МИНИСТЕРСТВО НАУКИ И ВЫСШЕГО ОБРАЗОВАНИЯ
РОССИЙСКОЙ ФЕДЕРАЦИИ
Федеральное государственное бюджетное
образовательное учреждение высшего образования
«Пензенский государственный университет» (ПГУ)

П. А. Гурин

Математическое моделирование процессов технологии машиностроения средствами компьютерного инженерного анализа

Учебное пособие

Пенза
Издательство ПГУ
2026

УДК 621:004.942(075.8)
Г95

Р е ц е н з е н т ы :

доктор технических наук, профессор,
профессор кафедры «Технология машиностроения
и прикладная механика» Камышинского технологического института
(филиал) ФГБОУ ВО «Волгоградский государственный
технический университет» (г. Камышин)

П. Ю. Бочкарев;

доктор технических наук, профессор,
заведующий кафедрой «Приборостроение»
Пензенского государственного университета

С. Н. Базыкин

Гурин, Павел Александрович.

Г95 Математическое моделирование процессов технологии машиностроения средствами компьютерного инженерного анализа : учеб. пособие / П. А. Гурин. – Пенза : Изд-во ПГУ, 2026. – 112 с.

ISBN 978-5-908090-05-6

Раскрыты основы моделирования процессов с использованием средств компьютерного инженерного анализа на примере решения задач технологии машиностроения, таких как определение деформации при растяжении ступенчатого стержня, расчет изгиба концевой фрезы под воздействием силы резания, моделирование процесса снятия стружки при фрезеровании, расчет контактных напряжений в цилиндрической зубчатой передаче и определение шероховатости поверхности после контакта со сферическим телом.

Издание подготовлено на кафедре «Технологии и оборудование машиностроения» ПГУ и предназначено для обучающихся по направлениям подготовки 15.03.05 «Конструкторско-технологическое обеспечение машиностроительных производств», 15.03.02 «Технологические машины и оборудование», 22.03.01 «Материаловедение и технологии материалов», 15.03.01 «Машиностроение», 12.03.01 «Приборостроение», а также по специальностям 15.05.01 «Проектирование технологических машин и комплексов» и 23.05.01 «Наземные транспортно-технологические средства».

УДК 621:004.942(075.8)

ISBN 978-5-908090-05-6

© Пензенский государственный университет, 2026

СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ 4
Г л а в а 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ СТЕРЖНЯ 6
Г л а в а 2. РАСЧЕТ НА ПРОГИБ КОНЦЕВОЙ ФРЕЗЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ РЕЗАНИЯ 28
Г л а в а 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ФРЕЗЕРНОЙ ОБРАБОТКЕ 49
Г л а в а 4. РАСЧЕТ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧЕ 72
Г л а в а 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПОСЛЕ КОНТАКТА СО СФЕРИЧЕСКИМ ТЕЛОМ 87
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ 102
П р и л о ж е н и е А 104
П р и л о ж е н и е Б 106
П р и л о ж е н и е В 107
П р и л о ж е н и е Г 108
П р и л о ж е н и е Д 109
П р и л о ж е н и е Е 110
П р и л о ж е н и е Ж 111

ВВЕДЕНИЕ

Любое современное машиностроительное предприятие сложно представить без применения компьютерных технологий. Особенно широкое распространение получили CAD, CAM и CAE системы, позволяющие ускорить и усовершенствовать решение инженерных задач.

CAD системы (*Computer-aided design*), или САПР (системы автоматизированного проектирования), предназначены для автоматизации процесса проектирования, создания 2D- или 3D-моделей. CAM системы (*Computer-aided manufacturing*) предназначены для подготовки управляющих программ для станков с числовым программным управлением (ЧПУ). CAE системы (*Computer-aided engineering*) служат для решения различных инженерных задач: расчетов, анализа и симуляции физических процессов. Расчетная часть пакетов чаще всего основана на численных методах решения дифференциальных уравнений (метод конечных элементов, метод конечных объемов, метод конечных разностей и др.) [1].

Если расчеты конструкций с простой геометрией могут быть выполнены аналитическими методами, то при создании расчетной схемы сложной конструкции прибегают к некоторой идеализации ее формы. Степень идеализации влияет на достоверность результатов расчетов. Избежать нежелаемого упрощения формы конструкции позволяют численные методы, в том числе и метод конечных элементов (МКЭ). Основная идея МКЭ состоит в том, что любую непрерывную величину (перемещение, температуру, давление и т.п.) можно аппроксимировать моделью, состоящей из отдельных элементов. На каждом из этих элементов исследуемая непрерывная величина аппроксимируется непрерывной функцией, которая строится на значениях исследуемой непрерывной величины в конечном числе точек рассматриваемого элемента [2].

На основе МКЭ работают многие программы инженерного анализа. Основной задачей применения CAE систем, в том числе и ANSYS, является замена сложных и дорогостоящих натурных испытаний современных конструкций математическим моделированием процессов [2]. Математическое моделирование является эффективным и наиболее совершенным средством анализа при исследовании и оптимизации технологических процессов [3].

ANSYS – это многоцелевой пакет программ для численного моделирования МКЭ физических процессов и явлений в области прочности, гидро-газодинамики, теплофизики, электромагнетизма, акустики и др. [4].

Запуск интерактивной сессии ANSYS возможен в двух режимах: в классическом варианте (APDL) и в варианте ANSYS Workbench.

Workbench является универсальной оболочкой для различных решателей и обладает удобным графическим интерфейсом, по сравнению с оболочкой APDL [5]. Применение Workbench делает моделирование более наглядным, а многие действия пользователя – более простыми. При этом APDL – вспомогательная среда моделирования, она обладает более широкими возможностями и применяется в тех случаях, когда задача не может быть решена средствами Workbench [6].

Издание подойдет для начинающего пользователя программы ANSYS. Освоение навыков работы в программе реализовано на примере различных задач из практики технологии машиностроения.

Г л а в а 1. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ЛИНЕЙНЫХ ДЕФОРМАЦИЙ ПРИ РАСТЯЖЕНИИ СТЕРЖНЯ

Экстремальные условия работы элементов современных конструкций, сложность их формы и большие габариты делают исключительно трудным и дорогим осуществление натурного или полунатурного эксперимента, особенно если речь идет об установлении предельных (разрушающих) нагрузок. Создание конструкций такого типа невозможно без совершенствования и автоматизации процесса проектирования, применения новых материалов и технологий [2].

Необходимость внедрения в производство сложнейшей техники в короткие сроки приводит к созданию систем автоматизированного проектирования. Важную роль в этих системах играет расчет на прочность.

Опыты показывают, что при растяжении длина стержня увеличивается, а поперечные размеры уменьшаются, при сжатии – наоборот.

Для многих материалов при нагружении до определенных пределов опыты показывают следующую зависимость между относительным удлинением стержня ε и напряжением σ:

$$\varepsilon = \sigma / E, \qquad (1.1)$$

где $\varepsilon = \Delta l / l$ – относительное удлинение стержня; Δl – абсолютное удлинение стержня; l – длина образца до деформации; E – коэффициент, зависящий от материала и называемый **модулем продольной упругости**, или **модулем упругости первого рода**.

Зависимость (1.1) носит название **закон Гука** и формулируется следующим образом: **линейные деформации прямо пропорциональны нормальным напряжениям**.

Модуль упругости E характеризует жесткость материала, т.е. его способности сопротивляться деформациям.

Имея в виду, что для стержня постоянного сечения $\varepsilon = \Delta l / l$, а $\sigma = P / A$, из формулы (1.1) можно получить формулу для определения полного (абсолютного) удлинения (укорочения) стержня:

$$\Delta l = Pl / (EA), \qquad (1.2)$$

где P – осевая сила; A – площадь поперечного сечения стержня.

Между продольной ε и поперечной ε* деформациями существует установленная экспериментально зависимость:

$$\varepsilon^* = -\nu\,\varepsilon. \qquad (1.3)$$

Здесь ν – коэффициент поперечной деформации (коэффициент Пуассона), характеризующий способность материала к поперечным деформациям. Для стали при упругих деформациях можно принимать значение ν приблизительно равным 0,3.

При решении прочностных задач широко применяется МКЭ. Модель, разбитая на сетку конечных элементов, показана на рис. 1.1. Здесь мы видим сами конечные элементы и образующие их узлы.

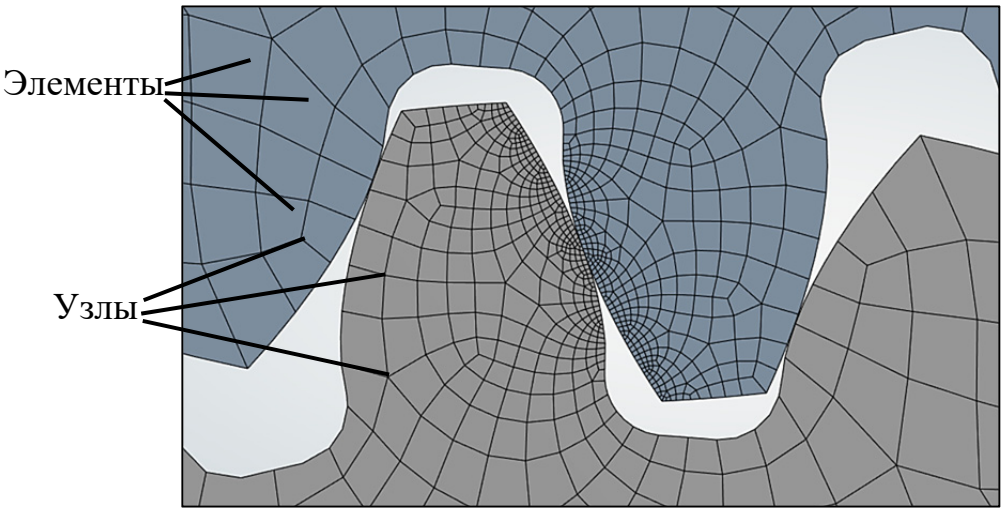


Рис. 1.1. Модель, разбитая на сетку конечных элементов

Поясним основные понятия МКЭ на простейшем примере осевого растяжения ступенчатого стержня [2].

Ступенчатый стержень (рис. 1.2) с двумя ступенями одинаковой длины l и площадью поперечного сечения ступеней A_1 и A_2 жестко заделан с левого торца и нагружен на противоположном торце осевым усилием P. Необходимо определить перемещения сечений 1, 2 и 3.

Разобьем стержень на 2 элемента (участка) 1, 2 и введем на границах элементов узлы 1, 2, 3, в которых будем отыскивать неизвестные перемещения u. Таким образом, ступенчатый стержень будем моделировать двумя последовательно соединенными стержневыми конечными элементами. Рассмотрим отдельно стержневой элемент, изображенный на рис. 1.3.

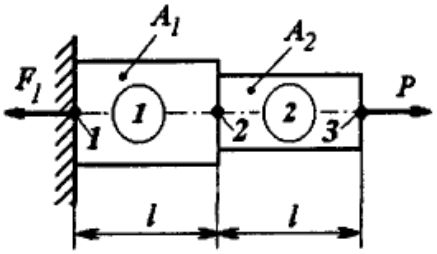


Рис. 1.2. Эскиз стержня

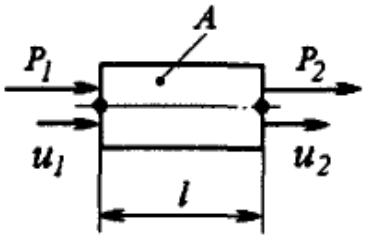


Рис. 1.3. Стержневой элемент

Он имеет длину l, площадь поперечного сечения A, в узлах приложены усилия P_1 и P_2, от которых эти узлы имеют осевые перемещения u_1 и u_2. Запишем для элемента на рис. 1.3 соотношения, очевидные из курса сопротивления материалов:

$$P_1 = \frac{EA}{l}(u_1 - u_2), \quad P_2 = \frac{EA}{l}(u_2 - u_1).$$

Или то же в матричной форме:

$$\begin{Bmatrix} P_1 \\ P_2 \end{Bmatrix} = \frac{EA}{l}\begin{bmatrix} 1 & -1 \\ -1 & 1 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{Bmatrix}, \text{ или } \{P\} = [K]\{u\}, \qquad (1.4)$$

где E – модуль упругости материала стержня.

Матрица $[K]$, связывающая между собой в (1.4) узловые усилия и перемещения, носит название **матрицы жесткости элемента**.

Составим уравнение равновесия для всего стержня, изображенного на рис. 1.2, объединив соотношения для элементов 1 и 2, записанные с учетом (1.4). Так как стержень состоит из нескольких элементов, то естественно предположить, что матрица жесткости всего стержня должна включать в себя матрицы жесткости образующих его элементов. Как будет показано ниже, для данной задачи главные диагонали матриц жесткости элементов должны совпадать с главной диагональю глобальной (общей) матрицы жесткости всего стержня и состыковываться в узле 2 (см. рис. 1.2).

На основании (1.4) общую систему уравнений равновесия можно записать в виде:

$$[K]\{u\}=\{F\},\ \text{или}\ \frac{E}{l}\begin{bmatrix} A_1 & -A_2 & 0 \\ -A_1 & A_1+A_2 & -A_2 \\ 0 & -A_2 & A_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} -F_1 \\ 0 \\ P \end{Bmatrix}, \quad (1.5)$$

где u_i – перемещение i-го узла всей системы.

В (1.5) учтено, что усилие P приложено в узле 3, а усилие F_1 (реакция опоры) – в узле 1. Узел 2 свободен от внешних нагрузок.

Теперь следует наложить граничные условия в перемещениях, а именно: $u_1 = 0$. Это достигается замещением первой строки и первого столбца нулями и помещением на главную диагональ любого числа, отличного от нуля:

$$\frac{E}{l}\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & A_1+A_2 & -A_2 \\ 0 & -A_2 & A_2 \end{bmatrix}\begin{Bmatrix} u_1 \\ u_2 \\ u_3 \end{Bmatrix}=\begin{Bmatrix} -F_1 \\ 0 \\ P \end{Bmatrix}.$$

Решением этой системы линейных алгебраических уравнений является [2]:

$$u_1 = 0;\ u_2 = \frac{Pl}{EA_1};\ u_3 = \frac{Pl}{E}\left(\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}\right). \quad (1.6)$$

В качестве примера решим задачу по определению деформаций ступенчатого стержня при его растяжении, имея следующие данные:

1) модуль упругости первого рода E = 2,14E11 Па (E11 означает 10 в 11 степени);

2) сила, приложенная к концу стержня P = 15 000 Н;

3) длина первой и второй ступеней стержня $l_1 = l_2 = 0{,}8$ м;

4) ширина и высота сечения первой ступени $B_1 = H_1 = 0{,}12$ м;

4) ширина и высота сечения второй ступени $B_2 = H_2 = 0{,}12$ м.

Найдем площади сечений.

Площадь первого сечения $A_1 = B_1 \cdot H_1 = 0{,}12 \cdot 0{,}12 = 0{,}0144$ м^2.

Площадь второго сечения $A_2 = B_2 \cdot H_2 = 0{,}12 \cdot 0{,}12 = 0{,}0144$ м^2.

По формуле (1.6) определим деформации в узлах:

Деформация первого узла $u_1 = 0$.

Деформация второго узла:

$$u_2 = \frac{Pl}{EA_1} = \frac{15\,000 \cdot 0{,}8}{2{,}14\text{E}11 \cdot 0{,}0144} = 0{,}3894 \cdot 10^{-5}\ \text{м}.$$

Деформация третьего узла:

$$u_3 = \frac{P\,l}{E}\left(\frac{1}{A_1}+\frac{1}{A_2}\right) = \frac{15\,000\cdot 0{,}8}{2{,}14\text{E}11}\left(\frac{1}{0{,}0144}+\frac{1}{0{,}04}\right) = 0{,}5293\cdot 10^{-5}\ \text{м}.$$

Решения подобных задач проводятся автоматизированно с использованием средств вычислительной техники и специализированного CAE программного обеспечения. Для решения той же задачи будем использовать программу ANSYS в классическом варианте (APDL), после чего сравним полученные результаты.

Запуск программы ANSYS происходит через меню Пуск → «Ansys 2025 R2» → «Mechanical APDL 2025 R2».

Программная оболочка ANSYS состоит из нескольких меню (рис. 1.4):

1. ANSYS Main Menu – главное меню ANSYS, служит для доступа ко всем операциям процессоров – препроцессора, процессора решения и постпроцессора.

2. ANSYS Utility Menu – меню утилит, служащее для доступа к командам, доступным из любого процессора. Это операции с файлами, управления выводом данных и др.

3. ANSYS Toolbar – панель инструментов. Служит для быстрого доступа к ряду команд, а также для размещения кнопок доступа к макросам, написанным пользователем.

4. ANSYS Input – командное окно, служащее для ввода команд.

5. ANSYS Graphics – графическое окно, служащее для графического вывода объектов.

6. Панель управления графическим видом.

Решение задач с применением МКЭ состоит из следующих этапов [4, 5]:

1. Идентификация задачи, присвоения ей имени, создание чертежа конструкции и нагрузок.

2. Создание геометрии модели, пригодной для МКЭ.

3. Разбиение модели на сетку конечных элементов.

4. Приложение к модели граничных условий (закрепление на границе или граничные нагрузки).

5. Численное решение системы уравнений.

6. Анализ результатов.

Этапы 1, 2, 3, 4 относятся к препроцессорной стадии, этап 5 – к процессорной стадии, этап 6 – к постпроцессорной стадии.

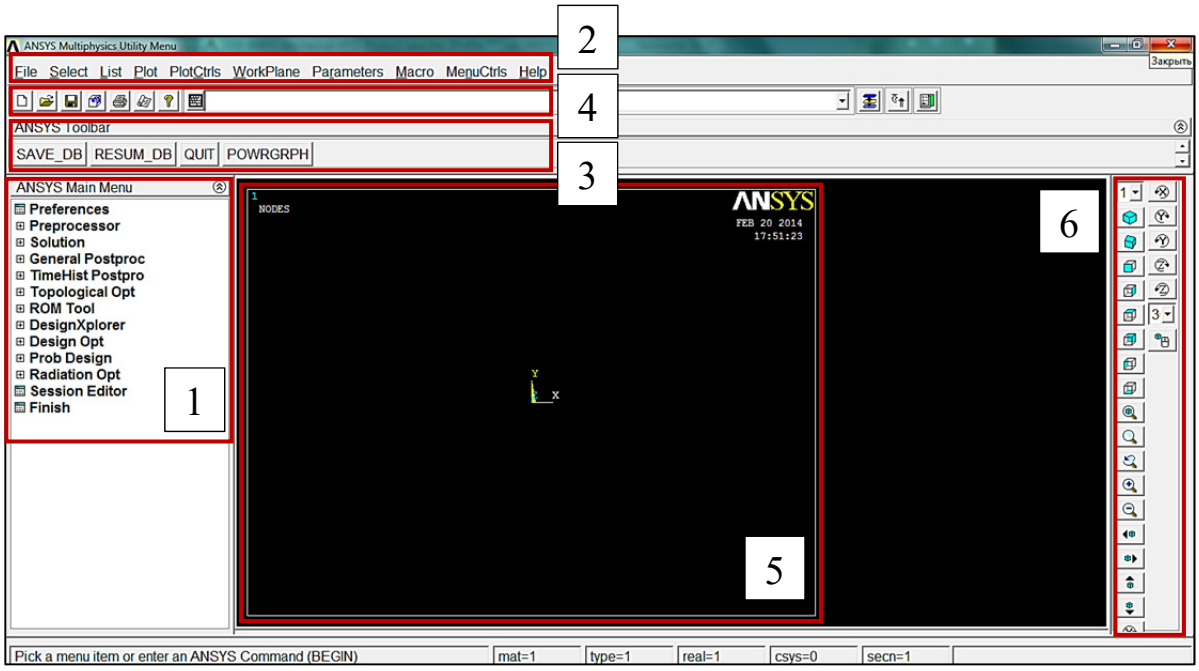
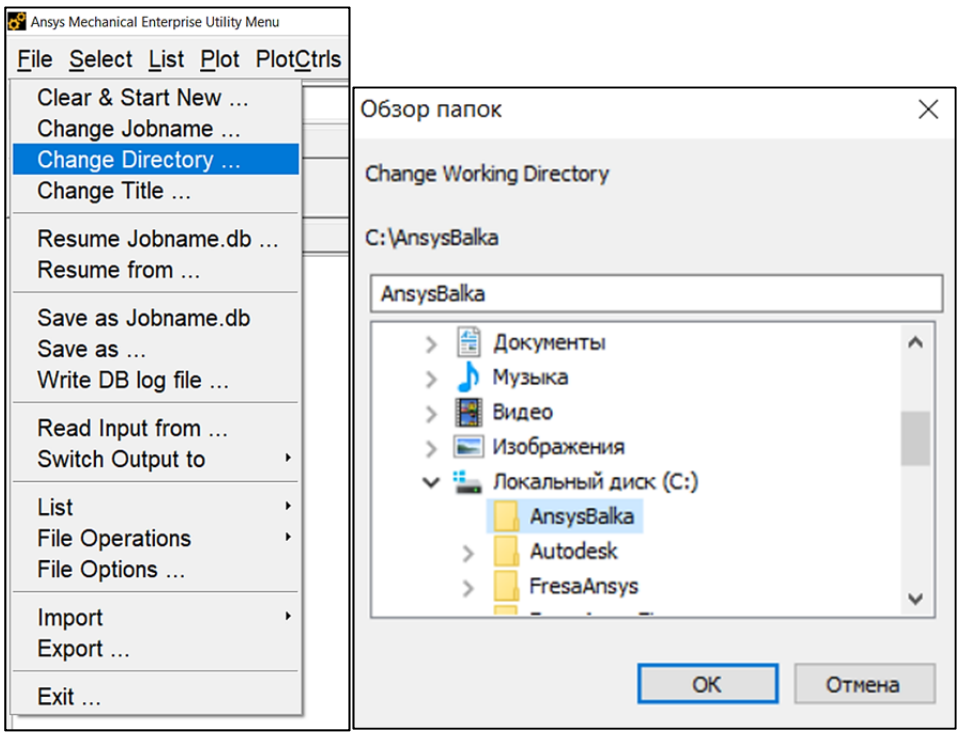
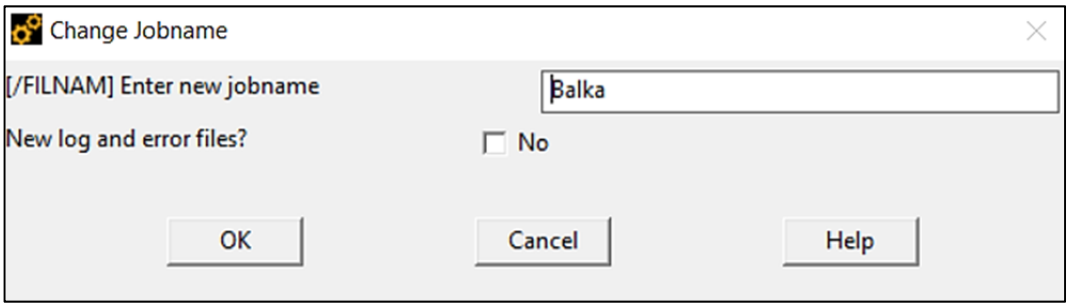


Рис. 1.4. Окно программы ANSYS

Перед тем, как приступить к вводу исходных данных, необходимо выбрать директорию для сохранения файлов проекта, а также задать имя выходного файла. «Utility Menu» → «File» → «Change Directory». Находим необходимую директорию и подтверждаем выбор. ***Название директории и путь к ней должны состоять только из латинских символов:***



«Utility Menu» → «File» → «Change Jobname». Вводим имя выходного файла:



Команда «Preferences» из меню «Main Menu» вызывает диалоговое окно (рис. 1.5), в котором выбираем тип решаемой задачи (программный модуль): задача расчета конструкций (Structural), температурная задача (Thermal), задача гидродинамики (ANSYS Fluid) и др. Если данный пункт не выбран, то по умолчанию программой задается тип задачи «Structural» [7].

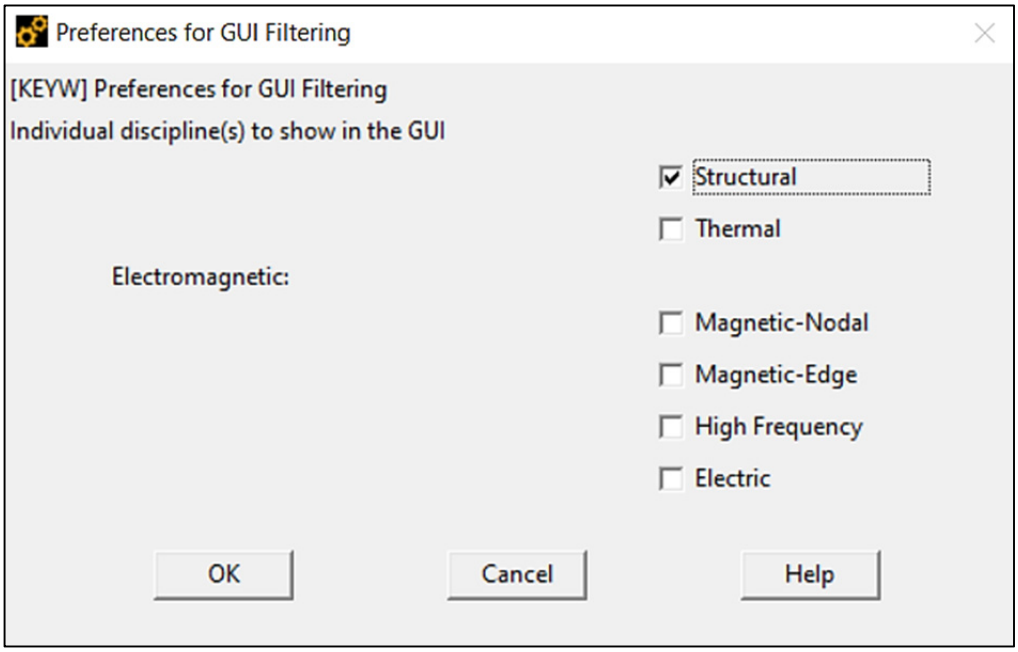


Рис. 1.5. Окно «Preferences»

Раздел «Preprocessor» содержит все необходимые инструменты для препроцессорной подготовки задачи (до момента запуска задачи на расчет): ввод исходных данных, создание конечноэлементной модели и задание граничных условий. К основным, используемым при подготовке модели разделам, относятся следующие папки:

Element Type – выбор типа элемента из библиотеки элементов.

Real Constants – ввод значений параметров (реальных констант).

Material Props – задание свойств материала модели.

Modeling – создание геометрической модели.

Meshing – создание сетки элементов.

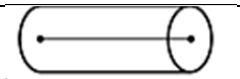
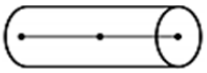
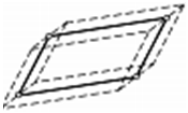
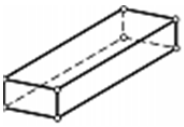
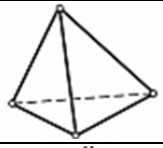
Loads – задание граничных условий (кинематических и силовых).

Вместо команд папки «Loads» раздела «Preprocessor» можно использовать аналогичные команды папки «Loads» раздела «Solution» [7].

Конечные элементы бывают различных типов: одномерными, двумерных и трехмерными (табл. 1.1) [4].

Таблица 1.1

Типы конечных элементов

Одномерные элементы (стержневые)		С двумя узлами
		С тремя узлами
		С четырьмя узлами (кубический)
Двумерные элементы		Треугольные
		Четырехугольные
		Многоугольные
Трехмерные элементы		В форме параллелепипеда
		В форме тетраэдра
		Сложной формы

Увеличение числа конечных элементов увеличивает точность производимого расчета, но при этом возрастает время его вычисления. Поэтому целесообразным является оптимальный подбор числа элементов для требуемой точности в разумных временных пределах [4].

Выберем трехузловой стержневой конечный элемент для расчета: «Main Menu» → «Preprocessor» → «Element Type» → «Add/Edit/Delete» → «Add» → «Beam» → «3 node 189» → «OK» (рис. 1.6). В диалоговом окне отобразится надпись:



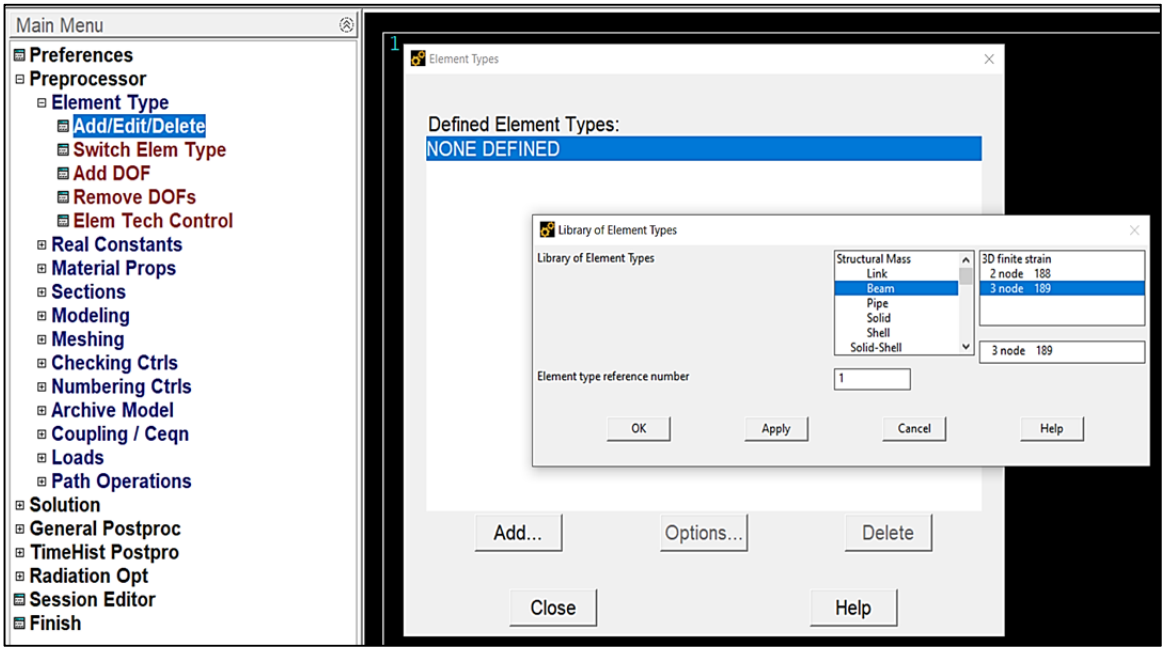


Рис. 1.6. Выбор типа конечных элементов

Далее назначим модель материала. Для этого выберем «Main Menu» → «Preprocessor» → «Material Models» → «Structural» → «Linear» → «Elastic» → «Isotropic» (рис. 1.7). В появившемся окне введем EX = 2.14E11 (модуль упругости первого рода) и PRXY = 0.3 (коэффициент Пуассона). Следует отметить, что ***все значения в классическом варианте ANSYS должны вводиться латинскими символами, а целая часть числа от дробной разделяться точкой***.

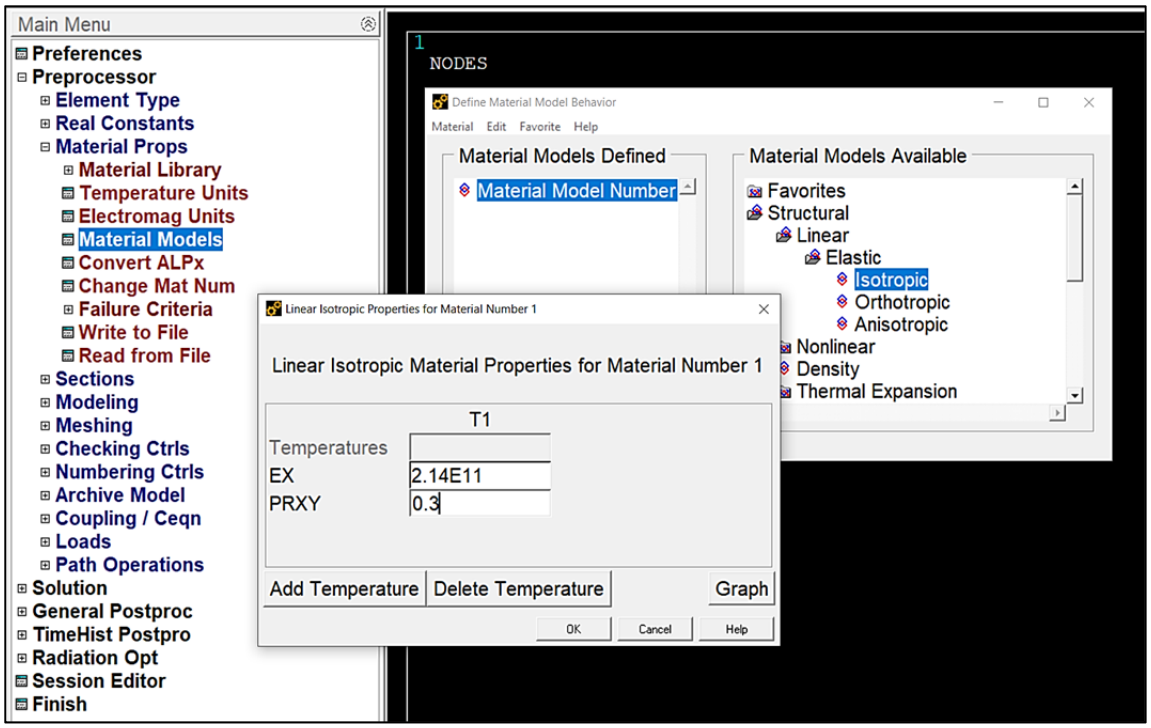
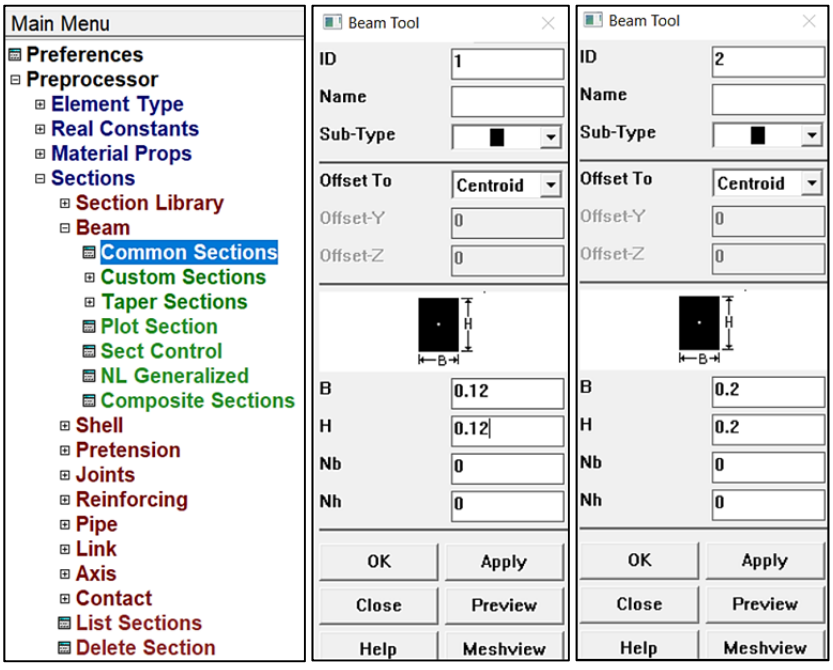


Рис. 1.7. Назначение свойств материала

Назначим вид и размеры сечений каждой ступени стержня. «Main Menu» → «Preprocessor» → «Sections» → «Beam» → «Common Sections» (рис. 1.8).

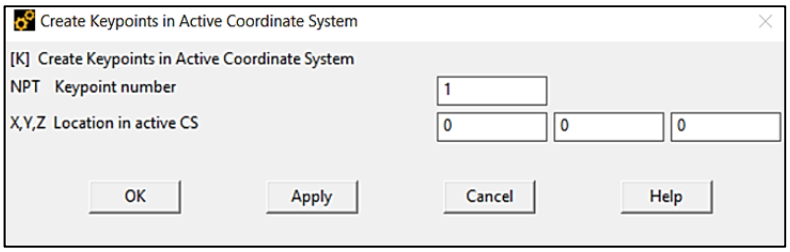


а) *б*) *в*)

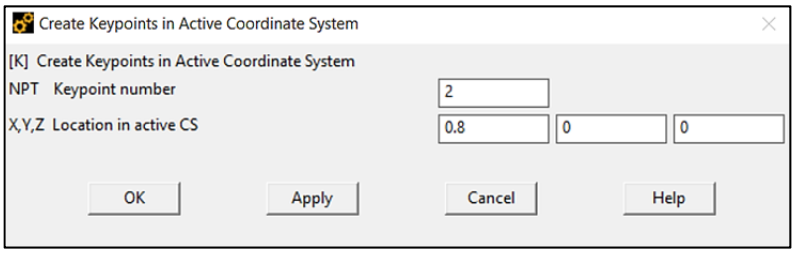
Рис. 1.8. Назначение формы и размеров сечения:
а – путь к команде в окне «Main Menu»; *б* – сечение первой ступени;
в – сечение второй ступени

В окне «Beam Tool» введем номер сечения ID = 1, тип сечения «Sub-Type» оставляем прямоугольным, ширина сечения B = 0.12 м, высота сечения H = 0.12 м. Нажимаем «Apply» для подтверждения выбора и продолжения ввода. Для второго сечения введем номер сечения ID = 2, тип сечения «Sub-Type» оставляем прямоугольным, ширина сечения B = 0.2 м, высота сечения H = 0.2 м. Нажимаем «OK» для подтверждения выбора и выхода.

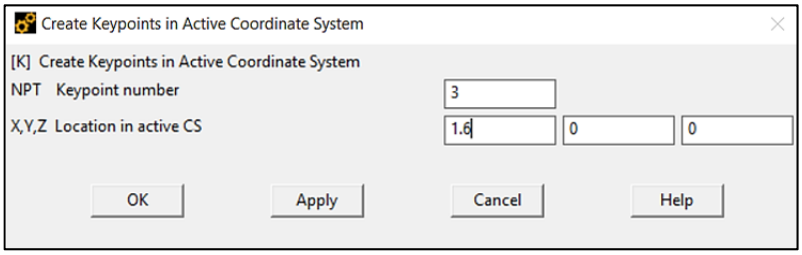
Переходим к созданию геометрии. Сначала необходимо создать три точки по координатам. Нам известны длины ступеней стержня, отсюда нетрудно вычислить координаты точек, определяющих их. Выполним команду «Main Menu» → «Preprocessor» → «Modeling» → «Create» → «Keypoints» → «In Active CS». Введем значения координат, как показано на рис. 1.9. Для подтверждения ввода без выхода из диалогового окна используем «Apply», с последующим выходом – «OK».



