

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное учреждение
высшего образования

«ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ»
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки 44.03.01 Педагогическое образование

Профиль «Математика»

Форма обучения: очная

ВЫПУСКНАЯ КВАЛИФИКАЦИОННАЯ РАБОТА

бакалаврская работа на тему:

«Технология исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметром»

Студент

Попова 4.06.2022
(подпись, дата)

Попова Светлана Романовна
(ФИО полностью)

Руководитель

Монахова 4.06.2022
(подпись, дата)

Монахова О.А.
(фамилия, инициалы)

Нормоконтролёр

Журавлева 29.06.22
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Работа допущена к защите (протокол заседания кафедры от 21.06.22 № 11)

Заведующий кафедрой

Паньженский 21.06.22
(подпись, дата)

Паньженский В.И.
(фамилия, инициалы)

Работа защищена с оценкой отлично (протокол заседания ГЭК от 06.07.22 № 10)

Секретарь ГЭК

Журавлева 06.07.22
(подпись, дата)

Журавлева Е.Г.
(фамилия, инициалы)

Пенза 2022

Содержание

Введение	3
Глава 1. Исследовательская деятельность	5
1.1 Историческая справка	5
1.2 Цели и задачи исследовательской деятельности	9
1.3 Этапы исследовательской деятельности	10
1.4 Исследовательская деятельность на уроках	15
Глава 2. Исследования при решении задач с параметрами	18
2.1 Решение задач с параметрами	18
2.2 Анализ решения задач с параметрами	24
Глава 3. Технология исследовательской деятельности на уроках математики.	26
3.1 Технология исследовательской деятельности в 7 классе на уроках математики.....	27
3.2 Технология исследовательской деятельности в 8 классе на уроках математики.....	36
3.3 Технология исследовательской деятельности в 9 классе на уроках математики.....	43
Заключение	50
Приложение 1.....	54

Введение

Согласно федеральным государственным стандартам второго поколения, основным подходом в современном образовании является деятельностный подход. Всесторонне реализовать данный подход позволяет исследовательская деятельность. В то же время через нее формируются абсолютно все универсальные учебные действия, прописанные в Стандарте.

Исследовательскую деятельность можно реализовывать на всех уроках математики, но существует один раздел, которому уделяется не достаточно времени для более полного и глубокого изучения. Это раздел – задачи с параметрами. При этом одним из типов заданий на Едином Государственном экзамене является решение задачи с параметрами.

В связи с этим была выбрана тема выпускной квалификационной работы: «Технология исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметрами».

Объект исследования: технология исследовательской деятельности.

Предмет исследования: технология исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметрами.

Цель работы: описать применение технологии исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметром.

Задачи:

1. Проанализировать методическую и психолого-педагогическую литературу по теме технология исследовательской деятельности.
2. Раскрыть сущность понятия «исследовательская деятельность» и его структуру.
3. Проанализировать решение задач с параметрами.
4. Проанализировать расположение задач с параметром в школьном курсе математики.
5. Составить рекомендации и конспекты уроков в 7-9 классах для обучения решению задач с параметром

Методы исследования: анализ литературы и обобщение знаний по данной теме, сравнительный анализ.

Практическая значимость работы состоит в возможности использовании подобранной информации для правильной организации исследовательской деятельности на уроках математики.

Выпускная квалификационная работа состоит из введения, трех глав, заключения, списка использованной литературы и приложения.

Глава 1. Исследовательская деятельность

1.1 Историческая справка

Попытки выстроить образовательную деятельность в школе на основе исследовательских методов обучения предпринимались с давних времен. Одним из первых известных нам ученых, кто стал активно внедрять в практику исследовательские методы обучения, был Сократ (V в. до Рождества Христова). Сократ – автор метода, названного впоследствии «сократической беседой». Аналогом данного метода современного обучения является эвристическая беседа. Особое развитие идеи исследовательского обучения получили в конце XIX — начале XX веков — в период утверждения прогрессивистской педагогики в Европе и США. Это было время не простого увлечения идеями «свободного воспитания», а период активного внедрения в практику принципиально новых подходов к обучению. Наступала пора, которую специалисты стали именовать по названию книги американской журналистки Элен Кей (1849–1926) — «веком ребенка». Это было время интенсивного развития идей исследовательского обучения в работах российских ученых. Необходимость утверждения исследовательского подхода в образовании наиболее четко выразил в одном из своих трудов известный русский педагог-исследователь Константин Николаевич Вентцель (1857–1947): «Ребенок по натуре своей утилитарист и практик, только в более позднем возрасте начинает просыпаться чисто теоретический интерес к знанию, и чем более глубокие корни будут пущены этим теоретическим интересом в практике жизни, тем он сам окажется жизненнее, живучее, устойчивее». В этот период стал развивать, реализовывать и пропагандировать идеи исследовательского обучения американский философ и педагог Джон Дьюи (1859–1952). В процессе обучения, считал он, надо исходить из четырех основных детских инстинктов: инстинкта делания, исследовательского инстинкта, художественного инстинкта, социального инстинкта. На основе этих инстинктов развиваются интересы ребенка. Используя их, школа может превратить

обучение в продуктивный, полезный и увлекательный процесс. Для этого школьное обучение должно быть организовано так, чтобы ребенок оказывался в позиции исследователя. Одной из самых популярных в мире моделей организации обучения, построенных на базе исследовательского обучения является дальтон-план, разработанный американской учительницей Еленой Паркхерст (1887-1973) и получивший широкое распространение в мире. Е. Паркхерст отмечает, что дальтон-план дает учащемуся умственную и моральную свободу, создающую предпосылки для успешного развития. Опираясь на теоретические установки и практические находки специалистов в области исследовательского обучения, американский педагог Уильям Килпатрик (1871-1965) разработал широко известную в мировой педагогике проектную систему обучения. Суть ее заключалась в том, что дети, исходя из своих интересов, вместе с учителем выполняли собственный проект, решая какую-либо практическую, исследовательскую задачу, включаясь в реальную деятельность и овладевая новыми знаниями. Попытки выстроить образовательную деятельность в массовой школе в нашей стране на основе исследовательских методов обучения предпринимались с давних времен, однако это не привело к их активному использованию в практике. Известный отечественный педагог Иван Фомич Сладков (1895-1977) еще в начале XX века писал о том, что чем больше теоретики говорят о роли индивидуальности в воспитательном процессе, тем большая пропасть отделяет живую школу от философствующей педагогики и дидактики. По его утверждению, лишь исследовательские методы обучения, получившие распространение в мире в связи с введением дальтон-плана, метода проектов, бригадно-лабораторного метода, дают надежду на то, что эта вечная проблема будет решена. Исследовательские методы обучения активно использовались в отечественной образовательной практике в 20-е годы XX века (И.Г. Автухов, П.П. Блонский, Б.В. Всесвятский, Ш.И. Ганелин, В.Ф. Натали, Б.Е. Райков, А. П. Пинкевич, И.Ф. Сладков, В.Ю. Ульянинский, С.Т. Шацкий и др.). «В исследовательском методе (методе исканий), - пишет Б.В. Всесвятский (1887-

1987), - в основу берется не знание, преподносимое детям в готовом виде, а организованное искание детей в окружающей жизни. Знание не дается как готовое, а получается в результате работы самих детей над тем или другим жизненным материалом». В начале 30-х годов XX века отказались от использования исследовательского метода в обучении, и лишь в 60-е годы идеи исследовательского обучения (в основном использование метода проектов) были частично реабилитированы. В 90-х годах XX века идеи исследовательского обучения вновь нашли свою нишу в образовательных системах Д.Б. Эльконина и В.В. Давыдова, Л.В. Занкова. В настоящее время элементы исследовательского подхода к обучению используются в отечественных школах. Подготовка ребенка к исследовательской деятельности, обучение его исследовательским умениям и навыкам становится одной из задач современного образования. Главным инструментом развития исследовательского поведения в образовании выступает исследовательский метод обучения."

Так же необходимость развития исследовательских способностей, обучающихся признавалась многими педагогами прошлого. Это можно увидеть в работах И.Г. Пестолоцци, Я.А. Каменского, А. Дистервега. Еще Жан Жак Руссо говорил о практике, как об основе познании мира. Практическое изучение окружающей действительности стало основой реформ, проводимых в области образования в России на протяжении 18 и последующих веков. Именно это направление развивали Ф.И. Янкович и Н.И. Новиков. Благодаря их деятельности в среде педагогической общественности появилось значительное число сторонников «экскурсионного метода» исследовательской деятельности. Эти педагогические идеи нашли отражение в таких документах, как «Устав народных училищ Российской империи» (1786г.) и «Устав учебных заведений, подведомственных университетам» (1804г.). Затем идея «наглядности» развивается дальше. Так, в книге Ф. Гансберга «Творческая работа в школе», переведенной с немецкого языка, прямо говорится, что «всякое значение имеет значение лишь постольку, поскольку оно может быть применено к современности и к будущему».

му, к нашей жизни и к развитию человечества. Применимость – вот пробный камень для всякого знания». Применимость знаний – это был своего рода социальный заказ в условиях формирующегося индустриального общества.

В России подобные идеи пробивали себе дорогу гораздо сложнее (это было связано с условиями исторического развития самого 19 века). Пионером исследовательской деятельности стал преподаватель Ялutorовской женской школы И.Д. Якушкин.

В пореформенный период в отечественной педагогике немало внимания уделялось туристско-экскурсионному направлению исследовательской деятельности. Здесь объединились интересы государства, педагогов и самих учащихся. В начале 20 века порядка ста организаций занимались проведением экскурсионной работы. В этот период по всей России создается большое количество добровольных обществ, главная цель которых – знакомство и изучение родного края, организация образовательных экскурсий и научных путешествий в различные уголки страны. При этом участники не только созерцали красоты природы и историко-культурные памятники, но и проводили практические наблюдения, ставили опыты, результаты которых публиковались в научных и учебных изданиях. Несомненно, появление подобных обществ в немалой степени зависело от увлеченности самих педагогов, осознания ими значимости своего дела. Большая заслуга в обосновании эффективности экскурсий с точки зрения получения научно-практического знания, принадлежит К.Д. Ушинскому, А.Я. Герду, П.Ф. Каптереву. Последний, в своей работе «Дидактические очерки», писал о том, что придет время, когда «кругосветное путешествие, в видах учебно-воспитательных, будет необходимым элементом серьезного общего образования...педагогу нужно серьезно озаботиться тем, чтобы по возможности в каждой отрасли знания основные представления и понятия были приобретены вполне наглядным путем, иначе будет недостаток основательности и твердости в знаниях». Подобную активность учителей заметила Н.К. Крупская и, в 1910 году, Министерство Народного просвещения рекомендовало

включение в учебные программы экскурсий, как вид исследовательской деятельности.

С конца двадцатых и начала тридцатых годов исследовательская деятельность принимает форму клубной работы. Главные имена здесь – А.И. Макаренко, С.Т. Шацкий и В.Н. Терский. В 40е – 50е гг исследовательское движение было заформализовано, отличалось излишней помпезностью и заидеологизованностью, что вполне объяснимо, учитывая политическую ситуацию в стране.

С начала шестидесятых и в семидесятые года начавшаяся НТР вновь усилила интерес к научной деятельности школьников, появляются Малые академии наук, на первый план выделяются научные объединения учащихся, где превалирует интерес к прикладным исследованиям. В восьмидесятые и девяностые года работа в этом направлении была продолжена. Задача современных научных объединений учащихся – развитие потребности и умения самостоятельно приобретать знания, расширять свой кругозор, а также – профессиональная ориентация (выбор жизненного пути). Причем, исследовательская деятельность в общеобразовательной школе ведется сегодня, уже начиная с начальных классов.

1.2 Цели и задачи исследовательской деятельности

Исследовательская деятельность учащихся – это комплекс действий поискового характера, которая ведет к открытию новых для учеников знаний

Основным средством организации данного вида работы служит система исследовательских заданий.

Исследовательские задания – это тип заданий, содержащих проблему и которые выдаются учащимся. Для их решения требуется проведение теоретического анализа и применения одного или нескольких методов научного исследования, благодаря которым ученики открывают новые для них знания.

Главной целью исследовательской деятельностью является – самостоятельное получение нового знания об окружающем мире и поиск новых методов и способов деятельности, а также отработка умений и навыков их использования. Школьник должен почувствовать прелесть открытия, научиться приобретению субъективно новых знаний (т.е. самостоятельно получаемых знаний, являющихся новыми и лично значимыми конкретного для него).

Таким образом, исследовательский процесс – это не только логическое, но и чувственно-эмоциональное освоение знаний.

