

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса»

Студент	<u>Алф 04.05.23</u> (подпись, дата)	<u>Салмин Алексей Алексеевич</u> (ФИО полностью)
Руководитель	<u>Никитин Н. Д. 04.05.23</u> (подпись, дата)	<u>Никитин Н. Д.</u> (фамилия, инициалы)
Нормоконтролёр	<u>Журавлева Е.Г. 15.06.23</u> (подпись, дата)	<u>Журавлева Е.Г.</u> (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 24.05.2023 № 12)

Заведующий кафедрой	<u>Паньженский В.И. 24.05.23</u> (подпись, дата)	<u>Паньженский В.И.</u> (фамилия, инициалы)
---------------------	---	--

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 22.06.23 № 6)

Секретарь ГЭК	<u>Журавлева Е.Г. 22.06.23</u> (подпись, дата)	<u>Журавлева Е.Г.</u> (фамилия, инициалы)
---------------	---	--

Пенза 2023

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ.....	3
Глава 1. Теоретические и методические основы разработки элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.....	6
1.1 Элективные курсы в системе школьного математического образования.....	6
1.2 Понятие параметра. Основные типы задач с параметром	7
1.3 Методика решения задач с параметром.....	10
Глава 2. Разработка и апробация элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.....	19
2.1 Особенности организации элективного курса по решению заданий с параметром в 9 классе.....	19
2.2 Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.....	21
2.3 Технологическая карта занятия на решение простейших уравнений с параметром.....	24
2.4 Технологическая карта занятия «Графический метод решения уравнений с параметром».....	31
2.5 Итоговая контрольная работа.....	38
2.6 Апробация элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.....	40
ЗАКЛЮЧЕНИЕ.....	46
СПИСОК ИСТОЧНИКОВ.....	48
Приложение 1.....	49
Приложение 2.....	53
Приложение 3.....	54

ВВЕДЕНИЕ.

Задачи с параметрами относятся к существенной и важной части содержания современного математического образования. Они помогают формировать и развивать у учащихся логическое мышление, а также математическую культуру. Умение решать данные задания считается признаком высокого уровня знаний математики. Недостаточно простого применения известных формул, необходимо полное понимание закономерностей, наличие навыков анализа конкретного случая на основе общих свойств объекта, системности и последовательности. Нельзя отрицать, что для успешного решения параметрических задач часто требует, говоря словами известного немецкого математика и популяризатора науки Ф. Клейна: «Хотя и не слишком изощренно, но все-таки трюкачество».

Параметрические уравнения и неравенство часто встречаются при подготовке к олимпиадам самого высокого уровня (ВСОШ, Физтех, олимпиада Ломоносова и т.д.) В материалах для подготовки к итоговой аттестации попадают задачи на построение графиков функций, где ответ на заданный вопрос существенно зависит от значений фиксированной переменной.

Зачастую оказывается, что выпускник школы даже не имеет представления о решении заданий с параметрами. Это позволяет сделать вывод о том, что в школьном курсе математики не уделяется достаточного внимания решению задач с параметром, что и является проблемой данного исследования.

Цель работы: разработать элективный курс «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса»

Объект исследования: процесс обучения алгебры в 9 классе.

Предмет исследования: методика обучения решению уравнений и неравенств с параметром.

Задачи исследования:

1. Определить место элективных курсов в системе школьного математического образования.
2. Определить понятие параметра.
3. Выделить основные методы решения уравнений и неравенств с параметром.
4. Создать методические рекомендации по решению уравнений и неравенств с параметром.
5. На основе разработанных рекомендаций создать элективный курс «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса»
6. Проверить эффективность разработанного курса среди учеников 9-х классов.

В качестве рабочей гипотезы выдвинуто утверждение: создание элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса позволит не только расширить знания по методам решения уравнений и неравенств с параметром, но и подготовиться к сдаче обучающимися обязательного ОГЭ по математике в 9 классе и профильного ЕГЭ по математике в 11 классе.

Теоретическая значимость исследования состоит в том, что в ней выявлены основные методические особенности обучения решению уравнений и неравенств с параметром в школе.

Практическая значимость работы обусловлены составлением методических рекомендаций по обучению решению уравнений и неравенств с параметром, а также разработкой элективного курса, который может быть применен в любой школе в 9-х классах.

Данная работа состоит из введения, 2-х глав, заключения, списка литературы и приложений.

Во введении сформулированы основные характеристики исследования: актуальность, проблема, объект, предмет, цель, задачи, теоретическая и практическая значимости.

В первой главе рассматриваются теоретические и методические основы разработки элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.

Во второй главе составляются рекомендации по разработке элективного курса и, с помощью них, составляется сам курс.

Список литературы представляет собой перечень использованной в процессе работы справочной, научной и научно-критической литературы и источников. Библиографический список отображает степень изученности темы и состоит из 15 наименований.

Глава 1. Теоретические и методические основы разработки элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.

1.1 Элективные курсы в системе школьного математического образования...

Одним из основных аспектов организации обучения в 9 классе является реализация элективных курсов в образовательном процессе. Их создание – важнейшая часть обеспечения обучения. Данная форма работы представляет собой обязательные для посещения занятия по выбору.

Отличительная черта элективных курсов состоит в том, что обучающийся может выбрать только те направления, которые ему интересны или будут необходимы в будущей профессии. Каждый курс является нормативным, то есть учащийся обязан посещать его постоянно и, по окончании, выполнить установленную отчетную работу (сдать зачет, написать контрольную работу, защитить проект и т.д.).

На основе учебного плана школа самостоятельно определяет объем изучаемых элективных курсов. При построении занятий немалую роль играют следующие принципы:

- практический подход к овладению материала (практическая направленность);
- дифференцированный подход;
- использование новых педагогических и информационных технологий в обучении.

Рассмотрим некоторые типы элективных курсов. По классификации В.А. Орлова среди элективных курсов можно выделить:

- предметные;
- межпредметные (интегративные);
- курсы, не входящие в базисный учебный план.

Предметные элективные курсы по математике делятся еще на две большие группы:

- к первой группе можно отнести элективные курсы повышенного уровня сложности, направленные на серьезное глубокое изучение предмета. При этом, обязательно согласование данных элективных курсов с базовым курсом математики. В этом случае все разделы математики углубляются более или менее равномерно. В качестве примера можно привести следующие курсы: «Обоснования в математике (от Евклида до компьютера)» или «Алгебра плюс: элементарная алгебра с точки зрения высшей математики». Содержание рассчитано на учащихся профильных физико-математических или естественнонаучных классов. Очевидно, что и требования к учителю в таком случае предъявляются повышенные, поскольку уровень сложности предлагаемых для решения задач в курсе очень высокий. Содержание некоторых курсов может служить хорошей основой для обобщения и систематизации математических знаний учащихся и подготовки к единому государственному экзамену.

- ко второй группе относятся элективные курсы, в которых углубленно изучаются лишь отдельные разделы математики, входящие, как правило, в обязательную программу. Такими курсами являются: «Красавицы функции и их графики», «Избранные вопросы геометрии: обобщения и применения теоремы Пифагора», «Основы комбинаторики», «Замечательные неравенства: способы получения и примеры применения», «Элементы теории вероятностей», «Элементы логики» и др.

1.2 Понятие параметра. Основные типы задач с параметром.

Задания с параметром (параметр (от греческого слова *parametron* - отмеривающий) - величина, значение которой служат для различения некоторого множества между собой), а именно уравнения и неравенства с параметром, традиционно считаются трудными для освоения обучающимися. Вызвано это рядом обстоятельств:

- Трудности начинаются уже при попытке понять, что такое параметр. Это понятие не имеет четко сформулированного определения, подобного

многим другим математическим терминам. Первичное восприятие осложнено сложностью выделения примеров использования в субъектном опыте обучающихся.

- Задачи с параметром требуют рассмотреть не один однозначно заданный объект, а множество, т.е. в решение добавляется динамика, которая отсутствует в ряде большинства «статичных» задач математического школьного курса.

- Отсутствие однозначных алгоритмов мышления практически исключает возможность решить задачу (уравнение или неравенство), не обладая серьезным уровнем математических знаний.

- Несмотря на большое количество статей и учебных пособий, методика обучения решению задач с параметром остается не до конца изученной и понятной для большого количества учителей.

Под заданиями с параметрами понимают те задания, в которых технический и логический ход решения и форма результата зависят от входящих в условие величин, численные значения которых не заданы конкретно, но должны считаться известными. Изучению задач с параметром не отводится должное количество часов в школьном курсе математики, хотя и первое косвенное знакомство с этим понятием возникает относительно рано, при изучении линейной функции $y = kx$. Для этой функции в качестве параметра выступает коэффициент k .

Если параметру, содержащемуся в уравнении (неравенстве) придать произвольное числовое значение, то возможен один из двух случаев:

- либо получится уравнение (неравенство), содержащее лишь данные числа и неизвестные, и не содержащие параметров (такие значения параметра называются допустимыми);

- либо получится условие, лишенное смысла (такие значения параметра называются недопустимыми).

При решении задач допустимые значения параметров определяются из конкретного смысла. Чаще всего в школьном курсе приходится сталкиваться с параметром при решении уравнений или неравенств.

Рассмотрим основные типы уравнений и неравенств с параметром:

1 тип: Уравнения и неравенства с параметром, которые необходимо решить для любого значения параметра, либо для значений параметра, принадлежащих заданному промежутку.

Пример. Решить уравнение

$$ax - 5a = 7x - 3$$

При всех возможных значениях a .