а)



б)



в)

Рис. 1.9. Создание точек:
а – координаты первой точки; *б* – координаты второй точки;
в – координаты третьей точки

На экране мы увидим три пронумерованных точки. Для соединения точек линиями выполним команду «Main Menu» → «Preprocessor» → «Modeling» → «Create» → «Lines» → «Lines» → «Straight Line» (рис. 1.10). При помощи курсора соединим точки 1 и 2, затем 2 и 3. При нажатии правой клавишей мыши (ПКМ) переключается возможность выбора или отмены выбора объекта.

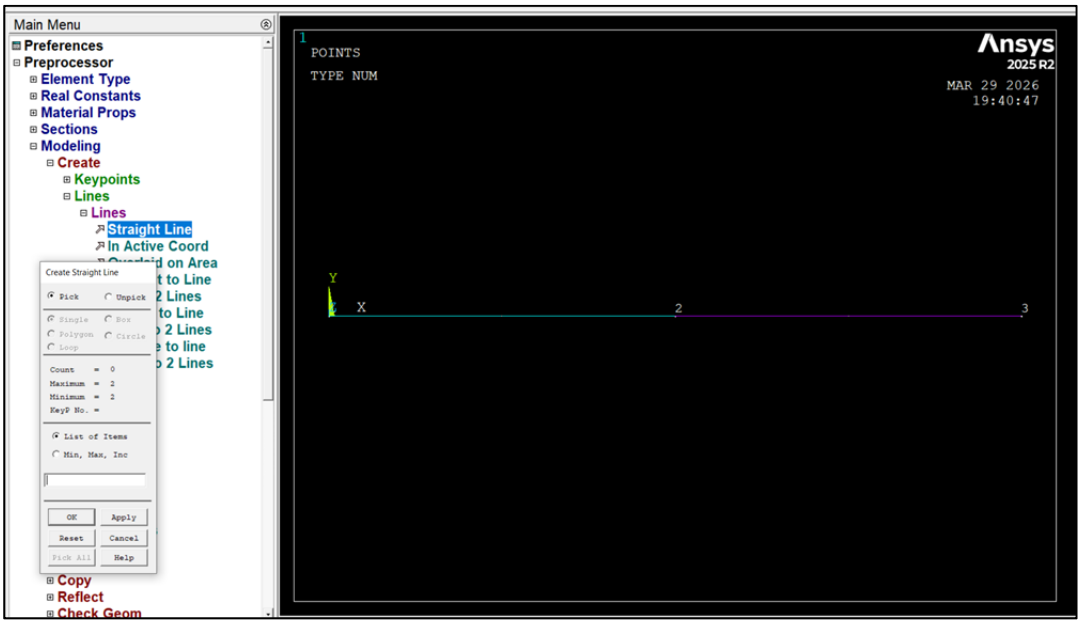
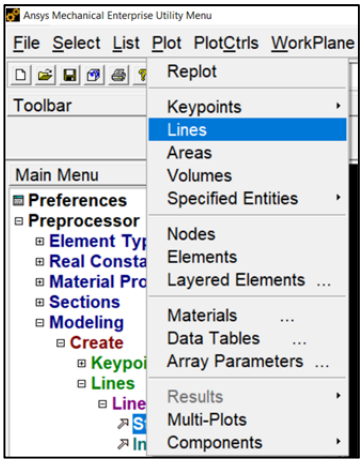


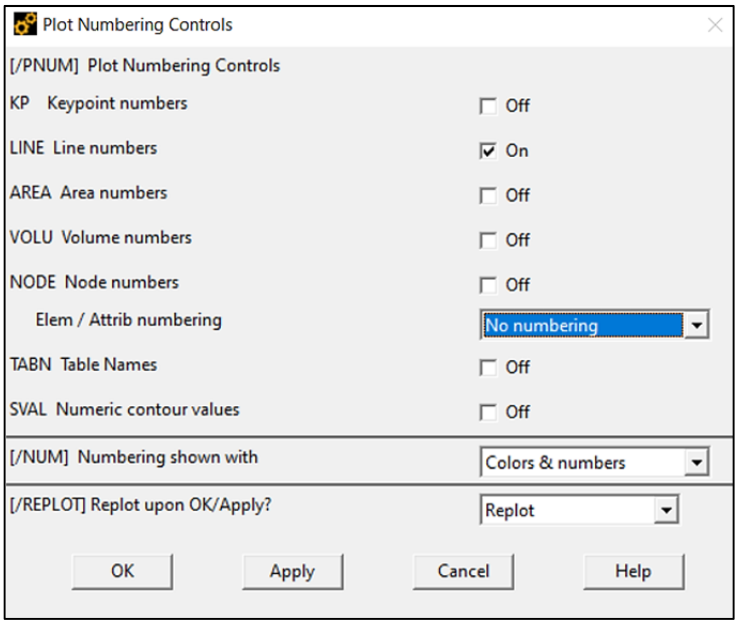
Рис. 1.10. Создание линий

Для удаления ошибочно созданных объектов при моделировании используются команды в разделе «Main Menu» → «Preprocessor» → «Modeling» → «Delete».

Геометрия в ANSYS создается при помощи точек (Keypoints), линий (Lines), поверхностей (Areas), твердых тел (Volumes). После разбиения на сетку модель аппроксимируется конечными элементами (Elements) и узлами (Nodes). Для выбора параметра, отображаемого на экране, необходимо перейти к команде «Utility Menu» → «Plot» и выбрать необходимый раздел:



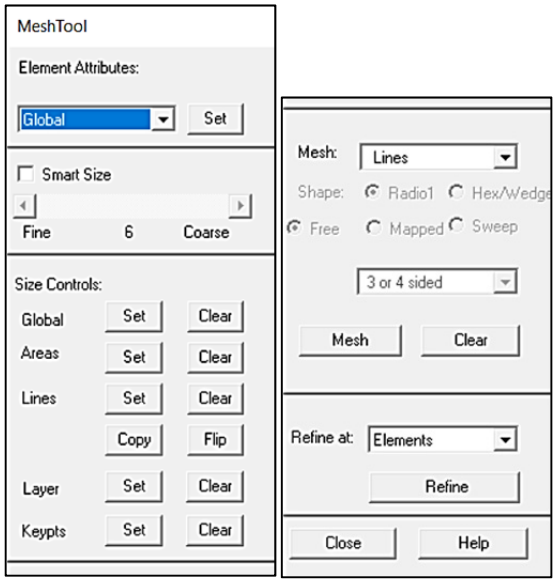
Для нумерации выбранных объектов используется команда «Utility Menu» → «PlotCtrls» → «Numbering»:



Выберем отображение линий и пронумеруем их. Увидим на экране следующее изображение:

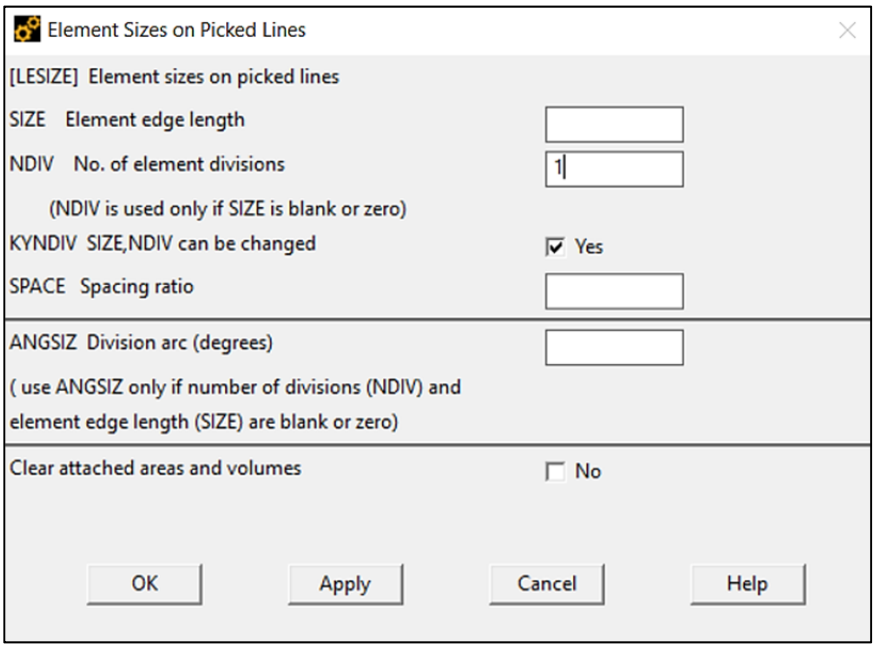


Переходим к разбиению модели на сетку конечных элементов. Но прежде необходимо провести ряд предварительных настроек. «Main Menu» → «Preprocessor» → «Meshing» → «MeshTool»:



Для приведения в соответствие к решенной задаче по формуле (1.6) каждую линию разобьем на один конечный элемент. Для этого в окне «MeshTool» в разделе «Size Controls» напротив надписи «Lines» нажимаем «Set».

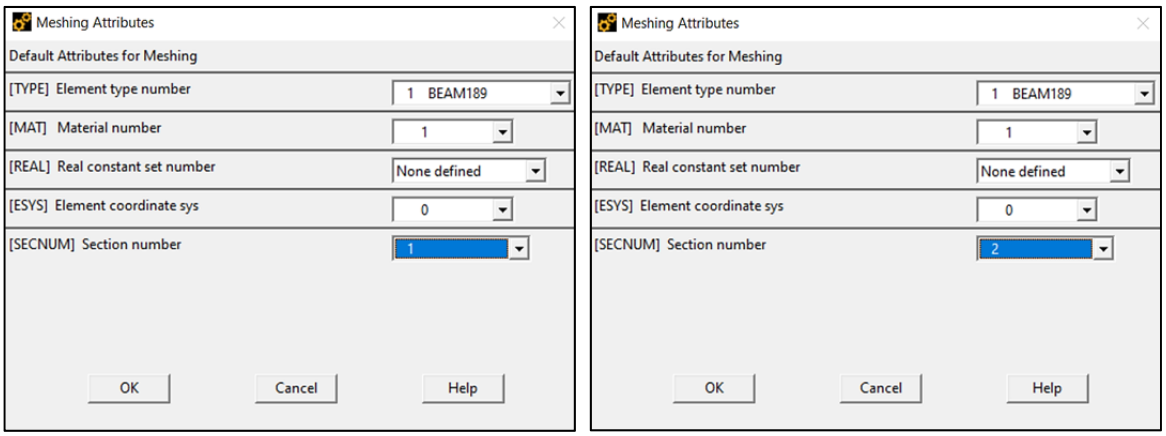
Выбираем все линии и нажимаем «OK»: В строке NDIV вводим значение 1 (1 конечный элемент для каждого выбранного объекта). Нажимаем «OK».



Теперь необходимо выбрать тип конечных элементов (в нашем случае можно выбрать только BEAM 189), номер модели материала (у нас только номер 1) и номер сечения (1 для первой ступени стержня и 2 – для второй).

В разделе «Element Attributes» при выбранном параметре «Global» нажимаем «Set».

В строке [TYPE] выбираем тип конечных элементов (рис. 1.11), [MAT] – модель материала, [SECNUM] – номер сечения (вводим 1). Нажимаем «OK», затем «Mesh», выбираем первую линию и снова «OK». Теперь на экране отображается один конечный элемент, соответствующий первой ступени стержня. Вторую линию в этот момент становится не видно. Для ее отображения выберем «Utility Menu» → «Plot» → «Lines». Теперь зададим параметры для второй ступени стержня (меняется только номер сечения [SECNUM] на номер 2) и разбиваем вторую линию на сетку КЭ.



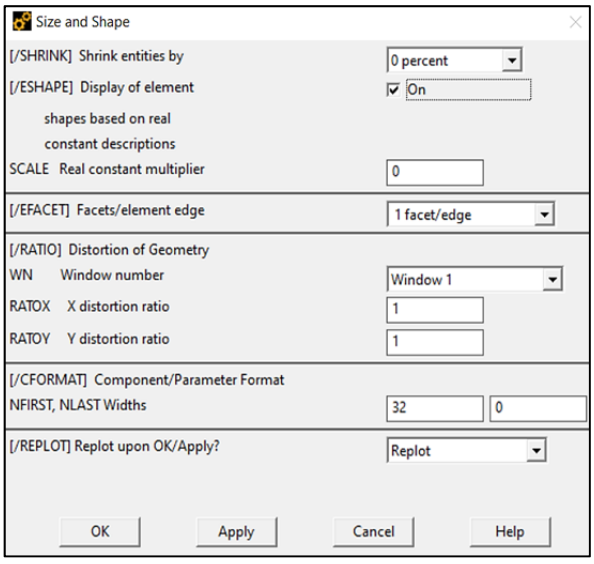
а) *б*)

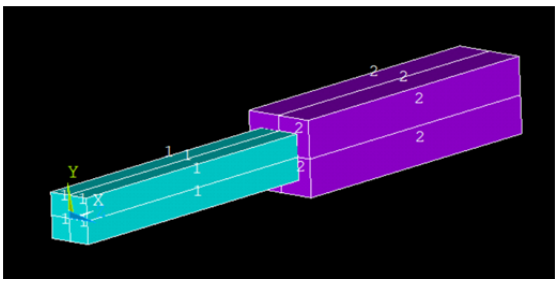
Рис. 1.11. Назначение свойств конечных элементов:
а – первая ступень; *б* – вторая ступень

Теперь отображаются два конечных элемента, отличающихся размерами сечения:



Команда «Utility Menu» → «PlotCtrls» → «Style» → «Size and Shape» → «Display of element» → «On» позволяет отобразить конечные элементы (КЭ) с учетом сечений (условная 3D-модель КЭ):

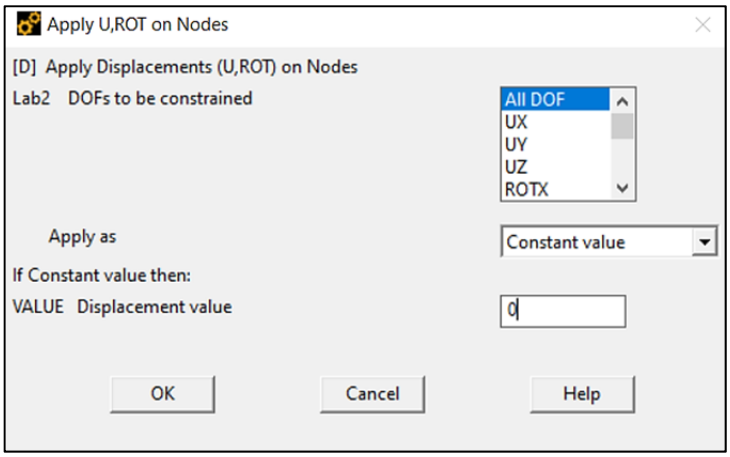




Используя  в панели управления, графическим видом повращаем модель. Если сечения заданы верно, можно снова перейти к двумерному отображению.

Перейдем к заданию граничных условий. Основными в разделе «Solution» командами являются группы команд, содержащиеся в папках «Define Loads» и «Solve». Папка «Define Loads» содержит набор команд для задания граничных условий. Основные группы этих команд находятся в подпапках «Apply» и «Delete». В программе ANSYS под нагрузками (Loads) понимаются все виды граничных условий, как силовые, так и кинематические. Для задания граничных условий при решении задач расчета напряженно-деформированного состояния конструкций следует выбрать подпапку «Define Loads» → «Apply» → «Structural». Откроется доступ к командам задания кинематических и силовых граничных условий. «Displacement» – задание закреплений (запрет линейных перемещений и углов поворота нормали). «Force/Moment» – задание сосредоточенных сил и моментов. «Pressure» – задание давления (распределенной нагрузки). При задании распределенной нагрузки в качестве положительного направления принято положительное направление для величины давления – давление на поверхность. Поэтому растягивающие напряжения, приложенные к внешней поверхности конструкции (направленные наружу от поверхности), задаются со знаком «минус». При задании любого из граничных условий следует указать объект, к которому это условие относится – «On Lines», «On Areas», «On Keypoints» и т.п. [7].

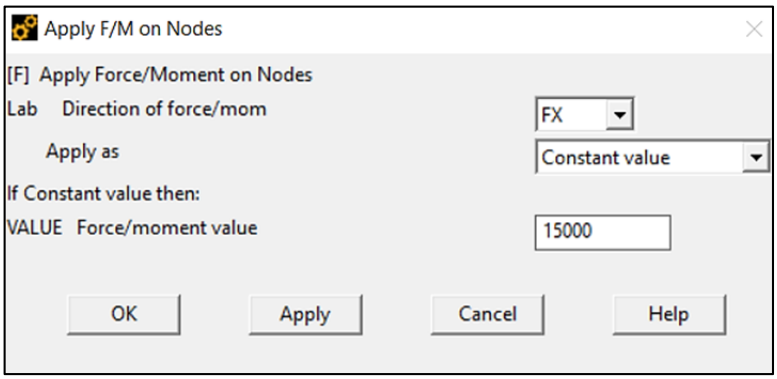
Зафиксируем модель стержня по узлу, находящемуся в начале системы координат: «Main Menu» → «Solution» → «Define Loads» → «Apply» → «Structural» → «Displacement» → «On Nodes» → Выбираем узел → «OK». В строке «DOFs to be constrained» выбираем «ALL DOF», в строке «VALUE Displacement value» вписываем значение 0, что говорит о нулевом перемещении и вращении выбранного узла по всем направлениям:



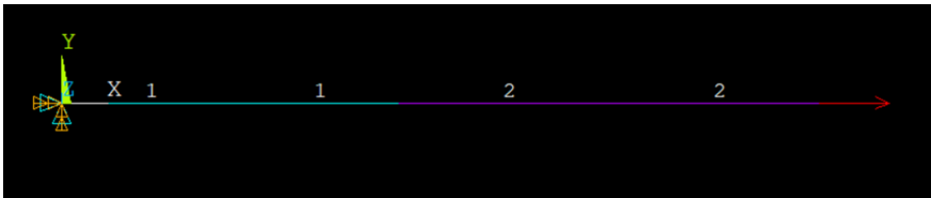
Зафиксированный узел отобразится следующим образом:



Переходим к заданию силы, растягивающей стержень в положительном направлении по оси X: «Main Menu» → «Solution» → «Define Loads» → «Apply» → «Structural» → «Force/Moment» → «On Nodes». Выбираем нужный узел, к которому будет приложена сила, и в появившемся окне в строке «Lab Direction of force/mom» выбираем направление действия силы FX (по оси X), а в строке «VALUE Force/moment value» вводим значение силы 15 000 Н:



Направление действия силы отобразится следующим образом:



Запуск задачи на расчет осуществляется командой «Main Menu» → «Solution» → «Solve» → «Current LS» (решение на текущем шаге нагружения). На рис. 1.12 показано информационное окно и сообщение о завершении процесса вычислений [7].

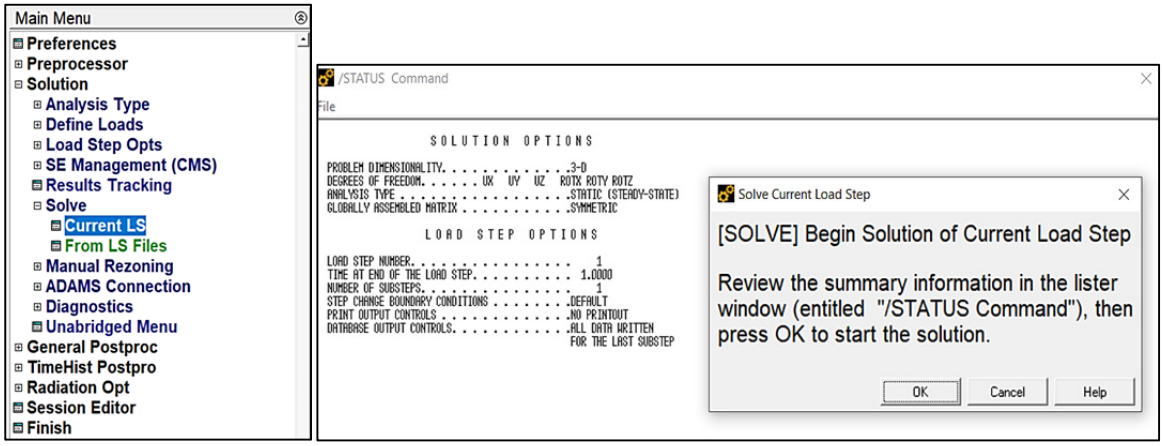
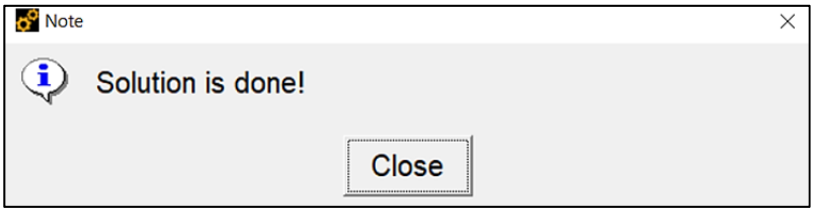
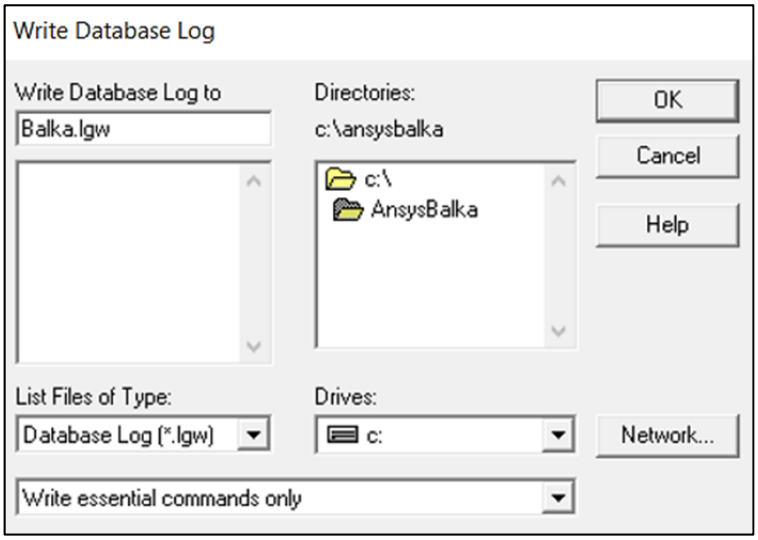


Рис. 1.12. Запуск задачи на расчет

Окно с надписью «Solution is done» информирует об успешном завершении расчетов:



Самое время сохранить APDL-файл. Это текстовый файл, содержащий набор команд на макроязыке. В дальнейшем можно будет в этом файле заменить какие-либо значения (например, координаты точек или значение силы) и загрузить его в ANSYS. Все стадии решения с новыми данными проведутся в автоматическом режиме, останется только изучить и проанализировать результаты расчета. Перейдем по пути «Utility Menu» → «File» → «Write DB log file». В разделе «Write Database Log to» заменим звездочку на новое имя APDL-файла, выберем нужную директорию (если директория была выбрана ранее, то она высветится по умолчанию) и внизу диалогового окна выберем «Write essential commands only»:

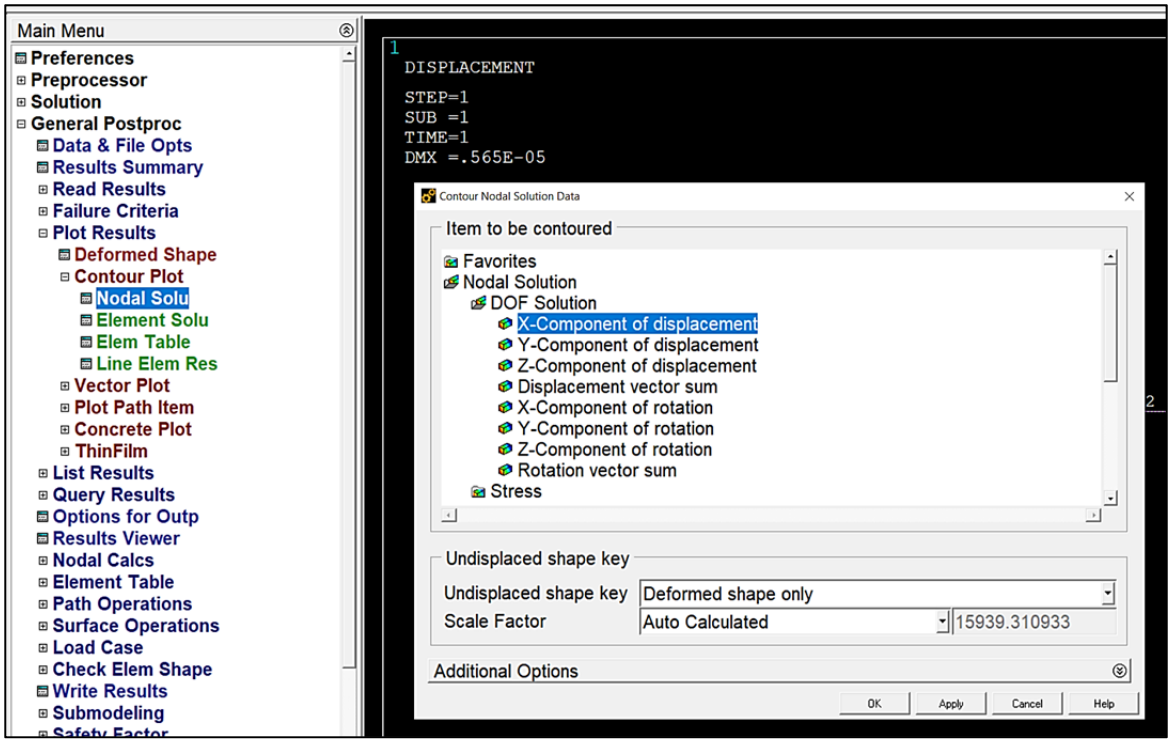


Текст APDL-файла представлен в прил. А.

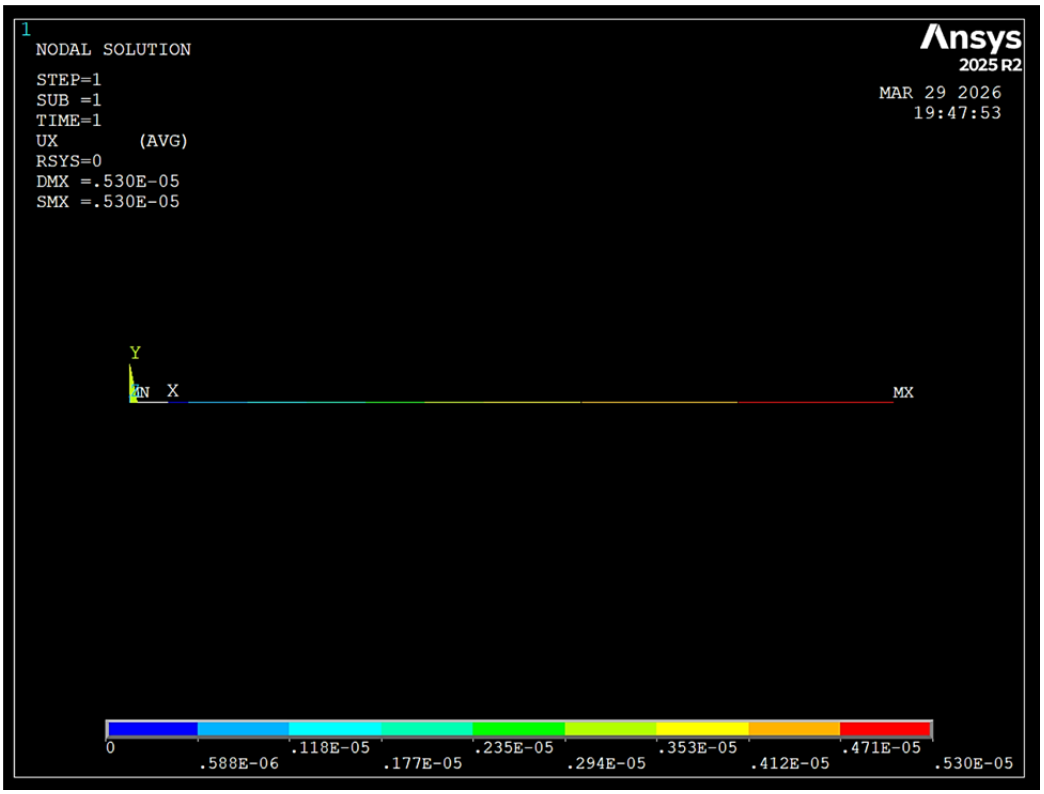
Основными используемыми в разделе «General Postproc» командами являются группы команд, содержащиеся в папках «Plot Results», «List Results» и «Results Viewer». Папка «Plot Results» содержит команды, позволяющие осуществить визуализацию результатов решения задачи – представление этих результатов в наглядной графической форме. Команды, содержащиеся в папке «List Results», позволяют распечатать вычисленные значения параметров напряженно-деформированного состояния в узлах и элементах. Папки «Plot Results», «List Results» и «Results Viewer» доступны только в том случае, если процесс вычислений был успешно завершен.

Подпапка «Control Plot» содержит команды, которые определяют форму представления напряжений по значениям в узлах сетки элементов «Nodal Solu» (решение по узлам) или по значениям в самих конечных элементах «Element Solu» (решение по элементам). Форма представления напряжений по элементам (Element Solu) более точно отражает полученные результаты. Другая форма представления напряжений – по узлам (Nodal Solu) – является более наглядной, так как использует аппроксимацию значений напряжений в узлах элемента [7].

Отобразим результаты расчета деформации стержня по оси X. Для этого выполним команду «Main Menu» → «General Postproc» → «Plot Results» → «Contour Plot» → «Nodal Solu». В появившемся окне выберем «Nodal Solu» → «DOF Solution» → «X-Component of displacement»:



Различная степень деформации модели отображается различными цветами – большие деформации перетекают в красный цвет, меньшие – в синий:



Для просмотра деформации конкретных узлов сетки КЭ необходимо знать их номера. Для этого отобразим («Utility Menu» → «Plot» → «Nodes») и пронумеруем узлы («Utility Menu» → «PlotCtrls» → «Numbering» → «Elem / Attrib numbering» → «Element Numbers»):



Нас интересуют узлы с номером 1, 2 и 4, которые соответствуют узлам u_1, u_2 и u_3 из формулы (1.6).

Для вывода значений деформаций узлов в текстовый файл выполним команду «Main Menu» → «General Postproc» → «List Results» → «Nodal Solution».

Получим следующий результат в окне PRNSOL Command. В таблице представлены номера узлов (NODE) и значения деформаций по оси X (UX):

PRNSOL Command

File

```
PRINT U    NODAL SOLUTION PER NODE

 ***** POST1 NODAL DEGREE OF FREEDOM LISTING *****

 LOAD STEP=     1  SUBSTEP=     1
  TIME=    1.0000      LOAD CASE=   0

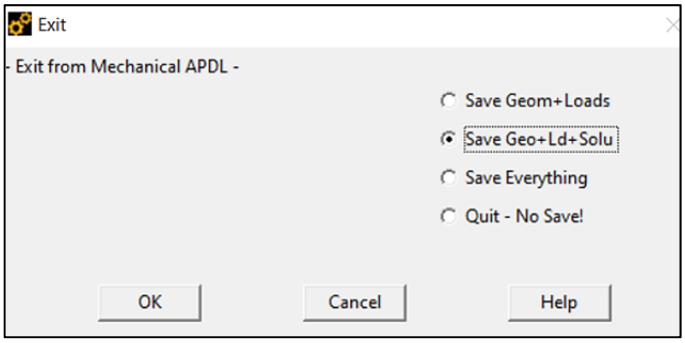
 THE FOLLOWING DEGREE OF FREEDOM RESULTS ARE IN THE GLOBAL COORDINATE SYSTEM

   NODE       UX
      1   0.0000
      2  0.38941E-005
      3  0.19470E-005
      4  0.52960E-005
      5  0.45950E-005

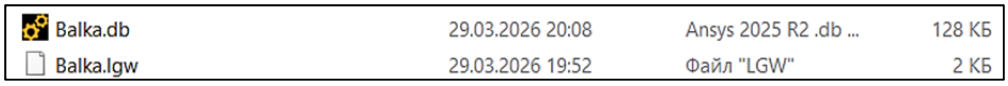
MAXIMUM ABSOLUTE VALUES
NODE         4
VALUE   0.52960E-005
```

Сравнивая результаты расчета по формуле (1.6) и в программе ANSYS, мы видим их хорошую сходимость.

Для сохранения проекта необходимо при выходе из программы в диалоговом окне «Exit» выбрать пункт «Save Geo+Ld+Solu» и подтвердить «OK»:



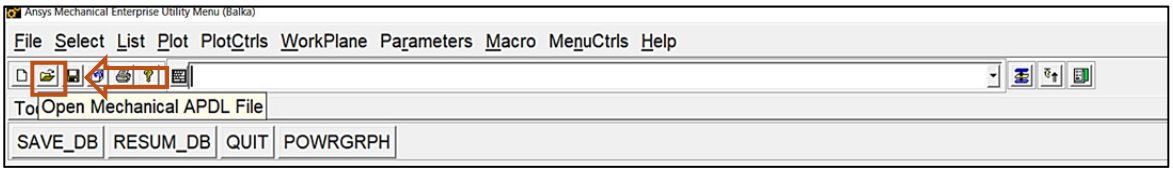
Теперь в директории расположен файл проекта с расширением .db и APDL-файл с расширением .lgw:



Допустим, нам необходимо решить ту же задачу, где меняется только модуль упругости первого рода E и размеры сечения первой ступени. Если есть сохраненный APDL-файл, сделать это будет значительно проще. В строке MPDATA, EX вводим новое значение модуля упругости, а в строке SECDATA – новые размеры сечения:

```
ET,1,BEAM189
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.14E11
MPDATA,PRXY,1,,0.3
SECTYPE,   1, BEAM, RECT, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.12,0.12,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
SECTYPE,   2, BEAM, RECT, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.2,0.2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
```

После чего сохраняем файл и загружаем в программе ANSYS:



Для закрепления пройденного материала в прил. Б представлены варианты с заданиями для самостоятельного решения похожей задачи.

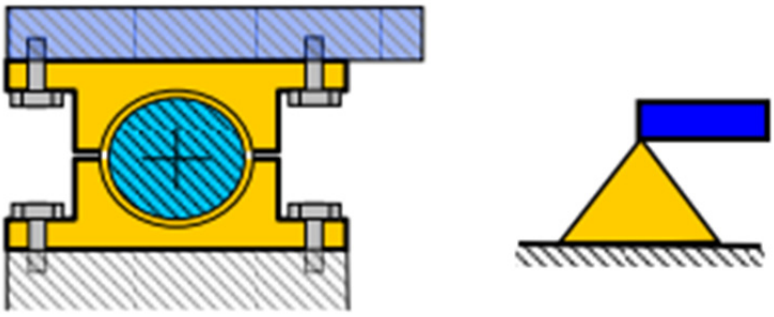
Г л а в а 2. РАСЧЕТ НА ПРОГИБ КОНЦЕВОЙ ФРЕЗЫ ПОД ДЕЙСТВИЕМ СИЛЫ РЕЗАНИЯ

Прямые стержни, испытывающие поперечную нагрузку, в результате деформируются и искривляются. Стержни, работающие преимущественно на изгиб, называются балками. На изгиб работают плиты покрытия и перекрытия, подкрановые балки, ригеля и др.

Чистый изгиб – это такой вид сопротивления, когда в поперечном сечении появляются только изгибающие моменты, а все другие внутренние силы равны нулю. Если в поперечных сечениях действует еще и поперечная сила, то такой вид сопротивления называется поперечным изгибом. Если плоскость действия изгибающего момента содержит одну из главных центральных осей инерции сечения, то изгиб называется плоским, или простым [8].

Рассмотрим типы опор и типы балок.

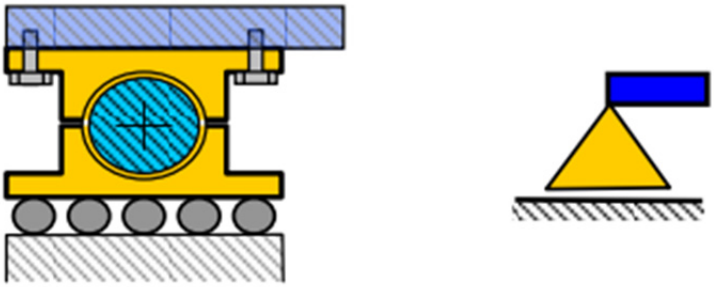
Шарнирно неподвижная цилиндрическая опора (рис. 2.1) – допускает свободный поворот сечения в одной плоскости, но не допускает смещения по горизонтальному и по вертикальному направлениям.



а) *б*)

Рис. 2.1. Шарнирно-неподвижная опора:
а – конструктивная схема; *б* – изображение опоры в сопротивлении материалов

Шарнирно-подвижная цилиндрическая опора (рис. 2.2) – допускает поворот и смещение опоры по одному из направлений.



а) *б*)

Рис. 2.2. Шарнирно-подвижная опора:
а – конструктивная схема; *б* – изображение опоры
в сопротивлении материалов

Считается, что в шарнирных опорах силы трения отсутствуют.

Заделка (защемление) (рис. 2.3) – не допускает поворота и смещений сечений.



а) *б*)

Рис. 2.3. Заделка (защемление):
а – конструктивная схема; *б* – изображение опоры
в сопротивлении материалов

В зависимости от способа прикрепления балки к опоре различают типы балок (рис. 2.4) – простая шарнирная балка (*а*), балка защемленная (*б*) и балка с консолями (*в*).

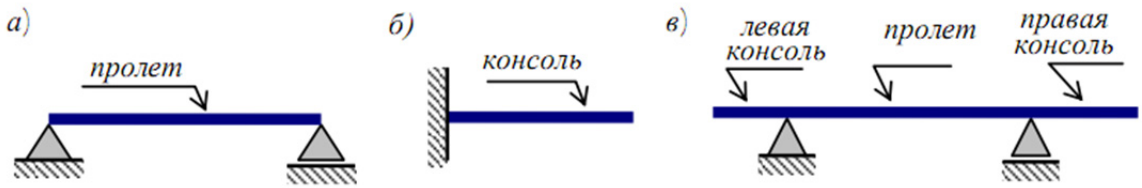


Рис. 2.4. Типы балок:
а – простая шарнирная балка; *б* – консоль;
в – балка с консолями

Часть балки, выступающая за левую (правую) крайнюю опору, называется консолью балки. Часть балки, расположенная между соседними опорами (в том числе и защемлением) называется пролетом балки.

