

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и
естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

**«Пропедевтика функциональной линии на уроках математики в 5-6 классах средней
школы»**

Студент _____ Сухова Кристина Игоревна
(подпись, дата) (ФИО полностью)

Руководитель _____ Шарапова Н. Н.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр _____ Сурина О.П.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от _____ № _____)

Заведующий кафедрой _____ Паньженский В.И.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой _____ (протокол заседания ГЭК от _____ № _____)

Секретарь ГЭК _____ Сурина О.П.
(подпись, дата) (фамилия, инициалы)

Пенза 2019

Оглавление

ВВЕДЕНИЕ.....	3
ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ	
1.1Значение и роль функционального материала в курсе математики средней школы. Этапы изучения функций	6
1.2Функциональная линия в учебниках алгебры для 7-9 классов средней школы	10
1.3«Пропедевтика» как одно из условий реализации принципа непрерывности в обучении математике	14
1.4Анализ школьных учебников математики для 5-6 классов.....	19
ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИПРОПЕДЕВТИКИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 5 – 6 КЛАССОВ	
2.1Пропедевтика функционального материала в 5 - 6 классах средней школы ..	22
2.2Система упражнений по пропедевтике функциональной линии на уроках математики в 5 классе.....	24
2.3Функциональная пропедевтика на уроках математики в 6 классе	32
ЗАКЛЮЧЕНИЕ	43
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ.....	45

ВВЕДЕНИЕ

Функциональная линия является одной из центральных в школьном курсе математики. Она имеет широкое общекультурное и мировоззренческое значение. При ее изучении школьники могут сталкиваться с некоторыми трудностями, например, в осознании самой идеи «зависимости» или в выделении ее существенных признаков. Дело осложняется еще и тем, что функции могут представляться в различных формах. Причиной таких трудностей, прежде всего, служит плохая подготовка учеников к изучению этой темы, отсутствие у них элементарного представления о том, что такое функциональная зависимость. В 5-6 классах понятие «функция» еще не изучается, но идея функциональной зависимости пронизывает весь курс математики на этой ступени обучения.

В связи с этим, необходимо вести пропедевтическую работу, которая готовила бы учеников к осознанию некоторых вопросов, связанных с функциональным материалом и шаг за шагом подготавливала бы к изучению важного понятия функции. Подготовительную работу необходимо проводить постоянно и систематически через систему разнообразных упражнений, которые сразу не ведут к каким-либо обобщениям, не требуют знания терминологии и символики, но понятны ученикам 5-6 классов и служат для накопления опыта, связанного с функциональным материалом.

Такая работа по формированию «функциональных» умений будет содействовать количественному накоплению фактов о зависимости между величинами, приобретению определенного опыта должных учебных действий, помогающих сформировать у учащихся правильные представления, которые ведут к дальнейшему образованию функциональных понятий на числовой или графической основе, а также развитию функционального мышления. Такой опыт будет способствовать созданию необходимых представлений, ведущих к образованию понятий.

Объект работы – процесс обучения функциональной зависимости в школьном курсе математики.

Предмет работы – функциональная пропедевтика на уроках математики в 5-6 классах средней школы.

Цель работы – выявить типы заданий и разработать комплекс упражнений, направленных на формирование у учеников 5-6 классов представлений о функциональной зависимости.

В связи с этим были поставлены и решены следующие задачи:

1. Описать роль функциональной линии в школьном курсе математики на основе анализа методической литературы.
2. Раскрыть основные этапы в изучении функциональной линии в 7-9 классах средней школы, рассмотреть подходы к введению понятия функции и сопутствующих понятий.
3. На основе анализа психолого-педагогической и методической литературы раскрыть содержание понятия «пропедевтика» в частности, понятия пропедевтики функциональной линии.
4. Выделить основные типы упражнений, обеспечивающих реализацию пропедевтики функциональной линии в курсе математики 5-6 классов средней школы
5. Разработать систему упражнений, направленных на пропедевтику функциональной линии для учащихся 5-6 классов средней школы.

Практическая значимость данного исследования состоит в том, что разработанная система упражнений для пропедевтики функциональной линии в 5 – 6 классах средней школы может быть использована учителем в практике обучения при подготовке к урокам математики для повышения ее эффективности.

ГЛАВА 1 ТЕОРЕТИЧЕСКИЕ ОСНОВЫ ИЗУЧЕНИЯ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В ШКОЛЬНОМ КУРСЕ МАТЕМАТИКИ

1.1 Значение и роль функционального материала в курсе математики средней школы. Этапы изучения функций

Функциональная линия, как уже было сказано, является одной из приоритетных в школьном курсе математики. Изучение данного материала имеет широкое мировоззренческое и культурное значение в жизни. Понятие функции прошло множество этапов развития и имеет свою историю. С его помощью описываются многие реальные процессы в природе и жизни человека. Например, все знают, что стоимость покупки напрямую зависит от цены приобретаемого товара, а расстояние, пройденное автомобилем за определенное время, зависит от скорости движения и т. д. В истории математики появление новых видов функций было обусловлено открытием новых природных явлений. В связи с этим, целесообразно устанавливать связи видов функций и реальных процессов в курсе алгебры. Такой подход будет способствовать легкому построению функциональных представлений у учащихся.

Изучение функциональной линии позволяет находить широкие внутренние связи понятия функции с другими понятиями математики, а также осуществлять межпредметную связь с физикой, химией и другими дисциплинами школьного курса.

Изучение функциональной линии начинается в 7 классе, но к этому времени ребенок уже имеет опыт работы с зависимостями. Например, каждый день, выходя из дома в школу, ученик рассчитывает, сколько времени потребуется и как быстро ему нужно идти, чтобы не опоздать на урок.

Функциональный материал является способом развития всех познавательных сфер ребенка, в частности, его мировоззрения, функционального мышления, позволяет раскрывать общекультурное и научное значение математической науки, осуществлять эстетическое и экологическое

воспитание. Изучение функции знакомит учащихся с идеей непрерывности, бесконечности, интерполяции.

Основной целью изучения функционального материала является осознание учащимися важности понятия функции, как основной математической модели, с помощью которой можно устанавливать зависимости между величинами, описывать и изучать реальные процессы. Функции и являются математическими моделями таких процессов.

Исторический подход к изучению функционального материала представляет собой повторение в изучении ключевых этапов в истории развития данного понятия в науке.

Этот подход нашел свое отражение в школьном курсе математики при знакомстве с одним из ключевых понятий «функция». На уроках ученики разбирают исключительно числовые функции, так как изучение сосредоточено только на рассмотрении зависимости между числами. Процесс изучения понятия «функция» в школьном курсе математики можно разделить на 3 основных этапа.

Этап 1 — пропедевтический, начинается в начальной школе и заканчивается в 6 классе.

Данный этап характеризуется тем, что понятие «функция» здесь вводится в неявном виде. Главной целью является формирование у учащихся понимания идеи зависимости между величинами. В частности, при рассмотрении темы «Арифметические действия» учащиеся могут познакомиться с зависимостью значения произведения от изменения одного из множителей. Также, дети могут установить зависимость пройденного пути от скорости движения при решении различных задач. На этом этапе целесообразно использовать таблицы, графики и диаграммы, в которых также отражается идея функциональной зависимости. В 5-6 классах ученики уже способны сами составлять таблицы значений переменных, изображать графики изменения температур, диаграммы зависимостей между величинами и др.

Этап 2 – реализуется в 7-9 классах. Здесь изучение функции осуществляется на содержательной основе. В зависимости от учебного пособия, принятого в школе, функция может изучаться как связь, зависящая переменная или закон. Также различаются и способы введения понятия: либо с помощью примера, либо сразу в явном виде. В первом способе используются задачи на движение или нахождение площади прямоугольника. На этом этапе вводятся такие понятия функциональной линии, как зависящая и независимая переменная, график функции, область определения, область значения функции. Рассматривается возможность задания функции разными способами: формулой, графическим способом, таблицей или описанием.

Данный этап является ключевым в освоении понятия функции. Выделим основные его задачи:

1. Сформировать у учащихся представление о функциях в математике.

Главной целью является формирование у учащихся устойчивого понимания того, что для задания функции необходимо определить три объекта - два множества и правило связи этих множеств, причем важно, что каждому элементу из первого множества ставится в соответствие единственный элемент из второго.

Ученики должны иметь понимание того, что графики функций на разных участках могут быть различными кривыми и прямыми линиями, а сами функции могут оказаться не только непрерывными, но и разрывными. Целесообразно знакомить учеников с новыми видами функций на наглядной основе, используя графики этих функций.

2. Ввести определение функции и все способы ее задания.

В школьном курсе математики существуют два основных подхода к определению понятия «функция»:

- Генетический подход;
- Логический подход.

Рассмотрим преимущества и недостатки каждого из подходов.

Смысл логического подхода к введению понятия функции состоит в том, что необходимо использовать методический анализ (введение понятия конкретно - индуктивным путем) понятия функции для обучения учеников функциональной линии. Логический подход основан на трактовке понятия функции во второй половине XIX в. – XX в. Функция трактуется, как отношение двух множеств, удовлетворяющее условию функциональности. Преимуществом такого определения является то, что при его использовании можно четко и просто дать множество определений, напрямую относящихся к функциональной линии (например, обратной функции). При генетическом же подходе не удастся столь легко это сделать. Применение логического подхода также позволяет использовать иллюстрацию понятия функции с помощью различных средств. Например, задавать функции с помощью таблиц, формул, перечислением пар, с использованием стрелок, числового и геометрического материала. Это значительно обогащает у учеников язык школьной математики. Основные достоинства данного подхода – это обобщенность возникающего понятия и возможность установления разнообразных связей в изучении математики.

Теперь рассмотрим все плюсы и минусы генетического подхода.

При данном подходе основными понятиями, входящими с концепцию функциональных представлений является декартова система координат, переменная величина, зависимость между этими величинами, формула и правило. Генетический подход построен в первую очередь на разработках, внедренных в функциональное понятие в 19 веке.