Задачи исследовательской деятельности:

- 1) Показать значимость творчества в области математики
- 2) Стимулирование к овладению новыми компьютерными программами для постановки гипотез
- 3) Создание устойчивой мотивации к учению
- 4) Самоутверждение у ученическом коллективе
- 5) Привитие навыка работы с дополнительной литературой
- 6) Развитие у учащихся механизма самообразования
- 7) Развитие самоорганизации

Актуальность и востребованность научно-исследовательской работы в школе подтверждается не только решением выше перечисленных задач, но и набирающим силу в последнее время олимпиадным движением разного уровня, активным участием школьников в научно-практических конференциях.

1.3 Этапы исследовательской деятельности

Любое исследование мы можем разбить на следующие этапы. Каждый из них имеет свои цели и задачи, методы решения которых подбираются индивидуально. Этапы представлены на рисунке 1.

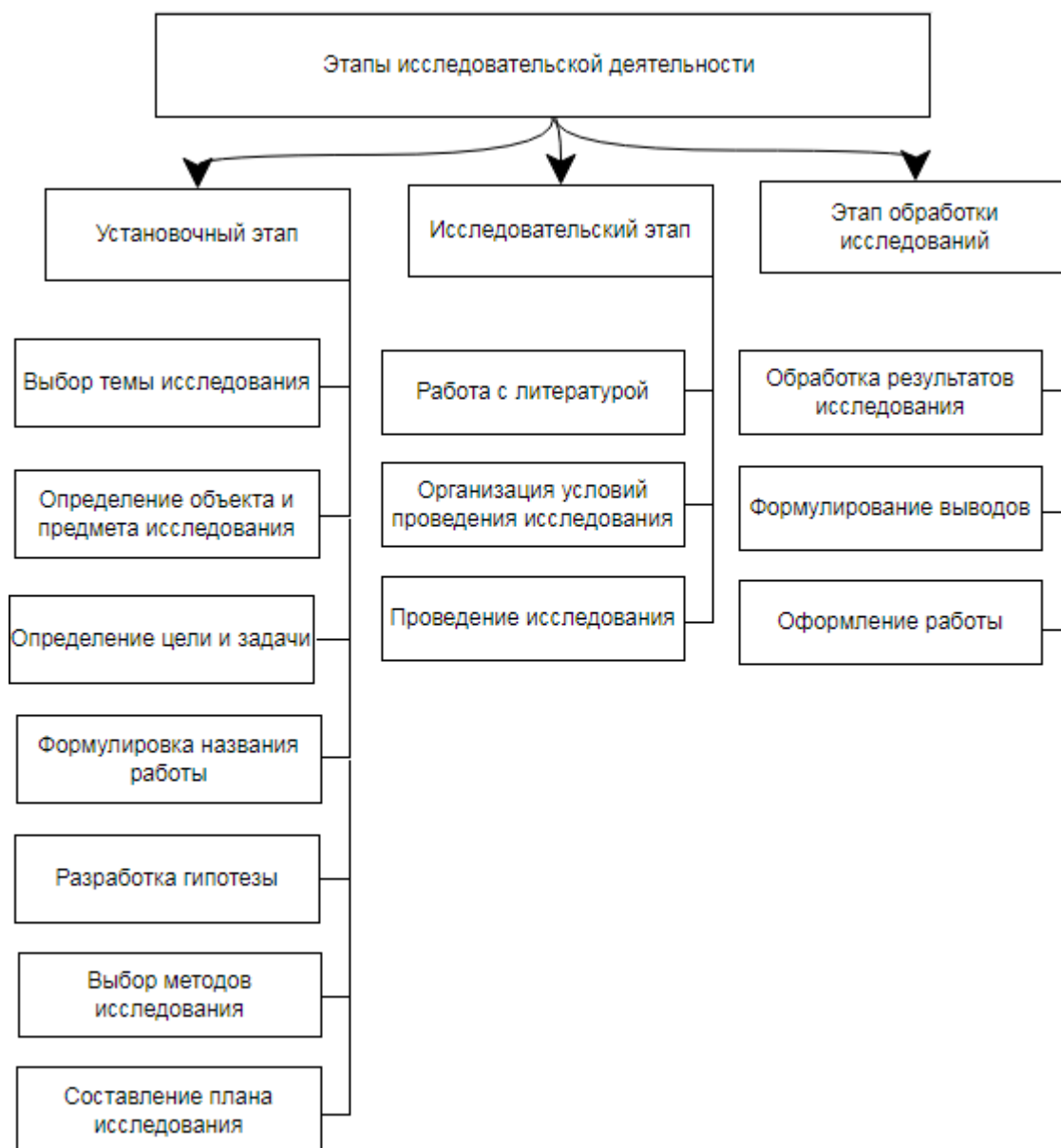


Схема 1 – Этапы исследования

Выбор темы исследования – один из самых важных и сложных этапов, так как перед выбором актуальной темы нужно проанализировать большое количество научной литературы. От удачно выбранной темы зависит возможность успеха работы в целом. Если тема выбрана неудачно, то длительная работа исследователя скорее всего будет обречена на провал. Это связано с тем, что существуют темы, по которым можно получить в обозримом будущем новый познавательный результат, а есть и такие, где в ближайшее время — это сделать трудно (например, из-за отсутствия методик для ее изучения). Иначе говоря, в науке не все, что кажется интересным, можно продуктив-

но изучать (по крайней мере в рамках нашей работы и ограниченности времени.) Количество тем, требующих разработки, и теоретически, и практически неисчерпаемо. Однако знание некоторых общих положений и рекомендаций могут облегчить выбор соответствующей темы.

В соответствии с тем, что тему работы определяет предмет исследования, необходимо в первую очередь установить объект и предмет исследования. Важнейшим критерием правильности выбора темы является ее актуальность. То есть тема должна быть полезной для удовлетворения научных, социальных, технических и экономических потребностей общества.

Объект исследования – это то, что будет взято для изучения и исследования. Объектом исследования может быть процесс или явление действительности.

Предмет – это особая проблема, отдельные стороны объекта, его свойства и особенности, которые, не выходя за рамки исследуемого объекта, будут исследованы в работе. Предмет исследования более конкретен и включает только те связи и отношения, которые подлежат непосредственному изучению в данной работе.

Из сказанного следует, что объектом выступает то, что исследуется, а предметом – то, что в этом объекте получает научное объяснение. Именно предмет исследования определяет тему исследования.

Исходя из объекта и предмета можно приступить к определению цели и задач исследования. Цель формулируется кратко и предельно точно, в смысловом отношении выражая, то основное, что намеревается сделать исследователь, к какому конечному результату он стремится. Цель конкретизируется и развивается в задачах исследования. Задач ставится несколько, и каждая из них четкой формулировкой раскрывает ту сторону темы, которая подвергается изучению. Определяя задачи, необходимо учитывать их взаимную связь. Иногда невозможно решить одну задачу, не решив предварительно другую. Каждая поставленная задача должна иметь решение, отраженное в одном или нескольких

выводах. Первая задача, как правило, связана с выявлением, уточнением, углублением, методологическим обоснованием сущности, структуры изучаемого объекта. Вторая связана с анализом реального состояния предмета исследования. Третья задача связана с преобразованиями предмета исследования, т. е. выявлением путей и средств повышения эффективности совершенствования исследуемого явления или процесса. Четвертая с опытно-экспериментальной проверкой эффективности предлагаемых преобразований. Задачи следует формулировать четко и лаконично

Определив тему и конкретные задачи, уточнив объект и предмет исследования, можно дать первый вариант формулировки названия работы. Название работы рекомендуется формулировать по возможности кратко, точно в соответствии с ее содержанием. Необходимо помнить, что в названии должен быть отражен предмет исследования. Сразу найти полную и краткую формулировку довольно сложно. В ходе исследования могут возникнуть новые, более удачные названия.

Гипотеза – познавательная конструкция, включающая как предположение, так и способы его фальсификации; обобщающая, прогнозирующая получение определенных новых фактов и систематизирующая их. По определению Р.Солсо, гипотеза это обобщенное выражение стратегии исследования. Любая гипотеза рассматривается как первоначальная канва и отправная точка для исследований, которая может подтвердиться или не подтвердиться.

План исследования представляет собой намеченную программу действий, которая включает все этапы работы с определением календарных сроков их выполнения. План необходим для того, чтобы правильно организовать работу и придать ей более целеустремленный характер. Кроме того, он дисциплинирует, заставляет работать в определенном ритме.

Место работы с литературой определено условно, поскольку реально работа с литературой начинается в процессе выбора темы и продолжается до конца исследования. Эффективность работы с литературными источниками зави-

сит от знания определенных правил их поиска, соответствующей методики изучения и конспектирования.

Метод исследования – это способ получения сбора, обработки или анализа данных. Основным ориентиром для выбора методов исследования могут служить его задачи. Именно задачи, поставленные перед работой, определяют способы их разрешения, а стало быть, и выбор соответствующих методов исследования. При этом важно подбирать такие методы, которые были бы адекватны своеобразию изучаемых явлений. Методы могут применяться в совокупности, дополняя друг друга.

Организация исследования связана с планированием его проведения, которое определяет последовательность всех этапов работы, а также с подготовкой всех условий, обеспечивающих полноценное исследование. Сюда входят подготовка соответствующей обстановки, приборов, средств, инструктаж помощников, планирование наблюдения и т. д. Проведение исследования. На этом этапе работы с помощью выбранных методов исследования собирают необходимые эмпирические данные для проверки выдвинутой гипотезы. Обработка результатов исследования. Результаты каждого исследования важно обрабатывать по возможности тотчас же по его окончании, пока память экспериментатора может подсказать те детали, которые почему-либо не зафиксированы, но представляют интерес для понимания существа дела. При обработке собранных данных может оказаться, что их или недостаточно, или они противоречивы и поэтому не дают оснований для окончательных выводов. В таком случае исследование необходимо продолжить, внося в него требуемые дополнения. В большинстве случаев обработку целесообразно начать с составления таблиц полученных данных.

Следующий этап – формулирование выводов. Выводы – это утверждения, выражающие в краткой форме содержательные итоги исследования, они в тезисной форме отражают то новое, что получено самим автором. Частой ошибкой является тот факт, что автор включает в выводы общепринятые в науке по-

ложения, не нуждающиеся в доказательствах. Решение каждой из перечисленных во введении задач должно быть определенным образом отражено в выводах.

И в самом конце мы приступаем к оформлению работы. Основная задача данного этапа работы представить полученные результаты в общедоступной и понятной форме, позволяющей сравнивать их с результатами других исследователей и использовать в практической деятельности. Поэтому оформление работы должно соответствовать требованиям, предъявляемым к работам.

1.4 Исследовательская деятельность на уроках

Как мы говорили ранее всего выделяют шесть основных этапов. Рассмотрим их немного подробнее при условии, что исследовательская деятельность происходит во время урока.

На первом этапе исследование учащиеся определяют с темой рассматривают ее актуальность и ставят себе задачи. В пределах урока данный этап заключается в мотивации учащихся на исследование по теме предложенной учителем.

На втором этапе учащиеся самостоятельно должны сформулировать вопросы, который помогут в раскрытие темы и проблемы исследования. В рамках урока учитель с помощью наводящих вопросов помогает детям раскрыть поставленную проблему.

На третьем этапе предполагается что учащиеся самостоятельно изучают обязательную литературу, но в рамках урока учащиеся узнают необходимую информацию от учителя. То есть педагог передает свои знания которые касаются темы исследования и необходимы в первую очередь.

На четвертом этапе дети самостоятельно должны подобрать литературу по теме исследования. В рамках урока учащиеся обращаются только к учебным материалам предлагаемым учителем.

На пятом этапе ученик должен самостоятельно проанализировать все имеющуюся информацию. В рамках урока учитель помогает в анализе информации и все выводы формулируются вместе со всем классом.

На шестом этапе все выводы необходимо записать. На уроке учащиеся просто записывают выводы к себе в тетрадь.

Если рассматривать исследовательскую деятельность во внеурочное время, то все этапы должны соблюдать и в конце представлять собой исследовательскую работу, которую можно будет представить или на каком-либо уроке, или на научно-исследовательской конференции.

Основные этапы исследовательской деятельности для учащихся:

1. Сбор фактов. Выявление противоречий, формулировка проблемы. Постановка исследовательской задачи.
2. Построение модели исследуемого явления. Выдвижение гипотез.
3. Планирование решения задачи.
4. Реализация разработанного плана.
5. Анализ и оценка результатов, построение обобщений, формулировка выводов.

Причем в результате исследовательской деятельности последний этап может служить началом следующего исследования, о чем говорит принцип цикличности, сформулированный В.Г. Разумовским [7], и развиваемый в методике преподавания физики Ю.А. Сауровым [8]. Подчеркивая различия между исследованием и проектом, подчеркнем их соотношение в учебной деятельности. При выполнении учебного исследования проект может служить средством. В частности, существует 16 термин «исследовательский проект учащегося». Приведем определение А.В. Леонтовича: «Исследовательский проект учащегося – проект по выполнению им исследовательской работы, который разрабатывается совместно с руководителем и в соответствии с этапами исследования» [5, с.15]. Т.е. проектная организация процесса исследования является средством установления истины, способом наиболее эффективного продвижения познания.