Внешние силы и их классификация [8].

Сосредоточенные силы – это нагрузки, передающиеся на тело через площадку, размеры которой несравнимо малы по сравнению с размерами самого тела. Обозначается буквой *F*.

Распределенные нагрузки – это нагрузки, передающиеся на тело через площадки, размеры которых сравнимы с размерами самого тела.

Поверхностные силы – это силы, возникающие в результате взаимодействия двух тел и приложены к их поверхностям.

Объемные силы – это силы, возникающие в результате взаимодействия полей (гравитационного (собственный вес), силы инерции, центробежные силы, электромагнитные силы и пр.). Эти силы распределены по всему или по части объема тела.

Постоянные нагрузки – это нагрузки, действующие на сооружение на протяжении всего срока службы самого сооружения.

Временные нагрузки – это нагрузки, действующие ограниченный срок, меньший, чем срок службы самого сооружения.

Статическая нагрузка – это нагрузка, изменяющаяся во времени настолько медленно, что ускорениями точек конструкции, а следовательно, и силами инерции можно пренебречь.

Динамические нагрузки – это нагрузки, изменяющие свою величину или положение достаточно быстро. Поэтому силами инерции пренебречь нельзя, так как они соизмеримы с силами, вызванными статическими нагрузками.

Для расчета на прогиб концевой фрезы, закрепленной в патроне фрезерного станка, примем тип опоры – заделка, а тип балки – консоль. На конец фрезы в перпендикулярном направлении к ее оси будет действовать сосредоточенная сила, как показано на рис. 2.5.

В расчетах на жесткость максимальный прогиб *f*, возникающий в балке на конце консоли, найдем по формуле [9, 10]:

$$f = -\frac{F\,l^3}{3EI_x}, \tag{2.1}$$

где *F* – сила резания, Н; *l* – вылет фрезы, мм; *E* – модуль упругости материала фрезы, МПа; I_x – момент инерции сечения.

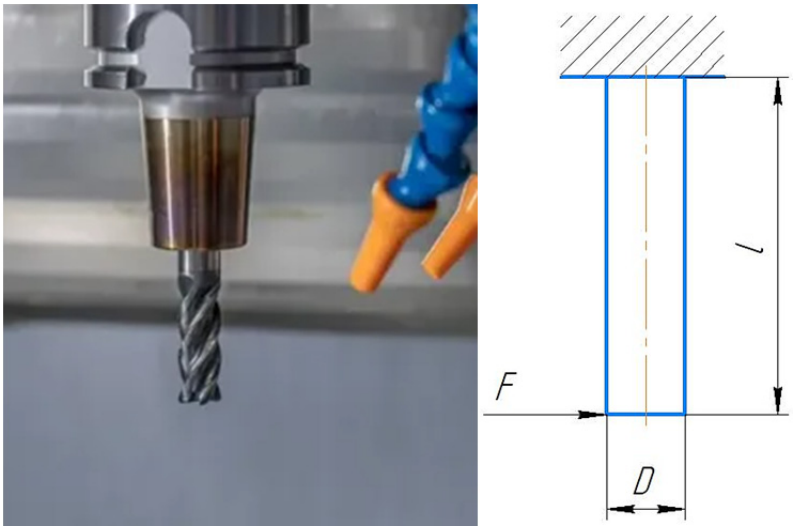


Рис. 2.5. Схема закрепления и действия сил
на концевую фрезу при обработке

Момент инерции при круглой форме поперечного сечения определим по формуле

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64}, \qquad (2.2)$$

где π = 3,14; D – диаметр фрезы, мм.

В качестве примера рассчитаем максимальный прогиб концевой фрезы под действием возникающей во время обработки силы резания F = 827 Н. Диаметр фрезы D = 10 мм, вылет фрезы l = 50 мм, модуль упругости материалы фрезы (быстрорежущая сталь Р6М5) E = 210000 МПа.

Найдем момент инерции по формуле (2.2):

$$I_x = \frac{\pi D^4}{64} = \frac{3{,}14 \cdot 10^4}{64} = 490{,}6.$$

Прогиб фрезы определим по формуле (2.1):

$$f = -\frac{Fl^3}{3EI_x} = -\frac{827 \cdot 50^3}{3 \cdot 210000 \cdot 490{,}6} = 0{,}33446.$$

Теперь решим эту задачу в программе ANSYS. Запуск программы ANSYS Workbench (версия 2025) происходит через меню Пуск → ANSYS 2025 R2 → Workbench 2025 R2.

Интерфейс программы Workbench [4] включает в себя следующие окна (рис. 2.6):

1. Project Schematic – основное окно проекта. Окно отображает схему проекта (модули и приложения проекта).

2. Панель инструментов. Позволяет управлять настройками и опциями проекта.

3. Properties – окно свойств объекта. Является табличным представлением свойств выбранного объекта. Первый столбец – название свойства, второй – его значение или индикация об его активации (галочка).

4. Toolbox – окно инструментов проекта. Отображает интегрированные модули и приложения программной оболочки. Включает в себя следующие разделы:

– Analysis Systems. Содержит расчетные модули для всех видов численного (инженерного) анализа;

– Component Systems. Включает в себя вспомогательные модули численного анализа: геометрическая модель, сетка конечных элементов и пр.;

– Custom Systems. Имеет в себе шаблоны для проведения междисциплинарного анализа (например, Thermal-Stress – термопрочностной);

– Design Exploration. Решает задачи оптимизации задаваемых параметров модели.

5. Блок этапов моделирования. Представляет саму структуру численного анализа.

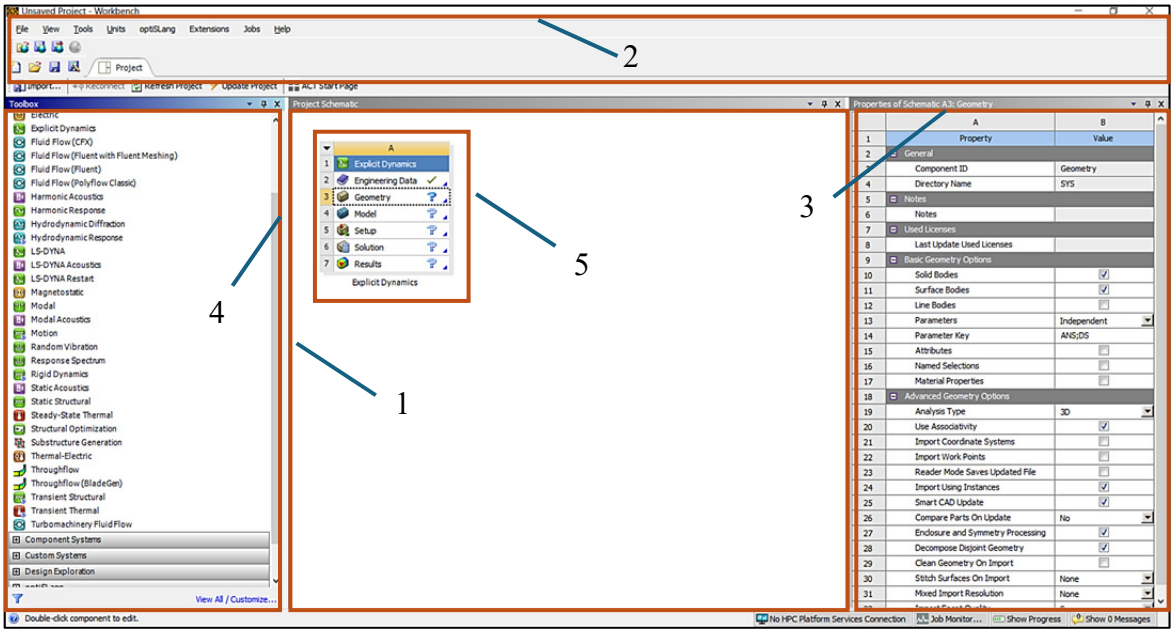
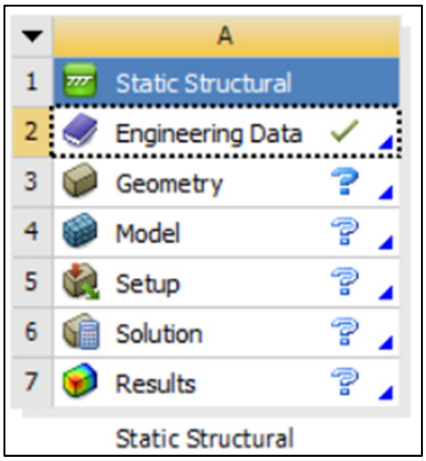


Рис. 2.6. Интерфейс программы ANSYS Workbench

Основные расчетные модули программы представлены в окне Toolbox [5]:

Eigenvalue Buckling	линейная устойчивость;
Electric	стационарные электрические поля;
Explicit Dynamics	большие пластические деформации;
Fluid Flow (CFX)	гидродинамика;
Fluid Flow (Fluent)	гидродинамика;
Harmonic Acoustics	акустика;
Harmonic Response	гармонический анализ вибраций;
Magnetostatic	магнитные поля;
Modal	собственные частоты и формы колебаний;
Modal Acoustics	акустика;
Random Vibration	воздействие возмущений на конструкцию;
Response Spectrum	спектральный анализ вибраций;
Rigid Dynamics	жесткое движение;
Static Structural	статическая прочность;
Steady-State Thermal	стационарный тепловой анализ;
Thermal-Electric	связанный анализ;
Transient Structural	переходный динамический анализ конструкций;
Transient Thermal	нестационарный тепловой анализ.

Блок этапов моделирования появляется на основном окне проекта «Project Schematic» путем двойного нажатия левой клавишей мыши (ЛКМ) по выбранному модулю в окне «Toolbox». Добавим модуль «Static Structural»:



В процессе моделирования необходимо последовательно решить задачи на каждом этапе, о чем будет свидетельствовать зеленая галочка, которая сменит знак вопроса.

Блок (1) состоит из этапов моделирования [4]:

– Engineering Data (2). Данное приложение является базой данных физических и механических свойств материалов и входных параметров математических моделей;

– Geometry (3). Представленный пункт включает в себя модуль «Design Modeler» и позволяет создавать геометрические 2D и 3D модели. Через модуль возможен импорт моделей из прочих CAD-систем для ее дальнейшего использования или редактирования;

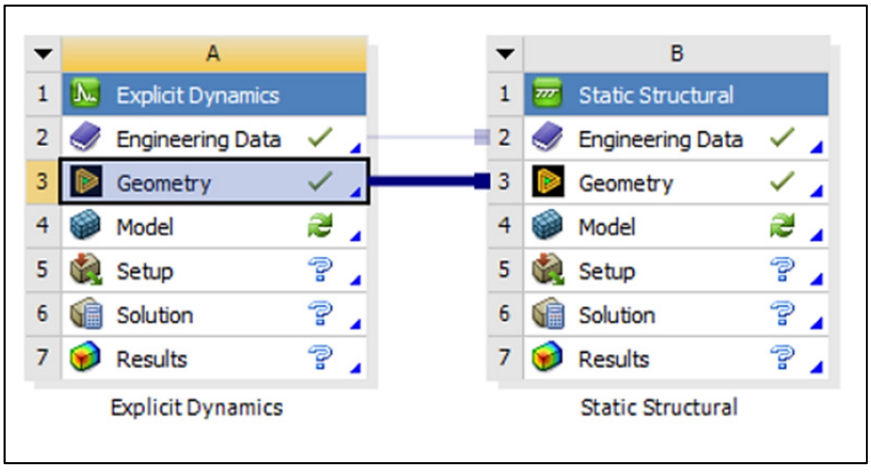
– Mesh (4). Модуль предназначен для генерации расчетной сетки. Включает в себя широкий набор инструментов;

– Setup (5). Переводит покрытую сеткой конечных элементов геометрическую модель в отдельный модуль для задания граничных условий;

– Solution (6). Процесс решения задачи, контроль сходимости решения;

– Results (7). Обработка и анализ результатов.

В окне «Project Schematic» при необходимости можно расположить несколько блоков этапов моделирования и объединить их связями, которые будут отображаться в виде линий. Например, нам необходимо решить схожие задачи в модулях «Static Structural» и «Explicit Dynamics», где будут одинаковые свойства материалов и геометрия. Хватаемся курсором мыши за нужный этап моделирования и перетаскиваем его в другой блок:



Для задания свойств материалов перейдем к этапу моделирования «Engineering Data», нажав ЛКМ по соответствующей надписи в блоке «Static Structural» дважды.

По умолчанию всегда выбран материал «Structural Steel» (рис. 2.7). Для создания нового материала необходимо нажать на строку с надписью «Click here a new material», после чего заполнить необходимые свойства материала, пользуясь данными в окне «Toolbox».

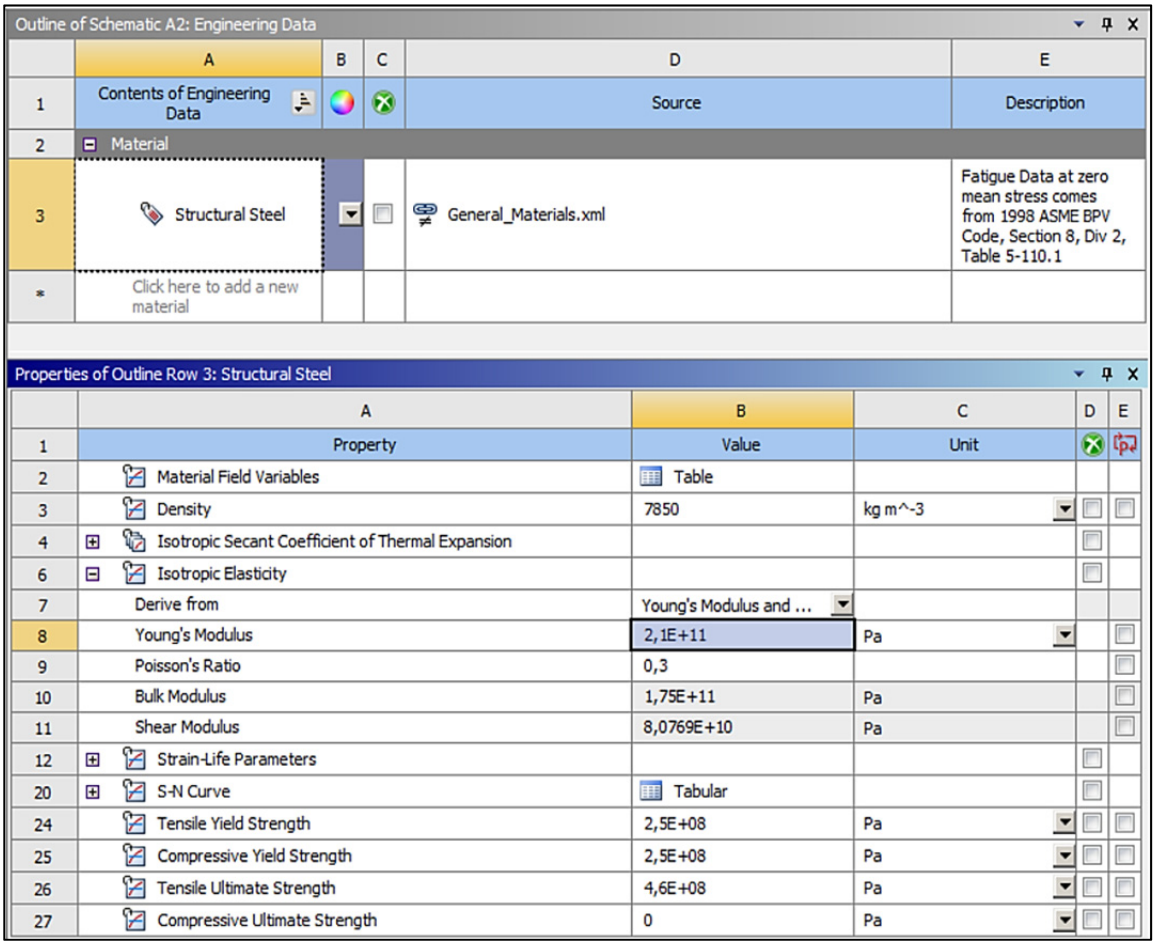


Рис. 2.7. Окно «Engineering Data»

Если требуется выбрать материал из существующих библиотек, необходимо перейти в раздел Engineering Data Sources (рис. 2.8).

Здесь мы видим имеющиеся библиотеки, перечень материалов в окне «Outline», а свойства материала сведены в таблицу в разделе «Properties». Выбор требуемого материала осуществляется нажатием на знак «+», после чего в столбце справа появится значок в виде книжки.

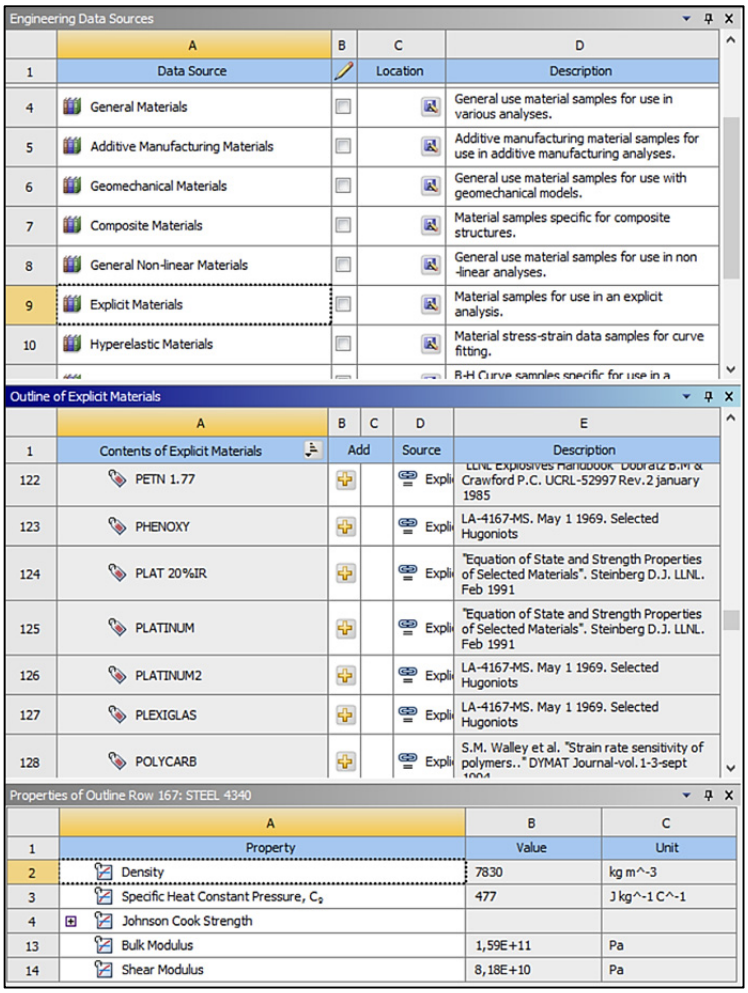
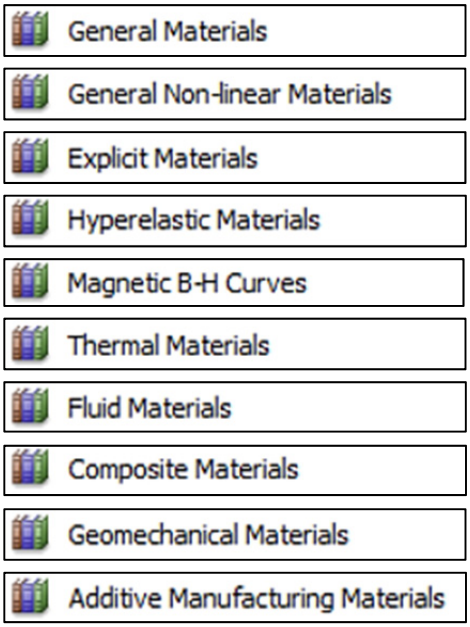


Рис. 2.8. Окно выбора материала из существующих библиотек

Доступны следующие разделы базы данных [5]:



Общие материалы, разные задачи.

Нелинейные механические свойства.

Динамические задачи в явной постановке.

Гиперупругие свойства.

Магнитные свойства.

Теплофизические свойства.

Гидро (аэро) динамические задачи.

Композитные материалы.

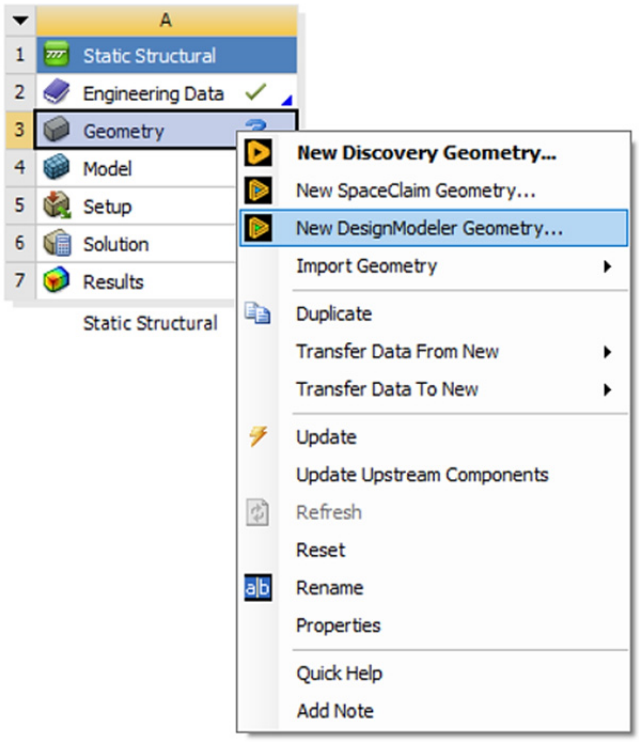
Геомеханические задачи.

Материалы аддитивных технологий.

Для решения нашей задачи оставим материал «Structural Steel» и поменяем в свойствах параметр Young's Modulus (модуль упругости) на значение E = 210 000 МПа (или 2,1E11 Па) (как на рис. 2.7).

Закрываем раздел «Engineering Data», нажав на крестик в закладке с одноименной надписью.

Далее необходимо создать или импортировать геометрию фрезы. Для импорта геометрии необходимо воспользоваться командой «Geometry» → «ПКМ» → «Import Geometry». Для создания новой модели воспользуемся геометрическим редактором ANSYS «New DesignModeler Geometry». Для этого нажмем ПКМ на этап моделирования «Geometry» в блоке «Static Structural» и выберем соответствующий пункт:



На рис. 2.9 представлен интерфейс графического редактора, где мы видим:

– главное меню (1);

– панель инструментов (2);

– окно этапов моделирования «Tree Outline» (3) (вкладка «Modeling»);

– вкладка «Sketching» (4), которая содержит разделы «Draw» (инструменты для создания геометрии), «Modify» (редактирование геометрии), «Dimensions» (нанесение размеров), «Constraints» (наложение связей) и «Setting» (настройки экранной сетки);

– окно «Details View», где мы видим свойства редактируемого компонента (5);

– графическое окно Graphics (6).

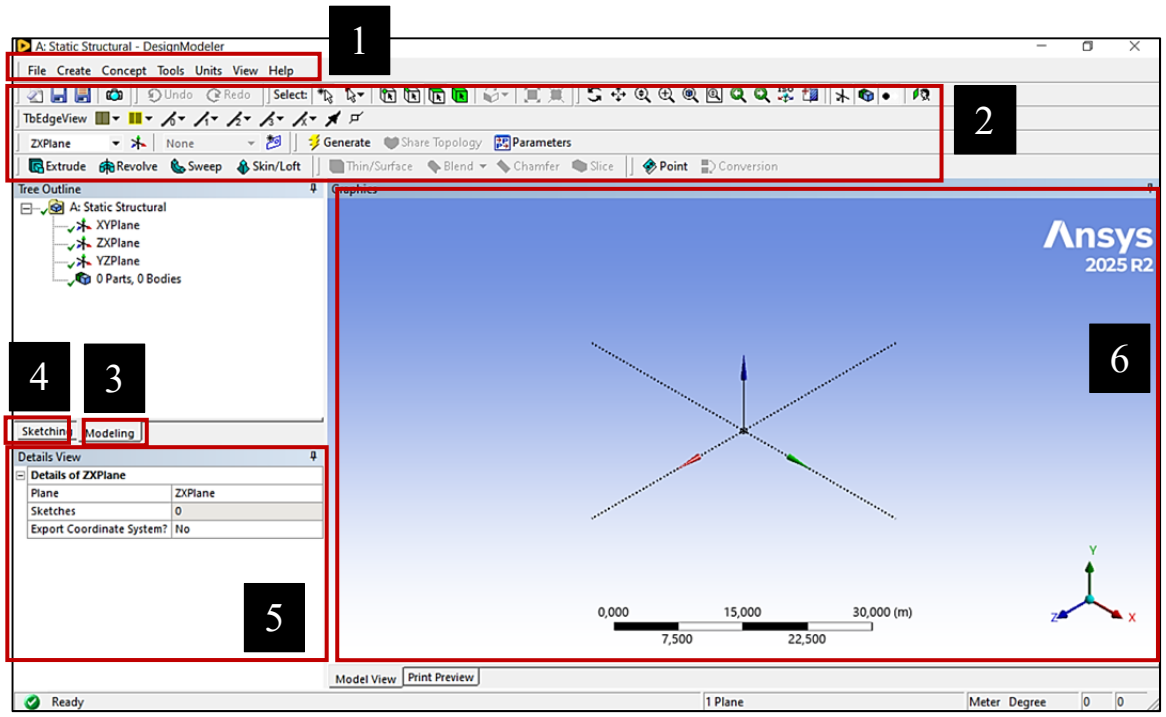
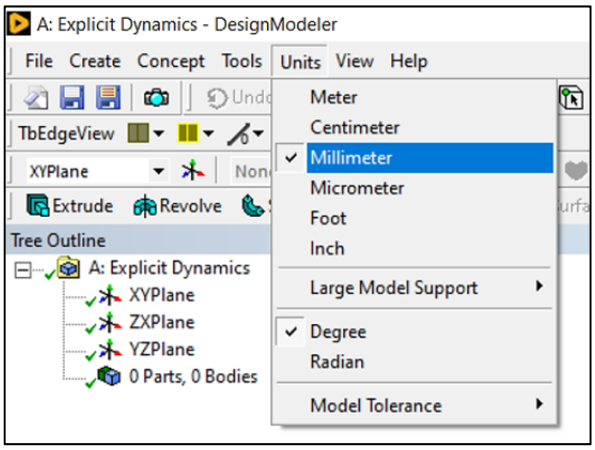
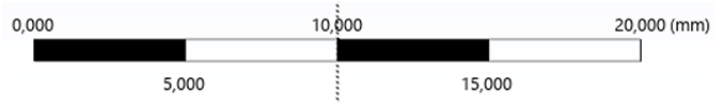


Рис. 2.9. Интерфейс геометрического редактора
New DesignModeler Geometry

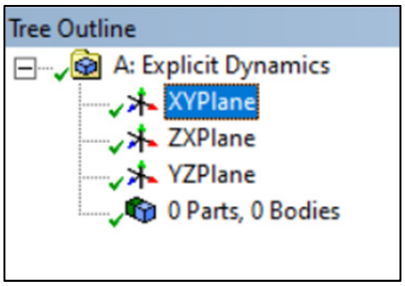
В открывшемся редакторе выберем единицы измерения:



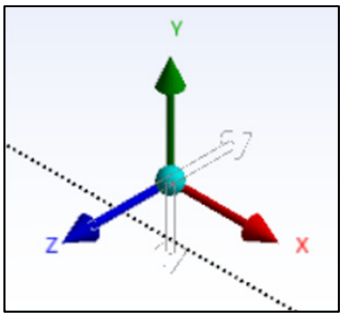
Вращая колесико мыши, определим предварительно масштаб, ориентируясь на масштабную шкалу:



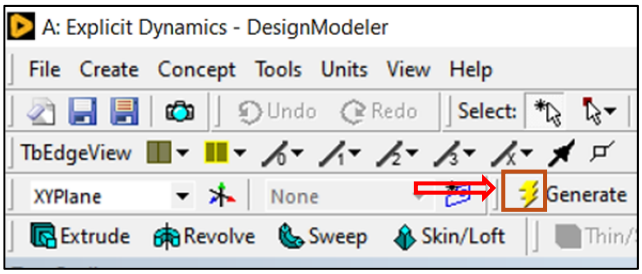
Выберем плоскость для создания эскиза «XYPlane»:



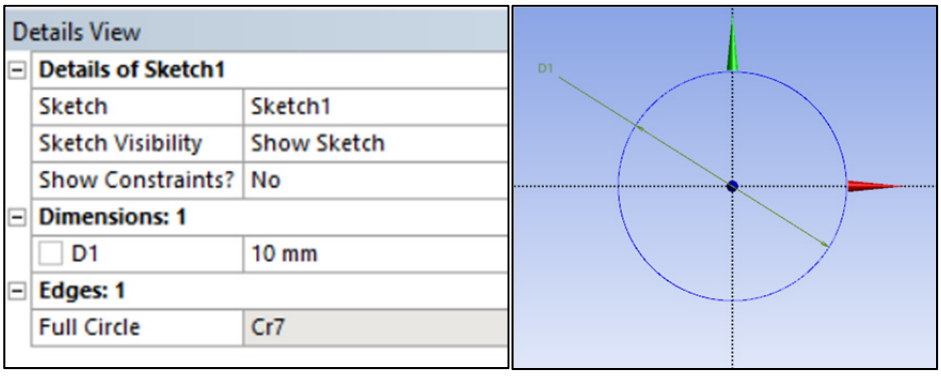
Расположим плоскость перпендикулярно нашему взгляду, нажав на ось Z на видовом кубе:



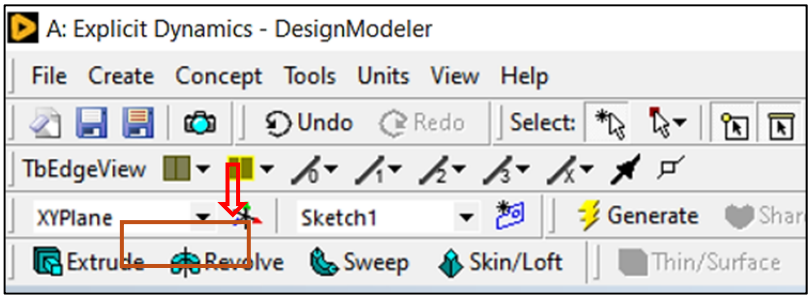
Создадим на выбранной плоскости эскиз:



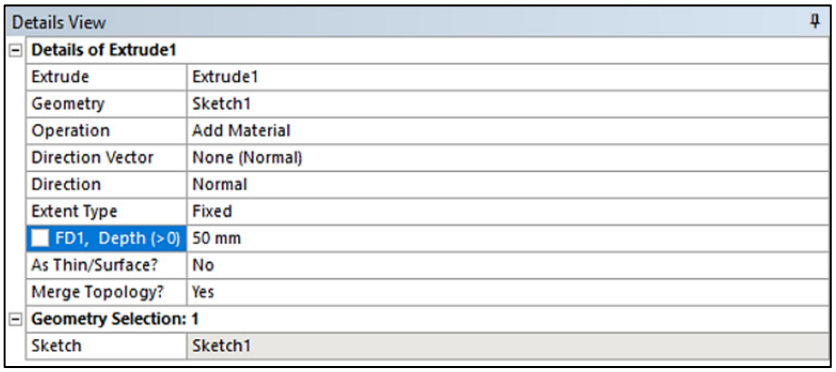
Изобразим окружность диаметром 10 мм для создания модели фрезы. Воспользуемся инструментами во вкладке «Sketching» в разделах «Draw» (инструменты для создания геометрии) и «Dimensions» (нанесение размеров). После нанесения размера его значение можно отредактировать в окне «Details View»:



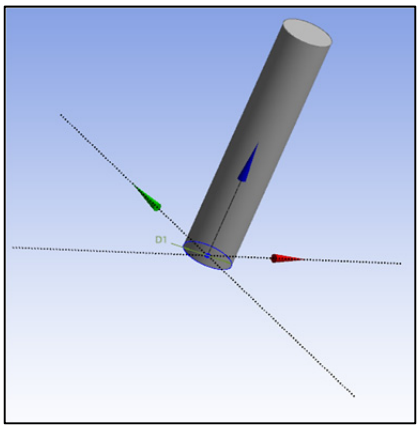
Для создания 3D-геометрии воспользуемся командой «Extrude» в панели инструментов, предварительно выбрав нужный эскиз в окне этапов моделирования «Tree Outline»:



Введем значение 50 мм (зависит от длины вылета инструмента):

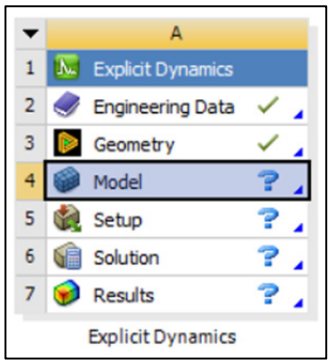


И нажмем кнопку «Generate» в панели инструментов. Получилась простейшая объемная модель:



Выходим из «New DesignModeler Geometry».

Двойным щелчком по разделу «Model» в блоке этапов моделирования переходим в расчетный модуль ANSYS, в котором создадим сетку конечных элементов, зададим граничные условия, поставим задачу на расчет и проанализируем полученные данные.



На рис. 2.10 представлен интерфейс расчетного модуля ANSYS:

1. Панель инструментов. Здесь можно переключаться между вкладками. В зависимости от выбранного в окне Outline этапа набор этих вкладок может меняться.

2. Outline. Здесь мы видим дерево этапов моделирования. В процессе решения задачи необходимо добиться, чтобы зеленая галочка стояла напротив каждого пункта.

3. Details. В этом окне отображаются все настройки и свойства для выбранного в окне Outline этапа моделирования.

4. Graphics Toolbar – графическая панель инструментов.

5. Tabular Data – окно, где отображаются результаты решения задачи в численном виде.

6. Graph – результаты решения задачи в графическом виде.

Есть в интерфейсе программы и другие окна, которые мы не видим при запуске. Для работы с отображением окон необходимо выполнить команду «Панель инструментов» → «Home» → «Manage».

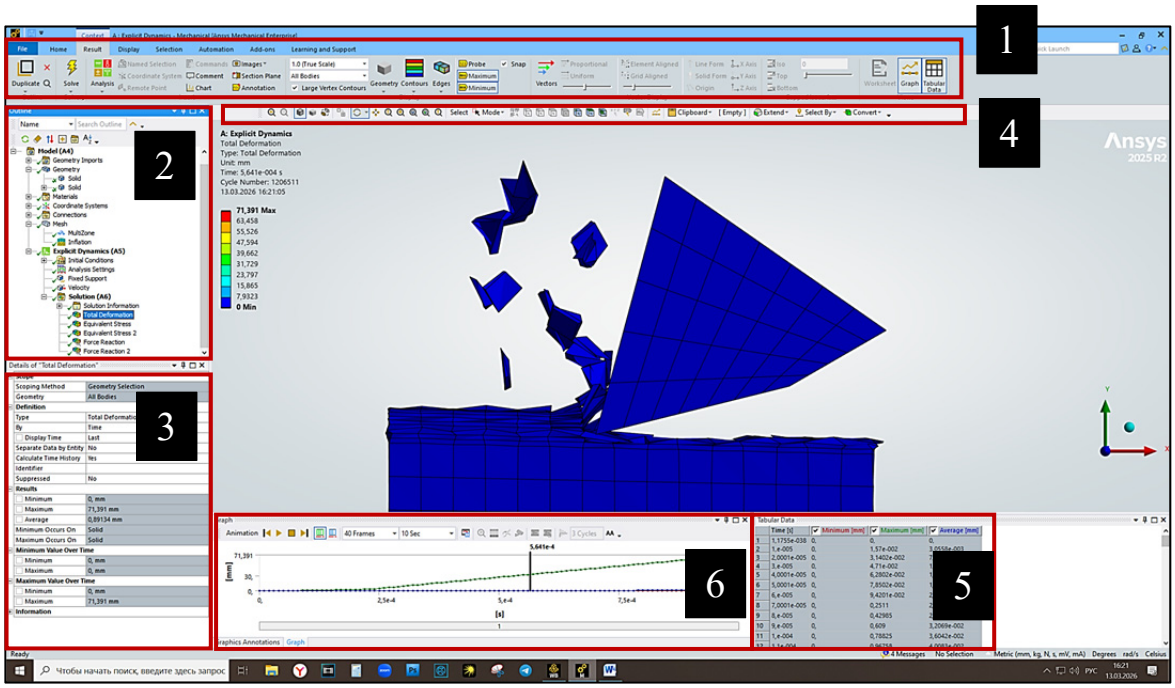
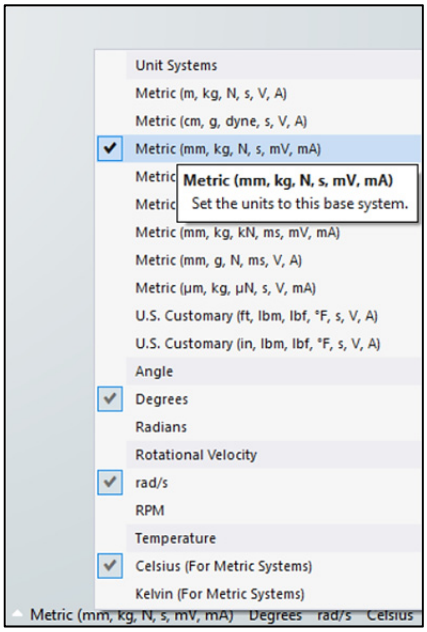
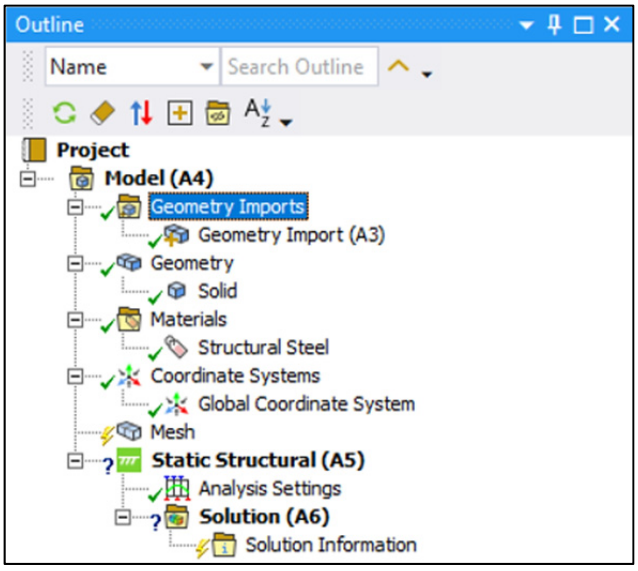


Рис. 2.10. Интерфейс расчетного модуля ANSYS

Прежде всего, необходимо выбрать единицы измерения, с которыми будем работать. В нижнем правом углу программы находим надпись с текущими единицами измерения и ЛКМ выбираем необходимые:



Для решения задачи требуется поочередно заполнить необходимые данные в разделах, отображенных в дереве проекта окна «Outline». Здесь мы видим:



Project – информация о проекте.