Такой подход обладает рядом важных преимуществ. Так как большая часть функций в математике задается либо таблично, либо аналитически (то есть формулами), то генетическая трактовка хорошо увязывается со всем остальным курсом алгебры. В ней наблюдаются глубокие связи понятия с явлениями природы и реальной жизнью, выделяется «динамичный» характер функциональной зависимости.

Но наряду с плюсами, генетическая трактовка понятия обладает рядом минусов. Одним из основных является то, что при этом подходе переменная всегда представляется пробегающей непрерывный ряд только числовых значений. Таким образом, происходит уменьшение объема понятия функции и оно, в основном, связывается лишь с числовыми функциями одного числового аргумента.

Можно заметить, что и генетический и логический подход имеют свои преимущества и недостатки. Если генетический подход является недостаточным для формирования у учеников обобщенного понятия функции, то логический имеет некоторую избыточность. До сих пор остается нерешенным вопрос о выборе оптимального подхода для введения понятия функции в школе.

Усложняется эта проблема еще и тем, что во всех действующих учебных пособиях даются различные определения понятия. К примеру, в двух учебниках алгебры авторов Г. В. Дорофеева и М. И. Башмакова с учениками рассматривается тот факт, что определение функции может даваться в нескольких трактовках и здесь же даются все возможные определения понятия. Такой подход имеет огромный положительный момент в стирании возможного появления у учащихся проблем при чтении различных книг, статей или публикаций, в которых имеет место тот или иной вариант определения. Различия в толковании функции проявляется с наибольшей яркостью лишь при введении этого понятия. При дальнейшем изучении функциональной линии, различия в трактовках понемногу стираются, поскольку в курсе алгебры акцент делается не на самом понятии функции, а на конкретных заданных функциях и классах функций, основных свойствах, разнообразных приложениях функций в задачах.

При формировании понятий и представлений, методов и приемов в составе функциональной линии, система обучения строится так, чтобы внимание учащихся сосредоточивалось, во-первых, на выделенных и достаточно четко разграниченных представлениях, связанных с функцией, и,

во-вторых, на установлении их взаимодействия при развертывании учебного материала. Иными словами, в обучении должна быть выделена система компонентов понятия функции и установлена связь между ними. В эту систему входят такие компоненты:

- представление о функциональной зависимости переменных;
- величин в реальных процессах и в математике;
- представление о функции как о соответствии;
- построение и использование графиков функций, исследование функций;
- вычисление значений функций, определенных различными способами.

В процессе обучения алгебре все указанные компоненты присутствуют при любом подходе к понятию функции, но акцент обязательно сделан на одном из них.

3. Разобрать свойства конкретных алгебраических функций, устанавливая связь между аналитическим определением свойства и его графическим заданием, и наоборот.

Этап 3 – реализуется в 10 – 11 классах. На данном этапе происходит изучение трансцендентных функций, их основных свойств и графиков. Также устанавливается связь между аналитическим определением свойства и его графическим изображением, и наоборот. У учеников формируются умения по построению графиков функций (даже более сложных) и исследованию различных функций с помощью производной. Учащиеся должны понимать, какие из свойств функции экономичнее исследовать с помощью производной, а какие нет.

1.2 Функциональная линия в учебниках алгебры для 7-9 классов средней школы

Понятие функции является одним из ключевых понятий в функциональной линии и в курсе алгебры в целом. Взгляды на место введения формулировки определения в школьном курсе различны. Одни считают, что стоит вводить определение функции сразу при первом явном упоминании, так как сложно иметь четкое представление о функциональной зависимости, не имея точной трактовки, выделяющей существенные признаки понятия. Другие рекомендуют для начала ограничиться описанием функциональной зависимости, не нуждающимся в заучивании и ввести явное определение функции только тогда, когда учащиеся накопят достаточный опыт работы с некоторыми функциями. Однако все уверены в том, что введение функции или функциональной ситуации должно происходить в средней школе. Формулировки понятия функции в разных учебных пособиях различны. Необходимо, чтобы использующееся в определении функции родовое понятие и соответствующая ему терминология были понятны для учеников и не требовали сложных разборов на данном этапе изучения. Содержащаяся в определении информация должна быть, с одной стороны, научной, а с другой, отвечать возрастным особенностям школьников.

Смысл основных понятий и терминов раскрывается на основе конкретных примеров, без формальных определений, с опорой на прежний опыт, приобретенный на пропедевтическом этапе обучения. Учителю необходимо учитывать принятую автором учебника символику, так как встречаются разночтения в обозначениях у разных авторов.

Изучение функций в школьных учебниках различных авторов имеет разное место. Первое знакомство с функциями у Ю. Н. Макарычева происходит в 7 классе. В этом учебнике определение функции трактуется, как зависимость одной переменной от другой. Здесь же вводится прямая пропорциональность, линейная функция $y = kx + b$, степенные функции вида $y = x^2$, $y = x^3$, их основные свойства и графики этих функций. Также рассматриваются понятия аргумента, графика функции, области определения функции и рассматриваются различные способы задания функций. Далее в 8 классе изучается обратная

пропорциональность и функция вида $y = \sqrt{x}$. Понятия четности и нечетности функций вводятся в 9 классе, наряду с понятиями возрастающей и убывающей функции. Здесь же изучается квадратичная функция, свойства и график этой функции и на ее примере рассматриваются простейшие преобразования графиков. Завершается функциональная линия с 9 классе изучением степенной функции $y = x^n$ с натуральным показателем.

У автора учебника Ш. А. Алимова введение понятия «функция» в явном виде происходит также в 7 классе. После задачи на движение, с использованием переменных s и t , определение вводится, как зависимость одной переменной от другой. На этом этапе не вводятся понятия «аргумент» и «область определения» функции, а рассматриваются только способы задания функции и график функции. Далее вводится прямая пропорциональность и линейная функция, графики данных функций. В 8 классе сначала изучается квадратичная функция $y = x^2$, ее основные свойства и график, затем частные виды этой функции $y = ax^2$ и $y = ax^2 + bx + c$. Далее в 9 классе вводится область определения функции, рассматривается возрастание и убывание функции, четность и нечетность функции на промежутках. К концу года рассматривается обратная пропорциональность и степенная функция.

Автор учебника алгебры А.Г. Мордкович дает определение понятия «функция» в 7-8 классах в неявном виде, ограничиваясь описанием, не требующим заучивания. В 7 классе рассматриваются линейное уравнение с двумя переменными и его график, линейная функция, прямая пропорциональность и функция $y = x^2$, их графики. Учащиеся учатся находить наибольшее и наименьшее значения этих функций на заданном промежутке. Вводится понятие о непрерывных и разрывных функциях, разъясняется запись $y = f(x)$, а также вводится функциональная символика. В 8 классе рассматриваются следующие функции: $y = \frac{k}{x}$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = \sqrt{x}$, $y = |x|$ и их графики. И только в 9 классе вводятся определение функции. Из него следует, что функция обозначается $y = f(x)$, где $x \in X$ (X – область определения), акцент

сделан на заданную, а не на естественную область определения функции. Также вводятся способы задания функции, область значения, область определения функции, свойства функций: монотонность, ограниченность, наибольшее и наименьшее значение функции на заданном промежутке, чётность и нечётность. Даны наглядно-геометрические представления о непрерывности и выпуклости функции. Произведён обзор свойств и графиков известных функций: $y = C$, $y = kx + b$, $y = \frac{k}{x}$, $y = kx^2$, $y = \sqrt{x}$, $y = ax^2 + bx + c$, $y = |x|$. А так же рассмотрены функции $y = x^n$ и $y = x^{-n}$, их свойства и графики, построение графика функции $y = af(x)$ по известному графику функции $y = f(x)$. Кроме того, в 9 классе начинают рассматривать тригонометрические функции $y = \sin x$ и $y = \cos x$, их свойства и графики.

В некоторых учебниках формально-логическое определение функции дается немного позднее, в 8 или 9 классе. К этому времени учащиеся знакомы с функцией, но в неявном виде. Можно без опасений говорить об области определения функции и строить графики в виде непрерывной линии, так как дети уже имели дело со множеством действительных чисел. При таком подходе понятие функции и ее графика появляется, как обобщение уже накопленного опыта в работе с различного рода функциональными зависимостями, их графиками и некоторыми свойствами.

В учебниках Дорофеева изучение функциональной линии начинается в 8 классе. В 7 классе же рассматриваются простейшие графики зависимостей (например, графики температуры). Уже в 8 классе вводится понятие функции, таблица значений и график функции, пропорциональные переменные. Учащиеся знакомятся с прямой пропорциональностью, с линейной функцией, с функцией $y = \frac{k}{x}$ их свойствами и графиком, а также с графиком линейного уравнения с двумя переменными, также изучается функция $y = x^2$. В 9 классе рассматривается квадратичная функция и функция $y = x^n$ (особое внимание уделяется случаю $n = 3$).

В учебниках С. М. Никольского изучение функциональной линии начинается в 8 классе. Вводятся понятия функции, её графика, рассматриваются функции $y = x$, $y = x^2$, $y = \frac{1}{x}$, прямая пропорциональность, линейная функция, квадратичная функция, их свойства и графики. В 9 классе изучается степенная функция $y = x^n$. Кроме того, здесь могут быть рассмотрены функции $y = |x|$, $y = \frac{k}{x-x_0} - y_0$ и $y = \sqrt[n]{x}$. Но этот материал не является обязательным для изучения. На этом изучение функциональной линии (в основной школе) в данном комплекте заканчивается.

Так как понятие функции довольно сложное в изучении, то успешное его усвоение возможно только после длительного накопления представлений и фактов основной и старшей школы. Для проверки усвоения учащимися понятия функции можно использовать приведение ими собственных примеров функциональных зависимостей, а также примеров зависимостей из других предметных областей знаний и из реальной жизни.

