

УДК 004.925.86

ПРИМЕНЕНИЕ КРАТНЫХ ОПОРНЫХ ТОЧЕК ДЛЯ СОЗДАНИЯ ИЗЛОМОВ НА ИЗОБРАЖЕНИЯХ ПЛОСКИХ КОНТУРОВ

Юрий Николаевич Косников

Пензенский государственный университет, г. Пенза, Россия

kosnikov@gmail.com

USING MULTIPLE REFERENCE POINTS TO CREATE FRACTURES IN FLAT CONTOUR IMAGES

Yuri Nikolaevich Kosnikov

Penza State University, Penza, Russia

Аннотация. Предлагается получать изломы (острия) на контурах плоских объектов визуализации путем применения кратных опорных точек на сплайнах Кэтмулла-Рома. Контурные изображения с изломами характерны для изображений земельных участков, разрезов геологических пластов, транспортных коммуникаций. Для формирования подобных контуров применяется сплайновая интерполяция. Узел интерполяции, в котором требуется создать излом, дублируется, благодаря чему происходит смещение отсека сплайна к крайней опорной точке. Два соседних отсека с кратными опорными точками образуют острие. Во избежание аномалий в виде петель на остриях выполняется анализ опорных точек отсеков и пропуск отсеков, образующих петли.

Ключевые слова. Контур, острие, интерполяция, сплайн, опорная точка, кратность.

Abstract. It is proposed to obtain fractures (cusps) on the contours of flat visualization objects by applying multiple reference points on Catmull-Rom splines. Contours with fractures are typical for images of land plots, sections of geological formations, and transport communications. Spline interpolation is used to form such contours. The interpolation node in which you want to create a fracture is duplicated,

which causes the spline compartment to shift to the extreme reference point. Two adjacent compartment with multiple reference points form a cusp. In order to avoid anomalies in the form of loops on the cusps, the analysis of the reference points of the compartments and the omission of the compartments forming the loops is performed.

Keywords. Contour, cusp, interpolation, spline, reference point, multiplicity.

Многие объекты визуализации имеют контурный вид и описываются совокупностью характерных (опорных) точек контура. К таким объектам относятся границы земельных участков, транспортные коммуникации, береговые линии, разрезы пластов горных пород, траектории движения, изолинии, результаты эксперимента и другое. Опорные точки для них получаются путем вычислений, задания разработчиком, а также измерений, например, средствами топографии, пробного бурения или GPS-навигации, и другими способами. Восстановление геометрии контуров в этих случаях выполняется путем интерполяции. Известно множество видов интерполяции, но не все они подходят для целей визуализации результатов. Визуализация – заключительный этап обработки данных в системах самого различного назначения. Это означает, что основные вычислительные ресурсы системы потребляет основная задача – сбор и обработка данных, вычисления, моделирование, проектирование и так далее, а ресурсы, потребляемые задачей визуализации, следует минимизировать.

Контурные объекты визуализации имеют разнообразную форму и, в том числе, наряду с гладкими участками могут содержать изломы (выступы, пики, острия – cusps). Для их формирования разные методы интерполяции требуют разных дополнительных действий. Излом могут сформировать два отсека сплайна Безье, но для этого нужно для каждого отсека доопределять дополнительные опорные точки. Отсеки В-сплайна, в общем случае, не проходят через опорные точки и для прохождения нужно вводить новые опорные точки для всех отсеков [1]. Сплайны Кочанек-Бартельса [2] требуют индивидуальной

настройки на каждый фрагмент контура. Для каждого отсека сплайна Эрмита нужно определять направления концевых касательных [3], а для каждого отсека сплайна Акимы требуется вычислять четыре коэффициента [4]. Интерполянт на основе радиальных базисных функций ориентирован на гладкую интерполяцию, поэтому каждое острие должно представляться отдельным интерполянтом. Перечисленные особенности сплайнов усложняют алгоритмы их использования для создания острий. Хорошие интерполяционные свойства у сплайна Кэтмулла-Рома (СКР), но он тоже описывает гладкую кривую. Было предложено формировать острия на составном СКР с помощью ввода дополнительных опорных точек и оригинального алгоритма их обхода [5]. Добавление опорных точек, которые надо определять на каждое острие, и усложненный алгоритм – нежелательные особенности такого приема. Но все же СКР привлекателен тем, что точно проходит через исходные опорные точки и не требует никаких дополнительных условий для стыковки отсеков.