Model – настройки отображения модели.

Geometry Imports – информация об импортированной геометрии.

Geometry – перечень имеющихся геометрических объектов с возможностью редактирования их свойств.

Materials – информация о заданных свойствах модели материалов.

Coordinate Systems – выбор и редактирование систем координат.

Mesh – создание и редактирование сетки конечных элементов.

Static Structural – наложение граничных условий.

Analysis Settings – настройки решателя.

Solution – настройки просмотра результатов расчета.

Solution Information – информация о ходе расчета.

Присваиваем фрезе модель материала (рис. 2.11): «Outline» → «Geometry» → «Solid». Затем «Details» → «Material» → «Assignment». Нажимаем на стрелку справа от названия выбранного по умолчанию материала и выбираем требуемый материал. В нашем случае остается «Structural Steel».

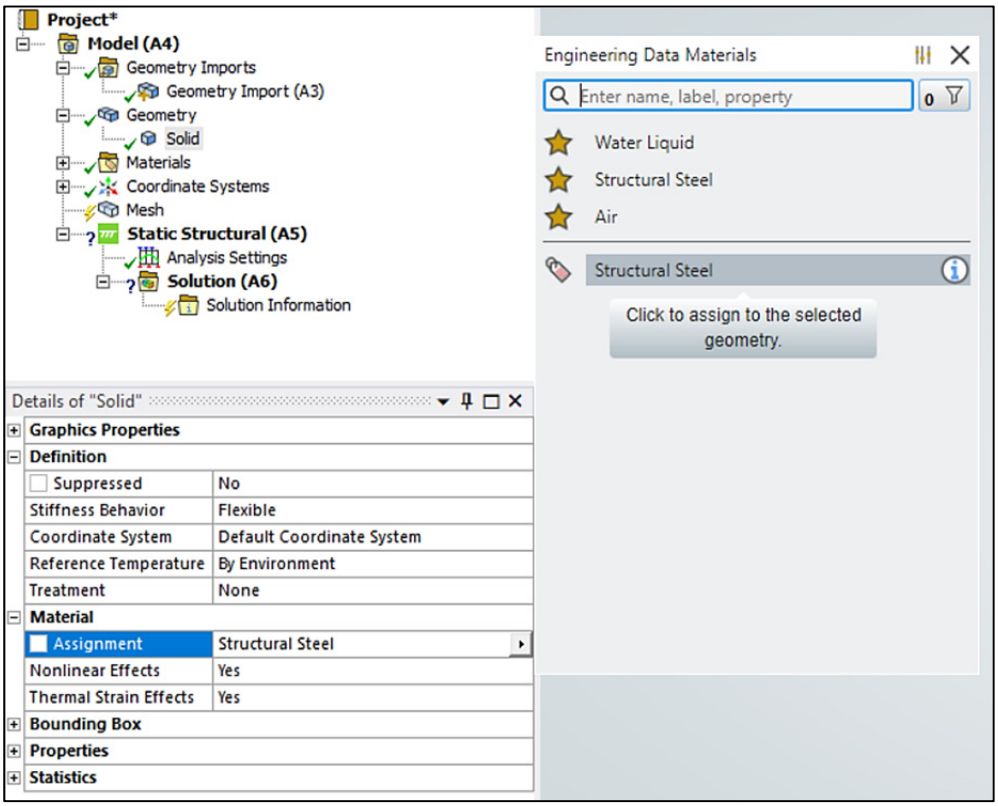


Рис. 2.11. Назначение модели материала
разным геометрическим объектам

Свойства материалов можно увидеть в разделе Outline → Materials. Здесь в представленном списке мы видим все выбранные

для проекта материалы. Нажимаем в нашем случае на «Structural Steel» и справа отображается информация о материале (рис. 2.12).

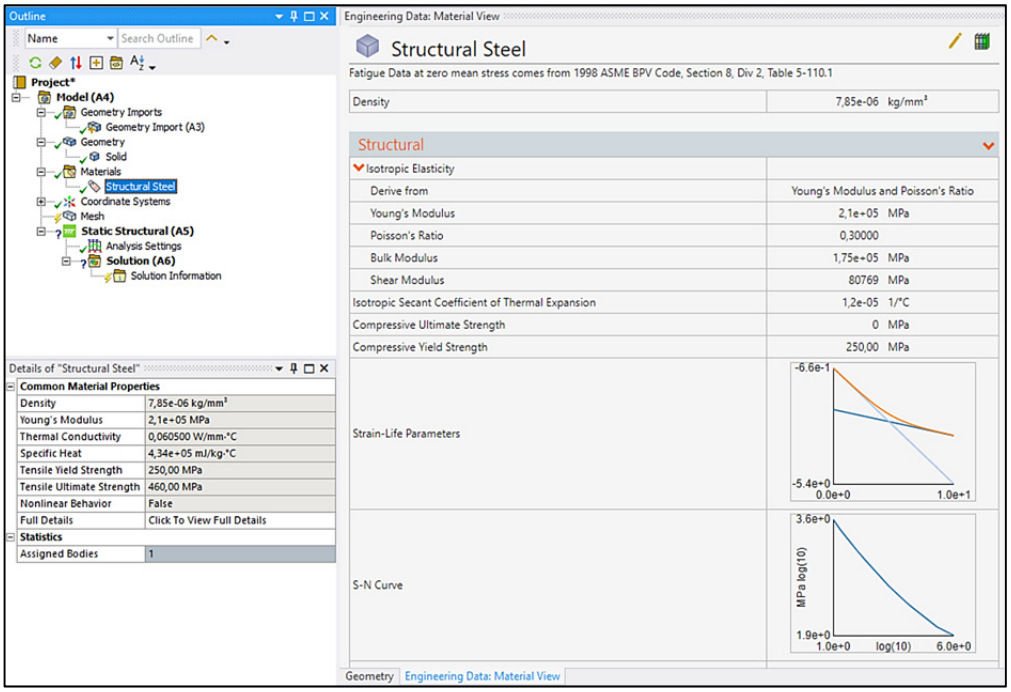


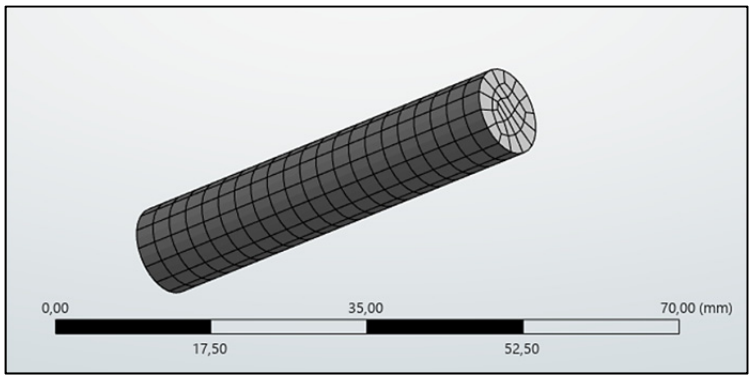
Рис. 2.12. Информация о свойствах материалов

Далее переходим к разбиению модели на сетку конечных элементов: «Outline» → «Mesh».

В панели инструментов появляется вкладка «Mesh», где можно настроить сетку конечных элементов (тип сетки, размеры конечных элементов и многое другое).

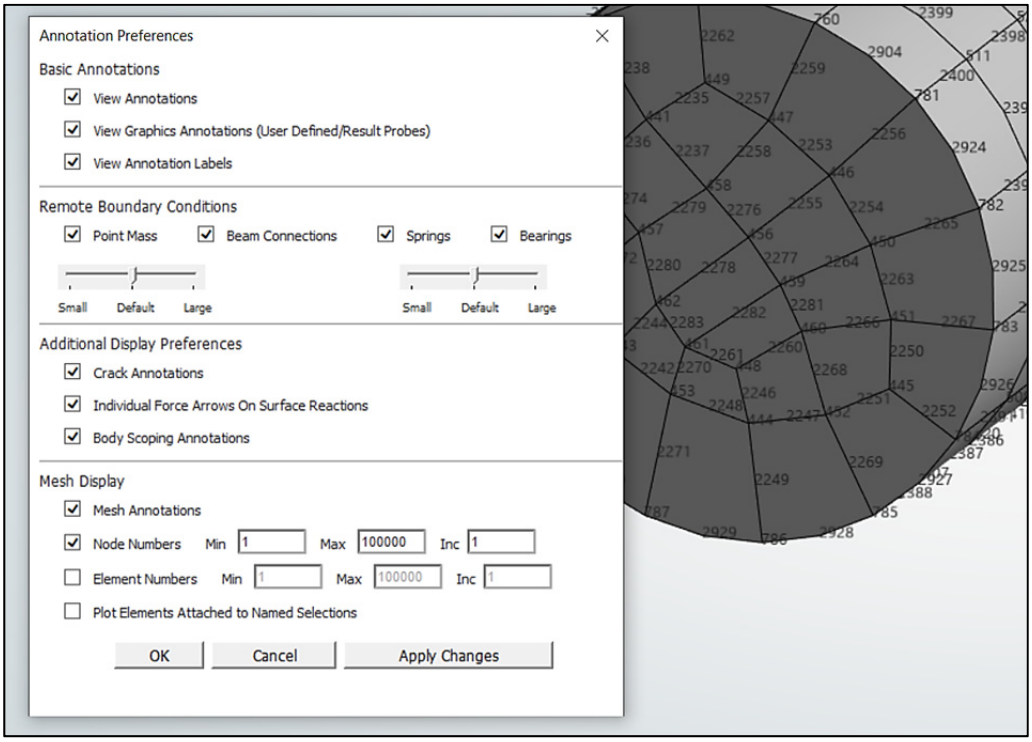
Нажмем на кнопку 

«Generate» для создания сетки конечных элементов. Получим следующий результат:



Для решения нашей задачи такой сетки вполне достаточно, оставляем ее без изменений.

Если требуется отобразить номера конечных элементов или номера узлов конечных элементов, необходимо перейти в панель инструментов → «Display» → «Preferences» и отметить галочкой пункт «Mesh Numbers» или «Element Numbers»:



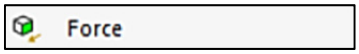
Переходим к заданию граничных условий. В окне «Outline» ПКМ нажимаем на «Static Structural» и выбираем «Insert». Перечислим часто используемые граничные условия [11]:



Ускорение.



Давление.



Сила.



Момент.



Преднатяжение в болтовом соединении.



Усилие в шарнире.



Граница «жидкая-упругая среда».



Жесткое закрепление.



Перемещение.



Скорость.

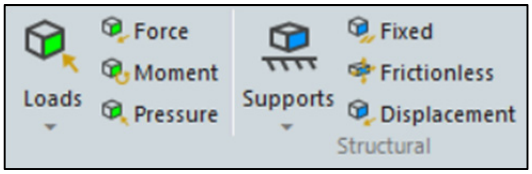


Удаленное подкрепление.



Подкрепление без трения.

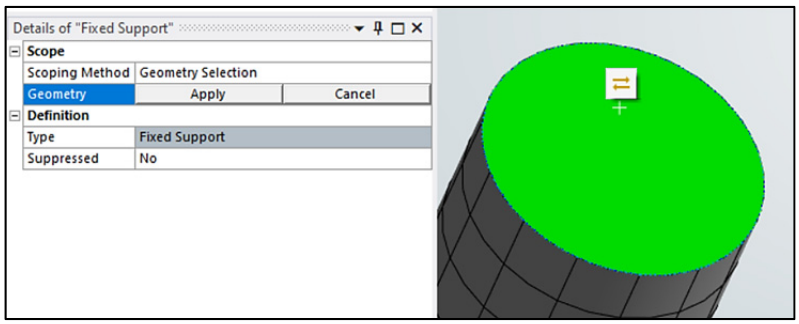
Граничные условия также можно задать в панели инструментов во вкладке «Environment». Выберем для фиксации модели способ «Fixed» и укажем верхнюю торцевую поверхность:



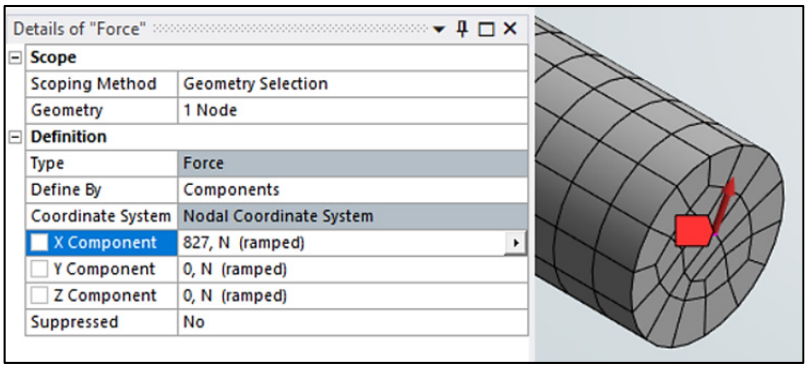
Для изменения возможностей выбора точки, грани, поверхности, тела, узла или конечного элемента, необходимо переключаться между командами 

в окне «Graphics Toolbar». Выберем «Face».

Подтвердим выбор поверхности в окне «Details» → «Scope» → «Geometry» → «Apply»:



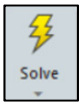
Таким же образом выбираем узел конечного элемента на нижней торцевой поверхности, к которому будет приложена сила. Во вкладке «Environment» нажимаем «Force», а в окне «Graphics Toolbar» выберем «Node». Подтверждаем выбор: «Details» → «Scope» → «Geometry» → «Apply». В окне «Details» в разделе «Definition» выбираем «Define By» → «Components», затем в строке «X Component» указываем силу 827 Н. В «Y Component» и «Z Component» оставляем значение «0»:



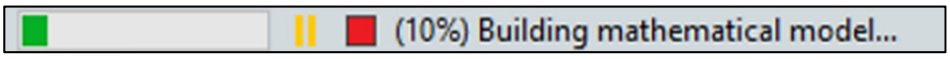
Остается выбрать в разделе «Solution» в дереве окна «Outline» необходимые выходные данные. Для этого ПКМ нажимаем «Solution» → «Insert» → «Deformation» → «Directional» для отображения результатов деформаций. Нас интересуют деформации, возникающие в проекции на ось X, поэтому в окне «Details» выбираем «Orientation» → «X Axis». Кроме этого, выберем «Solution» → «Insert» → «Stress» → «Equivalent (von-Mises)» для расчета эквивалентных напряжений. Соответствующие разделы появятся в дереве окна «Outline».

Для возможности наблюдения за результатами расчета в реальном времени добавим так называемый «трекер». Для этого ПКМ нажмем на «Solution Information» → «Insert» → «Stress Plot Tracker». В появившемся в дереве проекта разделе выберем ПКМ «Switch to Automatic Mode».

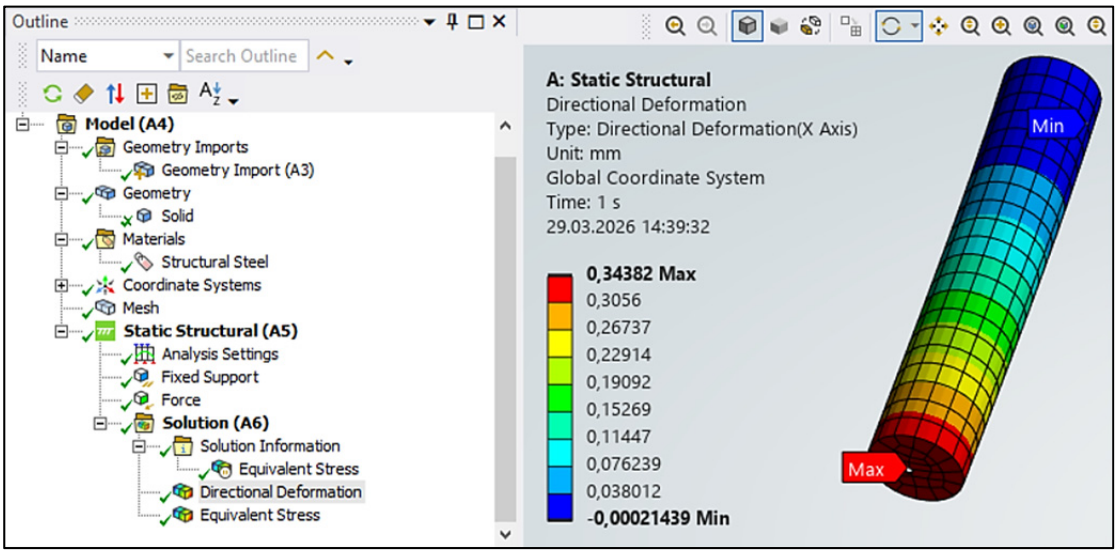
Необходимые выходные данные также можно выбрать в панели инструментов во вкладке «Solution».

Для запуска задачи на расчет выполним команду 

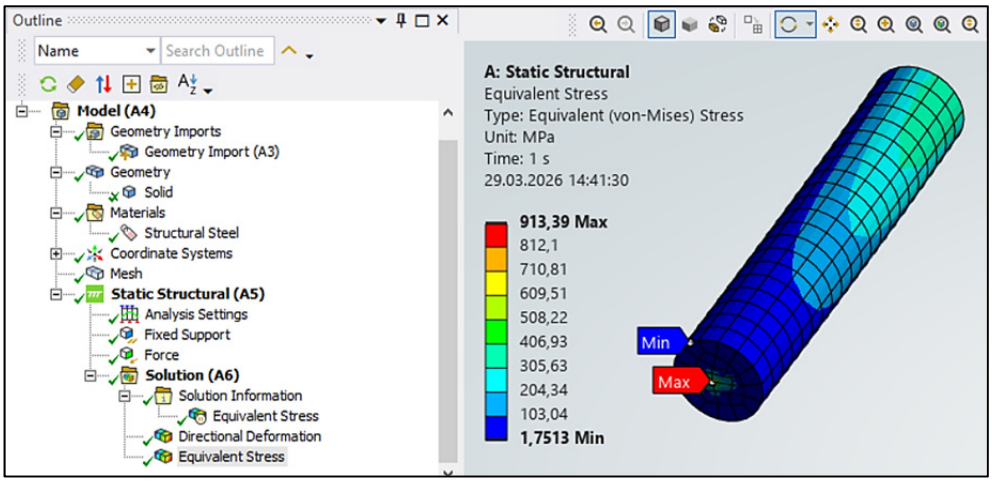
«Solve» во вкладке «Solution Information» панели инструментов. Внизу экрана отобразится информация о ходе расчета:



После завершения расчета в дереве выберем поочередно «Directional Deformation»



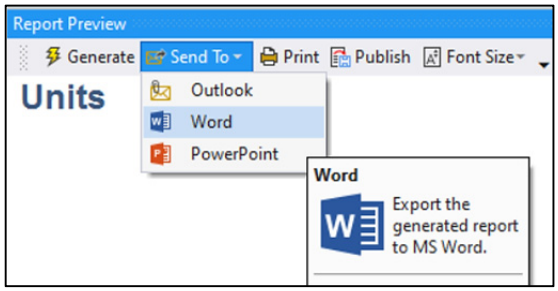
и «Equivalent Stress»:



В результате были получены данные, которые позволили определить, что при фрезеровании концевой фрезой диаметром 10 мм с силой резания 827 Н фреза максимально изгибается на 0,34 мм.

Сравнивая результаты расчетов по формуле (2.1) и в программе ANSYS, можно сделать вывод об их хорошей сходимости.

Для сохранения результатов расчетов в текстовый файл необходимо в панели инструментов во вкладке «Home» выбрать «Report Preview», после чего в появившемся окне «Send To» → «Word»:



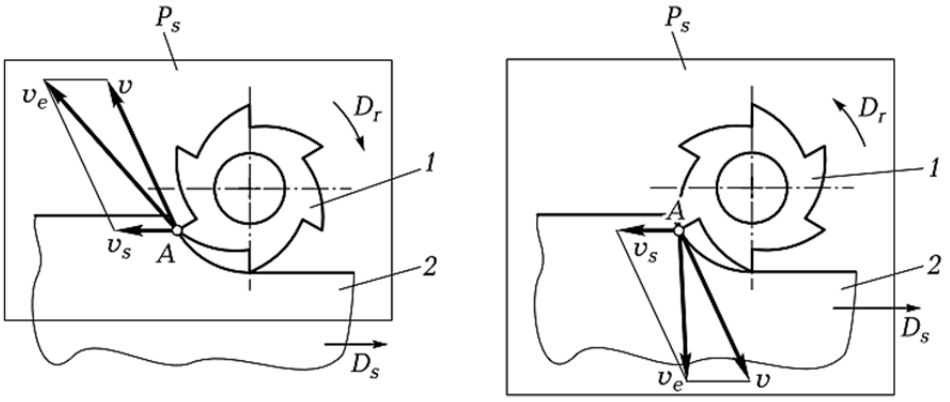
Не забываем также сохранить файл проекта с результатами расчетов.

Для закрепления пройденного материала необходимо выполнить самостоятельную работу по вариантам, представленным в прил. В.

Г л а в а 3. МОДЕЛИРОВАНИЕ ПРОЦЕССА РЕЗАНИЯ МЕТАЛЛА ПРИ ФРЕЗЕРНОЙ ОБРАБОТКЕ

Получение требуемой геометрии детали путем отделения поверхностных слоев материала заготовки с образованием стружки называется **резанием металлов**.

Фрезерование (ГОСТ 25761−83) − лезвийная обработка с вращательным главным движением резания D_r при постоянном радиусе его траектории, сообщаемым инструменту, и хотя бы одним движением подачи D_s, направленным перпендикулярно оси главного движения резания (рис. 3.1). Скорость главного движения V направлена по касательной к траектории движения точки режущей кромки.



а) *б*)

Рис. 3.1. Движения фрезы при встречном (*а*) и попутном фрезеровании:
1 – фреза; *2* – заготовка; D_r – главное движение резания; D_s –движение подачи; V – скорость главного движения резания; V_s – скорость движения подачи; V_e – скорость результирующего движения резания; P_s – рабочая плоскость; A – рассматриваемая точка режущей кромки

Движение подачи D_s при фрезеровании является поступательным или на некоторых типах станков вращательным. В зависимости от направления различают движение подачи продольное и поперечное. Движение подачи позволяет подводить под режущую кромку инструмента новые участки заготовки, обеспечивая тем самым снятие стружки со всей обрабатываемой поверхности.

При фрезеровании различают подачу на один зуб S_z, подачу на один оборот фрезы $S_{об}$ и подачу минутную $S_м$, мм/мин, которые находятся в следующем соотношении:

$$S_м = S_{об} n = S_z z\, n;$$

$$S_z = S_{об}/z = S_м/(z\, n), \qquad (3.1)$$

где n – частота вращения фрезы, об/мин; z – число зубьев фрезы.

Скорость результирующего движения V_e является результатом сложения двух скоростей V и V_s рассматриваемой точки режущей кромки.

Рассмотрим геометрию фрез на примере концевой фрезы. Для этого необходимо изучить плоскости и поверхности (рис. 3.2), которые используются для определения углов инструмента [12, 13].

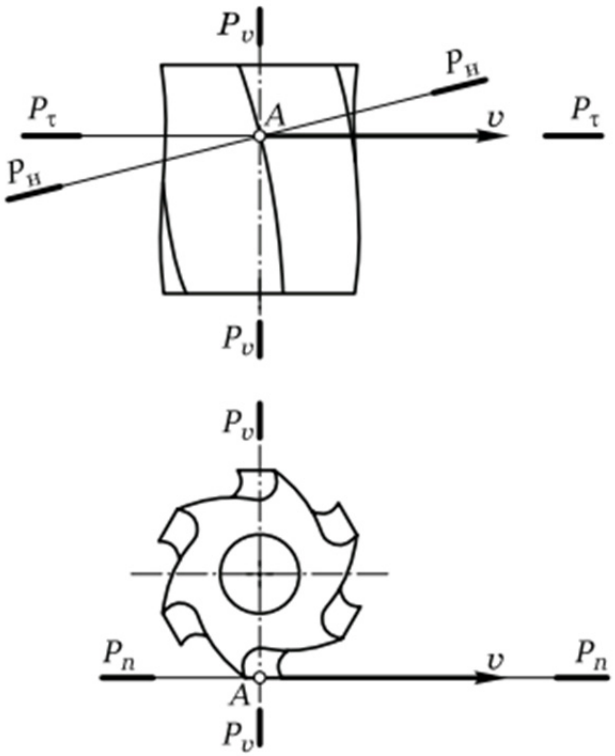


Рис. 3.2. Плоскости для определения углов фрезы

Рабочая плоскость P_s – это плоскость, в которой расположены векторы скоростей главного движения резания и движения подачи.

Основная плоскость P_v – координатная плоскость, проведенная через рассматриваемую точку режущей кромки перпендикулярно направлению скорости главного движения резания в этой точке.

Плоскость резания P_n – координатная плоскость, касательная к режущей кромке в рассматриваемой точке и перпендикулярная основной плоскости.

Главная секущая плоскость P_τ – координатная плоскость, перпендикулярная линии пересечения основной плоскости и плоскости резания.

Нормальная секущая плоскость $P_н$ – это плоскость, перпендикулярная режущей кромке в рассматриваемой точке.

В соответствии с ГОСТ 25762–83 режущее лезвие фрезы 1 (рис. 3.3) имеет следующие геометрические элементы: переднюю поверхность A_γ, заднюю поверхность A_α, вспомогательную заднюю поверхность A'_α, главную K и вспомогательную K' режущие кромки, вершину лезвия 2.

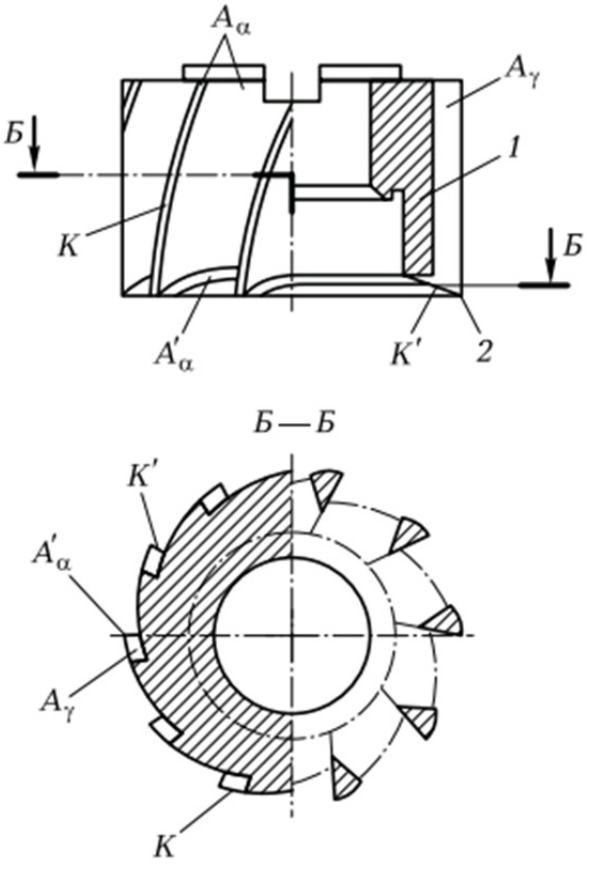


Рис. 3.3. Элементы фрезы

На процесс резания, качество обработки, производительность и экономичность существенное влияние оказывают элементы лезвия: передний и задний углы, главный и вспомогательный углы в плане, угол наклона режущей кромки [12, 13].

Главный передний угол γ – это угол в главной секущей плоскости между передней поверхностью лезвия и основной плоскостью.

Нормальный передний угол $\gamma_н$ – это передний угол в нормальной секущей плоскости.

От переднего угла лезвия зависит сход стружки: при увеличении γ сход стружки облегчается, однако ослабляется режущая кромка.

Главный задний угол α – это угол в главной секущей плоскости между задней поверхностью лезвия и плоскостью резания.

Нормальный задний угол $\alpha_н$ – это задний угол в нормальной секущей плоскости.

Задний угол в основном необходим для обеспечения свободного перемещения лезвия фрезы по обрабатываемой поверхности и уменьшения его износа по задней поверхности. Увеличение заднего угла приводит к уменьшению угла заострения β, а следовательно, к ослаблению режущей кромки и ее выкрашиванию.

Угол заострения β – это угол в секущей плоскости между передней и задней поверхностями лезвия. Угол заострения в главной секущей плоскости называется **главным углом заострения** β, а в нормальной секущей плоскости **нормальным углом заострения** $\beta_н$.

Для формирования направления сбега стружки особое значение имеет **угол наклона главной режущей кромки** ω – это угол в плоскости резания между главной режущей кромкой и основной плоскостью.

Важным элементом лезвия является **главный угол в плане** φ – это угол в основной плоскости между плоскостью резания и рабочей плоскостью, т.е. между проекцией главной режущей кромки лезвия на основную плоскость и направлением скорости подачи. **Вспомогательный угол в плане** φ_1 – это угол между проекцией вспомогательной режущей кромки лезвия на основную плоскость и направлением, противоположным направлению скорости подачи.

Фрезерование концевыми фрезами является одним из распространенных видов обработки резанием деталей машин. Такой вид обработки применяют для фрезерования плоскостей и уступов; создания пазов и канавок (в том числе шпоночных); контурной обработки сложных профилей; обработки кромок и фасок. На рис. 3.4 представлен чертеж концевой фрезы.

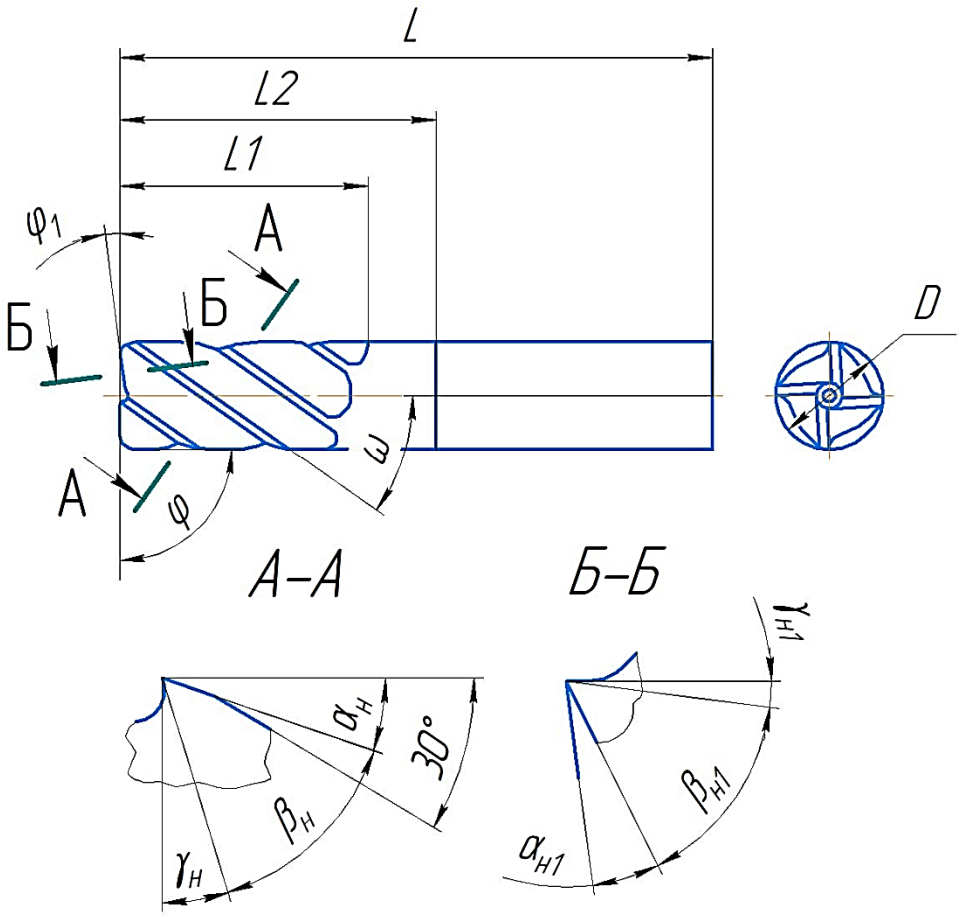


Рис. 3.4. Чертеж концевой фрезы

Рассмотрим схему обработки (рис. 3.5), при которой концевая фреза снимает слой материала заготовки при помощи главных режущих кромок (боком фрезы). На рисунке обозначены глубина резания *t*, ширина резания *B* и диаметр фрезы *D* при такой схеме обработки.

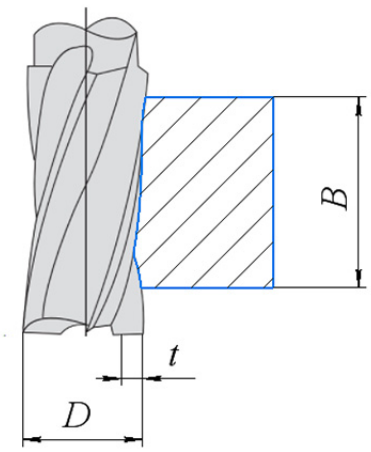


Рис. 3.5. Схема обработки:
t – глубина резания; *B* – ширина резания; *D* – диаметр фрезы

Исходя из того, что все силовые характеристики процесса фрезерования зависят (кроме режимов резания, материала заготовки, элементов лезвия фрезы и других условий фрезерования) от срезаемого зубом фрезы слоя припуска, необходимо рассмотреть кинематическую схему фрезерования.

Так как фрезерование концевыми фрезами осуществляется за счет сочетания двух движений (вращательного вокруг оси фрезы и поступательного в плоскости перпендикулярной оси фрезы) любая точка лезвия зуба фрезы движется по траектории, которая является трохоидой (рис. 3.6). Расстояние между траекториями по горизонтали, т.е. в направлении подачи, является постоянной величиной в любом месте и равняется подаче S_z на зуб фрезы.

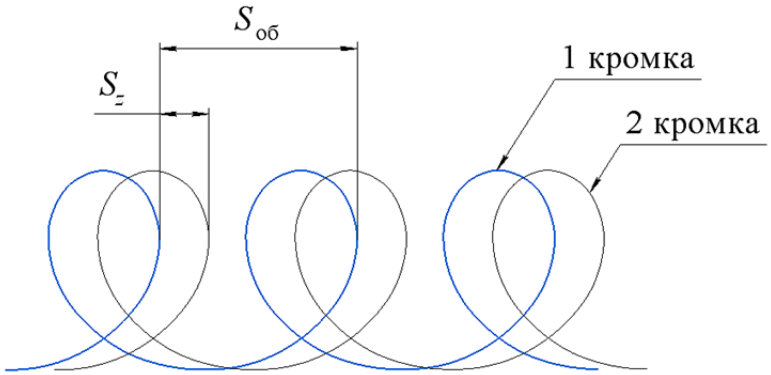


Рис. 3.6. Траектория движения точек
на двух главных кромках четырехзубой фрезы

При реальном режиме фрезерования траектория точки зуба мало отличается от окружности, поэтому для упрощенного изображения кинематической схемы фрезерования можно воспользоваться схемой (рис. 3.7).

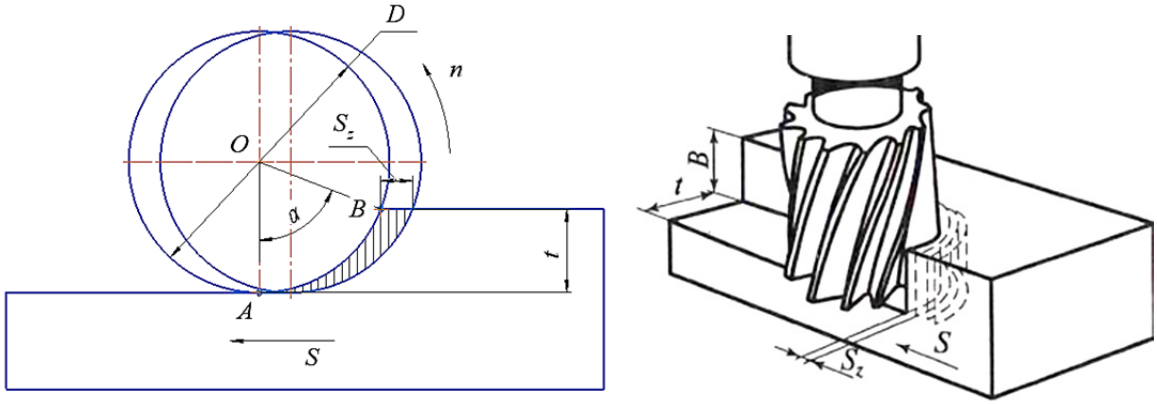


Рис. 3.7. Кинематическая схема фрезерования

На схеме два положения исходной инструментальной поверхности фрезы отличаются на величину подачи на зуб. Размер срезаемого слоя припуска является глубиной t резания.

Зуб фрезы движется по поверхности резания, которая в сечении, перпендикулярном оси фрезы, представляется дугой (начало в точке A, конец в точке B). Длину дуги AB сегмента окружности найдем по формуле

$$AB = D/2 \cdot \alpha \cdot (\pi/180). \quad (3.2)$$

При любом методе фрезерования цилиндрическими или концевыми фрезами процесс резания характеризуется некоторыми существенными отличиями, среди которых можно выделить следующие:

– каждый зуб фрезы за один оборот часть времени выполняет резание, часть – холостой ход, который обусловливает циклическую прерывистость резания;

– происходит непрерывное изменение толщины срезаемого одним зубом слоя припуска при его перемещении по поверхности резания (толщина слоя меняется с минимального значения до величины подачи на зуб S_z);

– при угле наклона режущего лезвия зуба фрезы, отличного от нуля, толщина срезаемого слоя припуска по длине лезвия является переменной;

– рабочая длина лезвия, т.е. его часть, которая срезает припуск, является также переменной величиной.