Анализ учебной литературы и подходов к введению функции в школьном курсе алгебры привели к следующим выводам:

- авторы учебников по-разному подходят к введению функции. Это относится и к месту введения, и к структуре самой трактовки понятия
- какой бы формулировки не придерживался тот или иной автор учебника, все едины в одном – необходимо проводить работу по формированию функциональных представлений, подготавливающую учеников к введению понятию функции.

1.3 «Пропедевтика» как одно из условий реализации принципа непрерывности в обучении математике

В настоящее время в методике одной из актуальных проблем является реализация принципа непрерывности в обучении. Он характеризуется тем, что

в процессе изучения какой-либо темы происходит переход от простого к более сложному.

Принцип непрерывности в обучении позволяет устанавливать логические связи между отдельно изучаемыми объектами в курсе математики. Необходимо шаг за шагом проводить непрерывную работу для усвоения и целостного восприятия школьниками всех содержательных линий курса, а также для формирования метапредметных и предметных умений и навыков учащихся.

В педагогике под непрерывностью понимается овладение обучающимся к определенному этапу достаточным количеством знаний, обязательных для перехода на следующий этап обучения. В философии непрерывность – это некий объект, целостность которого выражается в гомогенности и во взаимосвязи всех его частей. В настоящее время проблема непрерывности в обучении является очень важной. М. В. Потапова под непрерывностью понимает систему, состоящую из нескольких этапов, где каждый предыдущий создает предпосылки для перехода на следующий более высокий уровень. Ю. Ф. Титова и Ю.Н.Нилова считают, что главной целью школьного образования является формирование готовности детей к непрерывному обучению. Исследователи Э. Н. Антонелене и М. А. Гаврилова под непрерывностью понимают преемственность между этапами обучения, которая позволяет создать единый целостный учебный процесс. И. И. Римарева характеризует понятие непрерывности, как непрекращающийся процесс, без промежутков в протекании.

Исследователи В. Н. Коржевский, К. Д. Ушинский, Л.А. Степанова считают, что непрерывность в обучении можно достичь благодаря пропедевтике.

Под пропедевтикой понимают комплекс знаний, которыми необходимо овладеть до начала какого-нибудь специального занятия. Пропедевтика (с греческого *propaideio* – предварительно обучаю) – это сокращенное изложение какой-либо науки в систематизированном виде, т.е. подготовительный,

вводный курс в какую-либо науку, предшествующий более глубокому и детальному изучению соответствующей дисциплины.

Автор книг по математике Л. В. Селькина представляет пропедевтику, как подготовительный курс, который представляет собой введение в науку или учебный предмет и характеризуется несложной моделью изложения. Л. В. Виноградова называет пропедевтическую работу «пропедевтическим обучением», акцентируя внимание на многократность столкновения учащихся с понятием на протяжении долгого времени.

С. Н. Лысенкова представляла пропедевтику, как один из трех «китов», на которых держится обучение. Впервые именно она предложила использовать опережение в изучении школьного материала. Н. Ю. Лысенкова указывала на необходимость использования пропедевтики темы задолго до ее изучения согласно программным требованиям. К примеру, она предлагала начинать изучение таблицы умножения не в 4 четверти 2 класса, как это установлено по программным требованиям, а в 1 четверти. Такой подход помогал выравнивать уровень знаний детей без дополнительных занятий.

Вопросам пропедевтики посвящены работы многих ученых таких, как А. М. Пышкало, И. Г. Барсукова и др. Данные авторы раскрывают понятие пропедевтики через следующие составляющие:

- содержательная - рассматривается только содержание материала
- структурно-организационная – рассматриваются этапы в изучении учебного материала
- операционная – руководство по формированию знаний, умений и навыков.

Опережающий метод делал учебный материал легко запоминающимся на долгое время, что позволяло использовать его в нужное время и в нужном месте.

Л. А. Егельская трактует пропедевтику, как концепцию обучения, сформированную на основе инновационных педагогических технологий, содержащих в себе конкретный отбор и структурирование предметного

материала, повышение мотивированности в получении и усвоении знаний, учет индивидуальных особенностей обучающихся. Под индивидуальными особенностями понимается сформированность у школьников приемов овладения и удержания новой информации в памяти.

Некоторые ученые называют пропедевтическую работу пропедевтическим ознакомлением. О. И. Чирков считает, что пропедевтика может происходить как задолго до изучения определенной темы, так и в процессе ее изучения, только несколькими темами ранее или прямо перед рассмотрением данной темы. В таком случае рационально в качестве содержательных элементов дидактического анализа рассматривать:

- учебный вопрос, как простейший содержательный компонент программы;
- учебную тему, как комплекс взаимосвязанных учебных вопросов программы, образующих некую общность;
- учебный курс, как совокупность учебных тем программы, характеризующийся определенной структурой.

Помнению исследователей Л. Н. Коврижкиной, И. В. Раковой и других при реализации пропедевтической работы помимо преемственности блоков заданий должна осуществляться преемственность того, что изучается на данный момент с тем, что изучалось ранее и будет изучаться. Связи знаний, понятий, законов, фактов пропедевтируемого должны реализовываться в пределах одной линии и гарантировать наличие информационного фактора пропедевтики. Появление логического фактора обусловлено соотнесением данных структурных компонентов причинно-следственными связями. Необходимо обеспечить связь между педагогическим и психологическим аспектом для формирования процессуального и методологического факторов в процессе реализации пропедевтической работы. Также немаловажным является обеспечение взаимосвязи между формами, компонентами и средствами пропедевтики.

Существует теория подготовительной работы обучения обобщению и конкретизации в 4-5 классах, включающая в себя пропедевтику понятия

операции и теоретико-групповых представлений. Авторами данной теории являются А. Д. Семушин, Е. Е. Семенов и О.С. Кретинин. Они показывают, что пропедевтикой понятия является предварительное знакомство с его основными признаками и свойствами. Такую работу целесообразно проводить в школе, если на уроках неоднократно встречаются объекты, являющиеся примерами данного понятия. Подобная работа может проводиться в течение долгого времени, например, при изучении одной темы, может встретиться пример, выявляющий одно из свойств понятия, при рассмотрении других тем – другое и т. Д. Исследователи обращают внимание на недопустимость упущения любой информации, которая может быть связана с выявлением существенных свойств понятия в различных сочетаниях. По мнению авторов, возможность рассмотрения в процессе обучения такой комбинации свойств, которая позволила бы провести обобщение и легко построить со школьниками определение этого понятия, представляет особый интерес.

Расширить эффект пропедевтики возможно с помощью грамотно подобранных традиционных и нетрадиционных средств и методов обучения. С. Н. Лысенкова предлагает использовать опорные схемы и комментируемое управление - выводы, оформления в виде таблиц, карточек, чертежа, рисунка. Эти методы и средства обучения имеют значительные достоинства. Например, при комментируемом управлении «слабый» учащийся ориентируется на «сильного», что делает процесс обучения более успешным, а опорные схемы позволяют на протяжении долгого времени удерживать в памяти важную информацию, что приводит к ее осознанному воспроизведению в будущем.

М. В. Потапова предлагает использовать в пропедевтической работе такие организационные формы занятий, как практикум, собеседование, дискуссия, творческая мастерская. Также можно использовать различные традиционные и нетрадиционные формы уроков по И. П. Подласому. Среди средств обучения можно применять демонстрационные устройства, организационно-педагогические средства, наглядные и учебные пособия. Эти и

многие другие формы и средства обучения оптимальны для пропедевтики функциональной линии в школьном курсе математики.

1.4 Анализ школьных учебников математики для 5-6 классов

Проведем анализ учебников следующих авторов: Г. К. Муравина, О. В. Муравиной (5 класс); С. М. Никольского, М. К. Потапова и др. (5 класс); Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина и др. (5, 6 класс); Н. Я. Виленкина и др; Н. Б. Истоминой (5, 6 класс); А. Г. Мордковича (5, 6 класс).

В некоторых темах курса математики 5-6 классов можно выделить функциональный материал (числовые и буквенные выражения, таблицы, шкалы, диаграммы, координатный и числовой луч, решение уравнений, площадь прямоугольника, квадрат числа, формула, проценты, объем, пропорция, масштаб, прямоугольная система координат, координаты точек, примеры графиков и т.д.). То есть до введения понятия функция затрагивается ряд понятий (более 35), подготавливающих учащихся к восприятию и усвоению понятия функции

Большинство указанных типов заданий содержат учебники Н. Я. Виленкина, А. Г. Мордковича и др., они служат средством осуществления пропедевтического обучения в рамках функциональной линии, в большинстве своем их отработка нацелена на изучение линейной функции, но их объем оставляет желать лучшего.

В учебниках Н. Б. Истоминой; А. Г. Мордковича; С. М. Никольского, М. К. Потапова и др.; Г. В. Дорофеева, И. Ф. Шарыгина и др. изучается степень числа, что напрямую связано с пропедевтикой изучения степенной функции. Например, задания на заполнение таблиц.

Помимо того, что школьники отрабатывают на этом типе задания на табличное представление функций, они еще и неявно знакомятся со степенной

функцией, а именно с аналитическим ее заданием, с ее определением, с областью определения и с некоторыми свойствами.

В вышеуказанных учебниках изучается:

- линии, числа и точки на прямой (Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин и др.);
- изображение дробей на луче, координатная прямая (Н. Б. Истомина, А. Г. Мордкович);
- прямая, луч, представление натуральных чисел на луче (А. Г. Мордкович; С. М. Никольский, М. К. Потапов и др.);
- шкалы и координаты (А. Г. Мордкович; Г. К. Муравин, О. В. Муравина).

Все эти темы предназначены с точки зрения пропедевтики, для подготовки школьников к изучению линейной функции, к ее графическому заданию.

Например, задания.