Еще раз подчеркнем, что в исследовании, в том числе учебном, самоценна истина. Зачастую при защите ученических исследовательских работ члены жюри оценивают практическую значимость. Это весьма спорный критерий оценки эффективности исследования. И отечественные, и зарубежные психологи подчеркивают, что выполнение исследования, в отличие от проекта, не обязательно предполагает решение практической задачи.

Глава 2. Исследования при решении задач с параметрами

2.1 Решение задач с параметрами

Рассмотрим несколько примеров задач с параметрами которые были предложены для решения на Едином Государственном экзамене прошлых лет.

Пример 1: Найдите все положительные значения параметра a , при которых множество решений неравенства $a^{3x^2-ax} \cdot 4^{a+2,5} \geq 2^{6x+5}$ Не имеет общих точек с промежутком $(0,25; 5)$

Решение:

Переходим к новому основанию 2:

$$a^{3x^2-ax} \cdot 4^{a+2,5} \geq 2^{6x+5}$$

$$a^{3x^2-ax} \cdot 2^{2a+5} \geq 2^{6x+5}$$

$$a^{3x^2-ax} \geq 2^{6x-2a}$$

$$(2^{\log_2 a})^{x(3x-a)} \geq 2^{6x-2a}$$

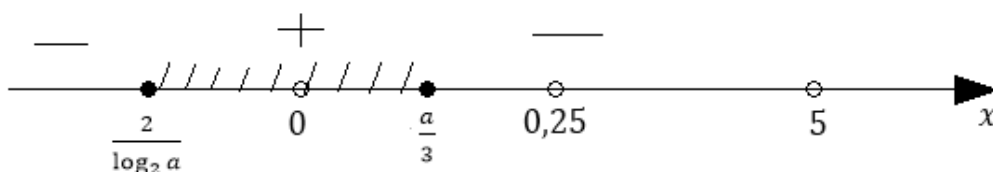
$$x(3x-a) \log_2 a \geq 2(3x-a)$$

$$(3x-a)(x \log_2 a - 2) \geq 0$$

Возможны несколько случаев рассмотрим их все.

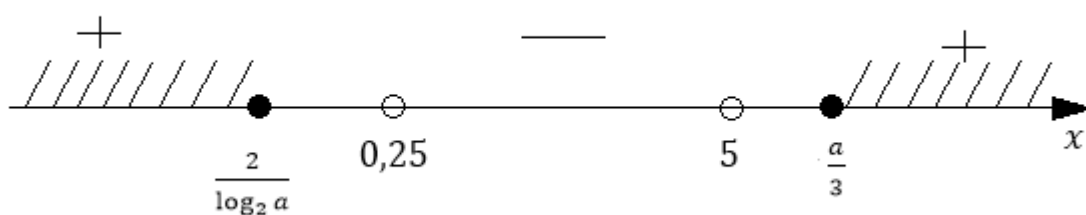
1) Если $a=1$, то получим $-6x + 2 \geq 0 \rightarrow x \leq \frac{1}{3}$. Полученный промежуток имеет общие точки с интервалом $(0,25; 5)$, следовательно $a=1$ не удовлетворяет условию.

2) Если $0 < a < 1$, то $\log_2 a < 0$. Равенство достигается при $x = \frac{a}{3}$ или $x = \frac{2}{\log_2 a}$. Условие задачи выполняется при $\frac{a}{3} \leq 0,25$, то есть $0 < a \leq 0,75$



Решением является отрезок $x \in \left[\frac{2}{\log_2 a}; \frac{a}{3} \right]$, который не имеет общих точек с интервалом $(0,25; 5)$.

3) Если $a > 1$, то $\log_2 a > 0$ Равенство достигается при $x = \frac{a}{3}$ или $x = \frac{2}{\log_2 a}$. Решением неравенства является множество $x \in (-\infty; x_1) \cup (x_2; +\infty)$. Оно не имеет общих точек с интервалом $(0,25; 5)$ если $x_1 \leq 0,25$ и $x_2 \geq 5$. Так как $\frac{a}{3} > \frac{1}{3} > 0,25$ то $x_2 = \frac{a}{3}$ и $x_1 = \frac{2}{\log_2 a}$



Следовательно, $x_1 = \frac{2}{\log_2 a} \leq 0,25$ и $x_2 = \frac{a}{3} \geq 5$. Значит $a \geq 256$

Ответ: $a \in (0; 0,75] \cup [256; +\infty)$

Пример 2: Найдите все значения a , при которых область определения функции $y = \log_{11-a} \left(\lg \frac{2x+a}{a-3x} \right)$ содержит отрезок длиной 3, состоящий из положительных чисел.

Решение:

По определению логарифма:

$$\begin{cases} 11 - a > 0 \\ 11 - a \neq 1 \\ a < 11 \\ a \neq 10 \end{cases}$$

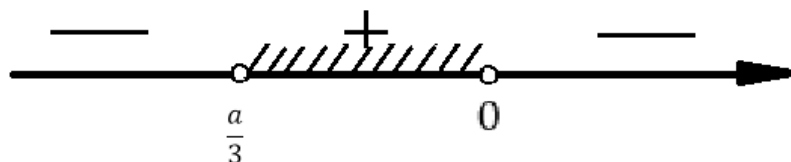
Для этих значений найдем область определения

$$\begin{aligned} \lg \frac{2x+a}{a-3x} &> 0 \\ \frac{2x+a}{a-3x} &> 1 \\ \frac{2x+a-a+3x}{a-3x} &> 0 \end{aligned}$$

$$\frac{5x}{a-3x} > 0$$

Возможны несколько случаев значения параметра, рассмотрим их все.

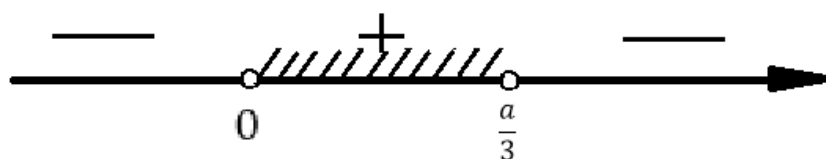
1) При $a < 0$ можно решить неравенство методом интервалов



$x \in \left(\frac{a}{3}; 0\right)$ – этот интервал состоит из отрицательных чисел, что противоречит условию задачи

2) При $a = 0$ получаем $\frac{5x}{-3x} = -\frac{5}{3} > 0$ – противоречие, то есть неравенство решений не имеет

3) При $a \in (0; 10) \cup (10; 11)$ решением неравенства является интервал $x \in \left(0; \frac{a}{3}\right)$



Значит, $D(y) = \left(0; \frac{a}{3}\right)$. Этот интервал состоит из положительных чисел. Он содержит отрезок длиной 3 только если его длина будет больше трех, то есть $\frac{a}{3} > 3 \rightarrow a > 9$. Таким образом, получаем ответ $a \in (9; 10) \cup (10; 11)$

Ответ: $a \in (9; 10) \cup (10; 11)$

Пример 3: Найдите все значения a , для которых при каждом x из промежутка $[1; 3)$ значение выражения $4^x - 4$ не равно значению выражения $(a + 5) \cdot 2^x$.

Решение:

1) Значение указанных в задаче выражений не равны друг другу тогда и только тогда, когда выполнено условие $4^x - 4 \neq (a + 5) \cdot 2^x \Leftrightarrow f(t) \neq 0$, где $t = 2^x$ и $f(t) = t^2 - (a + 5)t - 4$

Следовательно, в задаче требуется, чтобы уравнение $f(t) = 0$ не имело корней на промежутке $[2^1; 2^3) = [2; 8)$

2) График функции $y = f(t)$ (относительно переменной $t \in R$) есть парабола, изображенная на рисунке. Ветви направлены вверх, а точка пересечения с осью ординат лежит ниже оси абсцисс так как $f(0) = -4$. Поэтому квадратный трехчлен имеет два корня $t_1 < 0$ и $t_2 > 0$.

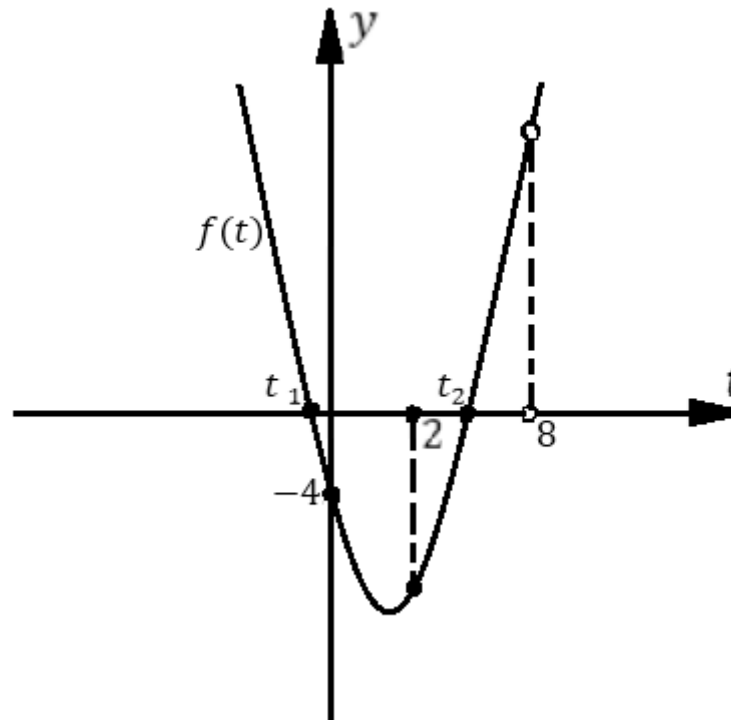


Рисунок 1– График функции $f(t)$

Если $0 < t < t_2$, то $f(t) < 0$, а если $t > t_2$, то $f(t) > 0$. Поэтому уравнение $f(t) = 0$ имеет корень на промежутке $[2; 8)$ тогда и только тогда, когда

$$2 \leq t < 8 \Leftrightarrow \begin{cases} f(2) \leq 0 \\ f(8) > 0 \end{cases}$$

3) Решим полученную систему:

$$\begin{cases} 2^2 - 2(a + 5) - 4 \leq 0 \\ 8^2 - 8(a + 5) - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} 4 - 2(a + 5) - 4 \leq 0 \\ 64 - 8(a + 5) - 4 > 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} a + 5 \geq 0 \\ a + 5 < \frac{15}{2} \end{cases}$$

$$\begin{cases} a \geq -5 \\ a < \frac{5}{2} \end{cases}$$

Итак, уравнение $f(t) = 0$ не имеет корней на промежутке $[2; 8)$ для всех остальных значений a , то есть тогда и только тогда, когда $a < -5$ или $a \geq \frac{5}{2}$

Ответ: $a < -5, a \geq \frac{5}{2}$

Пример 4: Найдите все значения a , при каждом из которых оба числа $0,5a\sqrt{a-3}$ и $0,75a^2 - 2a\sqrt{a-3} + 0,25a^3 + 3$ являются решениями неравенства $\log_{3x+1}(\log_2(3x^2 - 28x + 51)) \geq 0$.

Решение:

Логарифмическое неравенство равносильно совокупности систем

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} 3x + 1 > 1 \\ \log_2(3x^2 - 28x + 51) \geq 1 \end{cases} \\ \begin{cases} 0 < 3x + 1 < 1 \\ 0 < \log_2(3x^2 - 28x + 51) \leq 1 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ 3x^2 - 28x + 51 \geq 2 \end{cases} \\ \begin{cases} -\frac{1}{3} < x < 0 \\ 1 < 3x^2 - 28x + 51 \leq 2 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} \begin{cases} x > 0 \\ (3x - 7)(x - 7) \geq 0 \end{cases} \\ \begin{cases} -\frac{1}{3} < x < 0 \\ -1 < (3x - 7)(x - 7) \leq 0 \end{cases} \end{array} \right.$$

$$\left[\begin{array}{l} x \in \left(0; \frac{7}{3}\right] \cup [7; +\infty) \\ x \in \emptyset \end{array} \right.$$

Решением логарифмического неравенства является объединение двух промежутков $\left(0; \frac{7}{3}\right] \cup [7; +\infty)$.

Пусть $x = 0,5a\sqrt{a-3}$. Тогда $x^2 = 0,25a^3 - 0,75a^2$, поэтому

$$0,75a^2 - 2a\sqrt{a-3} + 0,25a^3 + 3 = 3 + 4x - x^2 = 7 - (x-2)^2$$

По условию и число x и число $7 - (x-2)^2$ являются решениями исходного неравенства, то есть принадлежат множеству $\left(0; \frac{7}{3}\right] \cup [7; +\infty)$

Точка $(2; 7)$ – вершина параболы $7 - (x-2)^2$, ветви которой направлены вниз.