2 тип: Уравнения и неравенства, в которых, в зависимости от значения параметра, необходимо определить количество решений.

Пример. Определите количество решений уравнения

$$x|x + 2a| + 1 - a = 0$$

в зависимости от возможных значений a .

3 тип: Уравнения и неравенства, в которых необходимо найти значения параметра, при которых имеется заданное количество решений (несложно заметить, что 2 и 3 тип фактически являются обратными друг другу).

Пример. Найдите все значения a , при которых уравнение

$$\sqrt{x + a} - \sqrt{x - a} = a$$

Имеет единственное решение.

4 тип: Уравнения и неравенства, в которых при искомом значении параметра множество решений удовлетворяет заданной области определения.

Пример. Найдите все значения параметра a , при каждом из которых уравнение

$$|x - a^2 + a + 2| + |x - a^2 + 3a - 1| = 2a - 3$$

имеет корни, но ни один из них не принадлежит интервалу $(4; 19)$.

Список предложенных типов задач с параметром нельзя считать исчерпывающим, но именно они чаще всего встречаются обучающимся на экзаменах или олимпиадах.

1.3 Методика решения задач с параметром.

Существует 2 основных метода решения задач с параметром: аналитический и графический. Каждый из этих методов содержит в себе множество приемов, которыми обучающийся должен владеть в зависимости от типа задачи.

Так же как и с типами параметрических задач, будут рассмотрены лишь основные подходы к решению уравнений и неравенств (параграф 1.4).

1 подход: область допустимых значений параметров и неизвестных.

Область допустимых значений (ОДЗ) неизвестных и параметром для ряда задач является ограниченной, т.к. ограничены области определения многих элементарных функций. Зачастую, нахождение ОДЗ сводится к решению системы неравенств, определяющих значения, которые допустимы для отдельных функций и алгебраических выражений, входящих в условие. Необходимо отметить, что существуют такие значения параметра, при которых ОДЗ не включает ни одного значения неизвестного, т.е. исходная задача не имеет решений.

Задача 1. Укажите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{x^2 - ax^2} = \frac{24}{3ax} \quad (1)$$

имеет решения.

Решение. Квадратный корень определен только при неотрицательном значении подкоренного выражения, т.е.

$$x^2 - ax^2 \geq 0 \Rightarrow x^2(a - 1) \geq 0 \Rightarrow a - 1 \geq 0 \quad (2)$$

Из 2 получаем:

$$a \leq 1 \quad (3)$$

В правой же части уравнения (1) очевидно, что ОДЗ параметра:

$$a \neq 0 \quad (4)$$

(3) и (4) неравенства образуют систему, решив которую можно получить ОДЗ параметра a :

$$\begin{cases} a \leq 1 \\ a \neq 0 \end{cases} \Rightarrow a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$$

Ответ: уравнение (1) имеет решения при $a \in (-\infty; 0) \cup (0; 1)$.

Задача 2. Укажите все значения параметра a , при которых уравнение

$$\frac{12x^3}{\sqrt{-1-a}} = \frac{\sqrt{7a}}{5+x} \quad (5)$$

имеет решения.

Решение. ОДЗ параметра a в уравнении (5):

$$\begin{cases} -1-a \geq 0 \\ 7a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a \leq -1 \\ a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow a \in \emptyset \quad (6)$$

Ответ: уравнение (5) не имеет решение при любом значении параметра a .

2 подход: область изменения функций.

Область значения многих элементарных функций также может быть ограничена, т.е. и выражения составленные из данных функций могут изменяться только в определенной области.

Задача 3. Определить все значения параметра a , при которых уравнение

$$\sqrt{15x^2 + 2} = 7a^2 + 5a - 12 \quad (7)$$

имеет решения.

Решение. Левая часть уравнения (7) представляет собой корень из выражения, значение которого всегда положительно. Таким образом, чтобы (7) имело решение – необходимо, чтобы правая часть тоже была положительная:

$$7a^2 + 5a - 12 > 0 \Rightarrow (a-1)\left(a + \frac{12}{7}\right) > 0 \quad (8)$$

Изобразим решение неравенства (8) на числовой прямой:

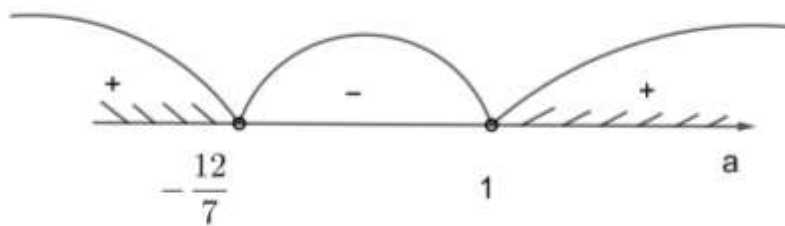


Рисунок 1. Решение неравенства (8).

Ответ: $a \in \left(-\infty; -\frac{12}{7}\right) \cup (1; +\infty)$.

3 подход: условия равносильности преобразований.

В первых двух подходах видно, что формулировка условий, определяющих ОДЗ, зачастую позволяет сводить исходную задачу к равносильным уравнению (неравенству) или системе уравнений (неравенств).

Иногда ограничиться равносильными преобразованиями не представляется возможным. В таких случаях приходится применять неравносильные преобразования, которые отличаются тем, что среди полученных корней могут быть те, которые не удовлетворяют ОДЗ исходной задачи.

Эквивалентность перехода в таких случаях можно добиться постановкой дополнительных условий, учёт которых позволяет довести решение до конца.

Задача 4. Решить уравнение

$$\sqrt{ax^2 - 5} = 2a \quad (9)$$

для всех значений параметра a .

Решение. Часто при решении иррациональных уравнений и неравенств требуется возвести обе части в квадрат. Данное преобразование является равносильным только в случае неотрицательности обеих частей. В задачах с параметром гарантировать это можно только наложением дополнительных условий.

Возведем обе части уравнения (9) во вторую степень и наложим ограничение на правую часть:

$$\begin{cases} ax^2 - 5 = 4a^2 \\ a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} ax^2 = 4a^2 + 5 \\ a \geq 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} x^2 = \frac{4a^2 + 5}{a} \\ a > 0 \end{cases} \quad (10)$$

Отметим, что в процессе знак изменился на «больше», т.к. обе части уравнения были поделены на a .

$$\begin{cases} x = \sqrt{\frac{4a^2 + 5}{a}} \\ a > 0 \end{cases}$$

Ответ: при $a \leq 0$, решений нет. При $a > 0$, $x = \sqrt{\frac{4a^2 + 5}{a}}$.

4 подход: четность функций и симметричность переменных.

В некоторых задачах с параметром неизвестные могут входить в условие лишь чётным образом, т.е. через чётные функции. Так как значения четных функций зависят только от модуля аргумента, а не от его знака, то при замене переменной x на $-x$ условия задачи не меняются.

Аналогичным образом симметрические относительно двух переменных системы уравнений или неравенств не изменяются при замене их друг на друга.

Задача 5. Найти все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} y \geq x^2 + 2a \\ x \geq y^2 + 2a \end{cases} \quad (11)$$

имеет единственное решение.

Решение. Предположим, что пара $(x_0; y_0)$ – некоторое решение системы (11), тогда, в силу симметричности переменных x и y , пара $(y_0; x_0)$ тоже является решением. Для единственности необходимо, чтобы $x_0 = y_0$.

При $x = y$ система (11) эквивалентна неравенству

$$x^2 - x + 2a \leq 0, \quad (12)$$

Которое имеет единственное решение

$$x_0 = \frac{1}{2}(1 \mp \sqrt{1-8a}) = \frac{1}{2}, \text{ при } a = \frac{1}{8}$$

Пусть $a = \frac{1}{8}$, тогда из системы (11) следует неравенство

$$x + y \geq x^2 + y^2 + \frac{1}{2} \Rightarrow \left(x - \frac{1}{2}\right)^2 + \left(y - \frac{1}{2}\right)^2 \leq 0,$$

Которое действительно имеет одно решение $x_0 = y_0 = \frac{1}{2}$.

Ответ: $1/8$.

Все рассмотренные выше подходы были алгебраическими, теперь перейдем к геометрическим способам решения задач с параметром.

5 подход. Метод сечений.

Предположим, что уравнение (неравенство), которое содержит параметр, приведено к виду $f(x) = g(x, a)$ ($f(x) >$ или $< g(x, a)$), где $f(x)$ и $g(x, a)$ – достаточно изученные функции, графики которых построить несложно. Тогда соотношение $y_1 = f(x)$ определяет на координатной плоскости $ХОУ$ некоторую кривую, а соотношение $y_2 = g(x, a)$ – семейство кривых, в котором каждому допустимому значению параметра a соответствует одна кривая. При этом значение параметра a может кардинально менять положение кривой $y_2 = g(x, a)$ относительно $y_1 = f(x)$.

Изучение сечений кривой и семейства кривых позволяет делать выводы о количестве решений уравнения $f(x) = g(x, a)$ в зависимости от значения параметра.

Нельзя рассматривать геометрический метод в качестве универсального, чаще всего до 9 класса он применяется при сечении:

- прямых и ломанных;
- парабол, гипербол, окружностей.