По Г. К. Муравину, О. В. Муравиной:

Постройте координатный луч и отметьте все натуральные числа, которые: меньше или равны 5; больше 7, но меньше 9; больше 11, но меньше 13; больше или равны 1, но меньше или равны 6.

По Г. В. Дорофееву, И. Ф. Шарыгину и др.:

Начертите координатную прямую, приняв за единичный отрезок две клеточки. Отметьте на ней числа: 1, 3, 5, 7, 9.

По С. М. Никольскому, М. К. Потапову и др.:

Назовите три точки, расположенные на координатной луче, правее точек с указанными координатами, и три точки, расположенные левее их: а) 7; б) 13; в) 100; г) 998.

По Н. Б. Истоминой:

Начерти координатный луч, на котором сможешь отметить точки: $A(\frac{1}{7})$; $B(\frac{4}{7})$; $C(\frac{3}{14})$; $K(\frac{5}{14})$; $D(\frac{17}{14})$; $M(\frac{9}{7})$.

По А. Г. Мордковичу:

Запишите координаты точек, отмеченных на рисунке:

Подобные типы заданий встречаются в 5 классе. Координаты (Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин и др.) и координатная плоскость, графики (Н. Б. Истомина, А. Г. Мордкович) изучаются в 6 классе. Задания в этих темах уже дают более полное представление о графиках функций, возможно, они наиболее подходящие для реализации пропедевтической работы для изучения линейной функции.

Также в учебниках рассматриваются:

- таблицы и диаграммы (Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин и др.; А. Г. Мордкович) – ориентированы на табличное задание функций;
- задачи на движение (Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин и др.; А. Г. Мордкович; С.М. Никольский) – показывают аналитическое задание функций и практикоориентированные задачи, решение которых напрямую связано с зависимостью величин;
- буквенные выражения, формулы и уравнения (Г. К. Муравин, О. В. Муравина; Н. Б. Истомина; Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин и др.; А. Г. Мордкович) – направлены на определение функции, на аналитический способ представления функций;
- прямая и обратная пропорциональные зависимости (Н. Б. Истомина); симметрия (Г. В. Дорофеев, И. Ф. Шарыгин и др.; А. Г. Мордкович) – является пропедевтикой для изучения функций, графики которых симметричны относительно точки или прямой;
- взаимно обратные числа (А. Г. Мордкович) – направлены на пропедевтику взаимно обратных функций.

Итак, заметим, что одного лишь учебника за 5-6 классы недостаточно для реализации пропедевтической работы, необходимо использовать другие учебники.

ГЛАВА 2 МЕТОДИЧЕСКИЕ РЕКОМЕНДАЦИИ ПО ОРГАНИЗАЦИИ ПРОПЕДЕВТИКИ ФУНКЦИОНАЛЬНОЙ ЛИНИИ В КУРСЕ МАТЕМАТИКИ 5 – 6 КЛАССОВ

2.1 Пропедевтика функционального материала в 5-6 классах средней школы

Под пропедевтикой функциональной линии (от линейной до тригонометрических) в школьном курсе математики понимается постоянная непрерывная работа, целью которой является установление связи между изучавшимся ранее, изучаемым на данный момент и тем, что будет изучаться в функциональной линии.

Множество исследований, связанных с местом проведения пропедевтической работы функционального материала ориентированы на подготовку к изучению этого понятия в начальной школе и в 5-6 классах средней школы.

Для функциональной пропедевтики можно выбрать вычислительные упражнения с графическим контролем такие, как вычисление значений данного выражения при различных значениях переменных и изображение этого выражения с помощью графика. Такую точку зрения в своих исследованиях выдвинула В. А. Гуськова, которая предъявляет следующие требования к проведению пропедевтической работы:

- введение понятий, связанных с функциональным материалом, должно вестись описательно с дальнейшим закреплением совокупностью примеров;
- уровень сложности заданий должен соответствовать возрастным особенностям и способностям учащихся;
- использование пропедевтических заданий не должно доставлять проблем и затруднять изучение основных учебных тем программы по математике.

Пропедевтическую работу по формированию функционального фундамента необходимо вести постоянно, через систему различных

упражнений, содержащих идею функциональной зависимости, и шаг за шагом готовить учеников к введению одного из центральных понятий «функция». К таким заданиям относятся задания на координатной прямой и на координатной плоскости, задания на изменение результата действий в зависимости от изменения одного из компонентов, задачи на составление формул и задачи решаемые с помощью готовых формул, задания с использованием таблиц, диаграмм и т.д. Работа над такими заданиями позволит сформировать у учащихся достаточную базу знаний и фактов о функциональной зависимости между разными величинами и приобретению опыта соответствующих учебных действий у учащихся. Они способствуют развитию правильных представлений, ведущих впоследствии к формированию знаний о функциях и развитию функционального мышления. Подготовительный этап не представляет собой процесс сообщения учащимся какого-то дополнительного материала, выходящего за рамки учебной программы, а лишь подчеркивает функциональный аспект вопроса.

В школьном курсе математики существенное внимание оказывается именно числовым функциям. Причиной этого является тесная связь математики с другими науками, например, естественными. Одной из главных является физика, так как для нее функциональный аппарат служит способом описания свойств и явлений природы, их взаимосвязей.

Как было уже сказано ранее, при изучении функций учащиеся могут сталкиваться с некоторыми трудностями. Одной из причин этого может также быть привычка работать только лишь с постоянными величинами.

Пропедевтика функциональной линии позволяет облегчить процесс перехода к изучению переменных величин. Пропедевтика предполагает постепенную подготовку учащихся к изучению функции, не требующую при этом ни специальной символики, ни сложной терминологии. В процессе ученикам даются упражнения, знакомящие их в неявном виде с функциональными зависимостями, с понятием переменных величин и взаимосвязи между ними. Задания для пропедевтики функциональной линии

присутствуют в учебниках, но их содержательность и объем оставляют желать лучшего.

Поэтому я постаралась составить систему упражнений, направленную на пропедевтику функциональной линии, которую можно впоследствии использовать учителю, как дополнительный материал на уроках математики.

2.2 Система упражнений по пропедевтике функциональной линии на уроках математики в 5 классе

В 5 классе можно выделить ряд заданий, в которых учащиеся в неявном виде сталкиваются с переменными величинами. Мною были выделены следующие типы упражнений и подготовлены задания на различные темы из курса математики 5 класса для пропедевтики функциональной линии.

1. Упражнения на координатной прямой, координатной плоскости и в чтении графиков.

Данный тип упражнений позволяет научить детей пользоваться различными шкалами, изображать координатный луч, обозначать единичный отрезок, отмечать точки на координатном луче, отмечать и находить координаты заданных точек на луче.

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Отметьте на координатном луче все натуральные числа, которые:

- меньше 5;
- больше 4 и меньше 8;
- больше 10 и меньше 12.

Задание 2. В семье, состоящей из четырёх человек, рост отца 180 см, рост матери 165 см, рост сына 125 см и рост дочери 150 см. Изобразите их рост на диаграмме.

Задание 3. Цена пшеничной крупы 40 коп. за кг. Сколько стоит 1 кг; 1,5 кг; 2 кг; 2,5 кг; 3 кг; 4 кг; 5 кг; 6 кг; 7 кг; 8 кг; 9 кг; 10 кг? Составьте таблицу и покажите зависимость цены крупы от веса на графике.

Тема «Обыкновенные дроби»

Задание 1. На координатном луче отметьте точки:

$B(\frac{1}{9})$; $E(\frac{5}{20})$; $K(\frac{10}{90})$; $L(\frac{2}{32})$; $F(\frac{2}{18})$. Запишите точки, которые совпадают?

Тема «Геометрические фигуры»

Задание 1. В точке Е находится группа туристов (Рис. 1). На берегу реки разбито несколько лагерей.

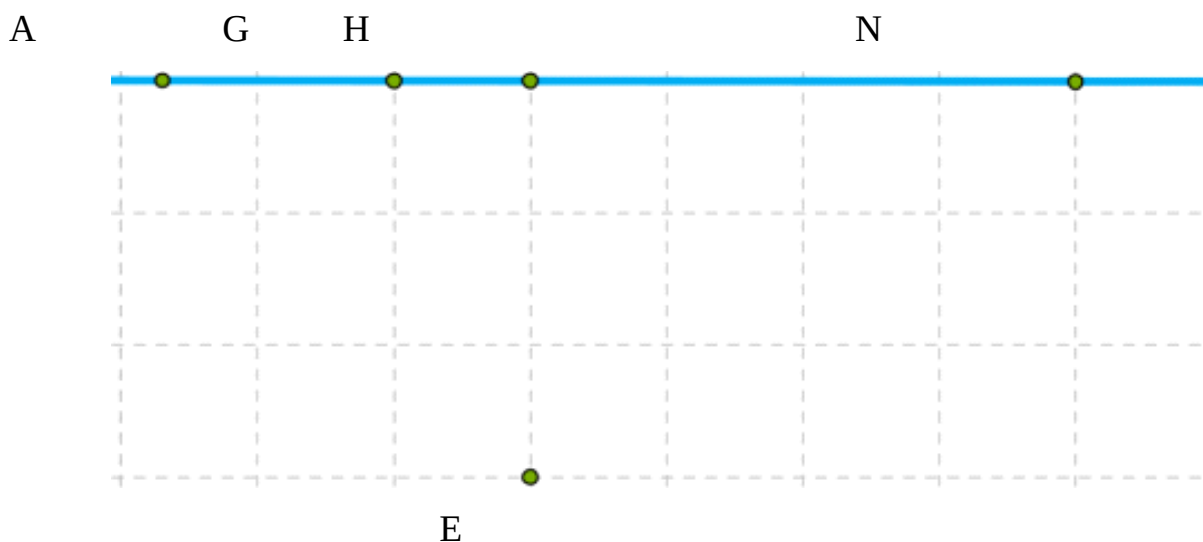


Рис. 1 Туристическая карта

1. Постройте путь к каждому лагерю и скажите, какой из путей будет кратчайшим. Почему?
2. Самый короткий путь должен быть перпендикулярным или не перпендикулярным берегу реки?

