

номиналов параметров), которые находятся на максимальном в смысле выбранного критерия расстоянии от ее границ [6,7].

Разработанные алгоритмы реализованы на кластере IRUS 17 Центра коллективного пользования «Дальневосточный вычислительный ресурс».

Литература

1. Анализ и оптимальный синтез на ЭВМ систем управления / Под ред. А. А. Воронова, И. А. Огурка. – М: Наука, 1984.
2. Абрамов О.В. Методы и алгоритмы параметрического синтеза стохастических систем // Проблемы управления. – 2006. – № 4. – С. 3-8.
3. Абрамов О.В. Эффективный метод статистического моделирования в задачах оптимального параметрического синтеза // Информатика и системы управления, 2008. – № 1. – С. 12-16.
4. Абрамов О.В., Катуева Я.В. Параллельные алгоритмы анализа и оптимизации параметрической надежности. // Надежность. – 2005. – № 4. С. 19-26.
5. Абрамов О.В. Параллельные алгоритмы расчета и оптимизации надежности по постепенным отказам // Автоматика и телемеханика. – 2010. – №7. – С. 126-135.
6. Абрамов О.В., Назаров Д.В. Программно-алгоритмический комплекс построения, анализа и использования областей работоспособности // Информационные технологии и вычислительные системы. – 2015. – № 2. – С. 3-13.
7. Абрамов О.В., Катуева Я.В., Назаров Д.А. Оптимальный параметрический синтез по критерию запаса работоспособности. // Проблемы управления. – 2007 – № 6. – С. 64-69.
8. Абрамов О.В. Возможности и перспективы функционально-параметрического направления теории надежности. // Информатика и системы управления. – 2014. – № 4. С. 53-66.
9. Абрамов О.В., Диго Г.Б., Диго Н.Б., Катуева Я.В., Назаров Д.А. Параметрический синтез технических систем в неопределенных средах // Информатика и системы управления. – 2009. – № 1. – С. 55-65.

О МЕТОДАХ ВОССТАНОВЛЕНИЯ ВХОДНЫХ СИГНАЛОВ НЕЛИНЕЙНЫХ ДИНАМИЧЕСКИХ СИСТЕМ, ПРЕДСТАВИМЫХ ПОЛИНОМАМИ ВОЛЬТЕРРА

Бойков И. В., Кривулин Н. П.

Пензенский государственный университет

(8412)36-82-59, i.v.boykov@gmail.com, krivulin@bk.ru

В работе предложены методы восстановления входных сигналов нелинейных динамических систем. Методы основаны на разработке математической модели измерительной системы, состоящей из первичного измерительного преобразователя и включенного последовательно корректирующего устройства, моделируемого рядом Вольтерра. Идентификация ряда Вольтерра проводится для того, чтобы на выходе измерительной системы наблюдался восстанавливаемый входной сигнал первичного измерительного преобразователя.

Ключевые слова: восстановление входных сигналов, моделирование, нелинейные динамические системы, идентификация, ряд Вольтерра, ядра Вольтерра.

Methods of recovery of input signals of nonlinear dynamic systems represented by Volterra polynomials. Boikov I. V., Krivulin N. P., Penza State University

The paper proposes methods for reconstruction of input signals of nonlinear dynamic systems. The methods are based on the development of a mathematical model of the measuring system consisting of a primary measuring transducer and a series-enabled correcting device, the mathematical model of which is described by a series of Volterra. The identification of the Volterra series is carried out in order to observe the restored input signal of the primary measuring transducer at the output of the measuring system.

Keywords: input signal reconstruction, modeling, nonlinear dynamical systems, identification, Volterra series, Volterra nuclear.

Введение

Как известно, большинство физических процессов являются нелинейными. Особенно сильно нелинейность сказывается во время переходных процессов, когда условия эксплуатации отличны от нормальных (например при термоударном воздействии). В этих случаях восстановление входных сигналов измерительных систем осуществляется со значительной погрешностью. Проблема восстановления входных сигналов нелинейных динамических систем возникает в различных отраслях

техники, например, при восстановлении и фильтрации изображений [1]. Это обуславливает актуальность разработки методов восстановления входных сигналов нелинейных динамических систем. Особенно актуальна эта проблема при исследовании переходных процессов.

В работе используется подход, предложенный в статье [2] при идентификации параметров линейных нестационарных динамических систем. Метод основан на разработке математической модели измерительной системы, состоящей из первичного измерительного преобразователя (ПИП) и последовательно соединенного с ним корректирующего устройства (КУ) (рис. 1).