Если $x \in [7; +\infty)$, то $y \leq y(7) = -18$, то есть y не принадлежит множеству $\left(0; \frac{7}{3}\right] \cup [7; +\infty)$. Если $x \in (0; 2) \cup \left(2; \frac{7}{3}\right]$, то $3 = y(0) \leq y < y(2) = 7$, то есть y не принадлежит множеству $\left(0; \frac{7}{3}\right] \cup [7; +\infty)$

Если $x = 2$, то $y = 7$, то есть число x и число y являются решениями исходного неравенства.

Тогда, число a удовлетворяет условию задачи, только если $x = 0,5a\sqrt{a-3} = 2$. Число $a = 4$ – корень уравнения $0,5a\sqrt{a-3} = 2$

Ответ: 4

Пример 5: Найдите все значения a , при каждом из которых уравнение

$$a|x+1| + (a-1)|x-1| + 2 = 0$$

имеет ровно два различных корня.

Решение:

При $x < -1$ уравнение принимает вид $-x + 3 - 2a = 0$, откуда $x = 3 - 2a$. Корень $x = 3 - 2a$ удовлетворяет неравенству $x < -1$ при $3 - 2a < -1$, откуда $a > 2$

При $-1 \leq x \leq 1$ уравнение принимает вид $(2a-1)x + 3 = 0$. При $a = \frac{1}{2}$ это уравнение не имеет корней, а при $a \neq \frac{1}{2}$ имеет единственный корень $x = \frac{3}{1-2a}$. Корень $x = \frac{3}{1-2a}$ принадлежит отрезку $[-1; 1]$ при $-1 \leq \frac{3}{1-2a} \leq 1$ откуда получаем:

$$\begin{cases} \frac{3}{1-2a} \geq -1 \\ \frac{3}{1-2a} \leq 1 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{4-2a}{1-2a} \geq 0 \\ \frac{2-2a}{1-2a} \leq 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} \frac{a-2}{2a-1} \geq 0 \\ \frac{a+1}{2a-1} \geq 0 \end{cases}$$

Следовательно, уравнение $(2a-1)x+3=0$ имеет корень на отрезке $[-1; 1]$ при $a \leq -1$ и $a \geq 2$.

При $x > 1$ уравнение принимает вид $x+2a+1=0$, откуда $x=-2a-1$. Корень $x=-2a-1$ удовлетворяет неравенству $x > 1$ при $-2a-1 > 1$, откуда $a < -1$.

По условию уравнение должно иметь два разных корня, следовательно

$$3-2a \neq \frac{3}{1-2a} \rightarrow a \neq \pm 1$$

$$-2a-1 \neq \frac{3}{1-2a} \rightarrow a \neq 0 \text{ и } a \neq 2$$

Таким образом, исходное уравнение имеет ровно два различных корня при $a < -1$ и $a > 2$

Ответ: $a < -1; a > 2$

2.2 Анализ решения задач с параметрами

Мы рассмотрели пять различных заданий с параметрами. Проанализировав их можно прийти к выводу все решения имеют общую структуру и их можно разделить на конкретные этапы.

На первом этапе мы определяем тип предложенной задачи, то есть что нам дано и что необходимо найти. Другими словами, выделяется проблема и определяется примерный алгоритм решения. Так же определив тип функции, содержащейся в задаче мы записываем ограничения при которых задание будет иметь решения.

На втором этапе мы происходит разветвление, зависящее от свойств используемых функций. Например, промежутки монотонности разбивают нашу числовую прямую на несколько участков на каждом из которых рассматривается решение. В случае с использованием свойства знаков постоянства функции рассматриваются различные способы расстановки знаков.

Третий этап – решение выделенных подзадач. На данном этапе при нахождении решения мы так же не должны забывать про ограничения, найденные в самом начале. И на последнем, четвертом этапе мы оформляем решение и записываем ответ.

Как мы видим все решение разбилось на четыре больших этапа, и все этапы похожи на конкретные шаги исследовательской деятельности, с маленькими различиями. Мы не сами выбираем тему исследования, ее нам предлагают – первое отличие. Второе заключается в том, что если выбранный нами метод решения привел к большому объему работы или вызвал другие затруднения, то мы должны рассмотреть задачу с другой стороны. В остальном при решении мы так же выделяем основную проблему на первом шаге. В зависимости от типа функции мы выбираем метод решения и примерный алгоритм решения. Разбиваем на конкретные случаи, в исследовании мы разбиваем на конкретные задачи, которые необходимо сделать чтобы прийти к выводам. Далее решение выделенных случаев, то есть мы проводим само исследование. И в конце оформление как исследования, так и решения задачи.

Глава 3. Технология исследовательской деятельности на уроках математики.

Математика имеет очень много разных разделов и к каждому из них можно применить технологию исследовательской деятельности. Мы остановили свой выбор на теме параметры, так как в школьных программах по математике для неспециализированных школ задачам с параметром отводится не значительное место. С 7 по 9 класс, учащиеся сталкиваются с идеей параметра в следующих темах:

- линейное уравнение: $ax + b = 0$
- функция прямая пропорциональность: $y = kx$
- линейная функция: $y = kx + b$
- функция обратная пропорциональность: $y = \frac{k}{x}$
- квадратное уравнение: $ax^2 + bx + c = 0$
- квадратичная функция: $y = ax^2 + bx + c$
- дробно-рациональное уравнение

Чаще всего в первых трех темах понятие параметра вводится вскользь, в чем заключается по нашему мнению ошибка. Понятие параметра вводится в 8 классе, но и до этого учащиеся с ними сталкиваются, просто мы не акцентируем на этом внимание. Так же в восьмом классе, по некоторым учебным программам, учащимся предлагается научиться решать уравнения с параметром аналитическим способом, что дается довольно тяжело.

В основном решение задач с параметром проходят в 10-11 классах, предполагается что учащиеся уже знают все необходимые ограничения и зависимости между неизвестными уравнения и их коэффициентами.

3.1 Технология исследовательской деятельности в 7 классе на уроках математики.

Пусть дан среднестатистический разно уровневый класс. При изучении линейных уравнений учитель должен впервые ввести понятие параметра, и это будет уместнее всего. Он разделяет класс на группы 3 группы и предлагает решить им следующие уравнения.

1 группа	2 группа	3 группа
$5x + 3x + 6 = 8x + 6$	$3(x + 3) = 9$	$2(x - 9) - x = x - 18$
$-2x + 13 = -5x + 7$	$5(x + 6) = -5x$	$4(x + 8) = 10$
$-9x - 36 - x = -10x + 18$	$8(x - 2) = 8x + 16$	$13(x + 4) - 8x = 52$
$x + 18 - 3x = 18$	$6(x - 3) = 7(x + 2)$	$9(x - 5) - 3(x - 9) = 18$

После того как учащиеся их решают, педагог должен предложить им свои примеры на четыре группы:

$a \cdot x = 0$	$0 \cdot x = b$	$a \cdot x = b$	$0 \cdot x = 0$
$x + 18 - 3x = 18$	$-9x - 36 - x + 18$	$-2x + 13 = -5x + 7$	$5x + 3x + 6 = 8x + 6$
$3(x + 3) = 9$	$5(x + 6) = -5x$	$-3 = 7(x + 2)$	$8(x - 2) = 8x + 16$
$x - 5) - 3(x - 9) = 18$	$13(x + 4) - 8x = 52$	$4(x + 8) = 10$	$(x - 9) - x = x - 18$

Рассмотрев таблицу дети обратят внимания на буквы вместо привычных им чисел, на данном этапе учитель должен ввести понятие параметра и на примерах $ax = 8, cy = 7, h = 5n$ показать отличие параметра от конкретных числовых значений. После объяснения учитель предлагает закончить заполнение таблицы. Оно происходит следующим образом: один ученик из группы выходит и перетаскивает/переписывает уравнение в необходимый столбец и говорит решение уравнения, если ученик допускает ошибку учитель вместе с оставшимися ребята помогает разобраться где допущена ошибка.

Заполнив таблицу учащиеся еще раз повторяют определение параметра и пробуют решать простейшие уравнения с параметрами.

$$ax = a + 1$$

$$ax = 5x - 9$$

$$x + 2 = a + 7$$

Дома учащимся предлагается самостоятельно проанализировать решенные в классе уравнения и выяснить как зависит значение переменной x от коэффициентов. В седьмом классе дети не смогут самостоятельно провести исследование, поэтому на дом дается список вопросов:

Вопросы:	1	2	3	4
1) Сколько решений имеет уравнение $2 \cdot x = 3$?	1	10	∞	Нет решений
2) Сколько решений имеет уравнение $a \cdot x = 3$?	1	15	∞	Нет решений
3) Сколько решений имеет уравнение $0 \cdot x = 0$?	1	3	∞	Нет решений
4) Сколько решений имеет уравнение $a \cdot x = 0, a = 0$?	1	7	∞	Нет решений
5) Сколько решений имеет уравнение $5 \cdot x = 0$?	1	13	∞	Нет решений
6) Сколько решений имеет уравнение $a \cdot x = 0, a \neq 0$?	1	25	∞	Нет решений
7) Сколько решений имеет уравнение $0 \cdot x = b, b = 0$?	1	90	∞	Нет решений
8) Сколько решений имеет уравнение $a \cdot x = b, a \neq 0, b \neq 0$?	1	56	∞	Нет решений
9) Сколько решений имеет уравнение $a \cdot x = b, a = 0, b \neq 0$?	1	4	∞	Нет решений
10) Сколько решений имеет уравнение $a \cdot x = b, a = 0, b \neq 0$?	1	35	∞	Нет решений

Вывод: Уравнение $ax = b$ имеет одно решение если _____,

Имеет бесконечное множество решений если _____

На следующем уроке при проверке домашнего задания дети высказывают свои выводы и обсуждают их с учителем. Если большая часть класса допустила ошибку в номерах 1,3,5,7 учитель должен предложить решить совместно следующие уравнения:

$$4 \cdot x - 7 = 3$$

$$3x - 28 - x = 2(x - 14)$$

Если учащиеся не справились 2,4,6,8,9,10 учитель с помощью вопросов помогает разобрат где допущена ошибка:

- 1) Что такое в данных уравнении a ?
- 2) Если подставим конкретное число какой ответ мы получим?
- 3) Из выше сказанного какой мы должны сделать вывод?

В итоге дети должны записать при каких значениях коэффициентов уравнение имеет одно решение, а при каких бесконечное множество решений.

Введение параметров на данном этапе поможет учащимся в будущем при изучении линейных функций самостоятельно проанализировать расположение графиков на координатной плоскости относительно осей координат. Рассмотрим более подробно методику использования параметров при изучении линейных функций. Мы предлагаем вашему вниманию полный конспект урока, с применением исследовательской деятельности. Слайды расположены в приложении 1.

1. Организационный момент.

Добрый день, ребята! Великому французскому математику Р.Декарту принадлежат слова: "Мало иметь хороший ум, главное - хорошо его применять." (слайд 1) Эта фраза взята девизом урока и призывает вас, ребята, применить все ваши знания сегодня на уроке.

2. Актуализация опорных знаний учащихся.

1) Ответьте на вопросы (слайды 2, 3)

—Какие из перечисленных функций не являются линейными?

- | | | | |
|------------------|--------------------------|----------------------|------------|
| 1) $y = 4x$ | 2) $y = -\frac{1}{2}x$ | 3) $y = \frac{3}{x}$ | 4) $y = 3$ |
| 5) $y = -3x + 8$ | 6) $y = \frac{x}{5} - 6$ | | |

—Почему функция $y = \frac{3}{x}$ не является линейной?

—Дайте определение линейной функции.

—Что является графиком линейной функции?

—Сколько точек необходимо для построения графика линейной функции?

—Как называются числа k и b в формуле $y = kx + b$?

2) Постройте график прямой пропорциональности, заданной формулой:
(слайд №4)

1) $y = 3x$

2) $y = -\frac{x}{4}$.

—Используя графики функций, сравните коэффициенты функций относительно нуля.

—Используя графики функций, сравните углы наклона прямой, относительно угла 90° .

3. Создание проблемной ситуации.

Задание №1. (слайд 5)

На рисунке изображены графики трех функций, задаваемых формулами вида $y = kx$. Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав ее из числа приведенных ниже

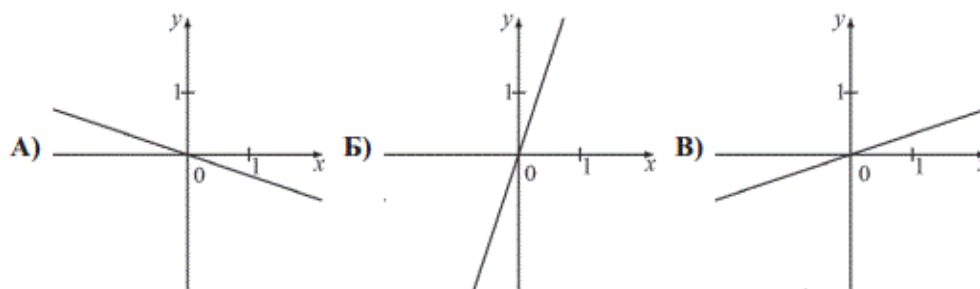


Рисунок 2 - Графики к 1 заданию

Функции:

1) $y = 3x$ 2) $y = \frac{1}{3}x$ 3) $y = -3x$ 4) $y = -\frac{1}{3}x$

Задание №2. (слайд 6)

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые их задают.