Задание 2. Длина отрезка KL равна 18 см. Известно, что N — середина отрезка KL, а M — середина отрезка KN (Рис. 2).

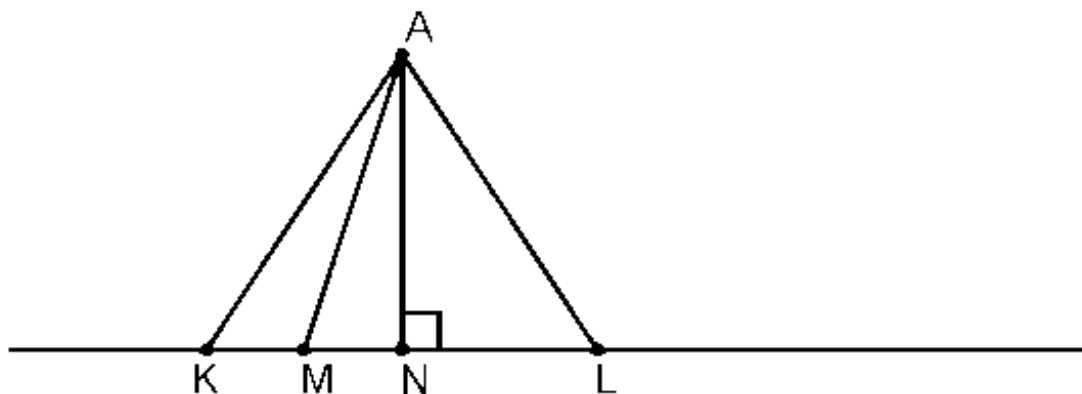


Рис. 2 Чертеж к заданию 2

1. Определите расстояние от точек K, M, N, L до прямой NA.
2. Занесите результаты измерений в таблицу на представленной карточке:

	K	M	N	L
NA				

Рис. 3 Карточка к заданию 2

2. Упражнения с переменными.

С помощью такого типа заданий выводится понятие переменной и понятие выражения с переменной. Они полезны тем, что учат находить значения буквенных выражений при заданных значениях переменной, решать простейшие уравнения, решать задачи на составление буквенных выражений.

Под зависимостью понимается, что изменение одного или нескольких компонентов приводит к изменению результата действия.

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Решите уравнение: $3024 - y = 948$.

Задание 2. Найдите значение выражения $34x - 17x + 11x - 27$ при $x = 4, 6, 9$. Составьте таблицу значений выражения при разных значениях переменной x .

Задание 3. Определите неизвестный множитель:

- Чему равен x , если $4 \cdot x = 16$
- Чему равно m , если $m \cdot 11 = 44$
- Чему равно a , если $9 \cdot a = 81$

Тема «Обыкновенные дроби»

Задание 1. Решите уравнение: $x + \frac{14}{25} = 1$.

Задание 2. Определите неизвестное вычитаемое: $2\frac{3}{12} - x = \frac{11}{36}$.

Задание 3. Выполните деление: $\frac{36z^2}{y} : 9z$. Найди значение выражения при:

1) $z = 5, y = 4$;

2) $z = 9, y = 18$;

3) $z = 24, y = 32$.

Тема «Десятичные дроби»

Задание 1. Решите уравнение: $(x - 18,2) + 0,35 = 4,8$.

Задание 2. Дано выражение: $0,6743t + 0,3257t - 40,9$.

- Запишите выражение, которое получается после упрощения данного
- Вычислите значение выражения, если $t = 470; 40,9; 0$

Задание 3. Найдите значения выражений:

1. $a^2 + 2ab + b^2$ при $a = 1,3$ и $b = 0,8$;

2. $(a + b)^2$ при $a = 1,3$ и $b = 0,8$;

3. $a^2 + b^2$ при $a = 1,3$ и $b = 0,8$;

Укажите выражения, значения которых равны.

Задание 4. За 4,5 м ленты Маша заплатила 135 р. Определите, сколько она потратила на 19,25 м этой ленты.

Задание 5. Решите уравнение: $(t + 0,1) \cdot 1,5 = 15,504$.

3. Упражнения на составление формул

Задания данного типа позволяют составлять простейшие уравнения по условиям задач, использовать для решения задач формулы площади треугольника, квадрата, вычислять объем прямоугольного параллелепипеда и куба с помощью формул. Верно использовать в речи термин формула и выполнять вычисления по формулам. Учащиеся приучаются к тому, что существуют такие величины, которые меняют свои числовые значения. В зависимости от изменения одной величины (например, цены) другая величина (стоимость) также меняет свое значение.

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Велосипедист проезжает за 1 час 14 км. Сколько проедет он за 1,5 часа; 2 часа; 2,5 часа; 3 часа, за t часов?

Задание 2. Прямоугольный участок земли имеет ширину 57 м и длину n м. Составьте формулу для вычисления периметра этого участка. Чему равен периметр участка при $n = 45, 43,38$?

Задание 3. У Вити a фишек, а у Никиты — b фишек. Они сложили их и поделили поровну. Сколько фишек досталось каждому? Составьте буквенное выражение и найдите его значение, если известно, что у Коли было 16 фишек, а у Димы 22. Имеет ли задача смысл при $a = 19$ и $b = 10$?

Тема «Геометрические фигуры»

Задание 1. Дан угол $\angle KLC$, в котором проведена биссектриса LR .

Найдите:

1. Величины углов и $\angle RLC$, если $\angle KLC = 6n$.
2. Величины углов $\angle KLR$ и $\angle KLC$, если $\angle RLC = n$.

Задание 2. Одна сторона, которая образует прямой угол прямоугольного треугольника ABD (Рис. 3), равна x см, другая сторона, которая образует прямой угол, в 3 раза больше. Составьте формулу и определите площадь треугольника при $x = 5; 7; 9,2$.

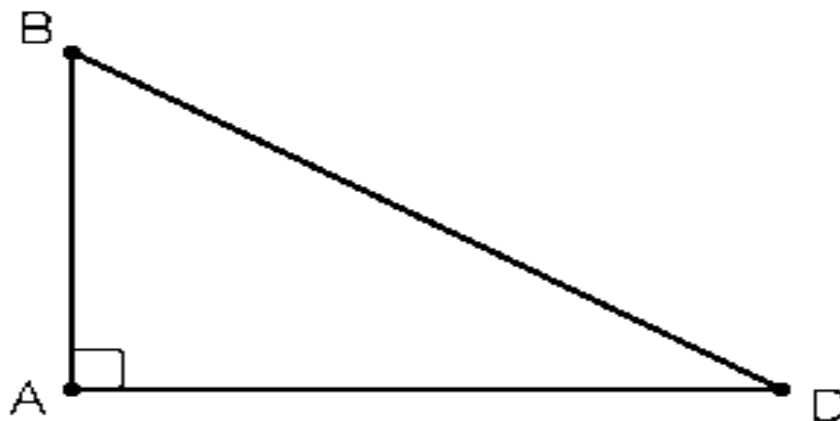


Рис. 4 Чертёж к заданию 2

Тема «Десятичные дроби»

Задание 1. Автомобиль прошёл x ч. со скоростью 48,6 км/ч и y ч. со скоростью 59,5 км/ч. Какой путь прошёл автомобиль за всё это время? Составьте формулу и вычислите путь при $x = 3$ и $y = 5$.

Задание 2. Площадь квадрата равна $0,64 \text{ см}^2$. Обозначив длину стороны квадрата за x , составьте формулу площади квадрата и найдите длину его стороны.

Тема «Геометрические тела»

Задание 1. Подарок упакован в коробку, которая имеет форму прямоугольного параллелепипеда. Длина двух сторон грани основания – x см и y см, длина бокового ребра коробки – z см. Составьте формулу для определения необходимой длины ленты для упаковки, если на завязывание банта уйдёт 31 см ленты. Найдите длину ленты при $x = 6$ см, $y = 12$ см и $z = 20$ см.

4. Упражнения на изменение результатов действий в зависимости от изменения компонентов.

Задания этого типа позволяют исследовать простейшие числовые закономерности, проводить числовые эксперименты, выполнять вычисления по выведенным формулам. Использовать знания о зависимостях между величинами скорость, время, путь при решении текстовых задач.

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Вычислите $8 - 3 = ?$ Первое слагаемое увеличилось на 5, как изменилась сумма?

Задание 2. У вас на столах представлена карточка (Рис. 5). Заполните пустые клетки:

Уменьшаемое	3	5	7
Вычитаемое	3	3	3
Разность	...	...	...

Рис. 5 Карточка к заданию 2

Задание 3. Как изменится сумма двух чисел, если второе слагаемое увеличить на 1, 2, 3, 7, 12, 20, 30, 50, 92. Составьте таблицу изменения суммы чисел в зависимости от изменения второго слагаемого.

Задание 4. Как изменится произведение, если один множитель увеличить в 2 раза? В 3 раза? В 4 раза? В 5 раз?

Задание 5. Заполните карточку (Рис. 6):

Значение b	0	1	2	3	4	5
Значение $b+13$						
Значение $19-b$						

Рис. 6 Карточка к заданию 5

Проанализируйте, как изменяются значения выражений в зависимости от значения переменной b .

Задание 6. Чем похожи все пары выражений? Найдите их значения:

а) $67 + 35$ б) $47+26$ в) $55+57$
 $68 + 35$ $47+30$ $55+61$

Сравните равенства в каждой паре и сделайте вывод.

Задание 7. Можно ли, не вычисляя значения выражений, сказать, значение какой суммы в каждой паре больше и на сколько:

а) $49+ 28$ б) $31+54$ в) $36+9$ г) $25+48$
 $49 + 20$ $28+54$ $36+13$ $31+48?$

Задание 8. а) Впишите пропущенные слова и числа, чтобы получились верные высказывания.