Задача 6. Решить уравнение для каждого действительного значения параметра a

$$x|x+1| + a = 0 \tag{13}$$

Решение. Для уравнения (13):

$$f(x) = x|x + 1| = \begin{cases} x^2 + x, & x \geq -1; \\ -x^2 - x, & x < -1; \end{cases} = \begin{cases} (x + 0,5)^2 - 0,25, & x \geq -1; \\ -(x + 0,5) + 0,25, & x < -1. \end{cases}$$

$$g(x, a) = -a.$$

График функции $f(x)$ состоит из частей двух парабол, определенных на разных промежутках.

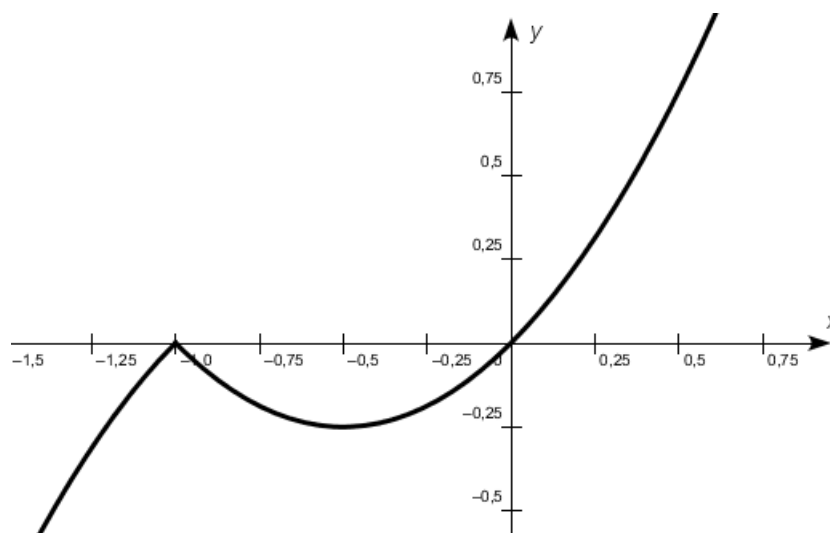


Рисунок 2. График функции $f(x)$.

Функция $g(x, a) = -a$ задает семейство прямых, параллельных оси ОХ.

Рассмотрим 5 вариантов возможных значений параметра a :

1. При $a > 0,25$ исходное уравнение имеет вид

$$-x^2 - x + a = 0$$

и будет иметь единственное решение вида

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1 + 4a}}{2}$$

2. При $a = 0,25$ будет 2 решения:

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2} \quad (\text{меньший корень уравнения } -x^2 - x + 0,25 = 0)$$

и

$$x_2 = -0,5 \quad (\text{корень уравнения } x^2 + x + 0,25 = 0).$$

3. При $0 < a < 0,25$ получаем 3 решения:

$$x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+4a}}{2}, \quad x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4a}}{2}$$

4. При $a = 0$ вновь 2 решения:

$$x_1 = 0, \quad x_2 = -1.$$

5. При $a < 0$ имеем одно решение – наибольший корень уравнения $x^2 + x + a = 0$:

$$x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1-4a}}{2}$$

Ответ: при $a < 0$ $x_1 = \frac{-1 + \sqrt{1-4a}}{2}$;

при $a = 0$ $x_1 = 0, \quad x_2 = -1$;

при $0 < a < 0,25$ $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+4a}}{2}, \quad x_{2,3} = \frac{-1 \pm \sqrt{1-4a}}{2}$;

при $a = 0,25$ $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{2}}{2}, \quad x_2 = -0,5$;

при $a > 0,25$ $x_1 = \frac{-1 - \sqrt{1+4a}}{2}$.

Задача 7. Для каждого значения параметра a решить неравенство

$$x^2 + ax + 1 > 0.$$

Решение. Рассмотрим функции $f(x) = x^2 + 1$ и $g(x, a) = -ax$. График функции $f(x)$ – парабола, ветви которой направлены вверх, а вершиной является точка $(0;1)$. Функция $g(x, a)$ порождает семейство прямых, которые проходят через точку $(0;0)$.

В зависимости от значения параметра a возможны 3 случая взаимного расположения прямой и параболы:

- 1) прямая не пересекает параболу;
- 2) прямая касается параболы;
- 3) прямая пересекает параболу в двух точках.

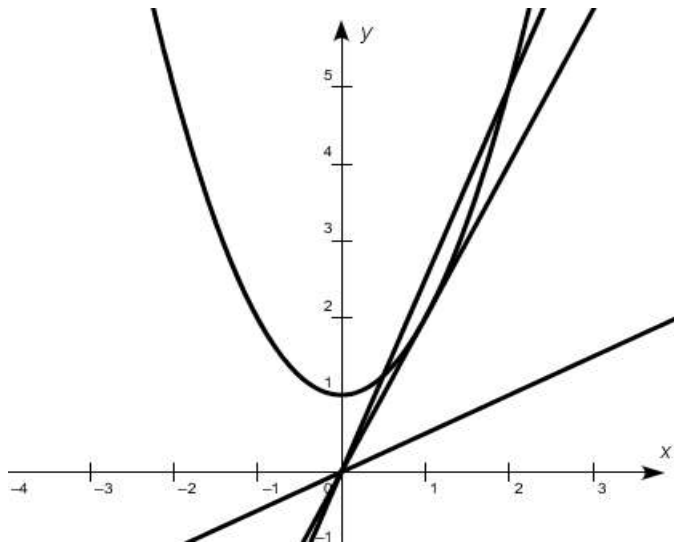


Рисунок 3. Случаи взаимного расположения графиков функций $f(x)$ и $g(x)$.

Уравнение $x^2 + 1 + ax = 0$ имеет единственное решение в случае, когда его дискриминант равен 0:

$$a^2 - 4 = 0 \Rightarrow a = \pm 2.$$

Получаем:

- при $|a| < 2$ прямая $g(x, a) = -ax$ находится ниже параболы, а значит – исходное неравенство выполняется при любом значении переменной x ;
- при $|a| = 2$ прямая касается параболы, а значит – неравенство выполняется при всех значениях переменной x , кроме тех, которые отвечают точкам касания, т.е. при $x \neq -1$ ($a = 2$) и $x \neq 1$ ($a = -2$);
- при $|a| > 2$ исходное неравенство будет выполняться при $x > x_2$ и $x < x_1$, где

$$x_1 = \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4}}{2} \text{ и } x_2 = \frac{-a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}$$

- корни уравнения $x^2 + 1 + ax = 0$.

Ответ: при $|a| > 2$ $x \in \left(-\infty; \frac{-a - \sqrt{a^2 - 4}}{2}\right) \cup \left(\frac{-a + \sqrt{a^2 - 4}}{2}; +\infty\right)$;

при $a = \pm 2$ $x \neq \mp 1$;

при $|a| < 2$ $x \in R$.

Разнообразие задач с параметром не позволяет ограничиться лишь пятью подходами, однако большинство уравнений и неравенств 9 класса можно решить, используя выше рассмотренные способы.

Глава 2. Разработка и апробация элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса...

2.1 Особенности организации элективного курса по решению заданий с параметром в 9 классе.

В первой главе отмечалось, что задачи с параметром, даже на уровне 9 класса, под силу лишь тем ученикам, которые на должном уровне изучили и научились применять:

- методы решения уравнений;
- методы решения неравенств;
- методы решения систем уравнений и неравенств;
- способы построения и анализа различных функций.

Как известно, для открытия в школе (лицее, гимназии и т.д.) элективного курса – необходимо не менее 15 обучающихся, которые на постоянной основе будут его посещать. Для успешного освоения программы желательно, чтобы все ученики были примерно одного уровня, в этом случае прохождение курса будет идти быстрее и продуктивнее. Помимо этого, все знания должны быть актуализированы, чтобы не останавливаться на простых вещах во время решения задач повышенного уровня.

Исходя из этого, первые 2 занятия курса никак не будут связаны с параметрами, а будут направлены на актуализацию необходимых в дальнейшем знаний.

Абсолютное большинство занятий будут начинаться с краткого повторения необходимых теоретических фактов и усвоения приёмов, которые будут использоваться при решении. По каждой теме обучающийся будет получать от учителя раздаточный лист с заранее подготовленными задачами. Все задания будут ранжированы по сложности (от простых к сложным), что позволит самостоятельно пройти весь путь понимания нового материала в удобном для каждого ученика темпе.

Как утверждают Агаханов Н. Х. (член жюри Всероссийской олимпиады школьников по математике и лидер российской команды на Международной математической олимпиаде), Емельянов Л. А. (старший преподаватель кафедры высшей математики Калужского филиала МГТУ имени Н.Э. Баумана, член Центральной предметно-методической комиссии и член жюри Всероссийской олимпиады школьников по математике), Сабурова Т. В. (учитель математики МАОУ Политехническая гимназия, победитель конкурса «Лучшие учителя России» в рамках приоритетного национального проекта «Образование») – данный вид работы давно себя зарекомендовал при работе на кружках с сильными детьми.

Задачи с параметром в 9 классе очень близко граничат с олимпиадной математикой, а некоторые уравнения или неравенства встречаются на заключительных этапах Всероссийских математических соревнований. В курсе «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса решению задач повышенной сложности отводится 3 часа. За это время ставится цель – не просто нарешать материал чуть сложнее школьного, а донести до обучающихся, что каждому из них под силу «брать» задачи высокого уровня.

Любая работа, тем более в сфере обучения детей, требует тщательного анализа и саморефлексии преподавателем всего, что было сделано, пройдено и усвоено. Не всегда учитель может ответить себе: «Научил ли я ребенка тому, что планировал?» Именно для ответа на этот вопрос и необходимо провести итоговый контроль усвоения знаний.