Скорость резания вычислим по формуле:

$$V = \frac{\pi D n}{1000}, \quad (3.3)$$

где V – скорость резания (м/мин); D – диаметр фрезы (мм); n – частота вращения шпинделя (об/мин); $\pi = 3{,}14$.

Перейдем к моделированию контактного взаимодействия главной режущей кромки фрезы с поверхностью заготовки в программе ANSYS Workbench. Для этого воспользуемся расчетным модулем Explicit Dynamics.

В качестве исходных данных примем:

1. Материал фрезы TUNG.ALLOY (из библиотеки ANSYS Workbench).

2. Диаметр фрезы $D = 12$ мм.

3. Количество зубьев фрезы $z = 4$ шт.

4. Передний угол главной режущей кромки $\gamma_н = 15°$.

5. Задний угол главной режущей кромки $\alpha_н = 14°$.

6. Материал заготовки STEEL 4340 (из библиотеки ANSYS Workbench).

7. Глубина резания $t = 0{,}8$ мм.

8. Ширина резания $B = 2$ мм.

9. Минутная подача $S_м = 800$ мм/мин.

10. Частота вращения фрезы $n = 2500$ об/мин.

Рассчитаем подачу на зуб по формуле (3.1):

$$S_z = S_м / (zn) = 800 / (4 \cdot 2500) = 0{,}08 \text{ мм/зуб.}$$

Длину сегмента AB найдем по формуле (3.2):

$$AB = D / 2\alpha\ (\pi / 180) = 12 / 2 \cdot 29{,}5 \cdot (3{,}14 / 180) = 3{,}08 \text{ мм.}$$

Округлим это значение до 3 мм.

Рассчитаем скорость резания (формула (3.3)):

$$V = \frac{\pi D n}{1000} = \frac{3{,}14 \cdot 12 \cdot 2500}{1000} = 94{,}2 \text{ м/мин} = 1570 \text{ мм/с.}$$

Для моделирования в программе ANSYS Workbench примем следующие допущения:

1. Главная режущая кромка фрезы аппроксимируется прямой линией.

2. Моделируем только одну режущую кромку фрезы, которая срезает один слой поверхности заготовки (заштрихованная зона на рис. 3.8), максимальная толщина которого соответствует величине подачи на зуб S_z.

3. Моделируем только часть заготовки в размерах, указанных на рис. 3.7. Ширина заготовки B соответствует ширине резания. Длина дуги AB (см. рис. 3.7) соответствует длине h_1 на рис 3.8. Но для ускорения процесса вычислений возьмем только половину этой величины. Вследствие этого режущая кромка будет снимать слой заготовки начиная с толщины, равной значению $S_z/2$, и заканчивая S_z.

4. При моделировании перемещение инструмента происходит поступательно со скоростью V без вращения. Переменная толщина срезаемого слоя материала, возникающая вследствие сочетания подачи и частоты вращения фрезы, будет компенсирована за счет изменения высоты срезаемого слоя заготовки (заштрихованная зона на рис. 3.8).

Эти допущения приняты для упрощения расчетной модели, так как подобная задача является трудоемкой и требует большого количества машинного времени и ресурсов вычислительной техники.

Расчетная схема представлена на рис. 3.8.

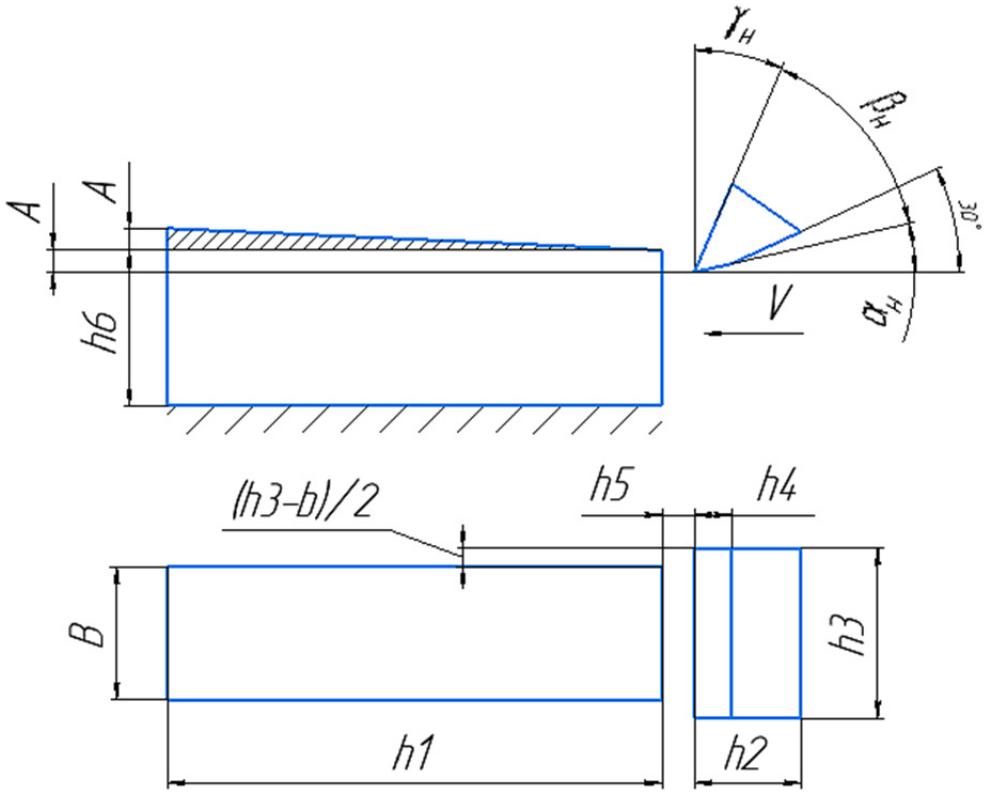
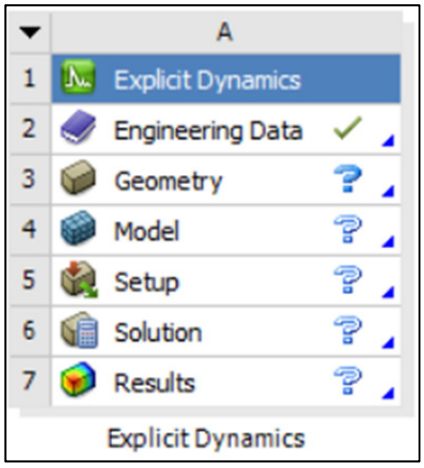


Рис. 3.8. Расчетная схема для моделирования процесса резания:
$A = S_z$ = 0,08 мм; B = 2 мм; $h1$ = 1,5 мм; $h2$ = 0,9 мм; $h3$ = 3 мм;
$h4$ = 0,6 мм; $h5$ = 0,02 мм; $h6$ = 1 мм; V = 1250 мм/с

Запускаем программу ANSYS Workbench. Расположим в окне «Project Schematic» модуль «Explicit Dynamics»:



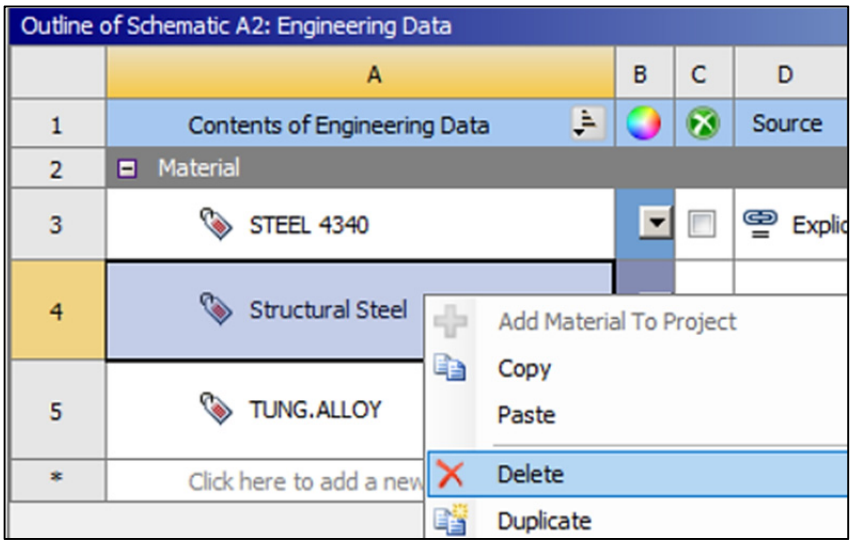
Для задания свойств материалов перейдем к этапу моделирования «Engineering Data», нажав ЛКМ по соответствующей надписи в блоке «Explicit Dynamics» дважды.

Для выбора материала из существующих библиотек переходим в раздел «Engineering Data Sources» 

.

Выберем материалы из библиотеки «Explicit Materials»: для заготовки STEEL 4340, для фрезы TUNG.ALLOY. Для этого нажмем на знак Add . После чего справа от знака  появится .

Нажимаем на вкладку «Engineering Data Sources», тем самым выходим из библиотек и переходим к списку выбранных материалов. Материал «Structural Steel» необходимо удалить: ПКМ → Delete:

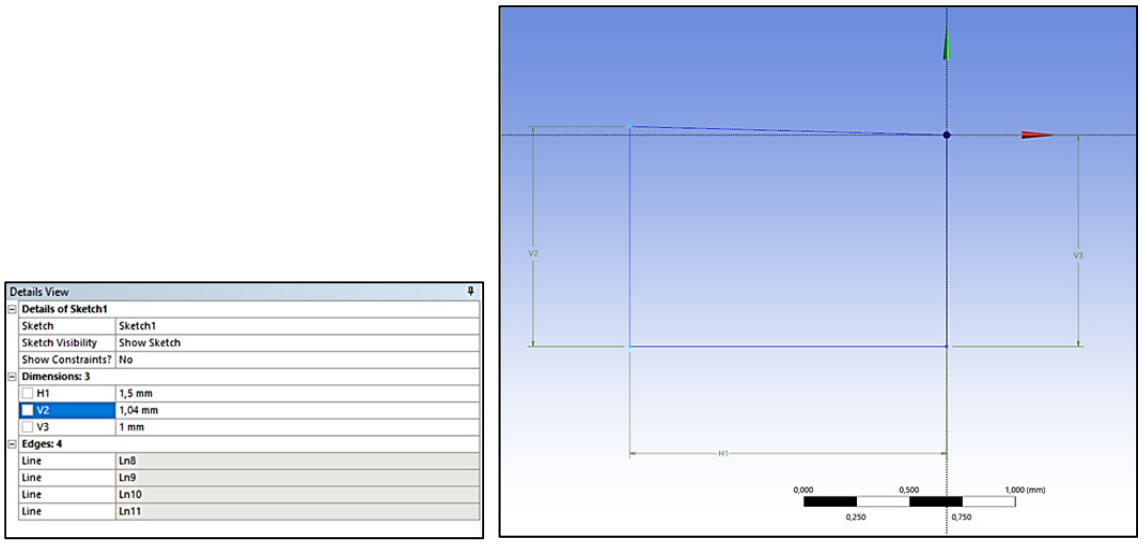


Закрываем раздел «Engineering Data».

Далее необходимо создать модель заготовки и инструмента. Для создания новой модели воспользуемся геометрическим редактором ANSYS «New DesignModeler Geometry». Для этого нажмем ПКМ на раздел «Geometry» в блоке «Explicit Dynamics» и выберем соответствующий пункт.

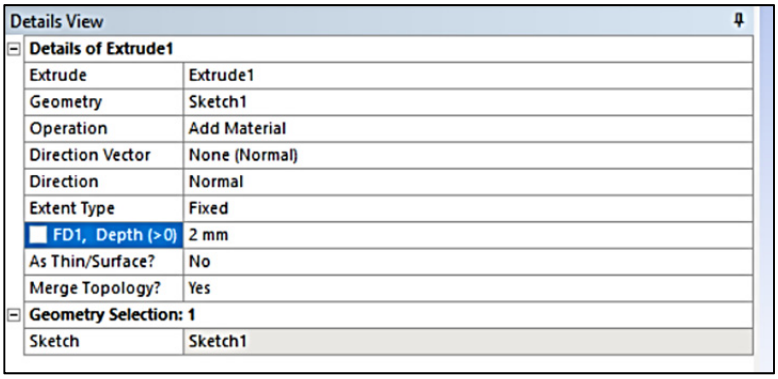
Выберем необходимые единицы измерения и определим предварительно масштаб. Выберем плоскость «XYPlane» для создания эскиза. Создадим на плоскости эскиз.

Изобразим заготовку, как показано на главном виде чертежа на рис. 3.7. Воспользуемся инструментами во вкладке «Sketching» в разделах «Draw» (инструменты для создания геометрии) и «Dimensions» (нанесение размеров). После нанесения размеров их значения можно отредактировать в окне «Details View»:

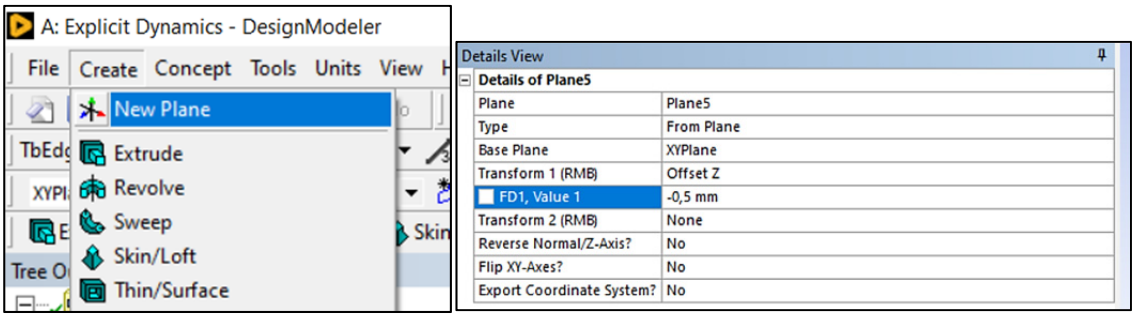


Для создания 3D-геометрии воспользуемся командой «Extrude» в панели инструментов, предварительно выбрав нужный эскиз в окне этапов моделирования «Tree Outline».

Введем значение 2 мм в строке «FD1, Depth (>0)» для придания заготовке соответствующей ширины и нажмем кнопку «Generate»:

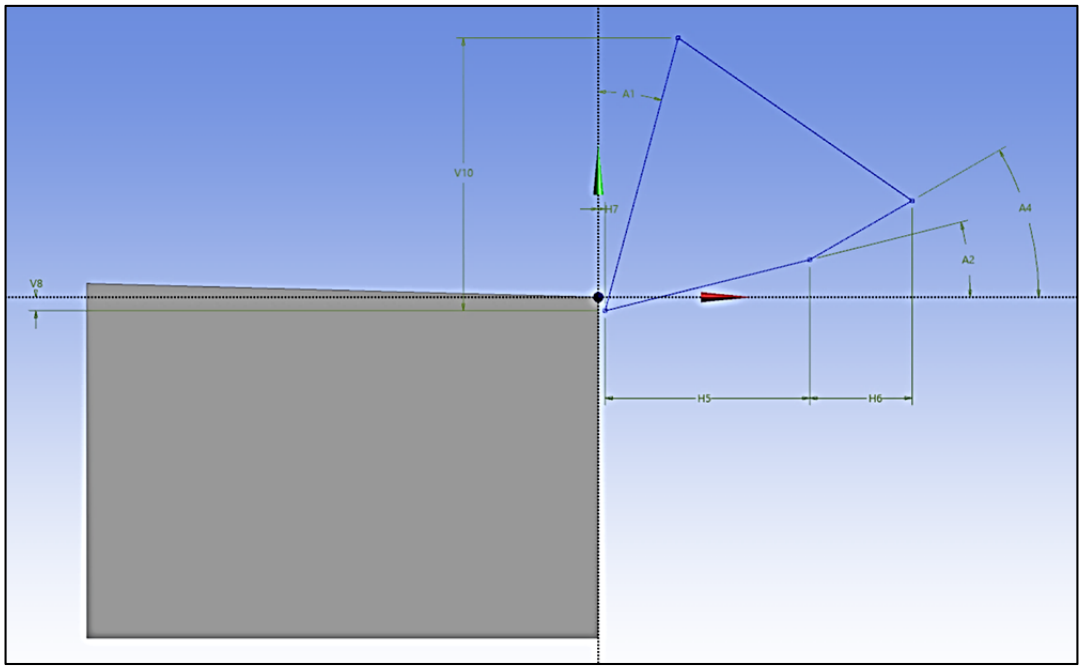


Переходим к моделированию режущей кромки фрезы. Создадим новую плоскость для эскиза на расстоянии 0,5 мм от первой: «Главное меню» → «Create» → «New Plane». В окне «Details View» в строке «FD1, Depth (>0)» вводим значение –0,5 мм:



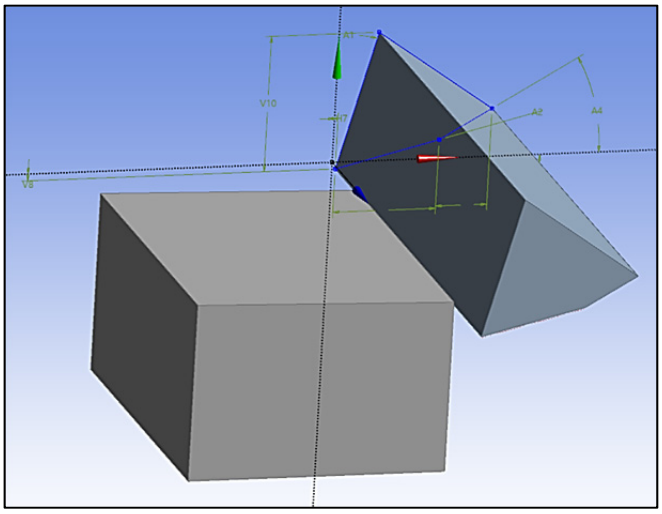
Нажмем кнопку «Generate».

Создаем в получившейся плоскости эскиз и изображаем режущую кромку фрезы (как на главном виде на рис. 3.8):



Details View	
Details of Sketch2	
Sketch	Sketch2
Sketch Visibility	Show Sketch
Show Constraints?	No
Dimensions: 8	
A1	15 °
A2	14 °
A4	30 °
H5	0,6 mm
H6	0,3 mm
H7	0,02 mm
V10	0,8 mm
V8	0,04 mm
Edges: 4	
Line	Ln14
Line	Ln15
Line	Ln16
Line	Ln17

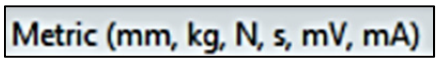
Выдавливаем на 3 мм. Получим следующую 3D-модель:



Выходим из «New DesignModeler Geometry».

Двойным щелчком ЛКМ по разделу «Model» в блоке этапов моделирования переходим в расчетный модуль ANSYS.

Выбираем единицы измерения, с которыми будем работать:



Присваиваем заготовке и фрезе модели материала (рис. 3.9): «Outline» → «Geometry» → «Solid». Затем «Details» → «Material» → «Assignment». При редактировании материала фрезы в разделе «Details» → «Definition» → «Stiffness Behavior» выбираем «Rigid» для определения фрезы как абсолютно жесткого недеформируемого тела.

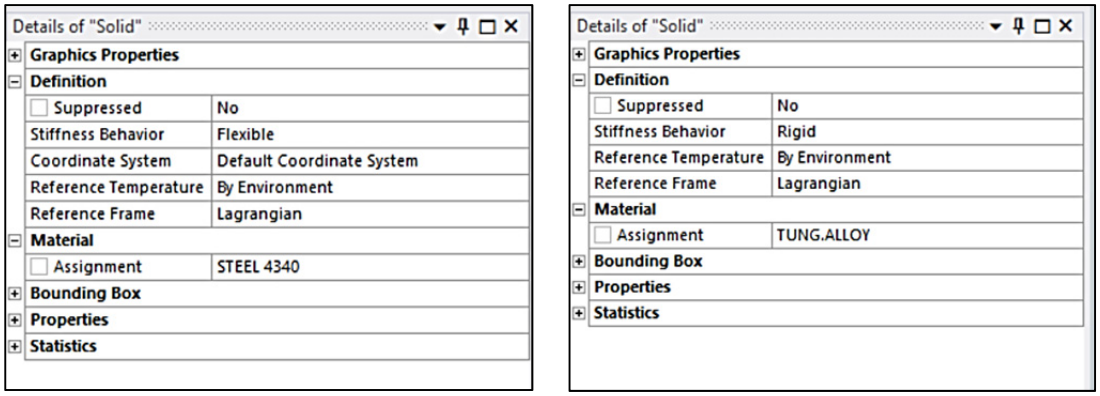


Рис. 3.9. Назначение модели материала заготовке и фрезе

Свойства выбранных материалов можно проверить в разделе «Outline» → «Materials».

Далее переходим к разбиению модели на сетку конечных элементов: «Outline» → «Mesh».

Для изменения возможностей выбора вершины, грани, поверхности, тела, узла или конечного элемента необходимо переключаться между командами «Vertex», «Edge», «Face», «Body», «Node», «Element Face» и «Element» соответственно



в окне «Graphics Toolbar».

В панели инструментов во вкладке «Mesh» при помощи команды «Method» 

определяем метод построения сетки конечных элементов. Выбираем тело заготовки и подтверждаем выбор в «Details» → «Scope» → «Geometry». В окне «Details» → «Definition» → «Method» выбираем «MultiZone»:

Details of "MultiZone" - Method	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Suppressed	No
Method	MultiZone
Decomposition Type	Program Controlled
Mapped/Swept Type	Hexa
Surface Mesh Method	Program Controlled
Free Mesh Type	Not Allowed
Element Order	Use Global Setting
Src/Trg Selection	Automatic
Src/Trg Scoping Method	Program Controlled
Source(s) and Target(s)	Program Controlled
Sweep Size Behavior	Sweep Element Size
Sweep Element Size	Default
Element Option	Solid
Advanced	
Preserve Boundaries	Protected
Mesh Based Defeaturing	Off
Minimum Edge Length	1, mm
Write ICEM CFD Files	No
Use Split Angle	Yes
Split Angle	60,°

Используя команду «Inflation» 

из панели инструментов, настраиваем сетку конечных элементов таким образом, чтобы сетка в местах контакта была мельче. В «Details» → «Scope» → «Geometry» выбираем тело заготовки, в «Details» → «Definition» → «Boundary» верхнюю поверхность заготовки. В строках «Transition Ratio» вводим значение 0,15, в «Maximum Layers» – 8, в «Growth Rate» – 1,05 (рис. 3.10).

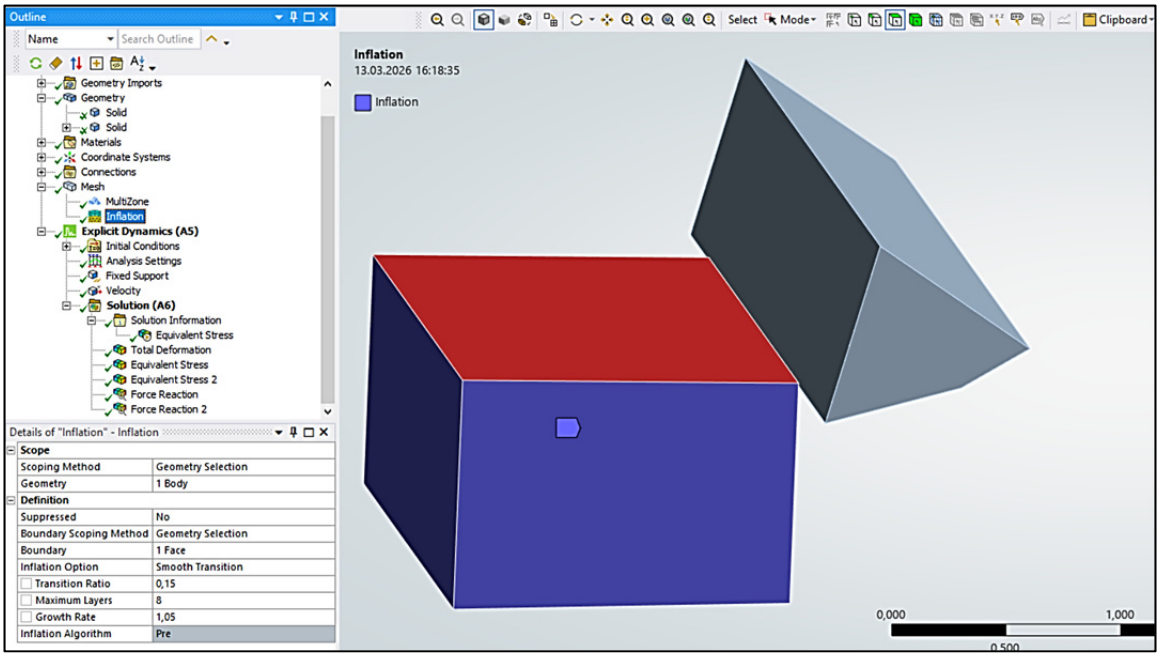
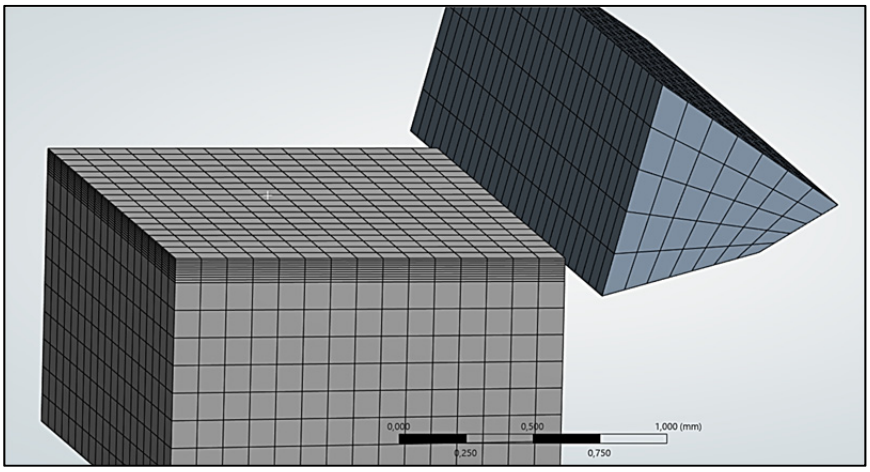


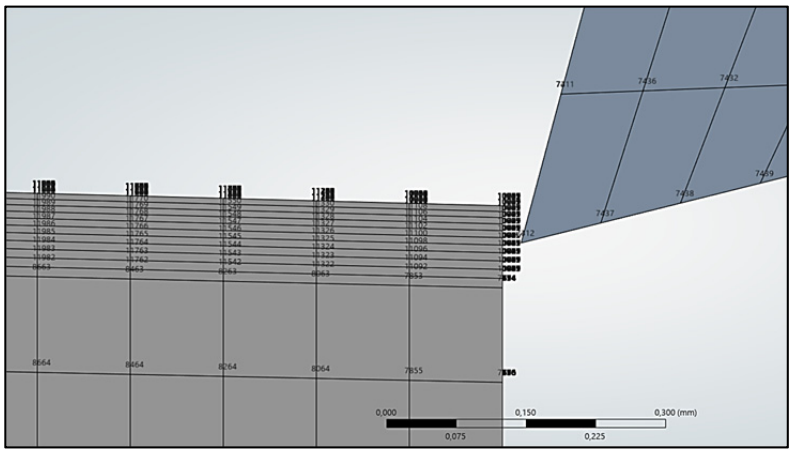
Рис. 3.10. Редактирование сетки КЭ
при помощи команды «Inflation»

Нажмем на кнопку 

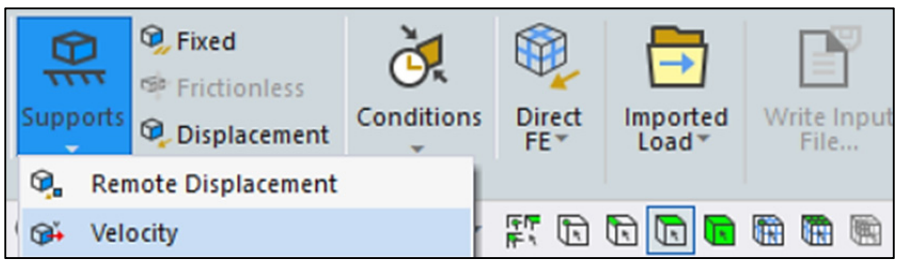
«Generate» для создания сетки конечных элементов. Получим следующий результат:



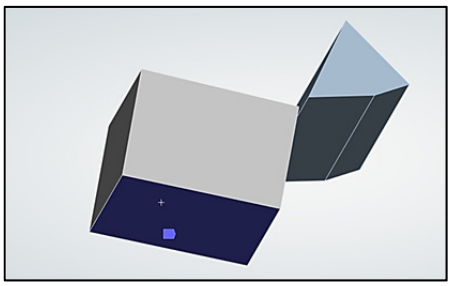
Если требуется отобразить номера конечных элементов или номера узлов конечных элементов необходимо перейти в панель инструментов → Display → Preferences и отметить галочкой пункт «Mesh Numbers» или «Element Numbers»:



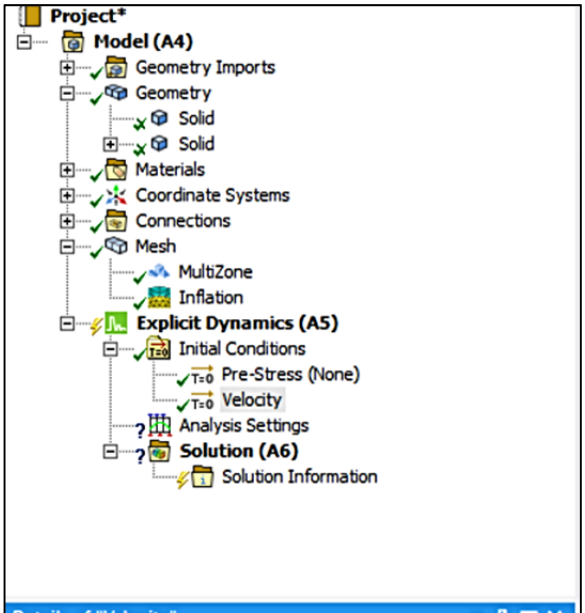
Переходим к заданию граничных условий: «Outline» → «Explicit Dynamics». В панели инструментов во вкладке «Environment» выберем для фиксации модели способ «Fixed» и укажем нижнюю поверхность заготовки:



Подтвердим выбор поверхности в окне «Details» → «Geometry» → «Apply». Поверхность должна перекраситься в синий цвет:

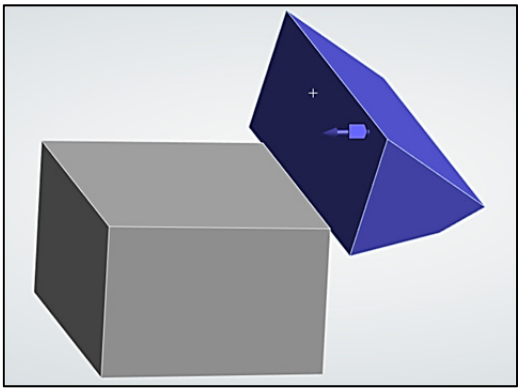


Затем выбираем тело (режущую кромку инструмента), которому будет задана скорость. В панели инструментов во вкладке «Environment» выполним команду «Supports» → «Velocity». В окне «Graphics Toolbar» выберем «Body». Подтверждаем выбор тела: «Details» → «Scope» → «Geometry» → «Apply». В окне «Details» также выбираем «Definition» → «Define By» → «Components», а в строке «X Component» указываем скорость –1570 мм/с. В «Y Component» и «Z Component» оставляем значение «0»:



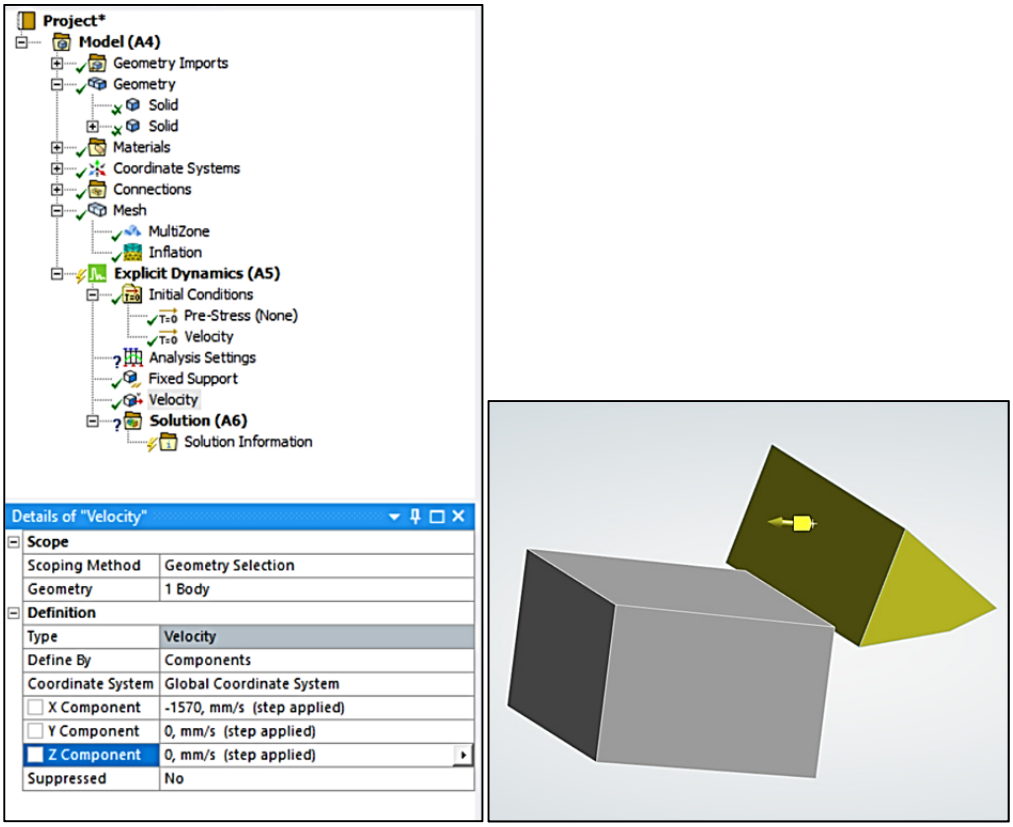
Details of "Velocity"

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Input Type	Velocity
Pre-Stress Environment	None Available
Define By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
X Component	-1570, mm/s
Y Component	0, mm/s
Z Component	0, mm/s
Suppressed	No



Теперь схожим образом необходимо задать начальную скорость инструменту: «Outline» → «Explicit Dynamics» → «Initial Conditions». В панели инструментов во вкладке «Initial Conditions» выбираем 

и вводим те же значения, как при задании скорости:



Приступаем к настройке решателя: «Outline» → «Explicit Dynamics» → «Analysis Settings». В окне «Details» меняем значения в следующих строках (рис. 3.11):

1. «Step Controls» → «End Time» → «0,001». Это значение соответствует времени, в течение которого режущая кромка будет контактировать с поверхностью заготовки. Вычислить это время легко, зная скорость резания и длину модели заготовки.

2. «Step Controls» → «Maximum Energy Error» → «1e14». Используется для устранения возможных ошибок нарушения закона сохранения энергии (в этом случае во время расчета появится сообщение «Energy error too large»). Большое значение «Maximum Energy Error» снижает точность результатов и подходит только для предварительной оценки. При возникновении ошибки требуется настройка сетки конечных элементов, уменьшение шага нагружения или изменение условий решения. В учебных целях оставляем это значение для сокращения времени проектирования.

3. «Output Controls» → «Result Number of Points» → «100». Число тех точек, которые будут использоваться при варьировании выходного параметра в рамках исследования.

Во время расчета также может появиться ошибка «Time step is too small» (шаг по времени слишком мал). Самым эффективным способом борьбы с этой проблемой является оптимизация сетки конечных элементов и корректировка условий задачи.