Функции:

1) $y = x + 3$ 2) $y = x - 3$ 3) $y = 3 - x$ 4) $y = -3 - x$

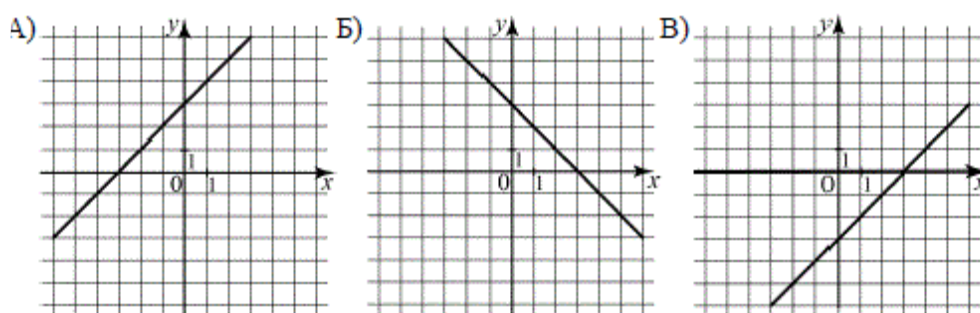


Рисунок 3 - Графики к заданию 2

При выполнении задания учащиеся затрудняются сравнить коэффициенты k для прямых, не проходящих через начало координат, а также размышляют, существует ли какая-нибудь связь между значением b и ординатой точки пересечения прямой с осью ординат.

Задание №3. (слайд 7)

На рисунке изображены графики функции вида $y = kx + b$. Установите соответствие между графиками и знаками коэффициентов k и b .

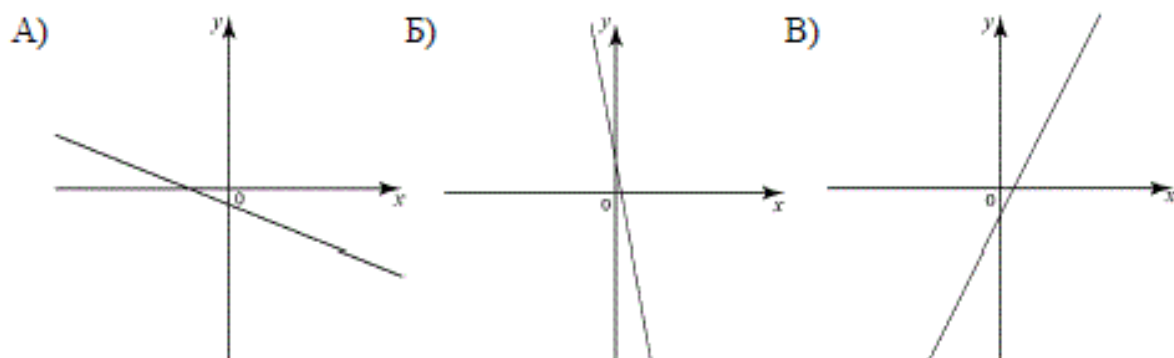


Рисунок 4 - Графики к заданию 3

Коэффициенты:

1) $k < 0, b < 0$ 2) $k > 0, b > 0$ 3) $k < 0, b > 0$ 4) $k > 0, b < 0$

Учащиеся затрудняются выполнить это задание.

Формулируем проблемы:

- Выяснить, при каких значениях коэффициента k угол наклона прямой острый, при каких – тупой.
- Выяснить, существует ли связь между значением b и координатами пересечения графика с осями координат.

➤ Выяснить, при каких значениях коэффициента k графики линейных функций параллельны, а при каких пересекаются.

Также делаем вывод, что не всегда нужно только строить график функции, но используя график уметь аналитически рассуждать.

Тема нашего урока: «Взаимное расположение графиков линейных функций»

4. Учебно–познавательная деятельность.

Для решения поставленных проблем класс разбивается на три группы. Каждая группа получает задания, для исследования взаимного расположения графиков линейных функций.

1 группа (слайд 8)

1) Постройте графики функций, используя цветные карандаши.

а) $y = 3x$; $y = 3x + 2$; $y = 3x - 3$; (красным карандашом)

б) $y = 4$; $y = -5$; (синим карандашом)

в) $y = 2x + 2$; $y = -x + 2$; $y = 4x + 2$. (зеленым карандашом)

2) Используя графики функций ответьте на вопросы:

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

б) Как расположены относительно друг друга прямые? Как расположены прямые относительно осей координат? Что общего между формулами?

в) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

2 группа (слайд 9)

1) Постройте графики функций, используя цветные карандаши.

а) $y = 2x$; $y = 2x + 2$; $y = 2x - 3$; (красным карандашом)

б) $y = 3$; $y = -4$; (синим карандашом)

в) $y = 3x - 4$; $y = -x - 4$; $y = 5x - 4$. (зеленым карандашом)

2) Используя графики функций ответьте на вопросы:

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

б) Как расположены относительно друг друга прямые? Как расположены прямые относительно осей координат? Что общего между формулами?

в) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

3 группа (слайд 10)

1) Постройте графики функций, используя цветные карандаши.

а) $y = -2x$; $y = -2x + 4$; $y = -2x - 3$; (красным карандашом)

б) $y = 5$; $y = -2$; (синим карандашом)

в) $y = 6x - 4$; $y = -x - 4$; $y = 3x - 4$. (зеленым карандашом)

2) Используя графики функций ответьте на вопросы:

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

б) Как расположены относительно друг друга прямые? Как расположены прямые относительно осей координат? Что общего между формулами?

в) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

После того, как все графики построены, учащиеся пытаются сформулировать выводы о взаимном расположении графиков линейных функций при различных значениях коэффициентов k, b . О результатах работы каждой группы рассказывает представитель группы. Выполненные задания последовательно проецируются на экран и сравниваются с построением графиков в тетрадах учащихся. Представители групп формулируют выводы, которые получили участники каждой группы в ходе выполнения задания. (слайды 11, 12, 13)

После обсуждения выводов учащиеся записывают в тетрадах: (слайд 14)

- Если коэффициенты k_1 и k_2 равны, то графики линейных функций параллельны;

- Если коэффициенты k_1 и k_2 различны, то графики линейных функций пересекаются;

- Если $k > 0$, то угол наклона прямой $y = kx + b$ к оси x острый;

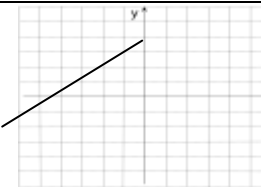
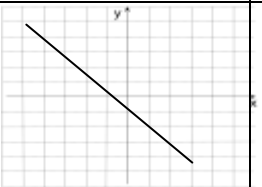
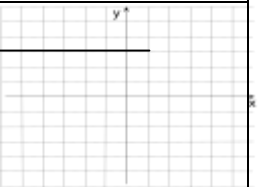
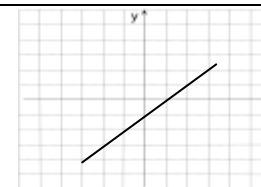
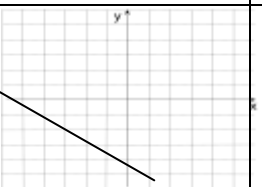
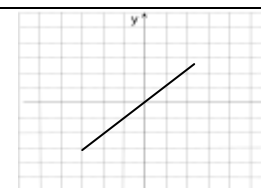
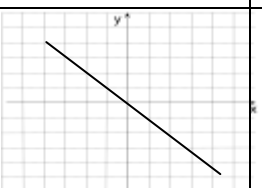
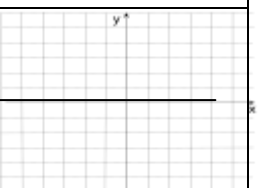
- Если $k < 0$, то угол наклона прямой $y = kx + b$ к оси x тупой;

- Если $k = 0$, то график линейной функции параллелен оси x ;

- График линейной функции пересекает ось y в точке с координатами $(0; b)$.

5. Усвоение нового материала. (слайд №15)

Учащимся предлагается схематично изобразить график линейной функции, удовлетворяющий условиям.

<div> <div>k</div> <div>b</div> </div>	$k > 0$	$k < 0$	$k = 0$
$b > 0$			
$b < 0$			
$b = 0$			

Проверка осуществляется путем обменивания тетрадей, с помощью презентации.

6. Контроль усвоения материала. (слайд №16)

Каждый учащийся получает задание:

- Сформулировать выводы о взаимном расположении прямых, сравнивая коэффициенты функций, а затем проверить себя, построив графики функций в координатной плоскости:

$$y_1 = 3x - 5;$$

$$y_6 = 6 - 3x;$$

$$y_2 = -3x + 2;$$

$$y_7 = 0,4x + 2;$$

$$y_3 = -5;$$

$$y_8 = 2;$$

$$y_4 = -\frac{1}{2}x - 4;$$

$$y_9 = 4 - 0,5x;$$

$$y_5 = \frac{1}{3}x + 6;$$

$$y_{10} = \frac{1}{3}x - 5.$$

- 1) Выпишите функции, графики которых образуют с осью x острый угол.
- 2) Выпишите функции, графики которых образуют с осью x тупой угол.
- 3) Выпишите функции, графики которых пересекаются в одной точке, принадлежащей оси y .
- 4) Выпишите функции, графики которых параллельны. Запишите парами.

Задание выполняется каждым учеником на отдельном листе, для проверки листы сдают учителю.

Мы рассмотрели возможное применение исследовательской деятельности

Мы предположили, что нам дан разно уровневый класс, следовательно, у нас есть учащиеся, которым интересно изучать математику, и она им дается относительно легко. Таким детям можно предложить исследовательский проект на тему: «Исследование знака линейной функции в зависимости от ее параметров». Цель исследовательского проекта – изучение зависимости расположения графика линейной функции относительно координатных прямых от ее коэффициентов. Продуктом данного исследования будет таблица «знаки линейной функции на числовой прямой в зависимости от ее параметров».

Функция $y = kx + b$			
	$b > 0$	$b < 0$	$b = 0$
$k > 0$			
$k < 0$			
$k = 0$			

3.2 Технология исследовательской деятельности в 8 классе на уроках математики.

Пусть дан обычный разно уровневый класс. При изучении квадратных уравнений мы встречаемся с тремя параметрами. Учитель может предложить учениками выявить зависимость между количеством решением и коэффициентами. На уроке вместе с учителям ребята исследуют уравнений вида $ax^2 + bx + c = 0$. Для этого они решают несколько уравнений с разными уравнениями. Примерные уравнения:

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$x^2 + 5x - 7 = 2x + 2$$

$$4x^2 + 10x + 12 = -2x + 3$$

Решив все предложенные уравнения учащиеся должны придти к следующим выводам, что если:

$D > 0$ уравнение имеет два решения;

$D < 0$ уравнение не имеет решения;

$D = 0$ уравнение имеет одно решение.

Дома ребятам предлагается самостоятельно составить вопросы для самостоятельного исследования, похожие на вопросы из седьмого класса, но на нахождение зависимости между количеством решений и коэффициентами квадрат-

ного уравнения. Мы предлагаем вашему вниманию полный конспект урока, с применением исследовательской деятельности.

1. Организационный момент

Здравствуйте, ребята! Я очень рада всех видеть вас сегодня и надеюсь на совместную плодотворную работу.

Готовясь к сегодняшнему уроку, я натолкнулась на одну интересную историю: несколько десятилетий назад в Америке была объявлена премия тому автору, который напишет книгу «как человек без математики жил». Премия осталась не выданной. Как вы думаете, почему? (Ответы учащихся). Да, вы правы ни один из авторов не смог доказать, что человеку математика не нужна, никто не смог изобразить жизнь человека без применения каких-либо математических знаний. Вот и нам с вами на уроке не обойтись без набора определенных знаний и умений.

Сегодня мы с вами разделимся на 3 группы. В каждой группе у нас есть капитан, который отвечает за организацией работы в группе и следит за тем, чтобы каждый вас мог выразить своё мнение на уроке. Вовремя работы вы будете сотрудничать не только со мной, но и друг с другом.

Вспомним правила работы в группе:

1. Думай, слушай, высказывайся.
2. Уважай мнение других.
3. Записывай идеи.
4. Не спрашивай у учителя, спрашивай у группы.
5. Не бери всю инициативу на себя.
6. Не жди подсказки.