1. Если первое слагаемое увеличить на 25, а второе не изменять, то значение суммы _____ на 25.

2. Если одно _____ на _____, а другое оставить без изменения, то значение суммы увеличится на 16.

3. Если одно слагаемое уменьшить на _____, а другое не изменять, то значение суммы _____ на 71.

4. Если одно слагаемое _____ на 35, а другое не изменять, то значение суммы уменьшится на _____.

б) Обозначьте каждую пару равенств номером соответствующего ей высказывания:

$$47+120=167 \qquad 208+366=574$$

$$47+49=96 \qquad 224+366=590$$

$$900+287=1187 \qquad 654+321=975$$

$$875+287=1162 \qquad 619+321=940$$

Задание 9. Сравните выражения в каждой паре. Что вы заметили? Чем похожи все пары выражений:

а) 3: 9	б) 2:11	в) 9:17	г) 5:6
6:18	4:33	36:68	25:30?

Задание 10. Если каждый ученик класса посадит по 2 дерева, то вместе они посадят 40 деревьев. Сколько деревьев должен посадить каждый ученик, чтобы их было 80? Заполните следующую карточку (Рис. 7):

Количество деревьев, посаженных одним учеником	2	4	3	6
Количество деревьев, посаженных всем классом				

Рис. 7 Карточка к заданию 10

Задание 11. Из пяти ульев набрали 30 кг меда. Сколько кг меда можно собрать из девяти таких ульев? Сколько способов решений будет иметь задача, если количество ульев увеличить на 1?

Задание 12. Ширина прямоугольника 6 дм, а длина 5 дм. Как изменится площадь прямоугольника, если ширину увеличить в 3 раза, а длину в 4 раза?

Задание 13. Для ремонта комнаты было куплено 36 м линолеума. В ходе перепланировки длину комнаты уменьшили в 4 раза, а ширину увеличили в 4 раза. Сколько линолеума нужно докупить, чтобы застелить комнату?

Задание 14. Мотоциклист за 6 часов проехал 480 км. За сколько часов он проедет 240 км, двигаясь с той же скоростью? Составьте таблицу и проанализируйте, существует ли зависимость между временем и расстоянием, если скорость мотоциклиста не изменялась?

Тема «Десятичные дроби»

Задание 1. Длина прямоугольника равна 5,7 см, а ширина — 6,7 см. Определи периметр прямоугольника. Как изменится периметр треугольника, если ширина увеличить в 2 раза? 3 раза? 4 раза?

Задание 2. Длина пола равна 5,34 м, а его ширина — 4,73 м. Чему равна площадь пола?(ответ округлите до десятых). Как изменится площадь пола, если ширину пола увеличить в 1,5 раза? В 2 раза? В 5 раз?

Задание 3. Произведение двух чисел равно 218,75. Если один из множителей увеличить на 0,5, а другой оставить без изменения, то произведение будет равно 236,25. Найди эти числа.

2.3Функциональная пропедевтика на уроках математики в 6 классе

В 6 классе пропедевтика функциональной линии становится обширнее. Изучаются новые формулы $y = kx$, $y = \frac{k}{x}$, широко начинают использоваться буквенные обозначения, где под буквой понимается какое-то допустимое значение – переменная величина, также изучаются прямая и обратная пропорциональность, используются табличные записи функциональной зависимости.

Целесообразно делать упор на упражнения, в которых нужно найти значение выражения не при одном только значении переменной, а использовать несколько таких значений. С помощью таких заданий можно сформировать у учеников понимание зависимости значения выражения от значений входящих в него переменных.

Выделим следующие виды упражнений для использования пропедевтики функциональной линии.

1. Упражнения на координатной прямой, координатной плоскости и в чтении графиков.

Данный тип заданий помогает детям понять, что такое масштаб и научиться выполнять связанные с ним задания. Также в 6 классе дети знакомятся с координатной прямой и с декартовой системой координат, учатся строить точки по координатам и, наоборот, находить координаты данных точек. Дети учатся работать со столбчатыми диаграммами, анализировать и применять информацию, предложенную в виде диаграммы. Здесь же ученики выполняют построение графиков зависимости величин по данным задачи, работать со шкалами.

Тема «Рациональные числа. Координаты»

Задание 1. Определите координату точки L (Рис. 8).

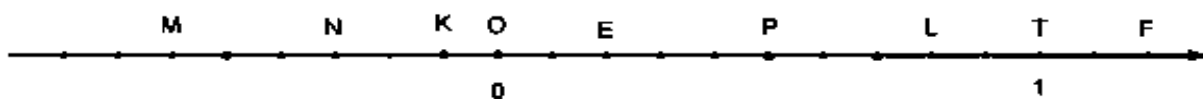


Рис. 8 Координатная прямая

Задание 2. Координата точки B — -1 , а координата точки F — $+1$ (Рис. 9). Определите и обозначьте начало отсчёта и единичный отрезок. Запишите координаты данных точек

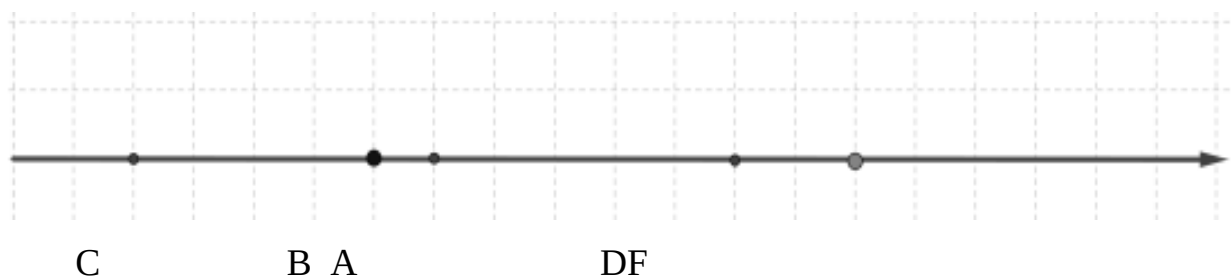


Рис. 9 Координатная прямая

Задание 3. Известно, что точки F (-19) и T (-31) симметричны. Укажите координату центра симметрии — точки X.

Задание 4. На координатной прямой точке M соответствует число $s+3$, точке D — число $s+(-3)$. Какое число соответствует середине отрезка MD?

Задание 5. Выберите точки, которые можно отметить на координатном луче (Рис. 10): A (2,5); B(-1); C (0); D($3\frac{1}{3}$); N($-3\frac{1}{3}$); M(-0,4); K (6)

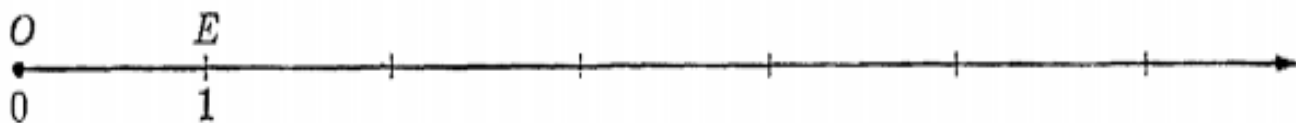


Рис. 10 Координатный луч

Задание 6. На координатной плоскости изображена кривая линия (Рис.11):

- а) Найдите координаты точек, отмеченных на этой кривой.
- б) Какая из данных точек имеет: наименьшую абсциссу; наименьшую ординату; наибольшую абсциссу; наибольшую ординату?
- в) Будут ли принадлежать данной кривой точки с координатами (-1; 2), (2; 3), (5; 3), (-2; -2)?

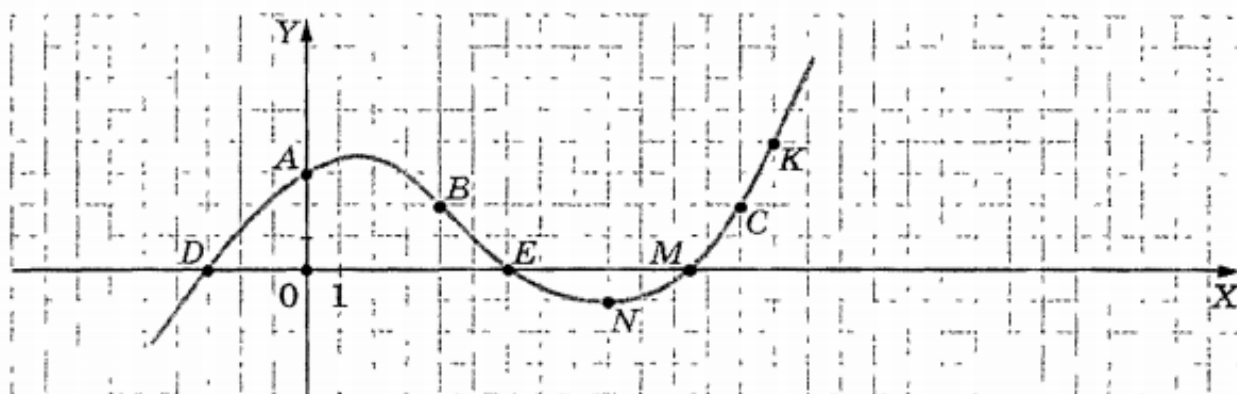


Рис. 11. График функции

Задание 7. Впишите пропущенные слова и числа, чтобы получились верные высказывания:

- 1) точка A (2; 4) при перемещении влево на 3 единичных отрезка перешла в точку B (...;...);
- 2) точка B (...;...) при перемещении вниз на 4 единичных отрезка перешла в точку E (-1; 2);
- 3) точка C (2; 1) при перемещении вправо на 6 единичных отрезков перешла в точку K (...;...);

- 4) точка $S (...;...)$ при перемещении вверх на 5 единичных отрезков перешла в точку $Q(-3;-1)$;
- 5) точка $D (-2;-5)$ при перемещении на _____ единичных отрезков перешла в точку $C (4; -5)$;
- 6) точка $L (6; -3)$ при перемещении на _____ единичных отрезков перешла в точку $M(6; 2)$;
- 7) точка $X (1; 1)$ при перемещении вверх на 3 и вправо на 6 единичных отрезков перешла в точку $Y(...;...)$;
- 8) точка $G (...;...)$ при перемещении вниз на 1 и вправо на 4 единичных отрезка перешла в точку $H(-6; -1)$;
- 9) точка $O (...;...)$ при перемещении вниз на 2 и влево на 3 единичных отрезка перешла в точку $H(-6; -1)$;
- 10) точка $V (2; 3)$ при перемещении на _____ и на _____ единичных отрезков перешла в точку $W(7; -2)$.