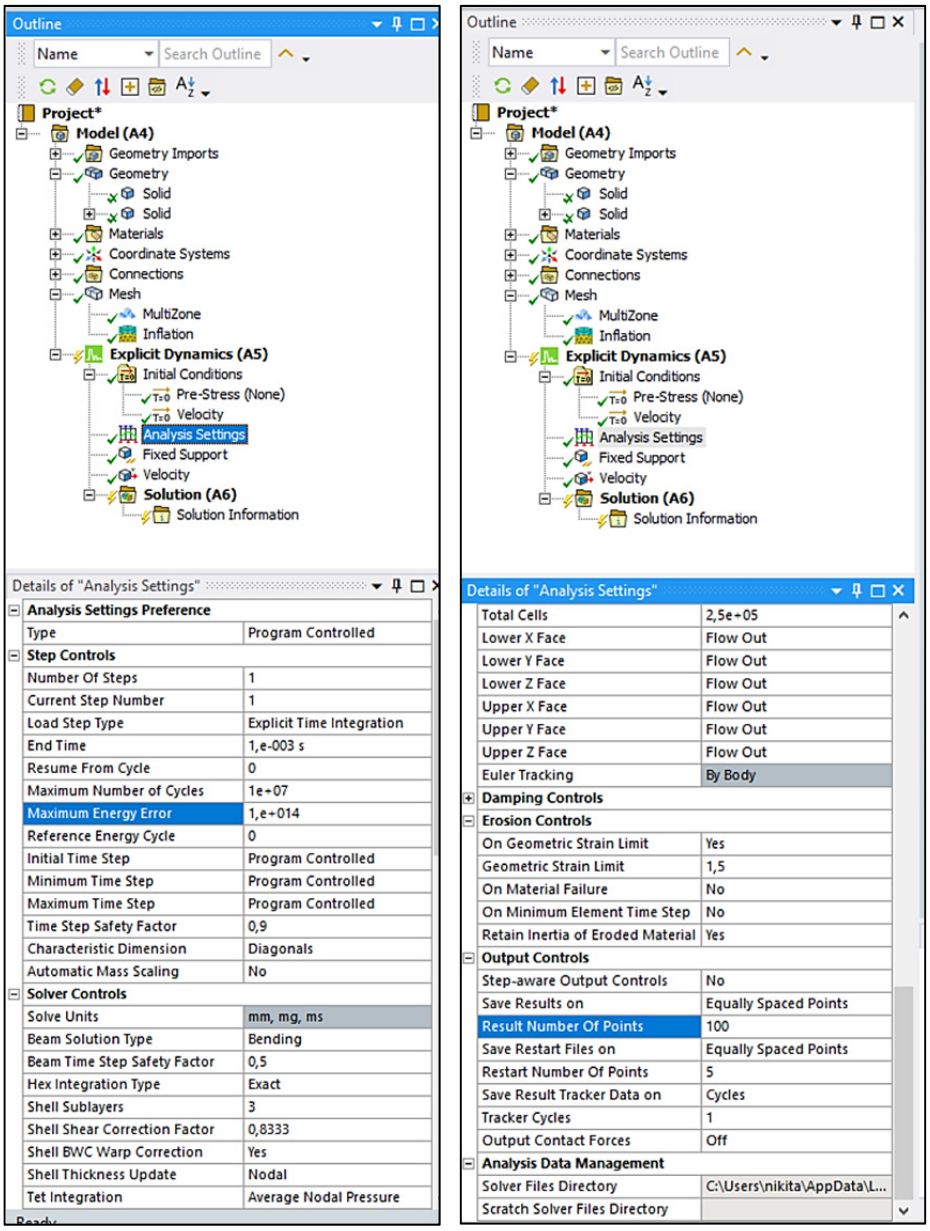
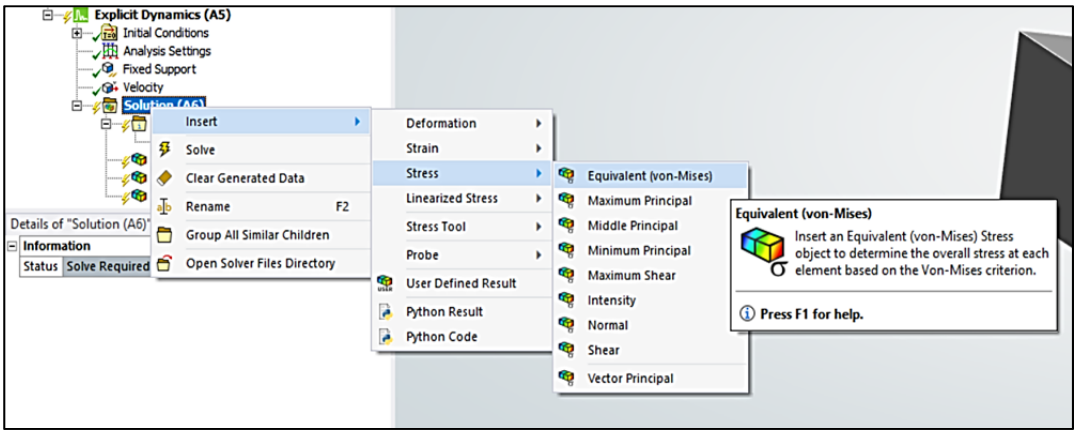


Рис. 3.11. Настройка решателя «Explicit Dynamics»

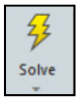
Остается выбрать в разделе «Solution» в дереве окна «Outline» необходимые для отображения выходные данные. Выберем «Solution» → ПКМ → «Insert» → «Stress» → «Equivalent (von-Mises)» для расчета эквивалентных напряжений:



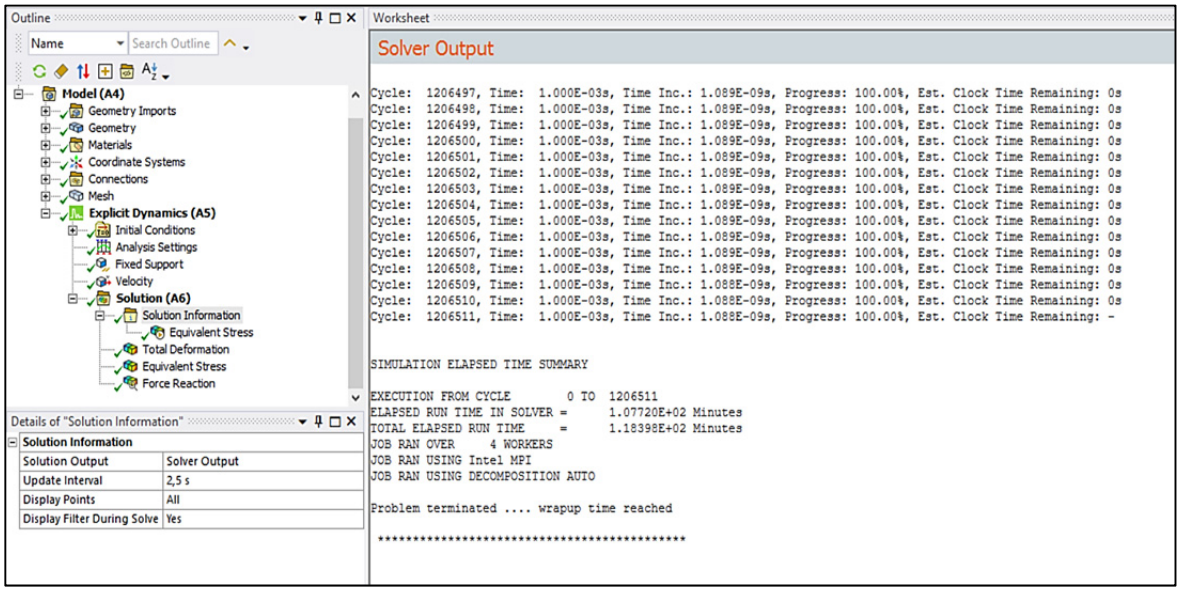
Для отображения результатов деформаций нажимаем ПКМ «Solution» → «Insert» → «Deformation» → «Total». Для расчета реакций опоры выберем: «Solution» → «Insert» → «Probe» → «Force Reaction». Соответствующие разделы появятся в дереве окна «Outline».

Для возможности наблюдения за результатами расчета в реальном времени добавим «трекер». Для этого ПКМ нажмем на «Solution Information» → «Insert» → «Stress Plot Tracker». В появившемся в дереве проекта разделе «Equivalent Stress» ПКМ выберем «Switch to Automatic Mode».

Необходимые выходные данные также можно выбрать в панели инструментов во вкладке «Solution».

Для запуска задачи на расчет выполним команду 

«Solve» во вкладке «Solution Information» панели инструментов. В случае успешного завершения расчета появится диалоговое окно:



После завершения расчета в дереве окна «Outline» выберем «Total Deformation» для отображения результатов деформаций (рис. 3.12).

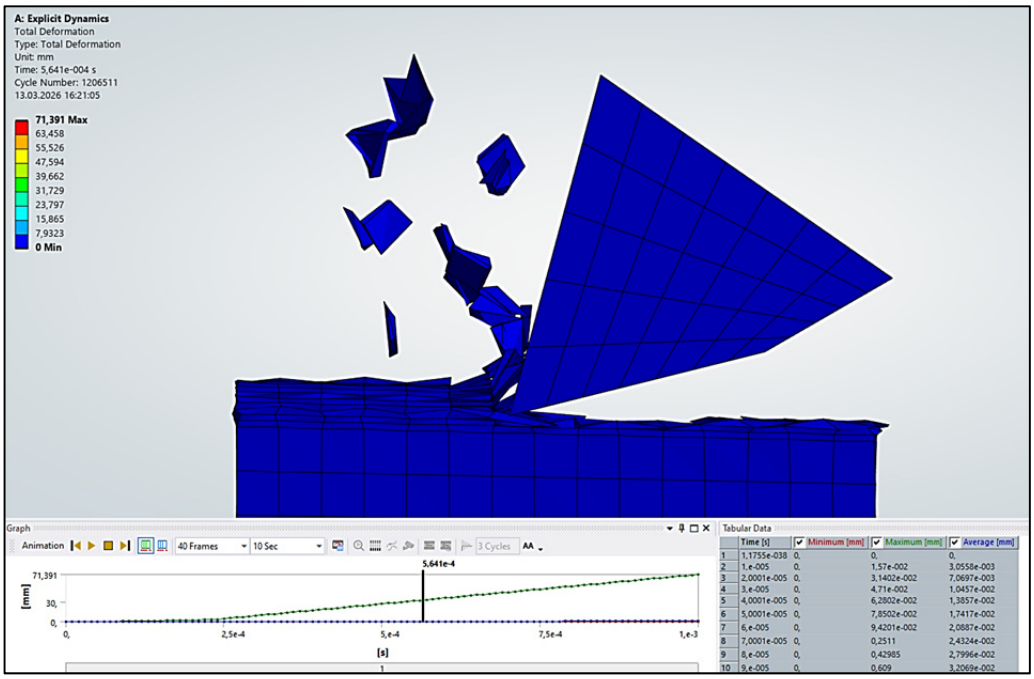


Рис. 3.12. Результат расчета общих деформаций

И затем «Equivalent Stress» для отображения эквивалентных напряжений (рис. 3.13).

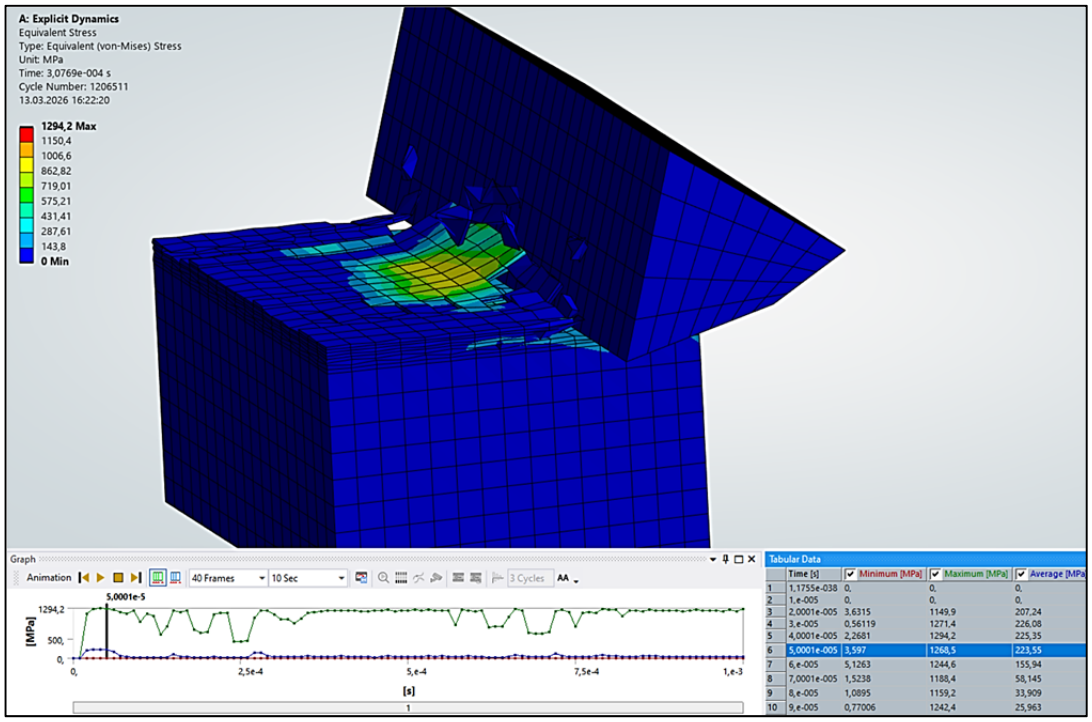


Рис. 3.13. Результат расчета эквивалентных напряжений

В графическом окне мы видим визуальное отображение модели с раскрашенными в разные цвета участками. Цвета, переходящие в красный оттенок, показывают большие значения выходной величины, переходящие в синий – меньшие. Графическая зависимость изменения минимальных, максимальных и средних выходных значений от времени показана в окне «Graph». В окне «Tabular Data» мы видим эти данные в численном выражении.

Для отображения результатов расчета для любого узла сетки конечных элементов необходимо воспользоваться командой «Probe» 

в панели инструментов во вкладке «Result». При помощи ЛКМ указываем узлы, и на модели появляется информация с выходными данными. В этот момент окно с графиком «Graph» сменяется окном «Graphics Annotations», в котором отображаются выходные данные для каждого отдельно выбранного узла (рис. 3.14).

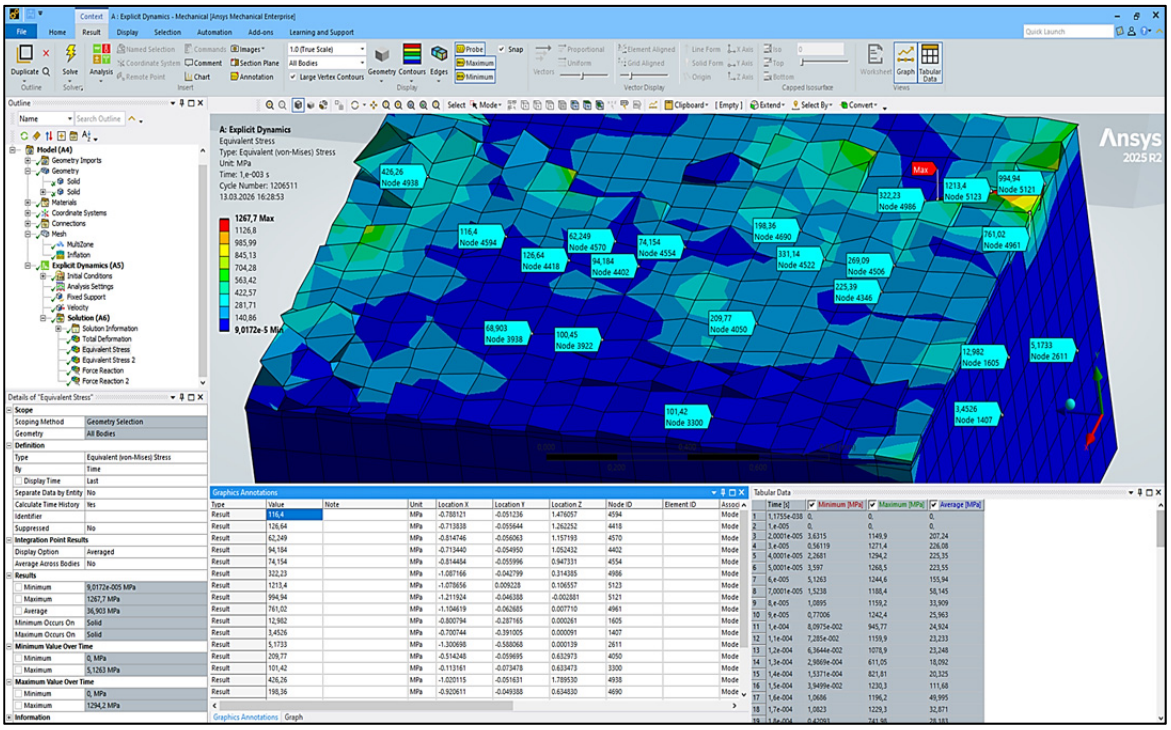


Рис. 3.14. Результаты расчета эквивалентных напряжений по отдельным узлам

Ознакомимся также с результатами расчета силы реакции опоры «Force Reaction» (рис. 3.15).

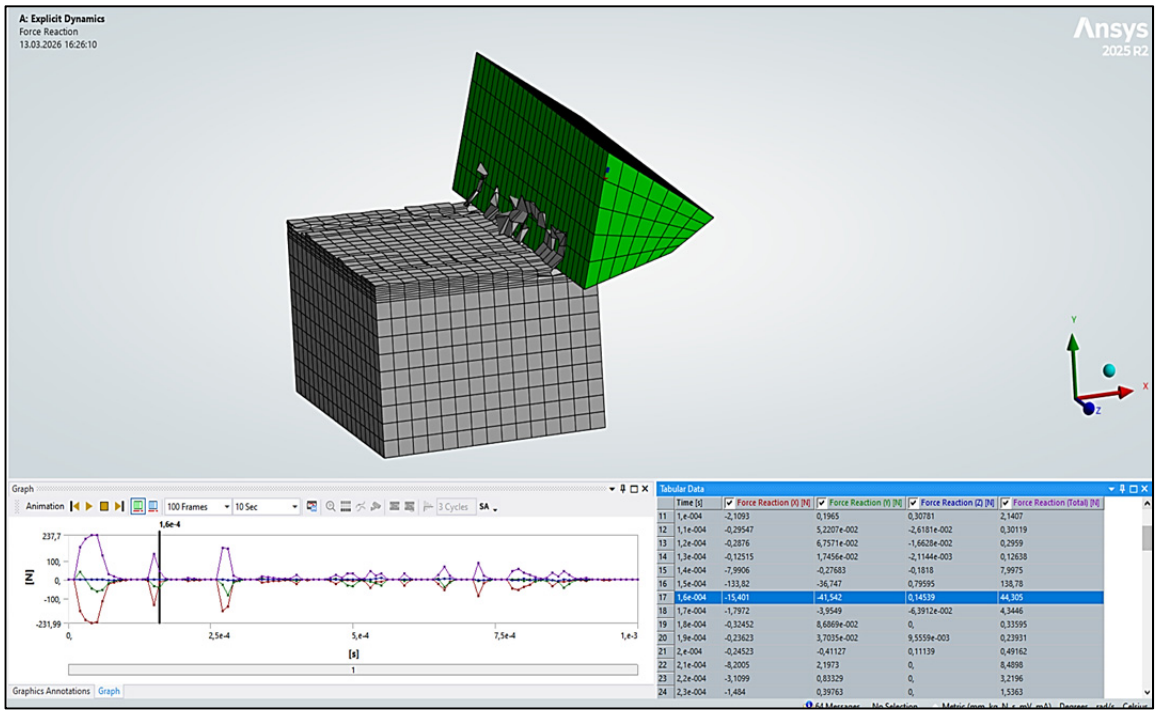


Рис. 3.15. Результаты расчета силы реакции
опоры «Force Reaction»

Анализ результатов расчета показал, что максимальные эквивалентные напряжения меняются в пределах от 1294,2 до 438,19 МПа, среднее значение максимальных напряжений составляет 1111,352 МПа.

Сила реакции опоры колеблется в пределах от 237,7 Н до практически незаметного значения 6,94E-5. Среднее значение силы реакции составляет 26,33 Н. Причем заметная сила реакции появляется периодически, после чего затухает. Это связано с отделением стружки, в этот момент режущая кромка инструмента перемещается практически вхолостую, пока на ее пути не встретится новый слой материала. По силе реакции опоры можно оценить силу резания при фрезеровании концевой фрезой.

Для сохранения результатов расчетов в текстовый файл необходимо в панели инструментов во вкладке «Home» выбрать «Report Preview», после чего в появившемся окне «Send To» → «Word»:

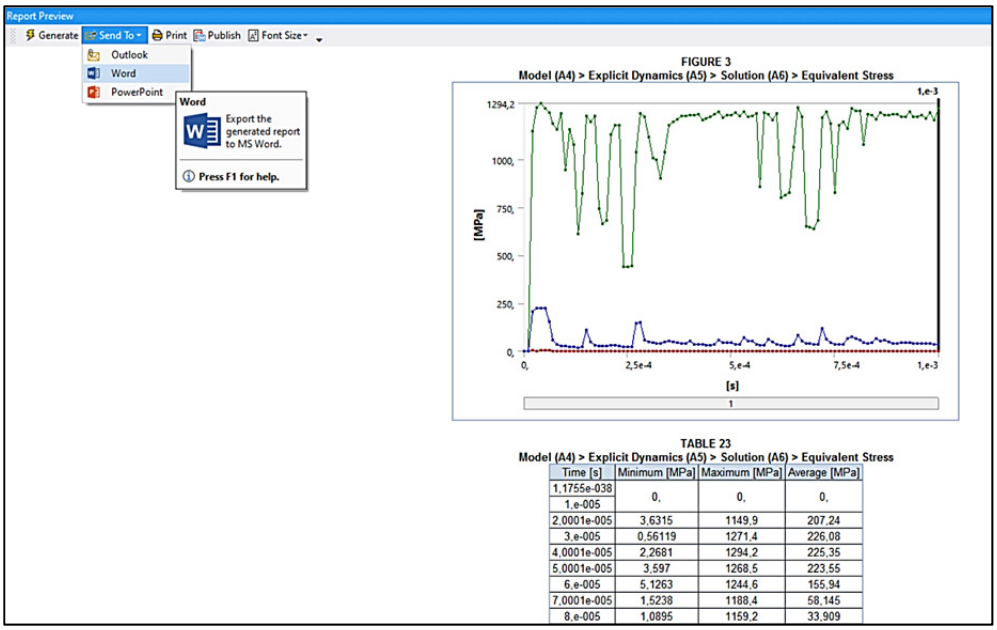


TABLE 23
Model (A4) > Explicit Dynamics (A5) > Solution (A6) > Equivalent Stress

Time [s]	Minimum [MPa]	Maximum [MPa]	Average [MPa]
1,1755e-038	0,	0,	0,
1,e-005			
2,0001e-005	3,6315	1149,9	207,24
3,e-005	0,56119	1271,4	226,08
4,0001e-005	2,2681	1294,2	225,35
5,0001e-005	3,597	1268,5	223,55
6,e-005	5,1263	1244,6	155,94
7,0001e-005	1,5238	1188,4	58,145
8,e-005	1,0895	1159,2	33,909

Сохраняем файл проекта с результатами расчетов.

Для закрепления пройденного материала необходимо выполнить самостоятельную работу по вариантам, представленным в прил. Г.

Г л а в а 4. РАСЧЕТ КОНТАКТНЫХ НАПРЯЖЕНИЙ В ЦИЛИНДРИЧЕСКОЙ ЗУБЧАТОЙ ПЕРЕДАЧЕ

Механические передачи предназначены для передачи движения с изменением его параметров, таких как частота вращения вала n и крутящий момент T. Зубчатые передачи – наиболее распространенный вид механических передач. Простейшая зубчатая передача (рис. 4.1) состоит из ведущего элемента – шестерни (*1*) с числом зубьев z_1 и ведомого элемента – колеса (*2*) с числом зубьев z_2, которые закрепляются на валах, устанавливаемых на подшипниковых опорах в корпусе передачи (редукторе) на определенном межосевом расстоянии [15].

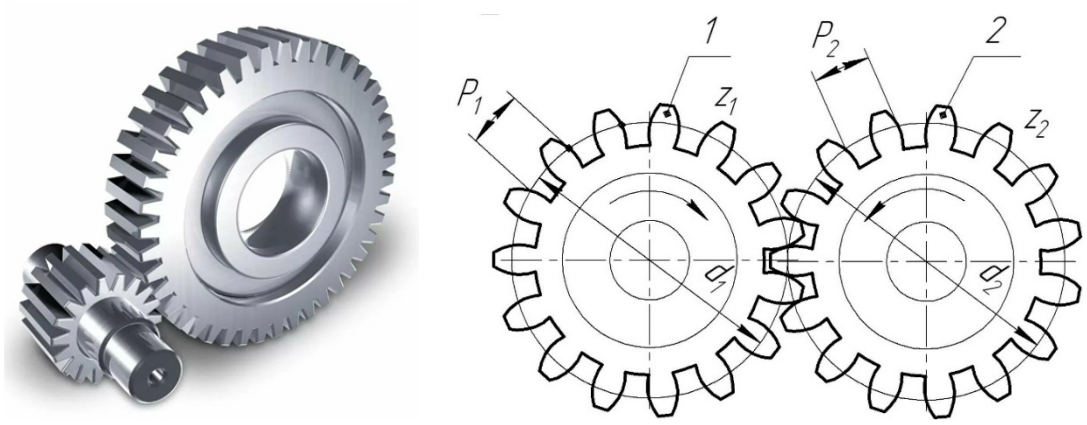


Рис. 4.1. Зубчатые передачи

Зубчатые передачи широко применяются, так как обладают рядом положительных качеств: высокой нагрузочной способностью, сравнительно малыми габаритами, достаточной долговечностью и надежностью работы, высоким КПД (до 0,97–0,98 в одной ступени). К числу их достоинств также относятся постоянство передаточного отношения, возможность применения в широком диапазоне частот вращения колес, мощностей и передаточных чисел. Среди недостатков зубчатых передач можно отметить повышенные требования к точности изготовления, шум при больших скоростях, для прямозубых передач высокую жесткость, не позволяющую компенсировать динамические нагрузки. Отмеченные недостатки могут быть компенсированы различными конструктивными мерами и не снижают существенных преимуществ зубчатых передач [15].

Зубчатые передачи различают:

1. По расположению осей валов:

а) с параллельными осями и цилиндрическими зубчатыми колесами;

б) с пересекающимися осями и коническими зубчатыми колесами;

в) с перекрещивающимися осями (цилиндрические винтовые, конические гипоидные и червячные передачи).

2. По расположению зубьев на колесах:

а) прямые;

б) косые;

в) шевронные;

г) криволинейные.

Основной тип зубчатых передач – это передачи с параллельными осями и цилиндрическими зубчатыми колесами с эвольвентным профилем зуба и внешним зацеплением. Такие передачи используются в виде отдельных унифицированных механизмов, выполняемых в специальном корпусе; они также могут входить в узлы машин и аппаратов. Цилиндрические зубчатые передачи применяются во всех основных типах химических машин и аппаратов: аппараты с перемешивающими устройствами, центрифуги и сепараторы, машины барабанного типа (во вращающихся печах и сушилках) и др.

Важнейшим этапом проектирования зубчатой передачи является расчет на сопротивление усталости зубьев колес при действии переменных напряжений. Поэтому основной целью решения данной задачи является получение первых практических навыков по расчету на прочность цилиндрических зубчатых колес по контактным напряжениям.

Зубчатые колеса изготавливают из сталей, чугуна и неметаллических материалов, например, пластмасс. Выбор материала определяется назначением передачи, условиями работы (режимом нагружения), габаритами колес, типом производства, технологическими, а также экономическими соображениями.

Основные материалы для изготовления зубчатых колес – термообработанные углеродистые и легированные стали, обеспечивающие высокую объемную прочность зубьев, твердость и износостойкость их активных поверхностей [15].

При передаче крутящего момента зуб подвергается изгибу, сжатию, рабочие поверхности зубьев – повреждению и износу

от силы трения. Повреждение рабочих поверхностей зубьев – усталостное выкрашивание зубьев – является основным видом повреждения. Причина усталостного разрушения вызвана переменными контактными и изгибными напряжениями. Усталостное выкрашивание начинается в зоне, где создаются наиболее неблагоприятные условия: большие давления и силы трения, разрыв масляной пленки и другие явления. В этой зоне появляются микротрещины, развитие которых приводит к осповидному выкрашиванию, которое разрастается в увеличивающиеся по числу и размерам раковинки, что уменьшает несущую поверхность зубьев. Начинается нарушение смазки, увеличиваются шум и вибрации. Таким образом, в месте контакта возникают контактные напряжения, вызывающие усталостное выкрашивание рабочей поверхности зубьев. При поверхностной твердости $HB < 350$ выкрашивание прекращается, происходит сглаживание поверхностей. При твердости $HB \geq 350$ трещины на ножках зубьев вступают в зону контакта выходящими на поверхность концами. В результате масло, находящееся в трещине, запирается и под действием внешнего давления расклинивает трещину. Начинается процесс прогрессивного выкрашивания обычно вблизи полюсной линии на ножках зубьев, там, где нагрузка передается одной парой зубьев.

Допустимые контактные напряжения при расчете зубчатых передач на усталость определяются по формуле [15–17]:

$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H\lim b}\, K_{HL}}{S_H}. \qquad (4.1)$$

В этой формуле отсутствуют коэффициенты по ГОСТ 21354–75, учитывающие влияние шероховатости, смазочного материала, скорости и размеров колес, которые для распространенных на практике показателей близки к единице.

Предел контактной выносливости $\sigma_{H\lim b}$ поверхностей зубьев зависит от твердости поверхности. Для нормализованных и улучшенных термообработкой зубчатых колес

$$\sigma_{H\lim b} = 2\text{НВ} + 70,$$

где НВ – твердость поверхностей зубьев.

Коэффициент безопасности при нормализации и улучшении $S_H = 1{,}1$.

Коэффициент долговечности K_{HL} рассчитывается по формуле:

$$2,4 \geq K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO}}{N_{HE}}} \geq 1. \qquad (4.2)$$

В этой формуле базовое число циклов нагружений N_{HO}, зависящее от твердости поверхности зубьев, определяют по рис. 4.2, или как значение твердости НВ в третьей степени.

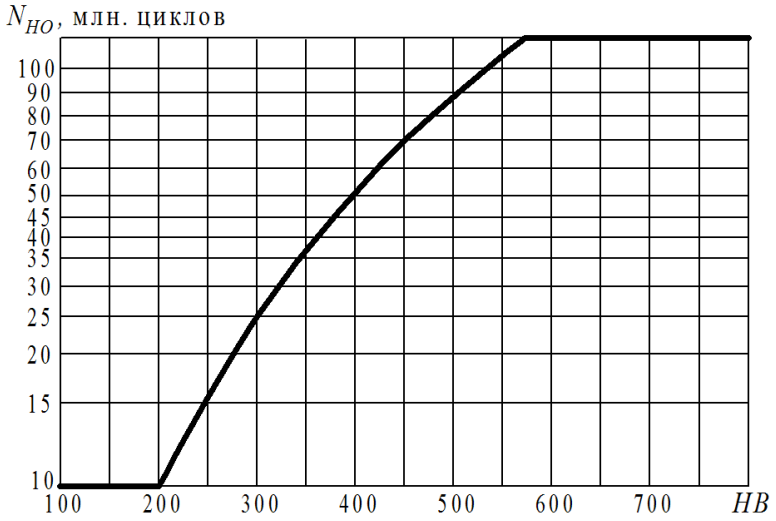


Рис. 4.2. Определение базового числа
циклов нагружений

Эквивалентное число циклов N_{HE} вычислим по формуле:

$$N_{HE} = 60ntc, \qquad (4.3)$$

где n – частота вращения колеса, об/мин; t – полный срок службы, ч (примем $t = 4000$ ч); c – число зацеплений ($c = 1$).

Чтобы определить крутящий момент M воспользуемся формулой

$$M = (9550P) / n, \text{ (Н·м)}, \qquad (4.4)$$

где P – мощность привода, кВт.

В качестве примера решим задачу определения контактных напряжений в зубчатой передаче, имея следующие исходные данные:

1) модуль шестерни и колеса $m = 3$;
2) количество зубьев шестерни и колеса $z_1 = z_2 = 20$;
3) ширина шестерни и колеса $b = 30$ мм;
4) материал зубчатых колес – Сталь 45;
5) вид термообработки – улучшение;

6) твердость материала 285 НВ;

7) предел прочности $\sigma_в$ = 890 МПа;

8) предел текучести $\sigma_т$ = 650 МПа;

9) плотность ρ = 7850 кг/м^3;

10) коэффициент температурного расширения β = 1,19e-5 1/°C;

11) коэффициент Пуассона μ = 0,3;

12) модуль упругости E = 210 000 МПа;

13) частота вращения n = 80 об/мин;

14) мощность привода P = 2 кВт;

Найдем предел контактной выносливости:

$$\sigma_{H\lim b} = 2\text{НВ} + 70 = 2 \cdot 285 + 70 = 640 \text{ МПа}.$$

Коэффициент безопасности при улучшении S_H = 1,1.

Используя рис. 4.2, определим базовое число циклов нагружений N_{HO} = 23 150 000.

Эквивалентное число циклов N_{HE} вычислим по формуле (4.3):

$$N_{HE} = 60 \cdot 80 \cdot 4000 \cdot 1 = 19\,200\,000.$$

Коэффициент долговечности K_{HL} найдем по формуле (4.2):

$$K_{HL} = \sqrt[6]{\frac{N_{HO}}{N_{HE}}} = \sqrt[6]{\frac{23\,150\,000}{19\,200\,000}} = 1,03.$$

Допустимые контактные напряжения рассчитываем по формуле (4.1):

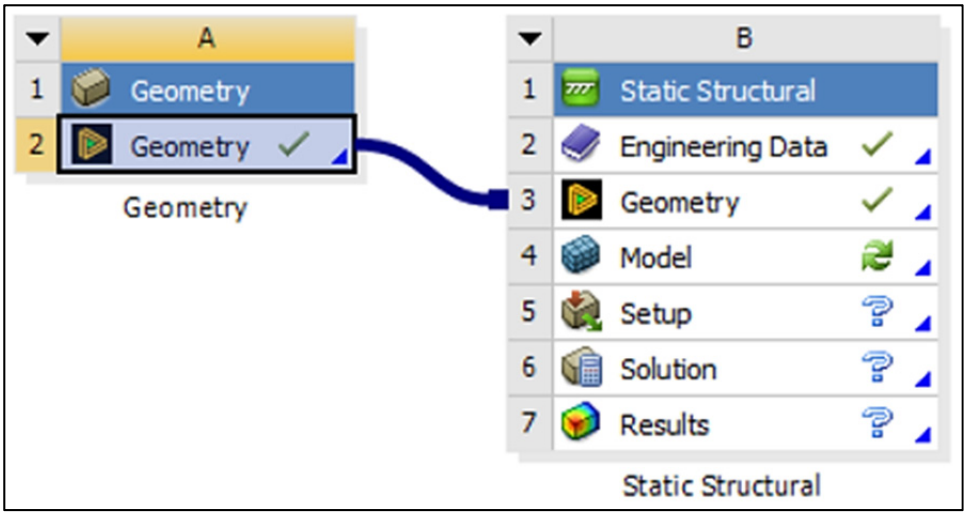
$$[\sigma]_H = \frac{\sigma_{H\lim b}\, K_{HL}}{S_H} = \frac{640 \cdot 1,03}{1,1} = 599,3 \text{ МПа}.$$

Крутящий момент вычислим по формуле (4.4):

$$M = (9550 \cdot P) / n = (9550 \cdot 2) / 80 = 238,75 \text{ Н·м}.$$

Запускаем программу ANSYS Workbench. Загружаем файл с 2D-моделью зубчатых колес. На экране должен появиться блок «Geometry».

Расположим в окне «Project Schematic» блок «Static Structural» и объединим связью этапы моделирования «Geometry» двух блоков:



Для задания свойств материалов перейдем в раздел «Engineering Data», нажав ЛКМ по соответствующей надписи в блоке «Static Structural» дважды. Для решения нашей задачи оставим материал «Structural Steel» и поменяем в свойствах следующие параметры (рис. 4.3):

1. Density (плотность) $\rho = 7850$ кг/м^3.

2. Coefficient of Thermal Expansion (коэффициент температурного расширения) $\beta = 1{,}19e\text{-}5$ 1/°C.

3. Young's Modulus (модуль упругости) $E = 210\,000$ МПа (или 2,1E11 Па).

4. Poisson's ratio (коэффициент Пуассона) $\mu = 0{,}3$.

Bulc Modulus (объемный модуль) и Shear Modulus (модуль сдвига) зависят от модуля упругости и коэффициента Пуассона и рассчитаются автоматически.

5. Tensile Yield Strength (предел текучести при растяжении) $\sigma_т = 650$ МПа;

6. Compressive Yield Strength (предел текучести при сжатии) $\sigma_т = 650$ МПа;

7. Tensile Ultimate Strength (предел прочности при растяжении) $\sigma_в = 890$ МПа

8. Compressive Ultimate Strength (предел прочности при сжатии) $\sigma_в = 890$ МПа

Остальные параметры оставляем без изменений.

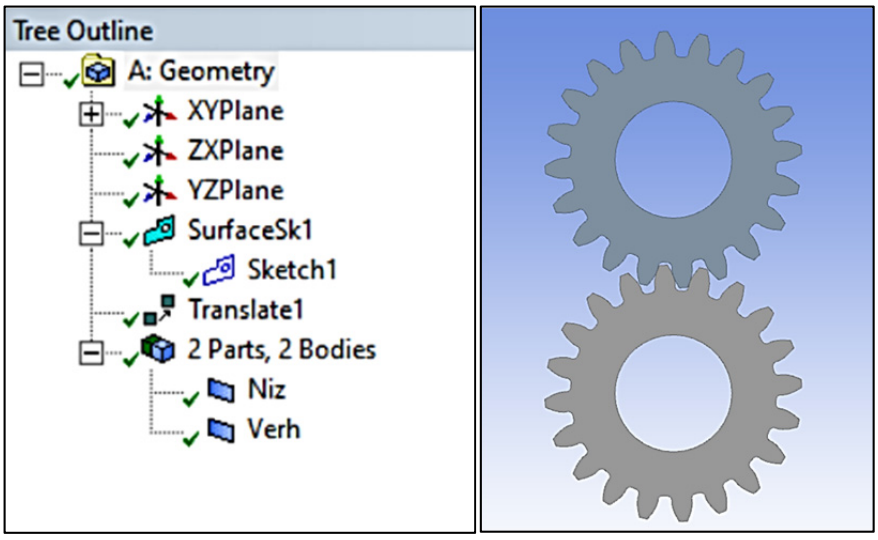
Properties of Outline Row 3: Structural Steel

	A	B	C	D	E
1	Property	Value	Unit		
2	Material Field Variables	Table			
3	Density	7850	kg m^-3		
4	Isotropic Secant Coefficient of Thermal Expansion				
5	Coefficient of Thermal Expansion	1,19E-05	C^-1		
6	Isotropic Elasticity				
7	Derive from	Young's Modulus and Poisson's Ratio			
8	Young's Modulus	2,1E+11	Pa		
9	Poisson's Ratio	0,3			
10	Bulk Modulus	1,75E+11	Pa		
11	Shear Modulus	8,0769E+10	Pa		
12	Strain-Life Parameters				
13	Display Curve Type	Strain-Life			
14	Strength Coefficient	9,2E+08	Pa		
15	Strength Exponent	-0,106			
16	Ductility Coefficient	0,213			
17	Ductility Exponent	-0,47			
18	Cyclic Strength Coefficient	1E+09	Pa		
19	Cyclic Strain Hardening Exponent	0,2			
20	S-N Curve	Tabular			
24	Tensile Yield Strength	650	MPa		
25	Compressive Yield Strength	650	MPa		
26	Tensile Ultimate Strength	890	MPa		
27	Compressive Ultimate Strength	890	MPa		

Рис. 4.3. Задание свойств материала «Structural Steel»

Для редактирования модели воспользуемся геометрическим редактором ANSYS «New DesignModeler Geometry». Для этого нажмем ПКМ на этап моделирования «Geometry» в блоке «Explicit Dynamics» и выберем соответствующий пункт.