Необходимо еще раз отметить, важна не оценка ученика, а понимание – сформированы ли необходимые для данного вида работы компетенции. То есть, применительно к рассматриваемому курсу, умеет ли обучающийся решать уравнения и неравенства с параметром на уровне 9 класса?

Акцентируем внимание на особенностях организации элективного курса по решению заданий с параметром в 9 классе:

- качественная актуализация всех необходимых далее знаний, умений и навыков на первых занятиях курса;

- подготовка к каждому занятию раздаточных листов с заданиями, которые ранжированы от простых к сложным;

- большое внимание уделяется олимпиадным задачам и мотивации обучающихся к их решению;

- итоговый контроль направлен не на выставление оценки, а на ответ на вопрос: «Научился обучающийся решать уравнения и неравенства с параметром?»

2.2 Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.

Рабочая программа курса является обучающей и содержит следующие пункты:

- пояснительная записка;
- цели курса;
- задачи курса;
- планируемые результаты на конец изучения элективного курса;
- тематическое планирование;
- требования к умениям и навыкам;
- литература для педагогов и обучающихся.

В данном параграфе рассмотрены основные моменты рабочей программы курса, полный текст которой представлен в приложении 1.

Цели элективного курса:

- восполнить пробелы основного курса алгебры;
- сформировать у учеников интерес к предмету, развить их математические способности;
- сформировать у обучающихся умения и навыки по решению задач с параметром;

- сориентировать обучающихся на выбор математического профиля обучения.

Задачи курса:

- обеспечить условия для самостоятельной творческой работы;
- показать множество приемов решения задач с параметром;
- помочь овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне их свободного использования.

В таблице 1 прописано тематическое планирование элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса:

Таблица 1. Тематическое планирование элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.

№	Раздел (тема)	Количество часов
1	Повторение базовых сведений	2
2	Уравнения с параметром и их системы	6
3	Неравенства с параметром	4
4	Решение задач с параметром повышенной сложности.	3
5	Итоговый контроль	1
	Итого:	16

В зависимости от уровня обучающихся, количество вводных уроков может быть сокращено (до одного), а появившийся час направить на решение олимпиадных задач с параметром.

Реализовать эти изменения учитель может, если обучающиеся:

- умеют решать линейные и квадратные уравнения и неравенства;
- строят графики элементарных функций, их комбинации, усложненные модулями;
- умеют решать иррациональные уравнения и неравенства;

- имеют представление о применении наглядно-графического подхода к решению различных задач.

В таблице 2 представлен календарно-тематический план элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса:

Таблица 2. Календарно-тематический план элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса.

№ урока	Тема урока	Количество часов
1-2	Решение уравнений и неравенств различными способами.	2
	Уравнения с параметром и их системы.	
3	Понятие параметра. Простейшие уравнения с параметром.	1
4-5	Решение уравнений с параметром аналитическим методом.	2
6-7	Решение уравнений с параметром графическим методом.	2
8	Решение систем уравнений с параметром.	1
	Неравенства с параметром.	
9-10	Решение неравенств с параметром аналитическим методом.	2
11-12	Решение неравенств с параметром графическим методом.	2
	Решение задач с параметром повышенной сложности.	
13-15	Решение олимпиадных задач с параметром.	3
	Итоговый контроль.	
16	Итоговая контрольная работа. Подведение итогов.	1

По окончании элективного курса обучающиеся должны:

- познакомиться с понятием «параметр» и осознать важность рассматриваемой темы;

- научиться решать (закрепить навыки решения) уравнения с параметром и их систем аналитическим и графическим методами;
- научиться решать (закрепить навыки решения) неравенства с параметром и их системы аналитическим и графическим методами;
- выбирать оптимальный путь решения задачи;
- иметь представление о решении олимпиадных задач с параметром.

2.3 Технологическая карта занятия на решение простейших уравнений с параметром.

Тема: простейшие уравнения с параметром.

Тип урока: урок–лекция, материал концентрируется в блоки и преподносится как единое целое.

Цели:

- расширить и систематизировать знания учащихся;
- рассмотреть приёмы и методы решения уравнений и неравенств, содержащих параметр;
- направить на углубленное изучение предмета и овладение его содержанием на повышенном уровне сложности;
- приобрести в рамках предпрофильной подготовки навыки решения задач, содержащих параметры.

Задачи:

Обучающие:

- получение начальных сведений о решении уравнений и неравенств с параметром.

Развивающие:

- развитие логического мышления, интуиции, познавательных и творческих способностей учащихся;
- развитие умения анализировать ситуацию, находить способы решения, проводить рассуждения, обоснования.

Воспитательные:

- повышение интереса к математике;
- повышение самостоятельности при организации работы.

Формы и методы работы:

- раздаточные материалы;
- использование приёмов, повышающих заинтересованность школьников: свободный выбор заданий для самостоятельной работы, дифференцированные задания для домашней работы;
- использование групповых форм работы;

Ход урока:

- I. Постановка цели урока.
- II. Актуализация знаний, умений и навыков.

Учитель: Изучение многих физических процессов и геометрических закономерностей часто приводит к решению уравнений, содержащих параметр.

Решить уравнение (неравенство) с параметром – это значит установить соответствие, позволяющие для любого значения параметра найти соответствующее множество решений уравнения (неравенства).

- III. Изложение материала.

Можно выделить различные типы уравнений и неравенств с параметром:

Линейные уравнения и неравенства. (1 блок)

Рассмотрим примеры решения:

1. Решить уравнение: $ax = 2x + 5$.

Переносим неизвестные слагаемые в левую часть и приведём подобные слагаемые: $(a - 2)x = 5$.

Чтобы найти корни необходимо поделить уравнение на $(a - 2)$, при $a = 2$, выражение $a - 2 = 0$, т. к. делить на нуль нельзя, то данное уравнение имеет решение только при $a \neq 2$: $x = \frac{5}{a-2}$.

Ответ: при $a = 2$ решений нет, при $a \neq 2$: $x = \frac{5}{a-2}$.

2. При каком значении параметра a уравнение $2a(a - 2)x = a - 2$ не имеет решений?

Решений не имеет уравнение $0x = b$, где $b \neq 0$. Поэтому $2a(a - 2) = 0$, а $a - 2 \neq 0$ отсюда следует, что $a = 0$.

Ответ: $a = 0$.

3. При каком значении параметра a уравнение $(a^2 - 4)x = a^2 + a - 6$ имеет бесконечно много решений?

Уравнение будет иметь бесконечно много решений при:

$$\begin{cases} a^2 - 4 = 0 \\ a^2 + a - 6 = 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a_{1,2} = \pm 2 \\ a_{1,2} = -3; 2 \end{cases}$$

Таким образом, одновременно оба равенства обращаются в 0 при $a = 2$.

Ответ: $a = 2$.

IV. Задания для самостоятельного решения с последующей самопроверкой.

Учащимся на выбор предлагаются задания. Каждый выбирает любые 1–2 или несколько заданий для решения.

1. При каком значении параметра a уравнение $2a(a - 2)x = a - 2$ имеет бесконечно много решений?

2. При каком значении параметра $(a^2 - 4)x = a^2 + a - 6$ уравнение не имеет решений?

3. Решить неравенство $ax < 2x + 5$ при всех значениях параметра a .

4. При каком значении параметра a неравенство $2ax < 1 - x$ выполнятся при любых значениях x ?

5. При каком значении параметра a неравенство $a^2x < a + x$ не имеет решений?

Обсуждение решений вместе с учащимися. Оформить решения в виде слайдов.

V. Изложение материала.

Квадратные уравнения и неравенства. (2 блок)

Число корней квадратного уравнения определяют по знаку дискриминанта:

Если $D > 0$ то уравнение имеет два различных корня;

Если $D = 0$ то уравнение имеет один корень (или два совпадающих);

Если $D < 0$ то уравнение не имеет корней.

Это правило используется и при решении квадратных уравнений и неравенств, содержащих параметр.

1. При каких значениях параметра a уравнение $4x^2 - 4ax + 1 = 0$ имеет два корня?

Найдем дискриминант исходного выражения:

$D = 16a^2 - 16$, так как уравнение имеет два корня, не обязательно различных, то $D \geq 0 \Rightarrow a^2 - 1 \geq 0$

Ответ: $a \in (-\infty; -1] \cup [1; +\infty)$

2. При каких значениях параметра b уравнение $x^2 + (b + 4)x + b + 7 = 0$ имеет один корень?

При $b = 1$ уравнение становится линейным. Подставив $b = 1$ в исходное уравнение, и получим: $5x + 8 = 0$; $x = 16$.

При $b \neq 1$ имеем квадратное уравнение. Квадратное уравнение имеет один корень при $D = 0$. Находим дискриминант и приравниваем его к нулю:
 $D = (b + 4)^2 - 4(b - 1)(b + 7) = 3b^2 + 16b + 44 = 0$

Находим корни $b = 2$; $b = -\frac{22}{3}$.

Ответ: При $b = 1$; $b = 2$; $b = -\frac{22}{3}$ уравнение имеет только один корень.

3. При каких значениях параметра неравенство $ax^2 - 4ax \leq 0$ не имеет решений?

При $a = 0$ получаем: $5 \leq 0$. Это неверно. Значит, при $a = 0$ исходное неравенство не имеет решений.