Если вы затрудняетесь, то выполните построение в координатной плоскости.

Задание 8. Запишите координаты точек, изображенных на рисунке (Рис. 12):

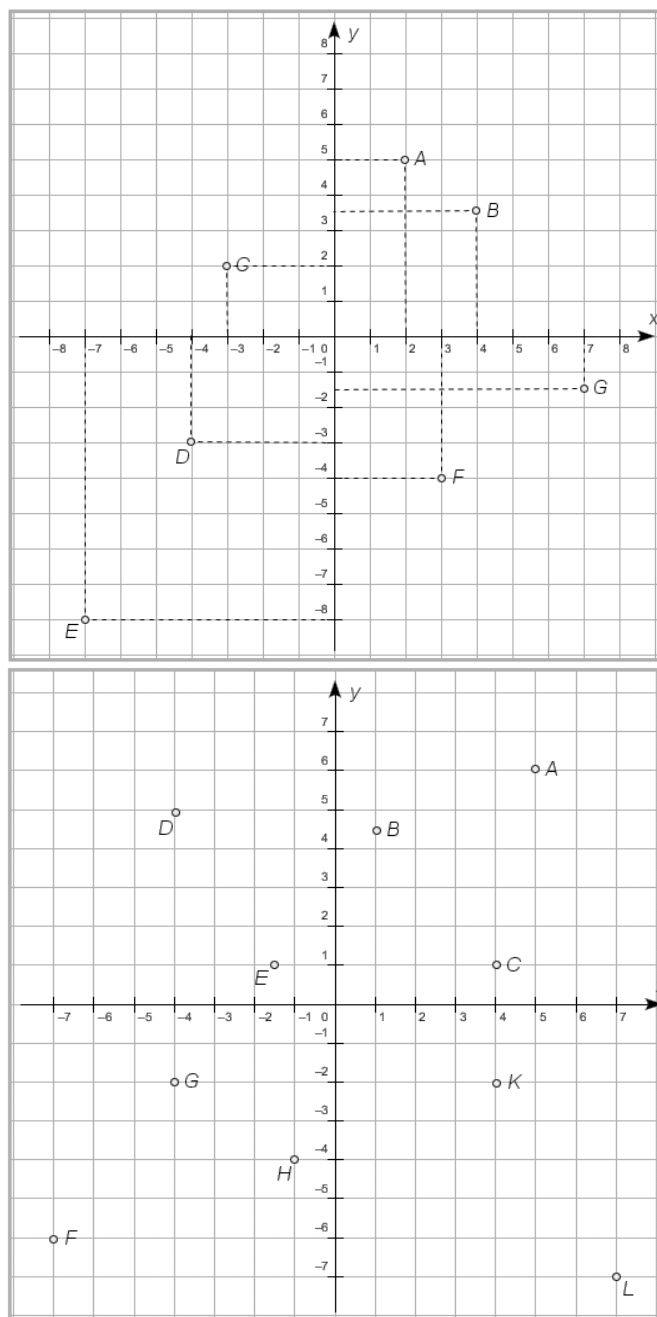


Рис. 12. Системы координат

Задание 9. Выберите единичный отрезок и постройте точки в координатной плоскости:

$A(0,6; 0)$, $B(0; -\frac{3}{10})$, $C(0,1; 0,7)$, $D(-\frac{4}{10}; \frac{2}{5})$; $E(-\frac{1}{2}; -\frac{3}{5})$, $K(\frac{9}{10}; -0,4)$; $F(-0,5; \frac{8}{10})$

Задание 10. Пользуясь графиком движения автомобиля (Рис. 13), ответьте на вопросы:

а) Сколько времени автомобиль находился в пути?

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Известно, что x и y — натуральные числа и $6x + y = 53$.
Каким может быть число x ?

Задание 2. Выберите все натуральные значения x в промежутке от 1 до 14 так, чтобы сумма $42 + x$ делилась на 7.

Задание 3. У вас на столах лежит карточка с различными выражениями (Рис. 15). Какие из данных выражений делятся на 4, если a делится на 4? Соедините эти выражения с числом 4.

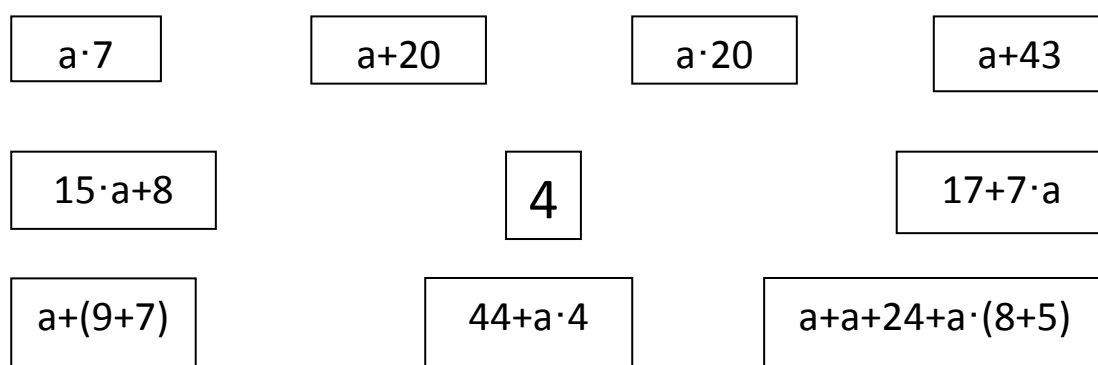


Рис. 15 Карточка к заданию 5

Задание 4. Известно, что a и b — натуральные числа и $5a + 4b = 33$.
Каким может быть число b ?

Задание 5. Укажите все натуральные значения x в промежутке от 0 до 12 так, чтобы сумма $54 + x$ не делилась на 7.

Тема «Рациональные числа»

Задание 1. Какие целые числа можно подставить вместо z , чтобы получилось верное неравенство: $|z| < 6$.

Задание 2. Найди значение выражения: $a + b + (-23)$:

1. если $a = -119, b = -6$.
2. если $a = 24, b = -10$.
3. если $a = 36, b = 7$.

Задание 3. Найдите неизвестный член пропорции: $x:(-1,6) = -5,4:(-3,2)$;

Задание 4. Решите уравнение: $-34 \cdot |x| + 15,25 = -2$.

2. Упражнения на изменение результатов действий в зависимости от изменения компонентов.

Задания данного типа позволяют грамматически верно читать записи уравнений, познакомиться с основными приемами решения линейных уравнений и научиться применять их. Научиться применять линейные уравнения для решения задач на движение, на части. Научиться определять коэффициент в выражении, упрощать выражения с использованием свойств умножения. Научиться правильно читать, записывать пропорции.

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Определите все натуральные значения, которые может принимать выражение $\frac{5x}{6}$, если $0 < x < 35$ и x — натуральное число

Задание 2. Выполните деление: $(46b + 24):4$. Найдите значение этого выражения при $b = 2, 4, 6$.

Задание 3. Выполните деление: $(35ab):(7a)$. Найдите значение выражения при:

1. $a = 6, b = 4$.
2. $a = 3, b = 7$.
3. $a = 69, b = 20$.

Задание 4. Цена 1 м шланга 85 р. Сколько денег понадобится, чтобы купить 5 м? 7 м? 12 м?

Тема «Рациональные числа»

Задание 1. Упростите выражение $\frac{1}{3}k + \frac{7}{24}k - \frac{1}{8}k$ и найдите его значение, если $k = \frac{1}{12}, \frac{5}{6}, \frac{3}{4}$.

Задание 2. Задача. «След неизвестного» (эксперимент)

В 1983 году в канадской газете была опубликована статья о нахождении канадскими археологами при раскопках следа, предположительно «снежного человека». Ученые пытались выяснить, какой же рост у него был при том, что только размер ноги составлял 46 сантиметров. Вы сегодня попробуете себя в роли этих ученых и попытаетесь узнать примерной рост «снежного человека».

Текст 1. А.А. Радищев в «Путешествии из Петербурга в Москву» писал о деревенских девушках: «Посмотрите, как все члены у моих красавиц круглы, рослы, не искривлены и не испорчены. Вам смешно, что у них ступни в 5 вершков...».

Оказывается, в XVIII веке девушки с длиной стопы в 5 вершков считались очень высокими.

Текст 2. Дана таблица соответствия размера обуви размеру стопы (Таблица 1).

Таблица 1

Соответствие размера обуви размеру стопы

Размер обуви	34	35	36	37	37,5	38	38,5	39	40
Стопа, см	22,5	23	23,5	24	24,5	25	25,5	26	26,5

Задания:

1. Измерьте длину своей стопы и выясните, какой у вас размер обуви.
2. Используя информацию текста 1, вычислите, каким примерно был рост девушки (в см) и какого размера обувь она должна была носить, если длина стопы составляет в среднем 15,5% от роста.
3. Рассчитайте, каким примерно должен быть ваш рост (в см), зная длину стопы.
4. Анализируя данные текста 2 и соотношение роста размеру стопы, составьте таблицу соответствия размера обуви и роста.
5. Используя всю предложенную информацию, оцените рост «снежного человека».