2. Актуализация знаний. Постановка проблемы.

1. Устная работа.

– Я предлагаю вам поиграть в игру «Найди лишнее». Вам предстоит среди предложенных уравнений найти лишнее и объяснить свой выбор. (Раздает каждой группе карточки)

Для 1 группы:	Для 2 группы	Для 3 группы:
1. $x^2 + 5x = 0$	1. $x^2 - 12x = 0$	1. $x^2 - 8x = 0$
2. $2x^2 - 10x = 0$	2. $3x^2 + 6x = 0$	2. $3x^2 + 9x = 0$
3. $x^2 + 2x - 8 = 0$	3. $x^2 - 3x - 4 = 0$	3. $x^2 - 5x + 4 = 0$
4. $x^2 - 9 = 0$	4. $x^2 - 16 = 0$	4. $x^2 - 36 = 0$

Ответы: Лишние третьи квадратные уравнения, так как они являются полными, а 1, 2 и 4 – неполные квадратные уравнения.

– А теперь решите уравнения. (У детей вызывают затруднения при решении 3 уравнений)

– Ребята, вы легко решили неполные уравнения, так как вы умеете их решать. Проверим их решение у доски. (Один ученик записывает решение одного уравнения)

Для 1 группы	Для 2 группы	Для 3 группы:
$x^2 + 5x = 0$ $x(x + 5) = 0$ $x = 0 \quad x + 5 = 0$ $x = -5$	$x^2 - 12x = 0$ $x(x - 12) = 0$ $x = 0 \quad x - 12 = 0$ $x = 12$	$x^2 - 8x = 0$ $x(x - 8) = 0$ $x = 0 \quad x - 8 = 0$ $x = 8$
$2x^2 - 10x = 0$ $2x(x - 5) = 0$ $2x = 0 \quad x - 5 = 0$ $x = 0 \quad x = 5$	$3x^2 + 6x = 0$ $3x(x + 6) = 0$ $3x = 0 \quad x + 6 = 0$ $x = 0 \quad x = -6$	$3x^2 + 9x = 0$ $3x(x + 3) = 0$ $3x = 0 \quad x + 3 = 0$ $x = 0 \quad x = -3$
$x^2 - 9 = 0$ $(x - 3)(x + 3) = 0$ $x - 3 = 0 \quad x + 3 = 0$ $x = 3 \quad x = -3$	$x^2 - 16 = 0$ $(x - 4)(x + 4) = 0$ $x - 4 = 0 \quad x + 4 = 0$ $x = 4 \quad x = -4$	$x^2 - 36 = 0$ $(x - 6)(x + 6) = 0$ $x - 6 = 0 \quad x + 6 = 0$ $x = 6 \quad x = -6$
$x^2 + 2x - 8 = 0$	$x^2 - 3x - 4 = 0$	$x^2 - 5x + 4 = 0$

Как вы думаете, есть ли еще метод для решения полных квадратных уравнений?

Сегодня мы познакомимся с еще одним способом решения, который позволит

быстро находить корни квадратного уравнения. Итак, тема урока «Решение квадратных уравнений по формуле»

3.Первичное усвоение новых знаний.

- Дискриминантом квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$ называется выражение $b^2 - 4ac$. Дискриминант обозначают буквой D, т.е. $D = b^2 - 4ac$.

А теперь давайте попробуем применить данные формулы для решения следующих уравнений:

$$x^2 + x + 2 = 0$$

$$x^2 + 5x - 7 = 2x + 2$$

$$4x^2 + 10x + 12 = -2x + 3$$

– Как вы считаете, какое значение может принимать дискриминант? (Положительное, отрицательное и равное нулю). Определим количество корней уравнения в зависимости от значения дискриминанта D

$D > 0$, уравнение имеет 2 корня; $x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$, $x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a}$

$D = 0$ уравнение имеет 1 корень; $x = \frac{-b}{2a}$

$D < 0$, корней нет

– Запишем в тетради алгоритма решения квадратного уравнения:

Первичное закрепление.

– А теперь вернемся к нашим уравнениям и решим их. (Сначала ребята решают самостоятельно с последующей проверкой у доски)

1 группа

$$x^2 - 2x - 8 = 0$$

$D = b^2 - 4ac = 2^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-8) = 4 + 32 = 36$, $D > 0$, значит уравнение имеет 2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 + \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{4}{2} = 2$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{-2 - \sqrt{36}}{2 \cdot 1} = \frac{-8}{2} = -4$$

2 группа

$$x^2 - 3x - 4 = 0$$

$D = b^2 - 4ac = (-3)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-4) = 9 + 16 = 25$, $D > 0$, значит уравнение имеет 2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 + \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{3 - \sqrt{25}}{2 \cdot 1} = \frac{-2}{2} = -1$$

3 группа

$$x^2 - 5x + 4 = 0$$

$D = b^2 - 4ac = (-5)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 4 = 25 - 16 = 9$, $D > 0$, значит уравнение имеет 2 корня

$$x_1 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 + \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{8}{2} = 4$$

$$x_2 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a} = \frac{5 - \sqrt{9}}{2 \cdot 1} = \frac{2}{2} = 1$$

4. Первичное закрепление

– Сейчас мы посмотрим, как вы поняли изученный материал. Вы самостоятельно будете решать следующие примеры (Дети решают самостоятельно каждый ученик)

<p>Вариант 1. I Блок</p> <p>1) $100x^2 = 16$ Ответ: -0,4; 0,4</p> <p>2) $3x^2 - 18x = 0$ Ответ: 0; 6</p> <p>3) $16x^2 - 49 = 0$ Ответ: -1,75; 1,75</p> <p>4) $2x^2 - 8x = 0$ Ответ: 0; 4</p> <p>5) $3x^2 = 0$ Ответ: 0</p> <p>6) $4x^2 + 10 = 10$ Ответ: 0</p>	<p>II Блок</p> <p>1) $2x^2 + 7x - 9 = 0$ Ответ: -4,5; 1</p> <p>2) $3x^2 + 13x - 10 = 0$ Ответ: -5; 2/3</p> <p>3) $2x^2 - 11x + 12 = 0$ Ответ: 1,5; 4</p> <p>4) $2x^2 + x + 16 = 0$ Ответ: корней нет</p>
<p>III Блок</p> <p>1) $x^2 - 16x + 63 = 0$ Ответ: 7; 9</p> <p>2) $3x^2 + 2x + 1 = 0$ Ответ: корней нет</p> <p>3) $4x^2 + 20x + 25 = 0$ Ответ: -2; 5</p>	<p>IV Блок</p> <p>1) $x^2 - 7x - 8 = 0$ Ответ: 8; -1</p> <p>2) $x^2 - 2x - 35 = 0$ Ответ: -7; -5</p> <p>3) $x^2 + 20x + 91 = 0$ Ответ: -13; -7</p>

4) $3x^2 - 14x - 80 = 0$ Ответ: 3 и $\frac{1}{3}$; 8	
Вариант 2. I Блок 1) $7x^2 = 28$ Ответ: -2; 2 2) $5x^2 - 15x = 0$ Ответ: 0; 3 3) $5x^2 - 45 = 0$ Ответ: -3; 3 4) $4x^2 = x$ Ответ: 0; 1 5) $2x^2 = 0$ Ответ: 0 6) $7x + 4 = 4$ Ответ: 0	II Блок 1) $7x^2 - 9x + 2 = 0$ Ответ: $\frac{2}{7}$; 1 2) $9x^2 - 7x - 2 = 0$ Ответ: $-\frac{2}{9}$; 1 3) $4x^2 - 7x - 2 = 0$ Ответ: -0,25; 2 4) $3x^2 - 7x - 6 = 0$ Ответ: $-\frac{2}{3}$; 3
III Блок 1) $x^2 + 20x + 91 = 0$ Ответ: -5; 7 2) $4x^2 + 2x + 1 = 0$ Ответ: корней нет 3) $3x^2 + 8x - 3 = 0$ Ответ: -3; $\frac{1}{3}$ 4) $9x^2 + 24x + 16 = 0$ Ответ: -1 и $\frac{1}{3}$	IV Блок 1) $x^2 - 5x - 6 = 0$ Ответ: -1; 6 2) $x^2 - 16x + 63 = 0$ Ответ: 7; 9 3) $x^2 + 18x + 63 = 0$ Ответ: -21; 3

– Теперь обменяйтесь тетрадями с соседом и проверьте правильно ли вы решили уравнения, ключ на доске.

Проверка.

– Оценим себя:

Решено правильно 4 блока – «5»

Решено правильно 3 блока – «4»

Решено правильно 2 блока – «3»

5. Домашнее задание.

– Задание из учебника, так же вам необходимо составить список вопрос для исследования для самостоятельного исследования, похожие на вопросы из седьмого класса, но на нахождение зависимости между количеством решений и коэффициентами квадратного уравнения.

6. Рефлексия. Подведение итогов урока.

Напишите формулу нахождения дискриминанта квадратного уравнения.

Напишите формулу корней квадратного уравнения

Сколько корней может иметь квадратное уравнение? От чего это зависит?

Рефлексия

На уроке я успел сделать...

В результате я узнал и научился...

Я не понял, у меня не получилось...

– И закончить сегодняшний урок хотелось бы словами великого математика У. Сойера: «Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну и ту же задачу тремя различными способами, чем решить три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными методами, можно путем сравнений выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт»

– Итак, наш урок подошел к концу. Я хочу сказать вам «спасибо» за работу на уроке.

Кому на уроке все было понятно встаньте и похлопайте в ладоши, у кого остались вопросы и не все получалось сразу сидя похлопайте в ладоши.

На внеурочной деятельности учащимся можно предложить самостоятельно провести исследование на решение уравнение с параметром на числовом промежутке. Учащимся заинтересованных в математике можно предложить написать проект по теме: «Исследование знака квадратичной функции в зависимости от ее параметров». Целью исследовательского проекта является изучение зависимость квадратичной функции от ее коэффициентов. Продуктом данного исследование будет таблица «знаки квадратичной функции на числовой прямой в зависимости от ее параметров».

3.3 Технология исследовательской деятельности в 9 классе на уроках математики.

Пусть дан обычный разно уровневый класс. При изучении дробно рациональных уравнений необходимо акцентировать внимание учащихся на условия существования дроби и уравнения. Из восьмого класс они знают, что знаменатель дроби не должен никогда равняться нулю, иначе дробь не существует. На основе этого правила при решении и выходит ограничение в знаменателе. Как правило мы оговариваем это на уроках. Мы предлагаем вашему вниманию готовый конспект урока.

1. Организационный момент

- Здравствуйте, ребята! Садитесь. Сегодня на уроке мне хотелось бы вас пригласить в замечательный мир уравнений.

Наш урок я хочу начать с древней притчи. Шел мудрец, а навстречу ему три человека, которые несли под горячим солнцем тяжелые камни для строительства храма. Мудрец остановился и задал каждому вопрос: Что ты делал весь день?

Первый усталое ответил: «Я целый день таскал тяжелые, ненавистные камни».

Второй спокойно ответил: «-Я добросовестно выполнял свою работу.»

А третий улыбнулся и ответил: «- А я принимал участие в строительстве прекрасного храма.»

Я хочу, чтобы вы, получая каждый день новые знания, не считали для себя тяжелой ношей, а наполняли и строили свой храм знаниями, умениями, навыками.

Девизом: Думать – коллективно! Решать – оперативно

2. Актуализация знаний, умений, навыков

Учитель: Посмотрите на доску. Какие виды уравнений вы видите?

$$3x^2 - 4 = 0 \qquad \frac{16}{x} + \frac{1}{2} + 2x = \frac{6}{2-x} \qquad \frac{6}{x+3} = 7$$

Ученики: Целые и дробно-рациональные.

учитель: Как вы считаете, какое уравнение является «третьим лишним»?

ученик: Первое уравнение, т.к. оно – целое

Сформулируйте тему сегодняшнего урока.

Тема: Решение дробных рациональных уравнений.

откройте тетрадь, запишите число и тему сегодняшнего урока.

Целью урока является: Отработать навыки решения дробно-рациональных уравнений, которые встречаются в ОГЭ.

3. Устно.

Учитель. Дайте определение дробно-рационального уравнения? (2мин)

Ученики:

а) Уравнение, в которых левая и правая части уравнения являются дробными выражениями, называются дробно-рациональными.

б) назовите алгоритм решения дробного рационального уравнения.

Найти ОДЗ уравнения

Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение

Умножить обе части уравнения на общий знаменатель

Решить полученное целое уравнение

Исключить из его корней те, которые обращают в нуль знаменатель.