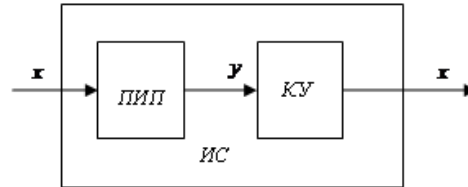


Рисунок 1 – Структурная схема измерительной системы с аппаратной коррекцией. ПИП – первичный измерительный преобразователь; КУ – корректирующее устройство; x – входной сигнал ПИП системы и выходной сигнал КУ; $y(t)$ – выходной сигнал ПИП

Математическая модель первичного измерительного преобразователя строится на основе модели типа «вход-выход», описываемой рядами Вольтерра. Преимущество данного подхода заключается в том, что не требуется знания физических законов связывающих входные и выходные величины (в основном, эти законы описываются интегральными, дифференциальными или разностными уравнениями).

В случае, если структура математической модели известна (структура интегрального, дифференциального или разностного уравнения), то для восстановления входного сигнала по данной математической модели требуется определить ее параметры. В работах [3, 4, 5] приводятся ряд результатов по параметрической идентификации нестационарных динамических систем со сосредоточенными параметрами, с распределенными параметрами и эрмитарных динамических систем, описываемых дифференциальными уравнениями с дробной производной. Параметры динамических систем, полученные в результате идентификации, используются в алгоритмах восстановления входных сигналов.

Постановка проблемы

Требуется разработать измерительную систему, состоящую из ПИП и КУ, соединенных последовательно (рис. 1), и восстанавливающую входной сигнал, поступающий на ПИП. Математически это означает, что цепь, состоящая из последовательно соединенных ПИП и КУ, реализует тождественный оператор.

Математическую модель КУ непрерывных систем представим в виде конечного ряда Вольтерра

$$x(t) = \int_0^t g_1^K(t, \tau_1) y(\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t g_2^K(t, \tau_1, \tau_2) y(\tau_1) y(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \quad (1)$$

$$\dots + \int_0^t \int_0^t \dots \int_0^t g_N^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N) y(\tau_1) y(\tau_2) \dots y(\tau_N) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_N,$$

где $x(t)$ – входной сигнал ПИП; $y(t)$ – выходной сигнал ПИП; $g_1^K(t, \tau_1)$, $g_2^K(t, \tau_1, \tau_2)$, ..., $g_N^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N)$ – ядра Вольтерра, подлежащие восстановлению.

В случае дискретных систем конечный ряд Вольтерра имеет вид

$$x(k) = \sum_{l=0}^k g_1^K(k, l) y(l) + \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^k g_2^K(k, l_1, l_2) y(l_1) y(l_2) + \dots + \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^k \dots \sum_{l_N=0}^k g_N^K(k, l_1, l_2, \dots, l_N) y(l_1) y(l_2) \dots y(l_N), \quad (2)$$

где $x(k)$, $k = 0, 1, \dots$ – входной сигнал ПИП; $y(k)$, $k = 0, 1, \dots$ – выходной сигнал ПИП; $g_1^K(k, l)$, $g_2^K(k, l_1, l_2)$, ..., $g_N^K(k, l_1, l_2, \dots, l_N)$, $k, l = 0, 1, \dots$ – искомые ядра Вольтерра.

Задача построения измерительной системы сводится к определению ядер Вольтерра корректирующего устройства, описываемого уравнением (1) (для непрерывных систем) или (2) (для дискретных систем).

Восстановление входных сигналов непрерывных нелинейных динамических систем

Определение ядер Вольтерра $g_1^K(t, \tau_1)$, $g_2^K(t, \tau_1, \tau_2)$, ..., $g_N^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N)$, непрерывной

нелинейной динамической системы, описываемой уравнением (1), основывается на следующем утверждении [6].

Пусть ядра Вольтерра $g_1^K(t, \tau_1)$, $g_2^K(t, \tau_1, \tau_2)$, ..., $g_N^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N)$, удовлетворяют следующим условиям:

1. Условием физической реализуемости

$$g_k^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) = 0 \text{ при } \tau_1 > t \text{ или } \tau_2 > t \text{ или... или } \tau_k > t, k = 1, 2, \dots, N. \quad (3)$$

2. Преобразование Лапласа L_t , действующее по переменной t , преобразует ядра Вольтерра к виду:

$$G_k(p, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) = L_t[g_k^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k)] = \int_0^{+\infty} g_k^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) e^{-pt} dt = \hat{G}_k(p) e^{-\tau_1 q_{k1}(p) - \tau_2 q_{k2}(p) - \dots - \tau_k q_{kk}(p)}, k = 1, 2, \dots, N, \quad (4)$$

где $\hat{G}_k(p), q_{k1}(p), q_{k2}(p), \dots, q_{kk}(p), k = 1, 2, \dots, N$, — аналитические в полуплоскости $\text{Re } p \geq \alpha, \alpha = \text{const}$, функции.