При $a \neq 0$ исходное неравенство будет квадратным. Графиком функции $y = ax^2 - 4ax + 5$ является парабола. Чтобы неравенство $ax^2 - 4ax + 5$ не имело решений, нужно, чтобы парабола была полностью расположена выше оси абсцисс. Условия соответствующие данному расположению параболы:

$$\begin{cases} a > 0 \\ D < 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} a > 0 \\ 16a^2 - 20a < 0 \end{cases}$$

Решением системы является промежуток $(0; 1,25)$.

Ответ: $a \in [0; 1,25)$

VI. Задания для самостоятельного решения с последующей самопроверкой.

Учащиеся выборочно решают самостоятельно задания:

1. При каком значении параметра a уравнение $x^2 - ax + 16 = 0$ не имеет корней.

2. При каких значениях параметра b уравнение $(2b - 5)x^2 - 2(b - 1)x + 3 = 0$ имеет два различных корня?

3. При каких значениях a неравенство $x^2 - (a + 2)x + 8a + 1 > 0$ имеет решений?

4. При каких значениях a неравенство $x^2 - (a + 2)x + 8a + 1 > 0$ выполняется при любых значениях x ?

Обсуждение решений. При необходимости проверка решений с помощью проектора. Решения оформить в виде слайдов.

VII. Изложение материала

Применение теоремы Виета. (3 блок)

1. Найти все значения параметра b при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет положительные корни?

Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения, тогда по теореме Виета $x_1 + x_2 = 2b$ и $x_1 x_2 = b + 6$. Имеем систему неравенств:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = 2b > 0 \\ x_1 \cdot x_2 = b + 6 > 0 \\ D > 0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} b > 0 \\ b > 6 \\ 4b^2 - 4(b + 6) > 0 \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} b > 0 \\ b > 6 \\ b^2 - b + 6 > 0 \end{cases}$$

Решением системы неравенств будет промежуток: $[3; +\infty)$

Ответ: При $b \in [3; +\infty)$ уравнение имеет положительные корни.

2. Найти все значения p , при которых разность корней уравнения $x^2 + px + 12 = 0$ равна 1.

Пусть x_1 и x_2 – корни уравнения, тогда по теореме Виета имеем систему:

$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -p \\ x_1 \cdot x_2 = 12 \\ x_1 - x_2 = 1 \end{cases}$$

Из первого и третьего уравнений выразим параметр p и подставим во второе уравнение:

$$\begin{cases} x_1 = \frac{1-p}{2} \\ \frac{1-p}{2} \cdot \frac{-1-p}{2} = 12 \\ x_2 = \frac{-1-p}{2} \end{cases}$$

Решаем квадратное уравнение: $\frac{1-p}{2} \cdot \frac{1+p}{2} = -12$; $1-p^2 = -48$; $p^2 = 49$;

Уравнение имеет два корня 7 и -7

Ответ: При $p = \pm 7$ разность корней равна 1.

VIII. Задания для самостоятельного решения с последующей самопроверкой.

1. Найти все значения параметра b при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет отрицательные корни?

2. Найти все значения параметра b при которых уравнение $x^2 - 2bx + b + 6 = 0$ имеет корни разных знаков?

3. Найти все значения p , при которых разность корней уравнения $2x^2 - px + 1 = 0$ равна 1.

Обсуждение решений. При необходимости проверка решений с помощью проектора. Решения оформлены на слайдах.

IX. Итог урока.

Учитель: Сегодня на уроке мы разобрали основные приёмы решения линейных и квадратных уравнений и неравенств, содержащих параметр, научились использовать теорему Виета при решении задач с параметрами.

X. Домашнее задание.

Домашнее задание состоит из 3-х разделов, различного уровня сложности.

1 раздел	2 раздел	3 раздел
Линейные уравнения и неравенства		
1. При каком значении a неравенство $ax > 8$ не имеет решений?	1. При каком значении a уравнение $2a(a-2)x = a-2$ не имеет решений?	1. При каком значении a система уравнений $\begin{cases} a + y - 0,5a^2x = 0 \\ 8x - y + 4 = 0 \end{cases}$ не имеет решений?
2. При каком значении a неравенство $ax > 8$ имеет бесконечно много решений?	2. При каком значении a уравнение $2a(a-2)x = a-2$ имеет бесконечно много решений?	2. При каком значении a система уравнений $\begin{cases} a + y - 0,5a^2x = 0 \\ 8x - y + 4 = 0 \end{cases}$ имеет бесконечно много решений?
3. Решить неравенство $ax > 1 - x$ для различных значений a .	3. Решить неравенство $2a(a-2)x < a-2$	

	различных значений a .	
Квадратные уравнения и неравенства. Применение теоремы Виета.		
1. При каком значении параметра a уравнение $ax^2+2ax+1=0$ имеет 2 корня?	1. При каком значении a неравенство $ax^2-4ax-3 \leq 0$ выполняется при любых значениях x ?	1. При каком значении параметра a решение неравенства $ax^2+2ax+1 \leq 0$ состоит из одной точки?
2. При каком значении a неравенство $x^2-3ax+4 > 0$ имеет бесконечно много решений?	2. При каком значении параметра a уравнение $ax^2+(2a+3)x+a-1=0$ не имеет корней?	2. Найти все значения a при которых число 2 разделяет корни уравнения $ax^2+x+1=0$.
3. Найти все значения a при которых сумма корней уравнения $2x^2+ax+1=0$ положительна?	3. Найти все значения a при которых отношение корней уравнения $x^2+px+2=0$ равно 2?	3. При каком значении a сумма $x_1^2+x_2^2$ где x_1^2, x_2^2 – корни уравнения $4x^2-11x+a^2=0$ принимает наибольшее значение?

Обучающиеся получают домашнее задание на карточках. Достаточно выполнить любые 6 заданий. При оценивании работы учитывается раздел уровня сложности, из которого были решены задания.

2.4 Технологическая карта занятия «Графический метод решения уравнений с параметром».

Предмет: курс «Уравнения и неравенства с параметром».

Класс: 9.

Тема урока: «Графический метод решения уравнений с параметром».

Планируемые результаты обучения:

Личностные:

- Умение планировать, контролировать процесс и результат учебной деятельности.
- Креативность мышления, инициатива, находчивость, активность при решении математических задач.
- Коммуникативная компетентность в общении и сотрудничестве со сверстниками в образовательной, учебно-исследовательской деятельности.

Предметные:

- Знание графиков элементарных функций.
- Умение выполнять основные преобразования графиков.
- Понимание сути графического метода.
- Понимание сути решения задачи с параметрами.
- Знание основных приемов при решении задач с параметром графическим методом.

Метапредметные:

- Умение самостоятельно выделять и формулировать цель.
- Умение формулировать и удерживать учебную задачу.
- Умение выбирать действия в соответствии с поставленной задачей и условиями её реализации.
- Уметь подбирать аргументы, формулировать выводы.
- Умение организовывать учебное сотрудничество и совместную деятельность с учителем и сверстниками.

Основная цель: создание условий для овладения учащимися графического метода при решении задач с параметрами, формирование исследовательских компетентностей.

Техники и технологии: системно-деятельностный подход; обучение на основе проблемных ситуаций.

Формы работы: в парах, фронтальная.

Ресурсы (раздаточный материал, ИКТ):

- Задачи типа 17 вариантов ЕГЭ (Решаемые на уровне 9 класса).

- Материалы сайта <http://reshuege.ru>.

Оборудование: Мультимедийный проектор, компьютер, экран, компьютеры для учащихся (1 на 2 человека).

Этапы урока (время)	Деятельность учителя	Деятельность учащихся	Формируемые УУД				Формы оценивания
			Личностные:	Регулятивные:	Коммуникативные:	Познавательные:	
Организационный момент Время: 3 мин Основные этапы: 1.Самоопределение к деятельности. 2. Формулирование темы урока.	Настраивает учащихся на работу через ситуацию проблемного характера. Мотивирует к формулированию темы	Включаются в деловой ритм урока. Формулируют тему урока.	Планирование учебного сотрудничества с учителем и сверстниками – определение целей, функций участников, способов взаимодействия	Умение прогнозировать свою деятельность.	Умение с достаточной полнотой и точностью выразить свои мысли в соответствии с задачами и условиями коммуникации.	Уметь формулировать информационный запрос.	
Постановка цели и задач урока. Мотивация учебной деятельности учащихся. Время: 3 мин	Координация деятельности учащихся.	Формулируют цель и задачи, определив границы знания и незнания. (Цель: Рассмотреть возможности применения графического метода при решении задач с параметрами. Задачи: Рассмотреть достоинства и недостатки графического метода. Обобщить приемы,	Установление связи между учебной деятельностью и ее мотивом.	Целеполагание. Установление учащимися связи между целью учебной деятельности и ее мотивом.	Умение слушать и понимать речь других, оформлять свои мысли в устной и письменной речи, аргументировать своё мнение и позицию.		