в) назовите способы решения дробно- рациональных уравнений

(способ пропорции, равенство дроби нулю, умножение обеих частей уравнения на знаменатель, введение новой переменной)

г) Посмотрите внимательно на уравнение $\frac{x}{2} = \frac{6}{x-4}$ и определите, какие из

чисел 4, 0, -2 не являются корнями уравнения. Ответы поясните. $\frac{x}{2} = \frac{6}{x-4}$

$$x^2 - 4x - 12 = 0$$

$$D = 16 + 48 = 64$$

$$x_1 = \frac{4-8}{2} = -2$$

$$x_2 = \frac{4+8}{2} = 6$$

Учащиеся: 4 не может быть корнем, т.к. знаменатель обращает в нуль.

$$0 \neq \frac{6}{-4}.$$

0 не является корнем, т.к.

$$-2 \text{ является корнем, т.к. } -1 = -1$$

Какой способ решения дробного рационального уравнения используется при решении? (основное свойство пропорции)

г) Перед вами решение уравнения. Но оно выполнено с ошибкой. Ваша задача: найти, какой шаг алгоритма нарушен, и назовите его правильное решение.

Найди ошибку

$$\frac{x^2-1}{x+5} - \frac{5-x}{x+5} = 0;$$

$$\frac{x^2-1-5-x}{x+5} = 0$$

$$\text{ОДЗ: } x \neq -5$$

$$x^2 - x + 6 = 0$$

$$D = 1+24=25, D > 0, 2\text{-корня}$$

$$x_1 = 3, \quad x_2 = -2$$

Ответ: -2; 3 Правильный ответ 2 ; -3.

Какой способ решения дробно- рационального уравнения вы использовали? (равенство дроби нулю)

4. Основная часть.

Решить уравнение

$$\text{а) } \frac{7}{x-3} + \frac{5}{x+3} - \frac{18}{x^2-9} = 0$$

Один из учащихся работает у доски. По ходу решения ученик проговаривает алгоритм решения дробно – рационального уравнения.

$$\text{ОДЗ: } x \neq \pm 3;$$

$$7(x+3) - 5(x-3) - 18 = 0;$$

$$7x + 21 - 5x + 15 - 18 = 0,$$

$$2x = -18,$$

$$x = -8.$$

Ответ -8.

б) Решить уравнение введением новой переменной

$$\left(\frac{x+2}{x-4}\right)^2 + 16\left(\frac{x-4}{x+2}\right)^2 = 17$$

ОДЗ: $x \neq 4, x \neq -2$

Пусть $\left(\frac{x+2}{x-4}\right)^2 = y, y \geq 0$, тогда $\left(\frac{x-4}{x+2}\right)^2 = \frac{1}{y}$. получим уравнение $y + \frac{16}{y} -$

$$17 = 0$$

$$\frac{y^2 - 17y + 16}{y} = 0$$

$$y^2 - 17y + 16 = 0$$

$$D = 289 - 64 = 225$$

$$y_1 = \frac{17 - 15}{2} = 1$$

$$y_2 = \frac{17 + 15}{2} = 16$$

Вернемся к переменной

$$\left(\frac{x+2}{x-4}\right)^2 = 1 \quad \left(\frac{x+2}{x-4}\right)^2 = 16$$

$$\frac{x+2}{x-4} = \pm 1 \quad \frac{x+2}{x-4} = \pm 4$$

-1 и -4- посторонние корни

$$\frac{x+2}{x-4} = 1 \quad \frac{x+2}{x-4} = 4$$

$$x+2 = x-4$$

$$x+2 = 4(x-4)$$

нет решений

$$x+2 = 4x-16$$

$$-3x = -18$$

$$x = 6$$

ответ: 6

5. Физкультминутка.

Упражнения для глаз с использованием геометрических фигур, расположенных на доске.

Задача. (КИМ ОГЭ- 9) Из двух городов, расстояние между которыми 720 км, отправляются навстречу друг другу два поезда и встречаются на середине пути. Второй поезд вышел на 1 ч позднее первого со скоростью на 4 км/ч большей, чем скорость первого поезда. Найдите скорость каждого поезда. (6 мин)

x км/ч – скорость 1 поезда, $x+4$ км/ч – скорость 2 поезда.

$\frac{360}{x}$ ч- время первого, $\frac{360}{x+4}$ ч- время второго.

составим уравнение $\frac{360}{x} - \frac{360}{x+4} = 1$

ОДЗ: $x \neq 0, -4$

$$360(x + 4) - 360x - x^2 - 4x = 0$$

$$x^2 + 4x - 1440 = 0$$

$$D = 16 + 5760 = 5776$$

$x=36$, 40 км/ч - второго

Ответ: 36 км/ч, 40 км/ч

6. Домашняя работ

домашняя работа на партах у вас лежат листочки разного цвета:

зеленый - Уровень А, синий – Уровень В, желтый – уровень С. выберите каждый по своим силам листочек- это будет ваша домашняя работа

Уровень А

$$\frac{2x^2 - 5x + 3}{10x - 5} = 0$$

$$\frac{x^2 - 9x}{x + 3} = \frac{36}{x + 3}$$

$$\frac{x^2 + 8x}{x + 10} = \frac{20}{x + 10}$$

Уровень В

$$\frac{5x-7}{x-3} = \frac{4x-3}{x}$$

$$\frac{1}{x} = \frac{5}{x-2} - \frac{4}{x-3}$$

$$\frac{1}{x} - \frac{2x}{x+1} = 0$$

$$\frac{2y-5}{y+5} = \frac{3y+21}{2y-1}$$

Уровень С

$$\frac{3x-2}{x-1} + \frac{x-4}{x+3} = \frac{3x^2+1}{(x-1)(x+3)}$$

$$\frac{x-49}{x+6} + \frac{2x+50}{x+5} = 2$$

$$\frac{6}{x-1} + \frac{6}{(x-1)(x-3)} + \frac{3}{3-x} = 7$$

7. Рефлексия

Доволен ли ты тем, как прошел урок?

Было ли тебе интересно?

Сумел ли ты получить новые знания?

Ты был активен на уроке?

Ты с удовольствием будешь выполнять домашнее задание?

Ты сумел показать свои знания?

Подведение итога урока. (3 мин)

- Чем мы сегодня занимались на уроке?

- Какие уравнения мы решали?

- Какие способы решения уравнений мы повторили?

- Сегодня на уроке вы активно работали. И я желаю вам, чтобы каждый урок у вас зажигалась хотя бы одна звезда, звезда новых знаний.

А закончить наш урок хотелось бы словами великого ученого А.Эйнштейна: «Мне приходится делить свое время между политикой и уравнениями. Однако уравнения, по-моему, гораздо важнее, потому что политика существует только для данного момента, а уравнения будут существовать вечно».

Ученикам, изучающим математику более глубоко можно предложить исследовательский проект на тему: «Параболы в арочных мостах». Целью проекта является исследование графиков квадратичной функции в арочных мостах Санкт-Петербурга. Продуктом будет вычисленные уравнения графиков квадратичных функций.

Заключение

В данной выпускной квалификационной работе была поставлена цель описать применение технологии исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметрами.

Для достижения поставленной цели мы выделили 5 основных задач. В первой главе рассмотрели различную психолого–педагогическую литературу, связанную с технологией исследовательской деятельности. Раскрыли её понятие и выделили структуру, которой необходимо придерживаться. Из всей работы можно сделать вывод, что всю исследовательскую деятельность можно разделить на три больших этапа: установочный, исследовательский и этап обработки результатов. Каждый из них так же разделен на несколько шагов. Самым долгим является установочный этап, так как перед выполнением исследования нам необходимо составить его план, подготовить методы, и выдвинуть гипотезу. После выполнения исследования оформляем результаты в определённом виде, это может быть научная работа, или статья в журнал, или доклад. Так же в первой главе рассмотрели исследовательскую деятельность на уроках. Главным её отличием является то, что весь установочный этап подготавливает учитель, ребята выполняют исследования на уроке и оформляют их в тетрадях или на специальных листах.

Во второй главе нашей работы, рассмотрели решение нескольких задач с параметрами и проанализировав их пришли к выводу, что решение любой задачи можно разделить на четыре больших шага. Сначала определяем, что нам необходимо найти и что нам дано. Далее рассматриваем функции, заданные в задаче, их свойства и ограничения. На третьем этапе – решение подзадач и выделенных случаев. И в конце оформляем решение. Аналогичным способом проводим исследования. На основании этого приходим к выводу, что решая задания с параметром обучающимся необходимо использовать технологию исследовательской деятельности.

В третьей главе рассмотрели темы в седьмых, восьмых и девярых классах в которых необходимо акцентировать внимание учащихся на появление параметров и их влияние на решение. Так же прописали технологию введения и конспекты уроков которые учителя могут использовать в своей работе.

Из всего выше сказанного делаем вывод, что все задачи выполнены, и поставленная цель достигнута. Работа будет полезна учителям предметникам для более эффективного введения и усвоения учащимися темы: «Решение задач с параметром».

Список литературы

1. Федеральные государственные стандарты основного общего образования URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-ooo> (дата обращения 20.11.2021).
2. Федеральные государственные стандарты среднего (полного) общего образования URL: <https://fgos.ru/fgos/fgos-soo> (дата обращения 20.11.2021).
3. Блинова Т. В. «Школа исследователей» как форма подготовки старшеклассников к научно-исследовательской деятельности // Теория и практика дополнительного образования. 2017. № 6. С. 22–31.
4. Глазкова К. Р. Уроки-исследования. Формирование творческой, критически мыслящей личности // Физика (ПС). 2016. № 24. С. 29–31.
5. Гликман И. З. Подготовка к творчеству: учебное исследование // Школьные технологии. 2016. № 3 С. 17–23.
6. Денисова А. А. Исследовательская деятельность в современной системе образования (из опыта) // Биология в школе. 2018. № 1. С. 27–36.
7. ЕГЭ 2011. Математика. Задача С5. Задачи с параметром / Козко А. И [и др.]; под ред. А. Л. Семенова и И. В. Ященко. М. : МЦНМО, 2017. 144 с.
8. Ефимов Е. А., Коломиец Л. В. Задачи с параметрами. Учебное пособие для факультета довузовской подготовки СГАУ. Самара, 2016. 64с.
9. Лебедева О. В. Методическая подготовка учителя физики к реализации ФГОС // Нижегородское образование. № 3. 2017. С. 58-62.
10. Математика. Учимся решать задачи с параметром. Подготовка к ЕГЭ: задание С5 / Иванов С. О. [и др.]; под ред. Ф. Ф. Лысенко, С. Ю. Кулабухова. Ростов-на-Дону: Легион М, 2018. 48с.
11. Поддъяков А. Н. Развитие исследовательской инициативности в детском возрасте. Москва, 2019. 349 с.
12. Поздняк С. Н. Исследовательская деятельность школьников и метод проектов // Стандарты и мониторинг в образовании. 2016. № 3. С. 52–56.

13. Савенков А. И. Психологические основы исследовательского подхода к обучению : учебное пособие. М. : «Ось-89», 2016. 480 с.
14. Сборник задач по математике для поступающих в вузы. Учебное пособие. / Норин А. В. [и др.]. СПб : Питер, 2017. 223 с.
15. Ястребинецкий Г. А. Задачи с параметрами. Книга для учителя. М. : Просвещение, 2018. 128 с.

*"Мало иметь хороший ум,
главное - хорошо его
применять."*

Слайд 1

➤ Какие из перечисленных функций не являются линейными?

1) $y = 4x$;

2) $y = -\frac{1}{2}x$;

3) $y = \frac{3}{x}$;

4) $y = 3$;

5) $y = -3x + 8$;

6) $y = \frac{x}{5} - 6$.

Слайд 2

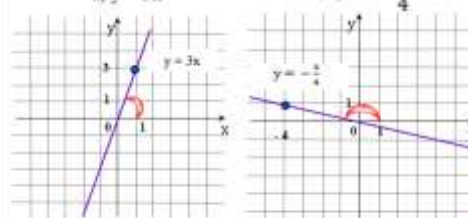
- Дайте определение линейной функции.
- Что является графиком линейной функции?
- Сколько точек необходимо для построения графика линейной функции?
- Как называются числа k и b в формуле $y = kx + b$?

Слайд 3

Постройте график прямой пропорциональности, заданной формулой:

а) $y = 3x$

б) $y = -\frac{x}{4}$



Слайд 4

На рисунке изображены графики трех функций, заданных формулой вида $y = kx + b$. Укажите для каждого графика соответствующую ему формулу, выбрав из списка приведенных ниже.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

1) $y = 3x$

2) $y = \frac{1}{3}x$

3) $y = -3x$

4) $y = -\frac{1}{3}x$

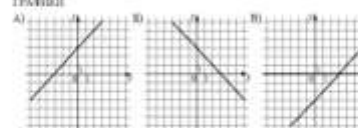
Ответ:

A	B	V

Слайд 5

Установите соответствие между графиками функций и формулами, которые им даны.