При этих условиях преобразование Лапласа уравнения (1) имеет вид

$$X(p) = \hat{G}_1(p)Y(q_{11}(p)) + \hat{G}_2(p)Y(q_{21}(p))Y(q_{22}(p)) + \dots + \hat{G}_N(p)Y(q_{N1}(p))Y(q_{N2}(p)) \dots Y(q_{NN}(p)). \quad (5)$$

Доказательство данного представления приведено в работе [6], где также отмечены частные случаи.

Постановка задачи. Требуется по серии тестовых входных $x_k(t), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, и выходных $y_k(t), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, сигналов ПИП определить ядра Вольтерра корректирующего устройства измерительной системы, описываемого уравнением (1).

Предполагается, что ядра Вольтерра удовлетворяют условиям (3), (4).

Для серии входных сигналов $x_k(t), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, и соответствующих выходных сигналов ПИП $y_k(t), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, запишем систему уравнений

$$x_k(t) = \int_0^t g_1^K(t, \tau) y_k(\tau) d\tau + \int_0^t \int_0^t g_1^K(t, \tau_1, \tau_2) y_k(\tau_1) y_k(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots \\ \dots + \int_0^t \dots \int_0^t g_1^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N) y_k(\tau_1) y_k(\tau_2) \dots y_k(\tau_N) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_N, k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}.$$

Обозначим через $X_k(p), Y_k(p)$ изображения Лапласа входных $x_k(t), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, и выходных $y_k(t), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, сигналов ПИП.

В результате получим систему уравнений

$$X_k(p) = \hat{G}_1(p)Y_k(q_{11}(p)) + \hat{G}_2(p)Y_k(q_{21}(p))Y_k(q_{22}(p)) + \dots \\ \dots + \hat{G}_N(p)Y_k(q_{N1}(p))Y_k(q_{N2}(p)) \dots Y_k(q_{NN}(p)), k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2},$$

относительно $\frac{N(N+3)}{2}$ искомым функций $\hat{G}_1(p), q_{11}(p), \hat{G}_2(p), q_{21}(p), q_{22}(p), \dots, \hat{G}_N(p), q_{N1}(p), \dots, q_{NN}(p)$.

Искомые ядра Вольтерра $g_1^K(t, \tau_1), g_2^K(t, \tau_1, \tau_2), \dots, g_N^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N)$ определим обратным преобразованием Лапласа по формулам

$$g_k^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_k) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \hat{G}_k(p) e^{p t - \tau_1 q_{k1}(p) - \tau_2 q_{k2}(p) - \dots - \tau_k q_{kk}(p)} dp, k = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}, \sigma > \alpha.$$

После вычисления ядер Вольтерра восстановление входного сигнала проводится по формуле

$$x(t) = \int_0^t g_1^K(t, \tau_1) y(\tau_1) d\tau_1 + \int_0^t \int_0^t g_2^K(t, \tau_1, \tau_2) y(\tau_1) y(\tau_2) d\tau_1 d\tau_2 + \dots + \int_0^t \dots \int_0^t g_N^K(t, \tau_1, \tau_2, \dots, \tau_N) y(\tau_1) y(\tau_2) \dots y(\tau_N) d\tau_1 d\tau_2 \dots d\tau_N.$$

Восстановление входных сигналов дискретных динамических систем

Как и в случае непрерывных нелинейных динамических систем, для построения дискретной измерительной системы, структурная схема которой представлена на рис. 1, требуется определить ядра Вольтерра $g_1^k(k, l)$, $g_2^k(k, l, l_2)$, ..., $g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N)$, $k, l = 0, 1, \dots$

Идентификация ядер Вольтерра нелинейных динамических систем, описываемых уравнением (2), проводится при следующих условиях [6].