		которые применяются при использовании графического метода.)					
Актуализация знаний. Время: 10 мин.	Подводит учащихся к обоснованию сути графического метода. Предлагает устные задания типа: установить соответствие между графиком и формулой; задать аналитически множество точек плоскости, найти ошибки в построении графиков.	Формулируют суть графического метода при решении уравнений, неравенств, систем. Выполняют предложенные задания.	Умение адекватно реагировать на трудности.	Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение .	Умение аргументировать свое мнение и позицию.	Уметь ориентироваться в своей системе знаний (отличать новое от уже известного, структурировать знания, преобразовывать информацию из одной формы в другую).	Поощрение
Творческое применение и добывание знаний в новой ситуации (цикл повторяется при решении каждой задачи). Время 25 мин, Фиксация затруднений.	Предлагает проанализировать условие задачи, определить и зафиксировать затруднения. Предлагает обосновать целесообразность	Анализируют условие задачи, обсуждают в парах и фиксируют затруднения, выбирают способ и средства	Инициативное сотрудничество в поиске и сборе информации;	Уметь проговаривать последовательность действий, высказывать свое предположение . Уметь формулировать	Уметь планировать учебное сотрудничество с учителем и сверстниками.	Уметь добывать новые знания, используя современные программные средства. Устанавливать причинно-следственные связи, строить рассуждения	Взаимооценка

Проект выхода из затруднений	применения графического метода или аргументировать выбор в пользу другого метода.	действий. Формулируют обоснования.		промежуточную задачу, определять последовательность промежуточных целей с учетом конечного результата. Планирование, прогнозирование, поиск и выделение необходимой информации.		выводы. Умение использовать знаково-символические средства. Моделирование.	
Лабораторная работа	Корректирует результаты лабораторной работы и решений, организует запись решения на доске или самопроверку по эталону (в зависимости от степени подготовленности класса).	Выполняют в парах построения графиков в программе, изменяя произвольные значения параметра. Фиксируют закономерности. Фиксируют ситуации, удовлетворяющие требованиям условия задачи. Обсуждают в парах и записывают аналитическое задание найденных ситуаций. Записывают решение, вносят коррективы.		Уметь работать по коллективно составленному плану. Уметь вносить необходимые коррективы в действия после его завершения на основе его			
Фронтальное обсуждение результатов, оформление решения.							

				оценки и учета характера ошибок.			
Подведение итогов, рефлексия Время: 4 мин.	Предлагает обсудить достигнутые результаты и ответить на вопросы: - В чем достоинства и недостатки графического метода? - Когда выбор метода решения определяется в пользу графического? Мотивирует обучающихся к самоанализу деятельности и проектированию дальнейшего продвижения в изучении материала. Фиксирует выводы.	Обсуждают результаты, отвечают на вопросы. Проводят самоанализ деятельности. Формулируют выводы.	Умение осуществлять самооценку на основе критерия успешности учебной деятельности.	Умение оценивать правильность выполнения действия на уровне адекватной ретроспективной оценки.			Самооценка
Информация о домашнем задании, инструктаж по его выполнению Время: 2 мин.	Инструктирует по выполнению домашнего задания. http://reshuege.ru/test?id=3965913&nt=False&pub=True	Выбирают задание из предложенных учителем с учётом индивидуальных возможностей.					

2.5 Итоговая контрольная работа.

Итоговая контрольная работа, завершающая изучение курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса, состоит из шести заданий:

- 1) Уравнение с параметром, предполагающее решение аналитическим методом;
- 2) Уравнение с параметром, предполагающее решение графическим методом;
- 3) Неравенство с параметром, предполагающее решение аналитическим методом;
- 4) Неравенство с параметром, предполагающее решение графическим методом;
- 5) Система неравенств с параметром;
- 6) Задача с параметром повышенной сложности.

Цель работы: определить уровень освоения курса, выявить основные пробелы в усвоении материала.

Критерии оценивания:

- оценка «5» ставится, когда сделаны любые пять заданий итоговой контрольной работы;
- оценка «4» ставится, когда сделаны любые четыре задания итоговой контрольной работы;
- оценка «3» ставится, когда сделаны любые три задания итоговой контрольной работы;
- оценка «2» ставится, когда сделаны два или менее заданий итоговой контрольной работы.

Текст итоговой контрольной работы:

Задание 1.

При всех значениях параметра a решить уравнение:

$$ax^2 + a + 2ax = -4 - 2x$$

Задание 2.

При каких значения параметра a уравнение

$$\sqrt{x+1} = x+a$$

имеет единственное решение?

Задание 3.

При каждом значении параметра a найти все значения неравенства

$$x + 2a - \sqrt{3ax + 4a^2} > 0.$$

Задание 4.

Для каждого значения параметра a решить неравенство

$$x^2 + ax + 1 > 0.$$

Задание 5.

Найти все значения параметра a , при каждом из которых система неравенств

$$\begin{cases} y \geq x^2 + 2a \\ x \geq y^2 + 2a \end{cases}$$

имеет единственное решение.

Задание 6.

Найти все значения параметра a , при каждом из которых система

$$\begin{cases} \frac{x - ax - a}{x - 2 + 2a} \geq 0 \\ x - 8 > ax \end{cases}$$

не имеет решений.

Несмотря на то, что каждое задание предполагает определенный метод решения, выбор другого пути нахождения ответа – не возбраняется.

Все задания для обучающихся в группе являются посильными и решаемыми.

2.6 Апробация элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса

Элективный курс «Уравнения и неравенства с параметром» был апробирован на учениках 9 класса МБОУ ЛСТУ №2 г. Пензы. Обучение проводилось по разработанной рабочей программе, согласованной с методическим объединением учителей математики МБОУ ЛСТУ №2 и администрацией лицея.

Обучающимися по программе курса стали 17 учеников 9-го класса (список участников представлен в приложении 2).

В рамках реализации курса было проведено 16 занятий по одному академическому часу, 2 раза в неделю (по вторникам и четвергам), в период с 04.04.2023 по 25.05.2023.

Группа состояла из обучающихся, имеющих оценки по алгебре и геометрии «4» и «5». На вводном занятии стало ясно, что время актуализации не подлежит сокращению. Таким образом, все уроки были проведены в соответствии с тематическим планированием.

В таблице 3 представлены даты занятий в соответствии с тематическим планированием:

Таблица 3. Даты занятий в соответствии с тематическим планированием.

№ урока	Дата	Тема урока	Количество часов
1	04.04.2023	Решение уравнений и неравенств различными способами.	1
2	06.04.2023	Решение уравнений и неравенств различными способами.	1
3	11.04.2023	Понятие параметра. Простейшие уравнения с параметром.	1
4	13.04.2023	Решение уравнений с параметром	1

		аналитическим методом.	
5	18.04.2023	Решение уравнений с параметром аналитическим методом.	1
6	20.04.2023	Решение уравнений с параметром графическим методом.	1
7	25.04.2023	Решение уравнений с параметром графическим методом.	1
8	27.04.2023	Решение систем уравнений с параметром.	1
9	02.05.2023	Решение неравенств с параметром аналитическим методом.	1
10	04.05.2023	Решение неравенств с параметром аналитическим методом.	1
11	09.05.2023	Решение неравенств с параметром графическим методом.	1
12	11.05.2023	Решение неравенств с параметром графическим методом.	1
13	16.05.2023	Решение олимпиадных задач с параметром.	1
14	18.05.2023	Решение олимпиадных задач с параметром.	1
15	23.05.2023	Решение олимпиадных задач с параметром.	1
16	25.05.2023	Итоговая контрольная работа. Подведение итогов.	1

11.04.2023 (дата занятия, на котором было введено понятие «параметр») в самом начале, обучающимся был задан вопрос: «Знакомы ли вы с понятием «параметр» в математике?»

Новизну понятия можно проследить, увидев ответы на задаваемый вопрос (рисунок 4):

Знакомы ли вы с понятием "параметр" в математике?

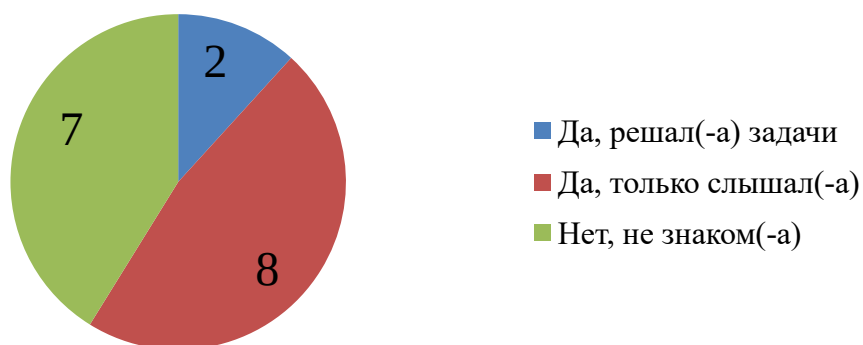


Рисунок 4. Результаты ответа обучающихся на вопрос.

Как видно из диаграммы, только 2 участника курса из 17 знают, что такое «параметр» и умеют решать подобные задачи. Остальные же либо вовсе не знакомы с данным понятием, либо слышали его, но не имеют представления о его смысле.

После введения главного термина, вокруг которого построен весь элективный курс, обучающимся для решения были предложены простейшие уравнения, содержащие параметр. Уже с самого начала практической части урока стала заметна заинтересованность группы темой. После занятия, которое вышло за временные рамки, было много комментариев об увлекательности рассматриваемых заданий.

Рассмотрение аналитических подходов к решению задач курса выявило большое количество проблем в освоении курса алгебры. В остальном же, сами методы группа усвоила на должном уровне, о чем в дальнейшем будут свидетельствовать результаты итогового тестирования.

Графический метод решения уравнений и неравенств с параметром вызвал наибольший интерес у обучающихся, особенно среди тех, кто хорошо знаком с построением и анализом функций. Данный подход порождал самые бурные математические споры и обсуждения, которые выходили далеко за рамки занятия.

Аналитический метод оказался для обучающихся интуитивно более понятным, но большинство участников курса предпочитали использовать графический, о чем и говорит рисунок 5.