Тема «Отношения, пропорции, проценты»

Задание 1. Докажите, что все данные равенства являются пропорциями:

а) $15:10 = 3:2$; б) $20:40 = 1:2$; в) $0,5:2 = 1:4$;

г) $27:18 = 3:2$; д) $8:20 = 2:5$; е) $5:7 = 2,5:3,5$;

ж) $3:7 = 9:21$; з) $4,2:3 = 2,1:1,5$; и) $0,3:10 = 0,9:30$.

Задание 2. Можно ли, используя данную пропорцию $\frac{3\frac{7}{8}}{5\frac{1}{4}} = \frac{a}{b}$ точно сказать:

а) Какое из чисел меньше а или b?

б) Во сколько раз оно меньше?

Задание 3. Пешеход находится в пути 4 ч. Верно ли утверждение, что скорость и пройденное им расстояние — величины обратно пропорциональные? Заполните карточку (Рис. 16), она поможет правильно ответить на этот вопрос.

V (км/ч)	3	3,5	4	4,5	5	5,5
S (км)						

Рис. 16 Карточка к заданию 3

4. Упражнения на составление формул при решении задач и наоборот задач по готовым формулам.

Позволяют познакомиться с формулой площади круга и научиться применять ее при решении задач, а также решать текстовые задачи на зависимость скорости, времени и расстояния

Тема «Натуральные числа»

Задание 1. Длина прямоугольника — 45 м, ширина — x метров, x — нечётное число. Можно ли сказать, что значение площади этого прямоугольника кратно 4?

Тема «Отношения, пропорции, проценты»

Задание 1. Сторона одного квадрата 0,3 дм, другого 1,5 см. Найди отношение длины стороны меньшего квадрата к большему. Будет ли отношение длин сторон квадратов равно отношению их площадей? Решите данную задачу, если стороны квадратов будут равны: 1) 0,6 дм и 3 см; 2) 0,3 дм и 1 см.

Тема «Преобразование буквенных выражений»

Задание 1. Площадь прямоугольника равна 24 см. Чему равна его длина, если ширина прямоугольника 2 см? 4 см? 6 см?

а) Выберите запись формулы для решения задачи, если S – площадь прямоугольника, a - его длина, b - ширина:

$$S = a \cdot b, \quad a = \frac{b}{S}, \quad b = \frac{S}{a}$$

б) Какие величины изменялись в формуле при решении задачи? Какие не изменялись? Как изменялась длина в зависимости от изменения ширины прямоугольника?

Задание 2. Пользуясь формулой $y = kx$, заполните пропуски в карточках:

а) если $k=3$:

x		$\frac{1}{3}$		0,01		$\frac{1}{4}$		6		1,7	
y	0,6		2		4,2		4		9		$\frac{1}{3}$

б) если $k=0,2$:

x		10	0,5		1,5	120			17	0,1	1,9
y	0,2			0,04			1,6	20,4			

в) если $k = 1\frac{1}{3}$:

x	10		$\frac{3}{5}$		$\frac{1}{4}$				$\frac{12}{17}$	$\frac{3}{8}$	$\frac{3}{4}$
y		20		$\frac{1}{4}$		3	4	6			

Рис. 17 Карточки к заданию 2

Задание 3. Пользуясь формулой, заполните пустые клеточки в карточке:

k	x	b	$\frac{k}{x}$	$\frac{k}{x} + b$
2	0,2	3		
10	0,5		5	7,3
			4,6	5
6		$\frac{2}{3}$	$\frac{1}{3}$	
$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{8}$			4

Рис. 18 Карточка к заданию 3

ЗАКЛЮЧЕНИЕ

В ходе проделанной работы были решены все поставленные передо мной задачи и получены следующие результаты.

На основе анализа методической литературы, была раскрыта и описана роль функциональной линии в школьном курсе математики. Функциональная линия является одной из центральных в изучении алгебры и начал математического анализа. Она имеет широкое мировоззренческое и общекультурное значение в обучении. Функциональный материал способствует развитию всех познавательных сфер ученика, в частности, способствует формированию функционального мышления, позволяет раскрыть научное и культурное значение математики, как науки, осуществляет экологическое и эстетическое воспитание.

Были выделены 3 основных этапа, через которые проходит функциональная линия в школьном курсе математики: пропедевтический (1-6 классы), основной (7-9 классы) и изучение трансцендентных функций (10-11 классы). Также мною проанализированы два основных подхода к введению понятия «функция» в средней школе и перечислены преимущества и недостатки каждого из них. На современном уровне развития математики имеет место использование каждого из этих подходов, что зависит от выбора учебного пособия. Но более оптимальным для изучения функции в настоящий момент считается генетический подход.

Был проведен анализ учебников алгебры для 7-9 классов с целью выяснения содержательных особенностей изложения функционального материала в разных учебных пособиях. Также проведен сравнительный анализ учебников математики для 5-6 классов. Можно заметить, что ни в одном из учебников не выявлена четкая система задач, направленная на введение пропедевтической линии в 5-6 классах и вообще, объем заданий оставляет желать лучшего. Недостаточно пользоваться лишь одним учебником для полной и четкой пропедевтики функциональной линии, нужно прибегать к дополнительной литературе.

В ходе исследования, на основе психолого–педагогической и методической литературы, было раскрыто содержание понятия «пропедевтика», в частности, понятия «пропедевтика функциональной линии». Слово «пропедевтика» вошло в науку в связи с возникновением определенных трудностей в периоде первоначального ознакомления с каким-либо понятием и вопросами, связанными с ним. При обучении школьников функциям (от линейной до тригонометрических) под функциональной пропедевтикой понимается непрерывная работа, нацеленная на установление связей изучавшегося ранее, изучаемого (пропедевтический объект) и тем, что будет изучаться (пропедевируемый объект) на учебном материале линии «Функции».

Подготовительная работа по созданию функциональной базы должна вестись регулярно и систематически через систему всевозможных упражнений, в основе которых лежит идея функциональной зависимости.

Выделены основные типы упражнений:

1. Упражнения на координатной прямой, координатной плоскости и в чтении графиков.
2. Упражнения с переменными
3. Упражнения на составление формул при решении задач и наоборот задач по готовым формулам
4. Упражнения на изменение результатов действий в зависимости от изменения компонентов.

Далее по выше перечисленным типам разработана система упражнений, пронизывающая курс математики в 5-6 классах и направленная на пропедевтику функциональной линии. Такие упражнения необходимы для более углубленной подготовки учеников к введению одного из центральных понятий алгебры – функции и стиранию возможных проблем при введении данного понятия и изучении его основных свойств.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений / Ю. Н. Макарычев [и др.]; под ред. Теляковского С. А. М.: Просвещение, 2010. – 384 с.
2. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений / А. Г. Мордкович [и др.]. М.: Мнемозина, 2010. – 191 с.
3. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений / А. Г. Мордкович [и др.], стер. М.: Мнемозина 2010. – 215 с.
4. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский [и др.]. М.: Просвещение, 2006. – 287 с.
5. Алгебра 9 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / С. М. Никольский [и др.]. М.: Просвещение, 2006. – 255 с.
6. Алгебра 7 класс: учебник для общеобразовательных учебных заведений / Ю. Н. Макарычев [и др.]; под ред. Теляковского С. А. М.: Просвещение, 2009. – 240 с.
7. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Ш. А. Алимов [и др.]. М.: Просвещение, 2000. – 191 с.
8. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Ю. Н. Макарычев [и др.]; под ред. Теляковского С. А. М.: Просвещение, 2008. – 447 с.
9. Алгебра. 7 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г. В. Дорофеев [и др.]. М.: Просвещение, 2013 – 254 с.
10. Алгебра. 8 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г. В. Дорофеев [и др.]. М.: Просвещение, 2014 – 318 с.
11. Алгебра. 9 класс: учебник для общеобразовательных организаций / Г. В. Дорофеев [и др.]. М.: Просвещение, 2014. – 302 с.
12. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений / Н. Я. Виленкин [и др.]. М.: Мнемозина, 2013. – 280 с.
13. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений /

- Н. Я. Виленкин[и др.]. М.: Мнемозина, 2013. – 286 с.
14. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/С. М. Никольский [и др.]. М.: Просвещение, 2016. –269 с.
15. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/С. М. Никольский [и др.]. М.: Просвещение, 2016– 253 с.
16. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Г. В. Дорофеев [и др.]. М.: Просвещение, 2011. – 175 с.
17. Математика. 6 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Г. В. Дорофеев [и др.]. М.: Просвещение, 2012 – 299 с.
18. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Г. К. Муравина [и др.]. М.: Дрофа, 2009–323 с.
19. Математика. 5 класс: учебник для общеобразовательных учреждений/Н. Б. Истомина. М.: Ассоциация XXI век, 2005 – 240 с.
20. Покровский В. П. Методика обучения математике: функциональная содержательно-методическая линия: учебно-методическое пособие. М.: Изд-во ВлГУ, 2014.–143 с.
21. Виленкин Н. Я. Функции в природе и технике: книга для внеклассного чтения. М.: Просвещение, 1978. – 192 с.
22. Капкаева Л. С. Лекции по теории и методике обучения математике. Частная методика: учебное пособие для студентов мат. спец. пед. вузов. М.: Изд-во Мордовский государственный педагогический институт, 2009. –262 с.
23. Кожокарь О. А. Изучение функциональной линии в курсе алгебры средней школы на основе метаметодического подхода // Молодой ученый. 2013. №7.–387 с.
24. Методика и технология обучения математике. Курс лекций: пособие для вузов / под науч. ред. Н. Л. Стефановой. М.: Дрофа, 2005. – 416 с.
25. Погодина Р. И. Методические особенности изучения функции в школьном курсе математики // Образование, здравоохранение, культура,

демография: социальные проблемы современного общества. Сборник научных трудов по материалам Международной научно-практической конференции. 2017.

–188 с.