Пусть ядра Вольтерра $g_1^k(k, l)$, $g_2^k(k, l, l_2)$, ..., $g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N)$, $k, l = 0, 1, \dots$ дискретной нелинейной динамической системы, описываемой уравнением (2), удовлетворяют следующим условиям:
1. Условия физической реализуемости:

$$g_1^k(k, l) = 0 \text{ при } l > k, \quad g_2^k(k, l_1, l_2) = 0 \text{ при } l_1 > k \text{ или } l_2 > k, \dots, \quad g_N^k(k, l_1, \dots, l_N) = 0 \text{ при } l_1 > k \text{ или } \dots \text{ или } l_N > k. \quad (6)$$

2. Z-преобразование ядер Вольтерра уравнения (2) удовлетворяет следующим условиям

$$G_1(z, l) = Z[g_1^k(k, l)] = \sum_{k=0}^{+\infty} g_1^k(k, l) z^{-k} = \hat{G}_1(z)[q_{11}(z)]^{-1},$$

$$G_2(z, l_1, l_2) = Z[g_2^k(k, l_1, l_2)] = \sum_{k=0}^{+\infty} g_2^k(k, l_1, l_2) z^{-k} = \hat{G}_2(z)[q_{21}(z)]^{-1}[q_{22}(z)]^{-2}, \quad (7)$$

$$\dots$$

$$G_N(z, l_1, l_2, \dots, l_N) = Z[g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N)] = \sum_{k=0}^{+\infty} g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N) z^{-k} = \hat{G}_N(z)[q_{N1}(z)]^{-1}[q_{N2}(z)]^{-2} \dots [q_{NN}(z)]^{-N},$$

где $\hat{G}_1(z)$, $q_{11}(z)$, $\hat{G}_2(z)$, $q_{21}(z)$, $q_{22}(z)$, ..., $\hat{G}_N(z)$, $q_{N1}(z)$, $q_{N2}(z)$, ..., $q_{NN}(z)$ – функции, аналитические в области $z \geq \alpha$, $\alpha = \text{const}$

При этих условиях Z-преобразование уравнения (2) имеет вид

$$X(z) = \hat{G}_1(z)Y(q_{11}(z)) + \hat{G}_2(z)Y(q_{21}(z))Y(q_{22}(z)) + \dots + \hat{G}_N(z)Y(q_{N1}(z))Y(q_{N2}(z)) \dots Y(q_{NN}(z)). \quad (8)$$

Доказательство данного утверждения и частные случаи формулы (8) представлены в работе [6].

Постановка задачи. Требуется определить ядра Вольтерра по серии тестовых входных $x_i(k)$ и выходных $y_i(k)$, $i = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}$, сигналов ПИП, Z-преобразование которых вычисляется по формулам

$$X_i(z) = \sum_{k=0}^{\infty} x_i(k) z^{-k}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}, \quad Y_i(z) = \sum_{k=0}^{\infty} y_i(k) z^{-k}, \quad i = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}.$$

Предположение, что ядра Вольтерра $g_1^k(k, l)$, $g_2^k(k, l_1, l_2)$, ..., $g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N)$ удовлетворяют условиям (6), (7), приводит к системе уравнений

$$X_i(z) = \hat{G}_1(z)Y_i(q_{11}(z)) + \hat{G}_2(z)Y_i(q_{21}(z))Y_i(q_{22}(z)) + \dots + \hat{G}_N(z)Y_i(q_{N1}(z))Y_i(q_{N2}(z)) \dots Y_i(q_{NN}(z)),$$

$$i = 1, 2, \dots, \frac{N(N+3)}{2}.$$

относительно искомым функций $\hat{G}_1(z)$, $q_{11}(z)$, $\hat{G}_2(z)$, $q_{21}(z)$, $q_{22}(z)$, ..., $\hat{G}_N(z)$, $q_{N1}(z)$, $q_{N2}(z)$, ..., $q_{NN}(z)$.

Из решения этой системы искомые ядра Вольтерра $g_1^k(k, l)$, $g_2^k(k, l_1, l_2)$, ..., $g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N)$, определяются обратным Z-преобразованием по формулам

$$g_1^k(k, l) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \hat{G}_1(z)[q_{11}(z)]^{-1} z^{k-1} dz, \quad g_2^k(k, l_1, l_2) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \hat{G}_2(z)[q_{21}(z)]^{-1}[q_{22}(z)]^{-2} z^{k-1} dz, \dots$$

$$\dots, \quad g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N) = \frac{1}{2\pi i} \int_{\sigma-i\infty}^{\sigma+i\infty} \hat{G}_N(z)[q_{N1}(z)]^{-1}[q_{N2}(z)]^{-2} \dots [q_{NN}(z)]^{-N} z^{k-1} dz, \quad \text{где } \sigma > \alpha.$$