Для создания поверхностей модели по имеющемуся эскизу необходимо воспользоваться командой «Concept» → «Surfaces From Sketches» в главном меню программы, предварительно выбрав эскиз. После выполнения команды появятся поверхности (Surface) и тела (Bodies), повторяющие контуры зубчатых колес:



Выходим из «New DesignModeler Geometry».

Выбираем двумерный тип анализа. ПКМ → «Geometry» в блоке этапов моделирования → «Properties». В появившемся окне в разделе «Analysis Type» выбираем «2D»:

Properties of Schematic A2: Geometry

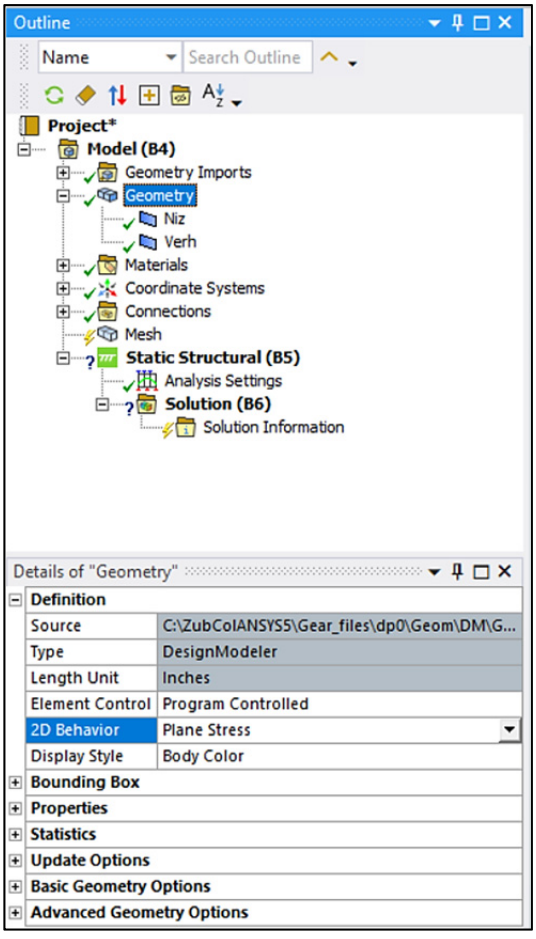
	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	Component ID	Geometry 1
4	Directory Name	Geom
5	Notes	
6	Notes	
7	Used Licenses	
8	Last Update Used Licenses	
9	Geometry Source	
10	Geometry File Name	C:\ZubColANSYS5\Gear_files\dp0\Geom\DM\Geom.agdb
11	Advanced Geometry Options	
12	Analysis Type	2D
13	Compare Parts On Update	No

Двойным щелчком ЛКМ по этапу «Model» в блоке этапов моделирования переходим в расчетный модуль ANSYS.

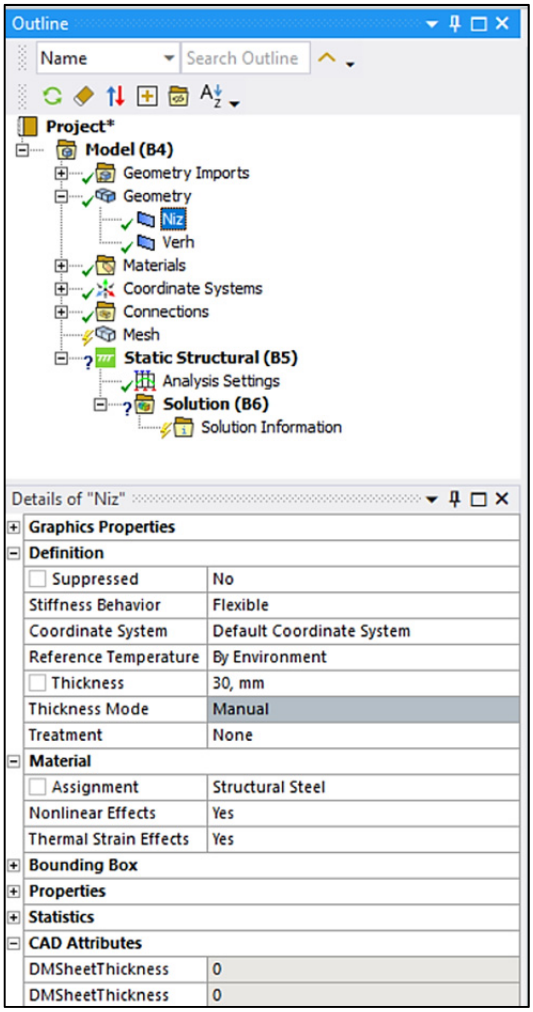
Выбираем единицы измерения, с которыми будем работать:

Metric (mm, kg, N, s, mV, mA)

Определяем тип поведения конечно-элементной модели при проведении двухмерного анализа: «Outline» → «Geometry» и после «Details» → «Definition» → «2D Behavior» → «Plane Stress»:



Присваиваем обоим зубчатым колесам модели материала: «Outline» → «Geometry» → выбираем объект. Затем «Details» → «Material» → «Assignment» → «Structural Steel». В разделе «Details» → «Definition» → «Thickness» назначаем ширину обоих колес 30 мм:



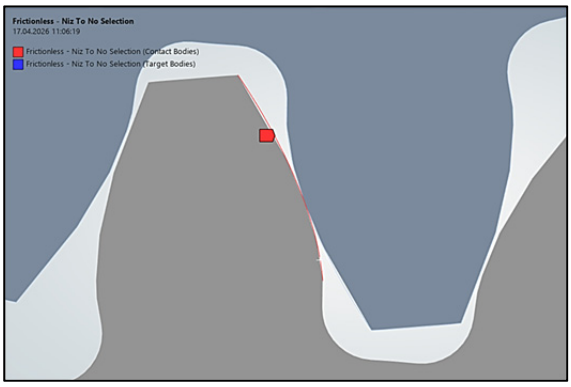
Свойства выбранных материалов можно проверить в разделе «Outline» → «Materials».

Для моделирования взаимодействия поверхностей необходимо настроить параметры контактов.

В дереве этапов моделирования «Outline» находим «Connections» → «Contacts» и удаляем автоматически назначенные контакты «Contact Region».

Во вкладке «Connections» панели инструментов выбираем «Contact» → «Frictionless» (контакт без трения).

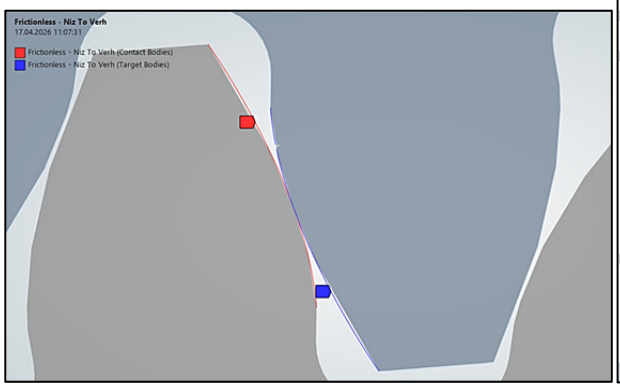
Выделяем край зуба нижнего зубчатого колеса (может быть образован одной или несколькими кривыми), и выбираем его в разделе «Details» → «Scope» → «Contact»:



Details of "Frictionless - Niz To No Selection"

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Contact	2 Edges
Target	No Selection
Contact Bodies	Niz
Target Bodies	No Selection
Shell Thickness Effect	No
Protected	No
Definition	
Type	Frictionless
Scope Mode	Manual
Behavior	Program Controlled
Trim Contact	Program Controlled
Contact APDL Name	
Target APDL Name	
Suppressed	No
Display	
Element Normals	No
Advanced	
Formulation	Program Controlled
Small Sliding	Program Controlled
Detection Method	Program Controlled
Penetration Tolerance	Program Controlled
Normal Stiffness	Program Controlled
Update Stiffness	Program Controlled
Stabilization Damping Factor	0,
Pinball Region	Program Controlled
Time Step Controls	None
Geometric Modification	
Interface Treatment	Add Offset, No Ramping
Offset	0, mm
Contact Geometry Correction	None
Flip Contact Normals	No

После чего выделяем край зуба верхнего зубчатого колеса и выбираем его в разделе «Details» → «Scope» → «Target»:



Details of "Frictionless - Niz To Verh"

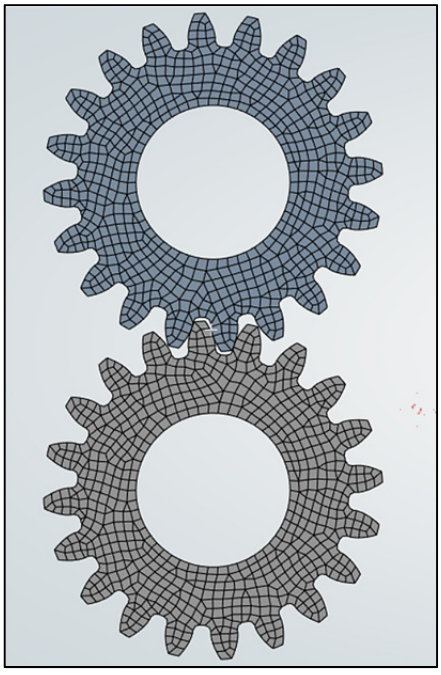
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Contact	2 Edges
Target	2 Edges
Contact Bodies	Niz
Target Bodies	Verh
Shell Thickness Effect	No
Protected	No
Definition	
Type	Frictionless
Scope Mode	Manual
Behavior	Program Controlled
Trim Contact	Program Controlled
Contact APDL Name	
Target APDL Name	
Suppressed	No
Display	
Element Normals	No
Advanced	
Formulation	Program Controlled
Small Sliding	Program Controlled
Detection Method	Program Controlled
Penetration Tolerance	Program Controlled
Normal Stiffness	Program Controlled
Update Stiffness	Program Controlled
Stabilization Damping Factor	0,
Pinball Region	Program Controlled
Time Step Controls	None
Geometric Modification	
Interface Treatment	Add Offset, No Ramping
Offset	0, mm
Contact Geometry Correction	None
Target Geometry Correction	None
Flip Contact Normals	No

Ready

В «Details» → «Advanced» → «Formulation» выбираем «Augmented Lagrange», в «Details» → «Geometric Modification» → «Interface Treatment» выбираем «Adjust to Touch». Получим:

Details of "Frictionless - Niz To Verh"	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Contact	2 Edges
Target	2 Edges
Contact Bodies	Niz
Target Bodies	Verh
Shell Thickness Effect	No
Protected	No
Definition	
Type	Frictionless
Scope Mode	Manual
Behavior	Program Controlled
Trim Contact	Program Controlled
Contact APDL Name	
Target APDL Name	
Suppressed	No
Display	
Element Normals	No
Advanced	
Formulation	Augmented Lagrange
Small Sliding	Program Controlled
Detection Method	Program Controlled
Penetration Tolerance	Program Controlled
Normal Stiffness	Program Controlled
Update Stiffness	Program Controlled
Stabilization Damping Factor	0,
Pinball Region	Program Controlled
Time Step Controls	None
Geometric Modification	
Interface Treatment	Adjust to Touch
Contact Geometry Correction	None
Target Geometry Correction	None
Flip Contact Normals	No
Flip Target Normals	No

Далее переходим к разбиению модели на сетку конечных элементов: «Outline» → «Mesh». Указываем в «Details» → «Defaults» → «Element Size» значение «4». Предварительно разбиваем модель на сетку конечных элементов:



В панели инструментов во вкладке «Mesh» при помощи команды «Method» 

определяем метод построения сетки конечных элементов. Выбираем тела обоих зубчатых колес и подтверждаем выбор в «Details» → «Scope» → «Geometry». В окне «Details» → «Definition» → «Method» выбираем «MultiZone»:

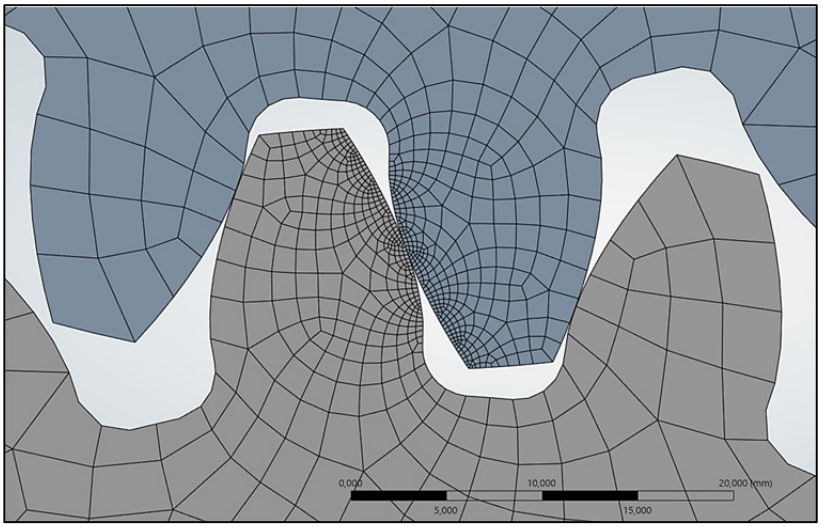
Details of "MultiZone Quad/Tri Method" - Method	
Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	2 Bodies
Definition	
Suppressed	No
Method	MultiZone Quad/Tri
Surface Mesh Method	Program Controlled
Element Order	Use Global Setting
Free Face Mesh Type	Quad/Tri
Advanced	
Preserve Boundaries	Protected
Mesh Based Defeaturing	On
Defeature Size	Default(2,e-002 mm)
Sheet Loop Removal	No
Minimum Edge Length	7,7004e-003 mm
Write ICEM CFD Files	No

Используя команду «Sizing» 

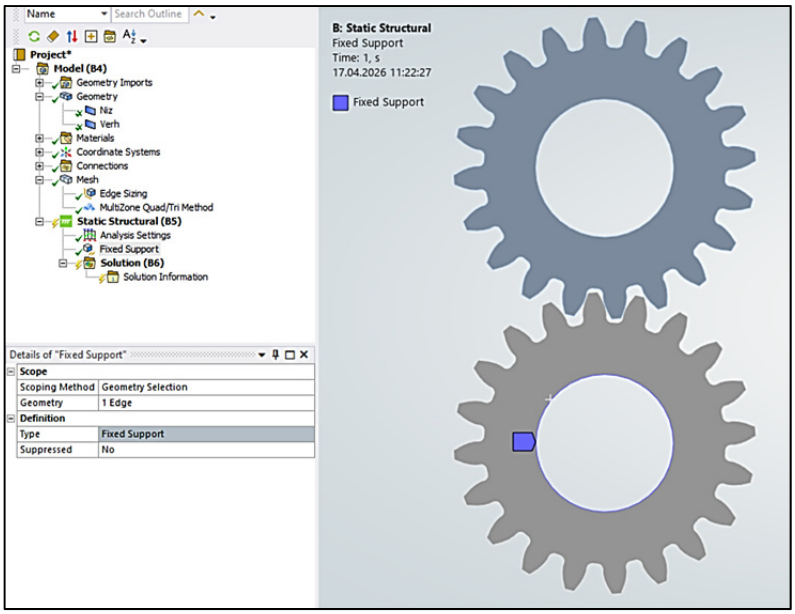
из панели инструментов в разделе «Mesh», настраиваем размер сетки конечных элементов так, чтобы сетка в местах контакта была мельче. Выделяем края контактирующих зубьев и подтверждаем выбор в «Details» → «Scope» → «Geometry». Размер сетки настраиваем в «Details» → «Definition» → «Element Size», где вводим значение 0,2.

Нажмем на кнопку 

«Generate» для создания сетки конечных элементов. Получим следующий результат:

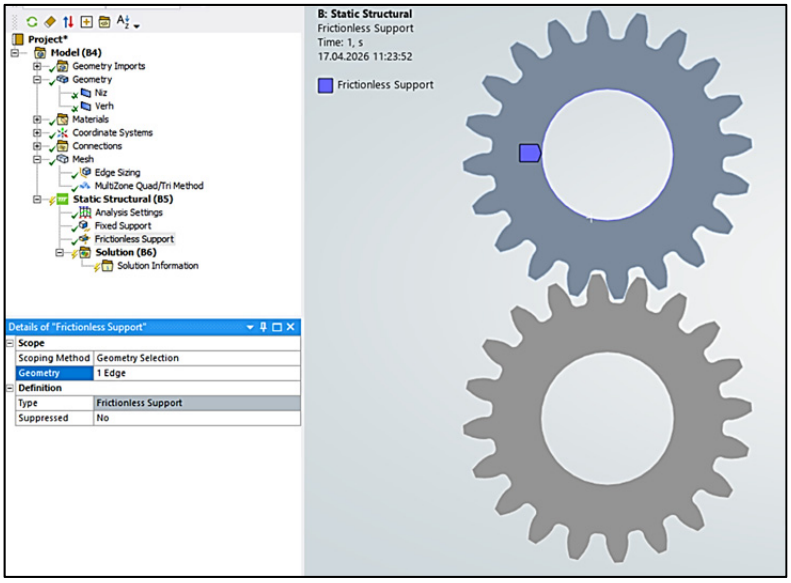


Переходим к заданию граничных условий: «Outline» → «Static Structural» → ПКМ → «Insert» → «Fixed Support» и указываем отверстие нижнего зубчатого колеса:



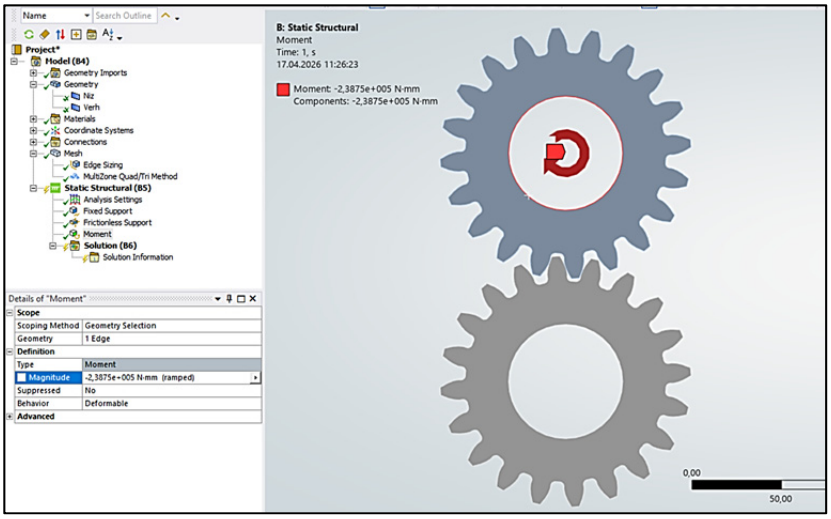
Подтвердим выбор поверхности в окне «Details» → «Geometry» → «Apply».

Затем выделяем отверстие верхнего зубчатого колеса. «Outline» → «Static Structural» → ПКМ → «Insert» → «Frictionless Support». Подтвердим выбор поверхности в окне «Details» → «Geometry» → «Apply».



Выделяем отверстие верхнего зубчатого колеса и задаем ему крутящий момент. «Outline» → «Static Structural» → ПКМ → «In-

sert» → «Moment». Подтвердим выбор поверхности в окне «Details» → «Geometry» → «Apply». В строке «Details» → «Definition» → «Magnitude», присваиваем значение –2,3875e5 Н·мм (значение, вычисленное по формуле (4.4)). Знак «–» позволяет задать вращение по часовой стрелке:

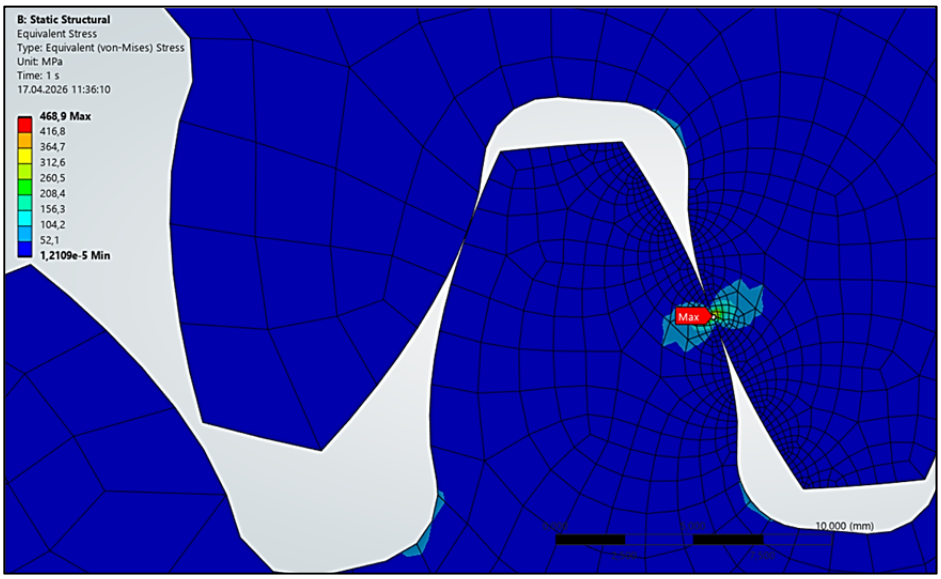


Остается выбрать в разделе «Solution» в дереве окна «Outline» необходимые для отображения выходные данные. Выберем «Solution» → ПКМ → «Insert» → «Stress» → «Equivalent (von-Mises)» для расчета эквивалентных напряжений.

Для запуска задачи на расчет выполним команду 

«Solve» во вкладке «Solution Information» панели инструментов.

После завершения расчета в дереве окна «Outline» выберем «Equivalent Stress» для отображения эквивалентных напряжений:



Анализ результатов расчета показал, что максимальное эквивалентное напряжение составило 468,9 МПа, что меньше значения предельно допустимых напряжений (формула (4.1)). Это говорит о том, что зубчатая передача с принятыми исходными данными выдержит нагрузки в момент эксплуатации.

Для сохранения результатов расчетов в текстовый файл необходимо в панели инструментов во вкладке «Home» выбрать «Report Preview», после чего в появившемся окне «Send To» → «Word».

Сохраняем файл проекта с результатами расчетов.

Для закрепления пройденного материала необходимо выполнить самостоятельную работу по вариантам, представленным в прил. Д.

Г л а в а 5. ОПРЕДЕЛЕНИЕ ШЕРОХОВАТОСТИ ПОВЕРХНОСТИ ПОСЛЕ КОНТАКТА СО СФЕРИЧЕСКИМ ТЕЛОМ

Волнистость и шероховатость поверхности – это периодически повторяющиеся выступы и впадины на поверхности. Отличия между погрешностями формы, волнистостью и шероховатостью можно условно разделить по отношению шага неровностей S_w к высоте неровностей W_z.

Если $\frac{S_w}{W_z} < 50$, то такие отклонения относят к шероховатости поверхности, если $50 < \frac{S_w}{W_z} < 1000$ – к волнистости, а при $\frac{S_w}{W_z} > 1000$ – к отклонениям формы [18].

Шероховатостью поверхности называют совокупность неровностей с относительно малыми шагами, образующих рельеф поверхности детали и рассматриваемых в пределах базовой длины l.

Шероховатость обработанной поверхности является следствием пластической деформации поверхностного слоя при образовании стружки, копирования неровностей кромок режущего инструмента и трения его о деталь, вибраций, неоднородности материала заготовки и т.д. Количественно шероховатость поверхности устанавливается независимо от способа ее обработки.

ГОСТ 2789–73 предусматривает следующие параметры для оценки шероховатости поверхности детали:

1) *высотные*:

– R_a – среднее арифметическое отклонение профиля;

– R_z – высота неровностей профиля по 10 точкам;

– $R_{\max}$ – наибольшая высота профиля;

2) *шаговые*:

– S – средний шаг неровностей профиля по вершинам;

– S_m – средний шаг неровностей профиля по средней линии;

– t_p – относительная опорная длина профиля.

Определение этих параметров производится в пределах базовой длины.

Базовой линией (поверхностью) называется линия (поверхность) заданной геометрической формы, определенным образом проведенная относительно профиля (поверхности) и служащая для оценки геометрических параметров поверхности.

Базовая длина *l* – это длина базовой линии, используемая для выделения неровностей, характеризующих шероховатость поверхности, и для количественного определения ее параметров.

Базовые длины устанавливаются с учетом эксплуатационных особенностей. Так как базовая длина позволяет учесть только те неровности, шаг которых меньше базовой длины, то числовые значения базовых длин определяются по неровностям, свойства которых нормируются.

По ГОСТ 2789–73 нормирование шероховатости основано на сисатеме *M*, т.е. отсчет производится от единой базы, в качестве которой принята средняя линия профиля.

Средней линией профиля *m* называется базовая линия, имеющая форму номинального (геометрического) профиля поверхности и делящая действительный профиль так, что в пределах базовой длины *l* сумма квадратов растояний y_1, y_2, …, y_n точек профиля до этой линии минимальна (рис. 5.1), т.е для построения средней линии требуется применять **метод наименьших квадратов**. Считается, что чем меньше сумма квадратов расстояний, тем соответствующая линия лучше аппроксимирует иеющиеся данные.

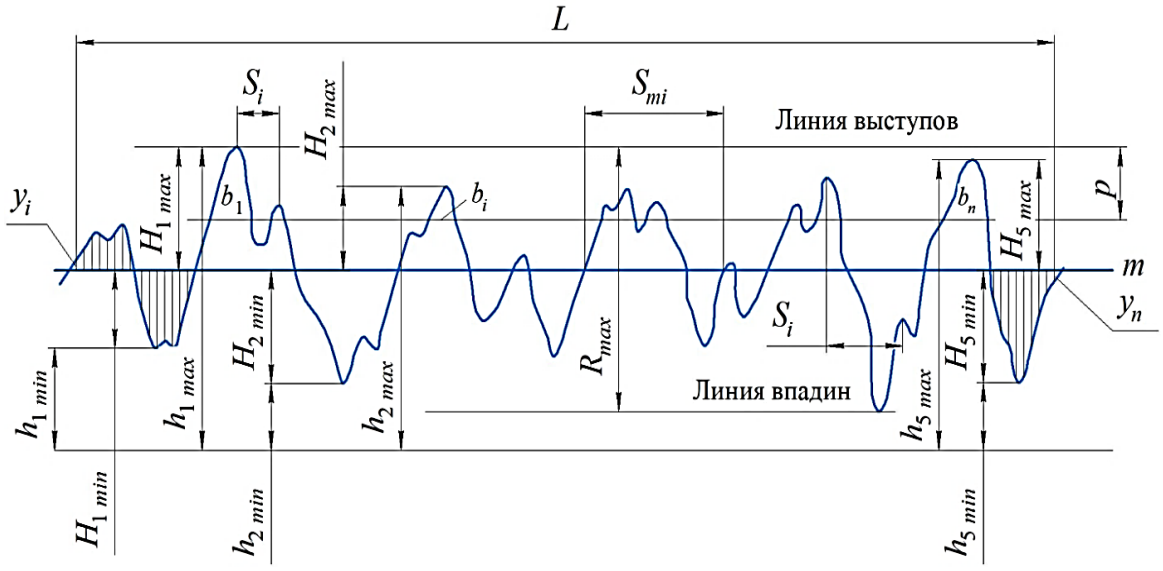


Рис. 5.1. Профилограмма и основные параметры шероховатости поверхности

Уравнение прямой для построения средней линии профиля имеет вид:

$$y = mx + b; \tag{5.1}$$

$$m = \frac{\sum\left(x - \overline{x}\right)\left(y - \overline{y}\right)}{\left(x - \overline{x}\right)^2}; \tag{5.2}$$

$$b = \overline{y} - m\overline{x}, \tag{5.3}$$

где x и y – координаты точек профиля, $\overline{x}$ и $\overline{y}$ – средние арифметические значения этих координат.

Для решения этой задачи можно воспользоваться программой Microsoft Excel и ее функцией «ЛИНЕЙН».

В системе M числовые значения параметров шероховатости определяются следующим образом.

Среднее арифметическое отклонение профиля R_a – среднее арифметическое из абсолютных значений отклонений профиля y в пределах базовой длины – определяется по формуле:

$$R_a = \frac{1}{l}\int |y|\,dx;$$

или приближенно:

$$R_a = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}|y_i|. \tag{5.4}$$

Высота неровностей профиля по десяти точкам R_z – сумма средних арифметических абсолютных отклонений точек пяти наибольших минимумов $H_{i\,\min}$ и пяти наибольших максимумов $H_{i\,\max}$ профиля в пределах базовой длины l. Определяется по формуле:

$$R_z = \frac{1}{5}\left(\sum_{i=1}^{5}\left|H_{i\,\min}\right| + \sum_{i=1}^{5}\left|H_{i\,\max}\right|\right),$$

где $H_{i\min}$, $H_{i\max}$ – ординаты соответственно пяти высших и пяти низших точек в пределах базовой длины, измеренные от линии, эквидистантной средней линии и не пересекающей профиля.

Наибольшая высота неровностей профиля $R_{\max}$ – расстояние между наивысшей точкой выступов и наинизшей точкой впадин профиля в пределах базовой длины:

$$R_{\max} = H_{i\min} - H_{i\,\max}.$$

Средний шаг неровностей профиля по средней линии S_m – среднее значение шага неровностей в пределах базовой длины:

$$S_m = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_{mi},$$

где S_{mi} – шаг неровностей, под которым понимается длина отрезка линии, ограниченная точками пересечения этой линией одноименных сторон соседних неровностей; n – число шагов в пределах базовой длины.

Средний шаг неровностей по вершинам S – среднее значение расстояний между вершинами характерных неровностей в пределах базовой длины:

$$S = \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} S_i,$$

где n – число шагов неровностей в пределах базовой длины.

Опорная длина профиля η_p – сумма длин отрезков b_1 в пределах базовой длины, отсекаемых на заданном уровне p в материале выступов профиля линией, эквидистантной средней линии m:

$$\eta_p = \sum_{i=1}^{n} b_i,$$

где n – число отсекаемых отрезков в пределах базовой длины.

Уровень сечения профиля p – расстояние между линией выступов профиля и линией, пересекающей профиль эквидистантно линии выступов профиля.

Числовые значения уровней сечения профиля p выбирают из ряда: 5; 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90 % от $R_{\max}$.

Относительнная опорная длина профиля t_p – отношение опорной длины профиля η_p к базовой длине l:

$$t_p = \frac{\eta_p}{l}.$$

Относительную опорную длину t_p выбирают из ряда: 10; 15; 20; 25; 30; 40; 50; 60; 70; 80; 90.

Для проведения вычисления в программе ANSYS Workbench контактного взаимодействия шероховатой поверхности со сферическим телом (шаром) смоделируем фрагмент поверхности с шероховатостью, аппроксимированной ломаной линией, показанной

на рис. 5.2. Моделируется только часть поверхности детали для ускорения и упрощения расчета.

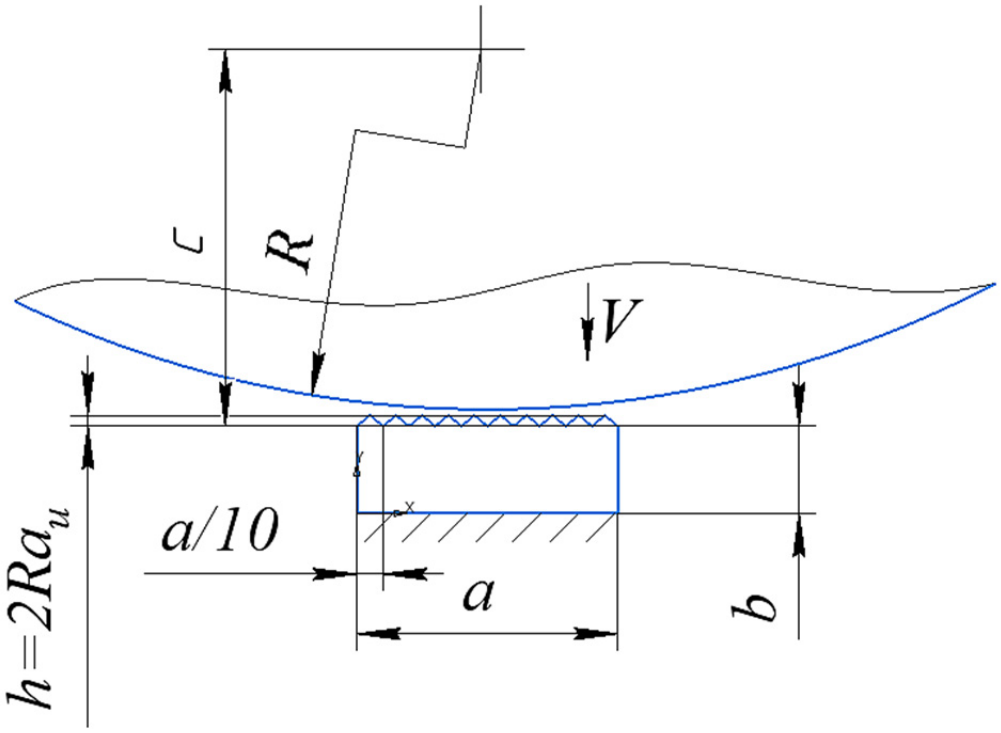


Рис. 5.2. Схема контактного нагружения

В качестве исходных данных для расчета примем:

1. Радиус шара R = 3000 мкм.

2. Скорость шара V = 1 м/с = 1000 мм/с.

3. Исходная шероховатость Ra = 6,3 мкм.

4. Материал детали – алюминий (ALUMINIUM из библиотеки материалов ANSYS).

6. Материал шара – сталь (STEEL 4340 из библиотеки материалов ANSYS).

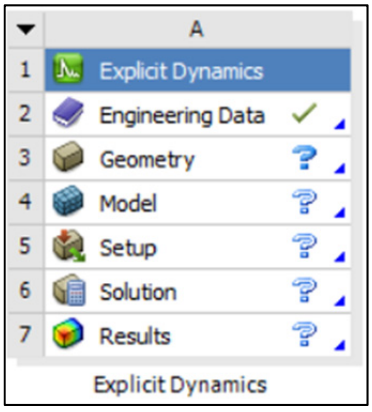
Чтобы аппроксимированная ломаной линией исходная шероховатость составила $Ra_{и}$ = 6,3 мкм, высоту h принимаем равной $2Ra_{и} = 2 \cdot 6{,}3 = 12{,}6$ мкм.

Длина a = 200 мкм, высота b = 60 мкм.

Расстояние c от центра шара до впадин микронеровностей поверхности детали выбираем таким образом, чтобы шар находился от поверхности детали на минимальном расстоянии, но не касался ее. Примем c = 1520 мкм.

В результате решения задачи необходимо определить установившуюся шероховатость Ra поверхности детали после контакта с шаром.

Запускаем программу ANSYS Workbench. Расположим в окне «Project Schematic» блок «Explicit Dynamics»:



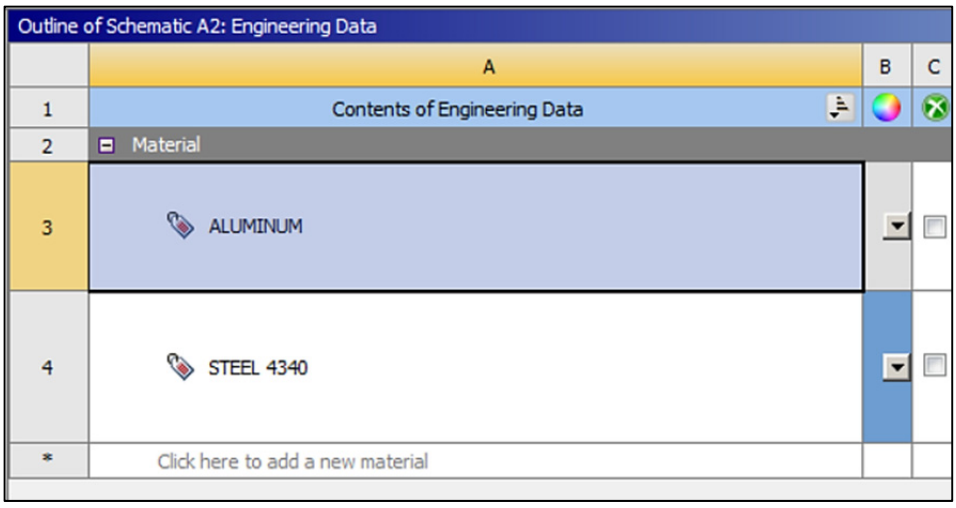
Для задания свойств материалов перейдем в раздел «Engineering Data», нажав ЛКМ по соответствующей надписи в блоке «Explicit Dynamics» дважды.

Для выбора материала из существующих библиотек переходим в раздел «Engineering Data Sources» 

.

Выберем материалы из библиотеки «Explicit Materials»: для шара STEEL 4340, для детали ALUMINIUM. Для этого нажмем на знак Add . После чего справа от знака  появится .

Нажимаем на вкладку «Engineering Data Sources», тем самым выходим из библиотек и переходим к списку выбранных материалов. Материал «Structural Steel» необходимо удалить: ПКМ → Delete:

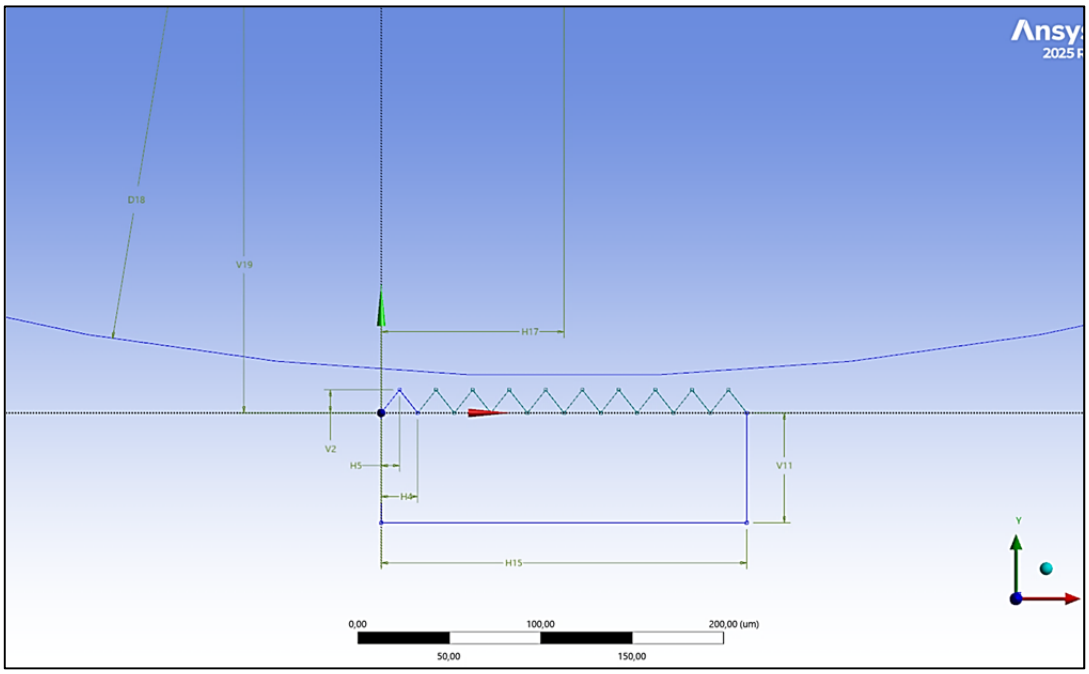


Закрываем раздел «Engineering Data».

