения применять специальные формы работы, способствующие достижению поставленных целей.

Бакалаврская работа состоит из введения, двух глав и заключения. В первой главе автор рассматривает общие теоретические вопросы, касающиеся формирования проектной деятельности учащихся, раскрывает сущность понятия учебного проекта, описывает основные формы, методы и приёмы организации проектной деятельности в курсе математики, обеспечивающие формирование личностных и метапредметных результатов обучения. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы, а также обобщения практического опыта выделяет основные условия эффективности организации проектной деятельности. Во второй главе описаны методические рекомендации по организации проектной деятельности школьников, направленных на формирование личностных и метапредметных результатов обучения. Описано три этапа в организации проектной деятельности на различных этапах образовательного процесса. Предлагаемый подход был положен в основу предлагаемых методических рекомендаций в рамках темы «Числа и вычисления». На первом учащиеся включаются в мини-исследования на уроке, а потом уже на втором этапе переходят к самостоятельному выполнению проектов по выбранной тематике.

В процессе выполнения выпускной квалификационной работы автор проявил свои умения решать профессиональные задачи, а также продемонстрировал свою компетентность в области использования информационных и коммуникационных технологий на уроке математики, организации проектной деятельности школьников.

В целом бакалаврская работа удовлетворяет всем требованиям, предъявляемым к ним, и заслуживает оценки «отлично».

Руководитель, доцент кафедры
«Информатика и методика обучения
информатике и математике» Шарапова Н.Н.