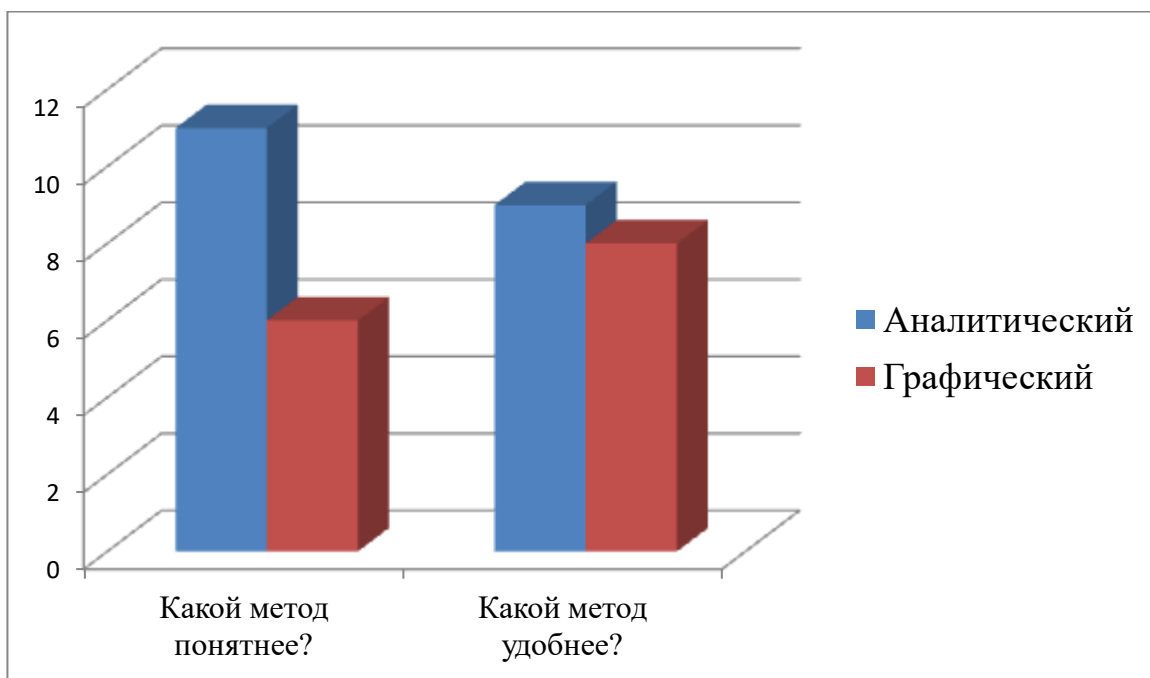


Рисунок 5. Предпочтения обучающихся в выборе метода решения задач с параметром.

После освоения основных методов решения задач с параметром и рассмотрения базовых приёмов и конструкций, ученикам предстояло познакомиться с более сложными заданиями – олимпиадными.

При озвучивании темы трёх следующих занятий, многие обучающиеся воодушевились возможностью приобщиться к олимпиадному движению. Ожидалось, что переход к задачам высокой сложности замедлит темп урока в связи с тем, что решение олимпиадных уравнений и неравенств с параметром требует не только совершенное владение ранее изученного материала, но и умение применять этот материал в неочевидных ситуациях.

К удивлению, подобного не случилось. Группа сразу начала работать как единая математическая команда, где каждый участник способен предложить правильную идею в нужный момент.

После трёх занятий по решению олимпиадных задач, впереди было только итоговое тестирование. Перед финальным уроком ученики ответили на следующий вопрос (Рисунок 6):



Рисунок 6. Ожидания обучающихся от написания итоговой контрольной работы.

Как видно, абсолютное большинство учеников (76%) практически уверено в успешном написании итоговой работы. У оставшихся 24% обучающихся были некоторые сомнения, связанные с недостаточными, по их мнению, знаниями курса алгебры.

Тогда возник вопрос: «Что для Вас будет показателем успешности выполнения итоговой работы?» Практически все ученики ответили на вопрос одинаково – оценка «4» или «5».

Рассмотрим результаты написания итоговой работы, текст которой был составлен в главе 2.5 (Полный анализ итоговой работы представлен в приложении 3).

На рисунке 7 можно увидеть результаты написания итоговой работы:



Рисунок 7. Результаты написания итоговой контрольной работы.

Как видно из диаграммы, большинство обучающихся получили оценки «4» или «5» (71%). Не обошлось без одной двойки у ребенка, который не был уверен в получении положительной оценки.

Из четырех человек, получивших за итоговую работу «5» - трое решили все шесть заданий, два из которых повышенного и высокого уровней сложности.

Результаты итоговой работы позволяют сделать вывод о том, что новая для группы тема была усвоена на хорошем уровне. Успеваемость 94% говорит о том, что заинтересованность, которая была видна у обучающихся во время курса, сопровождалась большим объемом проделанной работы. Из всего этого можно сделать вывод – группа научилась решать задачи с параметром для 9 класса.

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Задачи с параметром различного уровня прочно вошли в изучение школьного курса математики. В данной предметной области решение задач сопряжено с огромной работой, которая требует не только предметной подготовки, но и базы решенных и разобранных задач с использованием различных методов.

В учебном курсе учителем должна быть продумана система подготовки к решению задач с параметром, разработаны рабочие программы, формирующие целостную систему математического знания. Разработанный элективный курс может быть использован учителем математики для облегчения организации подготовки к занятиям.

В ходе написания дипломной работы:

- Определено место элективных курсов в системе школьного математического образования;
- Определено понятие параметра;
- Выделены основные методы решения уравнений и неравенств с параметром;
- Созданы методические рекомендации по решению уравнений и неравенств с параметром;
- На основе разработанных рекомендаций был создан элективный курс «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса»
- Эффективность курса была проверена на учениках 9 класса.

Для грамотного составления элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» в данной работе были рассмотрены:

- понятие элективного курса и его место в школьном образовании;
- понятие параметра и его место в школьном курсе алгебры;
- виды задач с параметром;
- основные методы решения уравнений и неравенств с параметром.

Особенности организации данного элективного курса помогли избежать многих ошибок. Выявленные особенности:

- качественная актуализация всех необходимых далее знаний, умений и навыков на первых занятиях курса;
- подготовка к каждому занятию раздаточных листов с заданиями, которые ранжированы от простых к сложным;
- большое внимание уделяется олимпиадным задачам и мотивации обучающихся к их решению;
- итоговый контроль направлен не на выставление оценки, а на ответ на вопрос: «Научился обучающийся решать уравнения и неравенства с параметром?»

Элективный курс был составлен с учетом всех рекомендаций. Рабочая программа курса получила одобрение методического объединения учителей математики МБОУ ЛСТУ №2.

По итогам обучения, участники курса пишут контрольную работу, которая также была составлена в данной работе.

Элективный курс был апробирован на учениках 9 класса МБОУ ЛСТУ №2 в период с 04.04.2023 по 25.05.2023. В работе представлены 2 конспекта урока, по которым были проведены занятия. Эффективность курса можно наблюдать по результатам написания итоговой работы.

СПИСОК ИСТОЧНИКОВ

Рабочая программа курса «Уравнения и неравенства с параметром» для
9 класса.

Данный курс “Уравнения и неравенства с параметрами” способствует более глубокому усвоению основного курса математики. Материал курса может использоваться учителем на уроках алгебры в 8-9-х классах, на занятиях математического кружка или факультативных занятиях. Курс предназначен для расширенного и углубленного изучения математики и подготовки к выпускным экзаменам за курс общей и средней школы.

Данный курс освещает задачи с параметрами, которые вызывают учащихся наибольшие трудности. Навыки решения задач с параметрами необходимы всем учащимся, которые стремятся хорошо подготовиться к успешной сдаче выпускных экзаменов, ведь все чаще подобные задачи встречаются в материалах выпускных экзаменов и Федерального Центра тестирования. Данный курс способствует формированию устойчивого интереса учащихся к предмету, исследовательского подхода в решении задач, сознательному овладению учащимися системой математических знаний. Ведь именно решение задач с параметрами открывает перед учащимися большое число эвристических приемов, ценных для математического развития личности и именно задачи такого рода стали неотъемлемым атрибутом материалов экзамена в новой форме.

Курс “Уравнения и неравенства с параметрами” сокращает разрыв между требованиями, которые предъявляет к выпускнику школа, и требованиями, которые предъявляет к абитуриенту ВУЗ. Он ориентирует учащихся на выбор профиля, связанного с математикой, а в дальнейшем профессии технического направления.

Цели элективного курса:

- восполнить пробелы основного курса алгебры;

- сформировать у учеников интерес к предмету, развить их математические способности;
- сформировать у обучающихся умения и навыки по решению задач с параметром;
- сориентировать обучающихся на выбор математического профиля обучения.

Задачи курса:

- обеспечить условия для самостоятельной творческой работы;
- показать множество приемов решения задач с параметром;
- помочь овладеть рядом технических и интеллектуальных умений на уровне их свободного использования.

Требования к уровню обучающихся:

- умеют решать линейные и квадратные уравнения и неравенства;
- строят графики элементарных функций, их комбинации, усложненные модулями;
- умеют решать иррациональные уравнения и неравенства;
- имеют представление о применении наглядно-графического подхода к решению различных задач.

В результате изучения курса обучающийся должен:

- усвоить основные приемы и методы решения уравнений, неравенств, систем уравнений с параметрами;
- применять алгоритм решения уравнений, неравенств, содержащих параметр,
- проводить полное обоснование при решении задач с параметрами;
- овладеть исследовательской деятельностью.