ГРАФИКИ



ФУНКЦИИ

1) $y = x + 3$

2) $y = x - 3$

3) $y = x + 3$

4) $y = x - 3$

Ответ:

A	B	V

Слайд 6

На рисунке изображены графики функций вида $y = kx + b$. Укажите соответствие между графиками и значениями коэффициентов k и b .

ГРАФИКИ



КОЭФФИЦИЕНТЫ

1) $k < 0, b < 0$

2) $k > 0, b > 0$

3) $k < 0, b > 0$

4) $k > 0, b < 0$

Ответ:

A	B	V

Слайд 7

1 группа

1) Постройте графики функций, используя цветные карандаши.

а) $y = 3x$; $y = 3x + 2$; $y = 3x - 3$;

(красным карандашом)

б) $y = 4$; $y = -5$;

(синим карандашом)

в) $y = 2x + 2$; $y = -x + 2$; $y = 4x + 2$;

(зеленым карандашом)

2) Используя графики функций ответьте на вопросы:

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

б) Как расположены относительно друг друга прямые? Как расположены прямые относительно осей координат? Что общего между формулами?

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

Слайд 8

2 группа

1) Постройте графики функций, используя цветные карандаши.

а) $y = 2x$; $y = 2x + 2$; $y = 2x - 3$; (красным карандашом)

б) $y = 3$; $y = -4$; (синим карандашом)

в) $y = 3x - 4$; $y = -x - 4$; $y = 5x - 4$. (зеленым карандашом)

2) Используя графики функций ответьте на вопросы:

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

б) Как расположены относительно друг друга прямые? Как расположены прямые относительно осей координат? Что общего между формулами?

в) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

Слайд 9

3 группа

1) Постройте графики функций, используя цветные карандаши.

а) $y = -2x$; $y = -2x + 4$; $y = -2x - 3$; (красным карандашом)

б) $y = 5$; $y = -2$; (синим карандашом)

в) $y = 6x - 4$; $y = -x - 4$; $y = 3x - 4$. (зеленым карандашом)

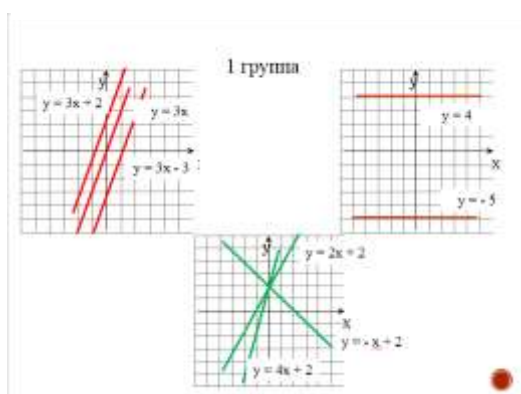
2) Используя графики функций ответьте на вопросы:

а) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

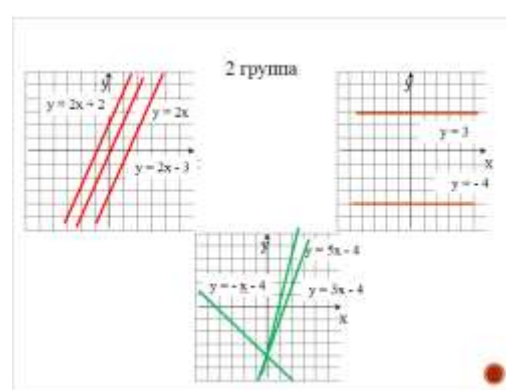
б) Как расположены относительно друг друга прямые? Как расположены прямые относительно осей координат? Что общего между формулами?

в) Как расположены относительно друг друга прямые? Что общего между формулами?

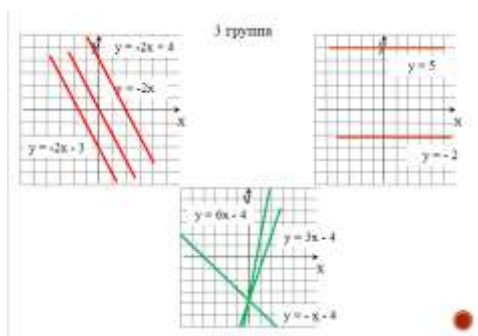
Слайд 10



Слайд 11



Слайд 12

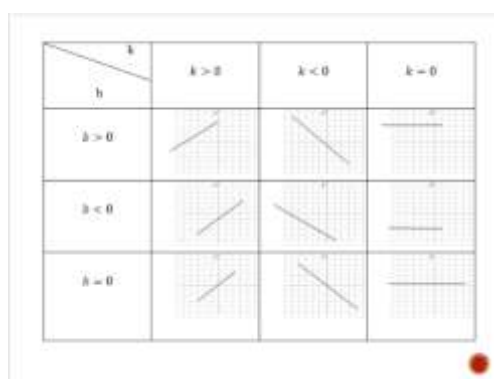


Слайд 13

Выводы:

- Если коэффициенты k_1 и k_2 равны, то графики линейных функций параллельны;
- Если коэффициенты k_1 и k_2 различны, то графики линейных функций пересекаются;
- Если $k > 0$, то угол наклона прямой $y = kx + b$ к оси x острый;
- Если $k < 0$, то угол наклона прямой $y = kx + b$ к оси x тупой;
- Если $k = 0$, то график линейной функции параллелен оси x ;
- График линейной функции пересекает ось y в точке с координатами $(0; b)$.

Слайд 14



Слайд 15

Сформулируйте выводы о взаимном расположении прямых, сравнивая коэффициенты функций, а затем проверьте себя, построив графики функций на координатной плоскости:

$y_1 = 3x - 5$; $y_2 = -3x + 2$; $y_3 = -5$;
 $y_4 = -\frac{1}{2}x - 4$; $y_5 = \frac{1}{3}x + 6$; $y_6 = 6 - 3x$;
 $y_7 = 0,4x + 2$; $y_8 = 2$;
 $y_9 = 4 - 0,5x$; $y_{10} = \frac{1}{3}x - 5$.

1) Выпишите функции, графики которых образуют с осью x острый угол.

2) Выпишите функции, графики которых образуют с осью x тупой угол.

3) Выпишите функции, графики которых пересекаются в одной точке, принадлежащей оси y .

4) Выпишите функции, графики которых параллельны. Запишите пары.

Слайд 16

МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ РФ

Федеральное государственное бюджетное образовательное
учреждение высшего образования

ПЕНЗЕНСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ УНИВЕРСИТЕТ
ПЕДАГОГИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ ИМ. В.Г. БЕЛИНСКОГО

Факультет физико-математических
и естественных наук

Кафедра
«Математическое образование»

Направление подготовки
44.03.01 Педагогическое образование
Профиль подготовки «Математика»
Форма обучения: очная

Утверждаю: зав. кафедрой
« 05 » 10 2021 г.
Паньженский В.И.

Задание

По ВКР студента Поповой Светланы Романовна

Тема работы «Технология исследовательской деятельности при обучении решению
задач с параметром»

Утверждена приказом по Университету от «27» декабря 2021 г. № 1057/о.

Срок сдачи студентом законченной работы « 4 » 06 2022 г.

КАЛЕНДАРНЫЙ ПЛАН ВЫПОЛНЕНИЯ ВКР

№ п/п	Перечень подлежащих разработке вопросов	Сроки выполнения	Примечания
1.	Анализ научной и учебно-методической литературы по теме исследования.	Октябрь - ноябрь 2021	Выполнено
2.	Подбор и решение задач с параметрами.	Декабрь - январь 2021	Выполнено
3.	Анализ решенных задач, формулирование выводов.	Февраль 2022	Выполнено
4.	Разработка технологии для обучения задач с параметрами в 7-9 классах.	Март – апрель 2022	Выполнено
5.	Оформление текста работы.	Май – июнь 2022	Выполнено
6.	Подготовка презентации и выступления.	Июнь 2022	Выполнено

Дата выдачи задания « 5 » 10 2021 г.

Руководитель Монахова О.А. Монахова О.А.
(подпись) (Ф.И.О.)

Задание принял к исполнению

Попова С.Р. Попова С.Р.
(подпись) (Ф.И.О.)

Ректору Пензенского
государственного университета
А. Д. Гулякову
студента 4 курса ФФМЕН
очной формы обучения
Поповой Светланы Романовны

ЗАЯВЛЕНИЕ.

Я, Попова Светлана Романовна, студент 4 курса очной формы обучения направления подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование», профиль подготовки «Математика», прошу провести проверку с использованием системы «Антиплагиат» бакалаврской работы на тему *«Технология исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметрами»*, выполненной мной самостоятельно, на содержание элементов плагиата.

Все прямые заимствования из печатных и электронных источников, а также из защищенных ранее выпускных квалификационных работ, кандидатских и докторских диссертаций имеют соответствующие ссылки.

Я ознакомлен с действующим Стандартом университета «Выпускная квалификационная работа обучающихся по образовательным программам высшего образования – программам бакалавриата, программам специалитета и программам магистратуры», согласно которому обнаружение плагиата является основанием для недопуска ВКР к защите и отчисления из университета.


подпись студента
10.06.2022
дата

ВКР представлена на проверку (дата) 10.06.2022

Руководитель ВКР  Монахова А.О

Протокол
проверки на оригинальность в системе «Антиплагиат.ВУЗ»
выпускной квалификационной работы на тему: «Технология
исследовательской деятельности при обучении решению
задач с параметрами»
студента 4 курса Поповой Светланы Романовна направления
подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика»
Руководитель ВКР Монахова Оксана Александровна

Отчет о проверке на заимствования №1



Автор: Попова Светлана Романовна
Проверяющий: Монахова Оксана Александровна
Организация: Пензенский государственный университет
Отчет предоставлен сервисом «Антиплагиат» - <http://onzu.antiplagiat.ru>

ИНФОРМАЦИЯ О ДОКУМЕНТЕ

№ документа: 48
Начало загрузки: 10.06.2022 17:35:50
Длительность загрузки: 00:00:13
Имя исходного файла: технология
исследовательской деятельности при
решении задач с параметрами.docx
Название документа: технология
исследовательской деятельности при
решении задач с параметром
Размер текста: 31 кБ
Тип документа: Выпускная
квалификационная работа
Символов в тексте: 31644
Слов в тексте: 4119
Число предложений: 328

ИНФОРМАЦИЯ ОБ ОТЧЕТЕ

Начало проверки: 10.06.2022 17:36:04
Длительность проверки: 00:01:08
Корректировка от 15.06.2022 12:30:28
Комментарий: [Автосохраненная версия]
Поиск с учетом редактирования: да
Модули поиска: ИПС Адилет, Библиография, Сводная коллекция ЭБС, Интернет
Плюс, Сводная коллекция РГБ, Цитирование, Переводные заимствования (RuEn),
Переводные заимствования по eLIBRARY.RU (EnRu), Переводные заимствования по
Интернету (EnRu), Переводные заимствования издательства Wiley (RuEn),
eLIBRARY.RU, СПС ГАРАНТ, Медицина, Диссертации H55, Перефразирование по
eLIBRARY.RU, Перефразирование по Интернету, Патенты СССР, РФ, СНГ, Модуль
поиска "ПГУ", СМИ Россия и СНГ, Шаблонные фразы, Кольцо вузов, Издательство
Wiley, Переводные заимствования



ЗАИМСТВОВАНИЯ
27,95%

САМОЦИТИРОВАНИЯ
0%

ЦИТИРОВАНИЯ
8,97%

ОРИГИНАЛЬНОСТЬ
43,05%

10.06.2022
ДД.ММ.ГГГГ

подпись

Монахова О.А.
ФИО руководителя ВКР

ОТЗЫВ
РУКОВОДИТЕЛЯ ВЫПУСКНОЙ КВАЛИФИКАЦИОННОЙ РАБОТЫ
на тему: «Технология исследовательской деятельности при обучении
решению задач с параметром»
студентки Поповой Светланы Романовны
факультета физико-математических и естественных наук направления
подготовки 44.03.01 «Педагогическое образование»,
профиль подготовки «Математика», гр. 18ФПМ1

Задачи с параметрами уверенно вошли в материалы Государственной итоговой аттестации и Единого государственного экзамена по математике. Их решение вызывает немалые трудности у учащихся, которые могут быть объяснены отсутствием в ныне действующих учебниках четких методических указаний по решению задач данного класса.

Цель представленной работы: описать применение технологии исследовательской деятельности при обучении решению задач с параметром.

Предлагаемая методика позволяет обучить школьников решению целого класса задач с параметрами, а совместная деятельность по анализу уравнения и выделению приема нахождения контрольных значений параметров готовит учащихся к осуществлению исследовательской деятельности в других разделах математики и на последующих этапах профессиональной подготовки.

Работа заслуживает оценки «отлично» и может быть использована в учебном процессе учителем при обучении решению задач с параметром.

Руководитель ВКР:
Монахова Оксана Александровна,
кафедра «Математическое образование»
Педагогического института
им. В.Г. Белинского, ПГУ, доцент,
доцент, кандидат физико-математических наук