Тогда восстановление входного сигнала в процессе эксплуатации проводится по формуле

$$x(k) = \sum_{l=0}^k g_1^k(k, l)y(l) + \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^k g_2^k(k, l_1, l_2)y(l_1)y(l_2) + \dots + \sum_{l_1=0}^k \sum_{l_2=0}^k \dots \sum_{l_N=0}^k g_N^k(k, l_1, l_2, \dots, l_N)y(l_1)y(l_2) \dots y(l_N).$$

Заключение

Предлагаемые методы восстановления входных сигналов, основанные на идентификации полиномов Вольтерра, могут быть использованы при синтезе измерительных систем, выполненных на различных элементных базах, и могут быть реализованы как программно, так и аппаратно.

Благодарности

Работа выполнена при финансовой поддержке РФФИ. Грант 16–01–00594.

Литература

1. Щербаков М. А. Итерационный метод оптимальной нелинейной фильтрации изображений // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2011. № 4 (20). С. 43–56.
2. Бойков И. В., Кривулин Н. П. Восстановление входных сигналов дискретных динамических систем // Измерительная техника. – 2017. – № 11. – С. 3–7; Boikov I. V., Krivulin N. P. Recovering the Input Signals of Discrete Dynamical Systems // Measurement Techniques. February 2018, V. 60. No. 11. P. 1073–1080.
3. Бойков И. В., Кривулин Н. П. Аналитические и численные методы идентификации динамических систем : моногр. – Пенза: Изд-во ПГУ, 2016. – 398 с.
4. Кривулин Н. П. Определение параметров физических процессов, описываемых дифференциальными уравнениями в частных производных с переменными коэффициентами // В сборнике: Математическое и компьютерное моделирование естественнонаучных и социальных проблем / Сборник статей VIII Международной научно-технической конференции молодых специалистов, аспирантов и студентов. Под редакцией И. В. Бойкова. 2014. С. 172–178.
5. Бойков И.В., Кривулин Н.П. Параметрическая идентификация эрдитарных систем с распределенными параметрами // Известия высших учебных заведений. Поволжский регион. Технические науки. 2013. № 2 (26). С. 120-129.
6. Бойков И. В., Кривулин Н. П. Идентификация параметров нелинейных динамических систем, моделируемых полиномами Вольтерра // Сибирский журнал индустриальной математики. – 2018. Том XXI, № 2(74). – С. 17–31.; I. V. Boikov and N. P. Krivulin Identification of Parameters of Nonlinear Dynamical Systems Simulated by the Volterra Polynomials // *Journal of Applied and Industrial Mathematics*, 2018, Vol. 12, No. 2, pp. 1-16.

СООТВЕТСТВИЕ ОТЕЧЕСТВЕННЫХ И ЗАРУБЕЖНЫХ РЕГЛАМЕНТОВ ЭЛЕКТРОМАГНИТНЫХ
ИЗЛУЧЕНИЙ И ПОЛЕЙ

*Грачев Н.Н., Сафонов С.Н.

*МИРЭА - Российский технологический университет, Национальный исследовательский университет
"Высшая школа экономики"

+7 (903) 214-51-56, nngachev@mail.ru

Описаны результаты соответствия и гармонизации отечественных и зарубежных регламентов на уровне электромагнитных излучений. Рассматриваются вопросы нормирования и методики исследования воздействия электромагнитных излучений на биологические объекты, особенно человека. Рассматривая биологические эффекты, авторы справедливо указывают на противоречивость результатов в различных исследованиях. В настоящее время приведение в соответствие отечественных и зарубежных регламентов электромагнитных полей невозможно, поскольку зарубежные регламенты, как правило, не имеют медико-биологического обоснования.

Ключевые слова: электромагнитные излучения, предельно допустимые уровни, нормирование

Conformity of domestic and foreign regulations of electromagnetic radiations and fields. Grachev N.N., Safonov S.N., National Research University Higher School of Economics.

The results of conformity and harmonization of domestic and foreign regulations on the levels of electromagnetic radiation are described. The issues of rationing and research methodology are considered. Influence of electromagnetic radiation on biological objects, especially ha of a person. Considering biological effects, the authors rightly point out the inconsistency of the results in various studies. At the present time, it is impossible to harmonize domestic and foreign regulations of electromagnetic fields, since foreign regulations, as a rule, do not have a medical and biological justification.

Keywords: electromagnetic radiation, maximum permissible levels, rationing