Далее необходимо создать модель шара и детали. Для создания новой модели воспользуемся геометрическим редактором ANSYS «New DesignModeler Geometry». Для этого нажмем ПКМ на раздел «Geometry» в блоке «Explicit Dynamics» и выберем соответствующий пункт.

Выберем единицы измерения (мкм) и определим предварительно масштаб. Выберем плоскость «XYPlane» для создания эскиза. Создадим на плоскости эскиз.

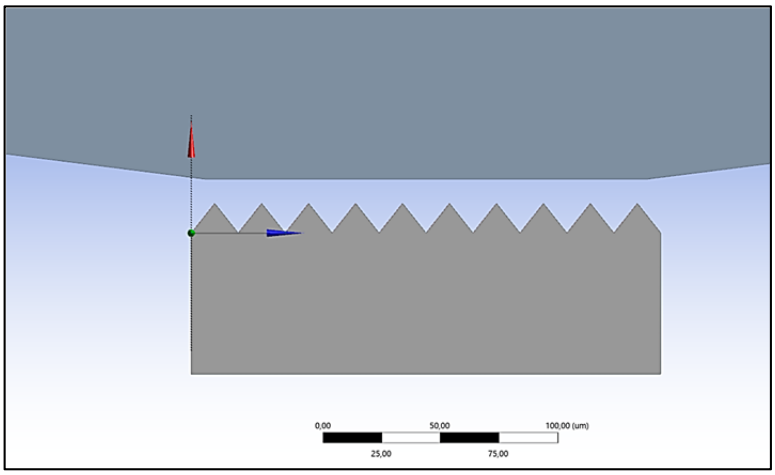
Изобразим шар и деталь, как показано на рис. 5.2:



Воспользуемся инструментами во вкладке «Sketching» в разделах «Draw» (инструменты для создания геометрии) и «Dimensions» (нанесение размеров). После нанесения размеров их значения можно отредактировать в окне «Details View»:

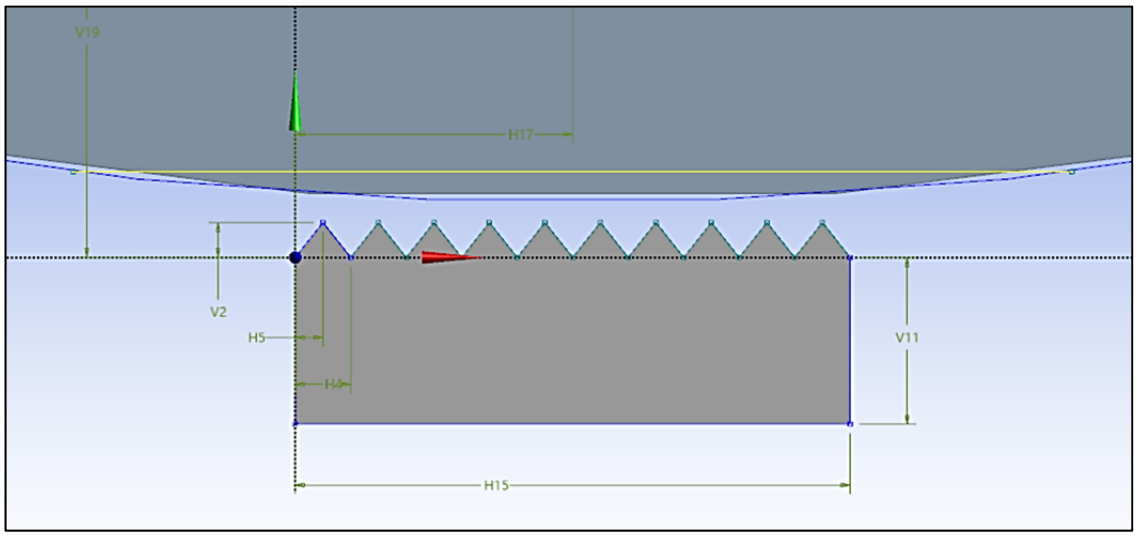
Details View	
Details of Sketch1	
Sketch	Sketch1
Sketch Visibility	Show Sketch
Show Constraints?	No
Dimensions: 8	
D18	3000 µm
H15	200 µm
H17	100 µm
H4	20 µm
H5	10 µm
V11	60 µm
V19	1520 µm
V2	12,6 µm

Для создания моделей поверхностей шара и детали по имеющемуся эскизу необходимо воспользоваться командой «Concept» → «Surfaces From Sketches» в главном меню программы, предварительно выбрав эскиз. После выполнения команды в окне этапов моделирования «Tree Outline» появятся поверхности (Surface) и тела (Bodies):

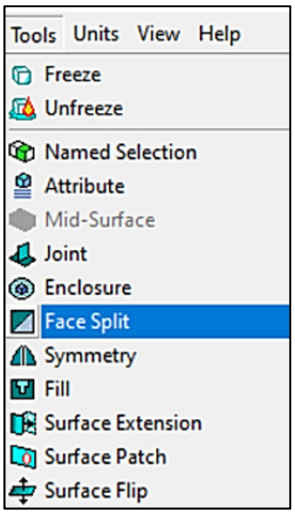


Часть поверхности шара, контактирующую с деталью, будем разбивать на более мелкую сетку конечных элементов. Для этого полученную поверхность шара разобьем на две поверхности.

Выберем эскиз, в котором были изображены шар и деталь, и начертим линию (желтая линия на рисунке), отделяющую часть шара с более мелкой сеткой от части с более крупной:



Выполним команду из главного меню программы «Tools» → «Face Split»:



Укажем разделительную линию и выполним команду. Теперь шар состоит из двух поверхностей.

Выходим из «New DesignModeler Geometry».

Выбираем двумерный тип анализа. ПКМ → «Geometry» в блоке этапов моделирования → «Properties». В появившемся окне в разделе «Analysis Type» выбираем «2D»:

Properties of Schematic A3: Geometry

	A	B
1	Property	Value
2	General	
3	Component ID	Geometry
4	Directory Name	SYS
5	Notes	
6	Notes	
7	Used Licenses	
8	Last Update Used Licenses	
9	Geometry Source	
10	Geometry File Name	C:\Users\nikita\AppData\Local\Temp\WB_nikita_15548_2 \wbnew_files\dp0\SYS\DM\SYS.agdb
11	Advanced Geometry Options	
12	Analysis Type	2D
13	Compare Parts On Update	No

Двойным щелчком ЛКМ по этапу «Model» в блоке этапов моделирования переходим в расчетный модуль ANSYS.

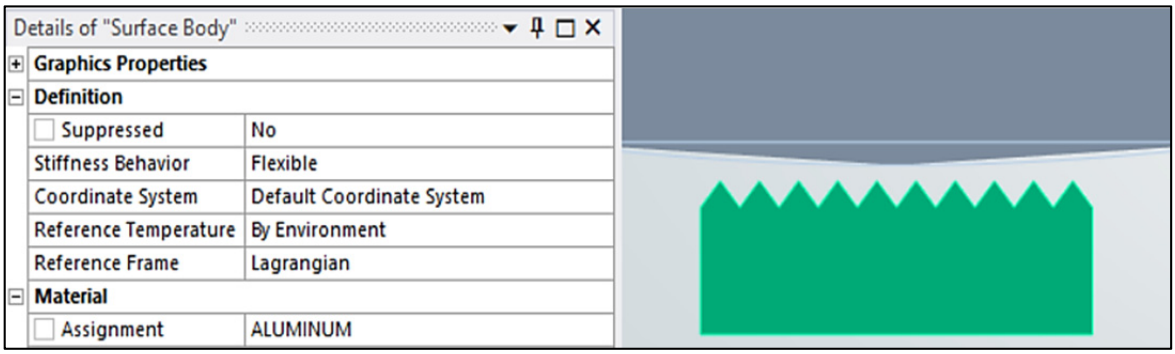
Выбираем единицы измерения, с которыми будем работать:

Metric (µm, kg, µN, s, V, mA)

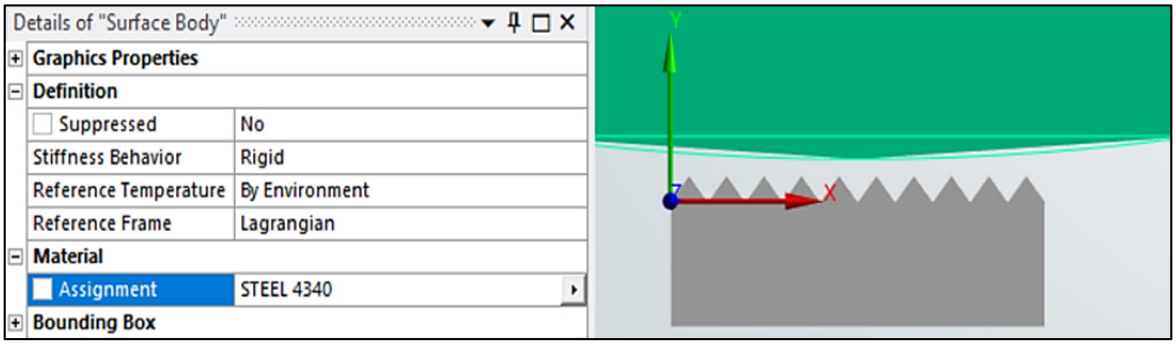
Определяем тип поведения конечно-элементной модели при проведении двухмерного анализа: «Outline» → «Geometry» и после «Details» → «Definition» → «2D Behavior» → «Plane Stress».

Присваиваем шару и детали модели материала (рис. 5.3): «Outline» → «Geometry» → «Solid». Затем «Details» → «Material» →

«Assignment». Для шара выбираем «STEEL 4340», для детали «ALUMINIUM». При редактировании материала шара в разделе «Details» → «Definition» → «Stiffness Behavior» выбираем «Rigid» для определения шара как абсолютно жесткого недеформируемого тела.



а)



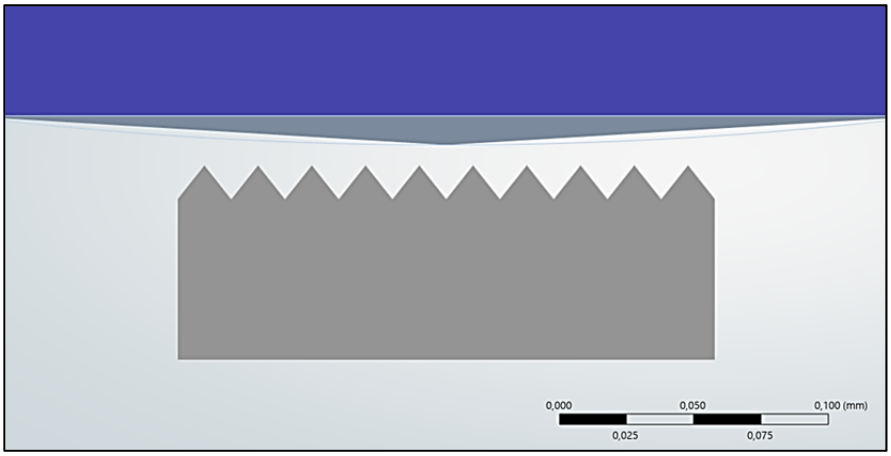
б)

Рис. 5.3. Назначение модели материала
детали (*а*) и шару (*б*)

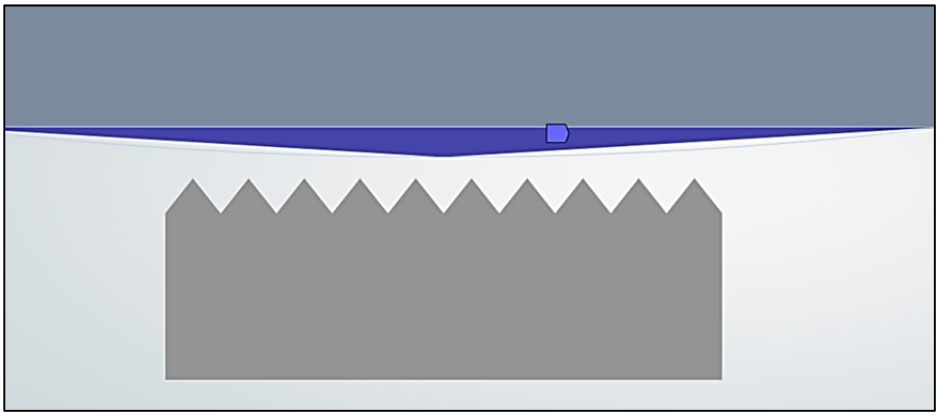
Свойства выбранных материалов можно проверить в разделе «Outline» → «Materials».

Далее переходим к разбиению модели на сетку конечных элементов: «Outline» → «Mesh». Используя команду «Sizing» 

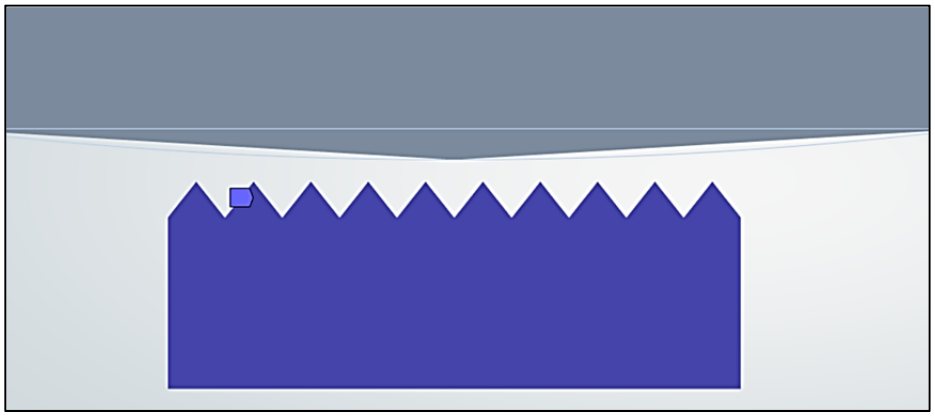
из панели инструментов в разделе «Mesh», настраиваем размер сетки конечных элементов. Выделяем верхнюю поверхность шара и подтверждаем выбор в «Details» → «Scope» → «Geometry». Размер сетки настраиваем в «Details» → «Definition» → «Element Size», где вводим значение 0,2:



Затем поочередно задаем размер сетки 0,002 мм для нижней поверхности шара:

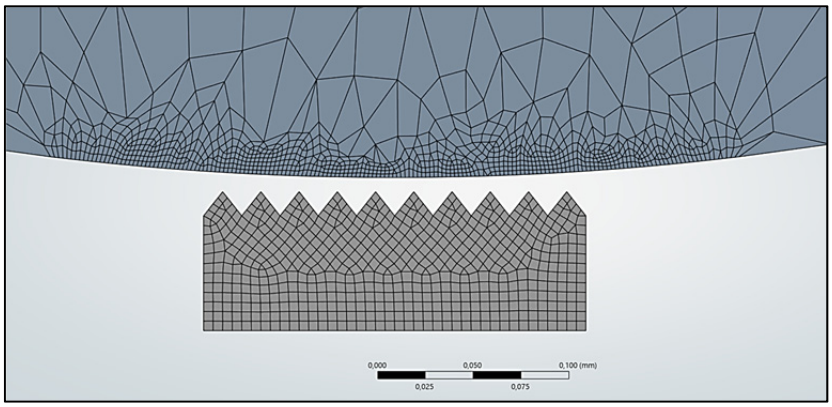


и 0,005 мм для детали:



Нажмем на кнопку 

«Generate» для создания сетки конечных элементов. Получим следующий результат:



Переходим к заданию граничных условий: «Outline» → «Explicit Dynamics». В панели инструментов во вкладке «Environment» выберем для фиксации модели способ «Fixed» и укажем нижнюю поверхность детали. Подтвердим выбор поверхности в окне «Details» → «Geometry» → «Apply».

Затем зададим шару начальную скорость. Перейдем по пути «Outline» → «Explicit Dynamics» → «Initial Conditions». В панели инструментов во вкладке «Initial Conditions» выбираем 

. Выделяем тело шара и подтверждаем выбор «Details» → «Scope» → «Geometry» → «Apply». В окне «Details» также выбираем «Definition» → «Define By» → «Components», а в строке «Y Component» указываем скорость – 1000 мм/с. В «X Component» оставляем значение «0»:

Details of "Velocity"

Scope	
Scoping Method	Geometry Selection
Geometry	1 Body
Definition	
Input Type	Velocity
Pre-Stress Environment	None Available
Define By	Components
Coordinate System	Global Coordinate System
X Component	0, mm/s
Y Component	-1000, mm/s
Suppressed	No

Приступаем к настройке решателя: «Outline» → «Explicit Dynamics» → «Analysis Settings». В окне «Details» меняем значения в следующих строках:

1. «Step Controls» → «End Time» → «2e-5». Необходимо выбрать время таким образом, чтобы его хватило не только на контакт шара с поверхностью детали, но и на деформации, связанные с упругими отжатиями материала.

2. «Step Controls» → «Maximum Energy Error» → «5».

3. «Output Controls» → «Result Number of Points» → «100». Число тех точек, которые будут использоваться при варьировании выходного параметра в рамках исследования.

Остается выбрать в разделе «Solution» в дереве окна «Outline» необходимые для отображения выходные данные. Выберем «Solution» → ПКМ → «Insert» → «Deformation» → «Directional» и затем в «Details» → «Definition» → «Orientation» выбираем «Y Axis» для расчета деформаций по оси Y.

Для запуска задачи на расчет выполним команду 

«Solve» во вкладке «Solution Information» панели инструментов.

После завершения расчета в дереве окна «Outline» выберем «Directional Deformation» для отображения результатов деформаций (рис. 5.4).

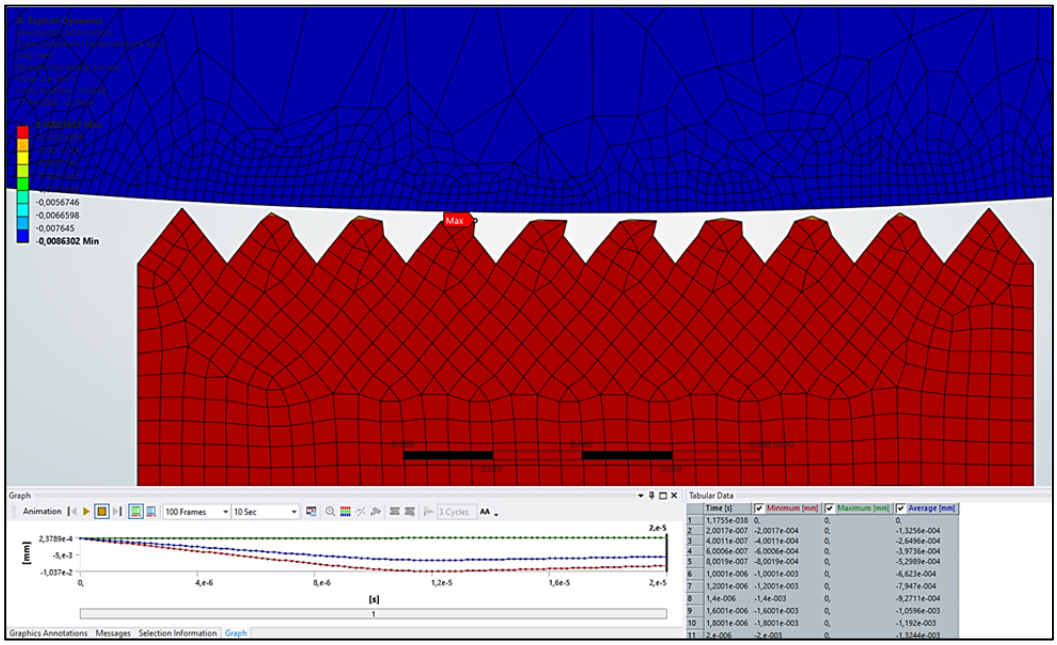


Рис. 5.4. Результаты расчета деформаций

Для отображения результатов расчета для любого узла сетки конечных элементов необходимо воспользоваться командой «Probe» 

в панели инструментов во вкладке «Result».

При помощи ЛКМ указываем узлы 20 точек (поочередно слева направо, как показано на рис. 5.5) и на модели появляется информация с выходными данными. В этот момент окно с графиком «Graph» сменяется окном «Graphics Annotations», в котором отображаются выходные данные для каждого отдельно выбранного узла.

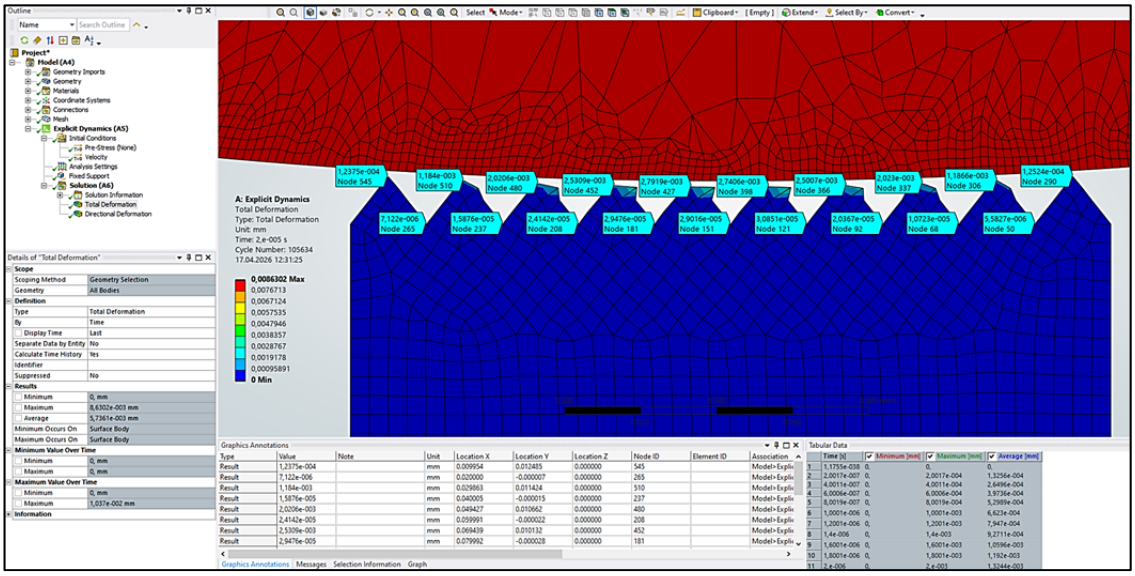
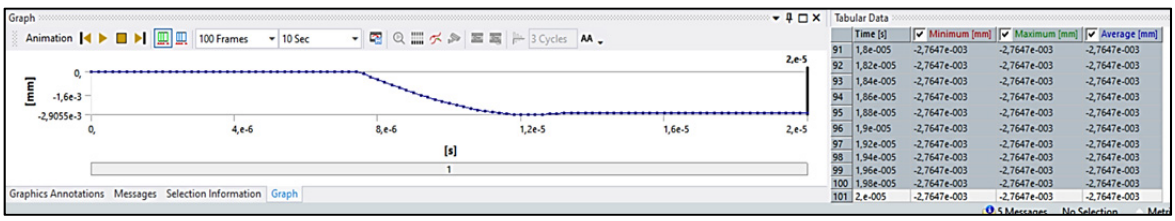


Рис. 5.5. Результаты расчета деформаций
по отдельным узлам

Скопируем данные с координатами в столбцах «Location X» и «Location Y» из окна «Graphics Annotations» и вставим в таблицу Excel.

Для отображения результатов расчета только для одного узла выберем «Solution» → ПКМ → «Insert» → «Deformation» → «Directional» и затем в «Details» → «Definition» → «Orientation» выбираем «Y Axis». Выделим узел одной вершины шероховатой поверхности детали и подтвердим выбор в «Details» → «Scope» → «Geometry». Проведем расчет: «Outline» → «Solution» → «Directional Deformation 2» → ПКМ → «Retrieve This Result». Это позволит построить график перемещений выбранного узла по времени:



Вернемся к таблице Excel (прил. Е). По имеющимся данным необходимо определить устоявшуюся шероховатость поверхности детали по параметру *Ra*. Для этого необходимо построить среднюю линию, применив формулы (5.1) или воспользовавшись функцией «ЛИНЕЙН» в Excel, которая выводит значения коэффициентов *m* и *b* (формулы (5.2) и (5.3)). Подставив эти значения в формулу (5.1), найдем значения ординат *y* средней линии для любого значения *x*.

Теперь необходимо определить расстояния от впадин и вершин профиля поверхности до средней линии и среднее арифметическое значение этих расстояний. Это и есть значение установившейся шероховатости по параметру *Ra* (формула (5.4)), равное 5,45 мкм.

Для закрепления пройденного материала необходимо выполнить самостоятельную работу по вариантам, представленным в прил. Ж.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Котельников А. А. CAD/CAM/CAE системы : учеб. пособие / Юго-зап. гос. ун-т. Курск, 2014. 336 с.

2. Каплун А. Б., Морозов Е. М., Олферьева М. А. ANSYS в руках инженера : практическое руководство. М. : Едиториал УРСС, 2003. 272 с.

3. Илюшкин М. В. Моделирование процессов обработки металлов давлением в программе ANSYS/LS-DYNA (осадка цилиндрической заготовки) : учеб.-метод. пособие. Ульяновск : УлГУ, 2013. 112 с.

4. Пронин В. А., Жигновская Д. В., Цветков В. А. Введение в расчетную платформу Ansys Workbench: Лабораторные работы. СПб. : Университет ИТМО, 2019. Ч. 1. 46 с.

5. Огородникова О. М. Компьютерный инженерный анализ в среде ANSYS Workbench. Екатеринбург : Техноцентр компьютерного инжиниринга УрФУ, 2018. 350 с.

6. Никитюк Ю. В. Введение в технологии компьютерного моделирования. Оболочка Ansys Workbench : практ. пособие / Гомельский гос. ун-т им. Ф. Скорины. Гомель : ГГУ им. Ф. Скорины, 2020. 34 с.

7. Макаров Г. И. Руководство пользователя компьютерной программой ANSYS по расчету сварных конструкций методом конечных элементов : учеб. пособие. М. : Издательский центр РГУ нефти и газа (НИУ) имени И. М. Губкина, 2019. 53 с.

8. Вербицкая О. Л., Шевчук Л. И., Зиневич С. И. Учебно-методический комплекс по учебной дисциплине «Сопротивление материалов». Минск : БНТУ, 2018. 381 с.

9. Реут Л. Е. Плоский поперечный изгиб : пособие по учебной дисциплине «Механика материалов». Минск : БНТУ, 2016. 263 с.

10. Стерин П. А. Сопротивление материалов : учеб. для немашиностроит. спец. вузов. 8-е изд. М. : Высш. шк., 1988. 367 с.

11. Иванов Д. В., Доль А. В. Введение в Ansys Workbench : учеб.-метод. пособие для студентов естественно-научных дисциплин. Саратов : Амирит, 2016. 56 с.

12. Вереина Л. И. Выполнение работ по профессии «Фрезеровщик»: пособие по учебной практике : учеб. пособие для студ. учреждений сред. проф. образования. 2-е изд., стер. М. : Академия, 2016. 160 с.

13. Морозов В. В., Григорьев С. Н., Схиртладзе А. Г. [и др.]. Фрезерный инструмент : учеб. пособие / Владим. гос. ун-т им. А. Г. и Н. Г. Столетовых. Владимир : Изд-во ВлГУ, 2014. 214 с.

14. Справочник технолога машиностроителя : в 2 т. Т. 2 / под ред. А. Г. Косиловой и Р. К. Мещерякова. 4-е изд., перераб. и доп. М. : Машиностроение, 1985. 496 с.

15. Матюшин Е. Г., Луцко А. Н., Телепнев М. Д. Расчет закрытой цилиндрической зубчатой передачи : учеб. пособие. 2-е изд., перераб. СПб. : СПбГТИ(ТУ), 2017. 51 с.

16. Водейко В. Ф. Детали машин и основы конструирования : в 2 ч. Ч. 1. Зубчатые и червячные передачи : учеб.-метод. пособие. М. : МАДИ, 2017. 96 с.

17. Механика. Курсовое проектирование деталей машин : учеб.-метод. пособие / сост.: Е. Г. Синенко, В. И. Сенькин, В. А. Меновщиков. Красноярск : Сиб. федер. ун-т, 2013.

18. Радкевич Я. М., Схиртладзе А. Г., Лактионов Б. И. Метрология, стандартизация и сертификация : учеб. для вузов. 2-е изд., доп. М. : Высш. шк., 2006.

Приложение А

```
/BATCH
/input,menust,tmp,''
WPSTYLE,,,,,,,,0
/CWD,'C:\AnsysBalka'
/NOPR
KEYW,PR_SET,1
KEYW,PR_STRUC,1
KEYW,PR_THERM,0
KEYW,PR_FLUID,0
KEYW,PR_ELMAG,0
KEYW,MAGNOD,0
KEYW,MAGEDG,0
KEYW,MAGHFE,0
KEYW,MAGELC,0
KEYW,PR_MULTI,0
/GO
/PREP7
ET,1,BEAM189
MPTEMP,,,,,,,,
MPTEMP,1,0
MPDATA,EX,1,,2.14E11
MPDATA,PRXY,1,,0.3
SECTYPE, 1, BEAM, RECT, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.12,0.12,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
SECTYPE, 2, BEAM, RECT, , 0
SECOFFSET, CENT
SECDATA,0.2,0.2,0,0,0,0,0,0,0,0,0,0
K,1,0,0,0,
K,2,0.8,0,0,
K,3,1.6,0,0,
LSTR, 1, 2
LSTR, 2, 3
FLST,5,2,4,ORDE,2
FITEM,5,1
FITEM,5,-2
CM,_Y,LINE
LSEL, , , ,P51X
```

```
CM,_Y1,LINE
CMSEL,,_Y
LESIZE,_Y1, , ,1, , , , ,1
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 1
LMESH, 1
TYPE, 1
MAT, 1
REAL,
ESYS, 0
SECNUM, 2
LMESH, 2
/CFORMAT,32,0
/CFORMAT,32,0
FINISH
/SOL
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,1
/GO
D,P51X,ALL,0, , , , , , , , ,
FLST,2,1,1,ORDE,1
FITEM,2,4
/GO
F,P51X,FX,15000
SOLVE
FINISH
/POST1
/CWD,'C:\AnsysBalka'
FINISH
/FILNAME,Balka,0
/FILNAME,Balka,0
```

Приложение Б

Вариант	Сила P, Н	Длина ступеней стержня $l_1 = l_2$, м	Модуль упругости первого рода E, Па	Ширина и высота сечения первой ступени $B_1 = H_1$ м	Ширина и высота сечения второй ступени $B_2 = H_2$ м
1	10 000	0,5	2e11	0,1	0,1
2	12 000	0,7	2.25e11	0,15	0,2
3	13 000	1	2.31e11	0,2	0,22
4	12 500	0,8	2.4e11	0,14	0,14
5	35 000	1,2	2.12e11	0,12	0,2
6	51 000	2	2.4e11	0,22	0,25
7	43 000	1,8	2.15e11	0,23	0,2
8	15 000	2,2	2.02e11	0,18	0,18
9	16 900	2,6	2.32e11	0,21	0,15
10	78 510	1,7	2.34e11	0,25	0,25

Приложение В

Вариант	Сила резания F, Н	Диаметр фрезы D, мм	Вылет фрезы l, мм	Модуль упругости материалы фрезы E, МПа
1	925	12	55	222 000
2	1320	10	45	225 000
3	500	15	60	228 000
4	536	16	60	224 000
5	896	8	30	226 000
6	1280	10	40	228 000
7	1548	12	48	221 000
8	1220	20	65	223 000
9	900	14	50	229 000
10	840	6	30	224 000

Приложение Г

Для всех вариантов задания:
1. Материал фрезы TUNG.ALLOY (из библиотеки ANSYS Workbench).
2. Материал заготовки STEEL 4340 (из библиотеки ANSYS Workbench).

Вариант	Диаметр фрезы D, мм	Количество зубьев фрезы z	Передний угол главной режущей кромки $\gamma_н$	Задний угол главной режущей кромки $\alpha_н$	Глубина резания t, мм	Ширина резания B, мм	Минутная подача $S_м$, мм/мин	Частота вращения фрезы n, об/мин
1	10	4	16°	12°	0,5	1,5	1000	2700
2	15	6	10°	14°	0,6	1,7	700	2300
3	16	3	8°	15°	0,7	2	720	2000
4	12	2	5°	11°	0,8	1,3	800	2500
5	14	4	12°	10°	0,5	1,2	860	2200
6	8	6	14°	8°	0,6	1	980	3000
7	8	3	7°	16°	0,7	0,8	1200	3100
8	6	2	6°	14°	0,8	1,1	1600	3500
9	10	4	11°	10°	1	0,9	1500	2800
10	12	6	17°	15°	1,2	1,6	1400	2500

Приложение Д

Для всех вариантов заданий:

1. Модуль шестерни и колеса $m = 3$;
2. Количество зубьев шестерни и колеса $z_1 = z_2 = 20$;
4. Материал зубчатых колес – Сталь 40Х;
5. Вид термообработки – улучшение;
6. Твердость материала – 290 НВ;
7. Предел прочности $\sigma_в = 920$ МПа;
8. Предел текучести $\sigma_т = 750$ МПа;
9. Плотность $\rho = 7820$ кг/м^3;
10. Коэффициент температурного расширения $\beta = 1{,}25e\text{-}5$ (1/°C);
11. Коэффициент Пуассона $\mu = 0{,}3$;
12. Модуль упругости $E = 207\,000$ МПа.

Вариант	Ширина шестерни и колеса b, мм	Частота вращения n, об/мин	Мощность привода P, кВт
1	32	100	2,5
2	20	70	1
3	21	80	1,5
4	23	75	3
5	25	85	2
6	31	105	2,8
7	40	110	1,7
8	38	90	2,3
9	22	95	4
10	26	80	3,5

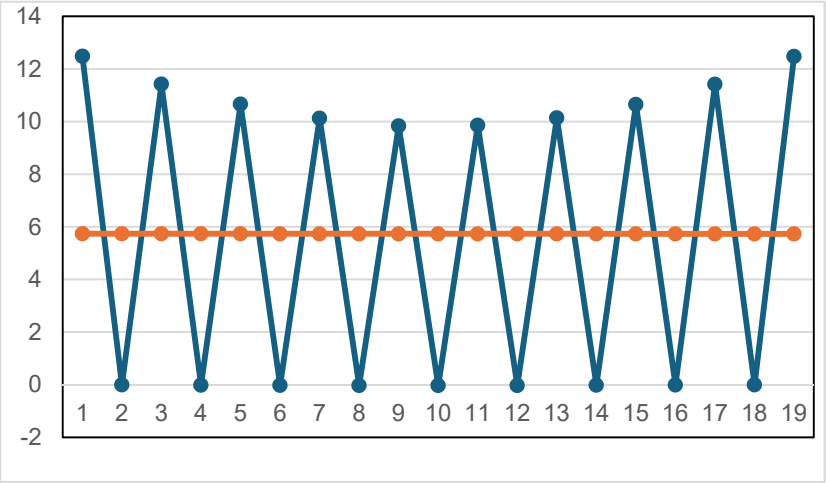
Приложение Е

Location X	Location Y
9,954362	12,484974
20,000406	–0,00711
29,862993	11,423972
40,004582	–0,0152
49,427092	10,662332
59,99057	–0,022224
69,439201	10,132044
79,992322	–0,028459
89,611149	9,835306
100,00049	–0,029012
110,037806	9,859673
120,016803	–0,025874
130,449458	10,140024
140,011559	–0,016769
150,556848	10,655103
160,00412	–0,0099
170,138806	11,421578
180,002332	–0,005072
190,038888	12,48095

Значения m	Значения b
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569
–3,2051E-05	5,73669569

Значения Y	Расстояния
5,736376643	6,748597357
5,736054658	5,743164658
5,735738552	5,688233448
5,735413504	5,750613504
5,735111504	4,927220496
5,734772934	5,756996934
5,734470096	4,397573904
5,734131858	5,762590858
5,733823565	4,101482435
5,733490576	5,762502576
5,733168871	4,126504129
5,732849034	5,758723034
5,732514657	4,407509343
5,732208182	5,748977182
5,731870195	4,923232805
5,731567401	5,741467401
5,731242574	5,690335426
5,730926439	5,735998439
5,730604757	6,750345243

Ra	5,448529956



Приложение Ж

Для всех вариантов заданий:

1. Материал детали – алюминий (ALUMINIUM из библиотеки материалов ANSYS).
2. Материал шара – сталь (STEEL 4340 из библиотеки материалов ANSYS)

Вариант	Радиус шара R, мкм	Скорость шара V, м/с	Исходная шероховатость Ra, мкм	Длина a, мкм	Длина b, мкм
1	4000	1,5	12,5	250	70
2	4500	1,2	6,3	280	60
3	4700	1,3	3,2	290	50
4	3000	1,6	12,5	310	40
5	3200	1,4	6,3	350	30
6	3300	1,9	3,2	360	45
7	3800	2	12,5	340	55
8	2800	2,1	6,3	220	65
9	2900	2,4	3,2	240	35
10	3100	2,5	12,5	260	60

Учебное издание

Гурин Павел Александрович

Математическое моделирование процессов технологии машиностроения средствами компьютерного инженерного анализа

Редактор *Е. А. Сапожникова*
Технический редактор *Н. В. Иванова*
Компьютерная верстка *Н. В. Ивановой*
Дизайн обложки *О. И. Жаровой*

Подписано в печать .
Формат 60×84 1/16. Усл. печ. л. 6,51.
Тираж . Заказ № .

Издательство ПГУ
440026, г. Пенза, ул. Красная, 40.
Тел.: (8412) 66-60-49, 66-67-77; e-mail: iic@pnzgu.ru