Предлагается создавать контуры с остриями на основе СКР с кратными опорными точками. В точечном представлении отсек СКР на плоскости имеет параметрическое описание вида

$$q = \frac{1}{2}((-t + 2t^2 - t^3)Q_1 + (2 - 5t^2 + 3t^3)Q_2 + (t + 4t^2 - 3t^3)Q_3 + (-t^2 + t^3)Q_4), \quad (1)$$

где q – текущая точка отсека, заданная координатами x, y ;

$Q_1 \dots Q_4$ – четыре опорных точки, заданные координатами x, y ;

t – параметр, $t=0..1$.

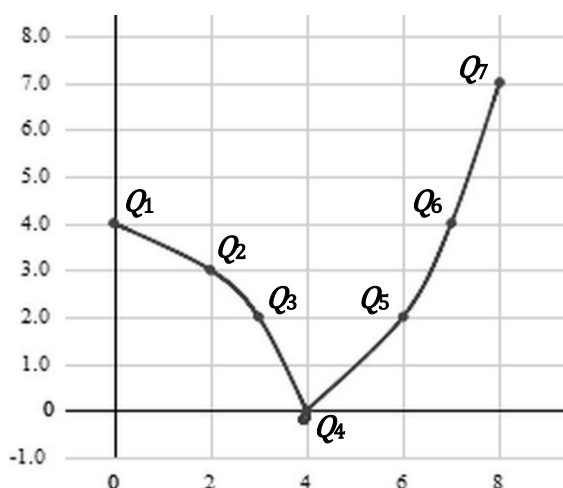
Задавая в выражение (1) четверки опорных точек из множества узлов интерполяции контура, можно по шагам построить контур. Нужно только задавать опорные точки так, чтобы в каждой очередной четверке три опорные точки оставались «старыми» – из предыдущей четверки, а одна была бы очередным узлом интерполяции.

Свойства СКР таковы, что при изменении параметра в диапазоне от 0 до 1 формируется отсек, соединяющий точки Q_2 и Q_3 , причем изгибы отсека определяются углами наклона касательных в этих точках, а касательные параллельны хордам, соединяющим попарно точки Q_1 и Q_3 , Q_2 и Q_4 . Легко видеть, что при задании в выражении (1) $Q_1 = Q_2$ будет сформирован отрезок Q_2-Q_3 , а при задании $Q_3 = Q_4$ – отрезок Q_3-Q_4 , то есть отсек «прижимается» к крайним опорным точкам. Это свойство отсека СКР, построенного с применением дублирования (кратности) опорных точек, можно использовать для получения изломов контура. Рассмотрим описанный прием на примере. Пусть даны 7 опорных точек $Q_1, Q_2, \dots, Q_7$, на которых нужно построить контур, причем точка Q_4 должна быть вершиной острия. Необходимые для этого четверки опорных точек с применением кратности и построенные на них отсеки показаны в таблице 1. Обозначения кратных точек выделены подчеркиванием.

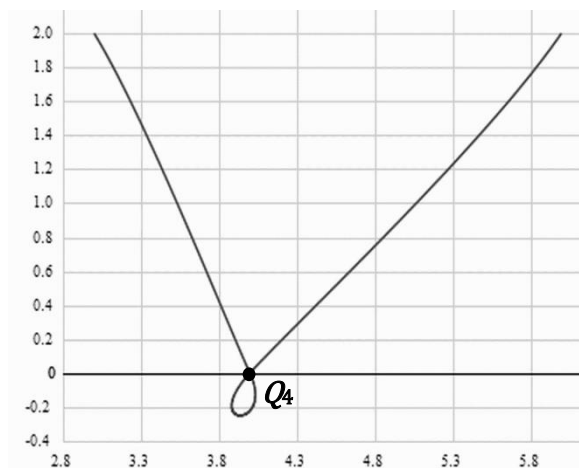
Таблица 1 – Построение составного сплайнового контура