Учебно-тематический план.

Программа предусматривает чтение установочных лекций, проведение практических занятий, семинаров, практикумов.

№	Раздел (тема)	Количество часов
1	Повторение базовых сведений	2
2	Уравнения с параметром и их системы	6
3	Неравенства с параметром	4
4	Решение задач с параметром повышенной сложности.	3
5	Итоговый контроль	1
	Итого:	16

№ урока	Тема урока	Количество часов
1-2	Решение уравнений и неравенств различными способами.	2
	Уравнения с параметром и их системы.	
3	Понятие параметра. Простейшие уравнения с параметром.	1
4-5	Решение уравнений с параметром аналитическим методом.	2
6-7	Решение уравнений с параметром графическим методом.	2
8	Решение систем уравнений с параметром.	1
	Неравенства с параметром.	
9-10	Решение неравенств с параметром аналитическим методом.	2
11-12	Решение неравенств с параметром графическим методом.	2
	Решение задач с параметром повышенной сложности.	
13-15	Решение олимпиадных задач с параметром.	3
	Итоговый контроль.	
16	Итоговая контрольная работа. Подведение итогов.	1

Рекомендации для обучающихся:

1. Прежде, чем приступить к решению задачи с параметрами, необходимо разобраться в ситуации для конкретного числового значения параметра. Например, взять значение параметра $a=1$ и ответить на вопрос: является ли значение параметра $a=1$ искомым для данной задачи. Отметим, что подстановка фиксированного значения параметра позволяет во многих случаях нащупать путь решения задачи.

2. При решении многих задач с параметрами удобно воспользоваться геометрическими интерпретациями. Если изобразить графики функций, входящих в левые и правые части рассматриваемых уравнений, то тогда точки пересечения графиков будут соответствовать решениям уравнения, а число точек пересечения - числу решений.

3. Решение многих задач с параметрами требует умения правильно формулировать необходимые и достаточные условия, соответствующие различным условиям расположения корней квадратного трехчлена на числовой оси.

4. Существенным этапом решения задач с параметрами является запись ответа. Особенно это относится к тем примерам, где решение как бы “ветвится” в зависимости от значений параметра. В подобных случаях составление ответа – это сбор ранее полученных результатов.

5. Для того, чтобы освоить приемы решения задач с параметрами, необходимо внимательно разобрать приведенные примеры решения таких задач и постараться прорешать как можно больше задач для самостоятельного решения.

Список обучающихся курса.

1. Боровкова Арина
2. Бу Аджиб Даяна
3. Дебердеева Залина
4. Китова Полина
5. Куимов Иван
6. Лазарева Ульяна
7. Макушкина Алина
8. Повалихин Артур
9. Рубис Владислав
10. Тюрин Алина
11. Халястова Вика
12. Цилина Лиза
13. Чертова Алиса
14. Шавлак Вика
15. Шандурова Вероника
16. Широкова Александра
17. Шумаев Александр

Анализ итоговой контрольной работы
по элективному курсу «Уравнения и неравенства с параметром» для 9
класса.

Цель работы: определить уровень освоения курса, выявить основные пробелы в усвоении материала.

Дата: 25.05.2023.

Учитель: Салмин Алексей Алексеевич.

В группе всего: 17 обучающихся.

Работу писали: 17 обучающихся.

Оценки	Количество	% показатель
«5»	4	24
«4»	8	47
«3»	4	24
«2»	1	5

Успеваемость: 95%

Обучающихся на «4» и «5»: 71%

№	Выполнили верно, %	Допустили ошибки, %	Не приступали, %	Типичные ошибки
1	82	18	0	Ошибки в вычислении дискриминанта. Не понимание, что делать после нахождения дискриминанта.
2	88	12	0	Возведение выражения во вторую степень.
3	71	29	0	Решение и получение ответа без учёта области допустимых значений. Ошибки в вычислениях.
4	76	24	0	Вычислительные ошибки при попытках решить неравенства арифметическим методом. Неправильное построение графика функции.
5	41	41	18	Неоптимальный выбор метода решения, ведущий к сложным вычислениям и

				ошибкам вычисления. В
6	18	39	53	Не учитывалась область допустимых значения. Ошибки В вычислениях.

Вывод: средний балл, который показала группа обучающихся за итоговую работу равен 3,88. Такой результат можно считать хорошим, если учитывать небольшое количество часов курса (15 часов изучения материала), а также новизну темы для 9 класса.

Для многих, в очередной раз, сложным оказалась не методика решения задач, а выполнение подсчетов и преобразований. Ошибки в построении графиков функций встречались редко, но всё таки были.

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
«20» 09 20 22 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Салмина Алексея Алексеевича

Тема работы Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром для 9
класса»

Утверждена приказом по Университету от «28.09» 20 22 г. № 805/0

Срок сдачи студентом законченной работы «04» 05 20 23 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ научной и учебно-методической литературы по теме исследования.	Октябрь – ноябрь 2022	<i>выполнено</i>
2.	Поиск основных методов решения уравнений и неравенств с параметром.	Декабрь 2022	<i>выполнено</i>
3.	Выявление особенностей создания элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса».	Январь – февраль 2023	<i>выполнено</i>
4.	Создание элективного курса с учетом выявленных особенностей и рекомендаций.	Март 2023	<i>выполнено</i>
5.	Апробация элективного курса.	Апрель - Май 2023	<i>выполнено</i>
6.	Оформление работы. Подготовка презентации и выступления.	Июнь 2023	<i>выполнено</i>

Дата выдачи задания

«20» сентября 2022г.

Руководитель

Никитин
(подпись)

Никитин Н. Д.
(Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

Салмин
(подпись)

Салмин А. А.
(Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А. Д. Гулякову
студента 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Салмина Алексея Алексеевича

ЗАЯВЛЕНИЕ

Я, Салмин Алексей Алексеевич, студент 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование профиля подготовки «Математика», прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат. ВУЗ» бакалаврской работы на тему «Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса», выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования — программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.

ПОДПИСЬ

15.05.23

ДД.ММ.ГГГГ

ВКР представлена на проверку 15.05.23

ДД.ММ.ГГГГ

Руководитель ВКР  Н. Д. НИКИТИН

ПОДПИСЬ

Протокол

проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат. ВУЗ» выпускной квалификационной работы на тему «Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса»

направления подготовки 44.03.01 Педагогическое образование
профиля «Математика»

Руководитель ВКР Никитин Николай Дмитриевич



Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: Салин Алексей Алексеевич
Проверяющий: Никитина Ольга Геннадьевна
Организация: Пензенский государственный университет
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <http://on7.gy.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 86
Начало загрузки: 15.05.2023 15:09:03
Длительность загрузки: 00:00:07
Имя исходного файла: Дипломм.docx
Название документа: Дипломм.docx
Размер текста: 44 кБ
Символов в тексте: 45414
Слов в тексте: 5879
Число предложений: 367

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 15.05.2023 15:26:58
Длительность проверки: 00:06:10
Комментарий: не указано
Поиск с учетом редактирования: да
Проверенные разделы: содержание с. 1, основная часть с. 2-36
Модули поиска: Перефразирования по eLIBRARY.RU, Перефразирования по Интернету, Перефразирования по Интернету (EN), Патенты СССР, РФ, СНГ, Модуль поиска "ПГУ", СМИ России и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство Wiley, Переводные заимствования, ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЭБС, Интернет Плюс*, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn), Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по Интернету (EnRu), eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ, аналитика, СПС ГАРАНТ: нормативно-правовая документация, Медицина, Диссертации ИББ, Коллекция ИБУ



СОВПАДЕНИЯ
45,74%

САМОЦИТИРОВАНИЯ
0%

ЦИТИРОВАНИЯ
0%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
34,26%

15.05.2023

ДД.ММ.ГГГГ

подпись

Никитин Н. Д.

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Разработка элективного курса «Уравнения и неравенства с
параметром для 9 класса»» студента Салмина Алексея Алексеевича
факультета физико-математических и естественных наук
направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 19ФПМ1

Выпускная квалификационная работа Салмина Алексея Алексеевича посвящена разработке элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром для 9 класса». Необходимость разработки такого элективного курса связана с тем, что на уроках в школьном курсе математики невозможно уделить достаточное время задачам такого плана. Задачи с параметрами помогают формировать и развивать у учащихся логическое мышление, высокую математическую культуру.

Рассмотрение данной темы также необходимо в связи с тем, что задания, содержащие уравнения и неравенства с параметром встречаются в материалах ОГЭ и ЕГЭ.

Работа состоит из введения, двух глав, заключения и списка литературы.

В первой главе рассмотрены теоретические и методические основы разработки элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса: основные методы решения уравнений и неравенств, содержащих параметр; приведены примеры, иллюстрирующие основные методы; методические аспекты решения задач с параметром.

Вторая глава посвящена разработке и апробации элективного курса «Уравнения и неравенства с параметром» для 9 класса. Здесь, в частности, приведены две технологические карты занятий и итоговая контрольная работа.

Элективный курс «Уравнения и неравенства с параметром» был апробирован автором на учениках 9 класса МБОУ ЛСТУ №2 г. Пензы.

Работа является самостоятельным исследованием. Материал этой работы может быть использован в школе.

Выпускная квалификационная работа Салмина Алексея Алексеевича заслуживает оценки «отлично».

Руководитель ВКР
доцент, к.ф.-м.н.



Никитин Н. Д.