№ отсека	Последовательность опорных точек	Отображаемый отсек	Расположение отсека
1	<u>Q_1-Q_1</u> – Q_2-Q_3	Q_1-Q_2	Начало контура
2	Q_1-Q_2 – <u>Q_3-Q_3</u>	Q_2-Q_3	Продолжение контура
3	Q_2-Q_3 – <u>Q_4-Q_4</u>	Q_3-Q_4	Начало (нарастание) острия
4	Q_3-Q_4 – <u>Q_4-Q_4</u> – Q_5-Q_6	Q_4-Q_4	Петля на пике острия
5	<u>Q_4-Q_4</u> – Q_5-Q_6	Q_4-Q_5	Конец (спад) острия
6	Q_4-Q_5 – Q_6-Q_7	Q_5-Q_6	Продолжение контура
7	Q_5-Q_6 – <u>Q_7-Q_7</u>	Q_6-Q_7	Конец контура

В соответствии с алгоритмом формирования контура необходимо предварительно добавить в множество узлов интерполяции кратные точки, то есть повторить те точки, в которых будут острия, а также точки начала и окончания контура, если он незамкнутый (см. таблицу 1). В процессе формирования контура для каждого следующего отсека делается «шаг вперед» на один узел интерполяции, как это показано в таблице 1. На рисунке 1,а показан вид контура, построенного в соответствии с таблицей 1, с острием в точке Q_4 .



а



б

Рисунок 1 – Составной контур из отсеков Кэтмулла-Рома (а)
и петля на пике его острия (б)

Рисунок 1,а показывает, что на острие контура образуется петля, на рисунке 1,б она показана в увеличенном виде. Причиной является кратность точки Q_4 на отсеке 4 (см. таблицу 1). В визуальном представлении контура петля – ненужная аномалия, которая должна быть устранена. Простым способом устранения петли является пропуск отсека 4 и переход от формирования отсека 3 сразу к формированию отсека 5. Указанная аномалия будет повторяться на всех остриях, поэтому в программе формирования контура следует предусмотреть средство для ее устранения. Это делает оператор условия, который после формирования очередного отсека проверяет его на вхождение в петлю. Для этого анализируются координаты двух последних опорных точек отсека и, если они одинаковые, как, например, у отсека 3 в таблице 1, осуществляется переход не к следующему узлу интерполяции, а через один узел. Значит, если в качестве первой опорной точки Q_1 текущего отсека взят интерполяционный узел Q_j , то после формирования текущего отсека для перехода к следующему должен быть выполнен оператор: **если $Q_{j+2} = Q_{j+3}$ то $Q_1 := Q_{j+2}$ иначе $Q_1 := Q_{j+1}$** . В результате аномалии в виде петли будут устранены.

Добавление дублирующих (кратных) опорных точек в определенные узлы интерполяции контура позволяет получать как гладкое, так и негладкое

сопряжения отсеков. Кратные точки добавляются к тем узлам интерполяции, в которых нужно создать острия, в остальных узлах сопряжение отсеков будет гладким. При этом кратные точки не являются особыми точками, положение которых надо рассчитывать по специальным выражениям, это те же самые узлы интерполяции, но повторяющиеся для некоторых узлов два раза. Алгоритм расчета промежуточных точек контура не меняется, он не требует особой настройки на разные отсеки контура. Для устранения аномалий алгоритм дополняется простым оператором условия, проверяющим кратность узлов интерполяции.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Sederberg T.W. Computer Aided Geometric Design. Course Notes [Электронный ресурс] // Brigham Young University, 2017. URL: <https://scholarsarchive.byu.edu/facpub/> (дата обращения 12.02.2024).
2. Kochanek D.H.U., Bartels R.H. Interpolating splines with local tension, continuity and bias control // ACM SIGGRAPH, 1984. – Vol. 18. – No. 3. – P. 33-41.
3. Pipenbrinck N. Hermite Curve Interpolation [Электронный ресурс]. URL: <https://www.cubic.org/docs/hermite.htm> (дата обращения 12.02.2024).
4. Akima H. A New Method of Interpolation and Smooth Curve Fitting Based on Local Procedures // Journal of the Association for Computing Machinery, 1970. – Vol. 17. – No. 4. – P. 689-302.
5. Kosnikov Y.N., Zimin A. P., Novikov A. V. Information Technique for Smooth and Non-Smooth Curves Modeling // International Multi-Conference on Industrial Engineering and Modern Technologies (FarEastCon): Vladivostok, 2020. – P. 1-4. doi: 10.1109/FarEastCon50210.2020.9271619.

Информация об авторе

Косников Юрий Николаевич – д.т.н., профессор, профессор кафедры «Информационно-вычислительные системы», Пензенский государственный университет